

**MODEL ANTRIAN MULTI CHANNEL DENGAN POLA KEDATANGAN
POISSON**

SKRIPSI

**OLEH
YUDIS VERDIKA
NIM. 09610030**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016**

**MODEL ANTRIAN MULTI CHANNEL DENGAN POLA KEDATANGAN
POISSON**

SKRIPSI

**Diajukan kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh
Yudis Verdika
NIM. 09610030**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016**

**MODEL ANTRIAN MULTI CHANNEL DENGAN POLA KEDATANGAN
POISSON**

SKRIPSI

Oleh
YUDIS VERDIKA
NIM. 09610030

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 30 Juni 2016

Pembimbing I,

Pembimbing II,

Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

**MODEL ANTRIAN MULTI CHANNEL DENGAN POLA KEDATANGAN
POISSON**

SKRIPSI

Oleh
YUDIS VERDIKA
NIM. 09610030

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 30 Juni 2016

Penguji Utama : Fachrur Rozi, M.Si

Ketua Penguji : Hairur Rahman, M.Si

Sekretaris Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 1975006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yudis Verdika

NIM : 09610030

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Model Antrian Multi Channel dengan Pola Kedatangan Poisson.

mengatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 30 Juni 2016
Yang Membuat Pernyataan,

Yudis Verdika
NIM. 09610030

MOTO

“Kegagalan hanya terjadi bila kita menyerah”
(Lessing, Filosof German)

“Harga kebaikan manusia adalah diukur menurut apa yang telah diperbuatnya”
(Ali bin Abi Thalib)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Hariyanto, ibunda Roseni Widayati, dan kakak tersayang Devinta Rantaurina dan Billina Scorvianty, serta adik tercinta Vektor Widiawan dan Merita Rismala yang kata-katanya selalu memberikan semangat yang berarti bagi penulis



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah, ibu, kakak dan adik yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, Juni 2016

Penulis

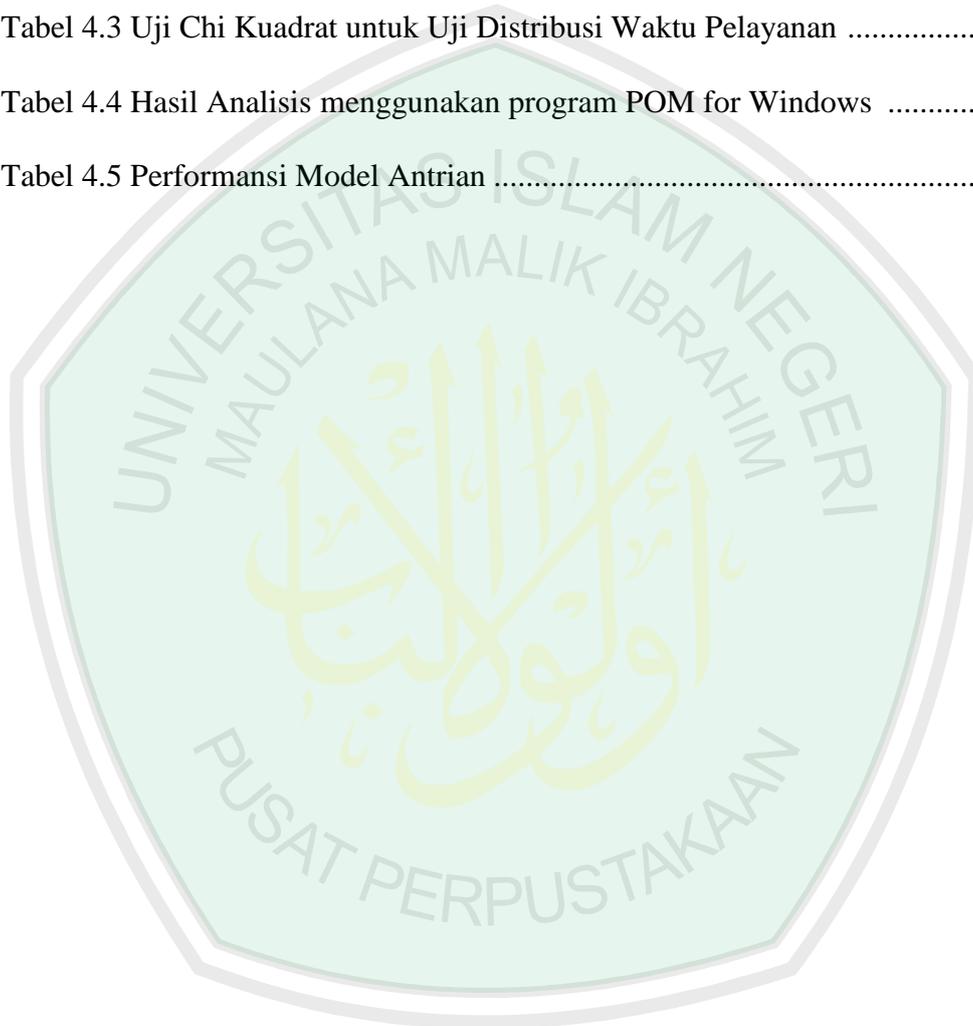
DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Manfaat Penelitian	4
1.5 Batasan Masalah	4
1.6 Sistematika Penulisan	5
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Gambaran Sistem Antrian	7
2.2 Komponen Dasar Antrian	8
2.3 Mekanisme Pelayanan	9
2.4 Asumsi-asumsi Teori Antrian	10
2.5 Struktur Antrian	14
2.6 Model-model Antrian.....	17
2.7 Pengujian Distribusi Data	18
2.8 Ukurannya Performansi dalam Model Antrian Dasar	23
2.9 Metode Antrian dalam Kajian Islam	29
 BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Sumber Data	31
3.2 Populasi dan Sampel	31
3.3 Variabel yang Diamati dan Definisi Operasional	31
3.4 Metode Pengambilan Sampel	33

3.5	Metode Analisis	34
BAB IV PEMBAHASAN		
4.1	Pendeteksian Distribusi Banyak Kedatangan	38
4.2	Pendeteksian Distribusi Waktu Pelayanan	40
4.3	Model Antrian di SPBU Sunset Road	41
4.4	Analisis Perhitungan Model Antrian	42
	4.4.1 Analisis Model Antrian Menggunakan Perhitungan Manual	42
	4.4.2 Analisis Model Antrian Menggunakan Program POM for Windows	44
4.5	Perbandingan Performansi Model Antrian Hasil Simulasi dengan Keadaan sebenarnya di SPBU Sunset Road	46
BAB IV PENUTUP		
5.1	Kesimpulan	48
5.2	Saran	49
DAFTAR PUSTAKA		50
LAMPIRAN		52
RIWAYAT HIDUP		

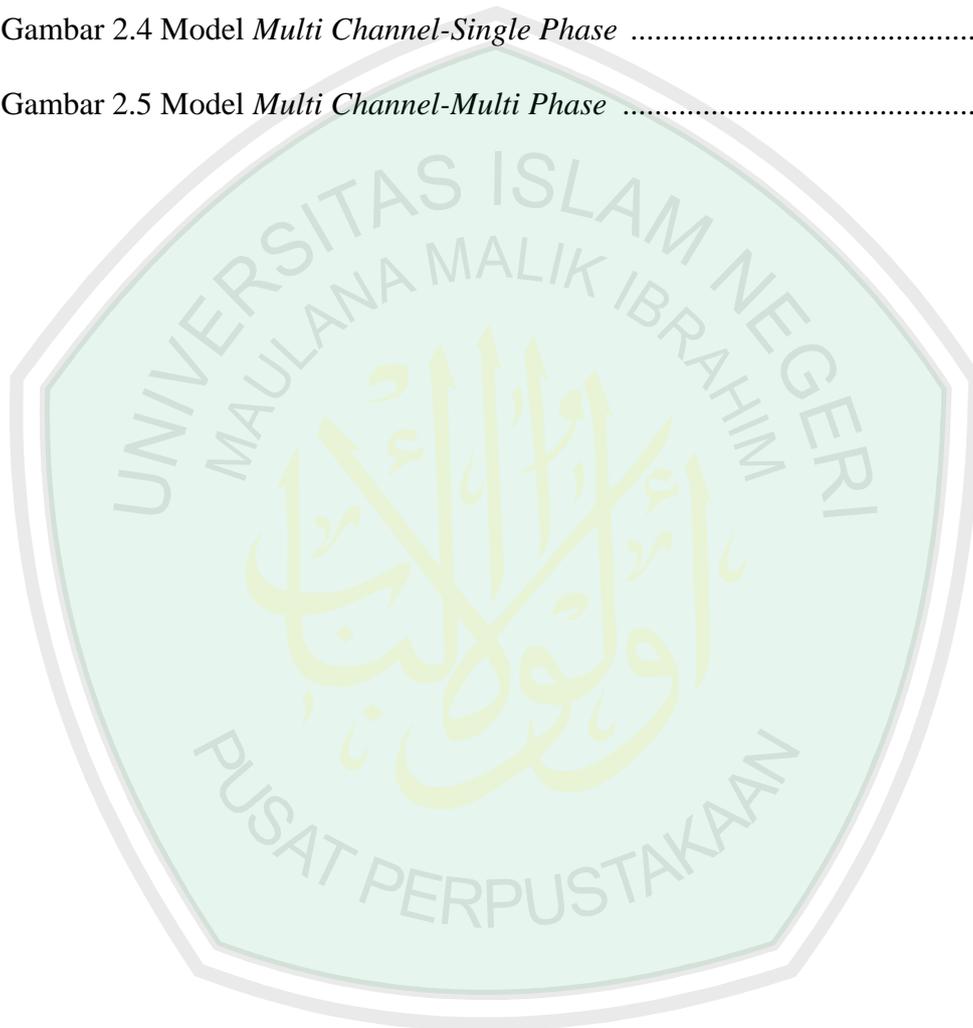
DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Notasi-notasi Performansi Model Antrian	23
Tabel 4.1 Banyak Kedatangan dalam Periode yang Berurutan	38
Tabel 4.2 Uji Chi Kuadrat untuk Uji Distribusi Banyak Kedatangan.....	39
Tabel 4.3 Uji Chi Kuadrat untuk Uji Distribusi Waktu Pelayanan	41
Tabel 4.4 Hasil Analisis menggunakan program POM for Windows	45
Tabel 4.5 Performansi Model Antrian	46



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Proses Antrian	9
Gambar 2.2 Model <i>Single Channel-Single Phase</i>	15
Gambar 2.3 Model <i>Single Channel-Multi Phase</i>	15
Gambar 2.4 Model <i>Multi Channel-Single Phase</i>	16
Gambar 2.5 Model <i>Multi Channel-Multi Phase</i>	16



DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 Data waktu kedatangan dan lama pelayanan di SPBU Sunset Road Kuta Badung Bali	52
Lampiran 2 Hasil Performansi Model Antrian <i>M/G/2</i>	53
Lampiran 3 Hasil Performansi Model Antrian <i>M/G/4</i>	55



ABSTRAK

Verdika, Yudis. 2016. **Model Antrian Multi Channel dengan Pola Kedatangan Poisson**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si, (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata kunci: antrian, *Multi Channel*, *Poisson*.

Masalah antrian merupakan salah satu hal yang sering kali menjadi keluhan pelanggan. Seperti yang terjadi pada layanan pengisian bahan-bakar di SPBU Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali. Untuk mengatasi masalah ini dapat digunakan suatu model antrian untuk menganalisis masalah tersebut dengan cara memprediksi beberapa performansi model antrian. Sehingga dapat memberikan gambaran penyelesaian dan informasi yang diperlukan dalam mengambil keputusan serta kebijaksanaan untuk meningkatkan kualitas layanan.

Masalah yang diamati adalah menentukan model antrian dan pendugaan parameter distribusi untuk memprediksi beberapa performansi model antrian. Variabel yang diamati adalah data waktu antar kedatangan, data waktu pelayanan, dan jumlah pelayanan. Metode yang digunakan dalam pengambilan sampel data waktu antar kedatangan adalah *sampling purposive*. Sedangkan pengambilan sampel data waktu pelayanan digunakan metode *sampling accidental*. Metode analisis data meliputi pendeteksian distribusi data, penentuan model antrian, pendugaan parameter distribusi, dan penghitungan performansi model antrian.

Sistem antrian *Multi Channel Single Phase* yang digunakan di SPBU Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali diperoleh distribusi banyak kedatangan mengikuti distribusi *Poisson*, sedangkan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi general serta jumlah pelayanan (s) adalah 3 maka diperoleh model antrian $(M/G/3):(FCFS/\infty/\infty)$. Hasil dari penelitian diperoleh nilai kegunaan server (ρ) adalah 0,107, banyak kendaraan roda empat dalam antrian (L_q) adalah 0,00055, banyak kendaraan roda empat dalam sistem (L_s) adalah 0,323, waktu tunggu dalam antrian (W_q) adalah 0,155 detik, dan waktu tunggu dalam sistem (W_s) adalah 91,73 detik atau sekitar 1 menit 32 detik.

Berdasarkan hasil penelitian ini, dapat disarankan agar dilakukan penelitian lebih lanjut dalam menerapkan struktur antrian *Multi Channel Single Phase* dengan model antrian yang berbeda.

ABSTRACT

Verdika, Yudis. 2016. **Queueing Model Multi Channel with Poisson Arrival Pattern**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Islamic State University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Sri Harini, M.Si, (II) H. Wahyu H. Irawan M.Pd.

Keyword: queue, *Multi Channel*, *Poisson*

Queueing problem is one of case which often become customer complain. As happen to counter regular fuel refill service in SPBU Sunset Road street Kuta Badung Bali. For eclipsed this problem applicable a queue model for analyze that problem with way predicting some performance queue model. So gives image solution and information of necessary in take decision and policy for increase quality service.

The problem observed is determine queue model and distribution parameter sounding for predicting some performance queue model. Variable observed is interarrival time data, service time data, and sum server. Method as used in sample making interarrival data is *sampling purposive*. Whereas sample making service time data used *sampling accidental*. Data analysis method include detection data distribution, queue model finding, distribution parameter sounding, and queue performance extrapolation.

Queue system *Multi Channel Single Phase* that the use in SPBU Sunset Road Street Kuta Badung Bali obtained sum arrival distribution follow *Poisson* distribution, while service time distribution follow the general distribution and sum server (s) is 3 then obtained queue model $(M/G/3): (FCFS/\infty/\infty)$. Result of research obtained service utility (ρ) is 0,107, number four wheel vehicle in queue (L_q) is 0,00055, number four wheel vehicle in system (L_s) is 0,323, waiting time in queue (W_q) is 0,155 second, dan waiting time in system (W_s) is 91,73 second or about 1 minute 32 second.

Building on this research result, can suggested that do this queue structure *Multi Channel Single Phase* can do with another queue models.

ملخص

فرديك، يوديس. ٢٠١٦. نموذج طوابير قناة متعدد معبولا وصول بواسون. بحث جامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، وجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف (١) الدكتور سري حربي الماجستير، (٢) وحي هنجكي إروانالحج الماجستير.

كلمات الرئيسية: الطابور، القنوات متعددة ، بواسون.

المشكلة الطابور هي واحدة من الأمور التي غالبا ما تصبح شكاوى العملاء. كما حدث في خدمة شحن الوقود في محطات البنزين في الشارع سونسيترود كوتا بادونج بالي. لحل هذه المشكلة طابور يمكن استخدام نموذج تحليل المشكلة عن طريق الاصطفاة نموذج يتوقع العديد من الأداء وذلك لتقديم لمحة عامة عن إنجاز والمعلومات اللازمة لاتخاذ القرارات والسياسات الرامية إلى تحسين نوعية الخدمات، من أجل تحقيق رضا العملاء والولاء.

المشكلة لاحظت هي تحديد نموذج الطابور وتقدير المعلمة توزيعها على التنبؤ بأداء نموذج بعض قوائم الانتظار. وكانت المتغيرات المقاسة بين البيانات في الوقت وصوله، وخدمات البيانات في الوقت وعدد من الخدمات. الطريقة المستخدمة في ذلك الوقت أخذ العينات البيانات بين وصوله هو أخذ العينات هادفة. في حين أن خدمة الوقت أخذ العينات البيانات استخدمت طريقة أخذ العينات عرضي. ويشمل طريقة تحليل البيانات يكتشف توزيع البيانات، وتحديد نموذج الطابور ، وتقدير المعلمة التوزيع ونموذج الطابور أداء الحساب.

نظام طابور المرحلة واحدة قناة متعدد التي يتم استخدامها في محطات البنزين في الشارع سونسيترود كوتا بادونج بالي توزيع الوقت بين الوافدين اتبع توزيع بواسون، في حين أن توزيع وقت الخدمة بعد التوزيع العام ومقدار الخدمة (S) هو ٣ نماذج ثم حصل الطابو). ($M / G / 3$) : $FCFS / \infty / \infty$ وأظهرت نتائج الدراسة أن قيمة خادم سهولة الاستخدام (ρ) هو ٠،١٠٧، والكثير من سيارات الدفع الرباعي في قائمة الانتظار (L_q) هو ٠،٠٠٠٥٥، العديد من المركبات ذات العجلات الأربع في نظام (L_s) هو ٠،٣٢٣، ووقت الانتظار في الطابور (W_q) هو ٠،١٥٥ دقيقة، ووقت الانتظار في نظام (W_s) هو ٩١،٧٣ دقيقة أو حوالي ١ دقيقة ٣٢ دقيقة

وبناء على هذه النتائج، فإنه يمكن أن يكون اقترح ان إجراء مزيد من البحث في تطبيق هيكل طابور متعدد قناة مرحلة واحدة مع نماذج الطابور مختلفة.



BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika termasuk salah satu ilmu pengetahuan yang banyak dikaji dan diterapkan pada berbagai bidang. Matematika dapat dikatakan “*Queen of Science*” karena matematika menempati posisi yang cukup penting dalam kajian-kajian ilmu yang lain. Matematika sebenarnya telah diciptakan sejak zaman dahulu, manusia hanya menyimbolkan fenomena-fenomena yang ada dalam kehidupan sehari-hari. Manusia dianugerahi Allah Swt. petunjuk dengan kedatangan sekian rasul untuk membimbing mereka. Allah Swt. juga menganugerahkan akal agar mereka berpikir tentang kebesaran Tuhan. Semua anugerah itu termasuk dalam sistem yang sangat tepat, teliti, dan rapi seperti yang difirmankan Allah Swt. dalam al-Quran Surat al-Furqaan ayat 2:

الَّذِي لَهُ مُلْكُ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُ شَرِيكٌ فِي الْمُلْكِ وَخَلَقَ
كُلَّ شَيْءٍ فَقَدَرَهُ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

Artinya: “*Yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan Dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu baginya dalam kekuasaan(Nya), dan Dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya*”(Q.S. al-Furqaan/25:2).

Dalam kehidupan sehari-hari, manusia tidak lepas dari berbagai masalah yang menyangkut berbagai aspek penyelesaiannya perlu pemahaman melalui suatu metode dan ilmu bantu tertentu. Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang mendasari berbagai macam ilmu lain. Matematika juga merupakan alat untuk menyederhanakan penyajian dan pemahaman masalah (Purwanto, 1998:1).

Matematika juga merupakan salah satu yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah antrian. Menurut Siagian (1987:390), antrian adalah suatu garis tunggu dari pelanggan yang memerlukan pelayanan dari satu atau lebih pelayanan (fasilitas pelayanan). Studi Matematika dari kejadian atau gejala garis tunggu disebut teori antrian. Kejadian garis tunggu disebabkan oleh kebutuhan pelayanan yang melebihi kapasitas pelayanan atau fasilitas pelayanan, sehingga pelanggan yang datang tidak dapat langsung mendapatkan pelayanan dikarenakan kesibukan pelayanan.

Pelayanan merupakan hal penting yang harus diperhatikan, karena pelayanan mempengaruhi kenyamanan para pelanggan dalam melakukan transaksi. Masalah antrian merupakan salah satu hal yang sering kali menjadi keluhan pelanggan. Antrian yang terlalu panjang dan pelayanan yang lama dapat menyebabkan pelanggan meninggalkan tempat karena dianggap tidak efisien waktu. Jika terjadi antrian yang terlalu panjang berarti akan semakin banyak waktu yang terbuang akibat waktu menunggu yang terjadi dalam antrian. Tentu saja ini dapat merugikan pihak instansi karena akan terjadi penurunan kepuasan pada pelanggan.

Tambahan fasilitas pelayanan dapat diberikan untuk mengurangi antrian atau untuk mencegah timbulnya antrian. Akan tetapi biaya memberikan pelayanan tambahan, akan menimbulkan pengurangan keuntungan. Untuk mengatasi masalah ini dapat digunakan suatu model antrian untuk menganalisa masalah tersebut, walaupun tidak secara langsung dapat memecahkan masalah tetapi dapat memberikan gambaran penyelesaian dan menyumbangkan informasi penting yang

diperlukan untuk mengambil keputusan dan kebijaksanaan dengan cara memprediksi beberapa performansi model antrian.

Banyak penulis telah meneliti tentang model antrian melalui teknik yang berbeda. Salah satu penulis yang meneliti tentang model antrian adalah Wulan dan Wahyuni (2015), yang meneliti tentang Model Antrian Multi Server ($M^{[x]}/M/C; C-1/FCFS$) dengan gangguan pelayanan dengan pola kedatangan berkelompok. Karakteristik dari model ini adalah pelayanannya bersifat berganda, kedatangannya berkelompok, antriannya tak berhingga dan $C-1$ merupakan gangguan pelayanan yang terjadi pada salah satu servernya.

Berdasarkan permasalahan antrian di atas, penulis meneliti tentang model antrian $(M/M/s):(FCFS/\infty/\infty)$, dengan jumlah pelayanan sebanyak s , diasumsikan waktu antar kedatangan mengikuti distribusi *Poisson* dan waktu pelayanan mengikuti distribusi *Eksponensial*. Ukuran sumber input dan kapasitas (sistem pelayanan) tidak terbatas dan menggunakan disiplin pelayanan *FCFS* (*First Come First Served*). *FCFS* merupakan suatu peraturan dimana yang akan dilayani dahulu adalah pelanggan yang datang terlebih dahulu. Untuk itu, penulis membuat penelitian dengan judul “Model Antrian Multi Channel dengan Pola Kedatangan Poisson”.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana penentuan model antrian dan pendugaan parameter dari distribusi waktu antar kedatangan dan pelayanan?

2. Bagaimana perbandingan performansi model antrian hasil simulasi dengan keadaan sebenarnya?

1.3. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk menentukan model antrian dan pendugaan parameter dari distribusi waktu antar kedatangan dan pelayanan.
2. Untuk membandingkan performansi model antrian hasil simulasi dengan keadaan sebenarnya.

1.4. Manfaat penelitian

1. Bagi Penulis

Untuk mendapatkan pengalaman yang nyata dalam proses belajar dan menerangkan teori yang diperoleh di bangku perkuliahan dengan kondisi riil yang ada di lapangan.

2. Bagi Instansi

Sebagai bahan pertimbangan atau masukan tentang performansi antrian kepada pemimpin agar bisa mengurangi terjadi antrian pada loket pelayanan.

1.5. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penulisan ini adalah:

1. Data yang diperoleh adalah data sekunder dari Jurnal Wahyudi, Sinulingga dan Firdaus (2012) Jurusan Ilmu Komputer Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Udayana yang berjudul Perancangan

Sistem Simulasi Antrian Kendaraan Bermotor Pada Stasiun Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Menggunakan Metode Distribusi Eksponensial Studi Kasus: SPBU Sunset Road.

2. Penelitian dilakukan pada tanggal 20 Januari 2012 khusus pada kendaraan roda empat, ada 3 server yang terdapat dalam sistem pengisian bahan bakar untuk kendaraan roda empat.
3. Aplikasi yang digunakan adalah POM/QM for Windows.

1.6. Sistematika Penulisan

Dalam penulisan penelitian ini, peneliti menggunakan sistematika pembahasan yang terdiri dari lima bab, dibagi dalam sub bab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I : Pendahuluan

Memberikan uraian yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab II : Kajian Pustaka

Pada bab ini dibahas mengenai teori-teori yang digunakan sebagai acuan di dalam pembahasan masalah yang diambil dari berbagai literatur (buku, jurnal, skripsi, dan lain-lain).

Bab III : Metodologi Penelitian

Pada bab ini berisi tentang jenis penelitian, data dan sumber data, alat pengumpulan data, metode pengumpulan data, tahap-tahap penelitian, dan analisis hasil penelitian.

Bab IV : Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang uraian teori yang digunakan dan pembahasan penelitian dari hasil pencarian data.

Bab V : Penutup

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dari bab-bab sebelumnya serta saran-saran yang berkaitan dengan permasalahan yang dikaji.



BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Gambaran Sistem Antrian

Suatu sistem antrian adalah suatu himpunan pelanggan, pelayan dan suatu aturan yang mengatur kedatangan para pelanggan dan pemrosesan masalahnya (Bronson, 1996:308). Suatu proses antrian adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam suatu baris antrian (jika semua pelayannya sibuk) dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut. Menurut Siagian (1987:390), antrian ialah suatu garis tunggu dari nasabah (satuan) yang memerlukan layanan dari satu atau lebih pelayanan (fasilitas layanan).

Pada umumnya, sistem antrian dapat diklasifikasikan menjadi sistem yang berbeda-beda dimana teori antrian dan simulasi sering diterapkan secara luas. Klasifikasi menurut Hiller dan Lieberman (2005) adalah sebagai berikut:

1. Sistem pelayanan komersial
2. Sistem pelayanan bisnis-industri
3. Sistem pelayanan transportasi
4. Sistem pelayanan sosial

Sistem pelayanan komersial merupakan aplikasi yang sangat luas dari model-model antrian, seperti restoran, kafetaria, toko-toko, salon, butik, supermarket dan sebagainya. Sistem pelayanan bisnis-industri mencakup lini produksi, sistem material-handling, sistem pergudangan dan sistem-sistem informasi komputer. Sistem pelayanan sosial merupakan sistem-sistem pelayanan

yang dikelola oleh kantor-kantor dan jawatan-jawatan lokal maupun nasional. Contohnya kantor registrasi SIM, STNK, Kantor pos, rumah sakit, puskesmas dan lain-lain.

Menurut siagian (1987:391), sistem antrian dapat dibagi atas dua komponen yaitu:

1. Antrian yang memuat langganan atau satuan-satuan yang memerlukan pelayanan (pembeli, orang sakit, mahasiswa, kapal dan lain-lain).
2. Fasilitas pelayanan yang memuat pelayan dan saluran pelayanan (pompa minyak dan pelayan, loket bioskop dan petugas jual karcis dan lain-lain).

2.2. Komponen Dasar Antrian

Komponen dasar proses antrian adalah:

1. Kedatangan

Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, panggilan telepon untuk dilayani dan lain-lain. Unsur ini sering dinamakan proses *input*. Proses *input* meliputi sumber kedatangan atau biasa dinamakan *calling population* dan cara terjadi kedatangan yang umumnya merupakan variabel acak. Variabel acak adalah suatu variabel yang nilainya bisa berapa saja sebagai hasil dari percobaan acak. Variabel acak dapat berupa diskrit atau kontinu. Bila variabel acak hanya dimungkinkan memiliki beberapa nilai saja, maka merupakan variabel acak diskrit. Sebaliknya bila nilainya dimungkinkan bervariasi pada rentang tertentu, maka sebagai variabel acak kontinu (Levin dkk, 2002 dalam Chotimah, 2005).

2. Pelayan

Pelayan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan, atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Tiap-tiap fasilitas pelayanan terkadang disebut sebagai saluran (*channel*). Contohnya, jalan tol dapat memiliki beberapa pintu tol. Mekanisme pelayanan dapat hanya terdiri dari satu pelayan dalam satu fasilitas pelayanan yang ditemui pada loket seperti pada penjualan tiket di gedung bioskop.

3. Antri

Inti dari analisis antrian adalah antri itu sendiri. Timbulnya antrian terutama tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan. Jika tidak ada antrian berarti terdapat pelayanan yang menganggur atau kelebihan fasilitas pelayanan.

Gambar 2.1 Proses Antrian

2.3. Mekanisme Pelayanan

Menurut Siagian (1987:392), ada 3 aspek yang harus diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, yaitu:

1. Tersedianya pelayanan

Mekanisme pelayanan tidak selalu tersedia untuk setiap saat. Misalnya dalam pertunjukan bioskop, loket penjualan karcis masuk hanya dibuka pada

waktu tertentu antara satu pertunjukan dengan pertunjukan berikutnya. Sehingga pada saat loket ditutup, mekanisme pelayanan terhenti dan petugas pelayanan istirahat.

2. Kapasitas pelayanan

Kapasitas dari mekanisme pelayanan diukur berdasarkan jumlah langganan yang dapat dilayani secara bersama-sama. Kapasitas pelayanan tidak selalu sama untuk setiap saat; ada yang tetap, tetapi ada juga yang berubah-ubah. Oleh karena itu, fasilitas pelayanan dapat memiliki satu atau lebih saluran. Fasilitas yang mempunyai satu saluran disebut saluran tunggal atau sistem pelayanan tunggal dan fasilitas yang mempunyai lebih dari satu saluran disebut saluran ganda atau pelayanan ganda.

3. Lamanya pelayanan

Lamanya pelayanan adalah waktu yang dibutuhkan untuk melayani seorang langganan atau satu-satuan. Ini harus dinyatakan secara pasti. Oleh karena itu, waktu pelayanan boleh tetap dari waktu ke waktu untuk semua langganan atau boleh juga berupa variabel acak. Umumnya untuk keperluan analisis, waktu pelayanan dianggap sebagai variabel acak yang terpencah secara bebas dan sama serta tidak tergantung pada waktu pertibaan.

2.4. Asumsi-asumsi Teori Antrian

Menurut Mulyono (2007:276), teori antrian dikembangkan dengan membuat sejumlah asumsi tentang komponen proses antrian. Terdapat banyak sekali variasi situasi antri di antaranya yaitu:

1. Distribusi Kedatangan

Model antrian adalah model probabilistik karena unsur-unsur tertentu proses antrian yang dimasukkan dalam model adalah variabel random. Variabel random ini sering digambarkan dengan distribusi probabilitas.

Baik kedatangan maupun waktu pelayanan dalam suatu proses antrian pada umumnya dinyatakan sebagai variabel random. Asumsi yang biasa digunakan dalam kaitannya dengan distribusi kedatangan (banyaknya kedatangan per unit waktu) adalah Distribusi Poisson. Rumus umum Distribusi Probabilitas Poisson adalah:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \text{ dimana}$$

x : banyaknya kedatangan

$P(x)$: probabilitas kedatangan

λ : rata-rata tingkat kedatangan

e : dasar logaritma natural, yaitu 2,71828

$x!$: $x(x-1)(x-2) \cdots 1$. (dibaca x faktorial)

Distribusi Poisson adalah distribusi diskrit dengan rata-rata sama dengan varians. Suatu ciri menarik dari proses Poisson adalah bahwa jika banyaknya kedatangan per satuan waktu mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata tingkat kedatangan λ , maka waktu antar kedatangan akan mengikuti distribusi Eksponensial dengan rata-rata $\frac{1}{\lambda}$ (Taha, 1997:179).

2. Distribusi Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan dalam proses antrian dapat juga sesuai atau pas dengan salah satu bentuk distribusi probabilitas. Asumsi yang biasa digunakan bagi

distribusi waktu pelayanan adalah distribusi Eksponensial (Taha, 1997:180). Sehingga jika waktu pelayanan mengikuti distribusi Eksponensial, maka tingkat pelayanan mengikuti distribusi Poisson. Rumus umum fungsi densitas probabilitas Eksponensial adalah:

$$f(t) = \mu e^{-\mu t}, \text{ dimana}$$

t : waktu pelayanan

$f(t)$: probabilitas yang berhubungan dengan t

μ : rata-rata tingkat pelayanan

$\frac{1}{\mu}$: rata-rata waktu pelayanan

e : dasar logaritma natural, yaitu 2,71828

Penelitian empiris menunjukkan bahwa asumsi distribusi Eksponensial maupun Poisson sering kali tidak absah. Karena itu asumsi ini harus diperiksa sebelum mencoba menggunakan suatu model. Pemeriksaan dilakukan melalui *test goodness of fit* dengan menggunakan distribusi Chi Kuadrat.

3. Definisi *Transient* dan *Steady State*

Analisis teori antrian meliputi studi perilaku sistem sepanjang waktu. Keadaan sistem atau jumlah unit dalam sistem akan sangat dipengaruhi oleh *state* (keadaan) awal dan waktu yang telah dilalui jika suatu sistem telah mulai berjalan. Dalam keadaan ini sistem dikatakan dalam kondisi *transient*. Bila keadaan ini berlangsung terus-menerus maka keadaan akan *independen* terhadap *state* awal dan juga terhadap waktu yang dilaluinya. Keadaan seperti ini dikatakan sistem dalam kondisi *steady-state*. Teori antrian cenderung memusatkan pada kondisi

steady-state, sebab kondisi *transient* lebih sukar dianalisis (Dimiyati & Dimiyati, 1994:356). Dalam analisis ini hanya dibahas model *steady state*.

4. Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pengantri. Menurut Kakiay (2004:12), disiplin antrian adalah aturan yang mana para pelanggan dilayani atau disiplin pelayanan (*service discipline*) yang memuat urutan (*order*) para pelanggan menerima layanan. Aturan pelayanan menurut kedatangan ini dapat didasarkan pada:

a. Pertama Masuk Pertama Keluar (FIFO)

FIFO (*First In First Out*) merupakan suatu peraturan dimana yang akan dilayani dahulu adalah pelanggan yang datang terlebih dahulu. FIFO ini sering juga disebut FCFS (*First Come First Served*). Contohnya dapat dilihat pada antrian di loket-loket penjualan karcis kereta api.

b. Yang Terakhir Masuk Pertama Keluar (LIFO)

LIFO (*Last In First Out*) merupakan antrian dimana yang datang paling akhir adalah yang dilayani paling awal atau paling dahulu, yang sering dikenal dengan LCLS (*Last Come First Served*). Contohnya adalah pada sistem bongkar muat barang di dalam truk, dimana barang yang masuk terakhir akan keluar terlebih dahulu.

c. Pelayanan dalam Urutan Acak

SIRO (*Service In Random Order*) dimana pelayanan dilakukan secara acak. Sering juga dikenal dengan RSS (*Random Selection For Service*). Contohnya

adalah pada arisan, dimana pelayanan atau *service* dilakukan berdasarkan undian (*random*).

- d. Pelayanan berdasarkan prioritas (PRI) dimana pelayanan didasarkan prioritas khusus. Misalnya, dalam suatu pesta dimana tamu-tamu yang dikategorikan VIP akan dilayani lebih dahulu. Menurut Siagian (1987:395), *Priority service* (PS) artinya, prioritas pelayanan diberikan kepada pelanggan yang mempunyai prioritas lebih tinggi dibandingkan dengan pelanggan yang mempunyai prioritas lebih rendah, meskipun yang terakhir ini kemungkinan sudah lebih dahulu tiba dalam garis tunggu. Kejadian seperti ini kemungkinan disebabkan oleh beberapa hal, misalnya seseorang yang dalam keadaan penyakit lebih berat dibanding dengan orang lain dalam suatu tempat praktek dokter.

2.5. Struktur Antrian

Atas dasar sifat proses pelayanannya, dapat diklasifikasikan fasilitas-fasilitas pelayanan dalam susunan saluran atau *channel* (*single* atau *multiple*) dan *phase* (*single* atau *multiple*) yang membentuk suatu struktur antrian yang berbeda-beda. Istilah saluran atau *channel* menunjukkan jumlah jalur (tempat) untuk memasuki sistem pelayanan, yang juga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan. Istilah *phase* berarti jumlah loket pelayanan, dimana para langganan harus melaluinya sebelum pelayanan dinyatakan lengkap (Subagyo, 2000:270).

Ada 4 model struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian:

1. *Single Channel-Single Phase*

Sistem ini adalah yang paling sederhana. *Single Channel* berarti hanya ada satu jalur yang memasuki sistem pelayanan atau ada satu fasilitas pelayanan. *Single Phase* berarti hanya ada satu pelayanan. Setelah menerima pelayanan, individu-individu keluar dari sistem. Contoh untuk struktur model ini adalah seorang tukang cukur, pembelian tiket kereta api antar kota yang dilayani oleh satu loket, seorang pelayan toko, dan sebagainya.

Gambar 2.2 Model *Single Channel-Single Phase*

Keterangan:

M = antrian

S = fasilitas pelayanan

2. *Single Channel-Multi Phase*

Istilah *Multi Phase* menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan (dalam *phase-phase*). Sebagai contoh proses pembuatan SIM (Surat Izin Mengemudi), pencucian mobil, tukang cat mobil, dan sebagainya.

Gambar 2.3 Model *Single Channel- Multi Phase*

3. *Multi Channel-Single Phase*

Sistem *Multi Channel-Single Phase* terjadi kapan saja dimana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal, sebagai contoh model ini adalah antrian pada *teller* sebuah bank, potong rambut oleh beberapa tukang potong, dan sebagainya.

Gambar 2.4 Model *Multi Channel- Single Phase*

4. *Multi Channel-Multi Phase*

Sebagai contoh model ini adalah herregistrasi para mahasiswa di universitas, pelayanan kepada pasien di rumah sakit mulai dari pendaftaran, diagnosa, penyembuhan sampai pembayaran. Setiap sistem-sistem ini mempunyai beberapa fasilitas pelayanan pada tahapannya. Pada umumnya, jaringan antrian ini

terlalu kompleks untuk dianalisis dengan teori antrian, mungkin simulasi lebih sering digunakan untuk menganalisis sistem ini.

Gambar 2.5 Model *Multi Channel- Multi Phase*

2.6. Model-model Antrian

Pada pengelompokan model-model antrian yang berbeda-beda akan digunakan suatu notasi yang disebut dengan Notasi Kendall. Notasi ini sering dipergunakan karena beberapa alasan. Diantaranya, karena notasi tersebut merupakan alat yang efisien untuk mengidentifikasi tidak hanya model-model antrian, tetapi juga asumsi-asumsi yang harus dipenuhi.

Menurut Siagian (1987:408), format umum model:

$(a/b/c); (d/e/f)$

dimana:

a = distribusi kedatangan (*arrival distribution*) yaitu banyak pertibaan penambahan waktu.

b = distribusi waktu pelayanan yaitu selang waktu antara satuan-satuan yang dilayani.

c = jumlah saluran pelayanan paralel dalam sistem.

d = disiplin pelayanan.

e = jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem (dalam pelayanan ditambah garis tunggu).

f = besarnya populasi masukan.

Keterangan:

1. Untuk huruf a dan b dapat digunakan kode-kode berikut sebagai pengganti:

M = Banyaknya kedatangan berdistribusi Poisson atau distribusi pelayanan Eksponensial; juga sama dengan distribusi waktu antar kedatangan Eksponensial atau distribusi satuan yang dilayani Poisson.

D = Waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan konstan dan diketahui dengan pasti.

G = Waktu pelayanan berdistribusi umum.

E_k = Waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan berdistribusi Erlang atau Gamma.

GI = Kedatangan berdistribusi *General Independent*.

2. Untuk huruf c , dipergunakan bilangan bulat positif yang menyatakan jumlah pelayanan paralel.
3. Untuk huruf d , dipakai kode-kode pengganti:

$FIFO$ atau $FCFS$ = *First In First Out* atau *First Come First Served*.

GD = *General Service Disciplint*.

$LIFO$ atau $LCFS$ = *Last In First Out* atau *Last Come First Served*.

$SIRO$ = *Service In Random Order*.

4. Untuk huruf e dan f dipergunakan kode N (untuk menyatakan jumlah terbatas) atau ∞ (tak berhingga satuan-satuan dalam sistem antrian dan populasi masukan).

2.7. Pengujian Distribusi Data

Prosedur pengujian data digunakan untuk mengetahui bentuk-bentuk fungsi dari populasi (Daniel, 1989 dalam Harisanti, 2009). Pengujian suatu distribusi data dapat dilakukan dengan beberapa cara, diantaranya uji Kolmogorov-Smirnov, uji Anderson Darling dan uji Chi-Squared. Dalam ketiga uji tersebut berlaku hipotesis sebagai berikut:

H_0 : data mengikuti distribusi tertentu.

H_A : data tidak mengikuti distribusi tertentu.

Ada beberapa referensi yang menyebutkan bahwa jenis variabel yang dapat diuji oleh ketiga uji tersebut adalah variabel kontinu.

Pada setiap uji distribusi data akan dihitung P -value sebagai nilai kritis eksak untuk menolak hipotesis nol (H_0) yang pada hakikatnya benar. P -value ini dihitung berdasarkan peluang eksak, yang berlandaskan pada uji statistik yang digunakan sebagai indikator dalam pengambilan keputusan. Jika P -value $< \alpha$, maka H_0 ditolak dengan resiko kesalahan sebesar P -value tersebut. Semakin kecil P -value, maka semakin kecil peluang untuk membuat kesalahan dengan menolak H_0 . Nilai α sebesar 0; 0,01; 0,05 dan 0,1 tergantung dari tingkat kekritisian dari penelitian tersebut. Dengan kata lain tergantunga pada seberapa besar resiko salah yang masih ditolerir sangat tergantung dari tingkat kekritisian penelitian dan kepentingan penggunaan hasil penelitian tersebut. Jika P -value bernilai kecil,

maka hal itu menunjukkan konsistensi atau derajat yang relatif kecil antara data dan hipotesis nol (H_0) dan akan relatif lebih besar dari hipotesis alternatif (H_A) yang berarti data mendukung hipotesis alternatif. Oleh karena itu, semakin kecil P -value dibandingkan dengan nilai α tertentu, maka besar peluang resiko salah untuk menolak H_0 secara eksak juga akan semakin kecil. Namun sesungguhnya mengenai seberapa besar P -value yang masih dapat ditolerir sangat tergantung dari tingkat kekritisan penelitian dan penggunaan hasil penelitian (Agustin, 2005 dalam Harisanti, 2009).

Uraian mengenai cara pengujian distribusi data seperti yang telah disebutkan sebelumnya secara umum adalah sebagai berikut.

1. Uji Kolmogorov-Smirnov

Uji Kolmogorov-Smirnov dapat digunakan untuk menaksir kesesuaian kurva (*Fit Curve*) dari suatu sebaran data, serta dapat memberikan informasi tentang adanya ketidaksesuaian model (*Lack of Fit*) jika P -value $< 0,05$. Di samping itu, uji Kolmogorov-Smirnov ini memberikan pendekatan nilai eksak dimana nilai maksimumnya adalah 1,00 dan minimumnya 0,00. Oleh karena itu, P -value nya hanya merupakan suatu pendekatan. Maka uji ini tidak mampu menunjukkan spesifikasi P -value yang sebenarnya dari sebaran empiris yang diamati tersebut. Uji ini kurang mampu mendeteksi adanya penyimpangan pada ujung-ujung sebaran data, misalnya sebaran data yang mempunyai kemencengan, sehingga uji ini dapat dikatakan suatu pendekatan terhadap uji W tersebut.

Jika datanya dari distribusi normal, maka titik-titik distribusi datanya akan membentuk atau mendekati sebuah garis lurus dengan koefisien korelasi yang bernilai sangat besar. Adapun bila datanya berasal dari distribusi lain, maka

plot antara data dengan peluang setiap pengamatan tersebut akan menunjukkan suatu bentuk kurva, dengan nilai koefisien korelasi (R_p) yang tidak terlalu besar. Sehingga dari perhitungan ini, H_0 akan ditolak pada taraf α tertentu, bila $R_p > C$ (*Critical Value*) disamping pengambilan keputusan melalui pendekatan *P-value* nya. Uji ini hanya mampu menampilkan pendekatan *P-value* nya.

Metode Kolmogorov-Smirnov, yang merupakan uji kenormalan paling populer, didasarkan pada nilai D yang didefinisikan sebagai berikut:

$$D = \sup_x [|F_n(x) - F_0(x)|]$$

Pada hakekatnya D adalah nilai deviasi absolut maksimum antara $F_n(x)$ dan $F_0(x)$.

2. Uji Anderson Darling

Anderson Darling Test ini digunakan untuk mengetahui distribusi dari data sampel. Anderson Darling Test menggunakan distribusi data tertentu dalam menghitung nilai kritis. Kelebihan Anderson Darling Test adalah uji ini lebih sensitif daripada K-S Test, namun mempunyai kelemahan yaitu nilai kritis tersebut harus dihitung dari setiap distribusi data sampel. Anderson Darling Test yang merupakan variasi dari Kolmogorov Smirnov Test, menggunakan *P-value* untuk mengukur apakah sebaran tertentu tersebut menyebar normal atau tidak. *P-Value* adalah peluang bahwa sampel yang diuji terletak pada distribusi normal dari suatu populasi. Jika *P-value* lebih kecil dari 0.05 maka tolak hipotesa awal (H_0).

Statistik uji: $A^2 = -N - S$

dimana:

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{N} [\log F(Y_i) + \log(1 - F(Y_{N+1-i}))]$$

F merupakan fungsi komulatif distribusi (*cumulative distribution function*) dari distribusi tertentu dan N adalah jumlah pengamatan.

3. Uji Chi-Squared

Uji ini dibuat oleh *Karl Pearson* (1899) sehingga biasa disebut *Pearson's Chi-Square*. Biasanya digunakan untuk *goodness of fit* dan *test for independence*.

Adapun rumus umum dari uji Chi-Squared yaitu

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Dimana O_i adalah frekuensi observasi ke- i dan E_i adalah frekuensi harapan ke- i yang dihitung oleh

$$E_i = F(x_2) - F(x_1),$$

Dimana F adalah CDF dari probabilitas distribusi yang diuji, dan x_1, x_2 batas ke- i .

Adapun prosedur uji distribusi data sebagai berikut:

1. Data

Data terdiri hasil-hasil pengamatan bebas x_1, x_2, \dots, x_n yang merupakan suatu sampe acak berukuran n dari suatu distribusi tipe kontinu dengan fungsi distribusi $F(x)$.

2. Menentukan taraf nyata α

Kriteria pemilihan α sebagai berikut:

- a. 0,00 jika data yang diperoleh dari hasil percobaan bidang kedokteran
- b. 0,01 jika data merupakan hasil pengujian laboratorium
- c. 0,05 jika merupakan data lapangan
- d. 0,1 jika merupakan data sosial

3. Hipotesis-hipotesis

Misal $F^*(x)$ adalah fungsi distribusi yang dihipotesiskan. Dalam hal ini $F^*(x)$ adalah distribusi Lognormal. Hipotesis pengujiannya adalah sebagai berikut:

a. Uji dua arah

$H_0: F(x) = F^*(x)$ untuk semua nilai x .

$H_1: F(x) \neq F^*(x)$ untuk semua nilai x .

b. Uji satu arah-arah kiri

$H_0: F(x) \geq F^*(x)$ untuk semua nilai x .

$H_1: F(x) < F^*(x)$ untuk semua nilai x .

c. Uji satu arah-arah kanan

$H_0: F(x) \leq F^*(x)$ untuk semua nilai x .

$H_1: F(x) > F^*(x)$ untuk semua nilai x .

2.8. Ukuran Performansi dalam Model Antrian Dasar

Dari suatu populasi yang memasuki suatu sistem baris antrian akan ditemukan baris antrian dan pelanggan. Dari kedua faktor tersebut dapat dibuat model yang dapat dipergunakan untuk menguraikan persoalan yang menyangkut banyak populasi rata-rata di dalam sistem, banyaknya server (pelayan), banyaknya waktu menunggu dan lain-lain.

Menurut Zulfikarijah (2004:186), notasi-notasi model antrian untuk sumber tak terbatas yaitu:

Tabel 2.1 Notasi-notasi Performansi Model Antrian

Notasi	Penjelasan	Satuan
N	Banyaknya pelanggan dalam sistem	Unit/jam
ρ	Tingkat intensitas fasilitas pelayanan	%
P_0	Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem	%
P_n	Probabilitas kepastian n pelanggan dalam sistem	%
λ	Laju kedatangan rata-rata	Unit/jam
$\frac{1}{\lambda}$	Waktu antar kedatangan rata-rata	Jam/unit
μ	Laju pelayanan rata-rata	Unit/jam
$\frac{1}{\mu}$	Waktu pelayanan rata-rata	Jam/unit
n	Banyak individu dalam sistem pada suatu waktu	Unit
L_q	Banyak individu rata-rata dalam antrian	Unit
L_s	Banyak individu dalam sistem total	Unit
W_q	Waktu rata-rata dalam antrian	Jam
W_s	Waktu rata-rata dalam sistem total	Jam
s	Banyaknya fasilitas pelayanan	Unit

Model antrian ($M/M/s$): ($FCFS/\infty/\infty$)

Menurut Bronson (1996:327), sebuah sistem $M/M/s$ adalah suatu proses antrian yang memiliki suatu pola kedatangan *Poisson* dengan ciri-ciri sebagai berikut. Jumlah pelayan sebanyak s yang tidak saling bergantung tetapi waktu pelayanan dari masing-masingnya adalah identik mengikuti pola distribusi

eksponensial (yang mana tidak bergantung pada keadaan sistem). Ukuran sumber input dan kapasitas (sistem pelayanan) tidak terbatas dan disiplin pelayanan *FCFS*. Pola kedatangan juga tidak bergantung pada keadaan sistem, jadi $\lambda_n = \lambda$ untuk semua n . Waktu-waktu pelayanan yang berkaitan dengan tiap-tiap pelayan juga tidak bergantung pada keadaan. Tetapi karena jumlah pelayan yang benar-benar melayani para pelanggan bergantung pada banyak pelanggan dalam sistem, maka waktu efektif yang dibutuhkan sistem untuk memproses para pelanggan melalui fasilitas pelayanannya juga tidak bergantung pada keadaan. Khususnya, jika $\frac{1}{\mu}$ adalah waktu pelayanan rata-rata bagi seorang pelayan untuk menangani satu pelanggan, maka laju rata-rata untuk menyelesaikan pelayanan apabila terdapat n pelayan dalam sistem adalah

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & (n = 0, 1, \dots, s) \\ s\mu, & (n = s + 1, s + 2, \dots) \end{cases}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{s\mu} < 1$$

Menghitung P_n untuk $n \leq s$, diperoleh

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu)(3\mu)\dots(n\mu)} p_0 \\ &= \frac{s^n \lambda^n}{s^n n! \mu^n} p_0 \\ &= \frac{s^n \lambda^n}{n! (s\mu)^n} p_0 \\ &= \frac{s^n \rho^n}{n!} p_0 \\ &= \left(\frac{(s\rho)^n}{n!} \right) p_0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dan untuk $n \geq s$, diperoleh

$$\begin{aligned}
 P_n &= \frac{\lambda^n}{\mu(2\mu) \cdots (s-1)\underbrace{\mu(s\mu)(s\mu) \cdots (s\mu)}_{(n-s)\text{ kali}}} P_0 \\
 &= \frac{\lambda^n}{s! s^{n-s} \mu^n} P_0 \\
 &= \left(\frac{\lambda^n}{s! s^n s^{-s} \mu^n} \right) P_0 \\
 &= \left(\frac{s^s \lambda^n}{s! (s\mu)^n} \right) P_0 \\
 &= \left(\frac{s^s \rho^n}{s!} \right) P_0 \tag{2.2}
 \end{aligned}$$

Jadi,

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{(s\rho)^n}{n!} \right) P_0, & (n = 0, \dots, s) \\ \left(\frac{s^s \rho^n}{s!} \right) P_0, & (n = s+1, s+2, \dots) \end{cases}$$

Probabilitas tidak ada individu dalam sistem (P_0)

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$$

$$\sum_{n=0}^s \left(\frac{(s\rho)^n}{n!} \right) P_0 + \sum_{n=s+1}^{\infty} \left(\frac{s^s \rho^n}{s!} \right) P_0 = 1$$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^s \left(\frac{(s\rho)^n}{n!} \right) + \sum_{n=s+1}^{\infty} \left(\frac{s^s \rho^n}{s!} \right) \right]^{-1}$$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^s \left(\frac{(s\rho)^n}{n!} \right) + \frac{s^s}{s!} \sum_{n=s+1}^{\infty} \rho^n \right]^{-1}$$

$$P_0 = \left[\sum_{n=0}^s \frac{(s\rho)^n}{n!} + \frac{s^s \rho^{s+1}}{s!(1-\rho)} \right]^{-1} \quad (2.3)$$

Rata-rata banyak individu yang menunggu dalam antrian (L_q)

$$L_q = \sum_{n=s}^{\infty} (n-s)p_n, \quad k = n-s, \quad n = k+s$$

$$L_q = \sum_{k=0}^{\infty} kp_{k+s}$$

$$L_q = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{ks^s \rho^{k+s}}{s!} p_0$$

$$L_q = p_0 \frac{s^s \rho^s}{s!} \sum_{k=0}^{\infty} k(\rho)^{k-1}$$

$$L_q = p_0 \frac{s^s \rho^s}{s!} \left[\frac{1}{(1-\rho)^2} \right]$$

$$L_q = \frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{s!(1-\rho)^2} \quad (2.4)$$

Model antrian ($G/G/s$): ($FCFS/\infty/\infty$)

Sebuah sistem $G/G/s$ adalah suatu proses antrian yang memiliki suatu pola banyak kedatangan Poisson dengan ciri-ciri sebagai berikut: Jumlah pelayan sebanyak s , waktu antar kedatangan berdistribusi umum dengan rata-rata = $E(X)$ dan $var(X) = \sigma^2$, waktu pelayanan juga berdistribusi umum dengan rata-rata = $E(X)$ dan $var(X) = \sigma^2$ serta rata-rata jumlah pelayanan = $\frac{1}{E(X)}$; Ukuran sumber input dan kapasitas (sistem pelayanan) tidak terbatas dan disiplin pelayanan *FCFS*.

Rata-rata banyak individu yang menunggu dalam antrian (L_q)

Aproksimasi *Allen-Cunneen* ($G/G/m/\infty$)

Menurut Hall (1991:153), Aproksimasi *Allen-Cunneen* menggunakan nilai L_q dari model antrian $M/M/m/\infty$ dan mengalikan hasil penghitungan faktor penyesuaian untuk variasi waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan.

$$\begin{aligned}
 L_q &= L_{q.M/M/s} \cdot \left[\frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right] \\
 &= \frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{s!(1-\rho)^2} \left[\frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right]
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Waktu tunggu rata-rata dalam antrian (W_q)

$$L_q = \bar{\lambda} W_q \text{ atau}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\bar{\lambda}}, \text{ dengan } \bar{\lambda} = \lambda$$

$$W_q = \frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{\lambda s!(1-\rho)^2} \left[\frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right] \tag{2.6}$$

Waktu tunggu rata-rata dalam sistem (W_s)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_s = \frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{\lambda s!(1-\rho)^2} \left[\frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right] + \frac{1}{\mu} \tag{2.7}$$

Rata-rata banyak individu yang menunggu dalam sistem (L_s)

$$L_s = \bar{\lambda} W_s, \text{ dengan } \bar{\lambda} = \lambda$$

$$L_s = \lambda \left(\frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{\lambda s! (1-\rho)^2} \left[\frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right] + \frac{1}{\mu} \right)$$

$$L_s = \frac{s^s \rho^{s+1} p_0}{s! (1-\rho)^2} \left[\frac{C^2(A) + C^2(S)}{2} \right] + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.8)$$

Keterangan: $C(A)$ = koefisien variansi untuk waktu antar kedatangan yaitu standart deviasi dibagi mean (rata-rata) distribusi waktu antar kedatangan.

$C(S)$ = koefisien variansi untuk waktu pelayanan yaitu standart deviasi dibagi mean (rata-rata) distribusi waktu pelayanan.

2.9. Metode Antrian dalam Kajian Islam

Menurut Herjanto (2009:99) Antri atau menunggu untuk mendapatkan pelayanan adalah salah satu masalah klasik yang dihadapi oleh kehidupan bermasyarakat maupun dalam suatu kegiatan produksi. Adapun ayat yang berkaitan dengan menunggu terdapat dalam Q.S. Yunus/10: 102, sebagai berikut:

فَهَلْ يَنْتَظِرُونَ إِلَّا مِثْلَ أَيَّامِ الَّذِينَ خَلَوْا مِنْ قَبْلِهِمْ قُلْ فَانْتَظِرُوا إِنِّي مَعَكُمْ مِنَ الْمُنْتَظِرِينَ ﴿١٠٢﴾

Artinya: "mereka tidak menunggu-nunggu kecuali (kejadian-kejadian) yang sama dengan kejadian-kejadian (yang menimpa) orang-orang yang telah terdahulu sebelum mereka. Katakanlah: "Maka tunggulah, Sesungguhnya akupun Termasuk orang-orang yang menunggu bersama kamu""(Q.S. Yunus/10:102).

Maksud dari ayat tersebut terkait pernyataan di atas yaitu seseorang akan menunggu untuk mendapatkan pelayanan seperti yang terjadi pada seorang yang telah dilayani terlebih dahulu untuk mendapatkan pelayanan.

Adapun tafsir Jalalain dari Al-Mahalli dan As-Suyuthi (2000:131) tentang Q.S. Yunus/10: 102 adalah tidak ada (yang mereka tunggu-tunggu) dengan perbuatan mereka yang mendustakan kamu (melainkan kejadian-kejadian yang sama dengan kejadian-kejadian yang menimpa orang-orang terdahulu sebelum mereka) umat-umat terdahulu. Artinya mereka akan tertimpa siksaan yang sama seperti siksaan yang menimpa umat-umat terdahulu (katakanlah, “Maka tunggulah) hal tersebut (sesungguhnya aku pun orang yang menunggu bersama kalian”).

Ada juga tafsir Al-Misbah menurut Quraish Shihab (2002) yaitu tidakkah orang-orang yang ingkar itu hanya menanti turunnya siksa di hari-hari yang penuh penderitaan yang dulu pernah dialami orang-orang sebelum mereka, seperti kaum Nabi Nuh, Kaum Nabi Musa, dan lain sebagainya. Bila demikian, katakanlah kepada mereka, wahai Muhammad, “jika kalian masih mau menunggu, maka lakukanlah. Aku akan menunggu bersama kalian. Tidak lama lagi kalian akan mendapatkan kehancuran dan azab di hari kiamat”.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh berdasarkan pengamatan langsung oleh Wahyudi, Sinulingga dan Firdaus (2012). Data diperoleh dari Sistem Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali. Data diperoleh dengan mengadakan pengamatan langsung terhadap sistem antrian yang meliputi data antar waktu kedatangan dan data waktu pelayanan.

3.2. Populasi dan Sampel

1. Populasi

Populasi dalam penelitian ini adalah khusus pada kendaraan roda empat keatas.

2. Sampel

Sampel yang diamati dalam penelitian ini adalah jumlah kendaraan roda empat yang datang dan melakukan pengisian di Sistem Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali.

3.3. Variabel yang Diamati dan Definisi Operasional

Dalam penelitian ini ada 3 jenis variabel yang diamati, yaitu data waktu antar kedatangan, data waktu pelayanan dan jumlah pelayanan.

1. Variabel Waktu Antar Kedatangan

Waktu kedatangan pelanggan bersifat random, kedatangan pelanggan yang satu tidak tergantung pada kedatangan pelanggan yang lain. Yang dimaksud sebagai waktu kedatangan adalah waktu kedatangan dari pelanggan pada saat masuk dalam antrian. Waktu kedatangan ini dihitung pada saat pelanggan mendapat nomor. Waktu antar kedatangan diperhitungkan dari selang waktu antar kedatangan pelanggan yang ke- t dengan yang ke- $t+1$.

Tabulasi data untuk pengambilan data waktu antar kedatangan disajikan dalam bentuk sebagai berikut:

No	Saat kedatangan			Selisih
	Jam	Menit	Detik	

2. Variabel Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan tiap pelanggan adalah independen, hal ini disebabkan tiap pelanggan melakukan transaksi yang berbeda-beda. Lamanya waktu pelayanan diperoleh dengan menghitung selisih antara waktu pada saat pelanggan berada di depan loket transaksi dengan waktu pada saat pelanggan meninggalkan loket transaksi.

Tabulasi data untuk pengambilan data waktu pelayanan disajikan dalam bentuk sebagai berikut:

No	Saat Masuk Loker			Saat Keluar Loker			Selisih
	Jam	Menit	Detik	Jam	Menit	Detik	

3. Variabel Jumlah Pelayanan

Pelayanan adalah orang yang melayani pelanggan yang akan melakukan transaksi di loket-loket transaksi. Jumlah pelayanan dapat dilihat dari banyaknya loket transaksi yang digunakan untuk transaksi.

3.4. Metode Pengambilan Sampel

Pengambilan sampel dilakukan pada hari kerja yaitu hari senin sampai jumat. Pengamatan dilakukan pada saat ada banyak pelanggan yang mengantri untuk melakukan transaksi, dalam antrian jumlah pelanggan yang akan melakukan transaksi lebih banyak daripada waktu-waktu yang lain. Waktu dimana banyak pelanggan yang datang.

Untuk pengambilan data waktu antar kedatangan, metode yang digunakan yaitu *sampling purposive* yaitu teknik penentuan sampel dengan pertimbangan tertentu (Sugiyono, 1999 dalam Chotimah, 2005), dalam hal ini dengan mempertimbangkan bahwa sampel yang diambil harus berurutan. Pada penelitian ini pencatatan waktu dilakukan di tempat pelanggan saat masuk dalam antrian. Sedangkan pengambilan data waktu pelayanan digunakan metode *sampling accidental* yaitu teknik pengambilan sampel berdasarkan kebetulan, siapa saja yang secara kebetulan bertemu dengan peneliti dapat digunakan sebagai

sumber data (Sugiyono, 2004 dalam Chotimah, 2005). Untuk pengambilan data waktu pelayanan ini peneliti berada di dekat tempat pelayanan, sehingga jika ada pelanggan yang masuk ke tempat pelayanan langsung dicatat waktu mulai pelanggan itu berdiri di depan tempat pelayanan dan juga waktu pelanggan meninggalkan tempat pelayanan.

3.5. Metode Analisis

Setelah data diperoleh, selanjutnya data tersebut akan dianalisis melalui serangkaian tahap, yaitu:

1. Pendeteksian distribusi banyak kedatangan dengan menggunakan uji Chi Kuadrat.

Langkah-langkah pendeteksian distribusi banyak kedatangan dengan penghitungan manual menggunakan uji Chi Kuadrat:

- a. Dibuat suatu hipotesis $H_0 =$ data kedatangan menyebar secara *Poisson*
 $H_1 =$ data kedatangan tidak menyebar secara *Poisson*
- b. Dari data waktu antar kedatangan, jumlah interval yang diperoleh dibagi menjadi periode-periode dan dihitung banyak kedatangan dalam setiap periode yang berurutan.
- c. Selanjutnya dihitung banyak kedatangan (f_n).
- d. Dengan mengacu pada persamaan *Poisson* yaitu $P(n) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}$, dapat dihitung nilai P_n .
- e. Untuk memperoleh nilai harapan jumlah pelanggan e_n , P_n harus dikalikan dengan banyaknya interval yang ada (n).

- f. Untuk memperoleh nilai Chi Kuadrat digunakan rumus

$$\chi^2 = \sum_{n=0}^k \frac{(f_n - e_n)^2}{e_n}$$

Uji Chi Kuadrat untuk Uji Distribusi Banyak Kedatangan disajikan dalam bentuk sebagai berikut:

n	f_n	P_n	e_n	$\frac{(f_n - e_n)^2}{e_n}$

- g. Dengan menggunakan tabel Chi Kuadrat, nilai $\chi^2_{(\alpha)(k-1)}$ (α adalah taraf nyata untuk kebenaran dan k adalah banyak interval) dapat diperoleh.

- h. Sehingga keputusan pengujian, jika $\chi^2 < \chi^2_{(\alpha)(k-1)}$ maka H_0 diterima. Kesimpulan bahwa data kedatangan menyebar secara *Poisson*.

2. Pendeteksian distribusi waktu pelayanan.

Langkah-langkah pendeteksian distribusi waktu pelayanan dengan penghitungan manual menggunakan uji Chi Kuadrat:

- a. Dibuat suatu hipotesis

H_0 = data waktu pelayanan menyebar secara *Ekspensial*

H_1 = data kedatangan tidak menyebar secara *Ekspensial*

- b. Dari data waktu pelayanan, dibuat interval kemudian dicari nilai tengah (x_i).

- c. Selanjutnya dihitung Frekuensi Observasi (f_n).

d. Frekuensi relatif (f_r) didapat dari frekuensi observasi (f_n) dibagi jumlah frekuensi observasi ($\sum f_n$).

e. Frekuensi harapan (f_e) yang berkaitan dengan interval $[I_{i-1}, I_i]$ dihitung dengan menggunakan rumus:

$$(f_e) = n(e^{-\mu(I_{i-1})} - e^{-\mu(I_i)})$$

f. Untuk memperoleh nilai Chi Kuadrat digunakan rumus

$$\chi^2 = \sum_{n=0}^k \frac{(f_n - f_e)^2}{f_e}$$

Uji Chi Kuadrat untuk Uji Distribusi waktu pelayanan disajikan dalam bentuk sebagai berikut:

Waktu pelayanan (x)	Nilai tengah (x_i)	Frek. Obs (f_n)	Frek. Relatif (f_r)	$x_i \cdot f_r$	Frek. Teoritis (f_e)	$(f_n - f_e)^2$	χ^2

g. Dengan menggunakan tabel Chi Kuadrat, nilai $\chi^2_{(\alpha)(k-1)}$ (α adalah taraf nyata untuk kebenaran dan k adalah banyak interval) dapat diperoleh.

h. Sehingga keputusan pengujian, jika $\chi^2 < \chi^2_{(\alpha)(k-1)}$ maka H_0 diterima.

Kesimpulan bahwa data waktu pelayanan menyebar secara *Eksponensial*.

3. Langkah-langkah analisis antrian

Langkah-langkah dalam analisis antrian:

a. Menentukan model antrian.

Model antrian dinyatakan dengan memakai notasi Kendall yang meliputi distribusi banyak kedatangan dan waktu antar kedatangan, distribusi pelayanan,

jumlah pelayanan, disiplin pelayanan, jumlah maksimum yang diperkenankan berada dalam sistem, dan besarnya populasi masukan.

- b. Pendugaan parameter distribusi data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan.

Pendugaan parameter distribusi data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dengan menggunakan Uji Chi Kuadrat dengan asumsi distribusi waktu antar kedatangan mengikuti distribusi *Poisson* sedangkan waktu pelayanan mengikuti distribusi *Ekspensial*.

- c. Menerapkan model antrian berdasarkan nilai parameter yang diperoleh dengan menggunakan POM sebagai pembanding keakuratan perhitungan manual.
- d. Interpretasi performansi model antrian yang diperoleh yaitu:
1. Utilitas petugas pelayanan (ρ).
 2. Jumlah individu rata-rata dalam antrian (L_q) dan jumlah individu rata-rata dalam sistem (L_s).
 3. Waktu menunggu rata-rata dalam antrian (W_q) dan waktu menunggu rata-rata dalam sistem (W_s).

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1. Pendeteksian Distribusi Banyak Kedatangan

Data yang diperoleh adalah data sekunder dari hasil pengamatan yang dilakukan oleh Wahyudi, Sinulingga dan Firdaus (2012) di Stasiun Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali. Pengambilan data dilakukan pada tanggal 12 Januari 2012 pada pukul 09.00-10.00. Untuk mengetahui distribusi banyak kedatangan, maka dari data tersebut dibuat tabel frekuensi banyak kedatangan secara berurutan yang ditunjukkan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Banyak kedatangan dalam Periode yang Berurutan

Periode Waktu (Detik)	Banyak Kedatangan	Periode Waktu (Detik)	Banyak Kedatangan
0-19	3	100-119	8
20-39	5	120-139	5
40-59	3	140-159	5
60-79	3	160-179	3
80-99	3		

Dari Tabel 4.1 pengambilan data waktu kedatangan dilakukan dengan mengelompokkan banyaknya kendaraan roda empat yang datang kedalam kelas interval dengan lebar kelas 20. Pengelompokkan ini didasarkan dari observasi yang telah dilakukan sebelumnya, yang bertujuan agar tidak terjadi penumpukan yang terlalu besar dalam antrian.

Banyak kedatangan kendaraan roda empat di SPBU Sunset Road Kuta Badung Bali, diasumsikan berdistribusi *Poisson*. Untuk menguji bahwa banyak kedatangan berdistribusi *Poisson* dilakukan Uji Kebaikan Suai *Chi-Square* yang ditunjukkan pada Tabel 4.2.

1. Hipotesis:

H_0 : kedatangan berdistribusi *Poisson*.

H_1 : kedatangan tidak berdistribusi *Poisson*.

2. Kriteria yang digunakan:

H_0 diterima jika χ^2 hitung $< \chi^2$ tabel dan H_1 ditolak.

H_1 diterima jika χ^2 hitung $> \chi^2$ tabel dan H_0 ditolak.

3. Dari hasil penelitian antrian pelanggan diperoleh distribusi waktu antar kedatangan sebagai berikut:

Tabel 4.2 Uji Chi Kuadrat untuk Uji Distribusi Banyak Kedatangan

n	f_n	P_n	e_n	$\chi^2 = \frac{(f_n - e_n)^2}{e_n}$
0	0	0,01467	0,13203	0,13203
1	0	0,06193	0,55737	0,55737
2	0	0,13076	1,17684	1,17684
3	5	0,18403	1,65627	6,75043
4	0	0,19425	1,74825	1,74825
5	3	0,16404	1,47636	1,57243
6	0	0,11543	1,03887	1,03887
7	0	0,06963	0,62667	0,62667
8	1	0,03674	0,33066	1,35491
$\Sigma \chi^2$				14,9578

Keterangan:

$$\lambda = \frac{\sum n \cdot f_n}{\sum f_n} = \frac{38}{9} = 4,222$$

$$k = \sum n = 9$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\chi^2 \text{ tabel} = \chi^2_{(\alpha, k-1)} = \chi^2_{(0,05, 8)} = 15,50731$$

Dari Tabel 4.2 diketahui jumlah kedatangan (n) dan frekuensi observasi (f_n) yang dihasilkan dari Tabel 4.1, akan diperoleh probabilitas kedatangan (P_n) dan frekuensi harapan (e_n) untuk menentukan nilai chi-kuadrat (χ^2). Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, diperoleh hasil uji *chi-square* banyak kedatangan yang dapat dilihat pada Tabel 4.2, bahwa nilai χ^2 hitung = $14,9578 < 15,50731 = \chi^2$ tabel, maka H_0 diterima dan H_1 ditolak. Dengan demikian distribusi probabilitas untuk banyak kedatangan pelanggan berdistribusi *Poisson*.

4.2. Pendeteksian Distribusi Waktu Pelayanan

Dalam menentukan distribusi probabilitas waktu pelayanan digunakan data waktu pelayanan yang ada pada lampiran 1. Untuk menguji distribusi probabilitas waktu pelayanan dilakukan Uji Kebaikan Suai *Chi-Square* yang ditunjukkan pada Tabel 4.3.

1. Hipotesis:

H_0 : pelayanan berdistribusi *eksponensial*.

H_1 : pelayanan tidak berdistribusi *eksponensial*.

2. Kriteria yang digunakan:

H_0 diterima jika χ^2 hitung $< \chi^2$ tabel dan H_1 ditolak.

H_1 diterima jika χ^2 hitung $> \chi^2$ tabel dan H_0 ditolak.

3. Dari hasil penelitian antrian pelanggan diperoleh distribusi waktu pelayanan sebagai berikut:

Tabel 4.3 Uji Chi Kuadrat untuk Uji Distribusi Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan (x)	Nilai tengah (x_i)	Frek. Obs (f_i)	Frek. Relatif (f_r)	$x_i \cdot f_i$	Frek. Teoritis (f_e)	$(f_n - f_e)^2$	χ^2
(0,19]	9,5	0	0	0	7,12006	50,69525	7,12006
(20,39]	29,5	0	0	0	5,72318	32,75478	5,72318
(40,59]	49,5	0	0	0	4,60028	21,16257	4,60028
(60,79]	69,5	10	0,26316	695	3,69778	39,71797	10,74103
(80,99]	89,5	15	0,39474	1342,5	2,97198	144,67326	48,67908
(100,119]	109,5	12	0,31578	1314	2,38906	92,37016	38,66381
(120,139]	129,5	1	0,02632	129,5	1,92052	0,84736	0,44121
Jumlah	486,5	38	1	3481			115,96865

Keterangan:

$$\mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{3481}{38} = 91,6052 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{91,6052} = 0,01092 \text{ detik per pelanggan}$$

$$k = 7$$

$$\alpha = 0,05$$

$$\chi^2 \text{ tabel} = \chi^2_{(\alpha, k-1)} = \chi^2_{(0,05, 6)} = 12,59158$$

Dari Tabel 4.3 dengan menggunakan uji chi-square waktu pelayanan dapat dilihat bahwa nilai χ^2 hitung = 115,96865 > 12,59158 = χ^2 tabel, maka H_1 diterima dan H_0 ditolak. Dengan demikian distribusi probabilitas untuk waktu pelayanan tidak berdistribusi *eksponensial*.

4.3. Model Antrian di SPBU Sunset Road

Berdasarkan hasil dari Uji Kebaikan Suai (*Goodness of Fit*) *Chi-Square* waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan yang telah dilakukan, dapat ditentukan model dari suatu antrian. Model sistem antrian di Stasiun Pengisian

Bahan-Bakar Umum (SPBU) Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali mengikuti bentuk *Multi Channel Single Phase* yang mempunyai antrian tunggal dengan 3 fasilitas pelayanan. Disiplin antrian yang digunakan adalah *FCFS*, yaitu pelanggan yang datang terlebih dahulu akan dilayani dahulu. Distribusi waktu antar kedatangan berdistribusi *Poisson* dan distribusi waktu pelayanan tidak mengikuti distribusi *Eksponensial*. Jadi model antrian yang digunakan di SPBU Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali adalah Model antrian $(M/G/3): (FCFS/\infty/\infty)$.

4.4. Analisis Perhitungan Model Antrian

Analisis perhitungan dari model antrian adalah menentukan hasil dari perhitungan efektifitas model antrian. Analisis perhitungan model antrian dapat dilakukan dengan 2 cara yaitu dengan menggunakan perhitungan manual dan program *POM for Windows*.

4.4.1 Analisis Model Antrian Menggunakan Perhitungan Manual

Dari hasil Uji Kebaikan Suai (*Goodness of Fit*) *Chi-Square* yang telah dilakukan pada Tabel 4.2 dan Tabel 4.3, diperoleh:

$$\lambda = 4,222 \text{ pelanggan per 20 menit}$$

$$= 0,21111 \text{ pelanggan per menit}$$

$$= 0,00352 \text{ pelanggan per detik}$$

$$\mu = 0,01092 \text{ detik per pelanggan}$$

$$s = 3$$

Sehingga faktor kegunaan pelayanan dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,00352}{0,01092} = 0,32234 \text{ dan } \frac{\rho}{s} = \frac{0,32234}{3} = 0,10745$$

Jadi faktor kegunaan pelayanan adalah **0,1**. Karena $0,1 < 1$ maka keadaan *steady state* dapat terpenuhi.

- a. Menghitung rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan

Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 W_q &= \frac{\lambda^s E[t^2] (E[t])^{s-1}}{2(s-1)! (s-\lambda(E[t]))^2 \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\lambda^n E[t]^n}{n!} + \frac{\lambda E[t]^s}{(s-1)!(s-\lambda E[t])} \right]} \\
 &= \frac{(0,00352)^3 \frac{2}{(0,01092)^2}}{2(3-1)! \left(3 - (0,00352) \left(\frac{1}{0,01092} \right) \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{0,01092} \right)^2} \\
 &= \frac{0,000000043614 \times 16771,99479 \times 8385,99739}{28,67945 \left[(1 + 0,32234 + 0,05195) + 0,00625 \right]} \\
 &= \frac{6,1343}{39,59313} \\
 &= 0,15493
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian adalah 0,2 detik.

- b. Menghitung rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 L_q &= \lambda \cdot W_q \\
 &= 0,00352 \times 0,15493
 \end{aligned}$$

$$= 0,000545$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian adalah 0 pelanggan.

- c. Menghitung rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned} L_s &= L_q + \rho \\ &= 0,000545 + 0,32234 \\ &= 0,322885 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem adalah 1 pelanggan.

- d. Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{L_s}{\lambda} \\ &= \frac{0,322885}{0,00352} \\ &= 91,72869 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem adalah 92 detik atau 1 menit 32 detik.

4.4.2 Analisis Model Antrian Menggunakan Program *POM for Windows*

Analisis model antrian menggunakan program *POM for Windows* adalah untuk pembandingan dari hasil model antrian menggunakan perhitungan manual. Dalam hal ini program *POM for Windows* dapat mempercepat proses perhitungan dari model antrian sesuai dengan perhitungan manual.

Langkah-langkah dalam menggunakan program *POM for Windows* adalah

1. Membuka program *POM for Windows* versi 3.
2. Klik Module pilih *Waiting Lines*.
3. Klik File – New – pilih *Multiple Channel Sistem*.
4. Isi *Arrival rate* (λ), *Service rate* (μ) dan *Number of servers*.
5. Jika sudah terisi semua maka untuk menampilkan hasilnya klik *Solve*.

Untuk menentukan model antrian *M/G/3* dengan menggunakan program *POM for Windows* dibutuhkan rata-rata waktu antar kedatangan (λ), rata-rata waktu Pelayanan (μ) dan jumlah pelayanan (s) yang telah diperoleh sebagai berikut:

$$\lambda = 0,00352; \mu = 0,01092; s = 3$$

Selanjutnya akan dilakukan analisis model antrian dengan menggunakan program *POM for Windows* yang dapat dilihat pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4 Hasil Analisis menggunakan program *POM for Windows*

Parameter	Value	Parameter	Value	Minutes	Seconds
M/M/s		Average server utilization	0.10745		
Arrival rate(lambda)	0.00352	Average number in the queue(Lq)	0.00055		
Service rate(mu)	0.01092	Average number in the system(Ls)	0.32289		
Number of servers	3	Average time in the queue(Wq)	0.15493	9.29601	557.7606
		Average time in the system(Ws)	91.73003	5503.802	330228.1

Dari tabel 4.4 diperoleh hasil analisis menggunakan program *POM for Windows* yang dihasilkan dari rata-rata kedatangan (λ) = 0,0352, rata-rata pelayanan (μ) = 0,01092 dan jumlah pelayanan $s = 3$ maka diperoleh hasil dari analisis menggunakan program *POM for Windows* yaitu utilitas pelayanan (ρ) = 0,10745, rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian (L_q) = 0,00055, rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem (L_s) = 0,32289, rata-rata waktu yang

dihabiskan pelanggan dalam antrian (W_q) = 0,15493, dan rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (W_s) = 91,73003.

4.5. Perbandingan Performansi Model Antrian Hasil Simulasi dengan Keadaan Sebenarnya di SPBU Sunset Road

Berikut ini ditunjukkan data nilai performansi model antrian yang memuat keadaan sebenarnya dan hasil simulasi pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 Performansi Model Antrian

Performansi	Server		
	2 (Simulasi)	3 (Sebenarnya)	4 (Simulasi)
ρ	0,16117	0,10745	0,08059
L_q	0,0086	0,00055	0,00003
L_s	0,33094	0,32289	0,32238
W_q	2,44224	0,15493	0,00883
W_s	94,01733	91,73003	91,58392

Berdasarkan Tabel 4.5 dapat dilihat bahwa dengan jumlah server baik hasil simulasi maupun sebenarnya pada dasarnya semua sudah optimal. Hal ini dapat dilihat dari hasil performansi model antrian yang diperoleh. Dengan menggunakan 2 server nilai tingkat pelayanan (ρ) adalah 0,16117 lebih besar dibandingkan dengan menggunakan 3 server yaitu 0,10745 dan 4 server yaitu 0,08059. Tetapi waktu tunggu dalam antrian (W_q) lebih lama jika menggunakan 2 server yaitu 2,44224 detik atau sekitar 2 detik. Sedangkan jika menggunakan 3 server waktu tunggu dalam antrian (W_q) yaitu 0,15493 detik dan 4 server yaitu 0,00883, itu artinya hampir tidak ada waktu tunggu dalam antrian. Jumlah pelanggan yang ada dalam antrian (L_q) dan dalam sistem (L_s) semua server

hampir sama yaitu jika menggunakan 2 server $L_q = 0,0086$ dan $L_s = 0,33094$. Sedangkan menggunakan 3 server $L_q = 0,0055$ dan $L_s = 0,32289$, untuk 4 server $L_q = 0,0003$ dan $L_s = 0,32238$. Itu artinya hampir tidak ada pelanggan yang antri. Jadi menurut hasil performansi model baik menggunakan server yang sebenarnya maupun simulasi adalah optimal.



BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Dari hasil pembahasan pada bab IV diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Banyak kedatangan pelanggan pada Stasiun Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Jl. Sunset Road Kuta Badung Bali mengikuti distribusi *Poisson* dan distribusi waktu pelayanan mengikuti distribusi general sehingga didapat model antrian $(M/G/3):(FCFS/\infty/\infty)$ dengan rata-rata waktu antar kedatangan $(\lambda) = 0,00352$ dan rata-rata waktu pelayanan $(\mu) = 0,01092$.
2. Menurut hasil performansi model antrian pada Tabel 4.5 baik menggunakan server keadaan sebenarnya maupun simulasi adalah optimal. Akan tetapi, alangkah baiknya jika menggunakan 3 server. Karena ketika suatu saat kendaraan roda empat banyak yang melakukan pengisian di SPBU tersebut tidak memungkinkan menggunakan 2 server saja akan terjadi lamanya waktu tunggu dalam antrian. Sebaliknya, jika suatu saat sedikit kendaraan roda empat yang melakukan pengisian di SPBU tersebut maka tidak memungkinkan menggunakan 4 server karena akan ada pelayan yang tidak melayani. Jadi menggunakan 3 server itu yang lebih optimal.

5.2. Saran

Model yang digunakan dalam skripsi ini adalah model $(M/G/3): (FCFS/\infty/\infty)$. Bagi peneliti yang ingin mencoba menerapkan struktur antrian *Multi Channel Single Phase* ini dapat menerapkan dengan model antrian yang berbeda.



DAFTAR PUSTAKA

- Al-Mahalli, I.J., dan As-Suyuthi, I.J. 2000. *Tafsir Jalalain*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- Bronson, R. 1996. *Teori dan Soal-soal Operational Research*, Diterjemahkan Wospakrik, JH. Jakarta: Erlangga.
- Chotimah, C. 2005. *Identifikasi Model Antrian Pada Loker Transaksi Penyetiran dan Penarikan Uang di Bank Rakyat Indonesia Cabang Malang*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Dimiyati, T.T., dan Dimiyati, A. 1994. *Operation Research Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- Hall, R.W. 1991. *Queueing Methods*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Harisanti, Y.Q. 2009. *Kajian Grafik Pengendali dan Analisis Kemampuan Proses Statistik Berbasis Distribusi Weibull*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Herjanto, E. 2009. *Sains Manajemen-Analisis Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan*. Jakarta: Grasindo.
- Hiller, F.S., dan Lieberman, G.J. 2005. *Introduction to Operations Research Eighth Edition*. New York: Mc Graw Hill Inc.
- Kakiay, T.J. 2004. *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: ANDI.
- Mulyono, S. 2007. *Riset Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Purnawan, D. 2013. *Analisis Model Antrian Perbaikan Sepeda Motor dengan Menggunakan Program Visual Basic*. Skripsi tidak diterbitkan. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Purwanto. 1998. *Matematika Diskrit*. Malang: Institut Keguruan dan Ilmu Pendidikan Malang.

- Shihab, M.Q. 2002. *Tafsir Al-Misbah: Pesan, Kesan dan Keserasian Al-Qur'an* vol.8. Jakarta: Lentera Hati.
- Siagian, P. 1987. *Penelitian operasional Teori dan Praktek*. Jakarta: UI Press.
- Subagyo, P. 2000. *Dasar-dasar Operation Research*. Yogyakarta: BPFE.
- Taha, H. A. 1997. *Riset Operasi*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Wahyudi, G.V., Sinulingga, S., dan Firdaus, F. 2012. *Perancangan Sitem Simulasi Antrian Kendaraan Bermotor pada Stasiun Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Menggunakan Metode Distribusi Eksponensial*. Jurnal Elektronik Ilmu Komputer. Vol. 1 No. 2 November.
- Wulan, E.R., dan Wahyuni, N.S. 2015. *Jurnal: Model Antrian Multi Server ($M^{[x]}/M/C; C - 1/FCFS$) dengan Gangguan Pelayanan dengan Pola Kedatangan Berkelompok*. Fakultas Sains dan Teknologi-Universitas Sunan Gunung Djati Vol. IX No. 1 Juni.
- Zulfikarijah, F. 2004. *Operation Research*. Malang: Bayumedia Publishing.

Lampiran 1

**Data waktu kedatangan dan lama pelayanan di SPBU Sunset Road Kuta
Badung Bali**

Konsumen	Pukul	WAK			Mulai	Selesai	LP		
		Waktu	Menit	Detik			Waktu	Menit	Detik
1	9:00:00	0	0	0	9:00:00	9:01:38	98	1	38
2	9:01:25	85	1	25	9:01:38	9:03:07	89	1	29
3	9:01:37	12	0	12	9:03:07	9:04:57	110	1	50
4	9:02:32	55	0	55	9:04:57	9:06:40	103	1	43
5	9:04:35	123	2	3	9:06:40	9:08:18	98	1	38
6	9:06:32	117	1	57	9:08:18	9:09:18	60	1	0
7	9:07:04	32	0	32	9:09:18	9:11:11	113	1	53
8	9:07:13	9	0	9	9:11:11	9:12:43	92	1	32
9	9:09:06	113	1	53	9:12:43	9:14:37	114	1	54
10	9:11:03	117	1	57	9:14:37	9:16:36	119	1	59
11	9:11:24	21	0	21	9:16:36	9:17:39	63	1	3
12	9:13:34	130	2	10	9:17:39	9:19:17	98	1	38
13	9:16:03	149	2	29	9:19:17	9:20:31	74	1	14
14	9:17:03	60	1	0	9:20:31	9:22:21	110	1	50
15	9:19:19	136	2	16	9:22:21	9:24:01	100	1	40
16	9:20:08	49	0	49	9:24:01	9:25:03	62	1	2
17	9:22:59	171	2	51	9:25:03	9:26:29	86	1	26
18	9:25:20	141	2	21	9:26:29	9:27:55	86	1	26
19	9:28:10	170	2	50	9:27:55	9:29:20	85	1	25
20	9:30:00	110	1	50	9:30:00	9:31:47	107	1	47
21	9:31:42	102	1	42	9:31:47	9:33:18	91	1	31
22	9:33:18	96	1	36	9:33:18	9:34:57	99	1	39
23	9:33:46	28	0	28	9:34:57	9:36:06	69	1	9
24	9:36:03	137	2	17	9:36:06	9:38:02	116	1	56
25	9:36:39	36	0	36	9:38:02	9:39:47	105	1	45
26	9:37:28	49	0	49	9:39:47	9:41:17	90	1	30
27	9:39:26	118	1	58	9:41:17	9:42:24	67	1	7
28	9:40:38	72	1	12	9:42:24	9:43:30	66	1	6
29	9:43:09	151	2	31	9:43:30	9:44:58	88	1	28
30	9:44:27	78	1	18	9:44:58	9:46:54	116	1	56
31	9:46:11	104	1	44	9:46:54	9:47:56	62	1	2
32	9:48:20	129	2	9	9:48:20	9:49:57	97	1	37
33	9:48:59	39	0	39	9:49:57	9:50:58	61	1	1
34	9:51:37	158	2	38	9:51:37	9:53:01	84	1	24
35	9:54:02	145	2	25	9:54:02	9:56:02	120	2	0
36	9:55:25	83	1	23	9:56:02	9:57:19	77	1	17
37	9:57:23	118	1	58	9:57:23	9:58:59	96	1	36
38	10:00:20	177	2	57	10:00:20	10:02:05	105	1	45

Sumber: data sekunder dari jurnal Wahyudi, Sinulingga, dan Firdaus. 2012. *Perancangan Sistem Simulasi Antrian Kendaraan Bermotor pada Stasiun Pengisian Bahan-Bakar Umum (SPBU) Menggunakan Metode Distribusi Eksponensial*. Jurnal Elektronik Ilmu Komputer. Vol. 1 No. 2 November 2012: 107-108

Lampiran 2

Hasil Performansi Model Antrian M/G/2

Untuk menentukan performansi model antrian di SPBU Sunset Road dengan model M/G/2 dapat diperoleh dengan perhitungan secara manual sebagai berikut:

- a. Menghitung rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan

Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 W_q &= \frac{\lambda^s E[t^2] (E[t])^{s-1}}{2(s-1)! (s-\lambda(E[t]))^2 \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\lambda^n E[t]^n}{n!} + \frac{\lambda E[t]^s}{(s-1)!(s-\lambda E[t])} \right]} \\
 &= \frac{(0,00352)^2 \frac{2}{(0,01092)^2}}{2(2-1)! \left(2 - (0,00352) \left(\frac{1}{0,01092} \right) \right)^2 \cdot \left[\frac{\left(\frac{1}{0,01092} \right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{1}{0,01092} \right)^1}{1!} + \frac{\left(\frac{1}{0,01092} \right)^2}{(2-1)! \left(2 - (0,00352) \left(\frac{1}{0,01092} \right) \right)} \right]} \\
 &= \frac{0,00001239 \times 16771,99479 \times 91,575092}{5,62908[(1+0,32234)+0,03096]} \\
 &= \frac{19,02976}{7,61783} \\
 &= 2,49805
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian adalah 2 menit 30 detik.

- b. Menghitung rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 L_q &= \lambda \cdot W_q \\
 &= 0,00352 \times 2,49805 \\
 &= 0,00879
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian adalah 0 pelanggan.

- c. Menghitung rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned} L_s &= L_q + \rho \\ &= 0,00879 + 0,32234 \\ &= 0,33113 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem adalah 1 pelanggan.

- d. Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{L_s}{\lambda} \\ &= \frac{0,33113}{0,00352} \\ &= 94,07191 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem adalah 94 menit 4 detik.

Untuk melihat kesesuaian perhitungan manual dibutuhkan pembandingan yaitu dengan program *POM for Windows*. Diketahui $\lambda = 0,00352$; $\mu = 0,01092$; $s = 3$. selanjutnya akan dilakukan analisis model antrian *M/M/2* dengan menggunakan program *POM for Windows* sebagai berikut:

Parameter	Value	Parameter	Value	Value * 60	Value * 60 * 60
M/M/s		Average server utilization	0.16117		
Arrival rate(lambda)	0.00352	Average number in the queue(Lq)	0.0086		
Service rate(mu)	0.01092	Average number in the system(Ls)	0.33094		
Number of servers	2	Average time in the queue(Wq)	2.44224	146.5342	8792.055
		Average time in the system(Ws)	94.01733	5641.04	338462.4

Lampiran 3

Hasil Performansi Model Antrian *M/G/4*

Untuk menentukan performansi model antrian di SPBU Sunset Road dengan model $M/G/4$ dapat diperoleh dengan perhitungan secara manual sebagai berikut:

- a. Menghitung rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan

Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 W_q &= \frac{\lambda^s E[t^2] (E[t])^{s-1}}{2(s-1)! (s - \lambda(E[t]))^2 \left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\lambda^n E[t]^n}{n!} + \frac{\lambda E[t]^s}{(s-1)!(s - \lambda E[t])} \right]} \\
 &= \frac{(0,00352)^4 \frac{2}{(0,01092)^2}}{2(4-1)! \left(4 - (0,00352) \left(\frac{1}{0,01092} \right) \right)^2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{0,01092} \right)^3}{\left[\left(\frac{(0,00352 \cdot \frac{1}{0,01092})^0}{0!} + \frac{(0,00352 \cdot \frac{1}{0,01092})^1}{1!} + \frac{(0,00352 \cdot \frac{1}{0,01092})^2}{2!} + \frac{(0,00352 \cdot \frac{1}{0,01092})^3}{3!} \right) + \frac{(0,00352 \cdot \frac{1}{0,01092})^4}{(4-1)! \left(4 - (0,00352 \cdot \frac{1}{0,01092}) \right)} \right]} \\
 &= \frac{0,0000000001535 \times 16771,99479 \times 767948,47958}{162,30219 [(1 + 0,32234 + 0,05195 + 0,00558) + 0,0004889]} \\
 &= \frac{1,97708}{224,03527} \\
 &= 0,00882
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam antrian adalah 0,5 detik.

- b. Menghitung rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 L_q &= \lambda \cdot W_q \\
 &= 0,00352 \times 0,00882 \\
 &= 0,0000310464
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian adalah 0 pelanggan.

c. Menghitung rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 L_s &= L_q + \rho \\
 &= 0,0000310464 + 0,32234 \\
 &= 0,32237
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem adalah 1 pelanggan.

d. Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem dihitung dengan menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 W_s &= \frac{L_s}{\lambda} \\
 &= \frac{0,32237}{0,00352} \\
 &= 91,58238
 \end{aligned}$$

Jadi rata-rata waktu yang dihabiskan seorang pelanggan dalam sistem adalah 91 menit 35 detik.

Untuk melihat kesesuaian perhitungan manual dibutuhkan pembandingan yaitu dengan program *POM for Windows*. Diketahui $\lambda = 0,00352$; $\mu = 0,01092$; $s = 3$. selanjutnya akan dilakukan analisis model antrian *M/M/4* dengan menggunakan program *POM for Windows* sebagai berikut:

Parameter	Value	Parameter	Value	Value * 60	Value * 60 * 60
M/M/s		Average server utilization	0.08059		
Arrival rate(lambda)	0.00352	Average number in the queue(Lq)	0.00003		
Service rate(mu)	0.01092	Average number in the system(Ls)	0.32238		
Number of servers	4	Average time in the queue(Wq)	0.00883	0.52957	31.77396
		Average time in the system(Ws)	91.58392	5495.035	329702.1