NORMA-*T* DAN NORMA-*S* PADA KOMPOSISI RELASI KABUR DARI RELASI NILAI ULANGAN SISWA

SKRIPSI

OLEH
MAY LION PUTRI LESTARI DEWI
NIM. 11610043

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

NORMA-*T* DAN NORMA-*S* PADA KOMPOSISI RELASI KABUR DARI RELASI NILAI ULANGAN SISWA

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
May Lion Putri Lestari Dewi
NIM. 11610043

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

NORMA-*T* DAN NORMA-*S* PADA KOMPOSISI RELASI KABUR DARI RELASI NILAI ULANGAN SISWA

SKRIPSI

Oleh
May Lion Putri Lestari Dewi
NIM. 11610043

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 07 Januari 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19571005 198203 1 006	NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

NORMA-*T* DAN NORMA-*S* PADA KOMPOSISI RELASI KABUR DARI RELASI NILAI ULANGAN SISWA

SKRIPSI

Oleh
May Lion Putri Lestari Dewi
NIM. 11610043

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 28 Januari 2016

Penguji Utama	: Hairur Rahman, M.Si	....
Ketua Penguji	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Anggota Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	May Lion Putri Lestari Dewi
NIM	:	11610043
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Norma-t dan Norma-s pada Komposisi Relasi Kabur dari Relasi Nilai Ulangan Siswa

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 07 Januari 2016
Yang membuat pernyataan,

May Lion Putri Lestari Dewi
NIM. 11610043

MOTO

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan"

(QS. al-Insyirah/94:5)

"Kunci perubahan adalah melepaskan diri dari ketakutan"

(Rosanne Cash).

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Muhadi dan Ibunda Siti Aminah tercinta,

yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberi nasihat, semangat,

dan kasih sayang yang tak ternilai, serta adik tersayang Ulfa Khalimatul Najwa

yang selalu menjadi kebanggaan bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dalam berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan, nasihat, dan arahan kepada penulis.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, nasihat, dan arahan kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.

7. Kedua orang tua yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2011 yang selalu memberikan dukungan, doa, inspirasi, serta bantuan yang tak ternilai. Terima kasih atas segalanya.
9. Semua pihak yang telah memberikan bantuan dan dukungan kepada penulis dalam penyusunan skripsi ini, baik secara langsung maupun tidak langsung.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Januari 2016

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Dewi, May Lion Putri Lestari. 2016. **Norma-t dan Norma-s pada Komposisi Relasi Kabur dari Relasi Nilai Ulangan Siswa.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata kunci: norma-t, norma-s, komposisi relasi kabur, relasi nilai ulangan siswa

Komposisi relasi kabur yang dinotasikan dengan $R_1 \circ R_2$ adalah suatu relasi kabur pada $X \times Z$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z))$$

di mana $\tilde{R}_1$ merupakan relasi kabur pada $X \times Y$, $\tilde{R}_2$ merupakan relasi kabur pada $Y \times Z$ dan n adalah suatu norma-t atau norma-s. Norma-t (operasi irisan kabur) adalah suatu pemetaan $t: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Sedangkan norma-s (operasi gabungan kabur) adalah suatu pemetaan $s: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu.

Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui nilai rampatan beberapa norma-t dan norma-s pada komposisi relasi kabur dari relasi nilai ulangan siswa. Setiap norma-t dan norma-s menghasilkan komposisi tertentu. Norma-t yang digunakan dalam skripsi ini adalah operasi irisan kabur baku $(\min(x, y))$, perkalian aljabar $(t_{pa}(x, y))$, perkalian Einstein $\left(t_{pe}(x, y)\right)$, perkalian drastis $(t_{pd}(x, y))$, perkalian Hamacher $(t_{ph}(x, y))$ dan selisih batas $(t_{sb}(x, y))$. Hasil yang diperoleh dari norma-t adalah

$$t_{pd}(x, y) \leq t_{sb}(x, y) \leq t_{pe}(x, y) \leq t_{pa}(x, y) \leq t_{ph}(x, y) \leq \min(x, y).$$

Sedangkan hasil yang diperoleh dari norma-s adalah

$$\max(x, y) \leq s_{jh}(x, y) \leq s_{ja}(x, y) \leq s_{je}(x, y) \leq s_{jb}(x, y) \leq s_{jd}(x, y)$$

dengan $\max(x, y)$ adalah operasi gabungan kabur baku, $s_{jh}(x, y)$ adalah jumlah Hamacher, $s_{ja}(x, y)$ adalah jumlah aljabar, $s_{je}(x, y)$ adalah jumlah Einstein, $s_{jb}(x, y)$ adalah jumlah batas, dan $s_{jd}(x, y)$ adalah jumlah drastis.

ABSTRACT

Dewi, May Lion Putri Lestari. 2016. **Norm-t and Norm-s on the Compositions of Fuzzy Relations of Students Test Score Relations.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keywords: norm-t, norm-s, compositions of fuzzy relations, students test score relations

The composition of fuzzy relations, which is denoted by $R_1 \circ R_2$ is fuzzy relation in $X \times Z$ with membership function

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z))$$

with $\tilde{R}_1$ is fuzzy relation in $X \times Y$, $\tilde{R}_2$ is fuzzy relation in $Y \times Z$ and n is a norm-t or norm-s. Norm-t (fuzzy intersection operation) is a function $t: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ that satisfies some axioms. Norm-s (fuzzy union operation) is a function $s: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ that satisfies some axioms.

The purpose of this thesis is to determine comparison of some norm-t and norm-s on the composition of fuzzy relations of students test score relations. Every norm-t and norm-s obtained certain composition. Norm-t used in this thesis is standard intersection ($\min(x,y)$), algebraic product ($t_{pa}(x,y)$), Einstein product $\left(t_{pe}(x,y)\right)$, drastic product ($t_{pd}(x,y)$), Hamacher product ($t_{ph}(x,y)$) and bounded difference ($t_{sb}(x,y)$). The result of norm-t is

$$t_{pd}(x,y) \le t_{sb}(x,y) \le t_{pe}(x,y) \le t_{pa}(x,y) \le t_{ph}(x,y) \le \min(x,y).$$

The result of norm-s is:

$$\max(x,y) \le s_{jh}(x,y) \le s_{ja}(x,y) \le s_{je}(x,y) \le s_{jb}(x,y) \le s_{jd}(x,y)$$

with $\max(x,y)$ is standard union, $s_{jh}(x,y)$ is Hamacher sum, $s_{ja}(x,y)$ is algebraic sum, $s_{je}(x,y)$ is Einstein sum, $s_{jb}(x,y)$ is bounded sum, and $s_{jd}(x,y)$ is drastic union.

ملخص

دوي، ماي ليبون فوتري لستارى. ٢٠١٦. norm-t و norm-s في تركيب العلاقة الضبابية عن علاقة قيم الإمتحان الطلاب. بحث جامعي. شعبة الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. الجامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف (١) د. ترمذى الماجستير (٢) وحيو هـ. إراوان الماجستير.

الكلمات الرئيسية: norm-t ، norm-s، تركيب العلاقة الضبابية، علاقة قيم الإمتحان الطلاب

تركيب علاقات غامض المرزوم ب $R_1 \circ R_2$ هو علاقة غامض على $X \times Z$ مع دالة الأعضاء

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z))$$

حيث $\tilde{R}_1$ هو علاقة غامض على $X \times Y$، $\tilde{R}_2$ هو علاقة غامض على $Y \times Z$ و n هو norm-t و norm-s. norm-t (شق جراحي غامض) هو رسم الخرائط $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ ترضي بعض البديهيات. norm-s (شق جمع غامض) هو رسم الخرائط $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ ترضي بعض البديهيات.

والغرض من هذا البحث هو مقارنة المعايير norm-t و norm-s على تركيب العلاقات الغامض عن العلاقات عشرات اختبار طالب. كل norm-t و norm-s تنتج تركيب معين. norm-t المستخدمة في هذا البحث تعمل شرائح واضح الخام ($\min(x,y)$)، و الضرب الجبر ($t_{pa}(x,y)$)، و الضرب Einstein $\left(t_{pe}(x,y)\right)$، و الضرب جذري ($t_{pd}(x,y)$)، و الضرب Hamacher ($t_{ph}(x,y)$) و الفرق يحدها ($t_{jb}(x,y)$) . النتائج التي تم الحصول عليها هي

$$t_{pd}(x,y) \leq t_{jb}(x,y) \leq t_{pe}(x,y) \leq t_{pa}(x,y) \leq t_{ph}(x,y) \leq \min(x,y).$$

و النتائج norm-s:

$$\max(x,y) \leq s_{jh}(x,y) \leq s_{ja}(x,y) \leq s_{je}(x,y) \leq s_{jb}(x,y) \leq s_{jd}(x,y)$$

مع $\max(x,y)$ هي عملية مشتركة من الخام غير واضحة، $s_{jh}(x,y)$ هو مجموع Hamacher، $s_{ja}(x,y)$ هو مجموع جبري، $s_{je}(x,y)$ هو مجموع Einstein، $s_{jb}(x,y)$ هو كمية محدودة، و $s_{jd}(x,y)$ هو مجموع جذري.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan bidang ilmu pengetahuan yang mengalami perkembangan seiring dengan kemajuan teknologi dan ilmu pengetahuan. Dalam kehidupan sehari-hari, banyak permasalahan yang membutuhkan matematika dalam menyelesaikannya. Hal ini yang menjadikan keberadaan matematika itu sangat penting. Namun tidak sedikit orang yang menganggap bahwa matematika adalah ilmu yang sulit, abstrak, dan membingungkan. Bagi mereka, matematika tidak banyak diaplikasikan dalam kehidupan nyata, sehingga sedikit pula yang mau mempelajari dan mendalaminya. Padahal dalam al-Quran telah dijelaskan bahwa manusia yang berilmu memiliki kedudukan yang mulia tidak hanya di sisi manusia, tetapi juga di sisi Allah. Hal ini dijelaskan dalam al-Quran surat al-Mujadilah/58:11, yaitu:

يَرۡفَعِ ٱللَّهُ ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ مِنكُمۡ وَٱلَّذِينَ أُوتُواْ ٱلۡعِلۡمَ دَرَجَٰتٖ ۝١١

"Allah akan meninggikan orang-orang yang beriman diantaramu dan orang-orang yang diberi ilmu pengetahuan beberapa derajat" (QS. al-Mujadilah/58:11).

Dari al-Quran, dapat pula dikembangkan beberapa konsep dasar ilmu pengetahuan, salah satunya matematika. Salah satu konsep dasar ilmu matematika adalah himpunan kabur. Himpunan kabur didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan *real* pada interval $[0,1]$. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu *item* tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Sudrajat, 2008). Seperti halnya permasalahan tentang ayat *muhkamat* dan ayat *mutasyabihat* yang artinya perlu kajian yang mendalam seperti yang dijelaskan dalam al-Quran surat Ali-Imran/3:7, yaitu:

هُوَ ٱلَّذِىٓ أَنزَلَ عَلَيۡكَ ٱلۡكِتَٰبَ مِنۡهُ ءَايَٰتٌ مُّحۡكَمَٰتٌ هُنَّ أُمُّ ٱلۡكِتَٰبِ
وَأُخَرُ مُتَشَٰبِهَٰتٌۖ فَأَمَّا ٱلَّذِينَ فِى قُلُوبِهِمۡ زَيۡغٌ فَيَتَّبِعُونَ مَا تَشَٰبَهَ مِنۡهُ
ٱبۡتِغَآءَ ٱلۡفِتۡنَةِ وَٱبۡتِغَآءَ تَأۡوِيلِهِۦۗ وَمَا يَعۡلَمُ تَأۡوِيلَهُۥٓ إِلَّا ٱللَّهُۗ وَٱلرَّٰسِخُونَ فِى
ٱلۡعِلۡمِ يَقُولُونَ ءَامَنَّا بِهِۦ كُلٌّ مِّنۡ عِندِ رَبِّنَاۗ وَمَا يَذَّكَّرُ إِلَّآ أُوْلُواْ ٱلۡأَلۡبَٰبِ
٧

"Dia-lah yang menurunkan Kitab (al-Quran) kepada kamu. Di antara (isi)nya ada ayat-ayat yang muhkamaat itulah pokok-pokok isi al-Quran dan yang lain (ayat-ayat) mutasyabihat. Adapun orang-orang yang dalam hatinya condong kepada kesesatan, maka mereka mengikuti sebagian ayat-ayat yang mutasyabihat untuk menimbulkan fitnah dan untuk mencari-cari ta'wilnya, padahal tidak ada yang mengetahui ta'wilnya melainkan Allah. Dan orang-orang yang mendalam ilmunya berkata: 'Kami beriman kepada ayat-ayat yang mutasyabihat, semuanya itu dari sisi Tuhan kami.' Dan tidak dapat mengambil pelajaran (daripadanya) melainkan orang-orang yang berakal" (QS. Ali-Imran/3:7).

Ayat di atas menjelaskan bahwa di dalam al-Quran terdapat ayat-ayat *muhkamat* yaitu ayat-ayat yang jelas dan tegas pengertiannya. Ada juga ayat-ayat *mutasyabihat* yaitu ayat-ayat yang mengandung banyak arti dan tidak dapat ditentukan arti makna yang dimaksud kecuali sudah dikaji secara mendalam dan hanya Allah yang tahu maksudnya (Shihab, 2002). Jika diintegrasikan dengan pencarian derajat keanggotaan, maka derajat keanggotaan hanya dapat diperoleh jika ada variabel-variabel kabur yang nilainya selain 0 dan 1.

Sebagaimana dalam teori himpunan kabur yang menyebutkan adanya derajat keanggotaan yang terletak pada selang tertutup $[0, 1]$, dalam al-Quran menyebutkan adanya ayat-ayat *muhkamat* dan ayat-ayat *mutasyabihat* yang artinya perlu kajian yang mendalam. Begitu juga derajat keanggotaan kabur yang hanya dapat ditentukan dengan menghitung secara teliti dan mendalam.

Teori himpunan kabur diprakarsai oleh Zadeh pada tahun 1965. Gagasan Zadeh mencoba menunjukkan bagaimana ide mendefinisikan keanggotaan elemen untuk satu himpunan tidak pada pasangan Aristotelian $\{0, 1\}$ lagi tetapi pada interval $[0, 1]$ yang baru. Hubungan antara titik anggota dengan derajat keanggotaannya dinyatakan dalam suatu fungsi yang dikenal dengan fungsi keanggotaan (*membership function*). Dengan memperluas konsep fungsi keanggotaan itu, Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan apa yang disebutnya fungsi keanggotaan yang nilainya berada dalam selang tertutup $[0, 1]$. Jadi keanggotaan dalam himpunan kabur tidak lagi merupakan sesuatu yang tegas (yaitu anggota atau bukan anggota), melainkan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinu (Susilo, 2006:5).

Relasi tegas hanya menyatakan adanya (yaitu $(x, y) \in R$) atau tidak adanya (yaitu $(x, y) \notin R$) hubungan antara elemen-elemen dari suatu himpunan dengan elemen-elemen dari himpunan lainnya. Sedangkan relasi kabur lebih luas dari itu juga menyatakan derajat eratnya hubungan tersebut. Dengan demikian relasi kabur memperluas konsep relasi tegas untuk dapat menangkap dan menyajikan realita dunia nyata dengan lebih baik.

Seperti halnya pada relasi tegas, relasi kabur juga dapat dikomposisikan. Susilo (2006:95) mendefinisikan komposisi relasi kabur, yang dinotasikan dengan $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ adalah suatu relasi kabur pada $X \times Z$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z))$$

di mana $\tilde{R}_1$ adalah relasi kabur pada $X \times Y$, $\tilde{R}_2$ adalah relasi kabur pada $Y \times Z$, dan n adalah suatu norma-t atau norma-s. Norma-t adalah pemetaan $t: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Sedangkan norma-s adalah pemetaan $s: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu pula. Setiap norma-t dan norma-s menghasilkan suatu komposisi tertentu.

Pada skripsi ini, penulis membandingkan hasil nilai rampatan pengkomposisian relasi kabur dengan menggunakan beberapa norma-t dan norma-s yang berbeda. Adapun relasi yang digunakan adalah relasi nilai ulangan siswa. Data yang digunakan hanya untuk memperjelas pembahasan suatu konsep atau lebih bersifat data dokumenter. Oleh karena itu, skripsi ini diberi judul *"Norma-t dan Norma-s pada Komposisi Relasi Kabur dari Relasi Nilai Ulangan Siswa"*.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana nilai rampatan norma-t dan norma-s pada komposisi relasi kabur dari relasi nilai ulangan siswa?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui nilai rampatan norma-t dan norma-s pada komposisi relasi kabur dari relasi nilai ulangan siswa.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Bagi Penulis

Menambah wawasan dan memperdalam ilmu tentang perbandingan norma-t dan norma-s yang digunakan dalam komposisi relasi kabur, serta membantu menumbuhkan jiwa meneliti dalam diri penulis.

2. Bagi Lembaga

Sebagai tambahan pustaka, rujukan pembelajaran serta bahan pengembangan ilmu dalam bidang kematematikaan khususnya pada materi logika kabur.

3. Bagi Pembaca

Sebagai bahan untuk menambah wawasan keilmuan matematika khususnya tentang teori kabur dan diharapkan dapat menjadi rujukan untuk penulisan skripsi yang akan datang.

1.5 Batasan Masalah

Agar masalah dalam skripsi ini lebih terarah, maka perlu adanya batasan-batasan masalah sehingga diperoleh hasil yang sesuai dengan sasaran yang diharapkan. Adapun batasan-batasan masalah tersebut yaitu:

1. Norma-t yang digunakan dalam perhitungan komposisi relasi kabur pada skripsi ini adalah operasi irisan kabur baku, perkalian aljabar, perkalian Einstein, perkalian drastis, perkalian Hamacher, dan selisih batas.

2. Norma-s yang digunakan dalam perhitungan komposisi relasi kabur pada skripsi ini adalah operasi gabungan kabur baku, jumlah aljabar, jumlah Einstein, jumlah drastis, jumlah Hamacher, dan jumlah batas.
3. Permasalahan hanya dibatasi dalam ruang lingkup relasi biner kabur dan tidak membuat referensi apapun untuk relasi ke-n, sehingga ketika istilah yang digunakan disebut sebagai relasi maka yang dimaksud adalah relasi biner.
4. Data yang digunakan hanya untuk memperjelas pembahasan suatu konsep atau lebih bersifat data dokumenter.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada skripsi ini adalah menggunakan studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membuat himpunan dari nilai ulangan siswa.
2. Menghitung derajat keanggotaan dari himpunan kabur nilai ulangan siswa.
3. Menentukan relasi kabur antara elemen-elemen himpunan kabur yang satu dengan elemen-elemen himpunan kabur lainnya.
4. Menentukan komposisi relasi kabur pada relasi kabur dengan menggunakan norma-t dan norma-s yang berbeda.
5. Membandingkan nilai rampatan norma-t dan norma-s dari hasil komposisi relasi kabur.
6. Membuktikan hasil norma-t dan norma-s dengan menggunakan beberapa teorema.
7. Menarik kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori dari berbagai literatur dan sumber-sumber relevan yang berkaitan dengan komposisi relasi kabur serta beberapa norma-t dan norma-s.

Bab III Pembahasan

Berisi tentang hasil dan pembahasan rumusan masalah mengenai perbandingan beberapa norma-t dan norma-s yang digunakan dalam perhitungan komposisi relasi kabur.

Bab IV Penutup

Berisi kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan yang dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan hasil skripsi.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Tegas

Pada himpunan tegas, keberadaan suatu elemen x dalam suatu himpunan A hanya memiliki dua kemungkinan keanggotaan, yaitu x menjadi anggota A atau x tidak menjadi anggota A. Suatu nilai yang menunjukkan seberapa besar tingkat keanggotaan elemen x dalam himpunan A biasa disebut dengan nilai keanggotaan, yang biasa ditulis dengan $\mu_A(x)$. Pada himpunan tegas, nilai keanggotaan hanya memasangkan nilai 0 atau 1 untuk unsur-unsur pada semesta pembicaraan, yang menyatakan anggota atau bukan anggota.

Definisi 2.1.1 Jika X adalah himpunan semesta, maka nilai keanggotaan untuk himpunan A adalah fungsi $\mu_A: X \to \{0, 1\}$ di mana untuk setiap $x \in X$ dengan

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 \text{ jika } x \in A \\ 0 \text{ jika } x \notin A \end{cases}$$

(Klir & Yuan, 1995:6).

Definisi 2.1.2 Suatu himpunan A adalah himpunan bagian dari himpunan B (yaitu $A \subseteq B$) jika setiap anggota dari himpunan A merupakan anggota dari himpunan B (Susilo, 2006:38).

Definisi 2.1.3 Dua himpunan A dan B dikatakan sama (yaitu $A = B$) jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$ (Susilo, 2006:38).

2.1.1 Operasi pada Himpunan Tegas

Operasi himpunan adalah aturan untuk menghasilkan himpunan dari satu atau lebih himpunan yang diketahui. Operasi dengan satu himpunan disebut operasi uner, sedangkan operasi dengan dua himpunan disebut operasi biner. Susilo (2012:72-74) menyebutkan bahwa beberapa operasi pada himpunan tegas adalah sebagai berikut:

1. Komplemen

Operasi komplemen adalah operasi uner. Komplemen dari himpunan A dalam semesta X (dengan notasi A') adalah himpunan semua anggota semesta yang bukan anggota himpunan A, yaitu $A' = \{x \in X | x \notin A\}$. Misalkan $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, maka $A' = \{5, 6\}$.

2. Gabungan

Gabungan dua himpunan A dan B (dengan notasi $A \cup B$) adalah himpunan semua elemen dalam semesta yang merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B, yaitu $A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 6\}$, maka $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$.

3. Irisan

Irisan dua himpunan A dan B (dengan notasi $A \cap B$) adalah himpunan A dan anggota himpunan B, yaitu $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$. Jika $A \cap B = \emptyset$ maka A dan B disebut dua himpunan yang saling asing atau saling lepas. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 6\}$, maka $A \cap B = \{2, 4\}$.

4. Selisih

Selisih dua himpunan A dan B (dengan notasi $A - B$) adalah himpunan semua elemen dalam semesta yang merupakan anggota himpunan A dan bukan anggota himpunan B, yaitu $A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 6\}$, maka $A - B = \{1, 3\}$ dan $B - A = \{6\}$.

5. Selisih Simetrik

Selisih simetrik dua himpunan A dan B (dengan notasi $A \ominus B$) adalah himpunan semua elemen dalam semesta yang merupakan anggota himpunan $A - B$ atau himpunan $B - A$, yaitu $A \ominus B = (A - B) \cup (B - A)$. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4, 6\}$, maka $A \ominus B = \{1, 3, 6\} = B \ominus A$.

6. Perkalian Kartesius

Perkalian kartesius dua himpunan A dan B (dengan notasi $A \times B$) adalah himpunan semua pasangan terurut (x, y) dengan $x \in A$ dan $y \in B$, yaitu

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}.$$

Anggota-anggota dari $A \times B$ adalah pasangan terurut (x, y), yaitu sepasang elemen yang urutannya diperhatikan (komponen pertama dari pasangan itu adalah anggota himpunan A dan komponen kedua dari pasangan itu adalah anggota himpunan B) dan tidak boleh ditukar tempat. Misalkan $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{2, 4\}$, maka $A \times B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$.

2.1.2 Sifat Operasi Himpunan Tegas

Sifat yang dimiliki himpunan tegas akan bermanfaat pada penyederhanaan operasi himpunan sehingga proses perhitungannya akan lebih mudah dan sederhana. Wati (2011:18-19) menyebutkan bahwa sifat-sifat, aksioma, dan hukum yang berlaku pada himpunan tegas adalah sebagai berikut:

1. $A \cup B = B \cup A$ dan $A \cap B = B \cap A$ (Komutatif)
2. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

   $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (Assosiatif)
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (Distributif)

4. $A \cup A = A$ dan $A \cap A = A$ (Idempoten)
5. $A \cup \emptyset = A$ dan $A \cap X = A$

   $A \cap \emptyset = \emptyset$ dan $A \cup X = X$ (Identitas)
6. $(A \subseteq B$ dan $B \subseteq C) \rightarrow A \subseteq C$ (Transitif)
7. $\bar{\bar{A}} = A$ (Involusi)
8. $A \cup \bar{A} = X$ (Aksioma "*excluded middle*")
9. $A \cap \bar{A} = \emptyset$ (Aksioma "*contradiction*")
10. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ dan $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ (De Morgan)

2.2 Relasi Tegas

Susilo (2006:85-87) menjelaskan bahwa antara elemen-elemen dalam suatu himpunan terdapat suatu relasi tertentu dengan elemen-elemen dalam himpunan lainnya. Secara umum, relasi R antara elemen-elemen dalam himpunan $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ dengan elemen-elemen dalam himpunan $Y = \{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$ dapat dinyatakan dalam bentuk suatu matriks berukuran $m \times n$ sebagai berikut:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

di mana

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jika } (x_i, y_j) \in R \\ 0 & \text{jika } (x_i, y_j) \notin R \end{cases}$$

untuk $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$.

Relasi juga dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut, di mana elemen $x \in X$ yang berelasi dengan elemen $y \in Y$ dinyatakan sebagai pasangan terurut (x, y).

Definisi 2.2.1 Jika R adalah relasi antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen dalam himpunan Y, maka invers dari relasi R (dengan notasi R^{-1}) adalah relasi antara elemen-elemen dalam himpunan Y dengan elemen-elemen dalam himpunan X dengan $(x, y) \in R^{-1}$ jika dan hanya jika $(y, x) \in R$ (Susilo, 2006:88).

2.3 Komposisi Relasi Tegas

Definisi 2.3.1 Misalkan $R_1 \subseteq X \times Y$ dan $R_2 \subseteq Y \times Z$ adalah dua relasi tegas. Komposisi relasi tegas R_1 dan R_2 didefinisikan sebagai relasi

$$R_1 \circ R_2 \subseteq X \times Z$$

sedemikian sehingga $(x, z) \in R_1 \circ R_2$ jika dan hanya jika terdapat $y \in Y$ sedemikian sehingga $(x, y) \in R_1$ dan $(y, z) \in R_2$ (Susilo, 2006:90).

Teorema 2.3.2 Jika $R_1 \subseteq X \times Y$ dan $R_2 \subseteq Y \times Z$ adalah dua relasi tegas, maka $R_1 \circ R_2 \subseteq X \times Z$ adalah komposisi relasi tegas R_1 dan R_2 jika dan hanya jika untuk setiap $(x, z) \in X \times Z$ berlaku

$$\mu_{R_1 \circ R_2}(x, z) = \max\{t(\mu_{R_1}(x, y), \mu_{R_2}(y, z)) | y \in Y\}$$

di mana t adalah suatu norma-t (Susilo, 2006:90-91).

Bukti: Misalkan $R_1 \circ R_2 \subseteq X \times Z$ adalah komposisi relasi R_1 dan R_2. Ambil sebarang $(x, z) \in X \times Z$.

$(x, z) \in R_1 \circ R_2 \rightarrow \exists y \in Y, \ni (x, y) \in R_1$ dan $(y, z) \in R_2$.

Jadi $\mu_{R_1}(x, y) = 1$ dan $\mu_{R_2}(y, z) = 1$, sehingga

$$\max\left\{t\left(\mu_{R_1}(x,y),\mu_{R_2}(y,z)\right)\middle|y\in Y\right\}=1=\mu_{R_1\circ R_2}(x,z).$$

$(x,z)\notin R_1\circ R_2\rightarrow\forall y\in Y$ berlaku $(x,y)\notin R_1$ atau $(y,z)\notin R_2$.

Jadi $\mu_{R_1}(x,y)=0$ atau $\mu_{R_2}(y,z)=0$, sehingga

$$\max\left\{t\left(\mu_{R_1}(x,y),\mu_{R_2}(y,z)\right)\middle|y\in Y\right\}=0=\mu_{R_1\circ R_2}(x,z).$$

Misalkan diketahui bahwa $\mu_{R_1\circ R_2}(x,z)=\max\{t(\mu_{R_1}(x,y),\mu_{R_2}(y,z))|y\in Y\}$ untuk setiap $(x,z)\in X\times Z$. Ambil sebarang $(x,z)\in X\times Z$.

$(x,z)\in R_1\circ R_2\rightarrow\mu_{R_1\circ R_2}(x,z)=1$, sehingga

$$\max\left\{t\left(\mu_{R_1}(x,y),\mu_{R_2}(y,z)\right)\middle|y\in Y\right\}=1.$$

Berarti $\exists y\in Y$ berlaku $\mu_{R_1}(x,y)=1$ dan $\mu_{R_2}(y,z)=1$, yaitu $(x,y)\in R_1$ dan $(y,z)\in R_2$.

$(x,z)\notin R_1\circ R_2\rightarrow\mu_{R_1\circ R_2}(x,z)=0$, sehingga

$$\max\left\{t\left(\mu_{R_1}(x,y),\mu_{R_2}(y,z)\right)\middle|y\in Y\right\}=0.$$

Berarti $\forall y\in Y$ berlaku $\mu_{R_1}(x,y)=0$ atau $\mu_{R_2}(y,z)=0$, yaitu $(x,y)\notin R_1$ atau $y,z)\notin R_2$.

Jadi $(x,z)\in R_1\circ R_2\leftrightarrow\exists y\in Y\ni(x,y)\in R_1$ dan $(y,z)\in R_2$. Terbukti bahwa $R_1\circ R_2\subseteq X\times Z$ adalah komposisi relasi tegas R_1 dan R_2.

2.4 Himpunan Kabur

Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan fungsi keanggotaan yang nilainya berada dalam interval tertutup $[0,1]$.

Definisi 2.4.1 Himpunan kabur $\tilde{A}$ pada semesta X didefinisikan sebagai himpunan pasangan terurut $\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$ dengan $\mu_{\tilde{A}}(x)$ adalah fungsi keanggotaan himpunan $\tilde{A}$ (Wati, 2011:22).

Definisi 2.4.2 Fungsi keanggotaan dari suatu himpunan kabur $\tilde{A}$ dalam semesta X adalah pemetaan $\mu_{\tilde{A}}$ dari X ke selang $[0, 1]$ yaitu $\mu_{\tilde{A}}: X \to [0, 1]$ (Susilo, 2006:50).

Nilai fungsi $\mu_{\tilde{A}}(x)$ menyatakan derajat keanggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan kabur $\tilde{A}$. Nilai fungsi sama dengan 1 menyatakan keanggotaan penuh, dan nilai fungsi sama dengan 0 menyatakan sama sekali bukan anggota himpunan kabur itu. Apabila semesta X adalah himpunan yang kontinu, maka himpunan kabur $\tilde{A}$ dinyatakan dengan

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x$$

di mana lambang $\int$ bukan lambang integral seperti yang dikenal dalam kalkulus, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur $\tilde{A}$.

Contoh:

Dalam semesta himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$, misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan "bilangan real yang dekat dengan nol", maka himpunan kabur $\tilde{A}$ tersebut dapat dinyatakan sebagai

$$\tilde{A} = \int_{x \in \mathbb{R}} e^{-x^2}/x$$

Apabila semesta X adalah himpunan yang diskrit, maka himpunan kabur $\tilde{A}$ dinyatakan dengan

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x$$

di mana lambang $\sum$ tidak melambangkan operasi penjumlahan seperti dikenal dalam aritmetika, tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur $\tilde{A}$ (Susilo, 2006:50-52).

Contoh:

Dalam semesta $X = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan "bilangan yang dekat dengan nol", maka himpunan kabur $\tilde{A}$ tersebut dapat dinyatakan misalnya sebagai

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x = 0{,}1/-4 + 0{,}3/-3 + 0{,}5/-2 + 0{,}7/-1 + 1/0 + 0{,}7/1 + 0{,}5/2 + 0{,}3/3 + 0{,}1/4.$$

2.4.1 Operasi pada Himpunan Kabur

Menurut Wati (2011:33), misal $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ adalah himpunan kabur pada himpunan semesta X dengan fungsi keanggotaan masing-masing $\mu_{\tilde{A}}(x)$ dan $\mu_{\tilde{B}}(x)$, beberapa operasi pada himpunan kabur tersebut adalah:

1. Komplemen

Komplemen dari suatu himpunan kabur $\tilde{A}$ adalah himpunan kabur $\tilde{A}'$ yang memiliki fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}'}$, dengan $\mu_{\tilde{A}'}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x), \forall x \in X$.

2. Gabungan

Gabungan dua himpunan kabur $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ dilambangkan dengan $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ yang memiliki fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}$ dengan $\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$, untuk setiap $x \in X$.

3. Irisan

Irisan dua himpunan kabur $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ dilambangkan dengan $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ yang memiliki fungsi keanggotaan $\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}$ dengan $\mu_{\tilde{A}\cap\tilde{B}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$, untuk setiap $x \in X$.

4. Kesamaan

Himpunan kabur $\tilde{A}$ dan himpunan kabur $\tilde{B}$ dikatakan sama jika dan hanya jika $\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$, untuk setiap $x \in X$.

5. Himpunan Bagian

Himpunan kabur $\tilde{A}$ merupakan himpunan bagian (*subset*) $\tilde{B}$ yaitu $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$ jika dan hanya jika $\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x)$, untuk setiap $x \in X$.

Contoh:

Misalkan dalam semesta $X = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, diketahui himpunan-himpunan kabur $\tilde{A} = 0{,}5/-2 + 0{,}7/-1 + 1/0 + 0{,}7/1 + 0{,}5/2$, dan $\tilde{B} = 0{,}1/-1 + 0{,}3/0 + 0{,}8/1 + 1/2 + 0{,}7/3$, maka

$\tilde{A}' = 1/-3 + 0{,}5/-2 + 0{,}3/-1 + 0{,}3/1 + 0{,}5/2 + 1/3$.

$\tilde{A} \cup \tilde{B} = 0{,}5/-2 + 0{,}7/-1 + 1/0 + 0{,}8/1 + 1/2 + 0{,}7/3$.

$\tilde{A} \cap \tilde{B} = 0{,}1/-1 + 0{,}3/0 + 0{,}7/1 + 0{,}5/2$.

2.4.2 Sifat Operasi Himpunan Kabur

Seperti halnya pada himpunan tegas, pada himpunan kabur juga berlaku beberapa sifat operasi. Susilo (2006:68) menyebutkan bahwa sifat operasi dari himpunan kabur yaitu:

1. $(\tilde{A}')' = \tilde{A}$ (Involusi)
2. $\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A}$ (Idempoten)

3. $\tilde{A} \cup \emptyset = \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap X = \tilde{A}$ (Identitas)

4. $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A}$ (Komutatif)

5. $\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cup \tilde{C}$

   $\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cap \tilde{C}$ (Assosiatif)

6. $\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C})$

   $\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C})$ (Distributif)

7. $\tilde{A} \cup (\tilde{A} \cap \tilde{B}) = \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap (\tilde{A} \cup \tilde{B}) = \tilde{A}$ (Absorbsi)

8. $(\tilde{A} \cup \tilde{B})' = \tilde{A}' \cap \tilde{B}'$ dan $(\tilde{A} \cap \tilde{B})' = \tilde{A}' \cup \tilde{B}'$ (De Morgan)

2.4.3 Norma-*t*

Suatu pemetaan $t: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ disebut norma-t jika untuk setiap $x, y, z \in [0,1]$ memenuhi aksioma-aksioma sebagai berikut:

a. $t(x,1) = t(1,x) = x$ dan $t(0,0) = 0$ (syarat batas).

b. $t(x,y) = t(y,x)$ (syarat komutatif).

c. $y \leq z \to t(x,y) \leq t(x,z)$ (syarat tak turun).

d. $t(t(x,y),z) = t(x,t(y,z))$ (syarat assosiatif).

Contoh-contoh norma-t adalah sebagai berikut:

a. Operasi irisan kabur baku: $\min\{x,y\}$

b. Perkalian aljabar: $t_{da}(x,y) = xy$

c. Perkalian Einstein: $t_{de}(x,y) = \frac{xy}{2-(x+y-xy)}$

d. Perkalian drastis: $t_{dd}(x,y) = \begin{cases} x & \text{untuk } y = 1 \\ y & \text{untuk } x = 1 \\ 0 & \text{untuk } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$

e. Perkalian Hamacher: $t_{dh}(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{untuk } x = y = 0 \\ \frac{xy}{x+y-xy} & \text{untuk } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$

f. Selisih batas: $t_{bd}(x,y) = \max(0, x + y - 1)$ (Nikravesh, dkk, 2005:102).

Teorema 2.4.3.1 Untuk setiap operasi irisan kabur t dan setiap $x, y \in [0, 1]$ berlaku $t_{dd}(x,y) \leq t(x,y) \leq \min\{x,y\}$.

Bukti: Ambil sebarang operasi irisan kabur t dan sebarang $x, y \in [0, 1]$.

Karena t memenuhi syarat batas yaitu dan syarat tak turun dari norma-t, maka diperoleh

$t(x,1) = x$ dan $t(1,y) = y$ … (syarat batas)

$x \leq 1 \rightarrow t(x,y) \leq t(1,y)$ … (syarat tak turun)

$y \leq 1 \rightarrow t(x,y) \leq t(x,1)$ … (syarat tak turun)

$t(x,y) \leq t(x,1) = x$ artinya $t(x,y) \leq x$ … (persamaan 1a)

$t(x,y) \leq t(1,y) = y$ artinya $t(x,y) \leq y$ … (persamaan 2a)

sehingga, dari persamaan 1a dan persamaan 2a dapat diperoleh bahwa $t(x,y) \leq \min\{x,y\}$. Terbukti bahwa $t(x,y) \leq \min\{x,y\}$.

Selanjutnya,

jika $x = 1$, maka berlaku $t_{dd}(x,y) = t(1,y) = y$

jika $y = 1$, maka berlaku $t_{dd}(x,y) = t(x,1) = x$

jika $x \neq 1$ dan $y \neq 1$, maka berlaku $t_{dd}(x,y) = 0$

Sehingga $t_{dd}(x,y)$ hanya memiliki tiga kemungkinan nilai, yaitu

saat $x = 1 \rightarrow t_{dd}(x,y) = y = t(x,y)$

saat $y = 1 \rightarrow t_{dd}(x,y) = x = t(x,y)$

saat $x \neq 1$ dan $y \neq 1 \rightarrow t_{dd}(x,y) = 0 \leq t(x,y)$

Terbukti bahwa $t_{dd}(x,y) \leq t(x,y)$.

2.4.4 Norma-s

Suatu pemetaan $s: [0,1] \times [0,1] \to [0,1]$ disebut norma-s jika untuk setiap $x, y, z \in [0,1]$ memenuhi aksioma-aksioma sebagai berikut:

a. $s(0,x) = s(x,0) = x$ dan $s(1,1) = 1$ (syarat batas).

b. $s(x,y) = s(y,x)$ (syarat komutatif).

c. $y \leq z \to s(x,y) \leq s(x,z)$ (syarat tak turun).

d. $s(s(x,y),z) = s(x,s(y,z))$ (syarat assosiatif).

Contoh-contoh norma-s adalah sebagai berikut:

a. Operasi gabungan kabur baku: $\max\{x,y\}$

b. Jumlah aljabar: $s_{ja}(x,y) = x + y - xy$

c. Jumlah Einstein: $s_{je}(x,y) = \frac{x+y}{1+xy}$

d. Jumlah drastis: $s_{jd}(x,y) = \begin{cases} x & \text{untuk } y = 0 \\ y & \text{untuk } x = 0 \\ 1 & \text{untuk } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$

e. Jumlah Hamacher: $s_{jh}(x,y) = \frac{x+y-2xy}{1-xy}$

f. Jumlah batas: $s_{jt}(x,y) = \min(1, x+y)$ (Nikravesh, dkk, 2005:102).

Teorema 2.4.4.1 Untuk setiap operasi gabungan kabur s dan setiap $x, y \in [0,1]$ berlaku $\max\{x,y\} \leq s(x,y) \leq s_{jd}(x,y)$.

Bukti: Ambil sebarang operasi gabungan kabur s dan sebarang $x, y \in [0,1]$.

Karena s memenuhi syarat batas dan syarat tak turun dari norma-s, maka diperoleh

$s(x,0) = x$ dan $s(0,y) = y$ … (syarat batas)

$0 \leq x \to s(0,y) \leq s(x,y)$ … (syarat tak turun)

$0 \leq y \to s(x,0) \leq s(x,y)$ … (syarat tak turun)

$s(x, y) \geq s(0, y) = y$ artinya $y \leq s(x, y)$ … (persamaan 1b)

$s(x, y) \geq s(x, 0) = x$ artinya $x \leq s(x, y)$ … (persamaan 2b)

Sehingga, dari persamaan 1b dan persamaan 2b dapat diperoleh bahwa $\max\{x, y\} \leq s(x, y)$. Terbukti bahwa $\max\{x, y\} \leq s(x, y)$.

Selanjutnya,

jika $x = 0$, maka berlaku $s_{dd}(x, y) = t(0, y) = y$

jika $y = 0$, maka berlaku $s_{dd}(x, y) = t(x, 0) = x$

jika $x \neq 0$ dan $y \neq 0$, maka berlaku $s_{dd}(x, y) = 1$

Sehingga $s_{dd}(x, y)$ memiliki tiga kemungkinan nilai, yaitu

saat $x = 0 \rightarrow s_{dd}(x, y) = y = s(x, y)$

saat $y = 0 \rightarrow s_{dd}(x, y) = x = s(x, y)$

saat $x \neq 0$ dan $y \neq 0 \rightarrow s_{dd}(x, y) = 1 \geq s(x, y)$

Terbukti bahwa $s(x, y) \leq s_{jd}(x, y)$.

2.5 Relasi Kabur

Definisi 2.5.1 Relasi kabur $\tilde{R}$ antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen dalam himpunan Y didefinisikan sebagai himpunan bagian kabur dari perkalian kartesius $X \times Y$, yaitu himpunan kabur

$$\tilde{R} = \left\{\left((x, y), \mu_{\tilde{R}}(x, y)\right) \middle| (x, y) \in XxY\right\}$$

(Susilo, 2006:92).

Jika himpunan X dan Y keduanya berhingga, misalnya $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ dan $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, maka relasi kabur $\tilde{R}$ antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen dalam himpunan Y dapat dinyatakan dalam bentuk suatu matriks berukuran $m \times n$ sebagai berikut:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

di mana $a_{ij} = \mu_{\tilde{R}}(x_i, y_j)$ untuk $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$. Jika $X = Y$, maka relasi kabur $\tilde{R}$ pada himpunan X itu dapat disajikan dengan suatu matriks bujur sangkar (Susilo, 2006:93).

Contoh:

Misalkan $X = \{31, 78, 205\}$, $Y = \{1, 27, 119\}$, dan $\tilde{R}$ adalah relasi kabur "jauh lebih besar" antara elemen-elemen dalam X dengan elemen-elemen dalam Y. Maka relasi $\tilde{R}$ tersebut dapat dinyatakan sebagai $\tilde{R} = 0{,}3/(31, 1) + 0{,}1/(31, 27) + 0{,}5/(78, 1) + 0{,}3/(78, 27) + 0{,}9/(205, 1) + 0{,}7/(205, 27) + 0{,}4/(205, 119)$. Relasi $\tilde{R}$ tersebut dapat juga dinyatakan dalam bentuk matriks bujur sangkar sebagai berikut:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}3 & 0 \\ 0{,}9 & 0{,}7 & 0{,}4 \end{bmatrix}$$

dengan elemen baris ke-i kolom ke-j dalam matriks tersebut menyatakan derajat keanggotaan (x_i, y_j) dalam relasi $\tilde{R}$, yaitu $\mu_{\tilde{R}}(x_i, y_j)$, dimana $x_i \in X$ dan $y_j \in Y$.

Definisi 2.5.2 Invers dari suatu relasi kabur $\tilde{R}$ pada semesta $X \times Y$ (dengan notasi $\tilde{R}^{-1}$) adalah relasi kabur pada semesta $Y \times X$ yang didefinisikan oleh

$$\tilde{R}^{-1}(y, x) = \tilde{R}(x, y);\ \forall x \in X \text{ dan } \forall y \in Y$$

(Klir & Yuan, 1995:125).

Definisi 2.5.3 Derajat keanggotaan matriks $\tilde{R}^{-1}$ yang mewakili $\tilde{R}^{-1}(Y, X)$ adalah transpos dari matriks dari relasi $\tilde{R}$ untuk $R(X, Y)$, yang berarti baris dari matriks

$\tilde{R}^{-1}$ sama dengan kolom dari $\tilde{R}$ dan kolom dari matriks $\tilde{R}^{-1}$ sama dengan baris dari $\tilde{R}$ (Klir & Yuan, 1995:125).

2.6 Komposisi Relasi Kabur

Definisi 2.6.1 Jika $\tilde{R}_1$ adalah relasi kabur pada $X \times Y$ dan $\tilde{R}_2$ adalah relasi kabur pada $Y \times Z$, maka komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ (dengan notasi $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$) adalah relasi kabur pada $X \times Z$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = \max_{y \in Y} n(\,\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z))$$

di mana n adalah suatu norma-t atau norma-s. Setiap norma-t dan norma-s menghasilkan suatu komposisi tertentu (Susilo, 2006:95).

Definisi 2.6.2 Jika diambil operator min sebagai norma-t pada komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = \max_{y \in Y} \min\{\,\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z)\}.$$

Perhitungan relasi $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan komposisi max-min dikerjakan dengan menggunakan perhitungan perkalian matriks, di mana operasi perkalian diganti operasi min dan operasi penjumlahan diganti operasi max.

Definisi 2.6.3 Jika sebagai norma-t diambil operator perkalian aljabar pada komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = \max_{y \in Y} \{\,\mu_{\tilde{R}_1}(x, y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y, z)\}.$$

Perhitungan relasi $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan komposisi max-perkalian aljabar dikerjakan seperti perhitungan perkalian matriks, di mana operasi penjumlahan diganti operasi max.

Contoh:

Misalkan $X = \{31, 78, 205\}$, $Y = \{1, 27, 119\}$ dan $Z = \{10, 225, 94\}$, dan relasi kabur $\tilde{R}_1$ adalah relasi “jauh lebih besar” antara elemen-elemen dalam X dengan elemen-elemen dalam Y yang dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{R}_1 = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,3 & 0 \\ 0,9 & 0,7 & 0,4 \end{bmatrix}$$

Misalkan $\tilde{R}_2$ adalah relasi “jauh lebih kecil” antara elemen-elemen dalam Y dengan elemen-elemen dalam Z yang dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,9 & 0,5 \\ 0 & 0,8 & 0,3 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

Jika dipakai komposisi max-min, maka

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(31, 10) &= \max_{y \in Y} \min\{\mu_{\tilde{R}_1}(31, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, 10)\} \\ &= \max\{\min\{\mu_{\tilde{R}_1}(31, 1), \mu_{\tilde{R}_2}(1, 10)\}, \min\{\mu_{\tilde{R}_1}(31, 27), \\ &\quad \mu_{\tilde{R}_2}(27, 10)\}, \min\{\mu_{\tilde{R}_1}(31, 119), \mu_{\tilde{R}_2}(119, 10)\}\} \\ &= \max\{\min\{0,3; 0,1\}, \min\{0,1; 0,0\}, \min\{0,0; 0,0\}\} \\ &= \max\{0,1; 0,0; 0,0\} \\ &= 0,1 \end{aligned}$$

Dengan memperhatikan perhitungan di atas, relasi kabur komposit $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan komposisi max-min secara lengkap dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,3 & 0 \\ 0,9 & 0,7 & 0,4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0,1 & 0,9 & 0,5 \\ 0 & 0,8 & 0,3 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,9 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Jika dipakai komposisi max-perkalian aljabar, maka

$$
\begin{aligned}
\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(31,10) &= \max_{y \in Y} \{\mu_{\tilde{R}_1}(31,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,10)\} \\
&= \max \{\mu_{\tilde{R}_1}(31,1) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(1,10), \mu_{\tilde{R}_1}(31,27) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(27,10), \\
&\quad \mu_{\tilde{R}_1}(31,119) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(119,10)\} \\
&= \max \{(0,3)(0,1), (0,1)(0,0), (0,0)(0,0)\} \\
&= \max \{0,03; 0,0; 0,0\} \\
&= 0,03
\end{aligned}
$$

Dengan memperhatikan perhitungan di atas, relasi kabur komposit $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan komposisi max-perkalian aljabar secara lengkap dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$
\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,3 & 0 \\ 0,9 & 0,7 & 0,4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0,1 & 0,9 & 0,5 \\ 0 & 0,8 & 0,3 \\ 0 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03 & 0,27 & 0,15 \\ 0,05 & 0,45 & 0,25 \\ 0,09 & 0,81 & 0,45 \end{bmatrix}
$$

Sifat-sifat dari komposisi relasi kabur adalah sebagai berikut:

1. Assosiatif, yaitu $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$.
2. Monoton, yaitu jika $\tilde{R}_1 \subseteq \tilde{R}_2$ maka $\tilde{R}_3 \circ \tilde{R}_1 \subseteq \tilde{R}_3 \circ \tilde{R}_2$.
3. $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$. (Susilo, 2006:95-98).

2.7 Himpunan Kabur dalam Al-Quran

Al-Quran adalah kitab akidah dan hidayah. Ia menyeru hati nurani untuk menghidupkan di dalamnya faktor-faktor perkembangan dan kemajuan serta dorongan kebaikan dan keutamaan. Kemukjizatan ilmiah al-Quran bukan terletak pada pencakupannya akan teori-teori ilmiah yang baru, berubah, dan merupakan hasil usaha manusia dalam penelitian dan pengamatan (Al-Qaththan, 2006:338). Dari al-Quran dapat dikembangkan beberapa konsep dasar beberapa ilmu pengetahuan, salah satunya matematika. Salah satu konsep dasar dari ilmu matematika adalah himpunan kabur.

Himpunan kabur didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup bilangan *real* pada interval $[0,1]$. Nilai keanggotaannya menunjukkan bahwa suatu *item* tidak hanya bernilai benar atau salah. Nilai 0 menunjukkan salah, nilai 1 menunjukkan benar, dan masih ada nilai-nilai yang terletak antara benar dan salah (Sudrajat, 2008). Al-Quran menggambarkan nilai keanggotaan tersebut dalam surat al-Hujurat/49:13, yaitu:

إِنَّ أَكۡرَمَكُمۡ عِندَ ٱللَّهِ أَتۡقَىٰكُمۡۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٞ ١٣

“Sesungguhnya orang yang paling mulia di antara kamu di sisi Allah ialah orang yang paling bertakwa di antara kamu. Sesungguhnya Allah Maha Mengetahui lagi Maha Mengenal” (QS. al-Hujurat/49:13).

Ayat di atas menjelaskan bahwa orang yang paling mulia di sisi Allah adalah orang yang paling bertakwa. Arti takwa menurut *syara’* berarti menjaga dan memelihara diri dari siksa dan murka Allah dengan jalan melaksanakan segala perintah-Nya serta menjauhi segala larangan-Nya.

ذَٰلِكَ ٱلۡكِتَٰبُ لَا رَيۡبَۛ فِيهِۛ هُدٗى لِّلۡمُتَّقِينَ ٢ ٱلَّذِينَ يُؤۡمِنُونَ
بِٱلۡغَيۡبِ وَيُقِيمُونَ ٱلصَّلَوٰةَ وَمِمَّا رَزَقۡنَٰهُمۡ يُنفِقُونَ ٣ وَٱلَّذِينَ يُؤۡمِنُونَ بِمَآ
أُنزِلَ إِلَيۡكَ وَمَآ أُنزِلَ مِن قَبۡلِكَ وَبِٱلۡأٓخِرَةِ هُمۡ يُوقِنُونَ ٤

“Kitab (al-Quran) ini tidak ada keraguan padanya, petunjuk bagi mereka yang bertakwa. (yaitu) mereka yang beriman kepada yang ghaib, yang mendirikan shalat, dan menafkahkan sebahagian rizki yang Kami anugerahkan kepada mereka, dan mereka yang beriman kepada Kitab (al-Quran) yang telah diturunkan kepadamu dan Kitab-kitab yang telah diturunkan sebelummu, serta mereka yakin akan adanya (kehidupan) akhirat” (QS. al-Baqarah/2:2-4).

Ciri-ciri orang yang bertakwa menurut al-Quran surat al-Baqarah/2:2-4 di atas adalah mereka yang beriman pada yang ghaib, mendirikan shalat, menafkahkan sebagian rizki, beriman kepada al-Quran dan kitab-kitab yang telah diturunkan sebelumnya, serta yakin akan adanya akhirat. Menurut Asy-Syuyuthi dan Al-Mahalliy dalam tafsir Jalalain (2010:528) disebutkan, "*Janganlah kalian saling berbangga dengan tingginya nasab kalian. Seharusnya kalian saling berbangga manakah di antara kalian yang paling bertakwa*".

Diriwayatkan pula dari Abu Malik Al-Asy'ari, ia berkata bahwa Rasulullah bersabda,

"Sesungguhnya Allah tidak memandang kepada pangkat-pangkat kalian dan tidak pula kepada nasab-nasabmu dan tidak pula pada tubuhmu, dan tidak pula pada hartamu, akan tetapi memandang pada hatimu. Maka barang siapa mempunyai hati yang shaleh, maka Allah belas kasih kepadanya. Kalian tak lain adalah anak cucu Adam, dan yang paling dicintai Allah hanyalah yang paling bertakwa di antara kalian".

Derajat dan kedudukan adalah kata yang tidak asing lagi dalam kehidupan, yaitu suatu hal yang sering menjadi incaran setiap manusia di dunia. Orang yang memiliki derajat dan kedudukan yang lebih tinggi dianggap sebagai orang yang lebih baik, terpandang, dan dihormati. Seringkali derajat dan kedudukan ini ditunjukkan dengan kekayaan atau bahkan kedudukan sosial dalam masyarakat. Inilah gambaran derajat dan kedudukan dalam dunia yang lebih sering dipandang oleh manusia.

Pandangan mengenai derajat dan kedudukan di mata manusia tidaklah sama dengan derajat dan kedudukan di mata Allah. Allah memiliki cara sendiri dalam menilai hamba-Nya. Allah tidak memandang manusia dari segi keturunan, kekayaan, dan sebagainya. Akan tetapi kemuliaan manusia di sisi Allah dinilai dari segi ketakwaannya sesuai dengan apa yang mereka kerjakan.

Gambaran mengenai konsep kedudukan manusia berdasarkan tingkat ketakwaannya dapat direpresentasikan sebagai himpunan kabur yakni himpunan unsur yang setiap unsurnya memiliki derajat keanggotaan yang berbeda. Himpunan kabur tersebut biasa disimbolkan dengan

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

di mana $\mu_{\tilde{A}}$ merupakan fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$ yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0, 1]$. Jika digambarkan, maka kedudukan antar manusia sesuai dengan tingkat ketakwaannya berada pada selang 0 sampai 1, di mana 0 merupakan kategori untuk orang yang tidak bertakwa dan 1 merupakan kategori orang yang paling bertakwa.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Deskripsi Data

Pada skripsi ini, data yang digunakan adalah data nilai ulangan siswa kelas V Sekolah Dasar Negeri Banjaran 6 Kota Kediri yang terdiri dari 22 siswa. Data yang digunakan terdiri dari tiga kelompok. Data pertama merupakan data nilai bahasa Indonesia, data kedua merupakan data nilai matematika, dan data ketiga merupakan data nilai ilmu pengetahuan alam. Ketiga data tersebut memiliki persamaan yaitu jumlah pengelompokan nilai terdiri dari 12 dari 22 siswa. Adapun data yang dimaksud dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Pengelompokan Data Berdasarkan Nilai dan Jumlah Siswa

Bahasa Indonesia		Matematika		Ilmu Pengetahuan Alam	
Nilai	Jumlah	Nilai	Jumlah	Nilai	Jumlah
76	1	50	1	52,5	1
78	2	52,5	1	57,5	1
80	2	55	1	67,5	2
82	2	62,5	1	72,5	2
84	1	67,5	2	75	2
86	2	72,5	2	77,5	2
88	4	77,5	2	80	3
90	3	85	4	82,5	4
92	1	87,5	2	87,5	2
94	2	90	3	92,5	1
96	1	92,5	1	95	1
98	1	95	2	97,5	1
Jumlah	22 siswa	Jumlah	22 siswa	Jumlah	22 siswa

Sumber: Nilai Ulangan Siswa Kelas V Sekolah Dasar Negeri Banjaran 6 Kota Kediri

Dalam himpunan tegas, terdapat batas yang tegas antara unsur-unsur yang merupakan anggota dan unsur-unsur yang tidak merupakan anggota, artinya derajat keanggotaannya hanya bernilai 0 dan 1 saja. Berbeda dengan himpunan kabur yang derajat keanggotaannya dinyatakan dalam suatu bilangan *real* dalam selang tertutup $[0,1]$. Dengan perkataan lain, fungsi keanggotaan dari suatu himpunan kabur $\tilde{A}$ dalam semesta X adalah pemetaan $\mu_{\tilde{A}}$ dari X ke selang $[0,1]$. Nilai fungsi $\mu_{\tilde{A}}(x)$ menyatakan derajat keanggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan kabur $\tilde{A}$.

Data pada Tabel 3.1, misalkan X adalah himpunan nilai ulangan bahasa Indonesia, Y adalah himpunan nilai ulangan matematika, dan Z adalah himpunan nilai ulangan ilmu pengetahuan alam, atau dapat ditulis sebagai berikut:

$X = \{76;\ 78;\ 80;\ 82;\ 84;\ 86;\ 88;\ 90;\ 92;\ 94;\ 96;\ 98\}$

$Y = \{50;\ 52{,}5;\ 55;\ 62{,}5;\ 67{,}5;\ 72{,}5;\ 77{,}5;\ 85;\ 87{,}5;\ 90;\ 92{,}5;\ 95\}$

$Z = \{52{,}5;\ 57{,}5;\ 67{,}5;\ 72{,}5;\ 75;\ 77{,}5;\ 80;\ 82{,}5;\ 87{,}5;\ 92{,}5;\ 95;\ 97{,}5\}$.

Dalam semesta X yaitu himpunan nilai ulangan bahasa Indonesia, himpunan kabur $\tilde{A}$ dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

di mana $\mu_{\tilde{A}}(x)$ adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$, yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0,1]$. Fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$ tersebut dinyatakan dengan aturan

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{x}{100}$$

Dengan memperhatikan aturan dalam menentukan fungsi keanggotaan tersebut, maka keseluruhan unsur-unsur bersama dengan derajat keanggotaannya pada himpunan kabur $\tilde{A}$ dapat dinyatakan dengan

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)/x$$

$$= 0{,}76/76 + 0{,}78/78 + 0{,}80/80 + 0{,}82/82 + 0{,}84/84 + 0{,}86/86\ +$$

$0{,}88/88 + \ 0{,}90/90 + 0{,}92/92 + 0{,}94/94 + 0{,}96/96 + 0{,}98/98.$

Dalam semesta Y yaitu himpunan nilai ulangan matematika, himpunan kabur $\tilde{B}$ dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut

$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y))|y \in Y\}$$

di mana $\mu_{\tilde{B}}(y)$ adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{B}$, yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta Y ke selang tertutup $[0, 1]$. Fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{B}$ tersebut dinyatakan dengan aturan

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \frac{y}{100}$$

Dengan memperhatikan aturan dalam menentukan fungsi keanggotaan tersebut, maka keseluruhan unsur-unsur bersama dengan derajat keanggotaannya pada himpunan kabur $\tilde{B}$ dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}\tilde{B} &= \sum_{y \in Y} \mu_{\tilde{B}}(y)/y \\ &= 0{,}50/50 + 0{,}53/52{,}5 + 0{,}55/55 + 0{,}63/62{,}5 + 0{,}68/67{,}5 + \\ &\quad 0{,}73/72{,}5 + \ 0{,}78/77{,}5 + 0{,}85/85 + 0{,}88/87{,}5 + 0{,}90/90 + \\ &\quad 0{,}93/92{,}5 + 0{,}95/95.\end{aligned}$$

Dalam semesta Z yaitu himpunan nilai ulangan ilmu pengetahuan alam, himpunan kabur $\tilde{C}$ dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut

$$\tilde{C} = \{(z, \mu_{\tilde{C}}(z))|z \in Z\}$$

di mana $\mu_{\tilde{C}}(z)$ adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{C}$ yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta Z ke selang tertutup $[0, 1]$. Fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{C}$ tersebut dinyatakan dengan aturan

$$\mu_{\tilde{C}}(z) = \frac{z}{100}$$

Dengan memperhatikan aturan dalam menentukan fungsi keanggotaan, maka keseluruhan unsur-unsur bersama dengan derajat keanggotaannya pada himpunan kabur $\tilde{C}$ dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}
\tilde{C} &= \sum_{z \in Z} \mu_{\tilde{C}}(z)/z \\
&= 0{,}53/52{,}5 + 0{,}58/57{,}5 + 0{,}68/67{,}5 + 0{,}73/72{,}5 + 0{,}75/75 + \\
&\quad 0{,}78/77{,}5 + 0{,}80/80 + 0{,}83/82{,}5 + 0{,}88/87{,}5 + 0{,}93/92{,}5 + \\
&\quad 0{,}95/95 + 0{,}98/97{,}5.
\end{aligned}$$

3.2 Pembentukan Relasi Kabur

Sejalan dengan definisi relasi tegas, relasi kabur $\tilde{R}$ antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen dalam himpunan Y didefinisikan sebagai himpunan bagian kabur dari perkalian kartesius $X \times Y$, yaitu himpunan kabur

$$\tilde{R} = \{((x,y), \mu_{\tilde{R}}(x,y)) | (x,y) \in X \times Y\}$$

Pada himpunan kabur $\tilde{A}$, himpunan kabur $\tilde{B}$, dan himpunan kabur $\tilde{C}$ akan dikenakan suatu relasi. Relasi kabur $\tilde{R}_1$ adalah relasi antara elemen-elemen dalam X dengan elemen-elemen dalam Y dengan

$$\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)).$$

Dengan menggunakan aturan tersebut, maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\mu_{\tilde{R}_1}(76, 50) &= \min(\mu_{\tilde{A}}(76), \mu_{\tilde{B}}(50)) \\
&= \min(0{,}76, 0{,}50) \\
&= 0{,}50 \\
\mu_{\tilde{R}_1}(76, 52{,}5) &= \min(\mu_{\tilde{A}}(76), \mu_{\tilde{B}}(52{,}5))
\end{aligned}$$

$= \min(0{,}76, 0{,}53)$

$= 0{,}53$

Dengan memperhatikan komputasi tersebut di atas, relasi kabur $\tilde{R}_1$ secara lengkap dapat dinyatakan dalam bentuk suatu matriks sebagai berikut:

$$\tilde{R}_1 = \begin{bmatrix} 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}90 & 0{,}90 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}92 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}93 & 0{,}94 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}93 & 0{,}95 \\ 0{,}50 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}63 & 0{,}68 & 0{,}73 & 0{,}78 & 0{,}85 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}93 & 0{,}95 \end{bmatrix}$$

Relasi kabur $\tilde{R}_2$ adalah relasi antara elemen-elemen dalam Y dengan elemen-elemen dalam Z dengan

$$\mu_{\tilde{R}_2}(y,z) = \min(\mu_{\tilde{B}}(y), \mu_{\tilde{C}}(z)).$$

Dengan menggunakan aturan tersebut, maka diperoleh

$\mu_{\tilde{R}_2}(50, 52{,}5) = \min(\mu_{\tilde{B}}(50), \mu_{\tilde{C}}(52{,}5))$

$= \min(0{,}50, 0{,}53)$

$= 0{,}50$

$\mu_{\tilde{R}_2}(50, 57{,}5) = \min(\mu_{\tilde{B}}(50), \mu_{\tilde{C}}(57{,}5))$

$= \min(0{,}50, 0{,}58)$

$= 0{,}50$

Dengan memperhatikan komputasi tersebut di atas, relasi kabur $\tilde{R}_2$ secara lengkap dapat dinyatakan dalam bentuk suatu matriks sebagai berikut:

$$\tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 & 0,50 \\ 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 & 0,53 \\ 0,53 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 & 0,55 \\ 0,53 & 0,58 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 & 0,63 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 & 0,68 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,73 & 0,73 & 0,73 & 0,73 & 0,73 & 0,73 & 0,73 & 0,73 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,75 & 0,78 & 0,78 & 0,78 & 0,78 & 0,78 & 0,78 & 0,78 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,75 & 0,78 & 0,80 & 0,83 & 0,85 & 0,85 & 0,85 & 0,85 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,75 & 0,78 & 0,80 & 0,83 & 0,88 & 0,88 & 0,88 & 0,88 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,75 & 0,78 & 0,80 & 0,83 & 0,88 & 0,90 & 0,90 & 0,90 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,75 & 0,78 & 0,80 & 0,83 & 0,88 & 0,93 & 0,93 & 0,93 \\ 0,53 & 0,58 & 0,68 & 0,73 & 0,75 & 0,78 & 0,80 & 0,83 & 0,88 & 0,93 & 0,95 & 0,95 \end{bmatrix}$$

Relasi kabur $\tilde{R}_3$ adalah relasi antara elemen-elemen dalam Z dengan elemen-elemen dalam X dengan

$$\mu_{\tilde{R}_3}(z, x) = \min(\mu_{\tilde{C}}(z), \mu_{\tilde{A}}(x)).$$

Dengan menggunakan aturan tersebut, maka diperoleh

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}_3}(52{,}5, 76) &= \min(\mu_{\tilde{C}}(52{,}5), \mu_{\tilde{A}}(76)) \\ &= \min(0{,}53, 0{,}76) \\ &= 0{,}53 \\ \mu_{\tilde{R}_3}(52{,}5, 78) &= \min(\mu_{\tilde{A}}(52{,}5), \mu_{\tilde{B}}(78)) \\ &= \min(0{,}53, 0{,}78) \\ &= 0{,}53 \end{aligned}$$

Dengan memperhatikan komputasi tersebut di atas, relasi kabur $\tilde{R}_3$ secara lengkap dapat dinyatakan dalam bentuk suatu matriks sebagai berikut:

$\tilde{R}_3$

$$
= \begin{bmatrix}
0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 \\
0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 \\
0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 \\
0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 \\
0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}93 & 0{,}93 & 0{,}93 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}95 & 0.95 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}96 & 0{,}98
\end{bmatrix}
$$

3.3 Komposisi Relasi Kabur

Setelah diperoleh $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$, akan dikenakan suatu komposisi relasi kabur pada ketiga relasi kabur tersebut. Setiap norma-t dan norma-s menghasilkan suatu komposisi tertentu. Berdasarkan definisi 2.6.1 maka diperoleh

1. Komposisi max-min

   Jika sebagai norma-t diambil operator min, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$
\begin{aligned}
\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) &= \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)) \\
&= \max_{y \in Y} \min\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}
\end{aligned}
$$

2. Komposisi max-perkalian aljabar

   Jika sebagai norma-t diambil operator perkalian aljabar, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$
\begin{aligned}
\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) &= \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)) \\
&= \max_{y \in Y} \{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}
\end{aligned}
$$

3. Komposisi max-perkalian Einstein

Jika sebagai norma-t diambil operator perkalian Einstein, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)$$

$$= \max_{y \in Y} \left\{ \frac{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)}{2 - \left(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) - \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\right)} \right\}$$

4. Komposisi max-perkalian drastis

Jika sebagai norma-t diambil operator perkalian drastis, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)$$

$$\text{di mana } \begin{cases} \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) & \text{untuk } \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) = 1 \\ \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) & \text{untuk } \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) = 1 \\ 0 & \text{untuk } \mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \text{ lainnya} \end{cases}$$

5. Komposisi max-selisih batas

Jika sebagai norma-t diambil operator selisih batas, maka dapat diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)$$

$$= \max_{y \in Y} \left\{ \max(0, \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) - 1) \right\}$$

6. Komposisi max-perkalian Hamacher

Jika sebagai norma-t diambil operator perkalian Hamacher, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} \left\{ \mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \right\}$$

$$\text{di mana} \begin{cases} 0 & \text{jika } \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) = \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) = 0 \\ \frac{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y)\cdot\mu_{\tilde{R}_2}(y,z)}{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y)+\mu_{\tilde{R}_2}(y,z)-\mu_{\tilde{R}_1}(x,y)\cdot\mu_{\tilde{R}_2}(y,z)} & \text{jika } \mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \text{ lainnya} \end{cases}$$

7. Komposisi max-max

   Jika sebagai norma-s diambil operator max, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)$$

$$= \max_{y \in Y} \max\{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}$$

8. Komposisi max-jumlah aljabar

   Jika sebagai norma-s diambil operator jumlah aljabar, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)$$

$$= \max_{y \in Y} \{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) - \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}$$

9. Komposisi max-jumlah Einstein

   Jika sebagai norma-s diambil operator jumlah Einstein, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)$$

$$= \max_{y \in Y} \left\{\frac{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)}{1 + \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)}\right\}$$

10. Komposisi max jumlah drastis

    Jika sebagai norma-s diambil operator jumlah drastis, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = \max_{y \in Y} \{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)\}$$

$$\text{di mana} \begin{cases} \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) & \text{untuk } \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) = 0 \\ \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) & \text{untuk } \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) = 0 \\ 1 & \text{untuk } \mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \text{ lainnya} \end{cases}$$

11. Komposisi max-jumlah batas

    Jika sebagai norma-s diambil operator jumlah batas, maka dapat diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) &= \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \\ &= \max_{y \in Y} \left\{ \min(1, \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)) \right\} \end{aligned}$$

12. Komposisi max-jumlah Hamacher

    Jika sebagai norma-s diambil operator jumlah Hamacher, maka diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) &= \max_{y \in Y} n(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) \\ &= \max_{y \in Y} \left\{ \frac{\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) + \mu_{\tilde{R}_2}(y,z) - 2 \cdot \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)}{1 - \mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \cdot \mu_{\tilde{R}_2}(y,z)} \right\} \end{aligned}$$

3.4 Nilai Rampatan Norma-t dan Norma-s

Seperti pada relasi tegas, komposisi relasi kabur bersifat assosiatif, yaitu untuk setiap relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ berlaku $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$ dan memenuhi sifat $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$. Pada $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ yang telah diperoleh dari proses sebelumnya, akan dikenakan suatu komposisi relasi kabur menggunakan norma-t dan norma-s yang berbeda dengan bantuan program Matlab. Perhitungan ini dimaksudkan untuk mengetahui bahwa kedua sifat dari komposisi relasi kabur tersebut terpenuhi. Adapun perhitungan komposisi relasi kabur dengan menggunakan enam norma-t adalah sebagai berikut:

1. Bersifat Assosiatif, yaitu $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$

Hasil perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan enam norma-t untuk mengetahui bahwa komposisi relasi kabur bersifat assosiatif adalah sebagai berikut:

a. Menggunakan komposisi max-min

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-min memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 & 0{,}76 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 & 0{,}82 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 & 0{,}84 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 & 0{,}86 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}90 & 0{,}90 & 0{,}90 & 0{,}90 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}92 & 0{,}92 & 0{,}92 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}94 & 0{,}94 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}95 & 0{,}95 \\ 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}95 & 0{,}95 \end{bmatrix}$$

b. Menggunakan komposisi max-perkalian aljabar

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-perkalian aljabar memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}55 & 0{,}56 & 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 \\ 0{,}56 & 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}72 \\ 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}60 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 \\ 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}76 \\ 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 \\ 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 \\ 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 \\ 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}83 \\ 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}85 \\ 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}87 \\ 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 & 0{,}88 \\ 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 & 0{,}88 \end{bmatrix}$$

c. Menggunakan komposisi max-perkalian Einstein

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-perkalian Einstein memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}51 & 0{,}52 & 0{,}54 & 0{,}56 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 \\ 0{,}52 & 0{,}54 & 0{,}56 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 \\ 0{,}54 & 0{,}56 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 \\ 0{,}56 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 \\ 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 \\ 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 \\ 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 \\ 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 \\ 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 \\ 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 \\ 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 \\ 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 \end{bmatrix}$$

d. Menggunakan komposisi max-perkalian drastis

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-perkalian drastis memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e. Menggunakan komposisi max-selisih batas

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-selisih batas memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}47 & 0{,}49 & 0{,}51 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 \\ 0{,}49 & 0{,}51 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 \\ 0{,}51 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 \\ 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 \\ 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 \\ 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 \\ 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 \\ 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 \\ 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 \\ 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 \\ 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 \\ 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 \end{bmatrix}$$

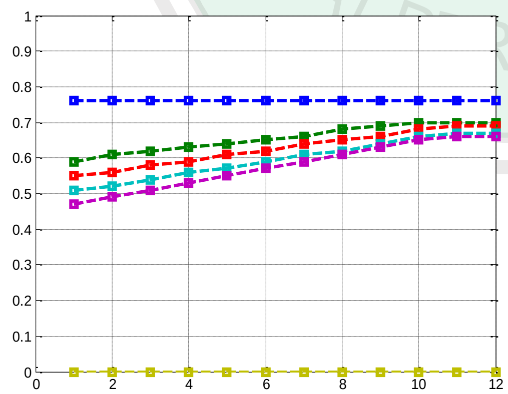
f. Menggunakan komposisi max-perkalian Hamacher

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-perkalian Hamacher memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

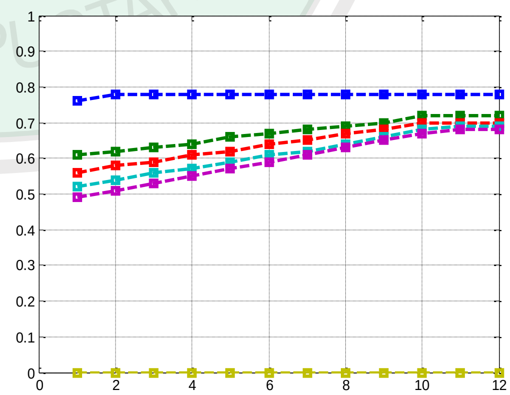
$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix}
0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}72 \\
0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}74 \\
0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}75 \\
0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}76 & 0{,}77 \\
0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}79 \\
0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}81 \\
0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}81 & 0{,}82 \\
0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}84 \\
0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}86 \\
0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}86 & 0{,}88 \\
0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}88 \\
0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}88
\end{bmatrix}$$

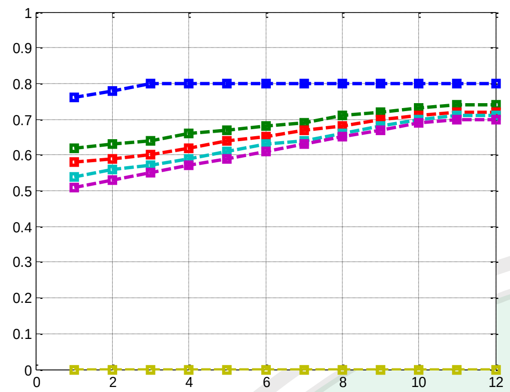
Dari hasil perhitungan di atas diperoleh hasil bahwa komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan enam norma-t bersifat assosiatif. Namun, setiap norma-t menghasilkan relasi kabur dengan nilai derajat keanggotaan yang berbeda. Komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-min mempunyai nilai derajat keanggotaan paling besar. Sedangkan komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian drastis mempunyai nilai derajat keanggotaan paling kecil. Hasil perhitungan komposisi relasi kabur yang bersifat assosiatif di atas digambarkan ke dalam grafik yang dapat dilihat pada Gambar 3.1 sampai Gambar 3.12.



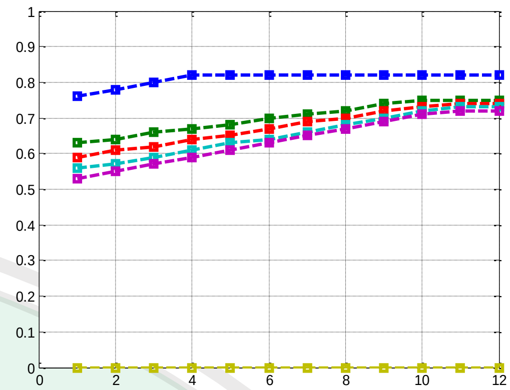
Gambar 3.1 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-1



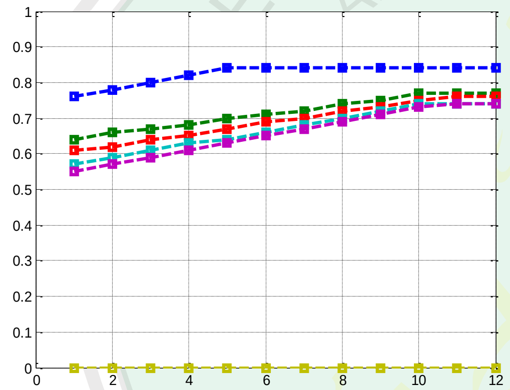
Gambar 3.2 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-2



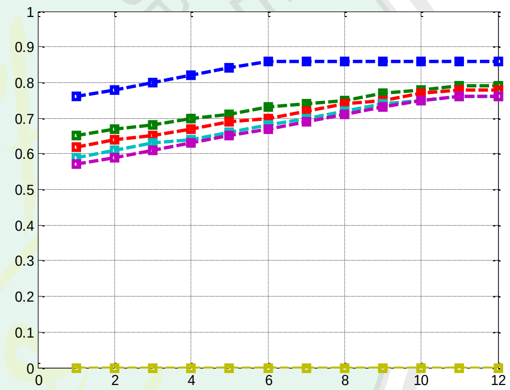
Gambar 3.3 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*t* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-3



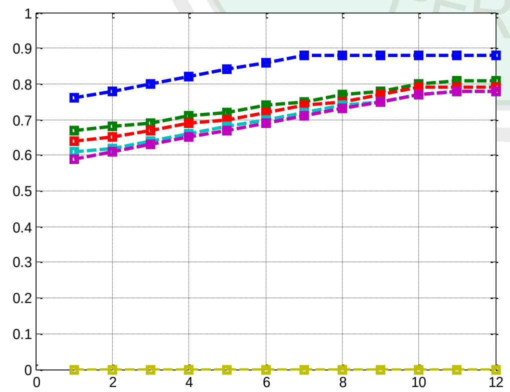
Gambar 3.4 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*t* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-4



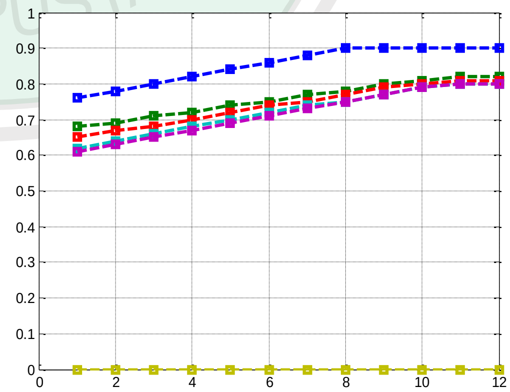
Gambar 3.5 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*t* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-5



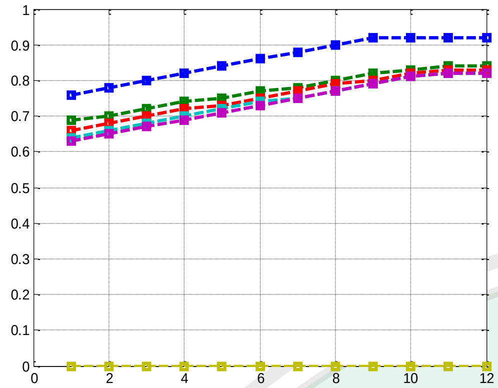
Gambar 3.6 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*t* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-6



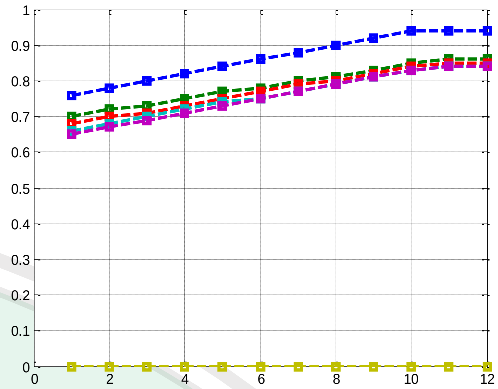
Gambar 3.7 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*t* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-7



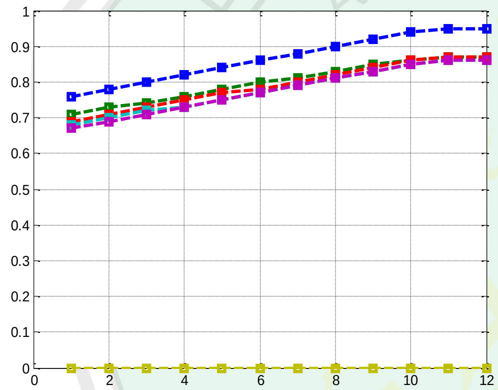
Gambar 3.8 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*t* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-8



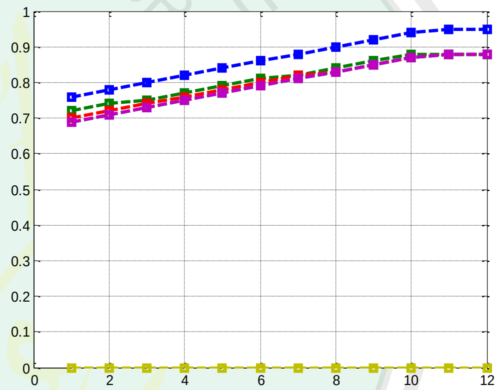
Gambar 3.9 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-9



Gambar 3.10 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-10



Gambar 3.11 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-11



Gambar 3.12 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-12

Garis paling atas berwarna biru tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-min. Garis berwarna hijau tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian Hamacher. Garis berwarna merah menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian aljabar. Garis berwarna biru muda menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian Einstein. Garis berwarna ungu menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-selisih batas.

Terakhir, garis paling bawah berwarna kuning menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian drastis.

2. Memenuhi Sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$

Hasil perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan enam norma-t untuk mengetahui bahwa komposisi relasi kabur memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ adalah sebagai berikut:

a. Menggunakan komposisi max-min

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-min memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix}
0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 \\
0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 & 0{,}58 \\
0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 & 0{,}68 \\
0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 & 0{,}73 \\
0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 & 0{,}75 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 & 0{,}80 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 & 0{,}83 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 & 0{,}88 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}9 & 0{,}92 & 0{,}93 & 0{,}93 & 0{,}93 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}9 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}95 & 0{,}95 \\
0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}9 & 0{,}92 & 0{,}94 & 0{,}95 & 0{,}95
\end{bmatrix}$$

b. Menggunakan komposisi max-perkalian aljabar

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$dengan menggunakan komposisi max-perkalian aljabar memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}40 & 0{,}41 & 0{,}42 & 0{,}43 & 0{,}44 & 0{,}45 & 0{,}46 & 0{,}47 & 0{,}48 & 0{,}49 & 0{,}50 & 0{,}50 \\ 0{,}44 & 0{,}45 & 0{,}46 & 0{,}47 & 0{,}48 & 0{,}49 & 0{,}51 & 0{,}52 & 0{,}53 & 0{,}54 & 0{,}55 & 0{,}55 \\ 0{,}51 & 0{,}53 & 0{,}54 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}64 \\ 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}69 \\ 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}6 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}71 & 0{,}71 \\ 0{,}59 & 0{,}60 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}74 \\ 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}76 & 0{,}76 \\ 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}78 & 0{,}78 \\ 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}82 & 0{,}83 & 0{,}83 \\ 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 & 0{,}88 & 0{,}88 \\ 0{,}72 & 0{,}741 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}89 & 0{,}90 & 0{,}90 \\ 0{,}72 & 0{,}741 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}89 & 0{,}90 & 0{,}90 \end{bmatrix}$$

c. Menggunakan komposisi max-perkalian Einstein

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$dengan menggunakan komposisi max-perkalian Einstein memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}36 & 0{,}37 & 0{,}38 & 0{,}40 & 0{,}41 & 0{,}42 & 0{,}44 & 0{,}45 & 0{,}47 & 0{,}48 & 0{,}49 & 0{,}49 \\ 0{,}40 & 0{,}41 & 0{,}42 & 0{,}44 & 0{,}45 & 0{,}47 & 0{,}48 & 0{,}50 & 0{,}51 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}53 \\ 0{,}48 & 0{,}49 & 0{,}51 & 0{,}52 & 0{,}54 & 0{,}56 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}63 \\ 0{,}52 & 0{,}53 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}58 & 0{,}60 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}68 \\ 0{,}54 & 0{,}55 & 0{,}57 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}70 \\ 0{,}56 & 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}73 \\ 0{,}58 & 0{,}60 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}75 & 0{,}75 \\ 0{,}60 & 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}78 \\ 0{,}65 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}83 & 0{,}83 \\ 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 & 0{,}88 & 0{,}88 \\ 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 & 0{,}89 & 0{,}90 & 0{,}90 \\ 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}85 & 0{,}87 & 0{,}89 & 0{,}90 & 0{,}90 \end{bmatrix}$$

d. Menggunakan komposisi max-perkalian drastis

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-perkalian drastis memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e. Menggunakan komposisi max-selisih batas

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-selisih batas memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0,29 & 0,31 & 0,33 & 0,35 & 0,37 & 0,39 & 0,41 & 0,43 & 0,45 & 0,47 & 0,48 & 0,48 \\ 0,34 & 0,36 & 0,38 & 0,40 & 0,42 & 0,44 & 0,46 & 0,48 & 0,50 & 0,52 & 0,53 & 0,53 \\ 0,44 & 0,46 & 0,48 & 0,50 & 0,52 & 0,54 & 0,56 & 0,58 & 0,60 & 0,62 & 0,63 & 0,63 \\ 0,49 & 0,51 & 0,53 & 0,55 & 0,57 & 0,59 & 0,61 & 0,63 & 0,65 & 0,67 & 0,68 & 0,68 \\ 0,51 & 0,53 & 0,55 & 0,57 & 0,59 & 0,61 & 0,63 & 0,65 & 0,67 & 0,69 & 0,70 & 0,70 \\ 0,54 & 0,56 & 0,58 & 0,60 & 0,62 & 0,64 & 0,66 & 0,68 & 0,70 & 0,72 & 0,73 & 0,73 \\ 0,56 & 0,58 & 0,6 & 0,62 & 0,64 & 0,66 & 0,68 & 0,70 & 0,72 & 0,74 & 0,75 & 0,75 \\ 0,59 & 0,61 & 0,63 & 0,65 & 0,67 & 0,69 & 0,71 & 0,73 & 0,75 & 0,77 & 0,78 & 0,78 \\ 0,64 & 0,66 & 0,68 & 0,70 & 0,72 & 0,74 & 0,76 & 0,78 & 0,80 & 0,82 & 0,83 & 0,83 \\ 0,69 & 0,71 & 0,73 & 0,75 & 0,77 & 0,79 & 0,81 & 0,83 & 0,85 & 0,87 & 0,88 & 0,88 \\ 0,71 & 0,73 & 0,75 & 0,77 & 0,79 & 0,81 & 0,83 & 0,85 & 0,87 & 0,89 & 0,90 & 0,90 \\ 0,71 & 0,73 & 0,75 & 0,77 & 0,79 & 0,81 & 0,83 & 0,85 & 0,87 & 0,89 & 0,90 & 0,90 \end{bmatrix}$$

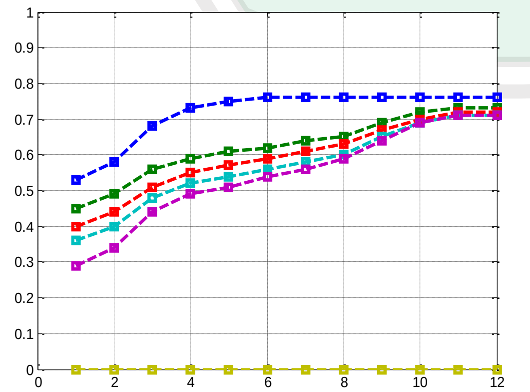
f. Menggunakan komposisi max-perkalian Hamacher

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-perkalian Hamacher memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

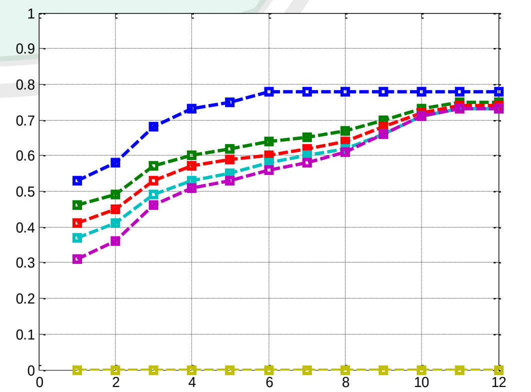
$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}45 & 0{,}46 & 0{,}46 & 0{,}47 & 0{,}48 & 0{,}48 & 0{,}49 & 0{,}50 & 0{,}50 & 0{,}51 & 0{,}51 & 0{,}51 \\ 0{,}49 & 0{,}49 & 0{,}50 & 0{,}51 & 0{,}52 & 0{,}53 & 0{,}53 & 0{,}54 & 0{,}55 & 0{,}55 & 0{,}56 & 0{,}56 \\ 0{,}56 & 0{,}57 & 0{,}58 & 0{,}59 & 0{,}60 & 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}65 & 0{,}65 \\ 0{,}59 & 0{,}60 & 0{,}61 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}70 \\ 0{,}61 & 0{,}62 & 0{,}63 & 0{,}64 & 0{,}66 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}72 & 0{,}72 \\ 0{,}62 & 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}66 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}74 & 0{,}74 \\ 0{,}64 & 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}69 & 0{,}71 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}76 & 0{,}77 & 0{,}77 \\ 0{,}65 & 0{,}67 & 0{,}68 & 0{,}70 & 0{,}71 & 0{,}73 & 0{,}74 & 0{,}76 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}79 & 0{,}79 \\ 0{,}69 & 0{,}70 & 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}78 & 0{,}80 & 0{,}81 & 0{,}83 & 0{,}84 & 0{,}84 \\ 0{,}72 & 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}87 & 0{,}88 & 0{,}88 \\ 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}90 & 0{,}90 \\ 0{,}73 & 0{,}75 & 0{,}77 & 0{,}79 & 0{,}80 & 0{,}82 & 0{,}84 & 0{,}86 & 0{,}88 & 0{,}90 & 0{,}90 & 0{,}90 \end{bmatrix}$$

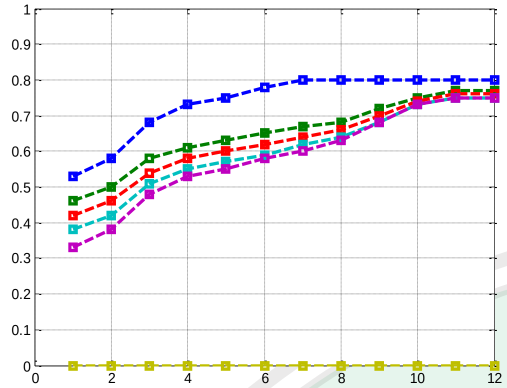
Dari hasil perhitungan di atas diperoleh hasil bahwa komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan enam norma-t memenuhi sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$. Namun, setiap norma-$t$ menghasilkan relasi kabur dengan nilai derajat keanggotaan yang berbeda. Komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-min mempunyai nilai derajat keanggotaan paling besar. Sedangkan komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian drastis mempunyai nilai derajat keanggotaan paling kecil. Hasil perhitungan komposisi relasi kabur yang memenuhi sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ di atas digambarkan ke dalam grafik yang dapat dilihat pada Gambar 3.13 sampai Gambar 3.24.



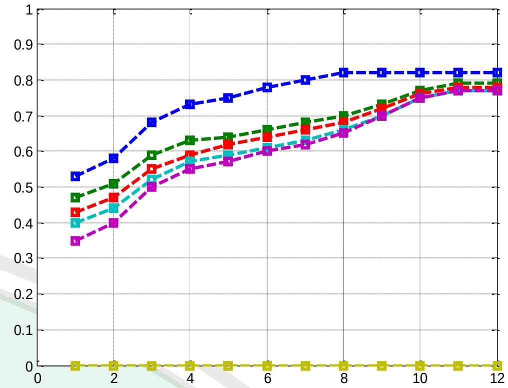
Gambar 3.13 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-1



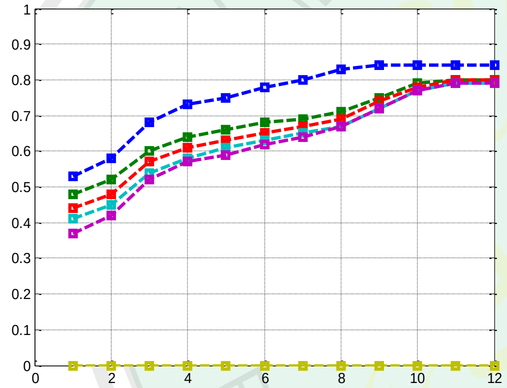
Gambar 3.14 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-2



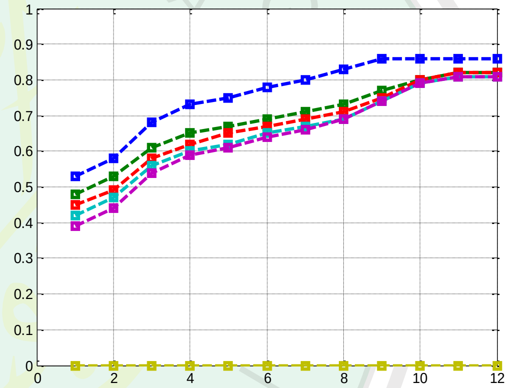
Gambar 3.15 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-3



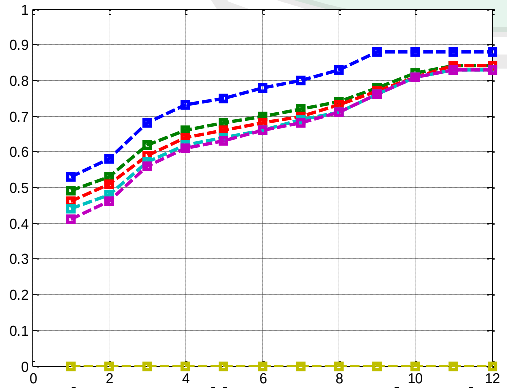
Gambar 3.16 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-4



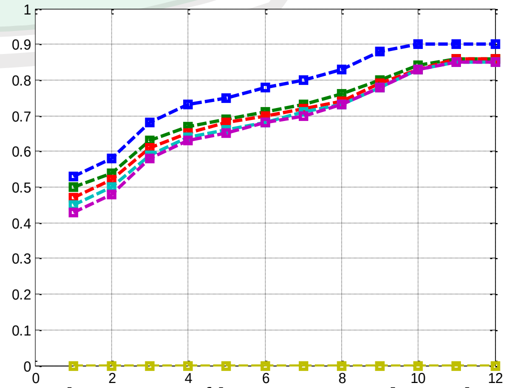
Gambar 3.17 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-5



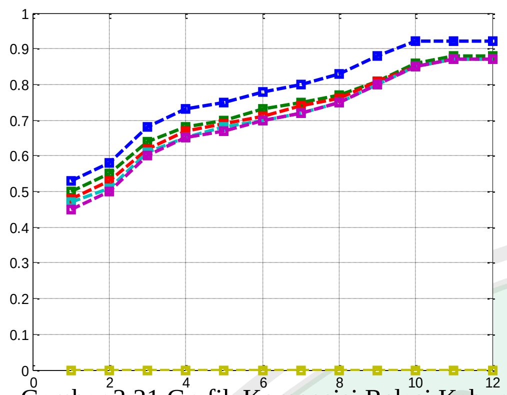
Gambar 3.18 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-6



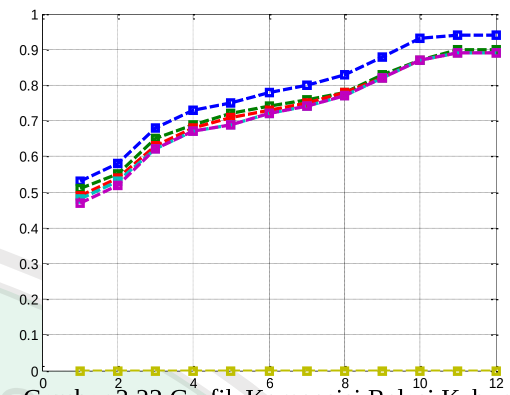
Gambar 3.19 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-7



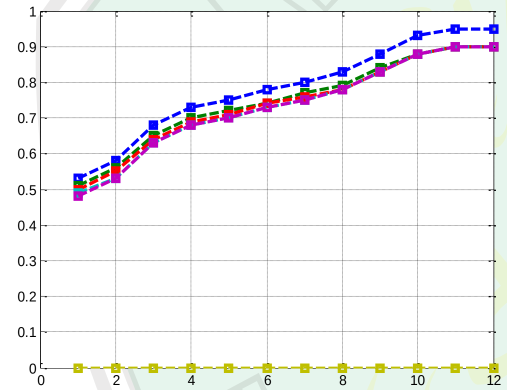
Gambar 3.20 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-8



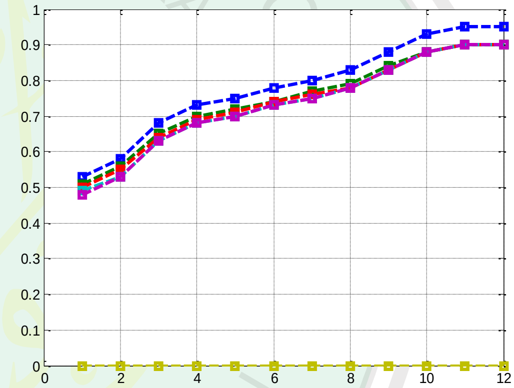
Gambar 3.21 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-9



Gambar 3.22 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-10



Gambar 3.23 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-11



Gambar 3.24 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-t yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-12

Garis paling atas berwarna biru tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-min. Garis berwarna hijau tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian Hamacher. Garis berwarna merah menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian aljabar. Garis berwarna biru muda menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian Einstein. Garis berwarna ungu menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-selisih batas.

Terakhir, garis paling bawah berwarna kuning menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-perkalian drastis.

Adapun perhitungan komposisi relasi kabur dengan menggunakan enam norma-s adalah sebagai berikut:

1. Bersifat Assosiatif, yaitu $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$

Hasil perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan enam norma-s untuk mengetahui bahwa komposisi relasi kabur bersifat assosiatif adalah sebagai berikut:

a. Menggunakan komposisi max-max

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-max memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix}
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98 \\
0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}95 & 0{,}96 & 0{,}98
\end{bmatrix}$$

b. Menggunakan komposisi max-jumlah aljabar

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah aljabar memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}9971 & 0{,}9974 & 0{,}9976 & 0{,}9978 & 0{,}9981 & 0{,}9983 & 0{,}9986 & 0{,}9988 & 0{,}9990 & 0{,}9993 & 0{,}9995 & 0{,}9997 \\ 0{,}9974 & 0{,}9976 & 0{,}9978 & 0{,}9980 & 0{,}9982 & 0{,}9985 & 0{,}9987 & 0{,}9989 & 0{,}9991 & 0{,}9993 & 0{,}9996 & 0{,}9997 \\ 0{,}9976 & 0{,}9978 & 0{,}9980 & 0{,}9982 & 0{,}9984 & 0{,}9986 & 0{,}9988 & 0{,}9990 & 0{,}9992 & 0{,}9994 & 0{,}9996 & 0{,}9997 \\ 0{,}9978 & 0{,}9980 & 0{,}9982 & 0{,}9984 & 0{,}9986 & 0{,}9987 & 0{,}9989 & 0{,}9991 & 0{,}9993 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9998 \\ 0{,}9981 & 0{,}9982 & 0{,}9984 & 0{,}9986 & 0{,}9987 & 0{,}9989 & 0{,}9990 & 0{,}9992 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9997 & 0{,}9998 \\ 0{,}9983 & 0{,}9985 & 0{,}9986 & 0{,}9987 & 0{,}9989 & 0{,}9990 & 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9998 \\ 0{,}9986 & 0{,}9987 & 0{,}9988 & 0{,}9989 & 0{,}9990 & 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9998 & 0{,}9998 \\ 0{,}9988 & 0{,}9989 & 0{,}9990 & 0{,}9991 & 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9999 \\ 0{,}9990 & 0{,}9991 & 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 \\ 0{,}9993 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \end{bmatrix}$$

c. Menggunakan komposisi max-jumlah Einstein

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah Einstein memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}9990 & 0{,}9991 & 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9991 & 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9992 & 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9993 & 0{,}9994 & 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9994 & 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 \\ 0{,}9995 & 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 \\ 0{,}9995 & 0{,}9996 & 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 \\ 0{,}9996 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 \\ 0{,}9997 & 0{,}9997 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 & 1 \\ 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 & 1 & 1 \\ 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 & 1 & 1 \\ 0{,}9998 & 0{,}9998 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 0{,}9999 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

d. Menggunakan komposisi max-jumlah drastis

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah drastis memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e. Menggunakan komposisi max-jumlah batas

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah batas memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

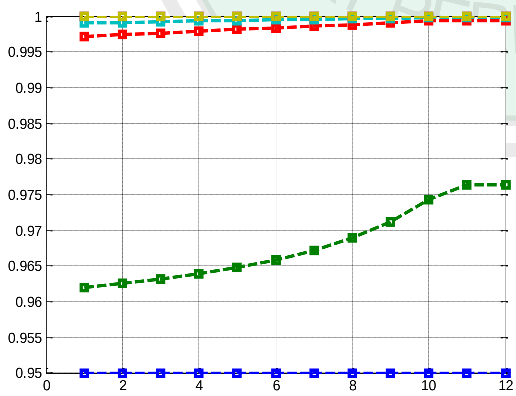
f. Menggunakan komposisi max-jumlah Hamacher

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah Hamacher memenuhi sifat assosiatif dengan hasil sebagai berikut:

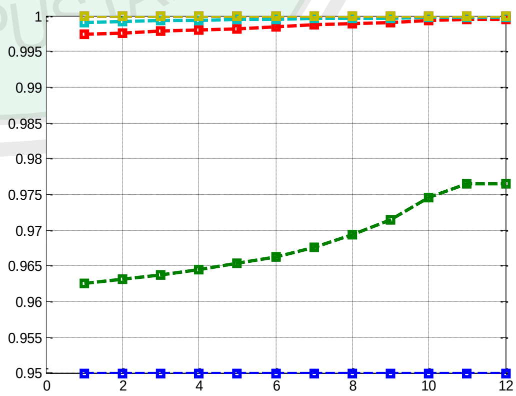
$(R_1 \circ R_2) \circ R_3 = R_1 \circ (R_2 \circ R_3) =$

$$
\begin{bmatrix}
0,9620 & 0,9625 & 0,9632 & 0,9639 & 0,9648 & 0,9659 & 0,9672 & 0,9689 & 0,9711 & 0,9742 & 0,9788 & 0,9839 \\
0,9625 & 0,9631 & 0,9637 & 0,9644 & 0,9653 & 0,9663 & 0,9676 & 0,9693 & 0,9715 & 0,9745 & 0,9790 & 0,9840 \\
0,9632 & 0,9637 & 0,9643 & 0,9650 & 0,9658 & 0,9668 & 0,9681 & 0,9697 & 0,9718 & 0,9748 & 0,9792 & 0,9841 \\
0,9639 & 0,9644 & 0,9650 & 0,9657 & 0,9665 & 0,9674 & 0,9687 & 0,9702 & 0,9723 & 0,9751 & 0,9794 & 0,9843 \\
0,9648 & 0,9653 & 0,9658 & 0,9665 & 0,9672 & 0,9681 & 0,9693 & 0,9708 & 0,9728 & 0,9756 & 0,9797 & 0,9844 \\
0,9658 & 0,9663 & 0,9668 & 0,9674 & 0,9681 & 0,9690 & 0,9701 & 0,9715 & 0,9734 & 0,9761 & 0,9800 & 0,9846 \\
0,9672 & 0,9676 & 0,9681 & 0,9686 & 0,9693 & 0,9701 & 0,9711 & 0,9725 & 0,9742 & 0,9767 & 0,9805 & 0,9849 \\
0,9689 & 0,9693 & 0,9697 & 0,9702 & 0,9708 & 0,9715 & 0,9725 & 0,9737 & 0,9753 & 0,9776 & 0,9811 & 0,9853 \\
0,9712 & 0,9715 & 0,9719 & 0,9723 & 0,9728 & 0,9735 & 0,9743 & 0,9753 & 0,9768 & 0,9788 & 0,9820 & 0,9858 \\
0,9743 & 0,9745 & 0,9748 & 0,9752 & 0,9756 & 0,9761 & 0,9768 & 0,9776 & 0,9788 & 0,9805 & 0,9833 & 0,9866 \\
0,9763 & 0,9765 & 0,9768 & 0,9771 & 0,9774 & 0,9779 & 0,9784 & 0,9792 & 0,9802 & 0,9817 & 0,9841 & 0,9872 \\
0,9763 & 0,9765 & 0,9768 & 0,9771 & 0,9774 & 0,9779 & 0,9784 & 0,9792 & 0,9802 & 0,9817 & 0,9841 & 0,9872
\end{bmatrix}
$$

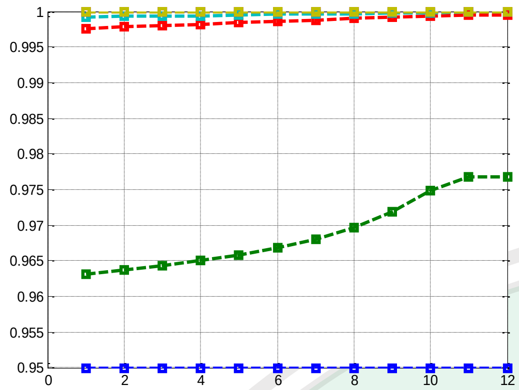
Dari hasil perhitungan di atas diperoleh hasil bahwa komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ dengan menggunakan enam norma-*s* bersifat assosiatif. Namun, setiap norma-*s* menghasilkan relasi kabur dengan nilai derajat keanggotaan yang berbeda. Komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah drastis dan komposisi max-jumlah batas mempunyai nilai derajat keanggotaan paling besar. Sedangkan komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-max mempunyai nilai derajat keanggotaan paling kecil. Hasil perhitungan komposisi relasi kabur yang bersifat assosiatif di atas digambarkan ke dalam grafik yang dapat dilihat pada Gambar 3.25 sampai Gambar 3.36.



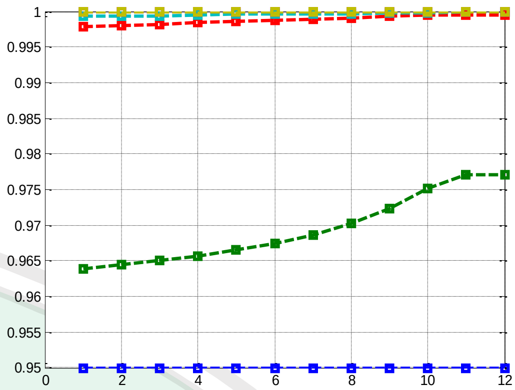
Gambar 3.25 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-1



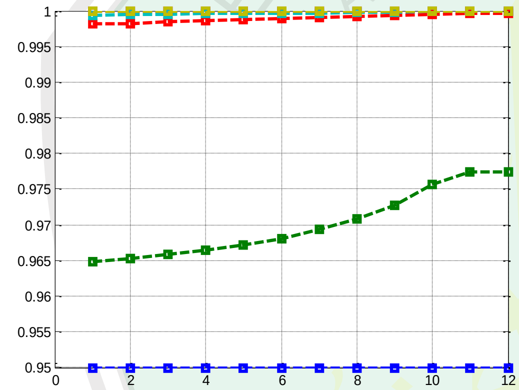
Gambar 3.26 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-2



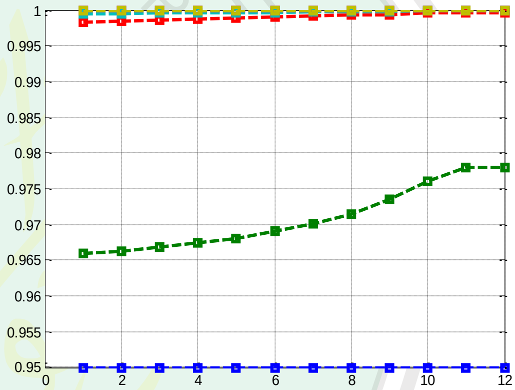
Gambar 3.27 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-3



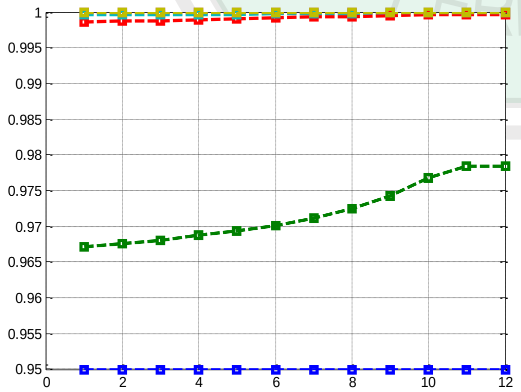
Gambar 3.28 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-4



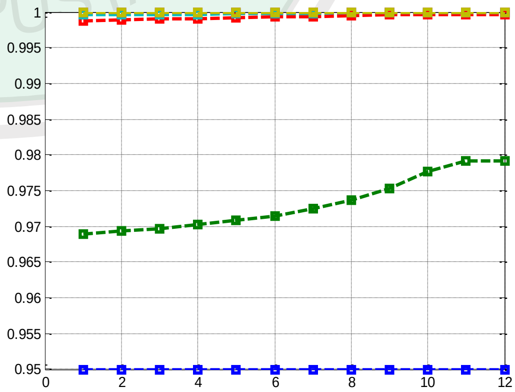
Gambar 3.29 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-5



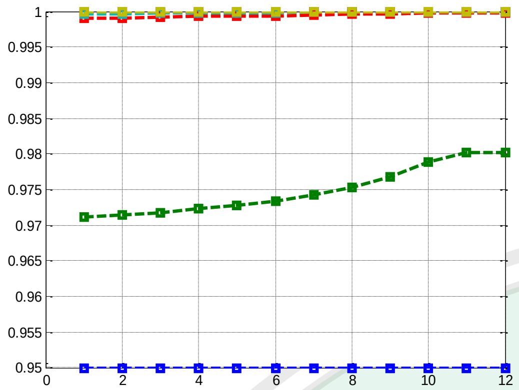
Gambar 3.30 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-6



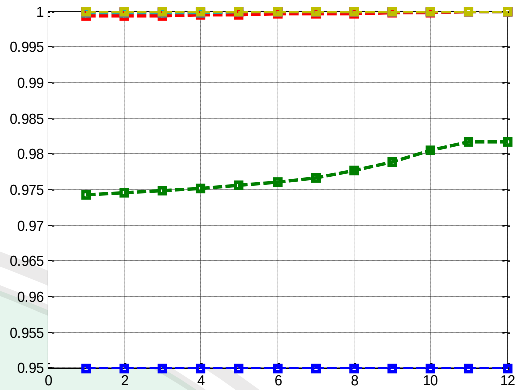
Gambar 3.31 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-7



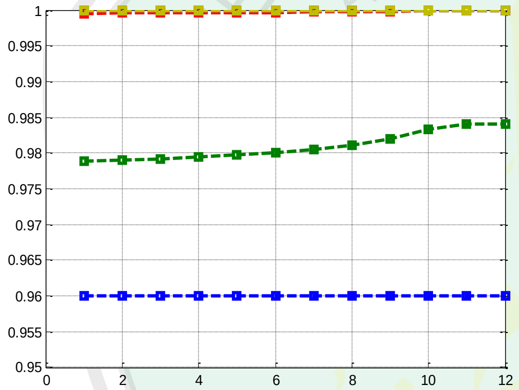
Gambar 3.32 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-8



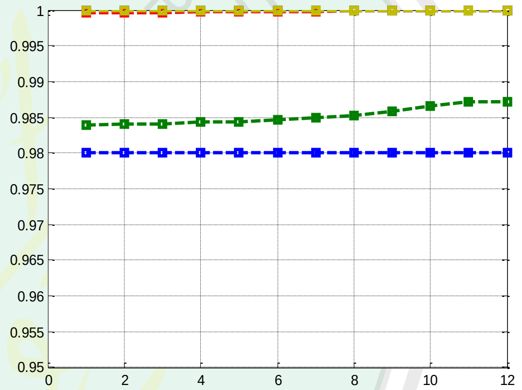
Gambar 3.33 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-9



Gambar 3.34 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-10



Gambar 3.35 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-11



Gambar 3.36 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Bersifat Assosiatif pada Matriks Kolom ke-12

Garis paling atas berwarna kuning menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah drastis dan komposisi max-jumlah batas. Garis berwarna hijau muda menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah Einstein. Garis berwarna merah menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah aljabar. Garis berwarna hijau tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah Hamacher. Terakhir, garis paling bawah berwarna biru tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-max.

2. Memenuhi Sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$

Hasil perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan enam norma-s untuk mengetahui bahwa komposisi relasi kabur memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ adalah sebagai berikut:

a. Menggunakan komposisi max-max

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-max memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0,760 & 0,780 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,760 & 0,780 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,760 & 0,780 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,760 & 0,780 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,760 & 0,780 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,775 & 0,780 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,800 & 0,800 & 0,800 & 0,820 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,825 & 0,825 & 0,825 & 0,825 & 0,840 & 0,860 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,875 & 0,875 & 0,875 & 0,875 & 0,875 & 0,875 & 0,880 & 0,900 & 0,920 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,925 & 0,940 & 0,950 & 0,950 \\ 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 \\ 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 & 0,950 \end{bmatrix}$$

b. Menggunakan komposisi max-jumlah aljabar

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$dengan menggunakan komposisi max-jumlah aljabar memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix}
0{,}8860 & 0{,}8955 & 0{,}9050 & 0{,}9145 & 0{,}9240 & 0{,}9335 & 0{,}9430 & 0{,}9525 & 0{,}9620 & 0{,}9715 & 0{,}9763 & 0{,}9763 \\
0{,}8980 & 0{,}9065 & 0{,}9150 & 0{,}9235 & 0{,}9320 & 0{,}9405 & 0{,}9490 & 0{,}9575 & 0{,}9660 & 0{,}9745 & 0{,}9788 & 0{,}9788 \\
0{,}9220 & 0{,}9285 & 0{,}9350 & 0{,}9415 & 0{,}9480 & 0{,}9545 & 0{,}9610 & 0{,}9675 & 0{,}9740 & 0{,}9805 & 0{,}9838 & 0{,}9838 \\
0{,}9340 & 0{,}9395 & 0{,}9450 & 0{,}9505 & 0{,}9560 & 0{,}9615 & 0{,}9670 & 0{,}9725 & 0{,}9780 & 0{,}9835 & 0{,}9862 & 0{,}9862 \\
0{,}9400 & 0{,}9450 & 0{,}9500 & 0{,}9550 & 0{,}9600 & 0{,}9650 & 0{,}9700 & 0{,}9750 & 0{,}9800 & 0{,}9850 & 0{,}9875 & 0{,}9875 \\
0{,}9460 & 0{,}9505 & 0{,}9550 & 0{,}9595 & 0{,}9640 & 0{,}9685 & 0{,}9730 & 0{,}9775 & 0{,}9820 & 0{,}9865 & 0{,}9888 & 0{,}9888 \\
0{,}9520 & 0{,}9560 & 0{,}9600 & 0{,}9640 & 0{,}9680 & 0{,}9720 & 0{,}9760 & 0{,}9800 & 0{,}9840 & 0{,}9880 & 0{,}9900 & 0{,}9900 \\
0{,}9580 & 0{,}9615 & 0{,}9650 & 0{,}9685 & 0{,}9720 & 0{,}9755 & 0{,}9790 & 0{,}9825 & 0{,}9860 & 0{,}9895 & 0{,}9912 & 0{,}9912 \\
0{,}9700 & 0{,}9725 & 0{,}9750 & 0{,}9775 & 0{,}9800 & 0{,}9825 & 0{,}9850 & 0{,}9875 & 0{,}9900 & 0{,}9925 & 0{,}9938 & 0{,}9938 \\
0{,}9820 & 0{,}9835 & 0{,}9850 & 0{,}9865 & 0{,}9880 & 0{,}9895 & 0{,}9910 & 0{,}9925 & 0{,}9940 & 0{,}9955 & 0{,}9962 & 0{,}9962 \\
0{,}9880 & 0{,}9890 & 0{,}9900 & 0{,}9910 & 0{,}9920 & 0{,}9930 & 0{,}9940 & 0{,}9950 & 0{,}9960 & 0{,}9970 & 0{,}9975 & 0{,}9975 \\
0{,}9880 & 0{,}9890 & 0{,}9900 & 0{,}9910 & 0{,}9920 & 0{,}9930 & 0{,}9940 & 0{,}9950 & 0{,}9960 & 0{,}9970 & 0{,}9975 & 0{,}9975
\end{bmatrix}$$

c. Menggunakan komposisi max-jumlah Einstein

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$dengan menggunakan komposisi max-jumlah Einstein memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix}
0{,}9185 & 0{,}9259 & 0{,}9331 & 0{,}9402 & 0{,}9473 & 0{,}9542 & 0{,}9610 & 0{,}9677 & 0{,}9744 & 0{,}9809 & 0{,}9842 & 0{,}9842 \\
0{,}9290 & 0{,}9355 & 0{,}9418 & 0{,}9480 & 0{,}9541 & 0{,}9602 & 0{,}9661 & 0{,}9720 & 0{,}9778 & 0{,}9834 & 0{,}9863 & 0{,}9863 \\
0{,}9484 & 0{,}9532 & 0{,}9578 & 0{,}9623 & 0{,}9668 & 0{,}9712 & 0{,}9755 & 0{,}9798 & 0{,}9840 & 0{,}9881 & 0{,}9901 & 0{,}9901 \\
0{,}9574 & 0{,}9614 & 0{,}9652 & 0{,}9690 & 0{,}9727 & 0{,}9763 & 0{,}9799 & 0{,}9834 & 0{,}9868 & 0{,}9902 & 0{,}9919 & 0{,}9919 \\
0{,}9618 & 0{,}9653 & 0{,}9688 & 0{,}9721 & 0{,}9755 & 0{,}9787 & 0{,}9819 & 0{,}9851 & 0{,}9882 & 0{,}9912 & 0{,}9927 & 0{,}9927 \\
0{,}9660 & 0{,}9691 & 0{,}9722 & 0{,}9752 & 0{,}9782 & 0{,}9811 & 0{,}9839 & 0{,}9867 & 0{,}9895 & 0{,}9922 & 0{,}9935 & 0{,}9935 \\
0{,}9701 & 0{,}9729 & 0{,}9756 & 0{,}9783 & 0{,}9809 & 0{,}9834 & 0{,}9859 & 0{,}9884 & 0{,}9908 & 0{,}9932 & 0{,}9943 & 0{,}9943 \\
0{,}9742 & 0{,}9766 & 0{,}9789 & 0{,}9812 & 0{,}9835 & 0{,}9857 & 0{,}9878 & 0{,}9900 & 0{,}9920 & 0{,}9941 & 0{,}9951 & 0{,}9951 \\
0{,}9820 & 0{,}9837 & 0{,}9853 & 0{,}9869 & 0{,}9885 & 0{,}9900 & 0{,}9915 & 0{,}9930 & 0{,}9945 & 0{,}9959 & 0{,}9966 & 0{,}9966 \\
0{,}9894 & 0{,}9904 & 0{,}9914 & 0{,}9923 & 0{,}9932 & 0{,}9942 & 0{,}9950 & 0{,}9959 & 0{,}9968 & 0{,}9976 & 0{,}9980 & 0{,}9980 \\
0{,}9930 & 0{,}9937 & 0{,}9943 & 0{,}9949 & 0{,}9956 & 0{,}9961 & 0{,}9967 & 0{,}9973 & 0{,}9979 & 0{,}9984 & 0{,}9987 & 0{,}9987 \\
0{,}9930 & 0{,}9937 & 0{,}9943 & 0{,}9949 & 0{,}9956 & 0{,}9961 & 0{,}9967 & 0{,}9973 & 0{,}9979 & 0{,}9984 & 0{,}9987 & 0{,}9987
\end{bmatrix}$$

d. Menggunakan komposisi max-jumlah drastis

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah drastis memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

e. Menggunakan komposisi max-jumlah batas

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah batas memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

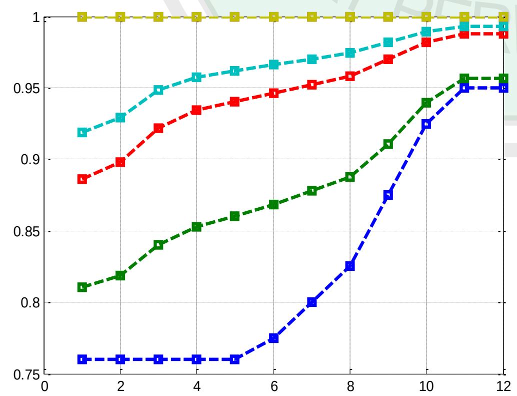
f. Menggunakan komposisi max-jumlah Hamacher

Perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan komposisi max-jumlah Hamacher memenuhi sifat $\left(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\right)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ dengan hasil sebagai berikut:

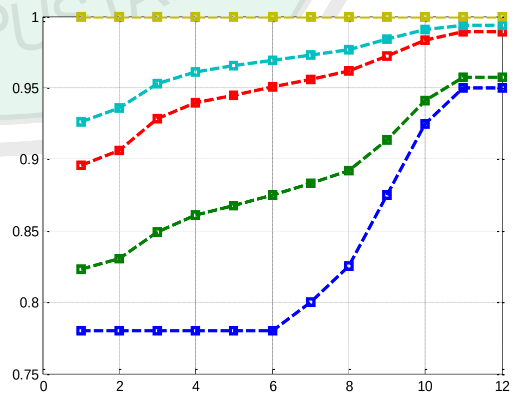
$(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0{,}8103 & 0{,}8230 & 0{,}8362 & 0{,}8499 & 0{,}8640 & 0{,}8788 & 0{,}8941 & 0{,}9100 & 0{,}9265 & 0{,}9437 & 0{,}9526 & 0{,}9526 \\ 0{,}8188 & 0{,}8305 & 0{,}8426 & 0{,}8553 & 0{,}8685 & 0{,}8823 & 0{,}8968 & 0{,}9119 & 0{,}9278 & 0{,}9445 & 0{,}9532 & 0{,}9532 \\ 0{,}8398 & 0{,}8490 & 0{,}8587 & 0{,}8690 & 0{,}8799 & 0{,}8915 & 0{,}9039 & 0{,}9172 & 0{,}9314 & 0{,}9466 & 0{,}9547 & 0{,}9547 \\ 0{,}8530 & 0{,}8608 & 0{,}8690 & 0{,}8779 & 0{,}8875 & 0{,}8977 & 0{,}9088 & 0{,}9209 & 0{,}9339 & 0{,}9482 & 0{,}9558 & 0{,}9558 \\ 0{,}8605 & 0{,}8675 & 0{,}8750 & 0{,}8831 & 0{,}8919 & 0{,}9014 & 0{,}9118 & 0{,}9231 & 0{,}9355 & 0{,}9492 & 0{,}9565 & 0{,}9565 \\ 0{,}8686 & 0{,}8748 & 0{,}8816 & 0{,}8889 & 0{,}8968 & 0{,}9055 & 0{,}9151 & 0{,}9256 & 0{,}9373 & 0{,}9503 & 0{,}9573 & 0{,}9573 \\ 0{,}8776 & 0{,}8830 & 0{,}8889 & 0{,}8953 & 0{,}9024 & 0{,}9103 & 0{,}9189 & 0{,}9286 & 0{,}9394 & 0{,}9516 & 0{,}9583 & 0{,}9583 \\ 0{,}8874 & 0{,}8920 & 0{,}8971 & 0{,}9026 & 0{,}9088 & 0{,}9157 & 0{,}9234 & 0{,}9320 & 0{,}9419 & 0{,}9532 & 0{,}9595 & 0{,}9595 \\ 0{,}9104 & 0{,}9134 & 0{,}9167 & 0{,}9204 & 0{,}9245 & 0{,}9293 & 0{,}9348 & 0{,}9412 & 0{,}9487 & 0{,}9577 & 0{,}9630 & 0{,}9630 \\ 0{,}9394 & 0{,}9408 & 0{,}9423 & 0{,}9441 & 0{,}9462 & 0{,}9487 & 0{,}9516 & 0{,}9552 & 0{,}9597 & 0{,}9655 & 0{,}9691 & 0{,}9691 \\ 0{,}9568 & 0{,}9575 & 0{,}9583 & 0{,}9593 & 0{,}9604 & 0{,}9617 & 0{,}9634 & 0{,}9655 & 0{,}9683 & 0{,}9720 & 0{,}9744 & 0{,}9744 \\ 0{,}9568 & 0{,}9575 & 0{,}9583 & 0{,}9593 & 0{,}9604 & 0{,}9617 & 0{,}9634 & 0{,}9655 & 0{,}9683 & 0{,}9720 & 0{,}9744 & 0{,}9744 \end{bmatrix}$$

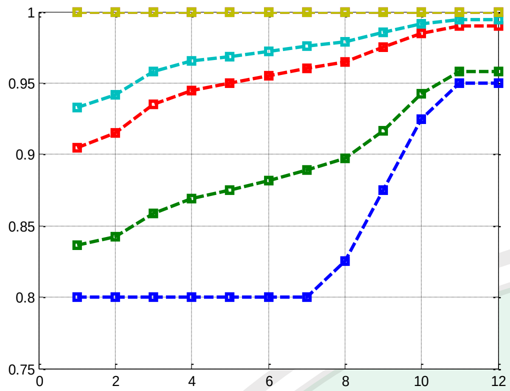
Dari hasil perhitungan di atas diperoleh hasil bahwa komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$ dan $\tilde{R}_2$ dengan menggunakan enam norma-s memenuhi sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$. Namun, setiap norma-$s$ menghasilkan relasi kabur dengan nilai derajat keanggotaan yang berbeda. Komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah drastis dan komposisi max-jumlah batas mempunyai nilai derajat keanggotaan paling besar. Sedangkan komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-max mempunyai nilai derajat keanggotaan paling kecil. Hasil perhitungan komposisi relasi kabur yang memenuhi sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ di atas digambarkan ke dalam grafik yang dapat dilihat pada Gambar 3.37 sampai Gambar 3.48.



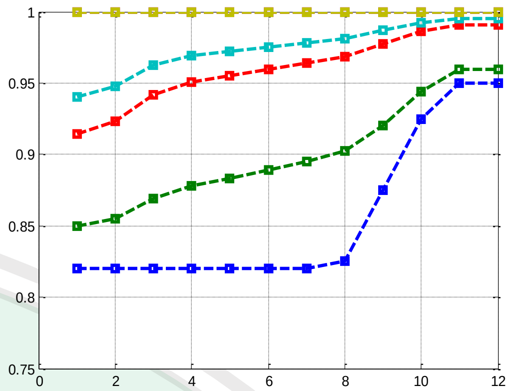
Gambar 3.37 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-s yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-1



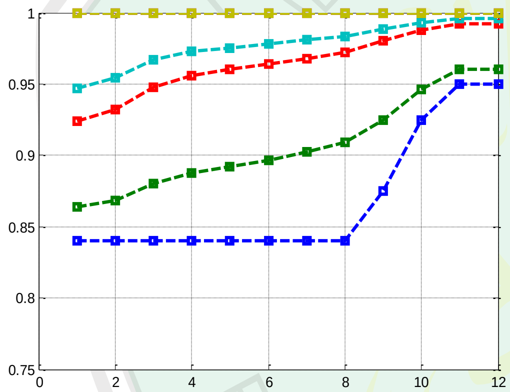
Gambar 3.38 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-s yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-2



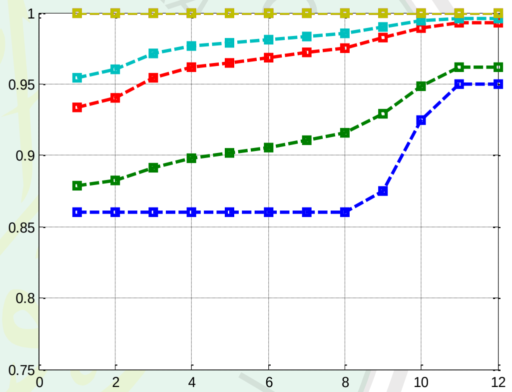
Gambar 3.39 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-3



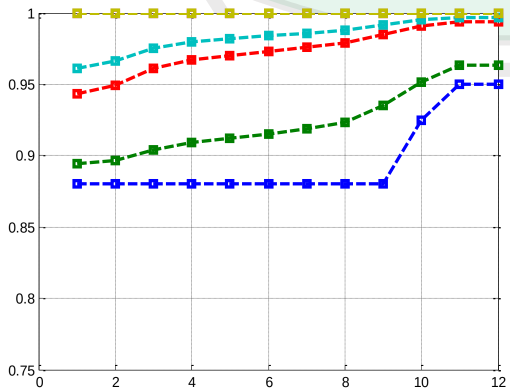
Gambar 3.40 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-4



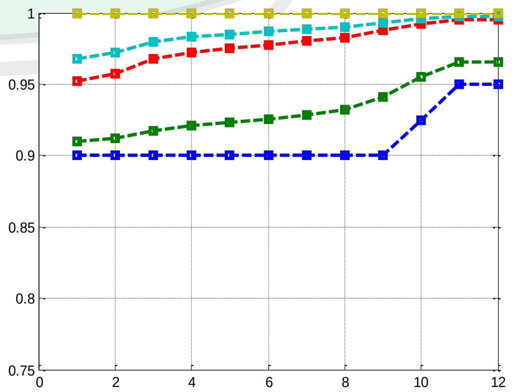
Gambar 3.41 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-5



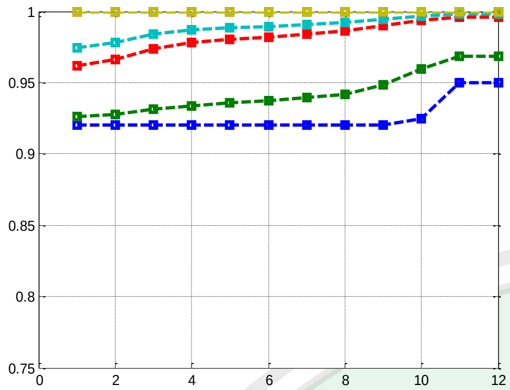
Gambar 3.42 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-6



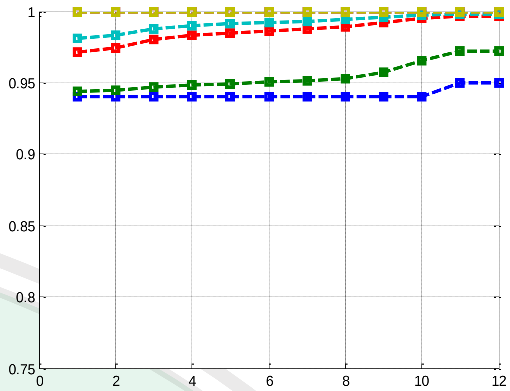
Gambar 3.43 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-7



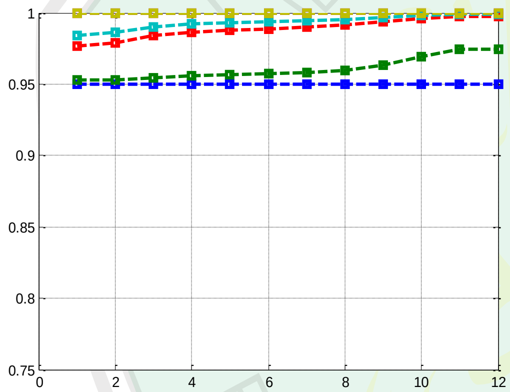
Gambar 3.44 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-8



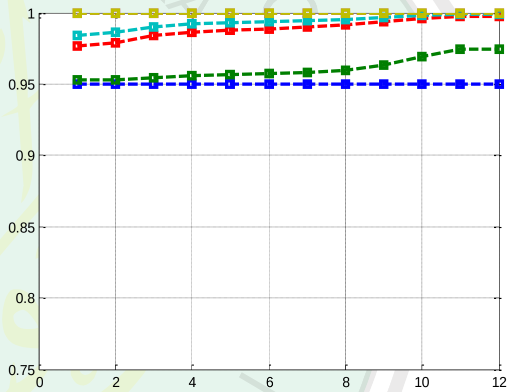
Gambar 3.45 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-9



Gambar 3.46 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-10



Gambar 3.47 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-11



Gambar 3.48 Grafik Komposisi Relasi Kabur Norma-*s* yang Memenuhi Sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ pada Matriks Kolom ke-12

Garis paling atas berwarna kuning menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah drastis dan komposisi max-jumlah batas. Garis berwarna biru muda menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah Einstein. Garis berwarna merah menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah aljabar. Garis berwarna hijau tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-jumlah Hamacher. Terakhir, garis paling bawah berwarna biru tua menunjukkan hasil komposisi relasi kabur dengan menggunakan komposisi max-max.

3.5 Pembuktian Hasil

Berdasarkan perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ yang bersifat assosiatif dan memenuhi sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$ diperoleh hasil bahwa urutan norma-t adalah

$$t_{pd}(x,y) \leq t_{sb}(x,y) \leq t_{pe}(x,y) \leq t_{pa}(x,y) \leq t_{ph}(x,y) \leq \min(x,y).$$

dengan $t_{pd}(x,y)$ adalah perkalian drastis, $t_{sb}(x,y)$ adalah selisih batas, $t_{pe}(x,y)$ adalah perkalian Einstein, $t_{pa}(x,y)$ adalah perkalian aljabar, $t_{ph}(x,y)$ adalah perkalian Hamacher, dan $\min(x,y)$ adalah operasi irisan kabur baku. Pembuktian hasil urutan norma-t tersebut adalah sebagai berikut:

1. Akan dibuktikan: $t_{pd}(x,y) \leq t_{sb}(x,y)$; $\forall x, y \in [0,1]$

dengan $t_{pd}(x,y) = \begin{cases} x & \text{untuk } y = 1 \\ y & \text{untuk } x = 1 \\ 0 & \text{untuk } x, y \text{ lainnya} \end{cases}$ dan $t_{sb}(x,y) = \max(0, x + y - 1)$.

Karena $t(x,y)$ memenuhi aksioma syarat batas, maka:

Untuk $x = 1$, berlaku $t_{pd}(x,y) = t_{pd}(1,y) = y$

$$t_{sb}(x,y) = t_{sb}(1,y) = y$$

sehingga diperoleh $t_{pd}(x,y) = t_{sb}(x,y) = y$.

Untuk $y = 1$, berlaku $t_{pd}(x,y) = t_{pd}(x,1) = x$

$$t_{sb}(x,y) = t_{sb}(x,1) = x$$

sehingga diperoleh $t_{pd}(x,y) = t_{sb}(x,y) = x$.

Untuk $x \neq 1$ dan $y \neq 1$, berlaku $t_{pd}(x,y) = 0$

$$t_{sb}(x, y) = \max(0, x + y - 1)$$

sehingga diperoleh $0 \leq \max(0, x + y - 1)$.

Karena $t_{sb}(x, y) = \max(0, x + y - 1) \in [0, 1]$, maka untuk $x \neq 1$ dan $y \neq 1$ berlaku $t_{pd}(x, y) \leq t_{sb}(x, y)$

Terbukti bahwa $t_{pd}(x, y) \leq t_{sb}(x, y)$.

2. Akan dibuktikan: $t_{sb}(x, y) \leq t_{pe}(x, y); \forall x, y \in [0, 1]$

dengan $t_{sb}(x, y) = \max(0, x + y - 1)$ dan $t_{pe}(x, y) = \frac{xy}{2-(x+y-xy)}$.

$t_{sb}(x, y) = \max(0, x + y - 1)$, artinya $t_{sb}(x, y)$ mempunyai dua kemungkinan nilai, yaitu 0 atau $x + y - 1$.

Untuk $t_{sb}(x, y) = 0$, berlaku $t_{sb}(x, y) \leq t_{pe}(x, y)$, karena $0 \leq t_{pe}(x, y) \in [0, 1]$.

Untuk $t_{sb}(x, y) = x + y - 1$, berlaku

$$\begin{aligned}
x + y - 1 &\leq \frac{xy}{2 - (x + y - xy)} \leq xy \\
x + y - 1 &\leq xy \\
(x + y - 1) + 1 &\leq xy + 1 \\
(x + y + (-xy)) &\leq (xy + 1) - xy \\
x + y - xy &\leq 1
\end{aligned}$$

Terbukti bahwa $t_{sb}(x, y) \leq t_{pe}(x, y)$.

3. Akan dibuktikan: $t_{pe}(x, y) \leq t_{pa}(x, y); \forall x, y \in [0, 1]$

dengan $t_{pe}(x, y) = \frac{xy}{2-(x+y-xy)}$ dan $t_{pa}(x, y) = xy$.

$$\begin{aligned}
x &\leq 1 \\
x \cdot (1 - y) &\leq 1 \cdot (1 - y) \\
x - xy &\leq 1 - y
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
(x - xy) + y &\leq (1 - y) + y \\
x + y - xy &\leq 1 \qquad (3.1) \\
-(x + y - xy) &\geq -1 \\
-(x + y - xy) + 2 &\geq -1 + 2 \\
2 - (x + y - xy) &\geq 1 \\
2 - (x + y - xy) \cdot \left(\frac{1}{2 - (x + y - xy)}\right) &\geq 1 \cdot \left(\frac{1}{2 - (x + y - xy)}\right) \\
1 &\geq \frac{1}{2 - (x + y - xy)} \\
1 \cdot (xy) &\geq \frac{1}{2 - (x + y - xy)} \cdot (xy) \\
xy &\geq \frac{xy}{2 - (x + y - xy)}
\end{aligned}
$$

Terbukti bahwa $t_{pe}(x, y) \leq t_{pa}(x, y)$.

4. Akan dibuktikan: $t_{pa}(x, y) \leq t_{ph}(x, y); \forall x, y \in [0, 1]$

dengan $t_{pa}(x, y) = xy$ dan $t_{ph}(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{jika } x = y = 0 \\ \frac{xy}{x+y-xy} & \text{jika lainnya} \end{cases}$.

Karena $t(x, y)$ memenuhi aksioma syarat batas, maka diperoleh:

Untuk $x = y = 0$, berlaku $t_{pa}(x, y) = t_{pa}(0, 0) = 0$

$$t_{ph}(x, y) = t_{ph}(0, 0) = 0$$

sehingga, $t_{pa}(x, y) = t_{ph}(x, y) = 0$.

Untuk x, y lainnya, berangkat dari pertidaksamaan 3.1,

$$
\begin{aligned}
x + y - xy &\leq 1 \\
x + y - xy \cdot \left(\frac{1}{x + y - xy}\right) &\leq 1 \cdot \left(\frac{1}{x + y - xy}\right) \\
1 &\leq \frac{1}{x + y - xy}
\end{aligned}
$$

$$1 \cdot (xy) \leq \frac{1}{x+y-xy} \cdot (xy)$$

$$xy \leq \frac{xy}{x+y-xy}$$

Terbukti bahwa $t_{pa}(x,y) \leq t_{ph}(x,y)$.

5. Akan dibuktikan: $t_{ph}(x,y) \leq \min(x,y); \forall x,y \in [0,1]$

dengan $t_{ph}(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{jika } x = y = 0 \\ \frac{xy}{x+y-xy} & \text{jika lainnya} \end{cases}.$

Karena $t(x,y)$ memenuhi aksioma syarat batas, maka:

Untuk $x = y = 0$, berlaku $t_{ph}(x,y) = t_{ph}(0,0) = 0$

$\min(x,y) = \min(0,0) = 0$

sehingga diperoleh $t_{ph}(x,y) = \min(x,y) = 0$.

Karena $t(x,y)$ memenuhi aksioma syarat tak turun, maka:

Untuk x, y lainnya,

saat $y \leq 1$, berlaku $t_{ph}(x,y) \leq t_{ph}(x,1) = x$,

saat $x \leq 1$, berlaku $t_{ph}(x,y) \leq t_{ph}(1,y) = y$.

Karena $t_{ph}(x,y) \leq x$ dan $t_{ph}(x,y) \leq y$ maka $t_{ph}(x,y) \leq \min(x,y)$.

Terbukti bahwa $t_{ph}(x,y) \leq \min(x,y)$.

Dari perhitungan komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$, $\tilde{R}_2$, dan $\tilde{R}_3$ yang bersifat assosiatif dan memenuhi sifat $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$, diperoleh hasil bahwa urutan norma-s adalah

$$\max(x,y) \leq s_{jh}(x,y) \leq s_{ja}(x,y) \leq s_{je}(x,y) \leq s_{jb}(x,y) \leq s_{jd}(x,y)$$

dengan $\max(x, y)$ adalah operasi gabungan kabur baku, $s_{jh}(x, y)$ adalah jumlah Hamacher, $s_{ja}(x, y)$ adalah jumlah aljabar, $s_{je}(x, y)$ adalah jumlah Einstein, $s_{jb}(x, y)$ adalah jumlah batas, dan $s_{jd}(x, y)$ adalah jumlah drastis.

Adapun pembuktian hasil urutan norma-s tersebut adalah sebagai berikut:

1. Akan dibuktikan: $\max(x, y) \leq s_{jh}(x, y); \forall x, y \in [0, 1]$

dengan $s_{jh}(x, y) = \frac{x+y-2xy}{1-xy}$.

Karena $s(x, y)$ memenuhi aksioma syarat batas dan syarat tak turun, maka

saat $0 \leq x$, berlaku $s_{jh}(0, y) \leq s_{jh}(x, y) \rightarrow y \leq s_{jh}(x, y)$,

saat $0 \leq y$, berlaku $s_{jh}(x, 0) \leq s_{jh}(x, 0) \rightarrow x \leq s_{jh}(x, y)$.

Karena $y \leq s_{jh}(x, y)$ dan $x \leq s_{jh}(x, y)$ maka $\max(x, y) \leq s_{jh}(x, y)$.

Terbukti bahwa $\max(x, y) \leq s_{jh}(x, y)$.

2. Akan dibuktikan: $s_{jh}(x, y) \leq s_{ja}(x, y); \forall x, y \in [0, 1]$

dengan $s_{jh}(x, y) = \frac{x+y-2xy}{1-xy}$ dan $s_{ja}(x, y) = x + y - xy$.

Berangkat dari pertidaksamaan 3.1,

$$
\begin{aligned}
x + y - xy &\leq 1 \\
(x + y - xy) \cdot xy &\leq 1 \cdot xy \\
x^2y + xy^2 - x^2y^2 &\leq xy \\
-(x^2y + xy^2 - x^2y^2) &\geq -xy \\
x^2y^2 - x^2y - xy^2 &\geq -2xy + xy \\
(x^2y^2 - x^2y - xy^2) - xy &\geq (-2xy + xy) - xy \\
x^2y^2 - x^2y - xy^2 - xy &\geq -2xy \\
(x^2y^2 - x^2y - xy^2 - xy) + x &\geq (-2xy) + x \\
(x^2y^2 - x^2y - xy^2 - xy + x) + y &\geq (-2xy + x) + y
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x^2y^2 - x^2y - xy^2 - xy + x + y &\geq x + y - 2xy \\
(x + y - xy)(1 - xy) &\geq x + y - 2xy \\
(x + y - xy)(1 - xy)\left(\frac{1}{1 - xy}\right) &\geq (x + y - 2xy)\left(\frac{1}{1 - xy}\right) \\
x + y - xy &\geq \frac{x + y - 2xy}{1 - xy}
\end{aligned}
$$

Terbukti bahwa $s_{jh}(x, y) \leq s_{ja}(x, y)$.

3. Akan dibuktikan: $s_{ja}(x, y) \leq s_{je}(x, y); \forall x, y \in [0, 1]$

dengan $s_{ja}(x, y) = x + y - xy$ dan $s_{je}(x, y) = \frac{x+y}{1+xy}$.

Berangkat dari pertidaksamaan 3.1,

$$
\begin{aligned}
x + y - xy &\leq 1 \\
(x + y - xy) + xy &\leq 1 + xy \\
x + y &\leq 1 + xy \\
(x + y) \cdot xy &\leq (1 + xy) \cdot xy \\
x^2y + xy^2 &\leq xy + x^2y^2 \\
(x^2y + xy^2) + x &\leq (xy + x^2y^2) + x \\
(x^2y + xy^2 + x) + y &\leq (xy + x^2y^2 + x) + y \\
(x^2y + xy^2 + x + y) + (-xy) &\leq (xy + x^2y^2 + x + y) + (-xy) \\
(x^2y + xy^2 + x + y - xy) + (-x^2y^2) &\leq (x^2y^2 + x + y) + (-x^2y^2) \\
x^2y + xy^2 + x + y - xy - x^2y^2 &\leq x + y \\
(x + y - xy)(1 + xy) &\leq x + y \\
(x + y - xy)(1 + xy)\left(\frac{1}{1 + xy}\right) &\leq (x + y)\left(\frac{1}{1 + xy}\right) \\
x + y - xy &\leq \frac{x + y}{1 + xy}
\end{aligned}
$$

Terbukti bahwa $s_{ja}(x,y) \leq s_{je}(x,y)$.

4. Akan dibuktikan: $s_{je}(x,y) \leq s_{jb}(x,y); \forall x,y \in [0,1]$

dengan $s_{je}(x,y) = \frac{x+y}{1+xy}$ dan $s_{jb}(x,y) = \min(1, x+y)$.

$s_{jb}(x,y) = \min(1, x+y)$ artinya $s_{jb}(x,y)$ mempunyai dua kemungkinan nilai, yaitu 1 atau $x+y$.

Untuk $s_{jb}(x,y) = 1$ berlaku $s_{je}(x,y) \leq s_{jb}(x,y)$, karena $s_{je}(x,y) \leq 1$.

Untuk $s_{jb}(x,y) = x+y$,

$$\begin{aligned}
0 &\leq x \\
0 \cdot y &\leq x \cdot y \\
0 &\leq xy \\
0+1 &\leq xy+1 \\
1 &\leq xy+1 \\
1 \cdot \left(\frac{1}{xy+1}\right) &\leq (xy+1) \cdot \left(\frac{1}{xy+1}\right) \\
\frac{1}{xy+1} &\leq 1 \\
\left(\frac{1}{xy+1}\right) \cdot (x+y) &\leq 1 \cdot (x+y) \\
\frac{x+y}{xy+1} &\leq x+y
\end{aligned}$$

Terbukti bahwa $s_{je}(x,y) \leq s_{jb}(x,y)$.

5. Akan dibuktikan: $s_{jb}(x,y) \leq s_{jd}(x,y);\ \forall x,y \in [0,1]$

dengan $s_{jb}(x,y) = \min(1, x+y)$ dan $s_{jd}(x,y) = \begin{cases} x & \text{jika } y = 0 \\ y & \text{jika } x = 0 \\ 1 & \text{jika lainnya} \end{cases}$.

Karena $s(x,y)$ memenuhi aksioma syarat batas, maka diperoleh:

Untuk $x = 0$, berlaku $s_{jd}(x, y) = s_{jd}(0, y) = y$

$$s_{jb}(x, y) = s_{jb}(0, y) = y$$

sehingga $s_{jd}(x, y) = s_{jb}(x, y) = y$.

Untuk $y = 0$, berlaku $s_{jd}(x, y) = s_{jd}(x, 0) = x$

$$s_{jb}(x, y) = s_{jb}(x, 0) = x$$

sehingga $s_{jd}(x, y) = s_{jb}(x, y) = x$.

Untuk $x \neq 1$ dan $y \neq 1$, berlaku $s_{jd}(x, y) = 1$

$$s_{jb}(x, y) = \min(1, x + y)$$

sehingga $\min(1, x + y) \leq 1 \rightarrow s_{jb}(x, y) \leq s_{jd}(x, y)$.

Terbukti bahwa $s_{jb}(x, y) \leq s_{jd}(x, y)$.

3.6 Komposisi Relasi dalam Al-Quran

Susilo (2006:90) mendefinisikan komposisi relasi, yang dinotasikan dengan $R_1 \circ R_2$ adalah suatu relasi pada $X \times Z$ dengan R_1 adalah relasi pada $X \times Y$ dan R_2 adalah relasi pada $Y \times Z$. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, relasi dapat diartikan sebagai hubungan.

Allah adalah dzat yang Maha Pencipta. Bumi dan langit beserta isinya adalah ciptaan-Nya. Dalam kehendak-Nya menjadikan sesuatu, ada yang melalui proses masa atau kurun waktu, ada yang seketika, dan ada yang melalui proses tahapan hingga wujud akhirnya. Manusia adalah makhluk Allah yang diberikan akal, pikiran, serta hati. Proses penciptaan manusia terdapat dalam al-Quran surat. al-Mu'minun/23:12-14, yaitu:

وَلَقَدۡ خَلَقۡنَا ٱلۡإِنسَٰنَ مِن سُلَٰلَةٖ مِّن طِينٖ ﴿١٢﴾ ثُمَّ جَعَلۡنَٰهُ نُطۡفَةٗ فِي قَرَارٖ
مَّكِينٖ ﴿١٣﴾ ثُمَّ خَلَقۡنَا ٱلنُّطۡفَةَ عَلَقَةٗ فَخَلَقۡنَا ٱلۡعَلَقَةَ مُضۡغَةٗ فَخَلَقۡنَا
ٱلۡمُضۡغَةَ عِظَٰمٗا فَكَسَوۡنَا ٱلۡعِظَٰمَ لَحۡمٗا ثُمَّ أَنشَأۡنَٰهُ خَلۡقًا ءَاخَرَۚ فَتَبَارَكَ
ٱللَّهُ أَحۡسَنُ ٱلۡخَٰلِقِينَ ﴿١٤﴾

"Sesungguhnya Kami telah menciptakan manusia dari suatu saripati (berasal) dari tanah. Kemudian Kami jadikan saripati itu air mani (yang disimpan) dalam tempat yang kokoh (rahim). Kemudian air mani itu Kami jadikan segumpal darah, lalu segumpal darah itu Kami jadikan segumpal daging, dan segumpal daging itu Kami jadikan tulang belulang, lalu tulang belulang itu Kami bungkus dengan daging. Kemudian Kami jadikan dia makhluk yang (berbentuk) lain. Maka Maha sucilah Allah, Pencipta Yang Paling Baik" (QS. al-Mu'minun/23:12-14).

Sebelum para ahli dalam bidang kedokteran modern mengetahui proses asal-usul kejadian penciptaan manusia dalam rahim ibunya, Allah telah terlebih dahulu menjelaskan perihal kejadian tersebut dalam al-Quran. Berdasarkan ayat di atas, Shihab (2005:105-106) menjelaskan bahwa proses penciptaan manusia dalam rahim ibunya terbagi dalam beberapa fase. Fase awal kehidupan manusia berupa tanah. Sperma dan ovum yang menjadi cikal bakal manusia bersumber dari saripati makanan yang berasal dari tanah, yang disebut oleh al-Quran dengan istilah *nutfah*. Keduanya menyatu dan menetap dalam rahim yang kemudian membentuk embrio (*'alaqah*). Proses selanjutnya adalah embrio berubah menjadi segumpal daging (*mudghah*) dan mengeras hingga berubah menjadi tulang belulang (*'idzaam*). Proses penciptaan selanjutnya adalah menjadi daging (*lahmah*). Pada proses peniupan ruh, embrio sudah berubah menjadi bayi dan mulai bergerak. Setelah sempurna kejadiannya, lahirlah bayi tersebut ke dunia.

Dari sekian banyaknya makhluk ciptaan Allah, manusia adalah ciptaan-Nya yang paling sempurna. Manusia mempunyai akal pikiran, akhlak, pengetahuan, bahkan lebih mulia dibanding makhluk ciptaan Allah yang lain. Allah berfirman dalam al-Quran surat al-Isra'/17:70, yaitu:

وَلَقَدۡ كَرَّمۡنَا بَنِيٓ ءَادَمَ وَحَمَلۡنَٰهُمۡ فِي ٱلۡبَرِّ وَٱلۡبَحۡرِ وَرَزَقۡنَٰهُم مِّنَ ٱلطَّيِّبَٰتِ وَفَضَّلۡنَٰهُمۡ عَلَىٰ كَثِيرٖ مِّمَّنۡ خَلَقۡنَا تَفۡضِيلٗا ٧٠

"Dan sesungguhnya telah Kami muliakan anak-anak Adam, Kami angkat mereka di daratan dan di lautan, Kami beri mereka rizki dari yang baik-baik, dan Kami lebihkan mereka dengan kelebihan yang sempurna atas kebanyakan makhluk yang telah Kami ciptakan" (QS. al-Isra'/17:70).

Tujuan Allah menciptakan manusia sebagai makhluk yang sempurna adalah sebagai khalifah di muka bumi. Khalifah adalah seseorang yang mendapat kepercayaan untuk menjalankan kehendak Allah dan menerapkan ketetapan-ketetapan-Nya di muka bumi. Untuk menjalankan fungsi kekhalifahan itu, Allah mengajarkan kepada manusia ilmu pengetahuan. Dengan ilmu pengetahuan manusia mempunyai kemampuan mengatur, menundukkan, dan memanfaatkan benda-benda ciptaan Allah di muka bumi sesuai dengan maksud diciptakannya. Ketetapan tersebut dijelaskan dalam al-Quran surat al-Baqarah/2:30, yaitu:

وَإِذۡ قَالَ رَبُّكَ لِلۡمَلَٰٓئِكَةِ إِنِّي جَاعِلٞ فِي ٱلۡأَرۡضِ خَلِيفَةٗۖ قَالُوٓاْ أَتَجۡعَلُ فِيهَا مَن يُفۡسِدُ فِيهَا وَيَسۡفِكُ ٱلدِّمَآءَ وَنَحۡنُ نُسَبِّحُ بِحَمۡدِكَ وَنُقَدِّسُ لَكَۖ قَالَ إِنِّيٓ أَعۡلَمُ مَا لَا تَعۡلَمُونَ ٣٠

"Ingatlah ketika Tuhanmu berfirman kepada para malaikat, 'Sesungguhnya Aku hendak menjadikan seorang khalifah di muka bumi. Mereka berkata, 'Mengapa Engkau hendak menjadikan (khalifah) di bumi itu orang yang akan membuat kerusakan padanya dan menumpahkan darah, padahal kami senantiasa bertasbih

dengan memuji Engkau dan mensucikan Engkau?' Tuhan berfirman: 'Sesungguhnya Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui'" (QS. al-Baqarah/2:30).

Dalam ayat di atas, Allah menjelaskan ketetapan-Nya untuk menciptakan manusia dan menjadikannya sebagai khalifah di muka bumi. Ketika hal itu disampaikan kepada para malaikat, malaikat mempertanyakan kebijakan Allah karena mereka mengira bahwa manusia yang diciptakan Allah sebagai khalifah itu akan membuat kerusakan di muka bumi dan menumpahkan darah. Allah menjawab pertanyaan malaikat itu dengan firman-Nya, *"Aku mengetahui apa yang tidak kamu ketahui"*. Artinya, di balik ketetapan Allah menciptakan manusia sebagai khalifah itu ada hikmah yang tersembunyi. Allah mengetahui hikmah itu sedangkan para malaikat tidak mengetahuinya. Kemudian Allah mengungkapkan rahasia kemampuan manusia kepada para malaikat. Allah menyuruh Adam, manusia pertama, untuk menyebutkan nama-nama beberapa benda yang ada di sekitarnya. Dengan kemampuan dan pengetahuan yang dikaruniakan Allah kepada manusia, malaikat pun tunduk pada kehendak Allah (Shihab, 2002:139-140).

Tugas utama manusia sebagai khalifah di bumi ini adalah beribadah kepada-Nya. Allah memberikan segala fasilitas tentunya bukan hanya untuk dipergunakan begitu saja, melainkan untuk dijaga, dirawat, dilestarikan, dan dimanfaatkan keberadaannya. Tidak ada yang dapat manusia lakukan tanpa adanya campur tangan dari Allah. Oleh karenanya beribadah adalah satu wujud bakti sebagai hamba-Nya dan merupakan kunci kemuliaan manusia. Selain itu, tujuan lain Allah menciptakan manusia adalah untuk beribadah kepada-Nya, seperti yang terdapat dalam al-Quran surat adz-Dzariyat/51:56, yaitu:

وَمَا خَلَقۡتُ ٱلۡجِنَّ وَٱلۡإِنسَ إِلَّا لِيَعۡبُدُونِ ٥٦

"Dan Aku (Allah) tidak menciptakan jin dan manusia melainkan agar mereka beribadah kepada-Ku" (QS. *adz-Dzariyat/51:56*).

Beribadah berarti menyadari dan mengaku bahwa manusia merupakan hamba Allah yang harus tunduk mengikuti kehendaknya, baik secara sukarela maupun terpaksa. Jadi selain fungsi manusia sebagai khalifah di muka bumi (fungsi horizontal), manusia juga mempunyai fungsi sebagai hamba-Nya yaitu menyembah penciptanya (fungsi vertikal).

Gambaran mengenai konsep ketetapan Allah menjadikan manusia sebagai khalifah di bumi dapat direpresentasikan sebagai komposisi relasi. Komposisi relasi yang dinotasikan dengan $R_1 \circ R_2$ digambarkan oleh Allah sebagai pengatur segala sesuatu yang terkandung di bumi. R_1 digambarkan oleh Allah sebagai pencipta manusia dengan kesempurnaan penciptaannya dan memilihnya sebagai khalifah di bumi. R_2 digambarkan oleh tugas manusia sebagai khalifah, yaitu penguasa atau pengganti Allah yang mengatur segala sesuatu yang terkandung di bumi, agar dapat dimanfaatkan untuk kepentingan umat manusia. Namun demikian, tugas khalifah tidak hanya bertumpu pada hal yang bersifat intelektual, tetapi juga moral. Kekuasaan manusia di muka bumi tidak mutlak, karena dibatasi oleh hukum-hukum Allah yang akan dipertanggungjawabkan kelak di hadapan-Nya.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada skripsi ini, diperoleh kesimpulan yaitu:

1. Nilai rampatan norma-t (operasi irisan kabur) pada komposisi relasi kabur dari relasi nilai ulangan siswa diperoleh hasil yaitu

   $$t_{pd}(x,y) \leq t_{sb}(x,y) \leq t_{pe}(x,y) \leq t_{pa}(x,y) \leq t_{ph}(x,y) \leq \min(x,y)$$

   dengan $t_{pd}(x,y)$ adalah perkalian drastis, $t_{sb}(x,y)$ adalah selisih batas, $t_{pe}(x,y)$ adalah perkalian Einstein, $t_{pa}(x,y)$ adalah perkalian aljabar, $t_{ph}(x,y)$ adalah perkalian Hamacher, dan $\min(x,y)$ adalah operasi irisan kabur baku.

2. Nilai rampatan norma-$\boldsymbol{s}$ (operasi gabungan kabur) pada komposisi relasi kabur dari relasi nilai ulangan siswa diperoleh hasil yaitu

   $$\max(x,y) \leq s_{jh}(x,y) \leq s_{ja}(x,y) \leq s_{je}(x,y) \leq s_{jb}(x,y) \leq s_{jd}(x,y)$$

   dengan $\max(x,y)$ adalah operasi gabungan kabur baku, $s_{jh}(x,y)$ adalah jumlah Hamacher, $s_{ja}(x,y)$ adalah jumlah aljabar, $s_{je}(x,y)$ adalah jumlah Einstein, $s_{jb}(x,y)$ adalah jumlah batas, dan $s_{jd}(x,y)$ adalah jumlah drastis.

4.2 Saran

Hasil dari penelitian ini adalah diperolehnya nilai rampatan norma-t dan norma-s pada komposisi relasi kabur dari relasi nilai ulangan siswa, sehingga peneliti menyarankan untuk melakukan penelitian selanjutnya mengenai nilai rampatan operasi lain pada himpunan kabur.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Qaththan, S.M. 2006. *Pengantar Studi Ilmu Al-Qur'an*. Jakarta: Pustaka Al-Kautsar.

Asy-Syuyuthi, J. dan Al-Mahalliy, J.M.I.A. 2010. *Tafsir Jalalain*. Tasikmalaya: Pesantren Persatuan Islam 91.

Departemen Agama RI. 2002. *Al-Qur'an dan Terjemahnya*. Jakarta: CV Darus Sunnah.

Klir, G.J. dan Yuan, B. 1995. *Fuzzy Set and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. New Jersey: Prentice Hall International, INC.

Kusumadewi, S. 2002. *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Tool Box Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Nikravesh, M., Zadeh, L.A. dan Kacprzyk, J. 2005. *Soft Computing for Information Processing and Analysis.* Berlin: Springer.

Pusat Bahasa Depdiknas. 2002. *Kamus Besar Bahasa Indonesia (Edisi Ketiga)*. Jakarta: Balai Pustaka.

Shihab, M.Q. 2002. *Tafsir Al-Misbah*. Jakarta: Lentera Hati.

Shihab, U. 2005. *Kontekstualitas Al-Qur'an: Kajian Tematik atas Ayat-ayat Hukum dalam Al-Qur'an*. Jakarta: Penamadani.

Sivanandam, S.N., Sumathi, S. dan Deepa, S.N. 2007. *Introduction to Fuzzy Logic Using Matlab*. New York: Springer.

Sudrajat. 2008. *Jurnal: Dasar-dasar Fuzzy Logic*. Bandung.

Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Susilo, F. 2012. *Landasan Matematika.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Wati, D.A.R. 2011. *Sistem Kendali Cerdas.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Lampiran 1: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Min

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R)
[a,b]=size(S)
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:)
            d=S(:,j)
            f=d'
            %find the minimum of two vectors
            e=min(c,f)
            %find the maximum of two vectors
            h(i,j)=max(e);
        end
    end
    %print the result
    display('the fuzzy relation between two vectors is');
    display(h)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 2: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Perkalian Aljabar

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            [f,g]=size(c);
            [h,q]=size(d);
            %finding product
            for l=1:g
                e(1,l)=c(1,l)*d(l,1);
            end
            %find maximum
            t(i,j)=max(e);
        end
    end
    display(t)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 3: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Perkalian Einstein

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            [f,g]=size(c);
            [h,q]=size(d);
            %finding product
            for l=1:g
                e(1,l)=(c(1,l)*d(l,1))/(2-((c(1,l)+d(l,1))-
(c(1,l)*d(l,1))))
            end
            %find maximum
            t(i,j)=max(e);
        end
    end
    display(t)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 4: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Perkalian Drastis

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            f=d';
            %find the minimum of two vectors
            if(max(c,f)==1)
                e=min(c,f);
            else
                e=0
            %find the maximum of two vectors
            h(i,j)=max(e);
        end
    end
    %print the result
    display('the fuzzy relation between two vectors is');
    display(h)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 5: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Selisih Batas

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R)
[a,b]=size(S)
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:)
            d=S(:,j)
            f=d'
            %find the maximum
            e=max(0,c+f-1)
            %find the maximum of two vectors
            h(i,j)=max(e);
        end
    end
    %print the result
    display('the fuzzy relation between two vectors is');
    display(h)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 6: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Perkalian Hamacher

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            [f,g]=size(c);
            [h,q]=size(d);
            %finding product
            for l=1:g
                e(1,l)=(c(1,l)*d(l,1))/((c(1,l)+d(l,1))-
(c(1,l)*d(l,1)));
            end
            %find maximum
            t(i,j)=max(e);
        end
    end
    display(t)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 7: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Max

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            f=d';
            %find the maximum of two vectors
            e=max(c,f);
            %find the maximum of two vectors
            h(i,j)=max(e);
        end
    end
    %print the result
    display('the fuzzy relation between two vectors is');
    display(h)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 8: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Jumlah Aljabar

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            [f,g]=size(c);
            [h,q]=size(d);
            %finding product
            for l=1:g
                e(1,l)=(c(1,l)+d(l,1))-(c(1,l)*d(l,1));
            end
            %find maximum
            t(i,j)=max(e);
        end
    end
    display(t)
else
    display('cannot be find min-max');
end
```

Lampiran 9: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Jumlah Einstein

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            [f,g]=size(c);
            [h,q]=size(d);
            %finding product
            for l=1:g;
                e(1,l)=(c(1,l)+d(l,1))/(1+(c(1,l)*d(l,1)));
            end
            %find maximum
            t(i,j)=max(e);
        end
    end
    display(t)
else
    display('cannot be find min-max');
end
```

Lampiran 10: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Jumlah Drastis

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            f=d';
            %find the minimum of two vectors
            if(min(c,f)==0)
                e=max(c,f);
            else
                e=1
            %find the maximum of two vectors
            h(i,j)=max(e);
        end
    end
    %print the result
    display('the fuzzy relation between two vectors is');
    display(h)
end
```

Lampiran 11: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Jumlah Batas

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R)
[a,b]=size(S)
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            f=d';
            %find the maximum
            e=min(1,c+f);
            %find the maximum of two vectors
            h(i,j)=max(e);
        end
    end
    %print the result
    display('the fuzzy relation between two vectors is');
    display(h)
else
    display('the fuzzy relation cannot be found');
end
```

Lampiran 12: Program Matlab R2010a untuk Mengetahui Komposisi Relasi Kabur dengan Menggunakan Komposisi Max-Jumlah Hamacher

```
%enter the two input vectors
R=input('enter v1')
S=input('enter v2')
%find the size of two vector
[m,n]=size(R);
[a,b]=size(S);
if(n==a)
    for i=1:m
        for j=1:b
            c=R(i,:);
            d=S(:,j);
            [f,g]=size(c);
            [h,q]=size(d);
            %finding product
            for l=1:g
                e(1,l)=((c(1,l)+d(l,1))-(2*(c(1,l)*d(l,1))))/(1-
(c(1,l)*d(l,1)));
            end
            %find maximum
            t(i,j)=max(e);
        end
    end
    display(t)
else
    display('cannot be find min-max');
end
```

RIWAYAT HIDUP

May Lion Putri Lestari Dewi, lahir di Kabupaten Kediri pada tanggal 23 Mei 1993, biasa dipanggil May, tinggal di Jalan Sunan Kalijaga Dalam 5B Malang. Putri pertama dari dua bersaudara dari Bapak Muhadi dan Ibu Siti Aminah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di kampung halamannya di SDN Kayenlor dan lulus pada tahun 2005. Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTsN Pare I dan lulus pada tahun 2008. Kemudian menempuh pendidikan menengah atas di MAN 3 Kediri dan lulus pada tahun 2011. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SNMPTN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341) 558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : May Lion Putri Lestari Dewi
NIM : 11610043
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skipsi : Norma-t dan Norma-s pada Komposisi Relasi Kabur dari Relasi Nilai Ulangan Siswa
Pembimbing I : Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D
Pembimbing II : H. Wahyu H. Irawan, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	05 Maret 2015	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	17 Maret 2015	Revisi Bab I dan Bab II	2.
3.	24 Maret 2015	Konsultasi Agama Bab I dan Bab II	3.
4.	11 Mei 2015	Konsultasi Bab III	4.
5.	11 Mei 2015	Revisi Agama Bab I dan Bab II	5.
6.	25 Agustus 2015	Revisi Bab III	6.
7.	10 September 2015	Konsultasi Agama Bab III	7.
8.	09 Oktober 2015	Revisi Agama Bab III	8.
9.	23 Oktober 2015	ACC Bab III	9.
10.	27 November 2015	Konsultasi Bab IV	10
11.	09 November 2015	ACC Bab IV	11.
12.	07 Desember 2015	ACC Keseluruhan Kajian Agama	12.
13.	07 Desember 2015	ACC Keseluruhan	13.

Malang, 07 Januari 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001