METODE HOMOTOPI DALAM MENYELESAIKAN MODEL *PREDATOR PREY*

SKRIPSI

OLEH
ALFU LAILA
NIM. 11610067

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG

2016

METODE HOMOTOPI DALAM MENYELESAIKAN MODEL *PREDATOR PREY*

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Alfu Laila
NIM. 11610067

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

METODE HOMOTOPI DALAM MENYELESAIKAN MODEL *PREDATOR PREY*

SKRIPSI

Oleh
Alfu Laila
NIM. 11610067

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 08 Januari 2016

Pembimbing I,

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

Pembimbing II,

Dr. H. Ahmad Barizi, M.A
NIP. 19731212 199803 1 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

METODE HOMOTOPI DALAM MENYELESAIKAN MODEL *PREDATOR PREY*

SKRIPSI

Oleh
Alfu Laila
NIM. 10610067

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 27 Januari 2016

Penguji Utama	:	Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Ketua Penguji	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	:	Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Dr. H. Ahmad Barizi, M.A	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM FAKULTAS SAINTEK JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Alfu Laila
NIM	:	11610067
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Metode Homotopi dalam Menyelesaikan Model *Predator Prey*.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 08 Januari 2016
Yang membuat pernyataan,

Alfu Laila
NIM. 11610067

MOTO

"Hidup itu bagaikan mengendarai sepeda. Untuk menjaga keseimbangan kamu harus tetap melaju".

-Albert Einsten.

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Karsono dan ibunda Retno Kisbi Astutik yang telah mendoakan membesarkan, mendidik, dan memberikan segenap cinta kasihnya kepada penulis. Kakak-kakak penulis (Dian Teguh Saputra, Sony Khusnul Yakin, dan Ahmad Fathoni) yang selalu memberikan motivasi kepada penulis. Semoga Allah memberikan kebahagiaan di dunia dan di akhirat.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah atas rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Dr. H. Ahmad Barizi, M.A, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbinganya.

7. Bapak, ibu, serta kakak dan keluarga besar tercinta yang dengan sepenuh hati memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2011, terutama Alivaturrohmah, Fafika Hayati, Siti Jumaroh, “Camp Abu Hanifah”, dan “Camp Super Junior”, yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terima kasih untuk kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
9. Semua pihak yang telah membantu namun tidak dapat disebutkan satu persatu.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu’alaikum Wr.Wb

Malang, Januari 2016

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Laila, Alfu. 2016. **Metode Homotopi dalam Menyelesaikan Model *Predator Prey*.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Dr. H. Ahmad Barizi, M.A.

Kata kunci: Model *Predator Prey*, Metode Homotopi.

Model *predator prey* adalah salah satu persamaan diferensial taklinier yang sering ditemukan dalam kehidupan sehari-hari. Berkaitan dengan hal tersebut banyak metode untuk menyelesaikan permasalahan dalam bentuk taklinier. Salah satu metode yang digunakan adalah metode homotopi.

Penyelesaian menggunakan metode homotopi dilakukan dengan mengkonstruksi persamaan deformasi orde nol menjadi persamaan deformasi orde tinggi. Solusi penyelesaian menggunakan metode homotopi adalah dalam bentuk deret.

Penelitian ini menunjukkan bahwa model *predator prey* dapat diselesaikan menggunakan metode homotopi. Hasil analisis perbandingan penyelesaian menggunakan solusi metode homotopi dengan parameter bantu mendekati penyelesaian ode45 dengan tepat pada selang nilai t yang cukup pendek.

ABSTRACT

Laila, Alfu. 2016. **Homotopy Method in Solving the Predator Prey Model.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Dr. H. Ahmad Barizi, M.A.

Keyword: Homotopy Method, Predator Prey Model.

The predator prey model is one of the nonlinear differential equations that are often found in daily life. In this regard many methods to solve problems in nonlinear form. One of the methods used is the homotopy method.

Solving using homotopy method is performed using zero-order deformation equations which is constructed into high order deformation equations. The solution using homotopy method is in the form of series.

This research shows that predator prey model can be solved using homotopy method. The result of a comparative analysis of solving using the homotopy method with dummy parameter approaches ode45 solution on a small interval t.

ملخص

ليلى، ألف. 2016. **طريقة Homotopy لحل نموذج Predator Prey** .البحث الجا معي.
شعبة الرياضيّات كلّية العلوم والتكنولوجية الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: الدكتور أثمان فاغالاي الماجستير، الدكتور أحمد بريز الماجستير.

الكلمة الرئسية: طريقة Homotopy، نموذج Predator Prey.

نموذج predator prey هي واحدة من المعادلات التفاضلية غير الخطية التي غالبا ما توجد في الحياة اليومية .هذه الطريقة تستضرم كثيرا لحل المشاكل في شكل غير الخطية .واحدة من الطرق المستخدمة هي طريقة homotopy.

حل عن طريق homotopy هو بتم تنفيذ باستخدام معادلات على تشوه الصفر التي شيدت في المعادلات تشوه الترتيب العالي .الحل باستخدامhomotopy هوفي شكل سلسلة.

هذا البحث ان يدل نموذج predator prey يمكن حلها باستخدام طريقة .نتيجة تحليل مقارن للحل باستخدام طريقة homotopy مع المعلما ت الدمية نهج حل ode45 في فاصل صغيرt.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ekologi merupakan cabang ilmu yang mempelajari hubungan timbal balik antara organisme dengan lingkunganya serta menganut prinsip keseimbangan dan keharmonisan semua komponen alam. Keseimbangan dalam kehidupan misalnya adanya laki-laki dan perempuan, siang dan malam, mangsa dan pemangsa yang dikenal dengan istilah *predator prey*. Dalam al-Quran surat al-Mulk/67:3-4 Allah berfirman:

ٱلَّذِى خَلَقَ سَبۡعَ سَمَٰوَٰتٍ طِبَاقًاۖ مَّا تَرَىٰ فِى خَلۡقِ ٱلرَّحۡمَٰنِ مِن تَفَٰوُتٍۖ فَٱرۡجِعِ ٱلۡبَصَرَ هَلۡ تَرَىٰ مِن فُطُورٍ ۝٣ ثُمَّ ٱرۡجِعِ ٱلۡبَصَرَ كَرَّتَيۡنِ يَنقَلِبۡ إِلَيۡكَ ٱلۡبَصَرُ خَاسِئًا وَهُوَ حَسِيرٌ ۝٤

Artinya:“Yang telah menciptakan tujuh langit berlapis-lapis*. Kamu sekali-kali tidak melihat pada ciptaan Tuhan yang Maha Pemurah sesuatu yang tidak seimbang. Maka lihatlah berulang-ulang, adakah kamu lihat sesuatu yang tidak seimbang?. Kemudian pandanglah sekali lagi niscaya penglihatanmu akan kembali kepadamu dengan tidak menemukan sesuatu cacat dan penglihatanmu itupun dalam keadaan payah”*(QS. al-Mulk/67:3-4).

Pada ayat di atas ditekankan “*Maka lihatlah berulang-ulang, adakah kamu lihat sesuatu yang tidak seimbang?”*. Ayat ini memberikan penekanan bahwa Allah menciptakan alam raya dan segala isinya secara seimbang. Selain itu terkait dengan tujuan utama sains adalah mengenal sang pencipta melalui pola-pola ciptaan-Nya. Dalam surat (al-Imron/3:191) *yaitu orang-orang yang menginggat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadaan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi seraya berkata: “Ya Tuhan kami, tidakkah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, maha suci Engkau, maka* *peliharalah kami dari siksa neraka"*(QS. al-Imran/3:3-4). Al-Quran merupakan sumber intelektualitas dan spiritualitas Islam. Al-Quran merupakan pijakan bukan hanya bagi agama dan pengetahuan spiritual melainkan juga bagi semua ilmu pengetahuan (Hasrul, 2011:11).

Model matematika adalah suatu usaha untuk menguraikan beberapa bagian yang berhubungan dengan dunia nyata ke dalam bentuk matematika. Dalam disiplin ilmu matematika ada teori yang dapat digunakan untuk mengetahui perubahan jumlah suatu populasi. Teori ini adalah teori persamaan diferensial. Dengan menggunakan teori ini dapat dibentuk suatu formulasi matematika yang menggambarkan fenomena perubahan jumlah suatu populasi atau kelompok makhluk hidup tertentu terhadap waktu menggunakan persamaan diferensial (Pagalay, 2009:2).

Ekologi mengenal istilah rantai makanan, bagian paling sederhana dari suatu rantai makanan berupa interaksi dua spesies yaitu interaksi antara spesies mangsa (*prey)* dan pemangsa (*predator)*. Dalam suatu ekosistem hubungan-hubungan yang ada di antara penyusun-penyusun cenderung untuk saling bertahan hidup pada posisi dan fungsinya. Umumnya permasalahan tersebut berbentuk persamaan diferensial taklinier. Masalah taklinier adalah masalah yang memuat bentuk taklinier biasanya terdapat dalam kehidupan sehari-hari, contoh sederhananya adalah *predator prey* (Pagalay, 2009:3).

Penelitian ini menggunakan metode homotopi yang merupakan suatu pendekatan analitik yang umum digunakan untuk mendapatkan solusi dari persamaan diferensial biasa. Metode homotopi sebelumnya telah diterapkan dalam berbagai penyelesaian masalah taklinier di antaranya "Metode Homotopi dalam

Menyelesaikan Model Volterra" (Arti, 2010). Keunggulan dari metode ini adalah pemilihan nilai awal dan parameter bantu sehingga dapat memperluas daerah kekonvergenan. Dalam penggunaan metode homotopi terlebih dahulu didefinisikan operator taklinier. Selain itu, didefinisikan fungsi homotopi dan penambahan paremeter bantu. Penyelesaian model *predator prey* dengan menggunakan metode homotopi dimisalkan dalam bentuk deret. Hasil yang diperoleh dengan metode homotopi akan dibandingkan dengan ode45.

Berdasarkan uraian di atas penulis tertarik untuk mengkaji secara detail tentang *"*Metode Homotopi dalam Menyelesaikan Model *Predator Prey".*

1.2 Rumusan Masalah

Sehubungan dengan masalah-masalah yang diuraikan pada latar belakang, maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah:

1. Bagaimana penyelesaiaan model *predator prey* dengan menggunakan metode homotopi?
2. Bagaimana analisis hasil perbandingan penyelesaian model *predator prey* dengan metode homotopi dan ode45?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menjelaskan bagaimana menyelesaikan model *predator prey* dengan menggunakan metode homotopi.

2. Menjelaskan hasil analisis perbandingan penyelesaian model *predator prey* dengan metode homotopi dan ode45.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah:

1. Bagi penulis, mendapatkan pengalaman serta untuk memperdalam pengetahuan tentang metode homotopi dalam menyelesaikan persamaan diferensial taklinier.
2. Bagi pembaca, sebagai tambahan wawasan dan informasi mengenai penyelesaian persamaan diferensial taklinier.
3. Bagi lembaga, hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai tambahan bahan pustaka, tambahan sarana pembelajaran, dan pengetahuan khususnya ilmu matematika yang berkaitan dengan metode homotopi.
4. Bagi ilmu pengetahuan, penelitian yang telah dilakukan diharapkan memberikan kontribusi bagi pengembangan ilmu pengetahuan terutama tentang metode homotopi.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang supaya pembahasan terfokus, maka penulis membuat batasan masalah yaitu model *predator prey* yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \mu x(t) + \alpha x(t) - \beta x(t)y(t)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \gamma x(t)y(t) - \delta y(t)$$

dengan syarat awal $x(0) = x_0$ dan $y(0) = y_0$.

Dengan μ adalah kelahiran mangsa secara alami, α adalah laju pertumbuhan intrinsik *prey*, β adalah laju perpindahan dari *prey* ke *predator*, γ adalah laju perpindahan dari *predator* ke *prey*, serta δ adalah laju kematian jika *predator* tanpa *prey*. μ, α, β, γ , δ merupakan konstanta (Karimi dkk. 2011).

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah study literatur. Metode ini dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan mencari bahan-bahan literatur. Berupa skripsi, buku, jurnal maupun makalah yang berkaitan dengan masalah persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, masalah nilai awal, deret Taylor, metode homotopi, dan contoh kasus aplikasi metode homotopi sebagai landasan teori. Selanjutnya pembahasan dilakukan dengan mengkaji literatur berupa buku cetak, jurnal, skripsi, lalu menganalisis objek penelitian, serta konsultasi kepada dosen pembimbing, dan menuangkannya ke dalam bentuk laporan penelitian. Selain itu dalam kajian agama sumber kajiannya berasal dari tafsir al-Quran.

Pada penelitian ini, difokuskan pada penentuan penyelesaian hampiran model *predator prey* dengan menggunakan metode homotopi. Busrah (2014:9) menyatakan bahwa langkah-langkah umum metode homotopi dalam menentukan penyelesaian hampiran model *predator prey* adalah sebagai berikut:

a. Analisis Metode

1. Pada bagian ini, dilakukan perluasan konsep dasar metode homotopi.
   Perluasan tersebut berupa penyesuaian jumlah fungsi dan variabel bebas yang digunakan.

2. Aplikasi Metode Homotopi

   a) Mendefinisikan operator linier.

   b) Mendefinisikan operator taklinier berdasarkan persamaan dasar.

   c) Menetapkan pendekatan awal berdasarkan syarat awal.

   d) Mendefinisikan fungsi homotopi, fungsi bantu, dan parameter bantu.

   e) Menentukan penyelesaian deformasi orde tinggi.

   f) Mengevaluasi penyelesaian hampiran.

b. Metode Numerik

Penyelesaian numerik dilakukan menggunakan ode45 dengan bantuan *software* MATLAB.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari empat bab, masing-masing dibagi ke dalam subbab yaitu sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bagian ini meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini berisi materi-materi yang menjadi landasan teori terkait metode homotopi dalam menyelesaikan model *predator prey*.

Bab III Pembahasan

Bagian ini menjelaskan hasil kajian dan analisis metode homotopi, aplikasi metode homotopi dalam menyelesaikan *model predator prey*, dan integrasi konsep keseimbangan alam dalam al-Quran.

Bab IV Penutup

Pada bagian penutup berisi kesimpulan dari penelitian dan saran bagi pembaca yang ingin melanjutkan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

Model matematika adalah model yang digambarkan dalam suatu persamaan matematika. Persamaan ini merupakan pendekatan dari suatu fenomena fisik. Pada bagian ini akan dibahas teori yang digunakan dalam penyusunan penelitian ini.

2.1 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah gabungan antara fungsi yang tidak diketahui secara eksplisit dan turunannya (diferensial). Arti fisis diferensial adalah laju perubahan suatu variabel terhadap variabel lain. Persamaan diferensial dapat dibagi menjadi dua kelompok besar yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang hanya mempunyai satu variabel bebas. Persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu variabel bebas. Suatu persamaan diferensial orde ke-*n* mempunyai bentuk umum:

$$P_0(t)\frac{d^n y}{dt^n} + P_1(t)\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \cdots + P_{n-1}(t)\frac{dy}{dt} + P_n(t)y = G(t). \quad (2.1)$$

Dengan asumsi fungsi-fungsi $P_0, P_1, \dots, P_n$ dan G adalah fungsi-fungsi kontinu bernilai real pada interval $I : a < t < b$ dan $P_0 \neq 0$ dalam interval ini (Waluya, 2006:105). Persamaan (2.1) dibagi dengan $P_0(t)$ dan diperoleh:

$$L[y] = \frac{d^n y}{dt^n} + P_1(t)\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}} + \cdots + P_{n-1}(t)\frac{dy}{dt} + P_n(t)y = g(t). \quad (2.2)$$

Operator persamaan diferensial linier L dengan orde n dalam persamaan (2.2) mempunyai n turunan dari y. Sehingga diperlukan n integrasi untuk menyelesaikan persamaan (2.2) dan setiap integralnya akan memuat suatu konstanta sembarang. Oleh karena itu terdapat suatu solusi tunggal dari persamaan dengan *n* kondisi, yakni:

$$y(t_0) = y_0, y'(t_0) = y'_0, \dots, y^{n-1}(t_0) = y_0^{n-1}. \tag{2.3}$$

Di mana t_0 sembarang titik pada interval *I* dan y_0, $y_0{}'$, …, y_0^{n-1} adalah nilai-nilai konstant. Seringkali persamaan diferensial dilengkapi dengan nilai awal atau nilai batas (Waluya, 2006:106).

Persamaan diferensial yang bukan persamaan diferensial linier disebut persamaan diferensial taklinier. Sehingga $F(x, y, y', ..., y^m) = 0$ adalah persamaan diferensial taklinier, jika *F* tak berbentuk polinom dalam $y, y', ..., y^m$ dan *F* berbentuk polinom berpangkat lebih dari 1 dalam $y, y', ..., y^m$ (Nasrullah, 2012:10).

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Dalam bidang sains dan rekayasa, persamaan diferensial banyak muncul dalam bentuk simultan. Sistem persamaan diferensial dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
y'_1 &= \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2 \dots, y_n) && , y_1(x_0) = y_{10} \\
y'_2 &= \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2 \dots, y_n) && , y_2(x_0) = y_{20} \\
&\vdots && \vdots \\
y'_n &= \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2 \dots, y_n) && , y_n(x_0) = y_{n0}.
\end{aligned}$$

Sistem persamaan diferensial tersebut dapat ditulis dalam notasi vektor sebagai $y' = f(x, y)$ dan $y(x_0) = y_0$ dengan $y_1, y_2 \dots, y_n$ adalah variabel bebas dan x adalah variabel terikat. Sehingga $y_1 = y_1(x), y_2 = y_2(x), \dots, y_n = y_n(x)$, di mana $\frac{dy_n}{dx}$ merupakan turunan fungsi y_n terhadap x dan f_1 adalah fungsi yang tergantung pada variabel $y_1, y_2 \dots, y_n$ dan x.

Sistem persamaan diferensial taklinier adalah persamaan yang terdiri atas lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dari dua persamaan diferensial taklinier dengan dua fungsi yang tak diketahui berbentuk:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax + by + F(x, y) \\ \dot{y} &= cx + dy + G(x, y) \end{aligned}$$

di mana $ad - bc \neq 0$ (Aliyah, 2007:12).

2.3 Masalah Nilai Awal dan Nilai Batas

Penyelesaian dari persamaan diferensial adalah suatu fungsi yang tidak lagi mengandung turunan-turunan yang memenuhi persamaan diferensial tersebut. Dalam penyelesaian persamaan diferensial terdapat penyelesaian umum dan penyelesaian khusus. Penyelesaian khusus dibutuhkan suatu syarat awal atau syarat batas. Masalah nilai awal adalah suatu masalah untuk menyelesaikan persamaan diferensial dengan diberikannya suatu nilai awal. Bentuk umum dari suatu masalah nilai awal dinyatakan oleh:

$$f\left(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}\right) = 0,$$

dengan syarat awal:

$$y(x_0) = y_0,$$

$$y'(x_0) = y_1,$$

$$y^{(n-1)}(x_0) = y_{n-1}.$$

Hasil yang diperoleh dari masalah nilai awal berupa penyelesaian khusus dari persamaan diferensial (Purwanti, 2012:2).

2.4 Deret Taylor

Misalkan f dan semua turunannya $f, f', f'', \ldots,$ terus menerus di dalam selang $[a, b]$. Misalkan $x_0 \in [a, b]$ maka nilai-nilai x di sekitar x_0 dan x_0 $[a, b]$, $f(x)$ dapat diperluas (diekspansikan) ke dalam deret Taylor:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\frac{x - x_0}{1!} + f''(x_0)\frac{(x - x_0)^2}{2!} + \cdots + f^m(x_0)\frac{(x - x_0)^m}{m!}$$

Persamaan di atas merupakan penjumlahan dari suku-suku *(term)*, yang disebut deret. Deret Taylor ini panjangnya tak berhingga sehingga untuk memudahkan penulisan menggunakan tanda elipsis (Munir, 2010:18).

2.5 Model Predator Prey

Model *predator prey* merupakan model yang dikelompokkan menjadi dua populasi yaitu *predator* (y) dan *prey (x)*. Berikut ini diberikan model *predator prey* (Karimi dkk. 2011) yang telah dimodifikasi:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \mu x(t) + \alpha x(t) - \beta x(t)y(t), \tag{2.4}$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \gamma x(t)y(t) - \delta y(t),$$

dengan syarat awal $x(0) = x_0$ dan $y(0) = y_0$. Di mana

$\mu =$ adalah kelahiran *prey* secara alami,

$\alpha =$ laju pertumbuhan intrinsik *prey*,

$\delta =$ laju kematian jika *predator* tanpa *prey*,

$\beta =$ laju perpindahan dari *prey* ke *predator*,

γ = laju perpindahan dari *predator* ke *prey*.

Persamaan (2.4) ini yang akan dibahas dalam penelitian ini.

2.6 Metode Homotopi

Berikut ini diberikan ilustrasi konsep dasar metode homotopi dalam menyelesaikan masalah taklinier (Liao, 2004:4). Misalkan diberikan persamaan taklinier berikut:

$$\mathcal{N}\ [u(t)] = 0, \tag{2.5}$$

dengan $\mathcal{N}$ suatu operator turunan yang taklinier, t variabel bebas, dan $u(t)$ fungsi yang tidak diketahui. Selanjutnya didefinisikan suatu operator linier $\mathcal{L}$ yang memenuhi:

$$\mathcal{L}[f] = 0 \text{ bila } f = 0. \tag{2.6}$$

Misalkan $u_0(t)$ merupakan pendekatan awal dari penyelesaian persamaan $u(t)$, $p \in [0, 1]$ suatu parameter dan suatu fungsi $\mathcal{H}$ sebagai berikut:

$$\mathcal{H}(\phi, p) = (1 - p)\mathcal{L}[\phi - u_0] + p\mathcal{N}[\phi]. \tag{2.7}$$

Didefinisikan fungsi real $\phi(t, p)$ ketika $p = 0$ dan $p = 1$ dari persamaan (2.7) diperoleh:

$$\mathcal{H}(\phi(t, 0), 0) = \mathcal{L}[\phi(t, 0) - u_0],$$

$$\mathcal{H}(\phi(t, 1), 1) = \mathcal{N}[\phi(t, 1)].$$

Sehingga dari persamaan (2.5) dan persamaan (2.6) diperoleh:

$$\phi(t, 0) = u_0(t), \tag{2.8}$$

$$\phi(t, 1) = u(t). \tag{2.9}$$

Masing-masing sebagai penyelesaian dari persamaan:

$$\mathcal{H}(\phi(t, 0), 0) = 0,$$

$$\mathcal{H}(\phi(t, 1), 1) = 0.$$

Peningkatan nilai parameter p dari 0 ke 1 menyatakan perubahan nilai $\mathcal{H}(\phi, p)$ dari $\mathcal{L}[\phi - u_0]$ ke $\mathcal{N}[\phi]$.

2.6.1 Analisis Metode Homotopi

Untuk menyelesaikan suatu masalah takliner diperlukan perluasan konsep dasar metode homotopi. Perluasan dari konsep dasar metode homotopi memerlukan fungsi $\phi\big((t,p),p,h,\mathcal{H}(t)\big)$ yang tidak hanya bergantung pada parameter t dan p tetapi juga bergantung pada parameter bantu $h \neq 0$ dan fungsi bantu $\mathcal{H}(t) \neq 0$. Misalkan fungsi $\mathcal{H}$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\mathcal{H}(\phi(t,p),p,h,\mathcal{H}(t)) = \qquad (2.10)$$

$$(1-p)\mathcal{L}[\phi(t,p)-u_0(t)] - ph\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi(t,p)].$$

Jika $h = -1$ dan $\mathcal{H}(t) = 1$ maka dari persamaan (2.10) dan persamaan (2.7) diperoleh:

$$\mathcal{H}(\phi(t,p),p,-1,1) = \mathcal{H}(\phi(t,p),p).$$

Selanjutnya fungsi homotopi pada persamaan (2.10) dibuat menjadi sama dengan nol yaitu:

$$\mathcal{H}(\phi(t,p),p,h,\mathcal{H}(t)) = 0.$$

Sehingga persamaan deformasi orde nol dituliskan sebagai berikut:

$$(1-p)\mathcal{L}[\phi(t,p)-u_0(t)] = ph\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\,[\phi(t,p)]. \qquad (2.11)$$

Ketika $\mathcal{H}(\phi(t,p),p,h,\mathcal{H}(t)) = 0$ dan pada saat $p = 0$ dan $p = 1$ maka persamaan (2.10) menjadi:

$$\mathcal{L}[\phi(t,0)-u_0(t)] = 0,$$

$$-h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi(t,1)] = 0.$$

Berdasarkan persamaan (2.5) dan (2.6) maka penyelesaian masing-masing adalah:

$$\phi(t,0) = u_0(t), \qquad (2.12)$$

$$\phi(t,1) = u(t). \qquad (2.13)$$

Masing-masing sebagai penyelesaian dari persamaan:

$$\mathcal{H}(\phi(t,0),0,h,\mathcal{H}(t)\,)=0$$

$$\mathcal{H}(\phi(t,1),1,h,\mathcal{H}(t)\,)=0.$$

Karena parameter p bernilai dari 0 ke 1, maka $\phi(t,p)$ memetakan dari pendugaan awal $u_0(t)$ ke penyelesaian eksak $u(t)$. Selanjutnya turunan ke m dari fungsi $\phi(t,p)$ terhadap p yang dihitung di $p=0$ adalah:

$$u_0{}^{(m)}(t)=\left.\frac{d^m\phi(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0}.$$

Jika kedua ruas pada persamaan tersebut dibagi dengan $m!$ maka diperoleh:

$$\frac{1}{m!}u_0{}^{(m)}(t)=\frac{1}{m!}\left.\frac{d^m\phi(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0}$$

dinotasikan:

$$u_m(t)=\frac{1}{m!}\left.\frac{d^m\phi(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0}.$$

Penyajian deret Taylor untuk fungsi $\phi(t,p)$ terhadap parameter p di sekitar $p=0$ berbentuk:

$$\phi(t,p)=\phi(t,0)+\sum_{m=1}^{+\infty}\frac{1}{m!}\left.\frac{d^m\phi(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0}p^m.$$

Karena $\phi(t,0)=u_0(t)$ berdasarkan persamaan (2.12) diperoleh:

$$\phi(t,p)=u_0(t)+\sum_{m=1}^{+\infty}u_m(t)\,p^m. \tag{2.14}$$

Berdasarkan persamaan (2.13) dan (2.14) fungsi $\phi(t,p)$ untuk $p=1$ dari persamaan (2.14) diperoleh:

$$u(t)=u_0(t)+\sum_{m=1}^{+\infty}u_m(t). \tag{2.15}$$

Hal ini menunjukkan hubungan antara penyelesaian dari persamaan (2.5) dengan pendekatan awal $u_0(t)$ dan $u_m(t)$, dengan $m=1,2,3,\ldots$ yang akan ditentukan. Persamaan untuk menentukan $u_m(t)$ dengan $m=1,2,3,\ldots$ diperoleh dengan menurunkan kedua ruas pada persamaan (2.11) terhadap p sebanyak m kali dan dievaluasi di $p = 0$, kemudian dibagi oleh $m!$ diperoleh sebagai berikut:

$$\mathcal{L}\,[u_m(t) - \chi_m u_{m-1}(t)] = h\,\mathcal{H}(t)\mathcal{R}_m[\vec{u}_{m-1}] \tag{2.16}$$

dengan:

$$\mathcal{R}_m[\vec{u}_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}\,[\phi(t,p)]}{dp^{m-1}}\Big|_{p=0}\right], \tag{2.17}$$

$$\vec{u}_{m-1} = (u_0, u_1, u_2, \dots, u_{m-1}),$$

$$\chi_m = \begin{cases} 0 & m \leq 1 \\ 1 & m > 1. \end{cases}$$

Dengan demikian apabila diberikan masalah taklinier pada persamaan (2.5), maka dengan metode homotopi diperoleh solusi pendekatan analitik sebagai berikut:

$$u(t) \approx \textstyle\sum_{i=0}^{m} u_m(t). \tag{2.18}$$

Dengan u_m diperoleh dari penyelesaian persamaan (2.16), di mana $m = 1,2,\dots$, dan $u_0(t)$ merupakan pendekatan awal yang didefinisikan.

2.6.2 Contoh Soal Penyelesaian Nilai Awal Menggunakan Metode Homotopi

Diberikan contoh masalah yang dinyatakan dalam masalah nilai awal

$$\frac{d}{dt}u(t) + t \cdot u(t) - t = 0 \tag{2.19}$$

dengan syarat awal $u(0) = 0$.

Penyelesaian

Penyelesaian eksak masalah nilai awal pada persamaan (2.19) adalah:

$$u(t) = 1 - \mathrm{e}^{\left(-\frac{1}{2}t^2\right)}.$$

Berdasarkan syarat awal $u_0(0) = 0$, maka dipilih $u_0(t) = t$ sebagai pendekatan awal dari penyelesaian masalah nilai awal (2.19). Berdasarkan persamaan (2.19) didefinisikan operator turunan linier sebagai berikut:

$$\mathcal{L}\ [\phi(t,p)] = \frac{d\phi(t,p)}{dt}. \tag{2.20}$$

Berdasarkan persamaan (2.19) didefinisikan operator taklinier sebagai berikut:

$$\mathcal{N}\ [\phi(t,p)\ ] = \frac{d}{dt}\phi(t,p) + t\,\phi(t,p) - t. \tag{2.21}$$

Berdasarkan syarat awal $u(0) = 0$ maka dipilih $u(t) = t$ sebagai pendekatan awal dari penyelesaian masalah (2.19). Dengan menerapkan operator linier (2.20) dan deformasi orde m pada persamaan (2.16) diperoleh:

$$u_m(t) = \chi_m x_{m-1}(t) + h\int_0^t \mathcal{R}_m\,[\vec{u}_{m-1}]dx.$$

(2.22)

Berdasarkan persamaan (2.22) diperoleh solusi masalah nilai awal pada persamaan (2.19) sebagai berikut:

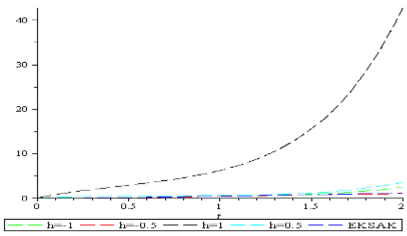
$$u_0(t) = t,$$

$$u_1(t) = ht - \frac{1}{2}ht^2 + \frac{1}{3}ht^3,$$

$$u_2(t) = h(1+h)t - \frac{1}{2}h(1+h)t^2 + \frac{1}{3}(1+2h)^3 - \frac{1}{8}h^2t^4 + \frac{1}{15}h^2t^5,$$

dan seterusnya, diperoleh pula $u_3(t),\ u_4(t)$, ... berdasarkan persamaan (2.22).

Perbandingan penyelesaian masalah nilai awal (2.19) secara eksak dan penyelesaian metode homotopi dengan nilai h yang berbeda-beda diberikan pada gambar berikut ini:



Gambar 2.1 Perbandingan Penyelesaian Eksak dan Metode Homotopi dari Masalah Nilai Awal (2.19) dengan Beberapa Nilai h.

Pada Gambar 2.1 terlihat bahwa penyelesaian menggunakan metode homotopi cukup mendekati penyelesaian eksak pada saat $h = -0{,}5$. Sedangkan ketika h bernilai positif yaitu ketika $h = 1$ dan $h = 0{,}5$ penyelesaian $u(t)$ berubah dengan cepat. Hal ini menunjukkan bahwa pemilihan nilai parameter bantu yang tepat sangat berpengaruh pada hasil pendekatan penyelesaian (Arti, 2010:5).

2.7 Konsep Keseimbangan Alam Semesta dalam Prespektif Integrasi Sains dan Islam

Dewasa ini banyak pakar dan ilmuan menggembor-gemborkan tentang korelasi antara Islam (agama) dan sains. Banyak fakta bahwa adanya keterkaitan antara ilmu agama yang didasarkan pada al-Quran dengan ilmu sains atau ilmu yang membahas seputar kajian alam. Sebagai contoh keseimbangan alam semesta yang terdapat dalam al-Quran surat Yasin/36:36:

سُبْحَٰنَ ٱلَّذِى خَلَقَ ٱلْأَزْوَٰجَ كُلَّهَا مِمَّا تُنۢبِتُ ٱلْأَرْضُ وَمِنْ أَنفُسِهِمْ وَمِمَّا لَا يَعْلَمُونَ ﴿٣٦﴾

Artinya:“Maha Suci Tuhan yang telah menciptakan pasangan-pasangan semuanya, baik dari apa yang ditumbuhkan oleh bumi dan dari diri mereka maupun dari apa yang tidak mereka ketahui”(QS.Yasin/36:36).

Surat Yasin/36:36 di atas menjelaskan bahwa Allah menciptakan segala sesuatu berpasang-pasangan, semua bintang-bintang di cakrawala berjalan pada garis edar yang telah ditetapkan Allah. Menurut Musthafa Ahmad al-Magarhi dalam *Tafsir al-Maraghi* alam raya ini diciptakan oleh Allah dalam bentuk yang sangat serasi dan selaras. Dalam *Tafsir Jalalain,* secara jelas mengatakan bahwa tidak ada satupun mahluk ciptaan Allah yang diciptakan tidak seimbang. Bahkan Abil Fida’ Ismail bin Katsir dalam *Tafsir Ibnu Katsir* mengatakan bahwa pada dasarnya manusia, bumi, hewan, tumbuh-tumbuhan, dan seluruh mahluk ciptaan

Allah layaknya sahabat yang tidak pernah berselisih karena merasa saling membutuhkan. Dalam surat Yasin/36:38-40 Allah berfirman:

وَٱلشَّمۡسُ تَجۡرِي لِمُسۡتَقَرّٖ لَّهَاۚ ذَٰلِكَ تَقۡدِيرُ ٱلۡعَزِيزِ ٱلۡعَلِيمِ ﴿٣٨﴾ وَٱلۡقَمَرَ قَدَّرۡنَٰهُ مَنَازِلَ حَتَّىٰ عَادَ كَٱلۡعُرۡجُونِ ٱلۡقَدِيمِ ﴿٣٩﴾ لَا ٱلشَّمۡسُ يَنۢبَغِي لَهَآ أَن تُدۡرِكَ ٱلۡقَمَرَ وَلَا ٱلَّيۡلُ سَابِقُ ٱلنَّهَارِۚ وَكُلّٞ فِي فَلَكٖ يَسۡبَحُونَ ﴿٤٠﴾

Artinya:"Dan matahari berjalan di tempat peredarannya. Demikianlah ketetapan yang Maha Perkasa lagi Maha Mengetahui. Dan telah Kami tetapkan bagi bulan manzilah-manzilah, sehingga (setelah Dia sampai ke manzilah yang terakhir) kembalilah Dia sebagai bentuk tandan yang tua. Tidaklah mungkin bagi matahari mendapatkan bulan dan malampun tidak dapat mendahului siang, dan masing-masing beredar pada garis edarnya"(QS. Yasin/36:38-40).

Maka telah jelas bahwa Allah menciptakan segala sesuatu itu dengan sangat terperinci serta serasi dan selaras. Dikatakan pula bahwa Allah tidak menciptakan sesuatu itu sia-sia.

Begitu pula terkait *predator prey*, interaksi antar komponen ini berupa interaksi antar organisme. Menurut sifatnya dapat dibagi menjadi lima macam. Di antaranya adalah interaksi tersebut bersifat predasi yaitu hubungan antara *predator* dan *prey*. Hubungan ini sangat erat sehingga tanpa *prey*, *predator* tak dapat hidup.

Berkenaan dengan penyelesaian masalah, Allah mempunyai janji kepada hamba-Nya. Apabila dihadapkan dengan suatu masalah yang sulit dipecahkan, maka hendaknya selalu ingat kepada Allah dan senantiasa mendekatkan diri kepada-Nya dengan memperbanyak amal shaleh. Karena dengan memperbanyak amal shaleh akan mendatangkan pertolongan Allah dari arah yang tidak diduga.

Menurut pandangan Islam setiap masalah ada beberapa penyelesaian yang diambil jalan keluar atau solusi pemecahan dari suatu masalah. Ketika suatu masalah itu sulit untuk diselesaikan dengan satu cara maka hal tersebut pasti ada cara atau penyelesaian yang lain. Sebagaimana dalam firman Allah pada al-Quran surat al-Insyirah/94:5-6:

فَإِنَّ مَعَ ٱلۡعُسۡرِ يُسۡرًا ٥ إِنَّ مَعَ ٱلۡعُسۡرِ يُسۡرًا ٦

Artinya:"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan"(QS. al-Insyirah/94:5-6).

Sebagaimana ayat di atas menjelaskan bahwa setiap masalah itu akan ada solusinya, sesulit apapun masalah akan dapat dipermudah, sesuai dengan makna matematika yang dapat mempermudah suatu masalah rumit. Dalam kehidupan sehari-hari masalah rumit tersebut dibawa ke bentuk-bentuk pemodelan matematika sehingga akan lebih mudah untuk diselesaikan.

Jika dicermati dengan lebih serius dapat dipahami bahwa keseluruhan surat di atas mengandung suatu makna yang cukup fundamental dalam Islam yaitu konsep keseimbangan. Allah telah menciptakan alam semesta ini dengan seimbang, detail, dan perhitungan yang terperinci. Melalui ayat tersebut manusia diajarkan untuk dapat menjaga keseimbangan alam ini.

Jika dicermati dengan lebih serius dapat dipahami bahwa Allah menciptakan segala sesuatu secara seimbang dan selaras sama halnya model *predator prey* di mana *predator* tidak dapat hidup tanpa *prey*. Segala masalah baik itu linier atau taklinier akan ada solusi untuk menyelesaikannya.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Analisis Metode Homotopi

Dalam penelitian ini digunakan metode homotopi untuk menyelesaikan model *predator prey* yang diberikan pada persamaan (2.4) yang terdiri dari dua fungsi yaitu $x(t)$ dan $y(t)$. Perluasan dari konsep metode homotopi yang telah diuraikan pada bab dua memerlukan fungsi $\phi_1\big((t,p),p,h,\mathcal{H}_1(t)\big)$, $\phi_2\big((t,p),p,h,\mathcal{H}_2(t)\big)$ di mana ϕ_1,ϕ_2 merupakan fungsi bantu 1 dan 2 yang bergantung pada variabel bebas t, parameter p, parameter bantu $h \neq 0$, dan fungsi bantu $\mathcal{H}_1(t)$ dan $\mathcal{H}_2(t)$. Pemilihan parameter bantu dan fungsi bantu dapat dipilih sembarang.

3.2 Aplikasi Metode Homotopi dalam Menyelesaikan Model *Predator prey*

Berikut ini ditentukan penyelesaian dari masalah nilai awal (2.4) menggunakan pendekatan metode homotopi. Dalam pendekatan homotopi ini didefinisikan operator turunan linier sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1\,[\phi_1(t,p)] &= \frac{d\phi_1(t,p)}{dt}, \\ \mathcal{L}_2\,[\phi_2(t,p)] &= \frac{d\phi_2(t,p)}{dt}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Dengan $p \in [0,1]$ merupakan suatu parameter. $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$ berturut-turut merupakan operator linier 1 dan operator linier 2. $\phi_1(t,p)$, $\phi_2(t,p)$ berturut-turut merupakan fungsi 1 dan fungsi 2 yang bergantung pada t dan p. Berdasarkan operator linier diperoleh:

$$\mathcal{L}[c_i] = 0, \qquad i = 1,2$$

di mana c_i konstan.

Kemudian dari persamaan (2.4) didefinisikan operator taklinier sebagai berikut:

$$\mathcal{N}_1[\phi_1(t,p)] = \frac{d\phi_1(t,p)}{dt} - \mu\,\phi_1(t,p) - \alpha\phi_1(t,p) + \beta\phi_1(t,p)\phi_2(t,p), \tag{3.2}$$

$$\mathcal{N}_2[\phi_2(t,p)] = \frac{d\phi_2(t,p)}{dt} + \delta(t,p) - \gamma\,\phi_1(t,p)\phi_2(t,p),$$

$\mathcal{N}_1$, $\mathcal{N}_2$ merupakan operator turunan taklinier. Didefinisikan fungsi homotopi $\mathcal{H}_1$ dan $\mathcal{H}_2$ sebagai berikut:

$$\mathcal{H}_1\big(\phi_1(t,p), p, h, \mathcal{H}_1(t)\big) = (1-p)\mathcal{L}_1[\phi_1(t,p) - x_0(t)] - \tag{3.3}$$

$$ph\mathcal{H}_1(t)\mathcal{N}_1[\phi_1(t,p)],$$

$$\mathcal{H}_2\big(\phi_2(t,p), p, h, \mathcal{H}_2(t)\big) = (1-p)\mathcal{L}_2[\phi_2(t,p) - y_0(t)] -$$

$$ph\mathcal{H}_2(t)\mathcal{N}_2[\,\phi_2(t,p)].$$

Misalkan fungsi $\phi_1(t,p)$ dan $\phi_2(t,p)$ masing-masing adalah penyelesaian dari persamaan berikut:

$$\mathcal{H}_1\left(\phi_1(t,p), p, h, \mathcal{H}_1(t)\right) = 0, \tag{3.4}$$

$$\mathcal{H}_2\left(\phi_2(t,p), p, h, \mathcal{H}_2(t)\right) = 0.$$

Berdasarkan persamaan (3.4), persamaan (3.3) dapat dituliskan bentuk deformasi orde nol sebagai berikut:

$$(1-p)\mathcal{L}_1[\phi_1(t,p) - x_0(t)] = ph\mathcal{H}_1(t)\mathcal{N}_1[\phi_1(t,p)], \tag{3.5}$$

$$(1-p)\mathcal{L}_2[\phi_2(t,p) - y_0(t)] = ph\mathcal{H}_2(t)\mathcal{N}_2[\,\phi_2(t,p)],$$

dengan nilai awal:

$$\phi_1(0,p) = x_0, \tag{3.6}$$

$$\phi_2(0,p) = y_0.$$

Berdasarkan persamaan (3.5) jika $p = 0$ maka diperoleh:

$$\mathcal{L}_1[\phi_1(t,0) - x_0(t)] = 0,$$

$$\mathcal{L}_2[\phi_2(t,0) - y_0(t)] = 0,$$

atau

$$\phi_1(t,0) = x_0(t), \tag{3.7}$$

$$\phi_2(t,0) = y_0(t),$$

masing-masing merupakan pendekatan awal dari $x(t)$ dan $y(t)$. Berdasarkan persamaan (3.5) jika $p = 1$ maka diperoleh:

$$h\mathcal{H}_1(t)\mathcal{N}_1[\phi_1(t,1)] = 0,$$

$$h\mathcal{H}_2(t)\mathcal{N}_2[\ \phi_2(t,1) = 0.$$

atau

$$\mathcal{N}_1[\phi_1(t,1)] = 0, \tag{3.8}$$

$$\mathcal{N}_2[\ \phi_2(t,1) = 0.$$

Jika nilai p berubah dari 0 ke 1, maka nilai $\phi_1(t,p)$ dan $\phi_2(t,p)$ bervariasi dari nilai awal $x_0(t)$ dan $y_0(t)$ ke solusi $x(t)$ dan $y(t)$ pada persamaan (2.4). Penyelesaian dari persamaan (3.7) ke (3.8) bergantung pada pemilihan parameter bantu h, dan fungsi bantu $\mathcal{H}_1(t)$ dan $\mathcal{H}_2(t)$ yang dapat dipilih sembarang. Untuk setiap $p \in [0,1]$ turunan ke m dari fungsi $\phi_1(t,p)$, $\phi_2(t,p)$ terhadap p yang dihitung di $p = 0$ adalah:

$$x_0{}^{(m)}(t) = \left.\frac{d^m\phi_1(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0},$$

$$y_0{}^{(m)}(t) = \left.\frac{d^m\phi_2(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0}. \tag{3.9}$$

Jika kedua ruas pada persamaan (3.9) tersebut dibagi dengan $m!$ maka diperoleh:

$$\frac{1}{m!}x_0{}^{(m)}(t) = \frac{1}{m!}\left.\frac{d^m\phi_1(t,p)}{dp^m}\right|_{p=0}, \tag{310}$$

$$\frac{1}{m!}y_0^{(m)}(t) = \frac{1}{m!}\frac{d^m\phi_2(t,p)}{dp^m}\bigg|_{p=0},$$

dinotasikan:

$$x_m(t) = \frac{1}{m!}\frac{d^m\phi_1(t,p)}{dp^m}\bigg|_{p=0},$$
$$y_m(t) = \frac{1}{m!}\frac{d^m\phi_2(t,p)}{dp^m}\bigg|_{p=0}. \tag{3.11}$$

Deret Taylor dari fungsi $\phi_1(t,p)$ dan $\phi_2(t,p)$ di sekitar $p = 0$ adalah:

$$\phi_1(t,p) = \phi_1(t,0) + \sum_{m=1}^{+\infty}\frac{1}{m!}\frac{d^m\phi_1(t,p)}{dp^m}\bigg|_{p=0} p^m \tag{3.12}$$
$$\phi_2(t,p) = \phi_2(t,0) + \sum_{m=1}^{+\infty}\frac{1}{m!}\frac{d^m\phi_2(t,p)}{dp^m}\bigg|_{p=0} p^m,$$

atau

$$\phi_1(t,p) = \phi_1(t;0) + \sum_{m=1}^{+\infty} x_m(t)\, p^m,$$
$$\phi_2(t,p) = \phi_2(t;0) + \sum_{m=1}^{+\infty} y_m(t)\, p^m. \tag{3.13}$$

Karena $\phi_1(t,0) = x_0(t)$ dan $\phi_2(t,0) = y_0(t)$ untuk $p = 0$. Maka dari persamaan (3.13) di atas diperoleh:

$$\phi_1(t,p) = x_0(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} x_m(t), \tag{3.14}$$
$$\phi_2(t,p) = y_0(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} y_m(t).$$

Karena $\phi_1(t,1) = x(t)$ dan $\phi_2(t,1) = y(t)$ maka persamaan (3.14) dapat dinyatakan dalam bentuk deret:

$$x(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} x_m(t), \tag{3.15}$$
$$y(t) = \sum_{m=0}^{+\infty} y_m(t).$$

Hasil ini menunjukkan hubungan antara penyelesaian persamaan taklinier dari pendekatan awal x_0 dan y_0 ke $x_m(t)$ dan $y_m(t)$ untuk $m = 1,2,\ldots$ yang akan ditentukan. Persamaan untuk menentukan x_m dan y_m untuk $m = 1,2,3,\ldots$ diperoleh jika kedua ruas pada persamaan (3.5) diturunkan terhadap p hingga m kali dan dihitung pada $p = 0$ kemudian dibagi oleh $m!$ maka diperoleh bentuk persamaan deformasi orde ke-m berikut:

$$\mathcal{L}_1[x_m(t) - \chi_m x_{m-1}(t)] = h\,\mathcal{H}_1(t)\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_1[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0},$$

$$\mathcal{L}_2[y_m(t) - \chi_m y_{m-1}(t)] = h\,\mathcal{H}_2(t)\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_2[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0},$$

$$\mathcal{L}_1\,[x_m(t) - \chi_m x_{m-1}(t)] = h\,\mathcal{H}_1(t)\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}],$$

$$\mathcal{L}_2\,[y_m(t) - \chi_m y_{m-1}(t)] = h\mathcal{H}_2\,(t)\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}]. \tag{3.16}$$

Di mana

$$\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_1\,[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right],$$

$$\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_2\,[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right], \tag{3.17}$$

dengan

$$\vec{x}_{m-1} = (x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{m-1}),$$

$$\vec{y}_{m-1} = (y_0, y_1, y_2, \ldots, y_{m-1}),$$

dan

$$\chi_m = \begin{cases} 0 & m \leq 1, \\ 1 & m > 1. \end{cases}$$

Tinjauan persamaan (3.5) dapat dilihat pada Lampiran 1.

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke dalam persamaan (3.17) diperoleh bentuk $\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}]$, $\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}]$ sebagai berikut:

$$\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}] = x'_{m-1}(t) - \mu x(t) - \alpha x(t) + \beta \sum_{n=0}^{m-1} x_m(t)\, y_{m-1-n}(t), \qquad (3.18)$$

$$\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}] = y'_{m-1}(t) + \delta y_{m-1}(t) - \gamma \sum_{n=0}^{m-1} x_m(t)\, y_{m-1-n}(t).$$

Tinjauan persamaan (3.17) dapat dilihat pada Lampiran 2.

Misalkan penyelesaian pendekatan awal $x(0) = x_0$ dan $y(0) = y_0$ dengan x_0 dan y_0 merupakan suatu konstanta bernilai positif. Jika persamaan (3.16) dan $\mathcal{L}_1\ [\phi_1(t,p)]$, $\mathcal{L}_2\ [\phi_2(t,p)]$ pada persamaan (3.1) dengan kedua ruas pada persamaan (3.16) diintegralkan terhadap t, serta memilih parameter bantu h dan fungsi bantu $\mathcal{H}_1(t), \mathcal{H}_2(t) = 1$, maka diperoleh:

$$x_m(t) = \chi_m x_{m-1}(t) + h \int_0^t \mathcal{R}_m[\vec{x}_{m-1}]\, d\tau, \qquad (3.19)$$

$$y_m(t) = \chi_m y_{m-1}(t) + h \int_0^t \mathcal{R}_m[\vec{y}_{m-1}]\, d\tau.$$

Tinjauan persamaan (3.18) dapat dilihat pada Lampiran 3.

3.3 Hasil

Pada bagian ini, diberikan nilai parameter-parameter pada persamaan (3.2) yang selanjutnya diselesaikan dengan menggunakan metode homotopi:

Tabel 3.1 Nilai Parameter-Parameter dari Persamaan (2.4)

No	Parameter	Keterangan	Nilai
1	μ	Laju pertumbuhan *prey* secara alami	1
2	α	Laju pertumbuhan intrinsik *pray*	0,1
3	β	Laju perpindahan dari *prey* ke *predator*	0,1
4	δ	Laju kematian jika *predator* tanpa *prey*	0,1
5	γ	Laju perpindahan dari *predator* ke *prey*	0,1

Banyaknya populasi *predator prey* pada saat $t = 0$ berturut-turut adalah 8 dan 4. Data tersebut dapat ditulis dengan notasi $x(0) = 8,\ y(0) = 4$. Penulis mengambil $x(0) > y(0)$ jumlah *prey* lebih besar dari pada *predator* agar *prey* tidak cepat punah (Urifah, 2008).

Penyelesaian model *predator prey* dengan menggunakan metode homotopi dinyatakan dalam deret yang memenuhi persamaan (3.15). Misalkan penyelesaian pendekatan awal $x(0) = x_0$ dan $y(0) = y_0$ dengan $x_0 = 8$ dan $y_0 = 4$. Jika persamaan (3.18) disubstitusikan ke dalam persamaan (3.19) akan didapatkan penyelesaian dengan menggunakan metode homotopi sampai orde 5 dan 10 sebagai berikut:

$$x_m(t) = \chi_m x_{m-1}(t) + h\int_0^t \mathcal{R}_m[\vec{x}_{m-1}]\, d\tau$$

$$y_m(t) = \chi_m y_{m-1}(t) + h\int_0^t \mathcal{R}_m[\vec{y}_{m-1}]\, d\tau$$

untuk $m = 0$ diperoleh:

$$x_0(t) = 8,$$

$$y_0(t) = 4,$$

untuk $m = 1$ diperoleh:

$$x_m(t) = \chi_m x_{m-1}(t)$$

$$+h\int_0^t x'_{m-1}(\tau) - \mu x_{m-1}(\tau) - \alpha x_{m-1}(\tau) + \beta \sum_{n=0}^{m-1} x_m(\tau)\, y_{m-1-n}(\tau)\, d\tau$$

$$y_m(t) = \chi_m y_{m-1}(t) + h\int_0^t y'_{m-1}(\tau) + \delta y_{m-1}(\tau) - \gamma \sum_{n=0}^{m-1} x_m(\tau)\, y_{m-1-n}(\tau)\, d\tau$$

$$x_1(t) = \chi_1 x_0(t) + h\int_0^t x'_0(\tau) - \mu \cdot x_0(\tau) - \alpha \cdot x_0(\tau) + \beta \cdot x_0(\tau) \cdot y_0(\tau) d\tau$$

$$y_1(t) = \chi_1 \cdot y_0(t) + h\int_0^t 0 + \delta \cdot y_0(\tau) - \gamma\ \cdot x_0(\tau) \cdot y_0(\tau) d\tau$$

$$x_1(t) = 0 \cdot 8 + h\int_0^t 0 - (1 \cdot 8) - (0{,}1 \cdot 8) + (0{,}1 \cdot 8 \cdot 4) d\tau$$

$$y_1(t) = 0 \cdot 4 + h\int_0^t 0 + (0{,}1 \cdot 4) - (0{,}1 \cdot 8 \cdot 4) d\tau$$

$$x_1(t) = 0 + h\int_0^t -8 - 0{,}8 + 0{,}32\, d\tau$$

$$y_1(t) = 0 + h\int_0^t 0{,}4 - 0.32\, d\tau$$

$$x_1 = -5{,}6ht,$$

$$y_1 = -2{,}8ht,$$

untuk $m = 2$ diperoleh:

$$x_2(t) = \chi_2 \cdot x_1(t) + h\int_0^t x'_1(\tau) - \mu \cdot x_1(\tau) - \alpha \cdot x_1(\tau) + \beta \cdot x_1(\tau) \cdot y_0(\tau) + \beta \cdot x_0(\tau) \cdot y_1(\tau) d\tau$$

$$y_2(t) = \chi_2 \cdot y_1(t) + h\int_0^t y'_1(\tau) + \delta \cdot y_1(\tau) - \gamma \cdot x_1(\tau) \cdot y_0(\tau) - \gamma \cdot x_0(\tau) \cdot y_1(\tau) d\tau$$

$$x_2(t) = 1 \cdot (-5{,}6ht) + h\int_0^t (-5{,}6h) - 1 \cdot (-5{,}6h\tau) - 0{,}1 \cdot (-5{,}6h\tau) + 0{,}1 \cdot (-5{,}6h\tau) \cdot 4 + 0{,}1 \cdot 8 \cdot (-2{,}8h\tau) d\tau$$

$$y_2(t) = 1 \cdot (-2{,}8ht) + h\int_0^t (-2{,}8h) + h\int_0^t (-2{,}8h) - 0{,}1 \cdot (-2{,}8h\tau) + 0{,}1 \cdot (-5{,}6h\tau) \cdot 4 + 0{,}1 \cdot 8 \cdot (-2{,}8h\tau) d\tau$$

$$x_2 = -5{,}6ht + h(-5{,}6ht + 0{,}84ht^2),$$

$$y_2 = -2{,}8ht - 2{,}8h^2t + 2,1h^2t^2,$$

untuk $m = 3$ diperoleh:

$$x_3 = -5{,}6\,ht - 11{,}2h^2t + 1{,}68\,h^2t^2 + 0{,}8866666667h^3t^3 + 1{,}68h^3t^2 - 5{,}6\,h^3t,$$

$$y_3 = -2{,}8ht - 5{,}6h^2t + 4{,}2h^2t^2 - 1{,}124666667h^3t^3 + 4{,}2\,h^3t^2 - 2{,}8h^3t$$

untuk $m = 5$ diperoleh:

$$x_5 = 5{,}319999999h^5t^2 - 2{,}9316h^5t^4 - 5{,}6h^5t + 0{,}2879473334h^5t^5 - 2{,}9316h^4t^4 + 3{,}36h^5t^2 - 5{,}6ht + 3{,}36h^2t^2 - 22{,}4h^2t$$

$$+ 10{,}08h^4t^2 + 10{,}64h^4t^3 - 22{,}4\,h^4t + 5{,}32h^3t^3 + 10{,}08h^3t^2 - 33{,}6\,h^3t$$

$$y_5 = -16{,}8h^3t + 25{,}2h^3t^2 - 6{,}748h^3t^3 - 2{,}8ht - 6{,}747999999h^5t^3 + 8{,}4h^2t^2 - 11{,}2h^2t + 1{,}8438h^5t^4 + 1{,}8438h^4t^4 - 13{,}496h^4t^3 + 25{,}2h^4t^2 - 11{,}2\,h^4t - 2{,}8h^5t - 0{,}1174903334h^5t^5 + 8{,}4h^5t^2$$

untuk $m = 10$ diperoleh:

$$x_{10} = -7{,}536681881h^9\,t^7 + 211{,}6800000h^4t^2 + 60{,}48000000h^3t^2 - {,}1404675128h^9t^9 - 923{,}4539999h^8t^4 - 21{,}56678161h^7t^6 - 470{,}4000000h^7t + 31{,}91999999h^{10}t^3 - 50{,}40000000h^9t + 223{,}4400000h^4t^3 - 5{,}600000000h^{10}t + 31{,}92000000h^3t^3 + 529{,}2000000h^6t^2 + 670{,}3199999h^5t^3 + 670{,}3199998h^8t^3 + 7{,}560000000h^2t^2 - 201{,}6000000h^3t + 362{,}8136400h^8t^5 - 7{,}536681881h^8t^7 + 211{,}6800000h^8t^2 + 1{,}092056006h^8t^8 - 2{,}512227294h^{10}t^7 + 0{,}4857013083e - 2h^{10}t^{10} + 423{,}3600000h^7t^2 - 201{,}6000000h^8t + 1{,}092056006h^{10}t^8 + 60{,}48000000h^9t^2 - {,}1404675128h^{10}t^9 + 1117{,}200000h^7t^3 + 181{,}4068200h^6t^5 + 181{,}4068200h^9t^5 + 2{,}184112011h^9t^8 - 5{,}391695402h^{10}t^6 - 50{,}40000000h^2t + 362{,}8136400h^7t^5 - 1231{,}272000h^7t^4 - 5{,}391695402h^6t^6 + 7{,}560000000h^{10}t^2 - 923{,}4539999h^6t^4 + 36{,}28136400h^5t^5 - 705{,}6000000h^6t - 5{,}600000000ht - 470{,}4000000h^4t + 223{,}4399999h^9t^3 - 32{,}35017241h^8t^6 - 2{,}512227294h^7t^7 + 36{,}28136400h^{10}t^5 - 369{,}3816000h^5t^4 - 61{,}56359999h^4t^4 + 1117{,}200000h^6t^3 - 705{,}6000000h^5t - 61{,}56359999h^{10}t^4$$

$$
\begin{aligned}
y_{10}(t) = {} & 529{,}2000000h^8t^2 - 850{,}2479998h^8t^3 + 9{,}188168502h^8t^7 \\
& - 2{,}800000000ht - 850{,}2479999h^5t^3 - 14{,}80378200h^5t^5 \\
& - 1417{,}080000h^6t^3 + 529{,}2000000h^4t^2 + 580{,}7970000h^6t^4 \\
& + 774{,}3960000h^7t^4 + 38{,}71980000h^4t^4 + 18{,}90000000h^{10}t^2 \\
& - 74{,}01891000h^9t^5 - 6{,}026470798h^7t^6 - 148{,}0378200h^8t^5 \\
& - 352{,}8000000h^6t - 283{,}4160000h^4t^3 - 40{,}48799999h^{10}t^3 \\
& + 151{,}2000000h^9t^2 + 9{,}188168502h^9t^7 + 1058{,}400000h^7t^2 \\
& + {,}1045224499h^9t^9 + 3{,}062722834h^{10}t^7 - 74{,}01891000h^6t^5 \\
& - 6{,}026470797h^9t^6 + 38{,}71980000h^{10}t^4 - 2{,}800000000h^{10}t \\
& + 151{,}2000000h^3t^2 - {,}9276065963h^{10}t^8 - 352{,}8000000h^5t \\
& - 1{,}506617700h^6t^6 + 3{,}062722834h^7t^7 - 25{,}20000000h^9t \\
& - 40{,}48800000h^3t^3 - 235{,}2000000h^7t - 1417{,}080000h^7t^3 \\
& - 1{,}506617699h^{10}t^6 - 100{,}8000000h^3t - 0{,}3024051872e \\
& - 2h^{10}t^{10} - 9{,}039706196h^8t^6 + 580{,}7970000h^8t^4 \\
& + 232{,}3188000h^9t^4 - 235{,}2000000h^4t - 100{,}8000000h^8t \\
& - 14{,}80378200h^{10}t^5 - 1{,}855213193h^9t^8 + 232{,}3188000h^5t^4 \\
& + {,}1045224499h^{10}t^9 - {,}9276065963h^8t^8 + 18{,}90000000h^2t^2 \\
& - 283{,}4159999h^9t^3 + 1323{,}h^6t^2 - 25{,}20000000h^2t \\
& - 148{,}0378200h^7t^5 + 1058{,}400000h^5t^2.
\end{aligned}
$$

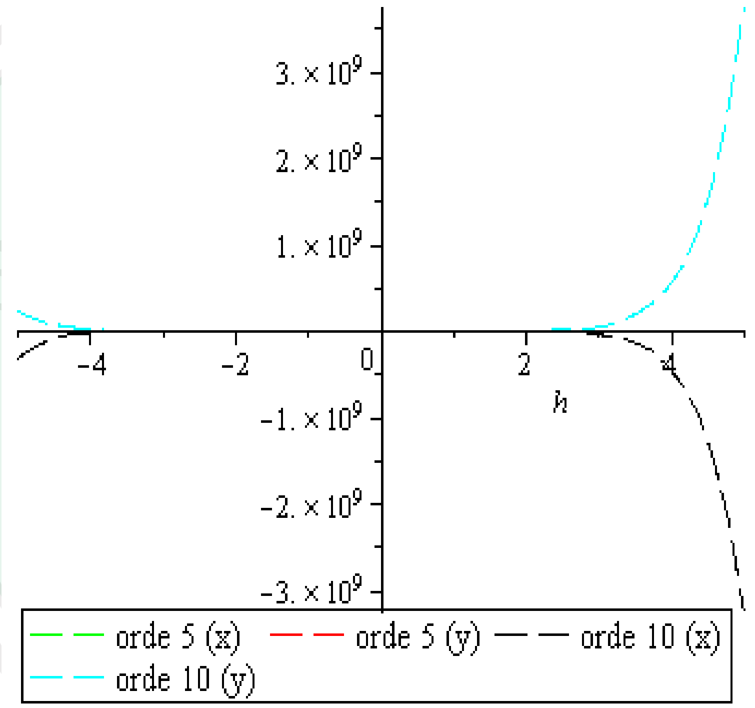
Perhitungan dilakukan dengan bantuan *software maple* sampai orde 10. Hampiran penyelesaian masalah nilai awal dengan menggunakan metode homotopi adalah:

$$
\begin{aligned}
x(t) \approx {} & 8 + -5{,}6ht + \left(-5{,}6ht + h(-5{,}6ht + 0{,}84ht^2)\right) + (-5{,}6\,ht - \\
& 11{,}2h^2t + 1{,}68\,h^2t^2 + 0{,}8866666667h^3t^3 + 1{,}68h^3t^2 - 5{,}6\,h^3t) + \cdots,
\end{aligned}
$$

$y(t) \approx 4 + (-2{,}8ht) + (-2{,}8ht - 2{,}8h^2t + 2{,}1h^2t^2) + (-2{,}8ht - 5{,}6h^2t +$

$4{,}2h^2t^2 - 1{,}124666667h^3t^3 + 4{,}2\, h^3t^2 - 2{,}8h^3t) + \cdots.$

Hampiran penyelesaian dengan metode homotopi pada model *predator prey* mengandung parameter h. Berdasarkan pada Gambar 3.1 dapat ditentukan selang untuk nilai h yang sesuai yakni berada di sekitar atau dekat dengan titik belok atau ketika ruas-ruas garis melintang sejajar di sumbu horizontal.



Gambar 3.1 Grafik $x(t)$ dan $y(t)$ dengan Metode Homotopi Orde 5 dan Orde 10

Gambar 3.1 menunjukkan grafik untuk fungsi $x(t)$ dan $y(t)$ orde 5 dan orde 10, dengan nilai h yang dapat dipilih adalah -4 sampai 3. Besarnya fungsi bantu yang dipilih yaitu $H(t) = 1$ (dapat dipilih sembarang). Parameter bantu yang dipilih berdasarkan grafik adalah $h = -1$ dan $h = -0{,}5$. Selanjutnya dengan mensubstitusikan parameter-parameter yang telah didefinisikan Tabel 3.1 pada persamaan (3.19) ketika $0 \leq t \leq 1$ dengan menggunakan *maple* diperoleh solusi metode homotopi orde 5 dan 10 dengan nilai $h = -1$ dan $h = -0{,}5$.

Tabe1 3.2 Solusi Metode Homotopi Orde 5 dan Orde 10 dengan Nilai $h = -1$ dan $h = -0{,}5$.

t	*Variabel*	*Solusi Metode* Homotopi Orde 5		*Solusi Metode* Homotopi Orde *10*		Ode45
		$h = -1$	$h = -0{,}5$	$h = -1$	$h = -0{,}5$	
0,1	*x*	8,567437120	8,558123866	8,567437094	8,566862211	8,567437122857452
	y	4,302171926	4,295082161	4,302171933	4,301603037	4,302171920743853
0,2	*x*	9,145239148	9,127356784	9,145239519	9,144410429	9,145239610036363
	y	4,653771685	4,632224623	4,653771204	4,651689883	4,653771146494009
0,3	*x*	9,724992600	9,703252938	9,725001484	9,725153848	9,725001462602210
	y	5,063376479	5,016445361	5,063366495	5,058119872	5,063366571285222
0,4	*x*	10,29576724	10,28068525	10,29584068	10,29969432	10,295840693060793
	y	5,540933108	5,453173183	5,540853233	5,529831247	5,540853165354173
0,5	*x*	10,84369346	10,85380633	10,84408092	10,85649286	10,844080521112039
	y	6,097877451	5,948262820	6,097466226	6,076908531	6,097466837854357
0,6	*x*	11,35150892	11,41600912	11,35304248	11,38163595	11,353039350232516
	y	6,747245288	6,508009860	6,745656579	6,710634113	6,745661134064671
0,7	*x*	11,79807438	11,95988679	11,80305304	11,85860667	11,803032295703874
	y	7,503774612	7,139165587	7,498732190	7,443518896	7,498762071101972
0,8	*x*	12,15785879	12,47719237	12,17183687	12,26806723	12,171721807770982
	y	8,383999166	7,848951637	8,370144404	8,289305464	8,370296831431393
0,9	*x*	12,40039328	12,95879787	12,43549691	12,58765979	12,434979325679606
	y	9,406333572	8,645074562	9,372250052	9,262936877	9,372885384403668
1,0	*x*	12,48969476	13,39465278	12,57040144	12,79183461	12,568412193235329
	y	10,59114973	9,535740236	10,51428475	10,38048378	10,516610637837671

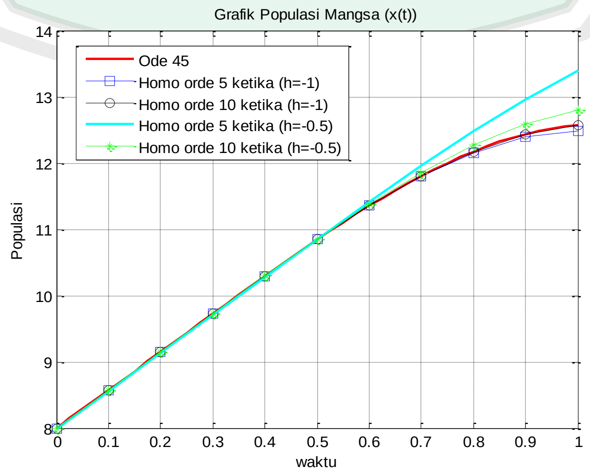
Tabe1 3.3 Galat Solusi Metode Homotopi Orde 5 dan 10 dengan Nilai $h = -1$ dan $h = -0{,}5$.

t	*Variabel*	$\lvert Ode\ 45 - homotopi\ orde\ (5) \rvert$		$\lvert Ode\ 45 - homotopi\ orde\ (10) \rvert$	
		$h = -1$	$h = -0{,}5$	$h = -1$	$h = -0{,}5$
0,1	*x*	$3\ 10^{-9}$	0,009313257	$2{,}9\ 10^{-8}$	0,000574912
	y	$5\ 10^{-9}$	0,007089760	$1{,}2\ 10^{-8}$	0,000568884
0,2	*x*	$4{,}62\ 10^{-7}$	0,017882826	$9{,}1\ 10^{-8}$	0,000829181
	y	$5{,}39\ 10^{-7}$	0,021546523	$5{,}8\ 10^{-8}$	0,002081263
0,3	*x*	0,000008863	0,021748525	$2{,}1\ 10^{-8}$	0,000152385
	y	0,000009908	0,046921210	$7{,}6\ 10^{-8}$	0,005246699
0,4	*x*	0,00007345	0,01515544	$1\ 10^{-8}$	0,00385363
	y	0,000079943	0,087679982	$6{,}8\ 10^{-8}$	0,011021918
0,5	*x*	0,00038706	0,00972581	$4\ 10^{-7}$	0,01241234
	y	0,000410613	0,149204018	$6{,}12\ 10^{-7}$	0,020558307
0,6	*x*	0,00153043	0,06296977	0,00000313	0,02859660
	y	0,001584154	0,237651274	0,000004555	0,035027021
0,7	*x*	0,00495792	0,15685449	0,00002074	0,05557437
	y	0,005012541	0,359596484	0,000029881	0,055243175
0,8	*x*	0,01386302	0,30547056	0,00011506	0,09634542
	y	0,013702335	0,521345194	0,000152427	0,080991367
0,9	*x*	0,03458605	0,52381854	0,00051758	0,15268046
	y	0,033448188	0,727810822	0,000635332	0,109948507
1,0	*x*	0,07871743	0,82624059	0,00198925	0,22342242
	y	0,07453909	0,980870404	0,00232589	0,13612686
Rata-rata	*x*	0,01341246880	1,125312	0,0002646311000	0,574441718
	y	0,01287873160	0,313972	0,0003148911000	0,456814001

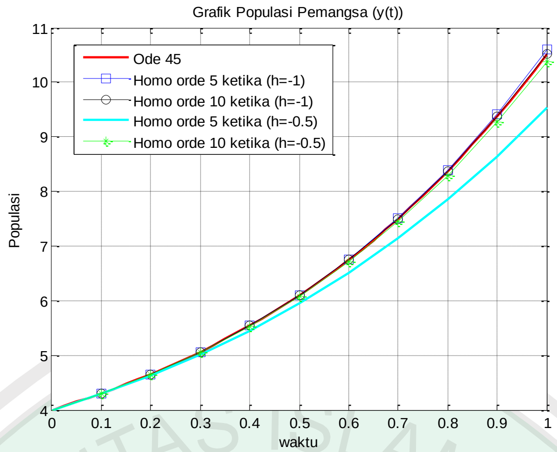
Untuk membandingkan hasil yang diperoleh dengan hampiran penyelesaian numerik, diberikan Tabel 3.3 yaitu galat antara hampiran penyelesaian ode45 dengan metode homotopi orde 5 dan orde 10 saat $h = -0{,}5$ dan $h = -1$ model *predator prey*. Berdasarkan Tabel 3.3 rata-rata galat yang dihasilkan dengan menggunakan metode homotopi model *predator prey* masing-masing saat $h = -1$ lebih kecil dari pada ketika $h = -0{,}5$ serta orde nilai yang dihasilkan ketika orde 10 lebih mendekati dari pada ketika orde 5.

Tabel 3.3 memperlihatkan bahwa metode homotopi pada saat orde 10 dengan parameter bantu $h = -1$, memiliki penyelesaian yang menghampiri penyelesaian ode45. Galat yang dihasilkan oleh metode homotopi ketika orde 10 saat $h = -1$ lebih kecil dibandingkan dengan selang nilai lainnya. Dengan nilai galat yang kecil, hal ini berarti metode homotopi dapat digunakan untuk menyelesaikan model *predator prey*.

Berikut ini diberikan Gambar 3.2 dan 3.3 yang merupakan hampiran penyelesaian metode homotopi orde 5 dan orde 10 berdasarkan Tabel 3.2 dan Tabel 3.3 saat $h = -1$ dan $h = -0{,}5$ serta ode45 dari model *predator* dan *prey*.

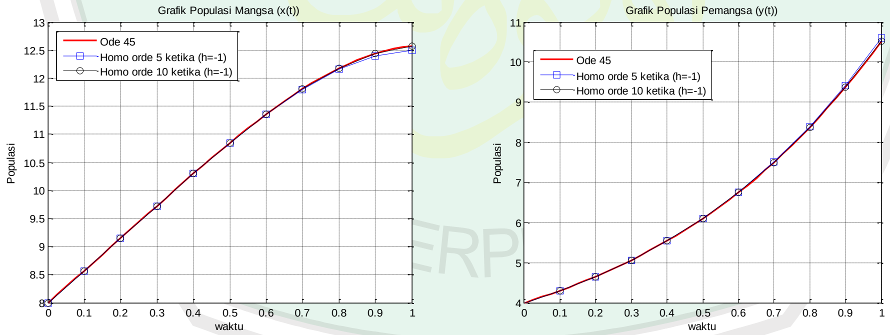


Gambar 3.2 Grafik $x(t)$ dengan Metode Ode45 dan Metode Homotopi

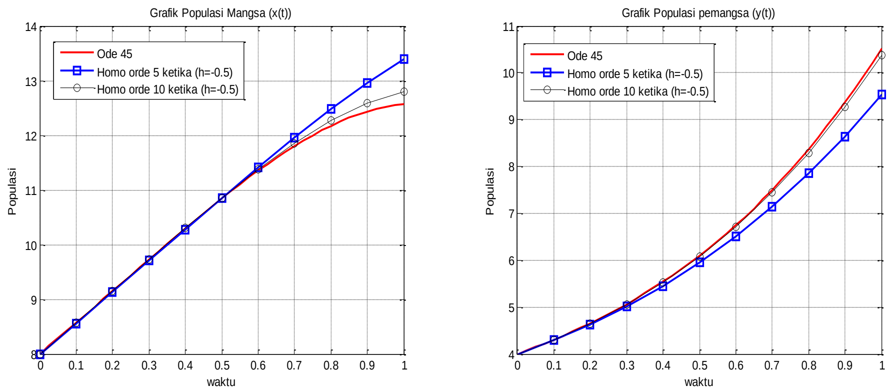


Gambar 3.3 Grafik $y(t)$ dengan Metode Ode45 dan Metode Homotopi

Gambar 3.2 dan Gambar 3.3 menunjukkan grafik solusi model *predator prey* dengan metode homotopi dan ode45. Grafik solusi metode homotopi memberikan solusi yang hampir sama dengan grafik solusi ode45. Hal ini terlihat dari masing-masing solusi yang saling berdekatan serta ditunjukkan dengan perbedaan galat yang sangat kecil, terutama ketika memakai orde 10 saat $h = -1$.



Gambar 3.4 Grafik Metode Homotopi Ketika $h = -1$



Gambar 3.5 Grafik Metode Homotopi Ketika $h = -0{,}5$

Pada Gambar 3.4 dan Gambar 3.5 menunjukkan perbandingan antara metode homotopi ketika $h = -1$ dan ode45 dengan $h = -0{,}5$ dan ode45. Selanjutnya dapat dilihat bahwa solusi dari metode homotopi ketika $h = -1$ dan $h = -0{,}5$ pada orde 5 dan orde 10 hampir sama dengan solusi ode45. Solusi metode homotopi orde 10 saat $h = -1$ lebih mendekati solusi ode45 dan memiliki galat yang lebih kecil daripada yang $h = -0{,}5$. Solusi yang dihasilkan sama-sama mendekati solusi ode45, namun dapat diketahui bahwa penyelesaian metode homotopi dengan $h = -1$ orde 10 lebih mendekati solusi ode45 dengan galat relatif yang kecil.

3.4 Integrasi Konsep Keseimbangan Alam dalam Al-Quran

Allah menciptakan segala sesuatu berpasangan, ada siang ada malam, ada bumi ada langit. Begitu pula ada laki-laki dan perempuan supaya mereka saling mengenal, menyayangi, mencintai, tolong menolong, dan memberi manfaat untuk mencari keridhoan Allah. Agar keseimbangan seorang insan tercapai yaitu dunia bahagia dan akhirat juga bahagia. Diuraikan dalam hadits riwayat Ibnu Asakir tentang keseimbangan hidup di dunia dan di akhirat yang artinya:

Dari Anas ra, bahwasanya Rasulullah bersabda "bukanlah yang terbaik di antara kamu orang yang meninggalkan urusan dunianya karena mengejar urusan akhirat, dan bukan pula orang yang terbaik orang yang meninggalkan akhirat karena mengejar urusan dunia, sehingga ia memperoleh kedua-duanya, karena dunia itu adalah (perantara) yang menyampaikan ke akhirat, dan janganlah kamu menjadi beban orang lain".

Hadits tersebut menjelaskan tentang kehidupan manusia yang seharusnya, yaitu kehidupan yang berimbang. Kehidupan dunia harus diperhatikan di samping kehidupan akhirat. Islam tidak memandang baik orang yang hanya mengutamakan dunia saja, tetapi urusan akhirat dilupakan. Sebaliknya Islam juga tidak mengajarkan umat manusia konsentrasi hanya untuk kehidupan akhirat saja sehingga meninggalkan kehidupan dunia.

Dunia adalah sarana yang akan mengantarkan untuk ke akhirat. Manusia di dunia memerlukan harta benda untuk memenuhi hajatnya, manusia perlu makan, minum, pakaian, semua ini harus dicari dan diusahakan. Harta juga dapat digunakan untuk bekal beribadah kepada Allah. Karena dalam pelaksanaan ibadah sendiri itu tidak lepas dari harta. Dengan harta dapat membayar zakat, shadaqah, berqurban, menolong fakir miskin, dan sebagainya.

Kehadiran manusia di dunia ini jangan sampai menjadi beban bagi manusia yang lain. Maksudnya janganlah memberatkan dan menyulitkan orang lain. Dalam hubungan ini umat Islam tidak boleh bermalas-malasan, apalagi malas bekerja untuk mencari nafkah sehingga mengharap belas kasihan orang lain untuk menutupi kebutuhan sehari-hari.

Dalam memenuhi kehidupan sehari-hari manusia harus bekerja keras, menjalani kehidupan dengan hati yang ikhlas tanpa rasa minder walaupun pekerjaan itu diremehkan orang lain. Jika mau bekerja Allah berjanji akan mencukupkan kebutuhan. Meminta-minta merupakan kehidupan yang dibenci dalam Islam, oleh karena itu dilarang untuk melakukannya.

Islam adalah agama yang komprehensif *(syaami')*, sempurna *(kaami')* dan menyempurnakan semua sistem yang lain *(mutakaami')*. Islam mengatur semua sisi kehidupan manusia. Berkaitan dengan keharmonisan alam ini, Imaduddin melukiskan bahwa kelestarian dan keharmonisan alam jagat raya ini telah dijamin oleh Allah. Selanjutnya Allah memberikan tantangan bagi manusia agar meneliti andai manusia menemukan cacat, ketidaksempurnaan atau kerusakan di dalam ciptaan-Nya. Sebagaimana ditegaskan dalam al-Quran surat al-Hijr/15:19-20:

وَٱلۡأَرۡضَ مَدَدۡنَٰهَا وَأَلۡقَيۡنَا فِيهَا رَوَٰسِيَ وَأَنۢبَتۡنَا فِيهَا مِن كُلِّ شَيۡءٖ مَّوۡزُونٖ ١٩ وَجَعَلۡنَا لَكُمۡ فِيهَا
مَعَٰيِشَ وَمَن لَّسۡتُمۡ لَهُۥ بِرَٰزِقِينَ ٢٠

Artinya:"Dan kami telah menghamparkan bumi dan menjadikan padanya gunung-gunung dan kami tumbuhkan padanya segala sesuatu menurut ukuran. Dan kami telah menjadikan untukmu di bumi keperluan-keperluan hidup, dan (Kami menciptakan pula) makhluk-makhluk yang kamu sekali-kali bukan pemberi rezki kepadanya"(QS. al-Hijr/15:19-20).

Hal ini berarti bahwa masyarakat dunia membutuhkan peran agama guna menumbuhkan kesadaran otentik dalam diri manusia. Bila manusia mempelajari al-Quran secara seksama, bahwa wahyu islami yang diajarkan oleh Rasulullah Muhammad menyampaikan adanya suatu keseimbangan antara kehidupan duniawi dan ukhrawi (akhirat). Rasulullah bersabda:*"Yang paling baik dalam segala hal adalah yang di pertengahan"*.

Bila manusia terlalu berlebihan dalam mengejar kesenangan duniawi, maka akan terperosok menjadi manusia yang serakah. Sebaliknya bila manusia terlalu mengejar akhirat maka manusia akan dapat menjadi manusia yang apatis yang tidak peduli lagi pada lingkungan sekitar. Padahal dalam ajaran Islam diajarkan agar iman dan amal shaleh harus seimbang dan tali silaturrahmi harus tetap dijaga. Sebagai manusia harus senantiasa mensyukuri karunia Allah yang tidak terbatas dan tidak terhitung.

Allah telah memberikan predikat kepada umat Islam sebagai umat yang pertengahan, yaitu umat yang berada di tengah-tengah antara umat-umat lainnya. Umat yang berada di tengah karena mampu menyeimbangkan dan meratakan amal dalam seluruh aspek kehidupan ini. Allah berfirman dalam surat al-Baqarah/2:143:

وَكَذَٰلِكَ جَعَلۡنَٰكُمۡ أُمَّةٗ وَسَطٗا لِّتَكُونُواْ شُهَدَآءَ عَلَى ٱلنَّاسِ وَيَكُونَ ٱلرَّسُولُ عَلَيۡكُمۡ شَهِيدٗاۗ
وَمَا جَعَلۡنَا ٱلۡقِبۡلَةَ ٱلَّتِي كُنتَ عَلَيۡهَآ إِلَّا لِنَعۡلَمَ مَن يَتَّبِعُ ٱلرَّسُولَ مِمَّن يَنقَلِبُ عَلَىٰ عَقِبَيۡهِۚ وَإِن
كَانَتۡ لَكَبِيرَةً إِلَّا عَلَى ٱلَّذِينَ هَدَى ٱللَّهُۗ وَمَا كَانَ ٱللَّهُ لِيُضِيعَ إِيمَٰنَكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ بِٱلنَّاسِ لَرَءُوفٞ
رَّحِيمٞ ١٤٣

Artinya:"Dan demikian (pula) Kami telah menjadikan kamu (umat Islam), umat yang adil dan pilihan, agar kamu menjadi saksi atas (perbuatan) manusia dan agar Rasul (Muhammad) menjadi saksi atas (perbuatan) kamu. Dan Kami tidak menetapkan kiblat yang menjadi kiblatmu (sekarang) melainkan agar Kami mengetahui (supaya nyata) siapa yang mengikuti Rasul dan siapa yang membelot. Dan sungguh (pemindahan kiblat) itu terasa amat berat, kecuali bagi orang-orang yang telah diberi petunjuk oleh Allah, dan Allah tidak akan menyia-nyiakan imanmu. Sesungguhnya Allah Maha Pengasih lagi Maha Penyayang kepada manusia" (QS. al-Baqarah/2:143).

Umat Islam ini menjadi umat pertengahan dan mampu menjadi saksi bagi umat-umat yang lainnya karena mempunyai beberapa kelebihan, di antaranya adalah yang pertama, seimbang antara ilmu dan amal. Seorang muslim dalam hidupnya harus dapat menyeimbangkan antara ilmu dan amal. Tidak hanya menekankan ilmu saja, tanpa diimbangi dengan amal perbuatan yang nyata. Sifat yang seperti ini adalah sifat yang dimurkai oleh Allah sebagaimana firman-Nya dalam surat ash-Shaff/61:2-3:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ لِمَ تَقُولُونَ مَا لَا تَفۡعَلُونَ ٢ كَبُرَ مَقۡتًا عِندَ ٱللَّهِ أَن تَقُولُواْ مَا لَا
تَفۡعَلُونَ ٣

Artinya:"Wahai orang yang beriman, mengapa kamu mengatakan sesuatu yang tidak seimbang?. Amat besar kebencian di sisi Allah bahwa kamu mengatakan sesuatu yang tidak kamu kerjakan" (Qs. ash-Shaf/61:2-3).

Kedua seimbang antara rasa takut dan harapan. Seorang muslim dalam hidupnya tidak boleh selalu diliputi rasa takut terhadap dosa-dosa yang dikerjakanya, sehingga menimbulkan rasa putus asa terhadap rahmat dan ampunan dari Allah. Sebaliknya, dia juga tidak boleh berlebihan dalam mengharap rahmat dan ampunan Allah, sehingga meremehkan dosa-dosa yang dikerjakan, bahkan menganggap ringan dosa besar dengan dalih bahwa Allah Maha Pengampun.

Ketiga seimbang di dalam menjalankan ajaran agama, sehingga tidak bersikap berlebihan *(Ifraath)* dan juga tidak bersikap meremehkan *(Tafriith).* Seorang muslim tidak boleh berlebih-lebihan dalam menjalankan ajaran Islam, yaitu melampaui batas terhadap apa yang telah ditetapkan oleh Allah dan rasul-Nya.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada hasil pembahasan pada bab III, dapat diambil kesimpulan bahwa dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial taklinier pada model *predator prey* dengan metode homotopi dapat dilakukan dengan 4 langkah. Di antaranya (1) mendefinisikan operator linier dan taklinier berdasarkan persamaan dasar, (2) mendefinisikan fungsi homotopi, (3) mengkonstruksi persamaan deformasi orde nol menjadi persamaan deformasi orde tinggi dalam bentuk deret yang di dalamnya memuat operator linier, operator taklinier, nilai awal, fungsi bantu, dan parameter bantu, (4) mengevaluasi penyelesaian hampiran sehingga diperoleh solusi homotopi dari $t = 0$ sampai $t = 1$ dengan nilai $h = -1$ dan $h = -0{,}5$ pada orde 5 dan orde 10.

Berdasarkan hasil penyelesaian model *predator prey* dengan metode homotopi dan ode45 dapat ditarik kesimpulan bahwa solusi metode homotopi dengan orde 10 pada saat $h = -1$ mendekati solusi ode45. Hal tersebut dapat ditunjukkan dengan selisih yang sangat kecil dengan grafik solusi yang diperoleh dari ode45.

4.2 Saran

Pada penelitian ini hanya difokuskan pada penentuan penyelesaian hampiran sistem taklinier model *predator prey*. Dengan ini disarankan untuk menerapkan metode homotopi dalam berbagai model matematis lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Aliyah, I. 2007. *Analisis Model Matematika pada Pengaruh Sistem Imun Terhadap Bakteri Tuberkolosis.* Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Arti, E.J. 2010. *Penyelesaian Model Populasi Volterra dengan Menggunakan Metode Homotopi*. Skripsi S1 tidak dipublikasikan Jurusan Matematika Fakultas MIPA. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Busrah, Z. 2014. *Perbandingan Metode Analisis Homotopi dan Metode Iterasi Variasional Pada Penyelesaian Masalah Gelombang Internal di Atmosfer*. Thesis tidak dipublikasikan Jurusan Matematika Fakultas MIPA. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Chapra, S dan Canale, R. 2010. *Numerical Methods for Enginers.* New York: The McGraw-Hill Companies.

Hasrul. 2011. *Intergrasi Sains dan Agama dalam Prespektif al-Qur'an.* Jakarta: Wahana Ilmu dan Amal.

Karimi, K. Rostamy, D. & Zabihi, F. 2011. The Applications of Homotopy Analysis Method for Solving the Prey and Predator Problem. *Applied Mathematical Sceinces,* 5(12): 369-630.

Liao, S. 2004. *Beyond Pertubation: Introduction to the Homotopy Analysis Method.* Boca Raton: New York.

Mathews dan Kurtis. 2004. *Numerical Methods Using Matlab. 4th Editions.* New Jersey: The Prentice Hall. Inc.

Munir, R. 2006. Metode Numerik. Bandung: Informatika.

Munir, R. 2010. Metode Numerik. Bandung: Informatika.

Nasruddin, I. 2002. *Konsep Lingkungan Hidup dan Pendidikan Islam*. (Online), (http://sumsel.kemenang.go.id), diakses 3 Agustus 2015.

Nasrullah, I. 2012. *Titik Kesetimbangan Model Matematika pada Interaksi Makrofag, Sel T, dan Mikobakterium Tuberkulosis.* Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Pagalay, U. 2009. *Mathematical Modelling (Aplikasi Pada Kedokteran, Imunologi, Biologi, Ekonomi, dan Perikanan)*. Malang: UIN Malang Press.

Purwanti, T. 2012. *Penggunaan Metode Homotopi untuk Menyelesaikan Masalah Getaran Taklinear*. Skripsi S1 tidak dipublikasikan Jurusan Matematika Fakultas MIPA. Bogor: Institut Pertanian Bogor.

Urifah, N. 2008. *Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Diferensial Lotka Voltera dengan Metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45).* Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Waluya, S.B. 2006. Persamaan Diferensial. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Lampiran 1

Tinjauan persamaan (3.5) berikut:

Misalkan:

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2 = \mathcal{L}$$

$$\mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_2 = \mathcal{N}$$

$$\mathcal{H}_1(t) = \mathcal{H}_1(t) = \mathcal{H}(t)$$

$$(1-p)\mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)] = ph\mathcal{H}_1(t)\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]$$

$$(1-p)\mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)] = ph\mathcal{H}_2(t)\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]$$

atau

$$\mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)] - p\mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)] = ph\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\,[\phi_1(t,p)]$$

$$\mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)] - p\mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)] = ph\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\,[\phi_2(t,p)]$$

turunan pertama terhadap p dari kedua ruas pada persamaan (3.5)di atas diperoleh:

$$\frac{d\mathcal{L}[\phi_1(t,p)-x_0(t)]}{dp} - \mathcal{L}\big[\phi_1(t,p) - x_0(t)\big] - p\frac{d\mathcal{L}[\phi_1(t,p)-x_0(t)]}{dp} = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi_1(t,p)] + ph\mathcal{H}(t)\left[\frac{d\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp}\right]$$

$$\frac{d\mathcal{L}[\phi_2(t,p)-y_0(t)]}{dp} - \mathcal{L}\big[\phi_2(t,p) - y_0(t)\big] - p\frac{d\mathcal{L}[\phi_2(t,p)-y_0(t)]}{dp} = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi_2(t,p)] + ph\mathcal{H}(t)\left[\frac{d\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp}\right]$$

untuk $p = 0$

$$\mathcal{L}\left[\frac{\phi_1(t,p)-x_0(t)}{dp}\right]|_{p=0} - \mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)]|_{p=0} = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{\phi_2(t,p)-y_0(t)}{dp}\right]|_{p=0} - \mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)]|_{p=0} = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}\right]|_{p=0} - \mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]\,|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d\phi_2(t,p)}{dp}\right]|_{p=0} - \mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]\,|_{p=0}$$

diperoleh:

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{1!}\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}\bigg|_{p=0} - \frac{1}{1!}\phi_1(t,0) + \frac{1}{1!}x_0(t)\right] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\,[\phi_1(t,p)]\,|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{1!}\frac{d\phi_2(t,p)}{dp}\bigg|_{p=0} - \frac{1}{1!}\phi_2(t,0) + \frac{1}{1!}y_0(t)\right] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\,[\phi_2(t,p)]\,|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}[x_1(t) - x_0(t) + x_0(t)] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\,[\phi_1(t,p)]|_{p=0}$$

$\mathcal{L}[y_1(t) - y_0(t) + y_0(t)] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\ [\phi_2(t,p)]|_{p=0}$

$\mathcal{L}[x_1(t)] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\ [\phi_1(t,p)]|_{p=0}$

$\mathcal{L}[y_1(t)] = h\mathcal{H}(t)\mathcal{N}\ [\phi_2(t,p)]|_{p=0}$

jika kedua pada kedua ruas pada persamaan (3.5) diturunkan dua kali terhadap p untuk $m = 2$

$$\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp^2} - 2\frac{d\mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp} - p\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp^2} = 2h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp} + ph\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^2}$$

$$\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp^2} - 2\frac{d\mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp} - p\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp^2} = 2h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp} + ph\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^2}$$

untuk $p = 0$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp^2}|_{p=0} - 2\frac{d[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp}|_{p=0}\right] = 2h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_1(t,p) - x_0(t)]}{dp}|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp^2}|_{p=0} - 2\frac{d[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp}|_{p=0}\right] = 2h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_2(t,p) - y_0(t)]}{dp}|_{p=0}$$

$$\frac{1}{2!}\mathcal{L}\left[\frac{d^2\phi_1(t,p)}{dp^2}|_{p=0} - 2\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}|_{p=0}\right] = \frac{1}{2!}2h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp}|_{p=0}$$

$$\frac{1}{2!}\mathcal{L}\left[\frac{d^2\phi_2(t,p)}{dp^2}|_{p=0} - 2\frac{d\phi_2(t,p)}{dp}|_{p=0}\right] = \frac{1}{2!}2h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp}|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{2!}\frac{d^2\phi_1(t,p)}{dp^2}|_{p=0} - \frac{d\phi_1(t,0)}{dp}|_{p=0}\right] = h\mathcal{H}(t)\frac{d\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp}|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{2!}\frac{d^2\phi_2(t,p)}{dp^2}|_{p=0} - \frac{d\phi_2(t,0)}{dp}|_{p=0}\right] = h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp}\right]|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}[x_2(t) - x_1(t)] = h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp}\right]|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}[y_2(t)-y_1(t)] = h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp}\right]|_{p=0}$$

dengan cara yang sama dengan sebelumnya, untuk $m=3$

$$\frac{d^3\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^3} - 3\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^2} - p\frac{d^3\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^3}$$
$$= 3h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^2} + ph\mathcal{H}(t)\frac{d^3\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^3}$$

$$\frac{d^3\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^3} - 3\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^2} - p\frac{d^3\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^3}$$
$$= 3h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^2} + ph\mathcal{H}(t)\frac{d^3\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^3}$$

untuk $p=0$

$$\frac{d^3\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^3}|_{p=0} - 3\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^2}|_{p=0} = 3h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^2}|_{p=0}$$

$$\frac{d^3\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^3}|_{p=0} - 3\frac{d^2\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^2}|_{p=0} = 3h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^2}|_{p=0}$$

$$\frac{1}{3!}\mathcal{L}\left[\frac{d^3\phi_1(t,p)}{dp^3}|_{p=0} - 3\frac{d^2\phi_1(t,p)}{dp^2}|_{p=0}\right] = \frac{1}{3!}3h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^2}|_{p=0}$$

$$\frac{1}{3!}\mathcal{L}\left[\frac{d^3\phi_2(t,p)}{dp^3}|_{p=0} - 3\frac{d^2\phi_2(t,p)}{dp^2}|_{p=0}\right] = \frac{1}{3!}3h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^2}|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{3!}\frac{d^3\phi_1(t,p)}{dp^3}|_{p=0} - \frac{1}{2!}\frac{d^2\phi_1(t,p)}{dp^2}|_{p=0}\right] = \frac{1}{2!}h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}\ [\phi_1(t,p)]}{dp^2}|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{3!}\frac{d^3\phi_2(t,p)}{dp^3}|_{p=0} - \frac{1}{2!}\frac{d^2\phi_2(t,p)}{dp^2}|_{p=0}\right] = \frac{1}{2!}h\mathcal{H}(t)\frac{d^2\mathcal{N}\ [\phi_2(t,p)]}{dp^2}|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}[x_3(t)-x_2(t)] = \frac{1}{2!}h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^2}\right]|_{p=0}$$

$$\mathcal{L}[y_3(t)-y_2(t)] = \frac{1}{2!}h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d^2\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^2}\right]|_{p=0}$$

Berdasarkan turunan pertama, kedua dan ketiga maka secara umum diperoleh turunan ke$-m$ berikut:

$$\frac{d^m\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^m} - m\frac{d^{m-1}\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}} - p\frac{d^m\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^m}$$
$$= mh\mathcal{H}(t)\frac{d^{m-1}\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}} + ph\mathcal{H}(t)\frac{d^m\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}$$

$$\frac{d^m \mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^m} - m\frac{d^{m-1}\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}} - p\frac{d^m \mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^m}$$
$$= mh\mathcal{H}(t)\frac{d^{m-1}\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}} + ph\mathcal{H}(t)\frac{d^m \mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}$$

untuk $p = 0$

$$\frac{d^m \mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^m}|_{p=0} - m\frac{d^{m-1}\mathcal{L}[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0} = mh\mathcal{H}(t)\frac{d^{m-1}\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}$$
$$\frac{d^m \mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^m}|_{p=0} - m\frac{d^{m-1}\mathcal{L}[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0} = mh\mathcal{H}(t)\frac{d^{m-1}\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}$$

selanjutnya kedua ruas persamaan di atas dibagi dengan $m!$

$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{m!}\frac{d^m \phi_1(t,p)}{dp^m}|_{p=0} - \frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\phi_1(t,p)}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right]$$
$$= \frac{1}{(m-1)!}h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}\ [\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right]$$
$$\mathcal{L}\left[\frac{1}{m!}\frac{d^m \phi_2(t,p)}{dp^m}|_{p=0} - \frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\phi_2(t,p)}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right]$$
$$= \frac{1}{(m-1)!}h\mathcal{H}(t)\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}\ [\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right]$$

dengan demikian diperoleh

$$\mathcal{L}[x_m(t) - \chi_m x_{m-1}(t)] = h\mathcal{H}(t)\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\mathcal{N}[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}$$
$$\mathcal{L}[y_m(t) - \chi_m y_{m-1}(t)] = h\mathcal{H}(t)\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\mathcal{N}[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}$$

Atau

$$\mathcal{L}_1[x_m(t) - \chi_m x_{m-1}(t)] = h\,\mathcal{H}_1(t)\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_1[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}$$
$$\mathcal{L}_2[y_m(t) - \chi_m y_{m-1}(t)] = h\,\mathcal{H}_1(t)\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_2[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}$$

dengan

$$\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_1\ [\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right]$$

$$\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_2\ [\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}|_{p=0}\right]$$

$\vec{x}_{m-1} = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_{m-1})$

$\vec{y}_{m-1} = (y_0, y_1, y_2, \dots, y_{m-1})$

$$\chi_m = \begin{cases} 0 & m \leq 1 \\ 1 & m > 1 \end{cases}$$

Lampiran 2

Tinjauan persamaan (3.17)

Berdasarkan operator taklinier $\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2 = \mathcal{N}$ yang didefinisikan dan berdasarkan persamaan (3.17) maka bentuk umum dari $\mathcal{R}_{1m}, \mathcal{R}_{2m}$untuk $m = 1$ diperoleh

$$\mathcal{R}_{1m}[x_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_1\,[\phi_1(t,p)]}{dp^{m-1}}\right]|_{p=0}$$

$$\mathcal{R}_{11}[\vec{x}_0] = \mathcal{N}_1\,[\phi_1(t,p)]|_{p=0}$$

$$\mathcal{R}_{11}[\vec{x}_0] = \frac{d\phi_1(t,p)}{dt}|_{p=0} - \mu\phi_1(t,p)|_{p=0} - \alpha\phi_1(t,p)|_{p=0} + \beta\phi_1(t,p)\phi_2(t,p)|_{p=0}$$

$$\mathcal{R}_{11}[\vec{x}_0] = \frac{d\phi_1(t,0)}{dt} - \mu\phi_1(t,0) - a\phi_1(t,0) + \beta\phi_1(t,0)\phi_2(t,0)$$

$$\mathcal{R}_{11}[\vec{x}_0] = \frac{dx_0(t)}{dt} - \mu x_0(t) - ax_0(t) + \beta x_0(t)y_0(t)$$

$$\mathcal{R}_{11}[\vec{x}_0] = x'_0(t) - \mu x_0(t) - ax_0(t) + \beta x_0(t)y_0(t)$$

$$\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}] = \frac{1}{(m-1)!}\left[\frac{d^{m-1}\mathcal{N}_2\,[\phi_2(t,p)]}{dp^{m-1}}\right]|_{p=0}$$

$$\mathcal{R}_{21}[\vec{y}_0] = \mathcal{N}_2[\phi_2(t,p)]$$

$$\mathcal{R}_{21}[\vec{y}_0] = \frac{d\phi_2(t,p)}{dt}|_{p=0} + \delta\frac{d\phi_2(t,p)}{dt}|_{p=0} - \gamma\phi_1(t,p)\phi_2(t,p)|_{p=0}$$

$$\mathcal{R}_{21}[\vec{y}_0] = \frac{d\phi_2(t,0)}{dt} + \delta\phi_2(t,0) - \gamma\phi_1(t,0)\phi_2(t,0)$$

$$\mathcal{R}_{21}[\vec{y}_0] = \frac{dy_0(t)}{dt} + \delta y_0(t) - \gamma x_0(t)y_0(t)$$

$$\mathcal{R}_{21}[\vec{y}_0] = y'_0(t) + \delta y_0(t) - \gamma x_0(t)y_0(t)$$

Untuk $m = 2$ diperoleh:

$$\mathcal{R}_{12}[\vec{x}_1] = \frac{d\mathcal{N}_1\,[\phi_1(t,p)]}{dp}|_{p=0}$$

$$\mathcal{R}_{12}[\vec{x}_1] = \frac{d}{dp}\left[\frac{d\phi_1(t,p)}{dt}|_{p=0} - \mu\phi_1(t,p)|_{p=0} - a\phi_1(t,p)|_{p=0}\right.$$
$$\left. + \beta\phi_1(t,p)\phi_2(t,p)|_{p=0}\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}|_{p=0}\right) - \frac{d}{dp}\mu\phi_1(t,p)|_{p=0} - \frac{d}{dp}a\phi_1(t,p)|_{p=0}$$
$$+ \frac{d}{dp}\left[\beta\phi_1(t,p)\phi_2(t,p)|_{p=0}\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}|_{p=0}\right) - \frac{d}{dp}\mu\phi_1(t,p)|_{p=0} - \frac{d}{dp}a\phi_1(t,p)|_{p=0} + \beta\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}$$

$$- \phi_2(t,p)|_{p=0} + \beta\phi_1(t,p)\frac{d\phi_2(t,p)}{dp}|_{p=0}$$

$$= \left(\frac{dx_1(t)}{dt}\right) - \mu x_1(t) - ax_1(t) + \beta\big(x_1(t)y_0(t)\big) + \beta\big(x_0(t)y_1(t)\big)$$

$$\mathcal{R}_{12}[\vec{x}_1] = x'_1(t) - \mu x_1(t) - ax_1(t) + \beta\sum_{n=0}^{m-1} x_n(t)\, y_{m-1-n}(t)$$

$$\mathcal{R}_{22}[\vec{y}_1] = \frac{d\mathcal{N}_2[\phi_2(t,p)]}{dp}|_{p=0}$$

$$= \frac{d}{dp}\left[\frac{d\phi_2(t,p)}{dt}|_{p=0} + \delta\phi_2(t,p)|_{p=0} - \gamma\phi_1(t,p)\phi_2(t,p)|_{p=0}\right]$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\phi_2(t,p)}{dp}|_{p=0}\right) + \delta\frac{d}{dp}\phi_2(t,p)|_{p=0} - \gamma\frac{d\phi_1(t,p)}{dp}\phi_2(t,p)|_{p=0}$$

$$- \gamma\frac{d\phi_2(t,p)}{dp}\phi_1(t,p)|_{p=0}$$

$$= \left(\frac{dy_1(t)}{dt}\right) + \delta y_1(t) - \gamma\big(x_1(t)y_0(t)\big) - \gamma\big(x_0(t)y_1(t)\big)$$

$$= y'_1(t) + \delta y_1(t) - \gamma\big(x_1(t)y_0(t)\big) - \gamma\big(x_0(t)y_1(t)\big)$$

Berdasarkan persamaan di atas maka diperoleh untuk umum dari

$$\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}] = x'_{m-1}(t) - \mu x_{m-1}(t) - ax_{m-1}(t) + \beta\sum_{n=0}^{m-1} x_n(t)\, y_{m-1-n}(t)$$

$$\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}] = y'_{m-1}(t) + \delta y_{m-1}(t) - \gamma\sum_{n=0}^{m-1} x_n(t)\, y_{m-1-n}(t)$$

Lampiran 3

Tinjauan persamaan (3.16)

Dengan menggunakan turunan deformasi Orde m pada persamaan (3.16)

$$\mathcal{L}_1\left[x_m(t)-\chi_m x_{m-1}(t)\right]=h\mathcal{H}_1(t)\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}]$$

$$\mathcal{L}_2\left[y_m(t)-\chi_m y_{m-1}(t)\right]=h\mathcal{H}_2\,(t)\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}]$$

dan operator linier pada persamaan (3.1) yang dapat diuraikan menjadi

$$\mathcal{L}_1\left[\phi_1(t,p)\right]=\frac{d\phi_1(t,p)}{dt}$$

$$\mathcal{L}_2\left[\phi_2(t,p)\right]=\frac{d\phi_2(t,p)}{dt}$$

Dimisalkan fungsi bantu $\mathcal{H}_1(t),\mathcal{H}_2(t)=1$ pada persamaan 3.16 maka diperoleh:

$$\mathcal{L}_1\left[x_m(t)-\chi_m x_{m-1}(t)\right]=h\mathcal{R}_{1m}[\vec{x}_{m-1}]$$

$$\mathcal{L}_2\left[y_m(t)-\chi_m y_{m-1}(t)\right]=h\mathcal{R}_{2m}[\vec{y}_{m-1}]$$

Dengan mensubstitusikan operator linier maka diperoleh

$$\frac{d}{dt}\left[x_m(t)-\chi_m x_{m-1}(t)\right]=h\,\mathcal{R}_m[\vec{x}_{m-1}]$$

$$\frac{d}{dt}\left[y_m(t)-\chi_m y_{m-1}(t)\right]=h\,\mathcal{R}_m[\vec{y}_{m-1}]$$

Jika kedua ruas pada persamaan di atas di integralkan terhadap t, maka diperoleh

$$x_m(t)=\chi_m x_{m-1}(t)+\int_0^t h\mathcal{R}_m[\vec{x}_{m-1}]\,d\tau$$

$$y_m(t)=\chi_m y_{m-1}(t)+h\int_0^t \mathcal{R}_m[\vec{y}_{m-1}]\,d\tau$$

Lampiran 4

```
function fv=TB(T,X)
fv=zeros(2,1);
fv(1)=1*X(1)+0.1*X(1)-0.1*X(1)*X(2);
fv(2)=-0.1*X(2)+0.1*X(1)*X(2);

clc;clear all;format long;
disp('=====================================================')
disp('                Program Solusi Numerik Model Predator Prey              ')
disp('                           Dengan Metode Ode 45                          ')
disp('=====================================================')
[T X]=ode45('TB_Ode45',0,1,[8 4]');

disp( X);
figure (1);
plot(T,X(:,1),'.-r');
title('Grafik Populasi Prey (Mangsa) (x(t))')
xlabel('waktu ');
ylabel('populasi');
grid on
figure (2);
plot(T,X(:,2),'.-b');
title('Grafik Populasi Predator (Pemangsa) (y(t))')
xlabel('waktu ');
ylabel('populasi');
grid on
```

Output

```
=====================================================
                Program Solusi Numerik Model Predator Prey
                           Dengan Metode Ode 45
=====================================================
Warning: Obsolete syntax.  Use ode45(fun,tspan,y0,...) instead.
> In funfun\private\odearguments at 42
  In ode45 at 173
  In PanggilTB_Ode45 at 6
   8.000000000000000   4.000000000000000
   8.140510816914953   4.071330263936156
   8.281984470874599   4.145393500703765
   8.424327069258760   4.222301819914476
   8.567437122857452   4.302171920743853
   8.711205319688826   4.385125177521145
   8.855514145095357   4.471287818687827
   9.000237337986039   4.560791054680234
   9.145239610036363   4.653771146494009
   9.290376424133941   4.750369465629561
   9.435493613766063   4.850732645476555
   9.580426867526750   4.955012605968562
```

9.725001462602210	5.063366571285222
9.869032079227523	5.175957076005475
10.012322465956997	5.292952046185478
10.154665042442744	5.414524638425758
10.295840693060793	5.540853165354173
10.435618667059751	5.672121006236918
10.573756365810738	5.808516551570912
10.709999201503791	5.950232740903836
10.844080521112039	6.097466837854357
10.975721664210088	6.250420188061103
11.104631986289213	6.409297932347426
11.230509164616118	6.574308095120423
11.353039350232516	6.745661134064671
11.471897477828062	6.923569475217083
11.586747681335334	7.108246870597457
11.697244283242201	7.299906871933771
11.803032295703874	7.498762071101972
11.903748090375723	7.705023339676314
11.999020396501793	7.918898689413607
12.088472217651962	8.140590990701728
12.171721807770982	8.370296831431393
12.248383797756924	8.608205410263485
12.318070967772929	8.854496774929391
12.380397261309461	9.109338748330199
12.434979325679606	9.372885384403668
12.481438135078813	9.645275527654800
12.519401660219813	9.926630387677625
12.548508943999373	10.217049854396716
12.568412193235329	10.516610637837671

RIWAYAT HIDUP

Alfu Laila, lahir di kota Tuban pada tanggal 5 Februari 1993,biasa dipanggil Lilil, tinggal di Jl. Teratai No.1 Kec Rengel Kabupaten Tuban. Anak keempat dari Bapak Karsono dan Retno Kisbi Astutik.

Pendidikan dasarnya ditempuh di MIN Rengel, dan lulus pada tahun 2005, setelah itu melanjutkan ke MTs Negeri Rengel dan lulus pada tahun 2008. Kemudian dia melanjutkan pendidikan ke MA Negeri Rengel dan lulus pada tahun 2011. Selanjutnya pada tahun 2011 menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Alfu Laila
NIM : 11610067
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Metode Homotopi dalam Menyelesaikan Model *Predator Prey*
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : Dr. H. Ahmad Barizi, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	29 Mei 2015	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	29 Mei 2015	Konsultasi Kajian Keagamaan	2.
3.	30 Mei 2015	ACC Bab I dan Bab II	3.
4.	15 Juni 2015	Konsultasi Kajian Keagamaan	4.
5.	25 September 2015	Konsultasi Bab III	5.
6.	12 Oktober 2015	Revisi Bab III	6.
7.	12 Oktober 2015	Konsultasi Bab III	7.
8.	27 Oktober 2015	ACC Kajian Keagamaan	8.
9.	29 Oktober 2015	ACC Bab III	9.
10.	11 November 2015	Konsultasi Bab IV	10.
11.	23 November 2015	ACC Bab IV	11.
12.	03 Desember 2015	Konsultasi Abstrak	12.
13.	25 Desember 2015	ACC Abstrak	13.
14.	21 Desember 2015	ACC Keseluruhan	14.

Malang, 08 Januari 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001