METODE ANALITIK DAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN GETARAN PEGAS TEREDAM

SKRIPSI

OLEH
HUZAIMAH
NIM. 09610075

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

METODE ANALITIK DAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN GETARAN PEGAS TEREDAM

SKRIPSI

Diajukan kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Huzaimah
NIM. 09610075

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

METODE ANALITIK DAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN GETARAN PEGAS TEREDAM

SKRIPSI

Oleh
Huzaimah
NIM. 09610075

Telah Diperikasa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 27 Juni 2016

Pembimbing I	Pembimbing II
Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004.	NIP. 19760318 200604 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

METODE ANALITIK DAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 DALAM PENYELESAIAN PERSAMAAN GETARAN PEGAS TEREDAM

SKRIPSI

Oleh
Huzaimah
NIM. 09610075

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 30 Juni 2016

Penguji Utama	:	Hairur Rahman, M.Si	....
Ketua Penguji	:	Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Huzaimah
NIM	:	09610075
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripi	:	Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil menjiplak, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 27 Juni 2016
Yang membuat pernyataan,

Huzaimah
NIM. 09610075

MOTTO

“Ilmu ibarat cahaya yang menerangi jalan manusia. Ilmu ibarat mata air yang menghilangkan dahaga. Hadirnya ilmu menyirnakan kegelapan, hadirnya ilmu mengusir kebodohan.”

PERSEMBAHAN

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ ١

Penulis persembahkan karya tulis ini untuk:

Ayahanda (Fauzi) dan ibunda (Zahro) tercinta, yang senantiasa dengan ikhlas dan tiada henti memotivasi dan mendoakan penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan karya tulis ini.

Kakak-kakak tersayang Subhan, Mudawama, Abu Hanif, Nurul Aini yang senantiasa memberikan dorongan secara moril dan materiil kepada penulis.

Suami tercinta (Khoiri) yang senantiasa memotivasi penulis dan selalu mendampingi penulis dalam keadaan apapun

Anak tersayang (M. Arfan Khoiri Fauzi) yang senantiasa menjadi penyemangat bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan Ibu tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2009, khususnya Pangestuti Prima Darajat dan Sukris Tri Handayani yang senantiasa dengan ikhlas dan tanpa lelah memberikan motivasi kepada penulis.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Juni 2016

Penulis

DAFTAR ISI

BAB IV PENUTUP

DAFTAR LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Huzaimah. 2016. **Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti M.Pd, M.Si (II) Abdul Aziz, M.Si.

Kata Kunci : Persamaan Diferensial, Persamaan Getaran, Metode Analitik, Metode Runge-Kutta Orde 4.

Persamaan getaran pegas teredam disajikan dalam bentuk persamaan diferensial biasa orde dua. Pada skripsi ini, persamaan getaran pegas teredam diselesaikan dengan menggunakan metode analitik dan metode Runge-Kutta orde 4. Penyelesaian analitik menggunakan metode karakteristik. Penyelesaian dengan Runge-Kutta orde 4 yang dibandingkan dengan solusi analitiknya ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$ menunjukkan bahwa error iterasinya adalah 0 saat $t \in [45,50]$, dan ketika $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$ kurang dari atau sama dengan 5.4×10^{-15} saat $t \in [35, 50]$. Disimpulkan bahwa metode Runge-Kutta orde 4 dalam penelitian ini dikategorikan sebagai salah satu metode yang masih bisa mendekati solusi analitiknya. Untuk penelitian selanjutnya disarankan agar menggunakan metode Runge-Kutta yang berorde lebih tinggi.

ABSTRACT

Huzaimah. 2016. **Analytical Methods and Methods of Runge-Kutta Orde 4 in Solving Equations of Elastic Vibrations Damped**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, the State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisor: (I) Ari Kusumastuti M.Pd, M.Si (II) Abdul Aziz, M.Si.

Keywords: Differential Equations, Equations of Vibration, Analytical Methods, Method Runge-Kutta Order 4.

Equations of elastic vibrations damped is presented in the form of second order of ordinary differential equations. In this thesis, Equations of elastic Vibrations Damped is solved using the analytical method and the Runge-Kutta order 4 method and Completion of the analytical method characteristic. Completion of the Runge-Kutta order 4 is compared with analytic solutions when $m = 1.5$ $b = 0.9$ $k = 26.8$ indicated that the iteration error is 0 $t \in [45{,}50]$ and when $m = 2.5$ $b = 2.9$ $k = 27.8$ is less than or equal to 5.4×10^{-15} when $t \in [35, 50]$. It was concluded that the Runge-Kutta order 4 method of this study is categorized as one of the methods that can approach the analytical solution. Further research will be suggested that using the Runge-Kutta method in higher order.

ملخص

خزيمة. 2016. **الطرق التحليلية وطرق رونج كوتا اوردى 4 في حل المعادلات الاهتزازات الأجسام المرنة المغمورة.** بحث جامعى. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة الإسلامية الاسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: 1) آري كوسومستوتى، الماجستيرة و2) عبد العزيز، الماجستير
كلمات الرئيسية: المعادلات التفاضلية، معادلات الاهتزاز، الطرق التحليلية، طريقة رونج كوتا اوردى 4.

المعادلات الاهتزازات زغردة المغمورة يرد في شكل أمر المعادلات التفاضلية العادية الثانية. في هذه البحث الجامعى، والربيع ثبط معادلة اهتزاز حلها باستخدام المنهج التحليلي والمنهج رونج كوتا اوردى 4. الانتهاء من سمات المنهج التحليلي. تتم مقارنة الانتهاء من ترتيب رونج كوتا 4 مع حلول تحليلية عندما $m=$ 1.5 $b=0.9$ $k=26.8$ يدل إلى أن الخطأ التكرار هو 0 عندما $t \in [45,50]$ وعندما $m=2.5$ $b=2.9$ $k=27.8$ أقل من أو يساوي 5.4×10^{-15} عندما $t \in [35,50]$. وخلص إلى أن طريقة رونج كوتا اوردى 4 في هذه الدراسة تم تصنيفها على أنها واحدة من الطرق التي تمكن أن نقترب من حل التحليلي. لمزيد من البحث واقترح أن استخدام طريقة رونج كوتا من نظام العالي.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Getaran dapat didefinisikan sebagai gerak bolak balik suatu benda yang terjadi secara periodik atau berkala yaitu gerak benda tersebut berulang-ulang pada selang waktu yang tetap. Getaran telah menjadi salah satu fenomena fisis yang penting. Prinsip getaran banyak diterapkan pada alat-alat yang digunakan manusia. *Getaran berhubungan dengan gerak osilasi benda dan gaya yang berhubungan dengan gerak tersebut.* Semua benda yang mempunyai massa dan elastisitas mampu bergetar, jadi kebanyakan mesin dan struktur rekayasa (*engineering*) mengalami getaran sampai derajat tertentu dan rancangannya memerlukan pertimbangan sifat osilasi dari getaran tersebut (Soedojo, 1999).

Salah satu getaran yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari adalah getaran pada pegas. Getaran pada pegas akan terjadi jika terdapat gaya yang bekerja pada pegas tersebut. Beberapa gaya yang mempengaruhi getaran pada pegas yaitu gaya gravitasi bumi, gaya tarik pegas, gaya gesek dan gaya luar (Dafik, 1999).

Getaran pada pegas dapat dibedakan menjadi gerak harmonik sederhana, gerak harmonik teredam, dan gerak harmonik teredam dengan faktor luar. Gerak harmonik sederhana adalah getaran benda yang terjadi secara terus menerus dan tidak terdapat faktor hambatan atau redaman. Gerak harmonik sederhana juga dapat diartikan sebagai suatu sistem yang bergetar dimana gaya pemulih berbanding lurus dengan negatif simpangannya. Gaya pemulih merupakan gaya yang bekerja dalam arah mengembalikan massa ke posisi setimbangnya. Akan tetapi, pada kenyataannya suatu getaran pada benda tidak akan terjadi secara terus menerus karena terdapat faktor hambatan berupa gaya gesek udara dan faktor internal yang menyebabkan getaran yang terjadi perlahan-lahan berkurang terhadap waktu dan akhirnya berhenti, getaran benda yang demikian biasanya disebut sebagai gerak harmonik teredam (Giancoli, 1997).

Getaran pada pegas merupakan salah satu contoh getaran harmonik teredam. fenomena getaran pada pegas banyak dikaji oleh para peneliti. Berbagai model matematika dikontruksi untuk menggambarkan sifat fisis dari getaran tersebut. Osilasi merupakan suatu sifat getaran yang sangat menarik untuk dikaji. Osilasi terjadi ketika sistem kesetimbangan suatu getaran diganggu sehingga menimbulkan gerakan periodik. Suatu persamaan yang mendeskripsikan gaya pada pegas dengan peredam dan osilasi melibatkan massa beban m, konstanta redaman b dan k adalah modulus pegas (Wijayanto, 2009).

Teknologi getaran juga banyak dikaji di dalam al-Qur’an. Salah satunya yaitu terdapat dalam surat al-Anfaal/8:2, yang berbunyi:

إِنَّمَا ٱلْمُؤْمِنُونَ ٱلَّذِينَ إِذَا ذُكِرَ ٱللَّهُ وَجِلَتْ قُلُوبُهُمْ وَإِذَا تُلِيَتْ عَلَيْهِمْ ءَايَٰتُهُۥ زَادَتْهُمْ إِيمَٰنًا وَعَلَىٰ رَبِّهِمْ يَتَوَكَّلُونَ ٢

*Artinya: “Sesungguhnya orang-orang yang beriman itu adalah mereka yang apabila disebut nama Allah Swt. gemetarlah hati mereka, dan apabila dibacakan kepada mereka ayat-ayat-Nya bertambahlah iman mereka (karenanya) dan kepada Tuhan-lah mereka bertawakkal” (*QS. Al-Anfaal/8:2).

Rasulullah Saw. menyebutkan: “kadang naik kadang turun”. Agar iman seseorang tidak naik turun maka orang itu harus memperbanyak beramal shaleh, serta menjaga perkataannya (Al-Khalaal, 2013). Ali Ibnu Talhah telah meriwayatkan dari Ibnu

Abbas bahwa orang-orang munafik itu tiada sesuatu pun dari sebutan nama Allah Swt. yang dapat mempengaruhi hati mereka untuk mendorong mereka mengerjakan hal-hal yang diwajibkan-Nya. Mereka sama sekali tidak beriman kepada ayat-ayat Allah Swt., tidak bertawakal, tidak sholat apabila sendirian dan tidak menunaikan zakat harta bendanya. Maka Allah Swt. menyebutkan bahwa mereka bukan orang-orang yang beriman (Ibnu Katsir, 2016).

Persamaan getaran dinyatakan dalam persamaan diferensial biasa. Karakteristik persamaan diferensial biasa umumnya dapat diselesaikan menggunakan metode analitik. Namun, pada bentuk kompleks persamaan diferensial biasa tidak dapat dengan mudah ditentukan penyelesaian analitiknya. Oleh karena itu, dikembangkan berbagai metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode numerik merupakan metode hampiran yang pasti memiliki galat. Suatu metode numerik mungkin sangat akurat apabila digunakan untuk menyelesaikan masalah tertentu, namun belum tentu tepat untuk menyelesaikan masalah lain.

Metode Runge-Kutta orde 4 merupakan metode numerik yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Berdasarkan ekspansi fungsi dari deret Taylor, metode Runge-Kutta orde 4 memiliki galat pemotongan yang minimum sehingga menghasilkan solusi yang baik. Ketelitian solusi suatu metode numerik pada umumnya juga bergantung pada ukuran langkah yang digunakan. Semakin kecil ukuran langkah yang digunakan akan diperoleh solusi yang semakin baik. Namun, dengan memperkecil ukuran langkah mengakibatkan komputasi yang dilakukan semakin berat.

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan sebelumnya, pada penelitian ini akan diselesaikan persamaan getaran pegas teredam dengan metode analitik dan metode Runge-Kutta Orde empat. Hasil penyelesaian tersebut akan dibandingkan, sehingga diketahui perbedaan kedua metode untuk menyelesaikan masalah getaran pegas teredam. Dengan demikian pada skripsi ini diambil judul "Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 Pada Persamaan Getaran Pegas Teredam".

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana penyelesaian persamaan getaran pegas teredam dengan metode analitik?
2. Bagaimana penyelesaian persamaan getaran pegas teredam dengan metode Runge-Kutta orde 4?
3. Bagaimana perbandingan penyelesaian persamaan getaran pegas teredam metode Runge-Kutta orde 4 terhadap metode analitik?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

1. Menentukan penyelesaian persamaan getaran pegas teredam dengan metode analitik.
2. Menentukan penyelesaian persamaan getaran pegas teredam dengan metode Runge-Kutta orde 4.

3. Mengetahui perbandingan penyelesaian persamaan getaran pegas teredam metode Runge-Kutta orde 4 terhadap metode analitik.

1.4 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah model persamaan diferensial biasa diambil dari fenomena getaran pada pegas teredam yaitu:

1. $m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$ (Hanifah, 2013).
2. Karena batasan masalahnya adalah pegas teredam $(b^2 - 4mk < 0)$ maka dipilih m =1.5, $b = 0.9$, k =26.8 dan $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$. (Faridah, 2015)

1.5 Manfaat Penelitian

Hasil penelitian ini diharapkan memberi manfaat sebagai berikut:

1. Menemukan solusi analitik dan solusi numerik dengan Runge-Kutta orde 4 dari model getaran pegas teredam.
2. Memperoleh informasi mengenai keabsahan metode Runge-Kutta orde 4 sebagai solusi pendekatan untuk model getaran pegas teredam.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Analisis metode analitik untuk persamaan getaran pegas teredam

2. Analisis metode Runge-Kutta orde 4 untuk persamaan getaran pegas teredam dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Mereduksi persamaan diferensial biasa orde dua menjadi sistem persamaan diferensial linier orde satu.
   b. Menentukan partisi ukuran langkah metode Runge-Kutta orde 4.
   c. Menggambar grafik dengan menggunakan program MATLAB untuk kedua kasus pada $t \in [0,50]$.
3. Simulasi dan hasil perbandingan metode Runge-Kutta terhadap solusi analitiknya.
4. Interpretasi dan pembahasan

1.7 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab terdiri dari beberapa subbab yang dirinci sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini akan menyajikan metode-metode yang mendukung penelitian dan pembahasan yaitu analisis getaran pada pegas, kaidah solusi analitik persamaan diferensial biasa, deret Taylor, dan metode Runge Kutta Orde 4.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini menguraikan keseluruhan langkah yang disebutkan dalam metode penelitian.

Bab IV Penutup

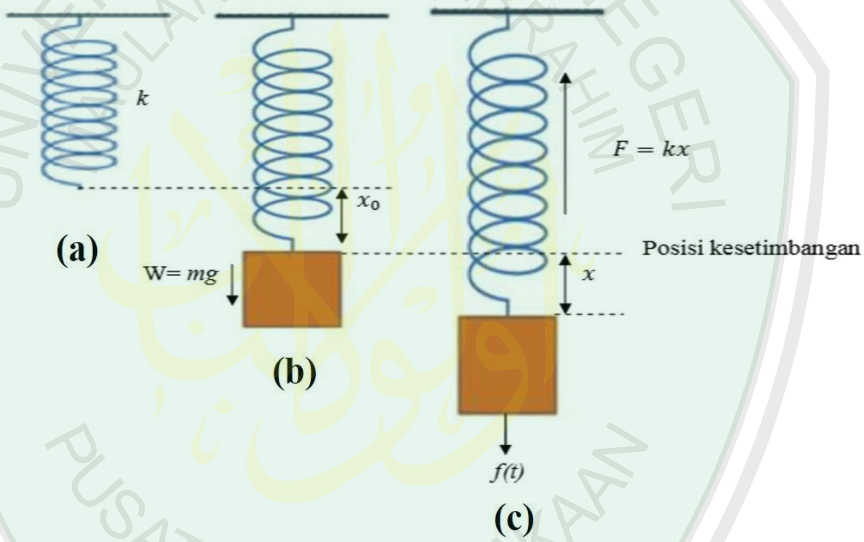
Pada bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan serta saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Analisis Getaran pada Pegas

Pada bagian ini akan dilakukan analisis secara matematik getaran pada pegas yang dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 2.1 Pegas Vertikal (a) tanpa beban; (b) dengan beban dan mencapai posisi kesetimbangan dan (c) dengan beban dan terdapat suatu gaya tarik *f(t)* (Sumber: Hanifah, 2013).

Berdasarkan Gambar 2.1 (a) di atas dapat dijelaskan bahwa pegas tergantung secara vertikal dan tidak terdapat beban sehingga pegas tidak mengalami peregangan. Sedangkan Gambar 2.1 (b) dapat dijelaskan bahwa pegas tergantung dalam keadaan vertikal dan terdapat beban yang tergantung pada ujung pegas. Dalam keadaan ini pegas teregang dan mengalami pertambahan panjang sebesar x_0 serta mencapai posisi kesetimbangan. Pegas yang telah mencapai posisi kesetimbangan selanjutnya ditarik atau disimpangkan sejauh *x* seperti pada gambar 2.1 (c). Dalam keadaan ini gaya yang bekerja pada benda adalah:

$$F = -kx \tag{2.1}$$

Persamaan (2.1) merupakan bentuk dari hukum Hooke. Tanda negatif pada persamaan (2.1) menunjukkan bahwa gaya yang bekerja pada benda selalu berlawanan arah dengan arah simpangannya dan posisi setimbang adalah pada saat x sama dengan 0. Hukum Hooke tidak hanya berlaku pada pegas tetapi untuk osilasi benda padat lainnya, sehingga hukum ini mempunyai penerapan yang luas, meski hanya valid untuk rentang nilai tertentu dari F dan x (Giancoli, 2014).

Hukum newton kedua menyatakan bahwa $F = ma$, sehingga apabila persamaan (2.1) disubstitusikan ke dalam $F = ma$ maka didapatkan:

$$-kx = ma \tag{2.2}$$

Dengan menggantikan $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ dalam persamaan (2.2), maka didapatkan:

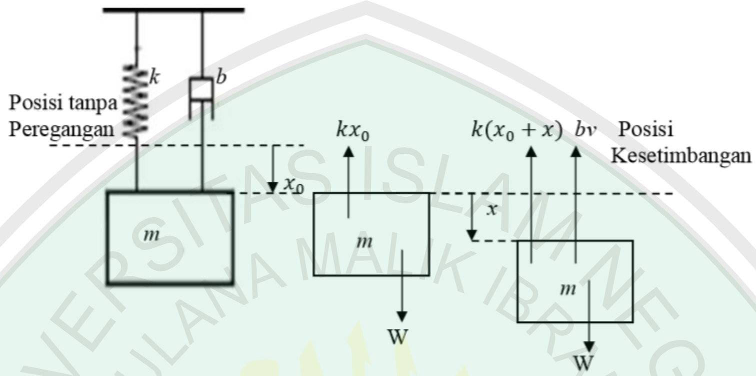
$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

yaitu:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \tag{2.3}$$

Persamaan (2.3) dikenal sebagai persamaan differensial gerak harmonik sederhana (Sutrisno, 1997).

Gerak harmonik teredam merupakan gerak benda yang dipengaruhi oleh gaya penghambat atau peredam yang menyebabkan amplitudo getaran berkurang secara perlahan terhadap waktu sampai akhirnya berhenti. Gaya penghambat atau redaman ini dapat berupa gaya gesek udara maupun faktor internal pada sistem (Giancoli, 1997).



Gambar 2.2 Sistem Pegas Massa Teredam dan Diagram Benda Bebas
(Sumber: Hanifah, 2013)

Ketika suatu beban bermassa m dikaitkan atau digantungkan pada sebuah pegas vertikal, maka akan menyebabkan pegas akan teregang dan mengalami pertambahan panjang sebesar x_0 serta mencapai posisi kesetimbangan. Gaya yang bekerja pada benda adalah kx_0 sama dengan W. W adalah usaha dari beban bermassa m yang menyebabkan pegas teregang. Dengan demikian didapatkan

$$kx_0 = W = mg \tag{2.4}$$

Menurut pada saat pegas telah mencapai posisi kesetimbangan, selanjutnya pegas ditarik atau disimpangkan dalam arah ke bawah sejauh x. Pada gambar dapat dilihat bahwa terdapat redaman b yang biasanya menyebabkan gerak getaran yang terjadi pada pegas perlahan berkurang terhadap waktu dan akhirnya berhenti. Dengan demikian, gaya yang bekerja pada beban bermassa m adalah $k(x_0+x), bv$ dan W.

Menurut hukum Newton kedua yaitu:

$$\sum F = ma$$

$$W - k(x_0 + x) - bv = ma$$

$$W - k\Delta - k_x - bv = ma \tag{2.5}$$

Persamaan (2.4) disubtitusikan ke dalam persamaan (2.5), sehingga didapatkan:

$$W - W - kx - bv = ma$$

$$-kx - bv = ma \tag{2.6}$$

dengan *b* adalah konstanta positif dan *v* adalah kecepatan benda.

Jika $a = \frac{d^2x}{dt^2}$, dan $v = \frac{dx}{dt}$ disubstitusikan ke dalam persamaan (2.6) maka didapatkan:

$$-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

atau

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \tag{2.7}$$

Persamaan (2.7) merupakan bentuk persamaan getaran pada pegas teredam (Hanifah, 2013).

Berdasarkan persamaan karakteristik dari persamaan (2.7) terdapat tiga kasus untuk persamaan gerak teredam karena b berada dalam selang interval nol sampai tak hingga, sehingga $b^2 - 4km$ dapat bernilai positif, negatif dan nol. Tiga kasus untuk sistem dengan redaman adalah sebagai berikut (Halliday, (2010):

a. Redaman superkritis (*overdamping*, $b^2 > 4km$), pada kasus ini peredam sedemikian besar sehingga sistem tidak akan berosilasi.

b. Redaman subkritis (*underdamped*, $b^2 < 4km$), pada kasus ini sistem akan berosilasi dengan amplitudo yang semakin berkurang dengan bertambahnya waktu.

c. Redaman kritis (*critical damped*, $b^2 = 4km$), pada kasus ini kesetimbangan dicapai dengan cepat.

2.2 Penelitian Terdahulu

Hanifah (2013) menganalisis model getaran pegas teredam pada persamaan (2.7) dengan metode Adams-Basforth-Moulton dan Runge-Kutta. Pada metode Adams-Basforth-Moulton dilakukan prediksi dengan skema Adams-Bashforh orde tiga yang didekati dengan polinomial interpolasi kuadratik. Sementara itu, pada proses koreksi digunakan skema Adams-Moulton orde empat yang didekati dengan interpolasi kubik. Berdasarkan hasil simulasi menggunakan beberapa perlakuan dengan parameter yang berbeda, diambil kesimpulan bahwa sistem akan semakin cepat mencapai posisi kesetimbangan ketika massa beban dan nilai redaman yang diberikan semakin besar sedangkan nilai kecepatan awal yang diberikan semakin kecil. Berdasarkan waktu komputasi dan galat yang dihasilkan, metode Runge-Kutta memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan metode Adams-Basforth-Moulton. Adapun saran dari penelitian tersebut adalah ada metode lain yang dapat digunakan untuk menganalisis model getaran pegas teredam.

Faridah (2015) menganalisis model getaran pegas teredam pada persamaan (2.7) dengan metode RKG dan Milne. Hasil penyelesaian numerik yang diperoleh dengan menggunakan kedua metode tersebutselanjutnya dianalisis untuk mengetahui profil getaran pegas teredam. Simulasi program dilakukan dengan memvariasikan nilai redaman, massa beban, posisi awal dan kecepatan awal. Kesimpulan dari penelitian tersebut adalah galat yang dihasilkan oleh metode RKG lebih kecil dari metode Milne. Untuk penelitian selanjutnya disarankan agar menggunakan metode numerik lainnya yang berorde lebih tinggi.

2.3 Metode Analitik untuk Menyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Linear Homogen.

Bentuk umum persamaan diferensial linear homogen orde dua dengan koefisien konstan adalah:

$$ax'' + bx' + cx = 0 \qquad (2.8)$$

dengan $a \neq 0$, b, dan c adalah konstanta riil, maka solusi umum dari persamaan (2.8) adalah:

$$x = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

dimana $c_1$dan c_2 adalah konstan.

Selanjutnya jika $x = e^{mt}$ disubtitusikan pada persamaan (2.8) maka diperoleh:

$$am^2 e^{mt} + bme^{mt} + ce^{mt} = 0$$

$$(am^2 + bm + c)e^{mt} = 0$$

Karena e^{mt} tidak mungkin sama dengan nol, maka kita bisa membagi persamaan di atas dengan e^{mt}, sehingga diperoleh:

$$am^2 + bm + c = 0 \qquad (2.9)$$

Akibatnya $x = e^{mt}$ adalah solusi untuk persamaan (2.8) jika dan hanya jika m memenuhi persamaan (2.9). persamaan (2.9) disebut sebagai persamaan karakteristik, dan akar-akar persamaan karakteristiknya adalah sebagai berikut:

$$m_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{2.10}$$

Ada tiga kemungkinan nilai akar-akar m yaitu sebagai berikut:

1. Jika $b^2 - 4ac > 0$, maka kedua akar persamaan kuadrat (2.9) adalah sebagai berikut:

$$m_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dengan $m_1 \neq m_2$ dan $m_1, m_2 \in R$ yang berarti kedua akar tersebut merupakan bilangan real yang berbeda. Oleh karena itu, solusi umum dari persamaan (2.8) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = c_1 e^{m_1 t} + c_2 e^{m_2 t} \tag{2.11}$$

$$= c_1 e^{-\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} t} + c_2 e^{-\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} t} \tag{2.12}$$

2. Jika $b^2 - 4km = 0$, maka diperoleh akar-akar persamaan (2.9) adalah sebagai berikut:

$$m_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{0}$$

yang berarti akar-akar tersebut merupakan bilangan real kembar. Oleh karena itu, solusi umum dari persamaan (2.8) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = c_1 e^{mt} + c_2 t e^{mt} \tag{2.13}$$

$$= c_1 e^{-\frac{b}{2a}t} + c_2 t e^{-\frac{b}{2a}t} \tag{2.14}$$

3. Jika $b^2 - 4ac < 0,$ maka akar-akar persamaan (2.9) berupa bilangan kompleks yang dinyatakan sebagai berikut:

$$m_{1,2} = p + qi$$

dimana

$$p = \frac{-b}{2a} \text{ dan } q = \frac{\sqrt{|b^2-4ac|}}{2a} \tag{2.15}$$

Oleh karena itu, solusi umum dari persamaan (2.8) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = c_1 e^{(p+qi)t} + c_2 e^{(p+qi)t} \tag{2.16}$$

Berdasarkan rumus Euler yaitu $e^{it} = \cos t + i \sin t,$ maka bentuk trigonometri persamaan (2.16) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = e^{pt}(c_1 \cos qt + c_2 \sin qt\,) \tag{2.17}$$

$$= e^{\frac{-b}{2a}t}\left(c_1 \cos \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a} t + c_2 \sin \frac{\sqrt{|b^2 - 4ac|}}{2a} t\right) \tag{2.18}$$

(Kusumaryanto, 2013)

2.4 Deret Taylor

Deret Taylor adalah ekspansi fungsi yang didasarkan pada turunan-turunan yang meningkat secara kontinyu. Suatu fungsi $f(x)$ yang bergantung hanya pada satu variabel bebas $x,$ nilai fungsi pada titik $x + h$ dapat didekati dengan deret Taylor sebagai berikut:

$$f(x_0 + h) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{h^k}{k!} f^{(k)}(x_0) \quad (2.19)$$

dimana x_0 adalah suatu nilai dasar (nilai awal) dari variabel bebas x, h adalah jarak antara x_0 dan titik x dimana nilai dari fungsi dihitung, sehingga $h = x - x_0$, $n!$ adalah faktorial dari n [$n! = n(n-1)(n-2) \dots 1$], dan $0! = 1$. Persamaan di atas dapat digunakan dengan jumlah suku yang terbatas untuk mendapatkan pendekatan fungsi yang dievaluasi pada $(x_0 + h)$. Order pendekatan ditentukan oleh order turunan yang paling tinggi dari pengembangan deret Taylor (Argo, 2010).

Deret Taylor memegang peranan yang sangat penting dalam analisis numerik. terutama penyelesaian persamaan diferensial. Dengan deret Taylor kita dapat menentukan nilai suatu fungsi di titik x jika nilai fungsi di titik x_0 yang berdekatan dengan titik x diketahui .

Bentuk umum persamaan deret Taylor adalah (Conte dan Boor, 1993):

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + f'(x_i)\frac{\Delta x}{1!} + f''(x_i)\frac{\Delta x^2}{2!} + f'''(x_i)\frac{\Delta x^3}{3!} + \cdots + f^n(x_i)\frac{\Delta x^n}{n!} + R_n \quad (2.20)$$

dengan:

$f(x_i)$: fungsi di titik x_i

$f(x_{i+1})$: fungsi di titik x_{i+1}

f', f'', f^n : turunan pertama, kedua, ..., ke n dari fungsi

Δx : jarak antara x_i dan x_{i+1}

R_n : kesalahan pemotongan

! : operator faktorial

2.5 Metode Runge-Kutta Orde 4

Menurut Triatmojo (2002) dalam Hanifah (2013), metode Runge-Kutta merupakan metode satu langkah yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan dari fungsi. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta adalah:

$$x_{i+1} = x_i + \Phi(t_i, x_i, h)h \tag{2.21}$$

dengan $\Phi(t_i, x_i, h)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama x_i ke nilai baru x_{i+1} sepanjang interval h.

Metode Runge-Kutta yang sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial adalah metode Runge-Kutta orde 4. Metode Runge-Kutta orde 4 merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta yang berorder di bawahnya.

Metode Runge-Kutta orde 4 mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + (w_1k_1 + w_2k_2 + w_3k_3 + w_4k_4)h \tag{2.22}$$

dengan

$$k_1 = f(t_i, x_i) \tag{2.23}$$

$$k_2 = f(t_i + a_1 h, x_i + b_1 k_1), \tag{2.24}$$

$$k_3 = f(t_i + a_2 h, x_i + b_2 k_1 + b_3 k_2), \tag{2.25}$$

$$k_4 = f(t_i + a_3 h, x_i + b_4 k_1 + b_5 k_2 + b_6 k_3), \tag{2.26}$$

Adapun koefisien yang termuat dalam persamaan (2.23) sampai dengan (2.26) ditentukan sesuai deret Taylor orde 4 sehingga diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
&b_1 = a_1 \\
&b_2 + b_3 = a_2 \\
&b_4 + b_5 + b_6 = a_3 \\
&w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1 \\
&w_2 a_1 + w_3 a_2 + w_4 a_3 = \frac{1}{2} \\
&w_2 {a_1}^2 + w_3 {a_2}^2 + w_4 {a_3}^2 = \frac{1}{3} \\
&w_2 {a_1}^3 + w_3 {a_2}^3 + w_4 {a_3}^3 = \frac{1}{4} \\
&w_3 a_1 b_3 + w_4 (a_1 b_5 + a_2 b_6) = \frac{1}{6} \\
&w_3 a_1 a_2 b_3 + w_4 a_3 (a_1 b_5 + a_2 b_6 = \frac{1}{8} \\
&w_3 {a_1}^2 b_3 + w_4 ({a_1}^2 b_5 + {a_2}^2 b_6) = \frac{1}{12}
\end{aligned} \tag{2.27}$$

$$w_4 a_1 b_3 b_6 = \frac{1}{24}$$

Sistem persamaan (2.27) memuat 11 persamaan dan 13 variabel yang tidak diketahui. Digunakan dua kondisi tambahan agar sistem tersebut dapat diselesaikan yaitu:

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad b_2 = 0. \tag{2.28}$$

Diperoleh solusi dari sistem persamaan (2.27) adalah sebagai berikut:

$$\begin{gathered} a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = 1, b_1 = \frac{1}{2}, b_3 = \frac{1}{2}, b_4 = 0, b_5 = 0, b_6 = 1 \\ w_1 = \frac{1}{6}, w_2 = \frac{1}{3}, w_3 = \frac{1}{3}, w_4 = \frac{1}{6} \end{gathered} \tag{2.29}$$

Nilai pada persamaan (2.28) dan (2.29) disubtitusikan pada persamaan (2.22) sampai dengan (2.26) sehingga diperoleh formula standart metode Runge-Kutta orde 4 sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + \tfrac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \tag{2.30}$$

dimana,

$$k_1 = f(t_i, x_i) \tag{2.31}$$

$$k_2 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_1) \tag{2.32}$$

$$k_3 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_2) \tag{2.33}$$

$$k_4 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_3) \tag{2.34}$$

(Mathews,1999)

2.6 Kajian Getaran dalam Islam

Doa adalah permohonan kepada Allah Swt. yang disertai kerendahan diri untuk mendapatkan suatu kebaikan dan kemaslahatan yang berada di sisi-Nya. Sedangkan sikap *khusu'* dan *tadharru'* dalam menghadapkan diri kepada-Nya merupakan hakikat pernyataan seorang hamba yang sedang mengharapkan sesuatu yang dimohonkan. Itulah pengertian doa secara syar'i yang sebenarnya. Al-Qur'an juga memberikan penjelasan bahwa orang-orang yang taat melakukan ibadah senantiasa mengadakan pendekatan kepada Allah Swt. dengan memanjatkan doa yang disertai keikhlasan hati yang mendalam. Sebuah doa akan cepat dikabulkan Allah Swt. apabila disertai dengan keikhlasan hati dan berulangkali dipanjatkan dan doa yang dijanjikan Allah Swt. akan diterima adalah doa yang disertai amal usaha disamping *khusu'* dan *tawadhu'*.

Sedangkan menurut Abu Sa'id Al-Khudriy ra, Rasulullah Saw. bersabda:

مَا مِنْ مُسْلِمٍ يَدْعُو بِدَعْوَةٍ لَيْسَ فِيهَا إِثْمٌ ، وَلاَ قَطِيعَةُ رَحِمٍ ، إِلاَّ أَعْطَاهُ اللَّهُ بِهَا إِحْدَى ثَلاَثٍ : إِمَّا أَنْ تُعَجَّلَ لَهُ دَعْوَتُهُ ، وَإِمَّا أَنْ يَدَّخِرَهَا لَهُ فِي الآخِرَةِ ، وَإِمَّا أَنْ يَصْرِفَ عَنْهُ مِنَ السُّوءِ مِثْلَهَا قَالُوا : إِذًا نُكْثِرُ ، قَالَ : اللَّهُ أَكْثَرُ.

Artinya: Tidaklah seorang muslim memanjatkan doa kepada Allah Swt. selama tidak mengandung dosa dan memutuskan silaturahmi (antar kerabat), melainkan Allah Swt. akan memberi padanya tiga hal: a). Allah Swt. akan segera mengabulkan doanya, b). Allah Swt. akan menyimpan baginya di akhirat kelak, c). Allah Swt. akan menghindarkan darinya kejelekan yang semisal."

Permohonan kepada Allah Swt. dapat ditempuh dengan lisan. Tetapi paling penting adalah doa membutuhkan penggabungan antara dimensi batiniah dan lahiriah (laten dan manifesto) metafisik dan fisik (Al-Maraghi, 1974). Allah Swt. berfirman dalam surat al-A'raf/7:55-56 sebagai berikut:

ٱدْعُوا۟ رَبَّكُمْ تَضَرُّعًا وَخُفْيَةً ۚ إِنَّهُۥ لَا يُحِبُّ ٱلْمُعْتَدِينَ ﴿٥٥﴾ وَلَا تُفْسِدُوا۟ فِى ٱلْأَرْضِ بَعْدَ إِصْلَـٰحِهَا

وَٱدْعُوهُ خَوْفًا وَطَمَعًا ۚ إِنَّ رَحْمَتَ ٱللَّهِ قَرِيبٌ مِّنَ ٱلْمُحْسِنِينَ ﴿٥٦﴾

Artinya: "Berdoalah kepada Tuhanmu dengan berendah diri dan suara yang lembut. Sesungguhnya Allah Swt. tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas. Dan janganlah kamu membuat kerusakan di muka bumi, sesudah (Allah Swt.) memperbaikinya dan berdoalah kepada-Nya dengan rasa takut (tidak akan diterima) dan harapan (akan dikabulkan). Sesungguhnya rahmat Allah Swt. amat dekat kepada orang-orang yang berbuat baik"(QS. Al-A'raf/7:55-56).

Allah Swt. memberikan petunjuk kepada hamba-hamba-Nya agar mereka berdoa memohon kepada-Nya untuk kebaikan urusan dunia dan akhirat mereka, yaitu dengan mengucapkan doa dengan penuh perasaan, rendah diri, penuh harap dan dengan suara yang lemah lembut. Allah Swt. memuji kepada Zakaria, karena Zakaria merahasiakan doa-doanya dari hamba-hamba Allah Swt. yang lain. Memurnikan doanya itu kepada Allah Swt. dan mengkhususkan doanya itu hanya kepada-Nya (Al-Maraghi, 1974). Sesungguhnya Allah Swt. itu tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas, yaitu orang yang melanggar apa yang diperintahkan kepada mereka. Hal tersebut semakna dengan firman Allah Swt. dalam surat al-Maidah/5:87 yang berbunyi:

يَـٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُوا۟ لَا تُحَرِّمُوا۟ طَيِّبَـٰتِ مَآ أَحَلَّ ٱللَّهُ لَكُمْ وَلَا تَعْتَدُوٓا۟ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ لَا يُحِبُّ ٱلْمُعْتَدِينَ

﴿٨٧﴾

Artinya: Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu haramkan apa-apa yang baik yang telah Allah Swt. halalkan bagi kamu, dan janganlah kamu melampaui batas. Sesungguhnya Allah Swt. tidak menyukai orang-orang yang melampaui batas (QS. Al-Maidah/5:87).

Sikap melampaui batas yakni melewati batas-batas ketentuan segala sesuatu. Sikap melewati batas-batas ketentuan ini biasanya terjadi pada perbuatan dzalim dan maksiat. Orang-orang yang melampaui batas adalah orang-orang yang tidak beriman kepada risalah nabi Muhammad Saw, mendustakan-Nya dan berdusta kepada-Nya.

Pada surat al-A'raf/7:56 dijelaskan bahwa orang yang berdoa kepada Allah Swt. harus dalam keadaan takut dan berharap. Takut akan tertimpa sesuatu yang tidak disukai dan berharap akan bisa memperoleh sesuatu yang diidam-idamkan atau diinginkan. Doa adalah otak dari ibadah, apabila syarat dan tata cara atau adabnya sempurna tentulah besar harapan doa itu akan diperkenankan oleh Allah Swt.. Rahmat Allah Swt. itu dekat kepada orang yang berbuat baik, orang yang mengerjakan amal dengan tulus ikhlas dan dilakukan dengan sebaik-baiknya (As-Shiddieqy, 2000). Karena balasan itu adalah sejenis dengan amal perbuatan sebagaimana firman Allah Swt.:

هَلْ جَزَآءُ ٱلْإِحْسَٰنِ إِلَّا ٱلْإِحْسَٰنُ ٦٠

Artinya: "Tidak ada balasan kebaikan kecuali kebaikan (pula)"(QS. Ar-Rahman/55:60).

Maka barang siapa melaksanakan ibadah dengan baik, dia akan memperoleh pahala yang baik pula. Orang yang berbuat baik lebih dekat doa mereka untuk dikabulkan dibandingkan orang-orang yang berbuat jahat (Al-Jazairi, 2007).

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dipaparkan penyelesaian secara analitik dan penyelesaian secara numerik model getaran pegas teredam. Penyelesaian secara analitik diperoleh dengan menggunakan metode karakteristik yang dipaparkan pada subbab 3.1**.** Selanjutnya, pada subbab 3.2 dianalisis metode Runge-Kutta orde 4. Hasil penyelesaian analitik dan penyelesaian numerik selanjutnya dibandingkan pada subbab 3.3. Sementara itu, pada bagian akhir yaitu subbab 3.4 akan dibahas integrasi antara doa dan getaran dalam Islam.

3.1 Penyelesaian Analitik Persamaan Getaran Pegas Teredam

Dengan mengingat persamaan getaran pegas teredam pada (2.7) yaitu:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0. \tag{3.1}$$

Dengan $m, b,$ dan k adalah konstanta riil. Digunakan parameter yang merujuk pada penelitian Faridah (2015) yaitu $b = 0.9$, $m = 1.5$, dan $k = 26.8$ sehingga persamaan (3.1) dituliskan sebagai berikut:

$$1.5\frac{d^2x}{dt^2} + 0.9\frac{dx}{dt} + 26.8x = 0. \tag{3.2}$$

Bentuk karakteristik persamaan (3.2) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$1.5a^2 + 0.9a + 26.8 = 0 \tag{3.3}$$

dengan $a \neq 0$. Diskriminan dari persamaan kuadrat (3.3) adalah sebagai berikut:

$$0.9^2 - 4 \cdot 1.5 \cdot 26.8 = -159.99$$

Diperoleh diskriminan $b^2 - 4km < 0$, maka akar-akar persamaan (3.2) berupa bilangan kompleks. Akar-akar dari persamaan karakteristik (3.3) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{1,2} &= \frac{-0.9 \pm \sqrt{0.9^2 - 4 \cdot 1.5 \cdot 26.8}}{2 \cdot 1.5} \\ &= \frac{-0.9 \pm \sqrt{-159.99}}{3} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Diperoleh dua akar kompleks yaitu:

$$a_1 = -0.3 + 4.2162i \text{ dan } a_2 = -0.3 - 4.2162i \tag{3.5}$$

Oleh karena itu, solusi umum dari persamaan (3.2) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = e^{-0.3t}(c_1 \, cos \, 4.2162t + c_2 \, sin \, 4.2162 \, t) \tag{3.6}$$

Digunakan nilai awal $x(0) = 0.56$ dan $x'(0) = 10$, maka dapat ditentukan nilai c_1 dan c_2 sebagai berikut:

$$x(0) = e^0(c_1 \cos 0 + c_2 \sin 0)$$

Sehingga nilai c_1 dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_0 &= c_1 \\ &= 0.56 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Turunan untuk persamaan (3.6) adalah:

$$\begin{aligned} x'(t) = {} & (-0.3c_1 + 4.2162c_2)e^{-0.3t} \cos 4.2162t \\ & + (-4.2162c_1 - 0.3c_2)e^{-0.3t} \sin 4.2162t \end{aligned}$$

Dengan mensubtitusikan nilai turunan awal $x'(0) = 10$ maka dapat diperoleh:

$$10 = 4.2162c_2 - 0.$$

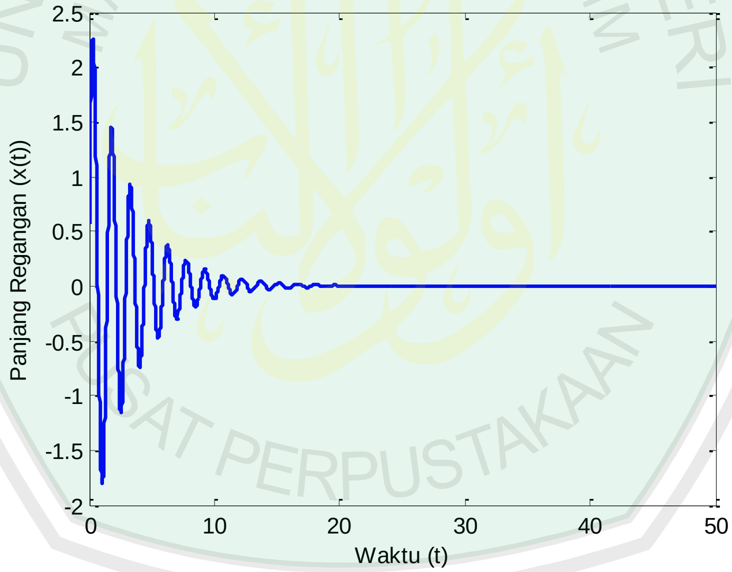
$$3c_1$$

Sehingga diperoleh nilai kostanta $c_2 = 2.41165$.

Dengan demikian, maka diperoleh solusi khusus persamaan (3.2) sebagai berikut:

$$x(t) = e^{-0.3t}(0.56\cos 4.2162t + 2.41165\sin 4.2162\,t) \tag{3.8}$$

Solusi analitik pada persamaan (3.8) digambarkan grafiknya dengan menggunakan program MATLAB sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 3.1 Grafik Solusi Analitik Persamaan Getaran Pegas Teredam ketika $m = 1.5, b = 0.9, k = 26.8$

Berdasarkan Gambar 3.1 dapat terlihat bahwa pegas berosilasi dan mencapai keadaan titik setimbang pada persekitaran waktu $t = 20$. Regangan maksimum yang terjadi mencapai persekitaran nilai 2,3 dan berangsur-angsur mengecil.

Selanjutnya, dengan menggunakan parameter berbeda yang yang merujuk pada Faridah (2015) yaitu $b = 2.9, m = 2.5$ dan $k = 27.8$ maka persamaan (3.1) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$2.5\frac{d^2x}{dt^2} + 2.9\frac{dx}{dt} + 27.8x = 0. \tag{3.9}$$

Bentuk karakteristik persamaan (3.9) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$2.5a^2 + 2.9a + 27.8 = 0 \tag{3.10}$$

dengan $a \neq 0$. Diskriminan dari persamaan kuadrat (3.10) adalah sebagai berikut:

$$2.9^2 - 4 \cdot 2.5 \cdot 27.8 = -269.59$$

Diperoleh diskriminan $b^2 - 4km < 0$, maka akar-akar persamaan (3.9) berupa bilangan kompleks. Akar-akar dari persamaan karakteristik (3.10) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a_{1,2} &= \frac{-2.9 \pm \sqrt{2.9^2 - 4 \cdot 2.5 \cdot 27.8}}{2 \cdot 2.5} \\ &= \frac{-2.9 \pm \sqrt{-269.59}}{5} \end{aligned} \tag{3.11}$$

Diperoleh dua akar kompleks yaitu:

$$a_1 = -0.58 + 3.2838i \text{ dan } a_2 = -0.58 - 3.2838i \tag{3.12}$$

Oleh karena itu, solusi umum dari persamaan (3.2) adalah sebagai berikut:

$$x(t) = e^{-0.58t}(c_1 \cos 3.2838t + c_2 \sin 3.2838\, t) \tag{3.13}$$

Digunakan nilai awal $x(0) = 0.9$ dan $x'(0) = 10$, maka dapat ditentukan nilai c_1 dan c_2 sebagai berikut:

$$x(0) = e^0(c_1 \cos 0 + c_2 \sin 0)$$

Sehingga nilai c_1 dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_0 &= c_1 \\ &= 0.9 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Turunan untuk persamaan (3.6) adalah:

$$\begin{aligned} x'(t) = (-0.58c_1 + 3.28382c_2)e^{-0.58t} \cos 3.2838t \\ + (-3.2838c_1 - 0.58c_2)e^{-0.58t} \sin 3.2838t \end{aligned}$$

Dengan mensubtitusikan nilai turunan awal $x'(0) = 10$ maka dapat diperoleh:

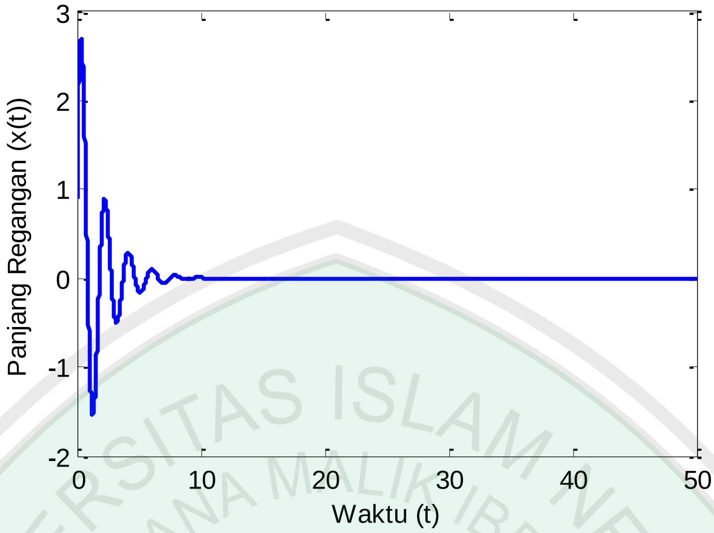
$$10 = 3.2838c_2 - 0.58.0.56$$

Sehingga diperoleh nilai kostanta $c_2 = 3.14416$.

Dengan demikian, maka diperoleh solusi khusus persamaan (3.9) sebagai berikut:

$$x(t) = e^{-0.58t}(2.9 \cos 3.2838t + 3.14416 \sin 3.2838\, t) \tag{3.15}$$

Solusi analitik pada persamaan (3.15) digambarkan grafiknya dengan menggunakan program MATLAB sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:



Gambar 3.2 Grafik Solusi Analitik Persamaan Getaran Pegas Teredam ketika

$m = 2.5, b = 2.9, k = 27.8$

Berdasarkan Gambar 3.2 dapat terlihat bahwa pegas berosilasi dan mencapai keadaan titik setimbang pada persekitaran waktu $t = 10$. Regangan maksimum yang terjadi mencapai persekitaran nilai 2,7 dan berangsur-angsur mengecil.

3.2 Metode Runge-Kutta Orde 4 dalam Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam.

Persamaan (3.1) merupakan persamaan diferensial linier order dua. Agar dapat diselesaikan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4, persamaan (3.1) direduksi menjadi sistem persamaan diferensial linier order satu. Dimisalkan bahwa

$$\frac{dx}{dt} = v, \tag{3.16}$$

sehingga

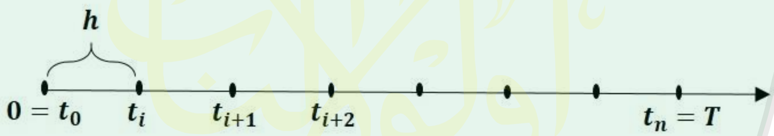
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt}. \tag{3.17}$$

Dengan demikian persamaan (3.1) dapat direduksi menjadi sistem persamaan diferensial orde satu sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, v) = v, \tag{3.18a}$$

$$\frac{dv}{dt} = g(t, x, v) = -\frac{b}{m}v - \frac{k}{m}x. \tag{3.18b}$$

Persamaan (3.18a) dan (3.18b) selanjutnya diselesaikan menggunakan metode Rungge-Kutta orde 4. Interval waktu $[0, T]$ dipartisi sehingga diperoleh titik-titik $t_i = t_0 + ih$ untuk $i = 1,23, \ldots n$ dengan waktu akhir $T = t_n$.



Gambar 3.3 Partisi Ukuran Langkah Metode Runge-Kutta Orde 4

Merujuk pada persaaan (2.30) sampai dengan (2.34) dengan fungsi f pada (3.18a) dan g pada (3.18b) maka diperoleh,

$$k_1 = f(t_i, x_i, v_i)$$

$$= v_i$$

$$l_1 = g(t_i, x_i, v_i)$$

$$= -\frac{b}{m}v_i - \frac{k}{m}x_i$$

$$k_2 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_1, v_i + \frac{1}{2}hl_1)$$

$$= v_i + \frac{1}{2}hl_1$$

$$l_2 = g(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_1, v_i + \frac{1}{2}hl_1)$$

$$= -\frac{b}{m}\left(v_i + \frac{1}{2}hl_1\right) - \frac{k}{m}\left(x_i + \frac{1}{2}hk_1\right)$$

$$k_3 = f(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_2, v_i + \frac{1}{2}hl_2)$$

$$= v_i + \frac{1}{2}hl_2$$

$$l_3 = g(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}hk_2, v_i + \frac{1}{2}hl_2)$$

$$= -\frac{b}{m}\left(v_i + \frac{1}{2}hl_2\right) - \frac{k}{m}\left(x_i + \frac{1}{2}hk_2\right)$$

$$k_4 = f(t_i + h, x_i + hk_3, v_i + hl_3)$$

$$= v_i + hl_3$$

$$l_4 = g(t_i + h, x_i + hk_3, v_i + hl_3)$$

$$= -\frac{b}{m}(v_i + hl_3) - \frac{k}{m}(x_i + hk_3)$$

Sehingga,

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \tag{3.19a}$$

$$v_{i+1} = v_i + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4), \tag{3.19a}$$

Iterasi dilakukan untuk $i = 1$ sampai dengan n sedemikian hingga diperoleh nilai f_i dan g_i, untuk setiap $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Secara umum perhitungan menggunakan skema Rungge-Kutta orde 4 disajikan pada Tabel 3.1:

Tabel 3.1 Skema Rungge Kutta Orde 4 untuk Persamaan Getaran pada Pegas Teredam

$\boldsymbol{t}$	**Iterasi ke-$\boldsymbol{i}$**	**Nilai $\boldsymbol{x_i}$**	**Nilai $\boldsymbol{v_i}$**
t_0	0	x_0	v_0
t_1	1	$x_1 = x_0 + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$	$v_1 = v_0 + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4).$
t_2	2	$x_2 = x_1 + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$	$v_2 = v_1 + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4).$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t_n	n	$x_n = x_{n-1} + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$	$v_n = v_{n-1} + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4).$

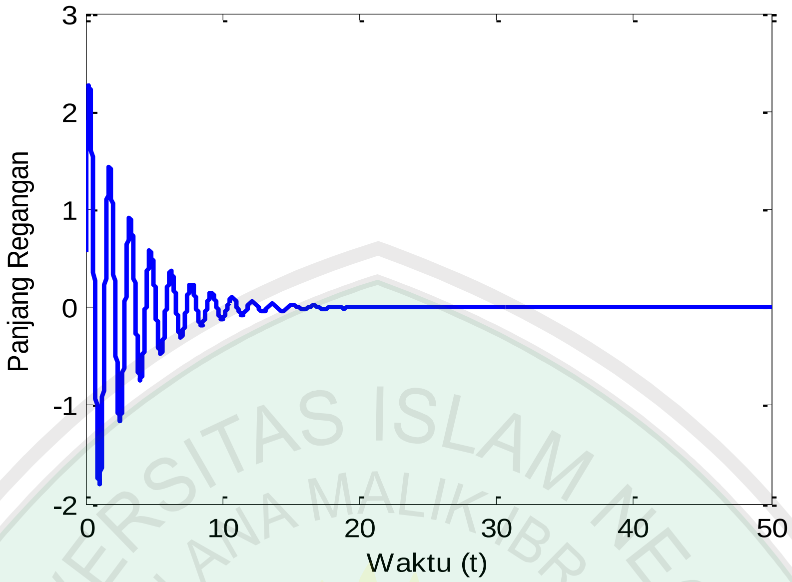
Merujuk pada penelitian Faridah (2015) digunakan nilai parameter $m = 1.5$, $k = 26.8$, $b = 0.9$, nilai awal $x_0 = 0.56$, $v_0 = 10$, dan ukuran langkah $h = 0.1$.

Hasil simulasi menggunakan MATLAB pada interval waktu $[0,50]$ disajikan pada Tabel 3.2:

Tabel 3.2 Nilai Osilasi Pegas Ketika $m = 1,5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$

Waktu$(\boldsymbol{t})$	$\boldsymbol{x_i}$
0	0.56
5	0.348129750669522
10	−0.123235464122171
15	0.016422520628626
20	0.001637313923154
25	−0.001266098936046
30	0.000265274527653
35	−0.000009624807897
40	−0.000010570956733
45	0.000003374635619
50	−0.000000398034537

Grafik Hasil simulasi dengan menggunakan program MATLAB disajikan pada Gambar 3.4 berikut:



Gambar 3.4 Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 ketika ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$

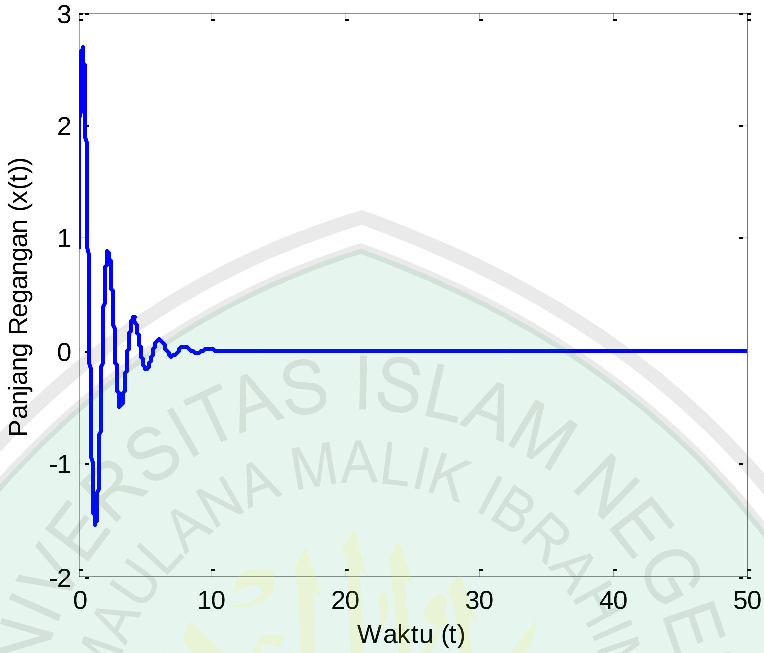
Berdasarkan Gambar 3.3 dapat dilihat bahwa grafik solusi menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 tidak jauh berbeda dengan grafik solusi analitik pada Gambar 3.1. Pegas berosilasi dan regangan maksimum yang dicapai adalah sekitar 2,4. Selanjutnya osilasi berangsur-angsur mengecil dan mencapai keadaan setimbang pada waktu $t < 20$.

Pada kasus yang kedua digunakan parameter yang berbeda yang merujuk pada Faridah (2015) yaitu dengan $m = 2.5$, $b = 2.9$, dan $k = 27.8$, dengan nilai awal $x_0 = 0.9$, $v_0 = 10$ dan ukuran langkah $h = 0.1$. Hasil simulasi menggunakan MATLAB pada interval waktu [0,50] disajikan pada Tabel 3.3

Tabel 3.3 Nilai Osilasi Pegas Ketika $m = 2{,}5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$

Waktu (t)	x_i
0	0.9
5	−0.152600656171030
10	0.009996989970935
15	−0.000371407585276
20	0.000000696526077
25	0.000001066390113
30	−0.000000091010034
35	0.000000004358637
40	−0.000000000087827
45	−0.000000000005874
50	0.000000000000756

Grafik Hasil simulasi dengan menggunakan program MATLAB disajikan pada Gambar 3.4 berikut:



Gambar 3.5 Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 ketika $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$.

Berdasarkan Gambar 3.5 dapat dilihat bahwaPegas berosilasi dan regangan maksimum yang dicapai adalah sekitar 2,7. Selanjutnya osilasi berangsur-angsur mengecil dan mencapai keadaan setimbang pada persekitaran $t = 10$.

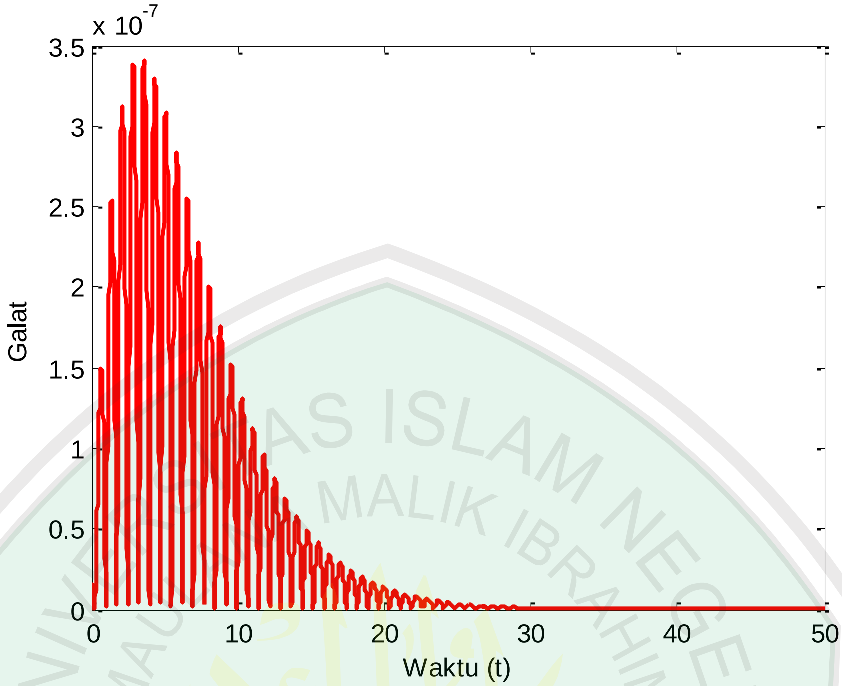
3.3 Perbandingan Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam dengan Menggunakan Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4

Hasil penyelesain dengan menggunakan metode analitik diperoleh solusi umum dan solusi kusus berbentuk persamaan untuk beberapa kondisi redaman. Selanjunya pada persamaan tersebut dikenakan parameter-parameter dan nilai awal tertentu sehingga diperoleh nilai-nilai solusi. Sementara itu, untuk menyelesaikan persamaan getaran pegas teredam menggunakan metode Rungge-Kutta orde 4, parameter-parameter dan nilai awal diinputkan terlebih dahulu sehingga hasil penyelesaiannya bukan merupakan persamaan melainkan nilai-nilai tertentu. Perbandingan hasil penyelesaian dengan metode analitik dan hasil penyelesaian dengan metode Runge-Kutta orde 4 untuk kasus pertama ($m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$) disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3.4 Perbandingan Hasil Penyelesaian Analitik dan Penyelesaian Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 Persamaan Getaran Pegas Teredam Ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$.

t	**Metode RK 4**	**Metode Analitik**	**Galat**
5	0.348129750669522	0.348129459471985	0.000000291197537
10	-0.123235464122171	-0.123235423184011	0.000000040938160
15	0.016422520628626	0.016422547302456	0.000000026673830
20	0.001637313923154	0.001637300105286	0.000000013817868
25	-0.001266098936046	-0.001266096418408	0.000000002517637
30	0.000265274527653	0.000265274732066	0.000000000204413
35	-0.000009624807897	-0.000009625048703	0.000000000240806
40	-0.000010570956733	-0.000010570894922	0.000000000061811
45	0.000003374635619	0.000003374631987	0.000000000003632
50	-0.000000398034537	-0.000000398037278	0.000000000003632

Adapun grafik yang menggambarkan galat yang dihasilkan metode Runge-Kutta orde 4 pada kasus pertama adalah:



Gambar 3.6 Galat Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam Menggunakan Metode Runge-Kutta orde 4 ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$.

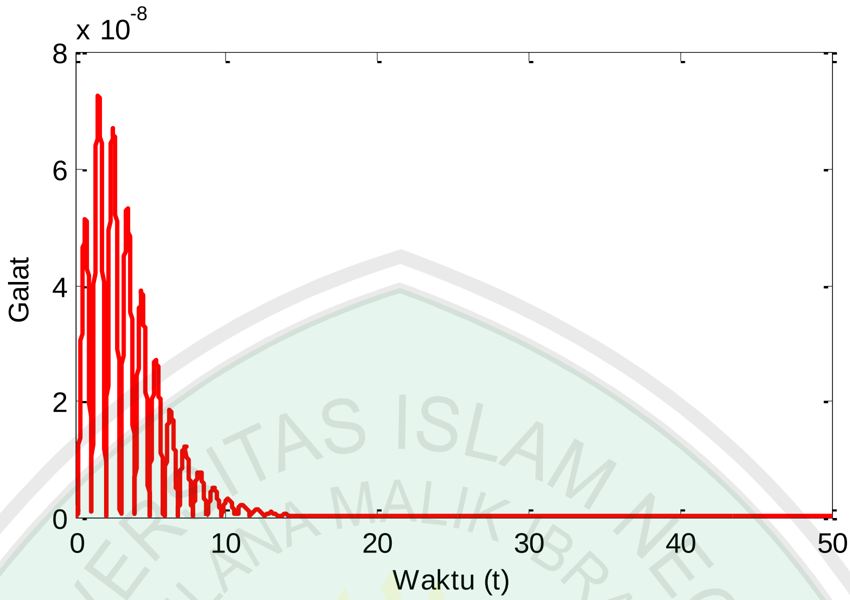
Berdasarkan Tabel 3.4 dan Gambar 3.6 terlihat bahwa galat yang dihasilkan pada kisaran nilai 10^{-7}.

Perbandingan hasil penyelesaian dengan metode analitik dan hasil penyelesaian dengan metode Runge-Kutta orde 4 untuk kasus kedua $(m = 2.5,\ b = 2.9,\ k = 27.8)$ disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3.5 Perbandingan Hasil Penyelesaian Analitik dan Penyelesaian Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde 4 Persamaan Getaran Pegas Teredam Ketika $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$.

t	**Metode RK 4**	**Metode Analitik**	**Galat**
5	-0.152600656171030	-0.152600648013020	0.000000008158009
10	0.009996989970935	0.009996987096662	0.000000002874273
15	-0.000371407585276	-0.000371407299945	0.000000000285331
20	0.000000696526077	0.000000696511765	0.000000000014312
25	0.000001066390113	0.000001066390165	0.000000000000052
30	-0.000000091010034	0.000000000000756	0.000000000000060
35	0.000000004358637	0.000000004358631	0.000000000000006
40	-0.000000000087827	-0.000000000087826	0.000000000000000
45	-0.000000000005874	-0.000000000005874	0.000000000000000
50	0.000000000000756	0.000000000000756	0.000000000000000

Adapun grafik yang menggambarkan galat yang dihasilkan metode Runge-Kutta orde 4 pada kasus kedua adalah:



Gambar 3.7 Galat Penyelesaian Persamaan Getaran Pegas Teredam Menggunakan Metode Runge-Kutta orde 4 ketika $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$.

Berdasarkan tabel 3.5 dan gambar 3.7 terlihat bahwa galat yang dihasilkan pada kisaran nilai 10^{-8}. Berdasarkan perbandinan galat untuk kedua kasus yang diselesaikan dapat disimpulkan bahwa metode Rung-Kutta orde 4 merupakan metode pendekatan yang baik untuk menyelesaikan persamaan getaran pegas teredam.

3.4 Integrasi antara Getaran dan Doa dalam Islam

Dzikir adalah sebuah aktivitas ibadah umat muslim untuk mengingat Allah Swt., di antaranya yaitu dengan menyebut dan memuji asma Allah Swt.. Aktivitas dzikir (mengingat Allah Swt.) termasuk kegiatan positif yang melibatkan fikiran dan perasaan manusia, dan itu mempunyai dampak positif terhadap diri manusia. Dzikir dapat menghasilkan getaran-getaran gelombang elektromagnetik dengan frekuensi cahaya yang terus menerus menggesek hati. Maka hatipun akan memancarkan cahaya. Jika getaran dzikir yang lembut ini vibrasinya semakin menguat, maka ia akan merembet menggetarkan seluruh bio elektron dalam tubuhnya untuk mengikuti getaran energi dzikir tersebut, hasilnya seluruh sel dan bioelektron yang berada di dalam diri manusia akan menjadi stabil (tenang). Allah Swt. berfirman dalam surat ar Ra'd /13:28 yaitu:

ٱلَّذِينَ ءَامَنُوا۟ وَتَطْمَئِنُّ قُلُوبُهُم بِذِكْرِ ٱللَّهِ ۗ أَلَا بِذِكْرِ ٱللَّهِ تَطْمَئِنُّ ٱلْقُلُوبُ ﴿٢٨﴾

Artinya: "(yaitu) orang-orang yang beriman dan hati mereka manjadi tenteram dengan mengingat Allah Swt.. Ingatlah, Hanya dengan mengingati Allah Swt.-lah hati menjadi tenteram"(QS. Ar Ra'd/13:28).

Hal tersebut semakna dengan firman Allah Swt. dalam surat az Zumar/39:23 yang berbunyi:

ٱللَّهُ نَزَّلَ أَحْسَنَ ٱلْحَدِيثِ كِتَـٰبًا مُّتَشَـٰبِهًا مَّثَانِىَ تَقْشَعِرُّ مِنْهُ جُلُودُ ٱلَّذِينَ يَخْشَوْنَ رَبَّهُمْ ثُمَّ تَلِينُ جُلُودُهُمْ
وَقُلُوبُهُمْ إِلَىٰ ذِكْرِ ٱللَّهِ ۚ ذَٰلِكَ هُدَى ٱللَّهِ يَهْدِى بِهِۦ مَن يَشَآءُ ۚ وَمَن يُضْلِلِ ٱللَّهُ فَمَا لَهُۥ مِنْ هَادٍ ﴿٢٣﴾

Artinya:"Allah Swt. Telah menurunkan perkataan yang paling baik (yaitu) Al Quran yang serupa (mutu ayat-ayatnya) lagi berulang-ulang, gemetar karenanya kulit orang-orang yang takut kepada Tuhannya, kemudian menjadi tenang kulit dan hati mereka di waktu mengingat Allah Swt.. Itulah petunjuk Allah Swt., dengan Kitab itu dia menunjuki siapa yang dikehendaki-Nya. Dan barangsiapa yang disesatkan Allah Swt., niscaya tak ada baginya seorang pemimpinpun"(QS. Az Zumar/39:23).

Betapa jelasnya Allah Swt. mengatakan dalam ayat-ayat di atas, bahwa getaran Dzikrullah berimbas ke seluruh sel yang berada di dalam tubuh manusia. Doa yang dipanjatkan dengan sungguh-sungguh dan penuh keyakinan serta harapan merupakan gelombang pikiran dan perasaan positif yang dapat mengaktifkan gen yang baik untuk memperbaiki berbagai kerusakan tubuh yang muncul akibat penyakit yang diderita (Jalupangna, 2012).

Masing-masing sel di tubuh manusia akan bergetar dengan sistem yang seksama, dan perubahan sekecil apapun pada getaran itu akan mengakibatkan sakit pada sebagian organ tubuh. Itulah kenapa sel-sel yang rusak itu harus digetarkan untuk mengembalikan keseimbangan padanya.

Doa akan menjadi mustajab dan kuat bilamana doa seseorang berada pada arah hukum atau kodrat Allah Swt. (Maniar, 2010), yaitu:

1. Dalam berdoa seharusnya menggabungkan empat unsur dalam diri meliputi: hati, pikiran, ucapan, serta tindakan. Dikatakan bahwa Allah Swt. berjanji akan mengabulkan setiap doa makhlukNya, tetapi orang sering merasa ada saja doa yang tidak terkabul. Orang seharusnya tidak perlu berprasangka buruk (*su'udzon*) kepada Allah Swt.. Bila terjadi kegagalan dalam mewujudkan harapan, berarti ada yang salah dengan diri sendiri. Misalnya seseorang berdoa mohon kesehatan, hatinya berniat agar jasmani-rohani selalu sehat. Doa juga diikrarkan terucap melalui lisan, pikiran juga sudah memikirkan bagaimana caranya hidup yang sehat. Tetapi tindakannya tidak sinkron, justru makan makanan yang pedas, makanan berkolesterol, dan makan secara berlebihan. Hal ini merupakan contoh doa yang tidak kompak dan tidak konsisten. Doa yang kuat dan mustajab harus konsisten dan kompak melibatkan empat unsur di atas. Yakni antara hati (niat), ucapan (*statement*), pikiran (*planning*), dan tindakan (*action*) jangan sampai terjadi kontradiktori. Sebab kekuatan doa yang paling ideal adalah doa yang diikuti dengan perbuatan (usaha) secara nyata (*konkrit*).
2. Untuk hasil akhir pasrahkan semuanya kepada kehendak Allah Swt., tetapi usaha mewujudkan doa merupakan tugas manusia. Berdoa harus dilakukan dengan

kesadaran yang penuh, bahwa manusia bertugas mengoptimalkan prosedur dan usaha, soal hasil atau targetnya sesuai harapan atau tidak, biarkan itu menjadi kebijaksanaan dan kewenangan Allah Swt.. Saat ini orang sering salah mengkonsep doa. Asal sudah berdoa lalu semuanya dipasrahkan kepada Allah Swt.. Bahkan cenderung berdoa hanya sebatas lisan saja. Selanjutnya doa dan harapan secara mutlak dipasrahkan pada Allah Swt.. Hal ini merupakan kesalahan besar dalam memahami doa karena terjebak oleh sikap fatalistis. Sikap fatalis menyebabkan kemalasan, perilaku tidak masuk akal dan mudah putus asa.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dipaparkan pada bab 3 dapat disimpulkan bahwa:

1. Hasil penyelesaian menggunakan metode analitik diperoleh solusi umum persamaan getaran pegas teredam. Solusi untuk kasus pertama ketika $b = 0.9, m = 1.5, k = 26.8$ adalah:

$$x(t) = e^{-0.3t}(0.56 \cos 4.2162t + 2.41165 \sin 4.2162\, t)$$

   Posisi setimbang diperoleh pada sekitar nilai $t = 20$. Sedangkan solusi umum untuk kasus kedua $b = 2.9, m = 2.5, k = 27.8$ adalah:

$$x(t) = e^{-0.58t}(2.9 \cos 3.2838t + 3.14416 \sin 3.2838\, t)$$

   Posisi setimbang diperoleh pada sekitar nilai $t = 10$.

2. Hasil penyelesaian persamaan getaran pegas teredam dengan metode Runge-Kutta orde 4 yang dibandingkan terhadap solusi analitiknya ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$ diperoleh error iterasinya adalah 0 saat $t \in [45,50]$, ketika $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$ error iterasinya kurang dari atau sama dengan 5.4×10^{-15} saat $t \in [35, 50]$.

3. Hasil perbandingan penyelesaian persamaan getaran pegas teredam ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$ dengan analitik terlihat bahwa pegas berosilasi dan mencapai keadaan titik setimbang pada persekitaran waktu $t = 20$. Regangan maksimum yang terjadi mencapai persekitaran nilai 2,3 dan berangsur-angsur

mengecil. Sedangkan pada saat menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 pegas berosilasi dan mencapai titik setimbang pada persekitaran waktu 2,4 dan mencapai titik setimbang pada persekitaran waktu $t < 20$. Ketika $m = 2.5$, $b = 2.9$, $k = 27.8$ diselesaikan dengan metode analitik, pegas mencapai titik setimbang pada persekitaran waktu $t = 10$ dan regangan maksimum yang terjadi mencapai persekitaran nilai 2,7. Sedangkan dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 pegas mencapai titik setimbang pada persekitaran waktu $t = 10$ dan regangan maksimum yang dicapai terjadi pada persekitaran nilai 2,7.

4.2 Saran

Bagi penelitian selanjutnya, disarankan untuk menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 yang berorde lebih tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Jazairi, S.A.B.J.. 2007. *Tafsir Al-Qur'an Al-Aisar Jilid 3*. Jakarta: Darus Sunnah.

Al-Maraghi, A.M.. 1974. *Tafsir Al-Maraghi*. Semarang: CV Toha Putra.

Argo, B.D. 2010. *Metoda Numerik*. Malang: UB Press.

As-Shiddieqy, M.H.. 2000. *Tafsir Al-Qur'anul Majid An-Nuur*. Semarang: Pustaka Rizki Utama.

Conte, S.D. dan Boor, C. 1993. *Dasar-Dasar Analisis Numerik*. Jakarta: Erlangga.

Dafik. 1999. *Persamaan Diferensial Biasa (PDB): Masalah Nilai awal dan Batas.* Jember: FKIP Universitas Jember.

Faridah, R. 2015. *Analisis Model Getaran Pegas Teredam dengan Metode Runge-Kutta Gill dan Milne*. Jember: FKIP Universitas Jember.

Giancoli, D. 1997. *Fisika Edisi Kelima Jilid 1.* Jakarta: Penerbit Erlangga.

Halliday, D, Resnick, R, dan Walker, J. 2005. *Fisika Dasar, Edisi Ketujuh Jilid 1.* Jakarta: Erlangga.

Hanifah, I.N. 3013. *Analisis Model Getaran Pegas Teredam dengan Metode Adams-Basforth-Moulton dan Runge-Kutta.* Jember: FKIP Universitas Jember.

Jalupangna. 2012. *Getaran Doa dan efeknya terhadap sel*. (Online):(http://jalu-pangna.blogspot.com.getaran-doa-dan-efeknya-terhadap-sel.html. Diakses tanggal 2 Juni 2016 pukul 18:00).

Kusumaryanto, Sigit. 2013. *Persamaan Diferensial Linear Homogen Orde 2.* (Online):(http://sigitkus@ub.ac.id. Diakses tanggal 22 juni 2016).

Maniar, N.. 2010. *Rahasia Kekuatan Doa*. (Online):(http://www. Rahasia Kekuatan Doa _ sabdalangit's web Membangun Bumi Nusantara yang Berbudi Pekerti Luhur.html. Diakses tanggal 2 Juni 2016 pukul 17:13).

Mathews, J.H. dan Kurtis D.F. 1999. *Numerical Methods Using MATLAB third Edition*. Prentis Hall.

Soedojo, P. 1999. *Fisika Dasar*. Yogyakarta: Andi.

Sutrisno. 1977. *Seri Fisika Dasar Mekanika*. Bandung: Penerbit ITB Bandung**.**

Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

Wijayanto, P. dan Susatio, H.. 2009. *Analisa Kestabilan Crane Jenis Gantry Berbasis Amplitudo Respon Getaran.* Jakarta: Erlangga

LAMPIRAN 1

1. **Program MATLAB untuk Penyelesaian Persamaan Getaran Teredam dengan Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 ketika $m = 1.5$, $b = 0.9$, $k = 26.8$**

```
function dy=sistem(t,y)

x=y(1);
v=y(2);

b=0.9;
k=26.8;
m=1.5;

dy1=v;
dy2=(-b/m)*v-(k/m)*x;

dy=[dy1,dy2];

clear all; clc;
%ukuran langkah
h=0.01;
t=0:h:50;
M=length(t);

%nilai awal
x(1)=0.56;
```

```
v(1)=10;

%parameter
b=0.9;
k=26.8;
m=1.5;

%Skema RK4
for j=1:M-1
   y(1,:)= [x(1),v(1)];
   k1=h*sistem(t(j),y(j,:));
   k2=h*sistem(t(j)+0.5*h,y(j,:)+0.5*k1);
   k3=h*sistem(t(j)+0.5*h,y(j,:)+0.5*k2);
   k4=h*sistem(t(j+1),y(j,:)+k3);

   y(j+1,:)=y(j,:)+ (1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end;

%Solusi Analitik
p=-b/(2*m);
q=sqrt(abs(b^2-4*m*k))/(2*m);
c1=x(1);
c2=(10-p*c1)/q;
xt=(exp(p*t).*(c1*cos(q*t)+c2*sin(q*t)))';

%EROR/GALAT
format long
```

```
galat=abs(y(:,1)-xt);

[t' xt y(:,1) galat]

figure(1);
plot(t,xt,'b-','linewidth',2);
%title('Grafik Solusi Persamaan Getaran Teredam')
xlabel('Waktu (t)');
ylabel('Panjang Regangan (x(t))');
figure(2);
plot(t,y(:,1),'b-','linewidth',2);
%title('Grafik Solusi Persamaan Getaran Teredam')
xlabel('Waktu (t)');
ylabel('Panjang Regangan (x(t))');
figure (3);
plot(t,galat,'r-','linewidth',2);
xlabel('Waktu (t)');
ylabel('Galat');
```

LAMPIRAN 2

2. Program MATLAB untuk Penyelesaian Persamaan Getaran Teredam dengan Metode Analitik dan Metode Runge-Kutta Orde 4 ketika $\boldsymbol{m = 2.5, b = 2.9, k = 27.8}$

```
function dy=sistem2(t,y)

x=y(1);
v=y(2);

b=2.9;
k=27.8;
m=2.5;

dy1=v;
dy2=(-b/m)*v-(k/m)*x;

dy=[dy1,dy2];

clear all; clc;
%ukuran langkah
h=0.01;
t=0:h:50;
M=length(t);

%nilai awal
x(1)=0.9;
```

```
v(1)=10;

%parameter
b=2.9;
k=27.8;
m=2.5;

%Skema RK4
for j=1:M-1
    y(1,:)= [x(1),v(1)];
    k1=h*sistem2(t(j),y(j,:));
    k2=h*sistem2(t(j)+0.5*h,y(j,:)+0.5*k1);
    k3=h*sistem2(t(j)+0.5*h,y(j,:)+0.5*k2);
    k4=h*sistem2(t(j+1),y(j,:)+k3);

    y(j+1,:)=y(j,:)+ (1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
end;

%Solusi Analitik
p=-b/(2*m)
q=sqrt(abs(b^2-4*m*k))/(2*m)
c1=x(1)
c2=(10-p*c1)/q
xt=(exp(p*t).*(c1*cos(q*t)+c2*sin(q*t)))';

%EROR/GALAT
format long
```

```
galat=abs(y(:,1)-xt);
%[waktu analitik rk4 galat]
[t' xt y(:,1) galat]
max(xt)
max(y(:,1))
figure(1);
plot(t,xt,'b-','linewidth',2);
%title('Grafik Solusi Persamaan Getaran Teredam')
xlabel('Waktu (t)');
ylabel('Panjang Regangan (x(t))');
figure(2);
plot(t,y(:,1),'b-','linewidth',2);
%title('Grafik Solusi Persamaan Getaran Teredam')
xlabel('Waktu (t)');
ylabel('Panjang Regangan (x(t))');
figure (3);
plot(t,galat,'r-','linewidth',2);
xlabel('Waktu (t)');
```