RELASI EKUIVALEN KABUR DAN SIFAT KOMPOSISINYA

SKRIPSI

OLEH
NOOR MILLAH SELVIYA
NIM. 11610040

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

RELASI EKUIVALEN KABUR DAN SIFAT KOMPOSISINYA

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Noor Millah Selviya
NIM. 11610040

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

RELASI EKUIVALEN KABUR DAN SIFAT KOMPOSISINYA

SKRIPSI

Oleh
Noor Millah Selviya
NIM. 11610040

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 07 Desember 2015

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19571005 198203 1 006	NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Noor Millah Selviya
NIM : 11610040
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Relasi Ekuivalen Kabur dan Sifat Komposisinya
Pembimbing I : Dr. H. Turmudi M.Si., Ph.D
Pembimbing II : H. Wahyu Hengki Irawan, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	06 Mei 2015	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	12 Mei 2015	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	2.
3.	07 September 2015	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II	3.
4.	07 September 2015	Revisi Bab I, Bab II, dan Konsultasi Bab III	4.
5.	10 September 2015	ACC Bab I, Bab II	5.
6.	09 September 2015	ACC Kajian Agama Bab I dan Bab II	6.
7.	30 September 2015	Konsultasi Bab III	7.
8.	16 November 2015	Revisi Bab III	8.
9.	25 November 2015	ACC Bab III	9.
10.	01 Desember 2015	Konsultasi Bab IV	10.
11.	07 Desember 2015	Konsultasi Agama Bab IV	11.
12.	07 Desember 2015	Revisi Bab IV	12.
13.	07 Desember 2015	Konsultasi Agama Bab IV	13.
14.	07 Desember 2015	ACC Agama Bab IV	14.
15.	08 Desember 2015	ACC Keseluruhan	17.

Malang, 07 Desember 2015
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

RELASI EKUIVALEN KABUR DAN SIFAT KOMPOSISINYA

SKRIPSI

Oleh
Noor Millah Selviya
NIM. 11610040

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 27 Januari 2016

Penguji Utama	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Ketua Penguji	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Anggota Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Noor Millah Selviya
NIM	: 11610040
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Relasi Ekuivalen Kabur dan Sifat Komposisinya

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Desember 2015
Yang membuat pernyataan,

Noor Millah Selviya
NIM. 11610040

MOTO

فَبِأَيِّ ءَالَآءِ رَبِّكُمَا تُكَذِّبَانِ

”Maka nikmat Tuhan kamu yang manakah yang kamu dustakan”
(Qs. Ar-Rahman/55:13)

“Harga kebaikan manusia adalah diukur menurut apa yang telah dilaksanakan atau diperbuatnya” (Ali Bin Abi Thalib)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Bapak Sujono dan Ibu Siti Maimanah tercinta yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberi nasihat, semangat, dan kasih sayang yang tak ternilai dan suami tercinta Asrul Rifa’i yang selalu memberikan teladan dan semangat yang berarti bagi penulis serta adik tersayang M. Sirojul Munir yang selalu menjadi kebanggan penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi bagi Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada Nabi Muhammad Saw. yang telah menuntun umatnya dari zaman yang gelap ke zaman yang terang-benderang.

Penyusunan skripsi ini tidak mungkin dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan arahan, nasihat, motivasi dalam melakukan penulisan, serta pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang senantiasa memberikan arahan, nasihat, motivasi dalam melakukan penulisan, serta pengalaman yang berharga kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan ibu yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2011, terima kasih atas kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai cita-cita.
9. Semua pihak yang secara langsung maupun tidak langsung telah ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis hanya dapat berharap, skripsi ini dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis maupun pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Desember 2015

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR viii

DAFTAR ISI x

DAFTAR GAMBAR xii

DAFTAR TABEL xiii

ABSTRAK xiv

ABSTRACT xv

ملخص xvi

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 4
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 4
1.5 Batasan Masalah 5
1.6 Metode Penelitian 5
1.7 Sistematika Penulisan 6

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Tegas 8
2.2 Operasi Himpunan 9
2.3 Relasi Himpunan 12
2.4 Relasi Biner 14
2.4.1 Invers Relasi Biner 15
2.5 Relasi-Relasi Khusus 16
2.6 Himpunan Kabur 18
2.7.1 Fungsi Keanggotaan 21
2.7 Operasi Himpunan Kabur 21
2.8 Komposisi Relasi Kabur 23
2.9 Relasi Kabur 24
2.10 Kajian Teori dalam Al-Quran 26

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Analisis Relasi Ekuivalen Data A 30
3.2 Analisis Relasi Ekuivalen Data B 34
3.3 Analisis Relasi Ekuivalen Data C 38
3.4 Analisis Relasi Ekuivalen Data D 42
3.5 Analisis Relasi Ekuivalen Data E 43
3.6 Analisis Relasi Ekuivalen Data F 44
3.7 Pengkomposisia Relasi Ekuivalen 45
3.7.1 Operator Sup Min 45
3.7.2 Operator Sup Perkalian 47
3.7.3 Operator *Bounded Difference* 50
3.8 Sifat Komposisi Komutatif 53
3.8.1 Operator Sup Min 53
3.8.2 Operator Sup Perkalian 54
3.8.3 Operator *Bounded Difference* 56
3.9 Sifat Komposisi Assosiatif 57
3.9.1 Operator Sup Min 57
3.9.2 Operator Sup Perkalian 58
3.9.3 Operator *Bounded Difference* 59
3.10Himpunan Kabur dalam Al-Quran 60

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan 61
4.2 Saran 62

DAFTAR PUSTAKA 63

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Diagram Panah Relasi ‘’lebih dari atau sama dengan’’ 12
Gambar 2.2 Graf Berarah untuk Relasi ‘’lebih dari atau sama dengan’’.............. 12
Gambar 2.3 Matriks Relasi 13

DAFTAR TABEL

Gambar 3.1 Kriteria Derajat Keanggotaan.. 30

ABSTRAK

Selviya, Noor Millah. 2016. **Relasi Ekuivalen Kabur dan Sifat Komposisinya.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Kata kunci: relasi kabur, sifat komposisi

Dalam logika *kabur* suatu anggota pada himpunan tertentu memiliki nilai keanggotaan yang dapat bernilai benar dan salah secara bersamaan. Namun seberapa besar kebenaran dan kesalahan bergantung kepada derajat keanggotaan yang dimilikinya, sehingga untuk logika *kabur* memiliki nilai keanggotaan antara 0 sampai 1. Berbeda halnya dengan logika tegas yang nilai keanggotaannya tegas yaitu jika bukan anggota sama dengan 0 dan jika anggota sama dengan 1.

Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis relasi keekuivalenan kabur yang diaplikasikan pada suatu data nilai ujian akhir serta menganalisis sifat-sifat komposisi yang terkandung di dalamnya.

Masing-masing data direlasikan sehingga membentuk pasangan berurutan yang kemudian ditentukan derajat keanggotaan yang sesuai dengan ketentuan dari definisi penulis. Hasil dari analisis relasi keekuivalenan kabur pada semua data yang termasuk dalam relasi ekuivalen adalah $\mathrm{A} \times \mathrm{A}, \mathrm{B} \times \mathrm{B}, \mathrm{C} \times \mathrm{C}$. Dari hasil relasi ekuivalen yang diperoleh kemudian dianalisis sifat komposisi komutatif dan assosiatif dengan tiga macam norma-t yaitu operator min, perkalian, dan *bounded difference*. Berikut adalah hasilnya:

1. Sifat Komposisi Komutatif
   a. Operator sup min : $\tilde{\mathrm{R}}_1 \circ \tilde{\mathrm{R}}_2 \neq \tilde{\mathrm{R}}_2 \circ \tilde{\mathrm{R}}_1$
   b. Operator perkalian: $\tilde{\mathrm{R}}_1 \circ \tilde{\mathrm{R}}_2 \neq \tilde{\mathrm{R}}_2 \circ \tilde{\mathrm{R}}_1$
   c. Operator bounded difference: $\tilde{\mathrm{R}}_1 \circ \tilde{\mathrm{R}}_2 \neq \tilde{\mathrm{R}}_2 \circ \tilde{\mathrm{R}}_1$

2. Sifat komposisi Assosiatif
   a. Operator sup min: $(\tilde{\mathrm{R}}_1 \circ \tilde{\mathrm{R}}_2) \circ \tilde{\mathrm{R}}_3 = \tilde{\mathrm{R}}_1 \circ (\tilde{\mathrm{R}}_2 \circ \tilde{\mathrm{R}}_3)$
   b. Operator Sup perkalian: $(\tilde{\mathrm{R}}_1 \circ \tilde{\mathrm{R}}_2) \circ \tilde{\mathrm{R}}_3 = \tilde{\mathrm{R}}_1 \circ (\tilde{\mathrm{R}}_2 \circ \tilde{\mathrm{R}}_3)$
   c. Operator *Bounded difference*: $(\tilde{\mathrm{R}}_1 \circ \tilde{\mathrm{R}}_2) \circ \tilde{\mathrm{R}}_3 = \tilde{\mathrm{R}}_1 \circ (\tilde{\mathrm{R}}_2 \circ \tilde{\mathrm{R}}_3)$

Dengan ketentuan $\tilde{\mathrm{R}}_1 = \tilde{\mathrm{A}}_3$, $\tilde{\mathrm{R}}_2 = \tilde{\mathrm{B}}_3$ dan $\tilde{\mathrm{R}}_3 = \tilde{\mathrm{C}}_3$

ABSTRACT

Selviya, Noor Millah. 2016. **Fuzzy Equivalent Relations and Properties Composition**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. (1) Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd.

Keyword: fuzzy relation, the properties of the composition

In fuzzy logic of a member of a particular the set has a membership value that can be true and false at the same time. But it's degree truth or error degree depend on the degree of membership. Therefore, fuzzy logic membership is between 0 to 1. Different from crisp logic the value of membership is strict namely 0 if not a member and 1 if a member.

The purpose of this study was to analyze the equivalent fuzzy relation applied to a final test score data and analyze the properties of the composition contained. Each of the data are related to form a pairs which then author definition.

Results of the analysis of the fuzzy equivalent relation on all the data that is included in the equivalent relationship is $A \times A, B \times B, C \times C$. From the results obtained, the composition of the commutative and associative properties is analyzed using three kinds of norm-t namely min, multiplication, and bounded difference operator.

1. The property of the commutative composition
   a. Sup min operator: $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$
   b. Darab operator: $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$
   c. Bounded difference operator: $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$
2. The property of the associative composition
   d. Sup min operator: $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$
   e. Sup darab operator: $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$
   f. Bounded difference operator: $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$

Under the condition $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3, \tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$

ملخص

سلفية, نورملة. ٢٠١٦ . **تطبيق العلاقات المتكافئة الضبابية و خصائص التركيب**. بحث جامعي. الشعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: ١) د. ترموذى الماجستير. ٢) وهيو هنجكى إيراوان الماجستير

الكلمة الرئسية :علاقة الضبابية، خصائص تكوين

في المنطق الضبابي عضو من مجموعة معينة يحتوي على قيمة العضوية التي يمكن أن تكون صحيحة او خطيئة في نفس الوقت، ولكن درجة صحتها او خطيئة تعتمدة على درجة العضويتها، وذلك ل يكون لها قيمة عضوية بين صفر إلى واحد. تعكس على المنطق الصارم قيمة عضوية بحزم أنه إذا ليس عضوا هو صفر، و إذا كان أعضاء هو واحد.

وكان الغرض من هذه الدراسة تحليل متكافئة اغامضة التي تطبق على بيانات قيمة اختبار النهائية وتحليل خصائص تكوين الواردة فيه. نتائج تحليل العلاقة متكافئة.

الغامضة على جميع البيانات التي يتم تضمينها في العلاقة متكافئة هو

$A \times A$، $B \times B$ ، $C \times C$ من النتائج التي تم الحصول عليها العلاقات متكافئة تحل خصائص تكوين تبادلي و النقابي من ثلاثة أنواع من norm-t هي المشغل دقيقة ، الضرب، و الفرق المحدود. وهنا النتائج

١. خصائص تكوين تبادلي

أ. مشغل سوب : $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$

ب. مشغل داراب: $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$

ج. مشغل يحدها الفرق:$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$

٢. خصائص تكوين النقابي

أ. مشغل سوب:$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 \neq \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$

ب. مشغل داراب:$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 \neq \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$

ج. مشغل يحدها الفرق:$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 \neq \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$

مع $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3, \tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ و
$\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Permasalahan dalam studi ilmiah maupun dalam kehidupan nyata pada umumnya memerlukan ketepatan mengenai pemaknaan istilah-istilah yang dipakai. Untuk mengatasi masalah tersebut biasanya diciptakan suatu bahasa sendiri yang sesuai dengan bidang ilmu yang bersangkutan. Dengan tujuan mampu mengungkap ketidakjelasan atau kekaburan dalam istilah-istilah dari bahasa yang digunakan.

Bahasa yang dapat menangani kekaburan semacam itulah yang diciptakan oleh Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar pada University of California, Berkeley, Amerika Serikat. Sejak tahun 1960 Profesor Zadeh telah merasa bahwa sistem analisis matematika tradisional yang dikenal sampai saat itu bersifat terlalu eksak sehingga tidak dapat berfungsi dalam banyak masalah dunia nyata yang seringkali amat kompleks. Zadeh kemudian menjabarkan perhitungan matematis untuk menggambarkan ketidakjelasan atau kekaburan dalam bentuk variabel linguistik. Ide tersebut dapat diartikan sebagai generalisasi dari teori himpunan klasik yang menggabungkan pendekatan kualitatif dengan kuantitatif. Dengan kata lain bahwa himpunan himpunan tegas merupakan kejadian khusus dari himpunan kabur (Susilo, 2006).

Tidak diragukan lagi gagasan teori himpunan kabur yang diprakarsai oleh Zadeh pada tahun 1965, memainkan peran sentral untuk pengembangan lebih lanjut. Gagasan Zadeh mencoba menunjukkan ide mendefinisikan keanggotaan elemen untuk satu himpunan tidak pada pasangan Aristotelian $\{0, 1\}$ lagi tetapi pada interval kontinu $[0, 1]$ yang baru. Hubungan antara titik anggota dengan derajat keanggotaannya dinyatakan dalam suatu fungsi yang dikenal dengan fungsi keanggotaan (*membership function*).

Dengan memperluas konsep fungsi keanggotaan itu, Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan apa yang disebutnya fungsi keanggotaan yang disebut sebagai fungsi karakteristik yang nilainya berada dalam selang tertutup $[0, 1]$. Jadi keanggotaan dalam himpunan kabur tidak lagi merupakan sesuatu yang tegas (yaitu anggota atau bukan anggota), melainkan sesuatu yang berderajat atau bergradasi secara kontinu. Dengan perkataan lain, fungsi keanggotaan dari suatu himpunan kabur A dalam semesta X adalah pemetaan μ_A dari X ke selang $[0, 1]$ yaitu $\mu_A : \mathrm{X} \rightarrow [0, 1]$. Nilai fungsi $\mu_A(x)$ menyatakan derajat keanggotaan unsur $x \in X$ dalam himpunan kabur A.

Nilai fungsi sama dengan satu menyatakan keanggotaan penuh, dan nilai fungsi sama dengan nol menyatakan sama sekali bukan anggota himpunan kabur tersebut. Maka himpunan tegas juga dapat dipandang sebagai kejadian khusus dari himpunan kabur, atau himpunan kabur yang fungsi keanggotaannya hanya bernilai satu atau nol saja.

Secara matematis suatu himpunan kabur A dalam semesta X dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut $A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$, di mana μ_A adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur A, yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0, 1]$. Apabila semesta X adalah himpunan yang kontinu, maka himpunan kabur A dinyatakan dengan

$A = \int x, \mu_A(x)/x$, di mana lambang $\int$ bukan merupakan lambang integral, melainkan melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \epsilon X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur A. Apabila semesta X adalah himpunan yang diskrit, maka himpunan kabur A dinyatakan dengan $A = \sum x, \mu_A(x)/x$, di mana lambang $\sum$ juga merupakan keseluruhan unsur-unsur $x \epsilon X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur.

Dalam kehidupan nyata, teori kabur sangat diperlukan karena banyak penemuan-penemuan alat yang dialokasikan untuk mempermudah manusia dalam pekerjaannya dengan kecanggihan teknologi. Hal ini terbukti dari para ilmuan yang berasal dari berbagai disiplin ilmu yang meneliti dan mengembangkan berbagai teori logika kabur sebagai dasar pengembangan kecanggihan teknologi sehingga dapat mempermudah manusia dalam menjalani kehidupan. Dalam al-Quran surat al-An’am/5:97, yang berbunyi

وَهُوَ الَّذِي جَعَلَ لَكُمُ النُّجُومَ لِتَهْتَدُواْ بِهَا فِي ظُلُمَاتِ الْبَرِّ وَالْبَحْرِ قَدْ فَصَّلْنَا الآيَاتِ لِقَوْمٍ يَعْلَمُونَ ﴿٩٧﴾

“Dan Dialah yang menjadikan bintang-bintang bagimu, agar kamu menjadikannya petunjuk dalam kegelapan di darat dan di laut. Sesungguhnya Kami telah menjelaskan tanda-tanda kebesaran (Kami) kepada orang-orang yang mengetahui”(QS. al-An’am/5:97).

Berdasarkan ayat tersebut penulis menyatakan bahwa bintang-bintang dapat diumpamakan sebagai relasi ekuivalen kabur yang menjadi petunjuk kebesaran Allah berupa keluasan ilmu dalam menjelaskan suatu bilangan tegas. Hal yang dimaksud dalam penelitian ini adalah pengaplikasian pada nilai ujian akhir yang merupakan bilangan tegas yang kemudian dikaji lebih mendalam mengenai keekuivalenan kabur dan sifat-sifat komposisi pada relasi ekuivalen kabur.

Untuk mendukung penyelesaian masalah tersebut diperlukan materi mengenai teori kabur dengan salah satu bagiannya yaitu relasi kabur. Berdasarkan hal tersebut peneliti akan mengkaji lebih mendalam mengenai keekuivalenan kabur dan sifat-sifat komposisi pada relasi ekuivalen kabur dengan mengaplikasikannya pada data nilai ujian akhir kelas al-Quran TPQ Nurul Huda Dinoyo Malang. Maka dari itu penilitian ini berjudul “ Relasi Ekuivalen Kabur dan Sifat Komposisinya”.

1.2 Rumusan Masalah

Dalam penelitian ini rumusan masalah yang dikaji adalah:

1. Bagaimana relasi ekuivalen kabur pada nilai ujian akhir kelas al-Quran TPQ Nurul Huda Dinoyo Malang?
2. Bagaimana sifat-sifat komposisi relasi ekuivalen kabur pada nilai ujian akhir kelas al-Quran TPQ Nurul Huda Dinoyo Malang?

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui relasi ekuivalen kabur dan sifat-sifat komposisinya pada nilai ujian akhir kelas al-Quran TPQ Nurul Huda Dinoyo Malang.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat bermanfaat:

1. Bagi mahasiswa, untuk lebih meningkatkan pengetahuan mengenai teori kabur, sehingga mempermudah mereka yang mengambil konsentrasi pada mata kuliah ini.
2. Bagi peneliti, sebagai dorongan untuk lebih meningkatkan penguasaan tentang teori kabur sehingga dapat memperbaiki kemampuan untuk melanjutkan ke jenjang berikutnya.

3. Bagi instansi, sumbangan pemikiran sebagai kontribusi nyata terhadap fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

1.5 Batasan Masalah

1. Agar penelitian dapat lebih terarah, maka permasalahan hanya dibatasi dalam ruang lingkup relasi biner kabur dan tidak membuat referensi apapun untuk relasi ke$-n$, sehingga jika disebut istilah relasi maka yang dimaksud dalam studi ini adalah relasi biner.
2. Studi ini adalah studi literatur dengan menganalisis keekuivalenan dan sifat-sifat komposisi relasi ekuivalen kabur pada nilai ujian akhir kelas al-Quran TPQ Nurul Huda Dinoyo. Data yang digunakan bertujuan untuk memperjelas pembahasan suatu konsep sehingga data tersebut bukan berasal dari hasil penelitian lapangan, tetapi lebih bersifat data dokumenter.
3. Penelitian ini hanya berfokus pada relasi ekuivalen sehingga jika bukan relasi ekuivalen analisis selanjutnya tidak dikerjakan.

1.6 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini, metode yang digunakan adalah metode penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka yaitu dengan mencari referensi teori yang relevan dengan kasus atau permasalahan yang ditemukan. Refererensi tersebut dapat dicari dari buku, jurnal, atikel laporan penelitian ataupun dari situs-situs internet.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mencari pasangan berurutan dari

   $A \times A, B \times B, C \times C, A \times B, B \times C, A \times C.$
2. Menentukan derajat keanggotaan berdasarkan ketentuan yang didefinisikan penulis.
3. Mengubah himpunan tegas menjadi himpunan kabur.
4. Menganalisis sifat refleksif dari himpunan kabur $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}, \tilde{F}$.
5. Menganalisis sifat simetris dari himpunan kabur $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}, \tilde{F}$.
6. Menganalisis sifat transitif dari himpunan kabur $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}, \tilde{D}, \tilde{E}, \tilde{F}$.
7. Menganalisis sifat komposisi komutatif dan assosiatif dari himpunan kabur yang bersifat ekuivalen.

1.7 Sistematika Penulisan

Untuk lebih memahami penulisan ini secara keseluruhan, penulis memberikan gambaran secara umum mengenai sistematika penulisan yang disusun dengan kerangka sebagai berikut:

Bab 1 Pendahuluan

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab 2 Kajian Pustaka

Berisi tentang studi teoritis dari berbagai literatur dan sumber-sumber yang relevan dengan masalah yang diteliti. Kajian teori yang tertulis adalah tentang himpunan kabur, relasi kabur dan kerelasian tegas.

Bab 3 Pembahasan

Berisi tentang pemaparan hasil penelitian dan pembahasan tentang kekuivalenan dan sifat-sifat komposisi relasi ekuivalen kabur pada nilai ujian akhir kelas al-Quran TPQ Nurul Huda Dinoyo.

Bab 4 Penutup

Berisi kesimpulan dari pembahasan dan saran-saran yang sesuai dengan hasil penelitian.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Tegas

Secara intuitif himpunan merupakan suatu kumpulan atau koleksi obyek-obyek baik konkret ataupun abstrak yang memiliki kesamaan tertentu. Suatu himpunan harus terdefinisi dengan jelas dengan tujuan agar setiap anggota memiliki ketegasan apakah termasuk ke dalam anggota himpunan atau tidak. Dengan adanya batas-batas untuk setiap elemen himpunan maka seringkali hal ini disebut dengan himpunan tegas *(crisp set).* Teori himpunan secara formal mulai dikembangkan oleh matematikawan George Cantor (1845-1918) pada akhir abad ke-19, hingga saat ini telah menjadi landasan dalam pengembangan ilmu matematika. Secara simbolis himpunan seringkali dilambangkan dengan tanda huruf besar seperti A, B, C dan seterusnya. Sedangkan untuk anggota atau elemennya dilambangkan dengan huruf kecil. Himpunan semua elemen yang termasuk dalam lingkup pembicaraan disebut dengan himpunan semesta.

Himpunan tegas seringkali didefinisikan oleh komponen yang ada pada himpunan itu. Jika $a \in A$, maka nilai yang berhubungan dengan a adalah 1. Namun jika $a \notin A$, maka nilai yang berhubungan dengan a adalah 0. Notasi $A = \{x|P(x)\}$ menunjukkan bahwa A berisi item x dengan $P(x)$ benar. Jika X_A merupakan fungsi karakteristik A dan sifat P, maka dapat dikatakan bahwa $P(x)$ benar, jika dan hanya jika $X_A\ (x) = 1$ (Kusumadewi, 2002:17).

2.2 Operasi Himpunan

Operasi himpunan merupakan aturan untuk menghasilkan satu himpunan atau lebih himpunan yang diketahui. Operasi untuk satu himpunan disebut dengan operasi uner, misalkan operasi komplemen. Sedangkan untuk operasi dua himpunan disebut dengan operasi biner, misalkan operasi gabungan, irisan, selisih, selisih simetrik, dan perkalian *Cartesius*.

1. Komplemen

Operasi komplemen merupakan operasi uner. Komplemen dari himpunan *A* dalam semesta *X* dengan notasi A' adalah himpunan semua anggota semesta yang bukan anggota himpunan *A*, yaitu

$$A' = \{x \in X | x \notin A\}$$

Adapun contoh komplemen adalah sebagai berikut:

Diberikan suatu semesta $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ dan $A = \{2,4,6,8\}$ maka $A' = \{1,3,5,7,9\}$

2. Gabungan

Gabungan dua himpunan A dan B yang biasa dinotasikan dengan $A \cup B$ merupakan himpunan semua anggota dalam semesta yang merupakan anggota himpunan A atau anggota himpunan B, yaitu

$$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$$

Adapun contoh gabungan adalah sebagai berikut:

Diberikan $A = \{1,2,3,4\}$ dan $B = \{2,3,5,7\}$ maka $A \cup B = \{1,2,3,4,5,7\}$

3. Irisan

Irisan dua himpunan A dan B, dengan notasi $A \cap B$ merupakan himpunan semua elemen dalam semesta yang merupakan anggota himpunan A dan sekaligus anggota himpunan B, yaitu

$$A \cap B = \{x|x \in A \ \wedge x \in B\}$$

Adapun contoh irisan adalah sebagai berikut:

Diberikan $A = \{1,2,3,4\}$ dan $B = \{2,3,5,7\}$ maka $A \cap B = \{2,3\}$

Bila $A \cap B = \emptyset$ maka A dan B disebut dua buah himpunan yang saling asing atau saling lepas. Misalnya, himpunan A dan komplemennya adalah saling asing, sebab

$$A \cap A' = \{x|x \in A \ \wedge x \in A'\} = \{x|x \in A \ \wedge x \notin A\} = \emptyset$$

4. Selisih

Selisih dua himpunan A dan B dengan notasi $A - B$ adalah himpunan semua anggota dalam semesta yang merupakan anggota himpunan A dan bukan anggota himpunan B, yaitu

$$A - B = \{x|x \in A \ \wedge x \notin B\}$$

Pada umumya $A - B$ berbeda dengan $B - A$.

Adapun contoh selisih adalah sebagai berikut:

Diberikan $A = \{1,2,3,4\}$ dan $B = \{2,4,6,8\}$ maka $A - B = \{1,3\}$.

5. Selisih Simetrik

Selisih simetrik dua buah himpunan A dan B, dengan notasi $A \ominus B$ adalah himpunan semua anggota semesta yang merupakan anggota himpunan $A - B$ atau himpunan $B - A$, yaitu

$$A \ominus B = (A - B) \cup (B - A)$$

Adapun contoh selisih simetrik adalah sebagai berikut:

Diberikan $A = \{1,2,3,4\}$ dan $B = \{2,4,6,8\}$ maka $A - B = \{1,3\}$ dan $B - A = \{6,8\}$

Sehingga $A \ominus B = \{1,3,6,8\}$.

6. Perkalian *Cartesius*

Perkalian *Cartesius* adalah dua himpunan A dan B, dengan notasi $A \times B$ merupakan himpunan semua pasangan terurut (x, y) dengan $x \in A$ dan $y \in B$, yaitu

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \ \wedge y \in B\}$$

Anggota dari $A \times B$ adalah pasangan terurut (x, y) yaitu sepasang anggota yang urutannya diperhatikan.

Operasi-operasi komplemen, gabungan dan irisan memenuhi beberapa sifat dasar sebagai berikut untuk setiap himpunan A, B, C dalam semesta X:

a. $(A')' = A$ (Involusi)

b. $A \cup A = A$ dan $A \cap A = A$ (Idempoten)

c. $A \cap X = A$ dan $A \cup \emptyset = A$ (Identitas)

d. $A \cup X = X$ dan $A \cap \emptyset = \emptyset$ (Identitas)

e. $A \cup B = B \cup A$ dan $A \cap B = B \cap A$ (Komutatif)

f. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ dan
$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ (Assosiatif)

g. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ dan
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ (Distributif)

h. $A \cup A' = X$ (ketiadaan jalan tengah)

i. $A \cup A' = \emptyset$ (Kontradiksi)

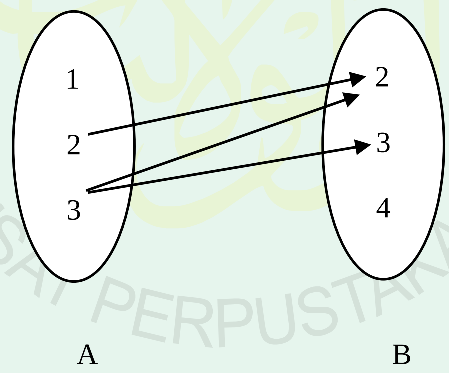
j. $(A \cup B)' = A' \cap B'$ dan $(A \cap B) = A' \cap B'$ (De Morgan)

k. $A \cup (A \cap B) = A$ dan $A \cap (A \cup B) = A$ (Absorbsi)

(Susilo, 2012).

2.3 Relasi Himpunan

Relasi atau hubungan antara himpunan merupakan suatu aturan pengawanan antar himpunan tersebut. Relasi dapat menyangkut tidak hanya dua himpunan, tetapi dapat tiga atau lebih. Relasi yang menyangkut dua himpunan dari semestanya disebut relasi biner. Ada beberapa cara untuk menyatakan relasi. Cara pertama adalah dengan menggunakan diagram panah, di mana anggota di A yang berelasi dengan anggota di B dihubungkan dengan satu anak panah (ruas garis berarah), seperti gambar berikut:



Gambar 2.1 Diagram Panah Relasi “lebih dari atau sama dengan”

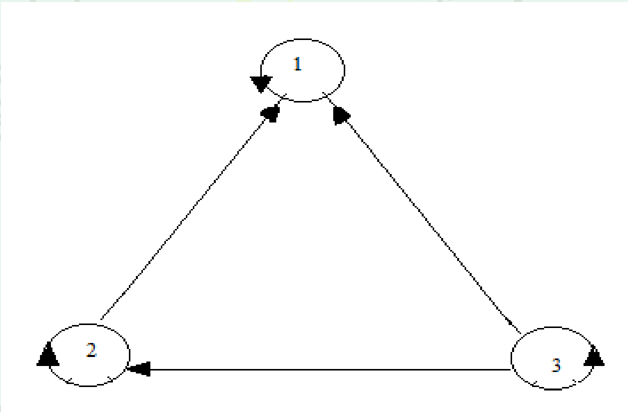
Secara simbolis kalimat “ a berada dalam relasi R dengan b” dapat disajikan dengan

$$aRb \text{ atau } (a, b) \in R.$$

Relasi R antara himpunan A dan B merupakan himpunan bagian $A \times B$. Demikian juga, sebarang subhimpunan $A \times B$ merupakan relasi dari A ke B. Himpunan A disebut domain R yang ditulis D_{R}, himpunan B disebut kodomain R ditulis C_{R}, dan daerah hasil R atau range R yang ditulis

$$range(R) = \{b \in B | (\exists a \in A) aRb\}$$

Jika $A = B$ maka relasi itu dapat disajikan dalam bentuk graf berarah, di mana setiap anggota dari A dinyatakan dengan suatu titik (lingkaran kecil), relasi antara dua anggota dari A dinyatakan dengan anak panah yang menghubungkan kedua titik yang mewakili kedua anggota tersebut, relasi antara suatu anggota dengan dirinya sendiri dinyatakan dengan suatu gelung dari dan ke titik yang mewakili anggota tersebut. Misalkan dengan $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 3\}$ relasi dari A ke B dengan relasi "lebih dari atau sama dengan" maka akan menghasilkan bentuk graf berarah sebagai berikut:



Gambar 2.2 Graf Berarah untuk Relasi "lebih dari atau sama dengan"

Dalam Gambar 2.2 dapat juga disajikan dalam bentuk matriks relasi, di mana pasangan anggota-anggota yang berelasi diberi tanda "1" dan pasangan anggota-anggota yang tidak berelasi diberi tanda "0".

A	1	2	3
1 B	1	0	0
2	1	1	0
3	1	1	1

Gambar 2.3 Matriks Relasi

Matriks tersebut dapat ditulis secara sederhana sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2.4 Relasi Biner

Secara umum relasi R antara anggota-anggota dalam himpunan $A = \{a_{1,}a_{2,}, \dots, a_m\}$ dengan anggota-anggota dalam himpunan B= $\{b_{1,}b_{2,}, \dots, b_m\}$ dapat dinyatakan dalam bentuk matriks berukuran $m \times n$ sebagai berikut:

$$R = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

di mana

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \\ 0, \end{cases}$$

untuk $i = 1,2,3, \dots, m$ dan $j = 1,2, \dots, n$

untuk 1 = jika a_i berelasi R dengan b_j dan 0 = jika a_i tidak berelasi R dengan b_j

Secara matematis, suatu relasi R antara anggota-anggota dalam himpunan A dengan anggota-anggota dalam himpunan B dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut (a, b) di mana anggota $a \in A$ berelasi dengan elemen $b \in B$, yaitu

$$R = \{(a, b) | a \in A, b \in B, a\ berelasi\ dengan\ b\}$$

Jika R merupakan suatu relasi biner himpunan A ke himpunan B, maka domain dari R yang dinotasikan dengan D_R merupakan himpunan semua elemen dalam A yang berelasi dengan suatu elemen dalam B, yaitu

$$D_R = \{a \in B | (\exists b \in B)(a, b) \in R\}$$

Range dari R yang dinotasikan dengan ran R adalah himpunan semua anggota dari B yang berelasi dengan suatu anggota dari A, yaitu

$$ran\ R = \{a \in A | (\exists a \in B)(a, b) \in R\}$$

Jika $A = B$ maka relasi R itu merupakan himpunan bagian dari $A\ x\ A$. yaitu $R \subseteq AxA$ dan disebut relasi pada himpunan A. himpunan A yang dilengkapi dengan suatu relasi R pada himpunan A itu biasanya disajikan dengan pasangan terurut (A, R) (Kusumadewi, 2002).

2.4.1 Invers dari Relasi Biner

Pada dasarnya relasi dapat disebut juga dengan himpunan, sehingga operasi-operasi dalam himpunan seperti komplemen, gabungan, irisan, dan selisih dapat diterapkan dalam relasi. Begitu juga dengan konsep lainnya seperti himpunan bagian dan kesamaan.

Bila R adalah relasi biner antara anggota-anggota dalam himpunan A dengan anggota-anggota dalam himpunan B (relasi dari himpunan A ke himpunan B) maka invers relasi R dengan notasi R^{-1} adalah relasi antara anggota-anggota dalam himpunan B dengan anggota-anggota dalam himpunan A (relasi dari himpunan B ke himpunan A) dengan $(a, b) \in R^{-1}$ jika dan hanya jika $(b, a) \in R$, sehingga

$$R^{-1} = \{(b, a) | b \in B, a \in A, (a, b) \in R\}$$

Matriks dari relasi R^{-1} adalah transpos dari matriks relasi R. untuk setiap relasi R dari himpunan Y berlaku $(R^{-1})^{-1} = R$, hal ini akibat dari

$$(R^{-1})^{-1} = \{(b, a) | a \in A, b \in B, (b, a) \in R^{-1}\} = \{(a, b) | a \in A, b \in B, (a, b) \in R\} = R$$

(Kusumadewi, 2002)

2.5 Relasi-Relasi Khusus

Ada beberapa relasi khusus yang didefinisikan pada suatu himpunan, antara lain:

1. Relasi Refleksif

Diketahui A himpunan tidak kosong. Relasi R pada A (dari A ke A) disebut refleksif jika dan hanya jika untuk setiap anggota dari semestanya berlaku aRa. Secara matematis dinyatakan dengan notasi

$$R\ refleksif \Leftrightarrow (\forall a \in A)aRa$$

Adapun contoh relasi refleksif adalah sebagai berikut:

Relasi kesejajaran antara garis-garis lurus pada bidang R_2 refleksif, karena a sejajar dengan a sendiri, untuk setiap garis garis a.

2. Relasi Simetrik

Relasi R pada A disebut simetris jika untuk setiap a, b dari semestanya berlaku $aRb \Rightarrow bRa$. Dengan notasi matematisnya adalah

$$R\ simetris \Leftrightarrow (\forall a, b \in A)aRb \Rightarrow bRa$$

Adapun contoh relasi simetrik adalah sebagai berikut:

Relasi kesejajaran antara garis-garis lurus di R^2 atau R^3 bersifat simetris, sebab g sejajar h, maka h pasti juga sejajar g.

3. Relasi Antisimetrik

Relasi R pada A disebut simetris jika untuk setiap a, b dari semestanya berlaku $aRb \Rightarrow bRa$. Dengan notasi matematisnya adalah

$$R\ simetris \Leftrightarrow (\forall a, b \in A)aRb \nRightarrow bRa$$

4. Relasi Transitif

Relasi R pada himpunan A dikatakan bersifat transitif jika dan hanya jika $(a, b) \in R$ dan $(b, c) \in R$ maka $(a, c) \in R$. Untuk setiap a, b, dan $c \in A$. Dengan kata lain relasi R pada himpunan A bersifat transitif apabila setiap a, b, dan $c \in A$, jika a berelasi R dengan b dan b berelasi R dengan c, maka a berelasi R dengan c. Adapun contoh relasi transitif adalah sebagai berikut:

Misalkan R adalah relasi dalam bilangan-bilangan riil yang didefinisikan oleh " x lebih kecil daripada y", maka sebagaimana diperlihatkan terdahulu jika $a < b$ dan $b < c$ maka $a < c$. Jadi R adalah suatu relasi transitif.

5. Relasi Ekuivalen

Menurut Soekardjono (2002) mengatakan bahwa suatu relasi R dalam himpunan A adalah suatu relasi ekuivalen, jika:

a. R adalah refleksif, yaitu $(\forall a \in A) aRa$
b. R adalah simetris, yaitu $(\forall a, b \in A) aRb \Rightarrow bRa$
c. R adalah transitif, yaitu $(a, b) \in R$ dan $(b, c) \in R$ maka $(a, c) \in R$

Adapun contoh relasi ekuivalen adalah sebagai berikut:

Setiap bilangan rasional dalam Q dapat dinyatakan sebagai pasangan terurut (a, b) dengan a dan b adalah bilangan bulat dan $b \neq 0$. Pada himpunan semua bilangan rasional Q tersebut didefinisikan relasi R sebagai berikut $(a, b)R(c, d)$ jika dan hanya jika $ad = bc$. Akan diselidiki sifat-sifat relasi R tersebut.

a. Untuk setiap bilangan rasional $(a, b) \in Q$ berlaku $(a, b)R(a, b)$, karena $ab = ba$ maka relasi R bersifat refleksif.

b. Jika diketahui bahwa $(a,b)R(c,d)$ maka $ad = bc$. Dengan demikian $cb = bc = ad = da$, sehingga $cb = da$ yang berarti $(c,d)R(a,b)$. Jadi relasi R bersifat simetrik

c. Selanjutnya, jika diketahui bahwa $(a,b)R(c,d)$ dan $(c,d)R(e,f)$, maka $ad = bc$ dan $cf = de$ sehingga $adcf = bcde$. Karena $d \neq 0$. maka dari persamaan terakhir diperoleh $acf = bce$. Jika $c \neq 0$. Maka diperoleh $af = be$, yang berarti $(a,b)R(e,f)$. Jika $c = 0,$ maka $d = b = 0$, sehingga $a = 0$, karena $d \neq 0$. Demikian pula $de = cf = 0$ sehingga $e = 0$ karena $d \neq 0$, maka $af = be$, yang berarti $(a,b)R(e,f)$. Jadi relasi R bersifat transitif.

Dengan demikian, relasi R adalah relasi yang bersifat rerleksif, simetrik, dan transitif. Sehingga R adalah relasi ekuivalen. Hal ini juga sesuai dengan definisi yang dikemukakan oleh Soekardjono (2002) yaitu

Definisi: diberikan himpunan Q dengan unsur-unsur a, b, c,… didefinisikan relasi ekuivalen E atas himpunan Q yang memenuhi

(i) Refleksif : aEa untuk setiap $a \in Q$

(ii) Simetris : aEb maka bEa

(iii) Transitif : aEb dan bEa, maka aEc

2.6 Himpunan Kabur

Istilah kabur pada tulisan ini lebih menekankan pada bentuk kekaburan semantik. Suatu kata atau istilah dikatakan kabur secara semantik apabila kata atau istilah tersebut tidak dapat didefinisikan secara tegas (benar atau salah) apakah suatu objek tertentu memiliki ciri atau sifat yang diungkapkan oleh kata atau istilah itu atau tidak. Contoh ungkapan yang menyatakan himpunan kabur adalah “ air itu panas'' kalimat tersebut adalah relatif menurut masing-masing orang yang merasakan. Konsep tentang himpunan kabur pertama kali diperkenalkan oleh Profesor Lotfi A. Zadeh, seorang ilmuwan Amerika Serikat berkebangsaan Iran, dari Universitas California di Barkeley, melalui tulisannya "Kabur *Sets*" pada tahun 1965.

Sebelum teori tentang himpunan kabur muncul, dikenal suatu himpunan klasik yang seringkali disebut himpunan tegas (*crisp set*) yang keanggotaannya memiliki nilai salah atau benar secara tegas. Sebaliknya, anggota himpunan kabur memiliki nilai kekaburan antara salah dan benar. Sebagai contoh himpunan tegas hanya mengenal dingin atau panas (tidak dingin), sedangkan himpunan kabur dapat mengenal dingin, sejuk, hangat dan panas.

Definisi himpunan kabur merupakan pengembangan dari definisi himpunan tegas dalam arti jika nilai fungsi keanggotaan $\mu(x)$ hanya bernilai 0 dan 1 maka A merupakan himpunan tegas dan $\mu(x)$ adalah fungsi karakteristik A. Himpunan kabur memiliki dua atribut yaitu linguistik merupakan penamaan suatu grup yang mewakili suatu keadaan atau kondisi tertentu dengan menggunakan bahasa alami, seperti mahal, sedang, murah dan sebagainya dan numeris, yaitu suatu nilai (angka) yang menunjukkan ukuran dari suatu variabel seperti 100 juta, 200 juta, 500 juta dan lain sebagainya.

Beberapa definisi dasar tentang himpunan kabur telah diajukan oleh berbagai pakar. Secara formal konsep dasar himpunan kabur telah dinyatakan dalam berbagai definisi sebagai berikut:

Definisi 2.7.1 Himpunan kabur $\tilde{A}$ pada semesta X adalah pemetaan dari ke X [0,1]. Untuk setiap $x \in$ nilai $\tilde{A}(x)$ (atau $\mu\tilde{A}\ (x)$) disebut derajat keanggotaan dari x di A.

X disebut pembawa *(carrier)* himpunan kabur $\tilde{A}$. Kelas dari semua himpunan kabur di X dinotasikan dengan (x) atau (X) (Zadeh, 1965).

Sehingga dapat dikatakan bahwa himpunan kabur adalah bentuk umum himpunan tegas yang memiliki tingkat keanggotaan dari tiap-tiap elemen yang dibatasi dengan interval $[0, 1]$. Oleh karena itu fungsi keanggotaan himpunan kabur memetakan setiap elemen dari semesta dalam batas ruang yang diasumsikan sebagai unit interval. Secara matematis suatu himpunan kabur $\tilde{A}$ dalam semesta X dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan berurutan seperti pada persamaan berikut:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_A) | x \in X\}$$

di mana μ_A adalah fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$, yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X pada nilai keanggotaan kontinu dengan nilai antara 0 dan 1, yang seringkali dinotasikan dengan

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \mu_A(x) \,/x$$

di mana lambang $\int$ di sini bukan lambang integral seperti yang dikenal dalam kalkulus, akan tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur $\tilde{A}$. Apabila semesta X adalah himpunan yang diskrit, maka himpunan kabur $\tilde{A}$ dinyatakan dengan

$$\tilde{A} = \sum_{x \in X} \mu_A(x)/x$$

di mana lambang $\sum$ bukan melambangkan operasi penumlahan seperti yang dikenal dalam aritmatika, akan tetapi melambangkan keseluruhan unsur-unsur $x \in X$ bersama dengan derajat keanggotaannya dalam himpunan kabur $\tilde{A}$.

Pendukung *(support*) dari suatu himpunan kabur $\tilde{A}$, yang dinotasikan dengan $Pend(\tilde{A})$ merupakan himpunan tegas yang memuat semua unsur dari semesta yang mempunyai derajat keanggotaan tak nol dalam $\tilde{A}$, yaitu

$$Pend(\tilde{A}) = \{x \in X | \mu_A(x) > 0\}$$

2.7.1 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaannya yang memiliki interval antara nol sampai satu. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi. Kebanyakan himpunan kabur berada dalam semesta himpunan semua bilangan riil R dengan fungsi keanggotaan yang dinyatakan dalam bentuk suatu formula matematis. Formula matematis fungsi keanggotaan dalam himpunan kabur tersebut diantaranya adalah fungsi keanggotaan segitiga, fungsi keanggotaan trapesium, fungsi keanggotaan Gauss, fungsi keanggotaan Cauchy, dan fungsi keanggotaan Sigmoid.

2.7 Operasi Himpunan Kabur

Ada beberapa operasi yang didefinisikan secara khusus untuk mengkombinasi dan memodifikasi himpunan kabur. Nilai keanggotaan sebagai hasil operasi dua himpunan sering dikenal dengan nama *fire strength* atau α-predikat. Ada 3 operator dasar yang diciptakan oleh Zadeh, yaitu:

1. Operator AND

Operator AND *(intersection)* berhubungan dengan operasi irisan pada himpunan intersection dari 2 himpunan adalah minimum dari tiap pasangan elemen pada kedua himpunan.

$$\mu_{A\cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

2. Operator OR

Operasi OR (*union*) berhubungan dengan operasi gabungan pada himpunan. *Union* dari 2 himpunan adalah maksimum dari tiap pasang elemen pada kedua himpunan.

$$\mu_{A\cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_B[y])$$

3. Operator NOT

Operator ini berhubungan dengan operasi komplemen pada himpunan α-predikat sebagai hasil operasi NOT diperoleh dengan mengurangkan nilai keanggotaan elemen pada himpunan yang bersangkutan dari

$$\mu'_A = 1 - \mu_A[x]$$

Ketiga operasi yang didefinisikan di atas merupakan operasi baku untuk gabungan, irisan dan komplemen pada himpunan kabur. Sudah jelas bahwa definisi-definisi di atas merupakan perampatan dari operasi baku himpunan tegas. Maka sifat-sifat operasi dari himpunan tegas juga dapat berlaku pada sifat-sifat operasi himpunan kabur (Kusumadewi, 2002).

Operasi-operasi komplemen, gabungan dan irisan pada himpunan kabur memenuhi beberapa sifat dasar sebagai berikut untuk setiap himpunan A, B, C dalam semesta X:

a. $\left(\tilde{A}'\right)' = \tilde{A}$ (Involusi)

b. $\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A}$ (Idempoten)

c. $\tilde{A} \cap \emptyset = \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cup X = \tilde{A}$ (Identitas)

d. $\tilde{A} \cup X = A$ dan $\tilde{A} \cap \emptyset = \tilde{A}$ (Identitas)

e. $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A}$ (Komutatif)

f. $\tilde{A} \cup \left(\tilde{B} \cup \tilde{C}\right) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cup \tilde{C}$ dan

$\tilde{A} \cap \left(\tilde{B} \cap \tilde{C}\right) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cap \tilde{C}$ (Assosiatif)

g. $\tilde{A} \cup \left(\tilde{B} \cap \tilde{C}\right) = \left(\tilde{A} \cup \tilde{B}\right) \cap \left(\tilde{A} \cup \tilde{C}\right)$ dan

$\tilde{A} \cap \left(\tilde{B} \cup \tilde{C}\right) = \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}\right) \cup \left(\tilde{A} \cap \tilde{C}\right)$ (Distributif)

h. $\left(\tilde{A} \cup \tilde{B}\right)' = A' \cap B'$ dan $(\tilde{A} \cap \tilde{B}) = \tilde{A}' \cap \tilde{B}'$ (De Morgan)

i. $\tilde{A} \cup \left(\tilde{A} \cap \tilde{B}\right) = \tilde{A}$ dan $\tilde{A} \cap \left(\tilde{A} \cup \tilde{B}\right)$ (Absorbsi)

(Susilo, 2012).

2.8 Komposisi Relasi Kabur

Seperti halnya pada relasi tegas yang dapat dikomposisikan, relasi kabur juga dapat dikomposisikan.

Definisi 2.9 Jika $\tilde{R}_1$ adalah relasi kabur pada $X \times Y$ dan $\tilde{R}_2$ adalah relasi kabur pada $Y \times Z$, maka komposisi relasi kabur pada $X \times Z$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = sup_{y \in Y} t(\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z))$$

di mana *t* adalah suatu norma-*t*, dengan kata lain jika dan hanya jika $\tilde{R} \circ \tilde{R} \subseteq \tilde{R}$ (Susilo, 2006).

Setiap norma-*t* menghasilkan suatu komposisi tertentu. Misalkan jika oprator "min" diambil sebagai definisi norma-*t*, maka diperoleh relasi komposisi $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = sup_{y \in Y} min(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z))$$

Komposisi ini seringkali disebut dengan komposisi *sup-min*. Misalkan jika oprator "perkalian aljabar" diambil sebagai definisi norma-*t*, maka diperoleh relasi komposisi $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan sebagai berikut:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x,z) = sup_{y \in Y} t(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y) \,.\, \mu_{\tilde{R}_2}(y,z))$$

Sifat dari komposisi relasi kabur adalah sebagai berikut:

a. Assosiatif, yaitu $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$.

b. Monoton, $\tilde{R}_1 \subseteq \tilde{R}_2$ maka $\tilde{R}_3 \circ \tilde{R}_1 \subseteq \tilde{R}_3 \circ \tilde{R}_2$.

c. $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2)^{-1} = \tilde{R}_2^{-1} \circ \tilde{R}_1^{-1}$ (Susilo, 2006)

2.9 Relasi Kabur

Sejalan dengan definisi relasi tegas yang telah diuraikan akan didefinisikan konsep relasi kabur. Relasi kabur (biner) $\tilde{R}$ antara elemen-elemen dalam himpunan X dengan elemen-elemen himpunan Y didefinisikan sebagai himpunan bagian kabur dari perkalian *cartesius X x Y*, yaitu himpunan kabur

$$\tilde{R} = \{((x,y), \mu_{\tilde{R}}(x,y)) \,|\, (x,y) \in XxY\}$$

Ada beberapa relasi khusus kabur di antaranya adalah relasi ekuivalen kabur. Dalam logika tegas relasi ekuivalen merupakan suatu relasi R dalam himpunan A yang memenuhi sifat berikut ini:

a. R adalah refleksif, yaitu $(\forall a \in A) aRa$

b. R adalah simetris, yaitu $(\forall a, b \in A) aRb \Rightarrow bRa$

c. R adalah transitif, yaitu $(a, b) \in R$ dan $(b, c) \in R$ maka $(a, c) \in R$

Jika sifat-sifat pada relasi tegas yang telah dibahas di atas dapat dirampatkan menjadi sifat-sifat yang bersesuaian untuk relasi kabur, maka diperoleh:

1. Refleksif

Suatu relasi kabur $\tilde{R}$ pada semesta X dikatakan refleksif jika dan hanya jika

$$\mu_{\tilde{R}}(x, x) = 1$$

Bila relasi kabur $\tilde{R}$ pada semesta X yang berhingga disajikan dalam suatu matriks, yaitu $\tilde{R} = (a_{ij})$ dengan *i* adalah baris dan *j* adalah kolom, maka sifat refleksif akan nampak pada diagonal utama matriks yang semuanya bernilai 1, yaitu $a_{ij} = 1$ dengan $i = j$ (Susilo, 2012).

Dalam kasus ini matriks yang digunakan adalah matriks bujur sangkar di mana matriks bujur sangkar merupakan matriks dengan jumlah kolom dan jumlah baris yang sama, elemen $a_{11,} a_{22}, \dots, a_{nn}$ merupakan diagonal utama. Matriks ini memiliki sifat yang sama dengan sifat refleksif yaitu untuk diagonal utamanya adalah $a_{ij} = 1$ dengan $i = j$.

2. Simetris

Untuk setiap $x \in X$. Relasi kabur $\tilde{R}$ dikatakan bersifat simetrik jika dan hanya jika

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{R}}(y, x)$$

Bila relasi kabur $\tilde{R}$ pada semesta X yang berhingga disajikan dalam suatu matriks, yaitu $\tilde{R} = (a_{ij})$ dengan *i* adalah baris dan *j* adalah kolom, maka sifat simetrik dari $\tilde{R}$ terlihat dari corak simetrik matriks tersebut terhadap diagonal utamanya, yaitu $a_{ij} = a_{ji}$ dengan $i \neq j$ (Susilo, 2012).

Untuk kasus ini matriks yang memiliki kesamaan adalah matriks transpos, jadi ketika matriks tersebut ditranspos hasil yang diperoleh adalah dirinya sendiri. Sehingga matriks ini adalah matriks yang dinamakan dengan matriks simetris. Jika matriks yang simetris maka matriks tersebut adalah matriks bujur sangkar.

3. Transitif

Untuk setiap x dan $y \in X$, relasi kabur $\tilde{R}$ dikatakan bersifat transitif jika dan hanya jika untuk setiap x dan $z \in X$ berlaku

$$\mu_{\tilde{R}}(x,z) \geq \sup t(\mu_{\tilde{R}}(x,y), \mu_{\tilde{R}}(y,z))$$

Dengan t adalah suatu norma-t dengan kata lain jika dan hanya jika $\tilde{R} \supseteq \tilde{R} \circ \tilde{R}$. Bila relasi kabur $\tilde{R}$ pada semesta X yang berhingga disajikan dengan suatu matriks, yaitu $\tilde{R} = (a_{ij})$ maka sifat transitif dari $\tilde{R}$ terlihat jika $\tilde{R} \circ \tilde{R} \subseteq \tilde{R}$ (Susilo, 2012).

2.10 Himpunan Kabur dalam Al-Quran

Al-Quran merupakan kitab akidah dan hidayah yang menyeru hati nurani untuk menghidupkan di dalamnya faktor-faktor perkembangan dan kemajuan serta dorongan kebaikan dan keutamaan. Kemukjizatan ilmiah al-Quran bukan terletak pada pencakupannya akan toeri-teori ilmiah yang baru, berubah, dan merupakan hasil usaha manusia dalam penelitian dan pengamatan (Al-Qathan, 2006:338). Dengan berpedoman isi yang terkandung dalam al-Quran, akan dapat dikembangkan beberapa konsep dari beberapa cabang ilmu pengetahuan diantaranya adalah matematika. Salah satu konsep dasar dari ilmu matematika yang dapat dipelajari dari al-Quran adalah konsep mengenai himpunan kabur.

Himpunan kabur didasarkan pada gagasan untuk memperluas jangkauan fungsi karakteristik sedemikian hingga fungsi tersebut akan mencakup nilai dengan interval $[0, 1]$. Nilai keanggotaan pada himpunan kabur menunjukkan bahwa satu elemen tidak memiliki suatu nilai kebenaran yang pasti. Tidak hanya nilai 0 menunjukkan salah dan nilai 1 menunjukkan nilai benar, akan tetapi masih ada nilai yang terletak antara benar dan salah (Sudrajat, 2008).

Pandangan mengenai derajat dan kedudukan manusia di mata manusia tidak sama dengan pandangan di mata Allah Swt yang tidak akan memandang manusia dari segi pangkat aataupun kekayaan melainkan Allah Swt. hanya akan menilai manusia melalui ketaqwaannya dan Allah Swt. memiliki cara sendiri untuk menentukan derajat setiap hamba-Nya. Seperti yang dijelaskan dalam ayat berikut: QS. An-Nisa'/4:95, yang berbunyi

لاَّ يَسْتَوِي الْقَاعِدُونَ مِنَ الْمُؤْمِنِينَ غَيْرُ أُوْلِي الضَّرَرِ وَالْمُجَاهِدُونَ فِي سَبِيلِ اللّهِ بِأَمْوَالِهِمْ وَأَنفُسِهِمْ فَضَّلَ اللّهُ الْمُجَاهِدِينَ بِأَمْوَالِهِمْ وَأَنفُسِهِمْ عَلَى الْقَاعِدِينَ دَرَجَةً وَكُلاًّ وَعَدَ اللّهُ الْحُسْنَى وَفَضَّلَ اللّهُ الْمُجَاهِدِينَ عَلَى الْقَاعِدِينَ أَجْراً عَظِيماً ﴿٩٥﴾

"Tidaklah sama antara mu'min yang duduk (yang tidak turut berperang) yang tidak mempunyai uzur dengan orang-orang yang berjihad di jalan Allah dengan harta mereka dan jiwanya. Allah melebihkan orang-orang yang berjihad dengan harta dan jiwanya atas orang-orang yang duduk satu derajat. Kepada masing-masing mereka Allah menjanjikan pahala yang baik (surga) dan Allah melebihkan orang-orang yang berjihad atas orang yang duduk dengan pahala yang besar." (QS. An-Nisa'/4:95)

Penulis berpendapat bahwa dalam ayat ini menjelaskan konsep derajat manusia yang berbeda-beda antara orang-orang yang duduk dengan orang-orang yang berjihad dengan harta dan nyawa mereka. Hal ini dapat direpresentasikan sebagai himpunan kabur yaitu himpunan unsur yang setiap unsurnya memiliki derajat keanggotaan yang berbeda. Disimbolkan dengan

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$$

di mana $\mu_{\tilde{A}}$ merupakan fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$ yang merupakan suatu pemetaan dari himpunan semesta X ke selang tertutup $[0, 1]$.

Apabila $\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$ dianalogikan dengan derajat manusia maka:

$\tilde{A}$ = himpunan manusia

x = satu manusia yang ada di dalam himpunan

$\mu_{\tilde{A}}(x)$ = derajat yang dimiliki x dengan nilai antara 0 dan 1.

Tidak sama derajat orang beriman yang berjihad dan yang tidak berjihad. Hal ini dapat dianalogikan nilai 0 dan 1. Orang yang tidak berjihad karena udzur berbeda derajatnya dengan orang yang tidak berjihad tanpa udzur. Perbedaan inilah yang menimbulkan adanya nilai antara 0 dan 1 yang merupakan nilai kabur.

Ayat di atas dapat diaplikasikan pada nilai ujian akhir. Nilai ujian akhir merupakan suatu himpunan tegas yang berarti nilai itu sudah pasti akan tetapi ketika nilai sudah dikomper dalam bentuk himpunan kabur maka nilai-nilai tersebut sudah berbeda. Masing-masing nilai memiliki derajat keanggotaan sendiri.

BAB III

PEMBAHASAN

Berikut adalah data ujian yang diperoleh dari TPQ Nurul Huda Dinoyo:

$A = \{76, 80, 65, 90, 94, 77, 83, 91,70, 77\}$

$B = \{68, 82, 86, 73, 85, 87, 98, 80, 93, 97\}$

$C = \{74, 82, 80, 70, 76, 90, 88, 93, 98, 78\}$

Di mana

a. Data A merupakan nilai ujian akhir dengan metode sorogan yaitu proses pembelajaran berlangsung secara *face to face* antara guru dengan murid.
b. Data B merupakan nilai ujian akhir dengan metode ceramah di mana proses pembelajaran berlangsung dengan penjelasan dari guru dan murid menyimak dengan seksama.
c. Data C merupakan nilai ujian akhir dengan metode diskusi di mana proses pembelajaran berlangsung aktif antara guru dengan murid atau murid dengan murid, terjadi pertukaran informasi atau saling tanya jawab dan berargumen sehingga suasana kelas menjadi lebih aktif.

Berdasarkan data di atas akan direlasikan masing-masing himpunan dengan ketentuan relasi yang sudah didefinisikan penulis sebagai berikut:

1. μ adalah relasi di $A \times A$ ke $[0,1]$ dengan $\mu(x, x) = |x - x|, \forall\, x \in A$ dan $\mu(x, x)$
2. μ adalah relasi di $B \times B$ ke $[0,1]$ dengan $\mu(y, y) = |y - y|, \forall\, y \in B$ dan $\mu(y, y)$

3. μ adalah relasi di $C \times C$ ke $[0,1]$ dengan $\mu(z,z) = |z - z|, \forall\, z \in C$ dan $\mu(z,z)$
4. μ adalah relasi di $A \times B$ ke $[0,1]$ dengan $\mu(x,y) = |x - y|, \forall\, x,y \in A,B$ dan $\mu(x,y)$
5. μ adalah relasi di $B \times C$ ke $[0,1]$ dengan $\mu(y,z) = |y - z|, \forall\, y,z \in C$ dan $\mu(y,z)$
6. μ adalah relasi di $A \times C$ ke $[0,1]$ dengan $\mu(x,z) = |x - z|, \forall\, z \in C$ dan $\mu(x,z)$

Sehingga memenuhi tabel berikut:

Tabel 3.1 Kriteria Derajat Keanggotaan

No	Nilai x	Derajat Keanggotaan
1	$x = 0$	1
2	$1 \le x \le 4$	0.9
3	$5 \le x \le 8$	0.8
4	$9 \le x \le 12$	0.7
5	$13 \le x \le 16$	0.6
6	$17 \le x \le 20$	0.5
7	$21 \le x \le 24$	0.4
8	$25 \le x \le 28$	0.3
9	$29 \le x \le 32$	0.2
10	$33 \le x \le 36$	0.1

3.1 Analisis Relasi Ekuivalen Data A

Dengan ketentuan tersebut berawal dari data yang berupa himpunan tegas akan dikaburkan menjadi $\tilde{A}$. Langkah pertama adalah dengan mencari $A \times A$ yang merupakan pasangan berurutan dari A ke A. kemudian $\tilde{A}$ yang merupakan himpunan kabur dari $A \times A$. Maka relasi $\tilde{A}$ dapat disajikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\tilde{A} = {} & 1/76{,}76 + 0.9/76{,}80 + 0.8/76{,}65 + 0.6/76{,}90 + 0.5/76{,}94 + 0.9/76{,}77 \\
& + 0.8/76{,}83 + 0.6/76{,}91 + 0.8/76{,}70 + 0.9/76{,}77 \\
& + 0.9/80{,}76 + 1/80{,}80 + 0.6/80{,}65 + 0.7/80{,}90 + 0.6/80{,}94 \\
& + 0.9/80{,}77 + 0.9/80{,}83 + 0.7/80{,}91 + 0.7/80{,}70 \\
& + 0.9/80{,}77 + 0.7/65{,}76 + 0.6/65{,}80 + 1/65{,}65 + 0.3/65{,}90 \\
& + 0.2/65{,}94 + 0.7/65{,}77 + 0.5/65{,}83 + 0.3/65{,}91 \\
& + 0.8/65{,}70 + 0.9/65{,}77 + 0.6/90{,}76 + 0.7/90{,}80 \\
& + 0.3/90{,}65 + 1/90{,}90 + 0.9/90{,}94 + 0.6/90{,}77 + 0.8/90{,}83 \\
& + 0.9/90{,}91 + 0.5/90{,}70 + 0.6/90{,}77 + 0.5/94{,}76 \\
& + 0.6/94{,}80 + 0.2/94{,}65 + 0.9/94{,}90 + 1/94{,}94 + 0.5/94{,}77 \\
& + 0.7/94{,}83 + 0.9/94{,}91 + 0.4/94{,}70 + 0.5/94{,}77 \\
& + 0.9/77{,}76 + 0.9/77{,}80 + 0.7/77{,}65 + 0.6/77{,}90 \\
& + 0.5/77{,}94 + 1/77{,}77 + 0.8/77{,}83 + 0.6/77{,}91 + 0.8/77{,}70 \\
& + 1/77{,}77 + 0.8/83{,}76 + 0.9/83{,}80 + 0.5/83{,}65 + 0.8/83{,}90 \\
& + 0.7/83{,}94 + 0.8/83\,{,}77 + 1/83{,}83 + 0.8/83{,}91 + 0.6/83{,}70 \\
& + 0.8/83{,}77 + 0.6/91{,}76 + 0.7/91{,}80 + 0.3/91{,}65 \\
& + 0.9/91{,}90 + 0.9/91{,}94 + 0.6/91\,{,}77 + 0.8/91{,}83 + 1/91{,}91 \\
& + 0.4/91{,}70 + 0.6/91{,}77 + 0.8/70{,}76 + 0.7/70{,}80 \\
& + 0.8/70{,}65 + 0.5/70{,}90 + 0.4/70{,}94 + 0.8/70\,{,}77 \\
& + 0.6/70{,}83 + 0.4/70{,}91 + 1/70{,}70 + 0.8/70{,}77 + 0.9/77{,}76 \\
& + 0.9/77{,}80 + 0.7/77{,}65 + 0.6/77{,}90 + 0.5/77{,}94 + 1/77{,}77 \\
& + 0.8/77{,}83 + 0.6/77{,}91 + 0.8/77{,}70 + 1/77{,}77
\end{aligned}$$

$\tilde{A}$ dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.7 & 0.6 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 0.6 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.6 & 0.7 & 0.6 & 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.7 & 0.9 \\ 0.7 & 0.6 & 1 & 0.3 & 0.2 & 0.7 & 0.5 & 0.3 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.7 & 0.3 & 1 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.6 \\ 0.5 & 0.6 & 0.2 & 0.9 & 1 & 0.5 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.5 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.6 & 0.5 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.8 & 1 \\ 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 & 0.3 & 0.9 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.6 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.6 & 0.5 & 1 & 0.8 & 0.6 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan definisi subbab 2.9 karena $\tilde{A}$ memiliki diagonal utama yang benilai 1 maka $\tilde{A}$ bersifat refleksif. Pada kajian pustaka subbab 2.9juga dijelaskan bahwa jika himpunan kabur bersifat simetrik maka akan terlihat jelas pada corak simetrik matriks tersebut terhadap diagonal utamanya, yaitu $a_{ij} = a_{ji}$ dengan $i \neq j$. Karena himpunan kabur $\tilde{A}$ memiliki corak simetrik $a_{ij} = a_{ji}$ dengan $i \neq j$, maka himpunan kabur $\tilde{A}$ bersifat simetrik. Untuk melihat bahwa $\tilde{A}$ bersifat transitif berdasarkan definisi pada kajian pustaka subbab 2.9 adalah jika $\tilde{A} \circ \tilde{A} \subseteq \tilde{A}$. Komposisi akan dihitung menggunakan sup-min, yaitu dikerjakan seperti komputasi matriks, di mana operasi perkalian diganti dengan operasi " min " dan operasi penjumlahan diganti dengan operasi " max ". Sehingga diperoleh hasil

$$\tilde{A} \circ \tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 1 & 0.6 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.6 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.8 \\ 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.7 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena jelas bahwa $\tilde{A} \circ \tilde{A} \nsubseteq \tilde{A}$ berarti $\tilde{A}$ tidak bersifat transitif. Frans Susilo (2006) mengatakan bahwa jika terdapat suatu relasi kabur $\tilde{A}$ yang memiliki sifat refleksif dan simetris maka relasi kabur $\tilde{A}$ disebut dengan relasi kompatibilitas. Karena relasi kabur $\tilde{A}$ tidak memenuhi ketiga sifat di atas maka untuk mengubah relasi kabur $\tilde{A}$ yang tidak transitif menjadi relasi kabur terkecil dan yang memuat $\tilde{A}$ atau yang biasa disebut dengan penutup transitif. Berikut adalah algoritmanya:

1. Menentukan relasi kabur $\tilde{A}_1 = \tilde{A} \cup (\tilde{A} \circ \tilde{A})$. Apabila $\tilde{A}_1 = \tilde{A}$ maka $\tilde{A}_1 = \tilde{A} = \tilde{A}_t$. Hal ini berarti bahwa $\tilde{A}$ adalah relasi kabur transitif sehingga merupakan penutup transitif dari dirinya sendiri.
2. Apabila $\tilde{A}_1 \neq \tilde{A}$ maka langkah pertama diulang lagi untuk menentukan $\tilde{A}_2 = \tilde{A}_1 \cup (\tilde{A}_1 \circ \tilde{A}_1)$. Begitu juga untuk langkah selanjutnya dan seterusnya sampai memperoleh $\tilde{A}_k = \tilde{A}_{k-1} = \tilde{A}_t$, dimana $\tilde{A}_k = \tilde{A}_{k-1}$ adalah penutup transitif dari $\tilde{A}$.

Berdasarkan algoritma di atas maka akan dicari penutup transitif dari $\tilde{A}$ dengan cara $\tilde{A}_1 = \tilde{A} \cup (\tilde{A} \circ \tilde{A})$. Frans Susilo (2006) mengatakan bahwa gabungan dua himpunan kabur dengan fungsi keanggotaan adalah

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

sehingga diperoleh

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 1 & 0.6 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.6 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.8 \\ 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.7 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena jelas bahwa $\tilde{A}_1 \neq \tilde{A}$ maka akan dilanjutkan dengan menentukan $\tilde{A}_2$ dengan cara $\tilde{A}_2 = \tilde{A}_1 \cup (\tilde{A}_1 \circ \tilde{A}_1)$. Sehingga diperoleh

$$\tilde{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena jelas bahwa $\tilde{A}_2 \neq \tilde{A}_1$ maka akan dilanjutkan dengan menentukan $\tilde{A}_3$ dengan cara $\tilde{A}_3 = \tilde{A}_2 \cup \left(\tilde{A}_2 \circ \tilde{A}_2\right)$. Sehingga diperoleh

$$\tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena $\tilde{A}_3 = \tilde{A}_2$ maka jelas bahwa $\tilde{A}_3 = \tilde{A}_2 = \tilde{A}_t$ yang berarti bahwa $\tilde{A}$ memiliki penutup transitif sehingga dapat disimpulkan bahwa $\tilde{A}$ merupakan relasi ekuivalen

3.2 Analisis Relasi Ekuivalen Data B

Dengan ketentuan Tabel 3.1 data yang berupa himpunan tegas akan dikaburkan. Langkah pertama adalah dengan mencari $B \times B$ yang merupakan pasangan berurutan dari B ke B. Kemudian $\tilde{B}$ yang merupakan himpunan kabur dari $B \times B$. Maka relasi $\tilde{B}$ dapat disajikan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
B \times B = {} & 1/68{,}68 + 0.6/68{,}82 + 0.5/68{,}86 + 0.8/68{,}73 + 0.5/68{,}85 \\
& + 0.5/68{,}87 + 0.2/68{,}98 + 0.7/68{,}80 + 0.3/68{,}93 \\
& + 0.2/68{,}97 + 0.6/82{,}68 + 1/82\,{,}82 + 0.9/82\,{,}86 + 0.7/82{,}73 \\
& + 0.9/82{,}85 + 0.8/82{,}87 + 0.6/82{,}98 + 0.9/82{,}80 \\
& + 0.7/82{,}93 + 0.6/82{,}97 + 0.5/86{,}68 + 0.9/86{,}82 + 1/86{,}86 \\
& + 0.6/86{,}73 + 0.9/86{,}85 + 0.9/86{,}87 + 0.3/86{,}98 \\
& + 0.8/86{,}80 + 0.8/86{,}93 + 0.7/86{,}97 + 0.8/73{,}68 \\
& + 0.7/73{,}82 + 0.6/73{,}86 + 1/73{,}73 + 0.7/73{,}85 + 0.6/73{,}87 \\
& + 0.3/73{,}98 + 0.8/73{,}80 + 0.5/73{,}93 + 0.4/86{,}97 \\
& + 0.5/85{,}68 + 0.9/85{,}82 + 0.9/85{,}86 + 0.7/85{,}73 + 1/85{,}85 \\
& + 0.9/85{,}87 + 0.6/85{,}98 + 0.8/85{,}80 + 0.8/85{,}93 \\
& + 0.7/85{,}97 + 0.5/87{,}68 + 0.8/87{,}82 + 0.9/87{,}86 \\
& + 0.6/87{,}73 + 0.9/87{,}85 + 1/87{,}87 + 0.7/87{,}98 + 0.8/87{,}80 \\
& + 0.8/87{,}93 + 0.7/87{,}97 + 0.2/98{,}68 + 0.6/98{,}82 \\
& + 0.7/98{,}86 + 0.3/98{,}73 + 0.6/98{,}85 + 0.7/98{,}87 + 1/98{,}98 \\
& + 0.5/98{,}80 + 0.8/98{,}93 + 0.9/98{,}97 + 0.7/80{,}68 \\
& + 0.9/80{,}82 + 0.8/80{,}86 + 0.8/80{,}73 + 0.8/80{,}85 \\
& + 0.8/80{,}87 + 0.5/80{,}98 + 1/80{,}80 + 0.6/80{,}93 + 0.5/80{,}97 \\
& + 0.3/93{,}68 + 0.7/93{,}82 + 0.8/93{,}86 + 0.5/93{,}73 \\
& + 0.8/93{,}85 + 0.8/93{,}87 + 0.8/93{,}98 + 0.6/93{,}80 + 1/93{,}93 \\
& + 0.9/93{,}97 + 0.2/97{,}68 + 0.6/97{,}82 + 0.7/97{,}86 \\
& + 0.4/97{,}73 + 0.7/97{,}85 + 0.7/97{,}87 + 0.9/97{,}98 \\
& + 0.5/97{,}80 + 0.9/97{,}93 + 1/97{,}97
\end{aligned}
$$

$\tilde{B}$ dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.5 & 0.8 & 0.5 & 0.5 & 0.2 & 0.7 & 0.3 & 0.2 \\ 0.6 & 1 & 0.5 & 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.6 & 0.9 & 0.7 & 0.6 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & 0.6 & 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.8 & 0.7 & 0.6 & 1 & 0.7 & 0.6 & 0.3 & 0.8 & 0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.9 & 0.9 & 0.7 & 1 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.5 & 0.8 & 0.9 & 0.6 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.2 & 0.6 & 0.7 & 0.3 & 0.6 & 0.7 & 1 & 0.5 & 0.8 & 0.9 \\ 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.5 & 1 & 0.6 & 0.5 \\ 0.3 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 1 & 0.9 \\ 0.2 & 0.6 & 0.7 & 0.4 & 0.7 & 0.7 & 0.9 & 0.5 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan definisi 2.9 pada kajian pustaka himpunan kabur yang memiliki diagonal utama yang bernilai 1 maka bersifat refleksif, karena $\tilde{B}$ memiliki diagonal utama yang benilai 1 maka $\tilde{B}$ bersifat refleksif. Pada kajian pustaka juga dijelaskan bahwa jika himpunan kabur bersifat simetrik maka akan terlihat jelas pada corak simetrik matriks tersebut terhadap diagonal utamanya, yaitu $b_{ij} = b_{ji}$ dengan $i \neq j$. Karena himpunan kabur $\tilde{B}$ memiliki corak simetrik $b_{ij} = b_{ji}$ dengan $i \neq j$, maka himpunan kabur $\tilde{B}$ bersifat simetrik. Untuk melihat bahwa $\tilde{B}$ bersifat transitif berdasarkan definisi pada kajian pustaka adalah jika $\tilde{B} \circ \tilde{B} \subseteq \tilde{B}$. Komposisi akan dihitung menggunakan sup-min, yaitu dikerjakan seperti komputasi matriks, di mana operasi perkalian diganti dengan operasi " min " dan operasi penjumlahan diganti dengan operasi " max ". Sehingga diperoleh hasil

$$\tilde{B} \circ \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0.6 \\ 0.7 & 1 & 0.5 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.5 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.7 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga jelas bahwa $\tilde{B} \circ \tilde{B} \nsubseteq \tilde{B}$. yang berarti $\tilde{B}$ tidak bersifat transitif. Seperti halnya yang terjadi pada relasi kabur $\tilde{A}$. Karena $\tilde{B}$ tidak memenuhi ketiga sifat di atas yang berarti $\tilde{B}$ juga hanya bersifat refleksif dan simetris yang disebut dengan relasi kompatibilitas. Sesuai algoritma yang sudah dijelaskan pada analisis data A, maka akan dilanjutkan dengan menentukan penutup transitif dari $\tilde{B}$ dengan cara mencari $\tilde{B}_1 = \tilde{B} \cup (\tilde{B} \circ \tilde{B})$. Frans Susilo (2006) mengatakan bahwa gabungan dua himpunan kabur dengan fungsi keanggotaan adalah

$$\mu_{\tilde{A}\cup\tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\}$$

Sehingga diperoleh

$$\tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.8 & 0.6 & 0.6 \\ 0.7 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.7 \\ 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.8 & 1 & 0.7 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 1 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena jelas bahwa $\tilde{B}_1 \neq \tilde{B}$ maka akan dilanjutkan dengan menentukan $\tilde{B}_2$ dengan cara $\tilde{B}_2 = \tilde{B}_1 \cup \left(\tilde{B}_1 \circ \tilde{B}_1\right)$ sehingga

$$\tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.7 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena $\tilde{B}_2 \neq \tilde{B}_1$ maka akan dilanjutkan dengan menentukan $\tilde{B}_3$ dengan cara $\tilde{B}_3 = \tilde{B}_2 \cup \left(\tilde{B}_2 \circ \tilde{B}_2\right)$ sehingga

$$\tilde{B}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena $\tilde{B}_3 = \tilde{B}_2$ maka jelas bahwa $\tilde{B}_3 = \tilde{B}_2 = \tilde{B}_t$ yang berarti bahwa $\tilde{B}$ memiliki penutup transitif sehingga dapat disimpulkan bahwa $\tilde{B}$ merupakan relasi ekuivalen.

3.3 Analisis Relasi Ekuivalen Data C

Dengan ketentuan tabel 3.1 data yang berupa himpunan tegas akan dikaburkan langkah pertama adalah dengan mencari $C \times C$ yang merupakan pasangan berurutan dari *C* ke *C*. kemudian $\tilde{C}$ yang merupakan himpunan kabur dari $C \times C$. Maka relasi $\tilde{C}$ dapat disajikan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
C \times C = \tilde{C} = {} & 1/74{,}74 + 0.8/74{,}82 + 0.8/74{,}80 + 0.9/74{,}70 + 0.9/74{,}76 \\
& + 0.6/74{,}90 + 0.6/74{,}88 + 0.5/74{,}93 + 0.4/74{,}98 \\
& + 0.9/74{,}78 + 0.8/82{,}74 + 1/82{,}82 + 0.9/82{,}90 + 0.7/82{,}70 \\
& + 0.8/82{,}76 + 0.8/82{,}90 + 0.8/82{,}88 + 0.7/82{,}93 \\
& + 0.6/82{,}98 + 0.9/82{,}78 + 0.6/80{,}74 + 0.9/80{,}82 + 1/80{,}80 \\
& + 0.7/80{,}70 + 0.9/80{,}76 + 0.7/80{,}90 + 0.8/80{,}8 + 0.6/80{,}93 \\
& + 0.5/80{,}98 + 0.9/80{,}78 + 0.9/70{,}74 + 0.7/70{,}82 \\
& + 0.7/70{,}80 + 1/70{,}70 + 0.8/70{,}76 + 0.5/70{,}90 + 0.5/70{,}88 \\
& + 0.4/70{,}93 + 0.3/70{,}93 + 0.3/70{,}98 + 0.8/70{,}78 \\
& + 0.9/76{,}74 + 0.8/76{,}82 + 0.9/76{,}80 + 0.8/76{,}70 + 1/76{,}76 \\
& + 0.6/76{,}90 + 0.7/76{,}88 + 0.5/76{,}93 + 0.4/76{,}98 \\
& + 0.9/76{,}78 + 0.6/90{,}74 + 0.8/90{,}82 + 0.7/90{,}80 \\
& + 0.5/90{,}70 + 0.6/90{,}76 + 1/90{,}90 + 0.9/90{,}88 + 0.9/90{,}93 \\
& + 0.8/90{,}98 + 0.7/90{,}78 + 0.6/88{,}74 + 0.8/88{,}82 \\
& + 0.8/88{,}80 + 0.5/88{,}70 + 0.7/88{,}76 + 0.9/88{,}90 + 1/88{,}88 \\
& + 0.8/88{,}93 + 0.7/88{,}98 + 0.7/88{,}78 + 0.5/93{,}74 \\
& + 0.7/93{,}82 + 0.6/93{,}80 + 0.4/93{,}70 + 0.5/93{,}76 \\
& + 0.9/93{,}90 + 0.8/93{,}88 + 1/93{,}93 + 0.8/93{,}98 + 0.6/93{,}78 \\
& + 0.4/98{,}74 + 0.6/93{,}78 + 0.4/98{,}74 + 0.6/98{,}82 \\
& + 0.5/98{,}80 + 0.3/98{,}70 + 0.4/98{,}76 + 0.8/98{,}90 \\
& + 0.7/98{,}88 + 0.8/98{,}93 + 1/98{,}98 + 0.5/98{,}78 + 0.9/78{,}74 \\
& + 0.9/78{,}82 + 0.9/78{,}80 + 0.8/78{,}70 + 0.9/78{,}76 \\
& + 0.7/78{,}90 + 0.7/78{,}90 + 0.7/78{,}88 + 0.6/78{,}93 \\
& + 0.5/78{,}98 + 1 \ / \ 78{,}78
\end{aligned}
$$

$\tilde{C}$ dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.6 & 0.6 & 0.5 & 0.4 & 0.9 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.6 & 0.5 & 0.9 \\ 0.9 & 0.7 & 0.7 & 1 & 0.8 & 0.5 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.6 & 0.7 & 0.5 & 0.4 & 0.4 \\ 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.5 & 0.6 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.5 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.7 \\ 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.4 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.3 & 0.4 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.5 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.4 & 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan sub bab 2.9 yaitu himpunan kabur yang memiliki diagonal utama yang bernilai 1 maka bersifat refleksif, karena $\tilde{C}$ memiliki diagonal utama yang benilai 1 maka $\tilde{C}$ bersifat refleksif. Pada kajian pustaka juga dijelaskan bahwa jika himpunan kabur bersifat simetrik maka akan terlihat jelas pada corak simetrik matriks tersebut terhadap diagonal utamanya, yaitu $c_{ij} = c_{ji}$ dengan $i \neq j$. Karena himpunan kabur $\tilde{B}$ memiliki corak simetrik $c_{ij} = c_{ji}$ dengan $i \neq j$, maka himpunan kabur $\tilde{C}$ bersifat simetrik. Untuk melihat bahwa $\tilde{B}$ bersifat transitif berdasarkan definisi pada kajian pustaka adalah jika $\tilde{C} \circ \tilde{C} \subseteq \tilde{C}$. Komposisi akan dihitung menggunakan sup-min, yaitu dikerjakan seperti komputasi matriks, di mana operasi perkalian diganti dengan operasi “ min “ dan operasi penjumlahan diganti dengan operasi “ max “. Sehingga diperoleh hasil

$$\tilde{C} \circ \tilde{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.6 & 0.7 & 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.7 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena jelas bahwa $\tilde{C} \circ \tilde{C} \not\subseteq \tilde{C}$. yang berarti $\tilde{C}$ tidak bersifat transitif. Dalam kasus ini sama halnya pada relasi kabur $\tilde{A}$ dan relasi kabur $\tilde{B}$ yaitu relasi kabur $\tilde{C}$ hanya bersifat refleksif dan simetris atau bersifat relasi kompatibilitas. Karena relasi kabur $\tilde{C}$ tidak memenuhi ketiga sifat di atas maka akan dilanjutkan dengan menentukan penutup transitif dari $\tilde{C}$ dengan cara $\tilde{C}_1 = \tilde{C} \cup (\tilde{C} \circ \tilde{C})$, dengan cara yang sama pada himpunan kabur $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$. Sehingga diperoleh

$$\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.6 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.7 \\ 0.6 & 0.6 & 0.7 & 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.7 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.7 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena terlihat bahwa $\tilde{C}_1 \neq \tilde{C}$ maka akan dilanjutkan dengan menentukan $\tilde{C}_2$ dengan cara $\tilde{C}_2 = \tilde{C}_1 \cup (\tilde{C}_1 \circ \tilde{C}_1)$ sehingga

$$\tilde{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena $\tilde{C}_2 \neq \tilde{C}_1$maka akan dilanjutkan dengan menentukan $\tilde{C}_3$ dengan cara $\tilde{C}_3 = \tilde{C}_2 \cup (\tilde{C}_2 \circ \tilde{C}_2)$ sehingga

$$\tilde{C}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

karena $\tilde{C}_3 = \tilde{C}_2$ maka jelas bahwa $\tilde{C}_3 = \tilde{C}_2 = \tilde{C}_t$ yang berarti bahwa $\tilde{C}$ memiliki penutup transitif sehingga dapat disimpulkan bahwa $\tilde{C}$ merupakan relasi ekuivalen.

3.4 Analisis Relasi Ekuivalen Data D

Dengan ketentuan tabel 3.1 data yang berupa himpunan tegas akan dikaburkan langkah pertama adalah dengan mencari $A \times B$ yang merupakan pasangan berurutan dari *A* ke *B*. kemudian $\widetilde{D}$ yang merupakan himpunan kabur dari $A \times B$. Maka relasi $\widetilde{D}$ dapat disajikan sebagai berikut:

$$\widetilde{D} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.4 \\ 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.5 & 0.1 & 0.6 & 0.5 \\ 0.9 & 0.5 & 0.4 & 0.8 & 0.5 & 0.4 & 0.1 & 0.6 & 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.8 \\ 0.3 & 0.7 & 0.8 & 0.4 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.6 & 0.9 & 0.9 \\ 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.4 & 0.9 & 0.6 & 0.5 \\ 0.6 & 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.6 & 0.9 & 0.7 & 0.6 \\ 0.4 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.6 & 0.9 & 0.6 & 0.5 & 0.3 & 0.7 & 0.4 & 0.3 \\ 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.4 & 0.5 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan definisi 2.9 pada kajian pustaka yaitu $\mu_{\widetilde{D}}(x,x) = 1 \forall x \in \widetilde{D}$, akan tetapi yang terlihat pada diagonal utamanya sudah terlihat jelas yaitu $\mu_{\widetilde{D}}(x,x) \neq 1 \forall x \in \widetilde{D}$, sehingga himpunan kabur $\widetilde{D}$ tidak bersifat refleksif. Begitu juga dengan sifat simetriknya di mana $\mu_{\widetilde{D}}(x,y) = \mu_{\widetilde{D}}(y,x)$ atau $D_{ij} \neq D_{ji}$ dengan $i \neq j$. Akan tetapi yang terlihat pada himpunan kabur $\widetilde{D}$ di mana $\mu_{\widetilde{D}}(x,y) \neq$

$\mu_{\tilde{D}}(y, x)$ atau $D_{ij} \neq D_{ji}$ dengan $i \neq j$, sehingga $\tilde{D}$ tidak bersifat refleksif. Berdasarkan syarat untuk menjadi relasi yang ekuivalen relasi seperti yang sudah dijelaskan pada bab 2.9 yaitu suatu relasi himpunan kabur dikatakan bersifat ekuivalen jika memenuhi tiga syarat yaitu bersifat refleksif, simetrik, dan transitif. Karena relasi kabur $\tilde{D}$ tidak memenuhi syarat tersebut maka relasi kabur $\tilde{D}$ bukan relasi ekuivalen.

3.5 Analisis Relasi Ekuivalen Data E

Dengan ketentuan tabel 3.1 data yang berupa himpunan tegas akan dikaburkan langkah pertama adalah dengan mencari $B \times C$ yang merupakan pasangan berurutan dari *B* ke *C*. Kemudian $\tilde{E}$ yang merupakan himpunan kabur dari $B \times C$. Maka relasi $\tilde{E}$ dapat disajikan sebagai berikut:

$$\tilde{E} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.6 & 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.4 & 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0.7 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.9 \\ 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.6 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.8 \\ 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.5 & 0.6 & 0.5 & 0.3 & 0.8 \\ 0.7 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.6 & 0.8 \\ 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.5 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.7 & 0.7 \\ 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.3 & 0.4 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.5 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.6 & 0.5 & 0.9 \\ 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.4 & 0.5 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 & 0.5 & 0.3 & 0.4 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Sama halnya dengan kasus pada relasi kabur $\tilde{D}$. Berdasarkan definisi 2.9 pada kajian pustaka yaitu $\mu_{\tilde{E}}(x, x) = 1 \forall x \in \tilde{E}$, akan tetapi yang terlihat pada diagonal utamanya sudah terlihat jelas yaitu $\mu_{\tilde{E}}(x, x) \neq 1 \forall x \in \tilde{E}$, sehingga himpunan kabur $\tilde{E}$ tidak bersifat refleksif. Begitu juga dengan sifat simetriknya di mana $\mu_{\tilde{E}}(x, y) = \mu_{\tilde{E}}(y, x)$ atau $E_{ij} \neq E_{ji}$ dengan $i \neq j$. Akan tetapi yang terlihat pada himpunan kabur $\tilde{E}$ di mana $\mu_{\tilde{E}}(x, y) \neq \mu_{\tilde{E}}(y, x)$ atau $E_{ij} \neq E_{ji}$ dengan $i \neq j$, sehingga $\tilde{E}$ tidak bersifat refleksif. Berdasarkan syarat untuk menjadi relasi yang ekuivalen relasi seperti yang sudah dijelaskan pada bab 2.9 yaitu suatu relasi himpunan kabur dikatakan bersifat ekuivalen jika memenuhi tiga syarat yaitu bersifat refleksif, simetrik, dan transitif. Karena relasi kabur $\tilde{E}$ tidak memenuhi syarat tersebut maka relasi kabur $\tilde{E}$ bukan relasi ekuivalen.

3.6 Analisis Relasi Ekuivalen Data F

Dengan ketentuan tabel 3.1 data yang berupa himpunan tegas akan dikaburkan langkah pertama adalah dengan mencari $A \times C$ yang merupakan pasangan berurutan dari A ke C. Kemudian $\tilde{F}$ yang merupakan himpunan kabur dari $A \times C$. Maka relasi $\tilde{F}$ dapat disajikan sebagai berikut:

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.6 & 0.7 & 0.5 & 0.4 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.7 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.6 & 0.5 & 0.9 \\ 0.7 & 0.5 & 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.3 & 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.6 \\ 0.6 & 0.8 & 0.7 & 0.5 & 0.6 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.7 \\ 0.5 & 0.7 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.6 \\ 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.6 & 0.7 & 0.6 & 0.4 & 0.9 \\ 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.6 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.6 & 0.8 \\ 0.5 & 0.7 & 0.7 & 0.4 & 0.6 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.6 \\ 0.9 & 0.7 & 0.7 & 0.1 & 0.8 & 0.5 & 0.5 & 0.4 & 0.3 & 0.8 \\ 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.6 & 0.7 & 0.6 & 0.4 & 0.9 \end{bmatrix}$$

Masih dengan kasus yang sama seperti pada relasi kabur $\widetilde{D}$ dan relasi kabur $\tilde{E}$ yang berdasarkan definisi bab 2.9 bahwa relasi kabur $\tilde{F}$ juga tidak bersifat refleksif yaitu $\mu_{\tilde{F}}(x,x) \neq 1 \forall x \in \tilde{F}$. Begitu juga dengan sifat simetriknya di mana $\mu_{\tilde{F}}(x,y) \neq \mu_{\tilde{F}}(y,x)$ atau $F_{ij} \neq F_{ji}$ dengan $i \neq j$. Berdasarkan syarat untuk menjadi relasi yang ekuivalen relasi kabur $\tilde{F}$ tidak memenuhi syarat tersebut sehingga relasi kabur $\tilde{F}$ juga bukan relasi ekuivalen.

3.7 Pengkomposisian Relasi Ekuivalen

Seperti halnya pada relasi tegas relasi kabur juga dapat dikomposisikan. Pada pembahasan selanjutnya yang akan dikomposisikan hanya relasi ekuivalen sehingga yang akan dilanjutkan analisisnya adalah relasi kabur $\tilde{A}$, relasi kabur $\tilde{B}$, dan relasi kabur $\tilde{C}$.

Frans Susilo (2006) mengatakan bahwa jika $\tilde{R}_1$ adalah relasi kabur pada $X \times Y$ dan $\tilde{R}_2$ adalah relasi kabur pada $Y \times Z$, maka komposisi relasi kabur $\tilde{R}_1$dan $\tilde{R}_2$ yang dinotasikan dengan $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2} = Sup_{y \in Y}\, t(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z))$$

di mana t adalah suatu norma- t. Pada pembahasan ini norma- t yang digunakan adalah operator min, perkalian, dan *bounded difference.*

3.7.1 Operator Sup min

Pengkomposisian suatu relasi kabur yang bersifat ekuivalen terhadap dirinya sendiri dengan operator sup min. Komputasi relasi dari $\tilde{A} \circ \tilde{A}$, $\tilde{B} \circ \tilde{B}$, dan $\tilde{C} \circ \tilde{C}$ dikerjakan dengan komposisi sup min cara perhitungannya seperti komputai perkalian matriks, di mana operasi perkalian diganti dengan operasi “ min” dan operasi penjumlahan diganti dengan opersi “max”. Sehingga diperoleh

1. Untuk Relasi Kabur $\tilde{A}_3$

a. $$\tilde{A}_3^2 = \tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix} = \tilde{A}_3$$

b. $\tilde{A}_3^3 = \left(\tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3\right) \circ \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$

$= \tilde{A}_3$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap relasi ekuivalen yang dikomposisikan dengan dirinya sendiri maka hasilnya adalah dirinya sendiri.

$\tilde{A}_3^n = \tilde{A}_3, \forall n \in N$

2. Untuk relasi kabur $\tilde{B}_3$

a. $\tilde{B}_3^2 = \tilde{B}_3 \circ \tilde{B}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix} = \tilde{B}_3$

b. $\tilde{B}_3^3 = \left(\tilde{B}_3 \circ \tilde{B}_3\right) \circ \tilde{B}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$

$= \tilde{B}_3$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap relasi ekuivalen yang dikomposisikan dengan dirinya sendiri maka hasilnya adalah dirinya sendiri.

$\tilde{B}_3^n = \tilde{B}_3, \forall n \in N$

3. Untuk relasi kabur $\tilde{C}_3$

a. $\tilde{C}_3^2 = \tilde{C}_3 \circ \tilde{C}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$

$= \tilde{C}_3$

b. $\tilde{C}_3^3 = (\tilde{C}_3 \circ \tilde{C}_3) \circ \tilde{C}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$

$= \tilde{C}_3$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa setiap relasi ekuivalen yang dikomposisikan dengan dirinya sendiri maka hasilnya adalah dirinya sendiri.

$\tilde{C}_3^n = \tilde{C}_3, \forall n \in N$

3.7.2 Operator Sup Perkalian

Pengkomposisian suatu relasi kabur yang bersifat ekuivalen terhadap dirinya sendiri dengan operator sup min. Komputasi relasi $\tilde{A} \circ \tilde{A}, \tilde{B} \circ \tilde{B}, \tilde{C} \circ \tilde{C}$ dikerjakan dengan komposisi sup perkalian cara perhitungannya seperti komputai perkalian matriks, di mana operasi penjumlahan diganti dengan operasi "max". Sehingga diperoleh

1. Untuk Relasi Kabur $\tilde{A}_3$

a. $\tilde{A}_3^2 = \tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.72 & 0.8 & 0.72 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.72 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.72 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$

$\neq \tilde{A}_3$

b. $\tilde{A}_3^3 = (\tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3) \circ \tilde{A}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.72 & 0.8 & 0.72 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.72 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.72 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$= \tilde{A}_3^2$

c. $\tilde{A}_3^4 = (\tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3) \circ (\tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.72 & 0.8 & 0.72 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.72 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.72 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$= \tilde{A}_3^2$

Berdasarkan perhitungan di atas maka dapat disimpulkan bahwa hasil pengkomposisian dengan operator perkalian, sebagai berikut:

$$\tilde{A}_3^2 = \tilde{A}_3^n, \forall n \in N \text{ , n} > 1$$

2. Untuk Relasi Kabur $\tilde{B}_3$

a. $\tilde{B}_3^2 = \tilde{B}_3 \circ \tilde{B}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{B}_3$$

b. $\tilde{B}_3^3 = (\tilde{B}_3 \circ \tilde{B}_3) \circ \tilde{B}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{B}_3$$

Berdasarkan perhitungan diatas maka dapat disimpulkan bahwa hasil pengkomposisian dengan operator perkalian, sebagai berikut:

$\tilde{B}_3^n = \tilde{B}_3, \forall n \in N$

3. Untuk Relasi Kabur $\tilde{C}_3$

a. $\tilde{C}_3^2 = \tilde{C}_3 \circ \tilde{C}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$= \tilde{C}_3$

b. $\tilde{C}_3^3 = \left(\tilde{C}_3 \circ \tilde{C}_3\right) \circ \tilde{C}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$= \tilde{C}_3$

Berdasarkan perhitungan di atas maka dapat disimpulkan bahwa hasil pengkomposisian dengan operator perkalian, sebagai berikut:

$\tilde{C}_3^n = \tilde{C}_3, \forall n \in N$

3.7.3 Operator *Bounded Difference*

Pengkomposisian suatu relasi kabur yang bersifat ekuivalen terhadap dirinya sendiri dengan operator *bounded difference*. Komputasi relasi $\tilde{A} \circ \tilde{A}$, $\tilde{B} \circ \tilde{B}$, $\tilde{C} \circ \tilde{C}$ dikerjakan dengan

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2} = Sup_{y \in Y}\ t(\mu_{\tilde{R}_1}(x,y), \mu_{\tilde{R}_2}(y,z))$$

Di mana $t = i(x,y) = \max(0, x+y-1)$. Sehingga diperoleh

1. Untuk Relasi Kabur $\tilde{A}_3$

a. $\tilde{A}_3^2 = \tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$

$= \tilde{A}_3$

b. $\tilde{A}_3^3 = (\tilde{A}_3 \circ \tilde{A}_3) \circ \tilde{A}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.7 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$= \tilde{A}_3$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa relasi ekuivalen yang dikomposisikan dengan dirinya sendiri dengan operator *bounded difference* maka hasilnya adalah dirinya sendiri.

$\tilde{A}_3^n = \tilde{A}_3, \forall n \in N$

2. Untuk relasi kabur $\tilde{B}_3$

a. $\tilde{B}_3^2 = \tilde{B}_3 \circ \tilde{B}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

b. $\tilde{B}_3^3 = (\tilde{B}_3 \circ \tilde{B}_3) \circ \tilde{B}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 1 & 0.9 & 0.7 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.7 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix} = \tilde{B}_3$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa relasi ekuivalen yang dikomposisikan dengan dirinya sendiri dengan menggunakan operator *bounded difference* maka hasilnya adalah dirinya sendiri.

$\tilde{B}_3^n = \tilde{B}_3, \forall n \in N$ (

3. Untuk Relasi Kabur $\tilde{C}_3$

a. $\tilde{C}_3^2 = \tilde{C}_3 \circ \tilde{C}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$= \tilde{C}_3$

b. $\tilde{C}_3^3 = (\tilde{C}_3 \circ \tilde{C}_3) \circ \tilde{C}_3$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \tilde{C}_3$$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa relasi ekuivalen yang dikomposisikan dengan dirinya sendiri dengan operator *bounded difference* maka hasilnya adalah dirinya sendiri.

$\tilde{C}_3^n = \tilde{C}_3, \forall n \in N$

3.8 Sifat Komposisi Komutatif

3.8.1 Operator Sup min

Dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ dan proses perhitungan seperti pada bab pembahasan 3.7.1

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$$

1. $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$

2. $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$

Berdasarkan perhitungan dengan operasi sup min jelas terlihat bahwa $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$ hal ini menunjukkan bahwa sifat komutatif dengan operasi sup min tidak berlaku. Akan tetapi hasilnya tetap bersifat ekuivalen. Hal ini membuktikan bahwa relasi ekuivalen jika direlasikan dengan relasi ekuivalen maka hasilnya juga relasi ekuivalen.

3.8.2 Operator Sup Perkalian

Dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ dan proses perhitungan seperti pada bab pembahasan 4.7.2

1. $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 =$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.81 & 0.8 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\ 0.81 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.81 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.81 & 0.81 & 0.9 \\ 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1 =$

$$
= \begin{bmatrix}
1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 1 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.8 & 0.81 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.8 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.81 \\
0.8 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\
0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.81 \\
0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1
\end{bmatrix}
$$

Sehingga diperoleh $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$. Hal ini membuktikan bahwa meskipun nilainya tidak komutatif akan tetapi hasil dari relasi ekuivalen yang direlasikan dengan relasi ekuivalen maka hasilnya juga relasi ekuivalen. Terbukti bahwa hasilnya juga mencakup tiga syarat untuk dikatakan sebagai relasi ekuivalen sesuai dengan sub bab 2.9 yaitu himpunan kabur yang memiliki diagonal utama yang bernilai 1 maka bersifat refleksif, karena hasil dari $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dan $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$ memiliki diagonal utama yang benilai 1 maka hasil dari $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dan $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$ bersifat refleksif. Pada kajian pustaka juga dijelaskan bahwa jika himpunan kabur bersifat simetrik maka akan terlihat jelas pada corak simetrik matriks tersebut terhadap diagonal utamanya, yaitu $x_{ij} = x_{ji}$ dengan $i \neq j$. Karena himpunan kabur hasil dari $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dan $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$ memiliki corak simetrik $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\,)_{ij} = (\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2\,)_{ji}$ dan $(\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1\,)_{ij} = (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1\,)_{ji}$dengan $i \neq j$, maka himpunan kabur hasil dari $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dan $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$bersifat simetrik. Untuk melihat bahwa hasil dari $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ dan $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$bersifat transitif berdasarkan definisi pada kajian pustaka adalah jika hasil dari $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ (\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \subseteq (\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2)$ dan $(\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1) \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1) \subseteq (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1)$. Komposisi akan dihitung menggunakan sup-min, yaitu dikerjakan seperti komputasi matriks, di mana operasi perkalian diganti dengan operasi “ min “ dan operasi penjumlahan diganti dengan operasi “ max “. Sehingga diperoleh hasil

$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ (\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2)$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.81 & 0.8 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\ 0.81 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.81 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.81 & 0.81 & 0.9 \\ 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Karena sudah terlihat jelas bahwa $(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ (\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \subseteq (\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2)$ maka jelas bahwa hasil dari $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ adalah relasi ekuivalen. Begitu juga dengan hasil dari $(\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1) \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1)$ yaitu

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.81 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.81 \\ 0.8 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.81 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Dengan proses analisis yang sama seperti halnya pada $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ diperoleh bahwa $(\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1) \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1) \subseteq (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1)$ sehingga hasil dari hasil dari $\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$ merupakan relasi ekuivalen.

3.8.3 Operator *Bounded Difference*

Dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ dan proses perhitungan seperti pada bab pembahasan 3.7.3

1. $$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

2. $$\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 \\ 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan perhitungan dengan operasi *bounded differnce* jelas terlihat bahwa $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$ hal ini menunjukkan bahwa sifat komutatif dengan operasi *bounded differnce* tidak berlaku. Akan tetapi tetap bersifat ekuivalen berdasarkan penjelasan sebelumnya. Hal ini membuktikan bahwa relasi ekuivalen jika direlasikan dengan relasi ekuivalen maka hasilnya juga relasi ekuivalen.

3.9 Sifat komposisi Assosiatif

3.9.1 Operator Sup min

Dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ dan proses perhitungan seperti pada bab pembahasan 3.7.1

$$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Sehingga dapat dikatakan bahwa untuk sifat komposisi assosiatif dengan operasi sup min berlaku dan tetap bersifat relasi ekuivalen seperti yang dijelaskan sebelumnya.

3.9.2 Operasi Sup Perkalian

Dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ dan proses perhitungan seperti pada bab pembahasan 3.7.2

$$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.81 & 0.9 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\ 0.81 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\ 0.81 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.81 \\ 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.81 & 0.8 & 1 & 0.9 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$
= \begin{bmatrix}
1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.81 & 0.9 \\
0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.81 & 0.9 & 0.81 & 0.81 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.9 \\
0.81 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.81 \\
0.81 & 0.81 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.81 & 0.8 & 1 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.81 & 0.9 & 1
\end{bmatrix}
$$

Sehingga bias dikatakan bahwa untuk sifat komposisi assosiatif dengan operasi sup perkalian berlaku dan masih bersifat relasi ekuivalen seperti yang dijelaskan sebelumnya.

3.9.3 Operasi *Bounded Difference*

Dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ dan proses perhitungan seperti pada bab pembahasan 3.7.3

$$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$$

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.8 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.8 \\
0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 \\
0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 0.8 & 1 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1
\end{bmatrix}
$$

$$
= \begin{bmatrix}
1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\
0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\
0.8 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1 & 0.8 & 0.9 \\
0.9 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 1 & 0.9 \\
0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 & 1
\end{bmatrix}
$$

Sehingga dapat dikatakan bahwa untuk sifat komposisi assosiatif dengan operasi *bounded difference* berlaku dan masih bersifat relasi ekuivalen seperti yang dijelaskan sebelumnya.

3.10 Himpunan Kabur dalam Al-Quran

Pada bab 2 sudah dijelaskan bahwasannya ayat yang terkandung QS. An-Nisa'/4:95 menjelaskan mengenai perbedaan derajat manusia dihadapan Tuhannya yang berbeda. Pada makna ayat tersebut ada kalimat tidaklah sama setiap mukmin. Hal ini menjelaskan bahwa meskipun manusia itu adalah seorang mukmin yang memiliki hubungan kedekatan yang sama dengan Tuhannya akan tetapi Tuhan sendirilah yang akan menilai seberapa besar kedekatan tersebut dan itu membuktikan bahwa setiap manusia mukmin memiliki nilai tersendiri dihadapan Tuhannya.

Dari pernyataan di atas dapat ditarik garis dengan judul penelitian ini bahwa relasi ekuivalen yang merupakan suatu pasangan berurutan dengan syarat memiliki sifat refleksif, simetrik, dan transitif. Hal ini dapat bermakna bahwa makhluk itu memiliki hubungan yang sama dengan Tuhannya. Namun kualitas hubungan setiap mukmin pasti berbeda. Hal ini sesuai dengan konsep himpunan kabur di mana setiap anggotanya memiliki derajat keanggotaan sendiri. Begitu juga dengan nilai setiap siswa, meskipun nilai tersebut sama akan tetapi nilai tersebut belum tentu memiliki derajat keanggotaan yang sama.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka diperoleh hasil sebagai berikut:

1. Dari enam data relasi kabur yang terdiri dari $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, $\tilde{C}$, $\tilde{D}$, $\tilde{E}$, dan $\tilde{F}$ yang dikembangkan dari tiga data yang ada diperoleh hasil relasi yang memenuhi sifat ekuivalen hanya $\tilde{A}$ yang merupakan himpunan kabur dari $A \times A$, $\tilde{B}$ yang merupakan himpunan kabur dari $B \times B$, dan $\tilde{C}$ yang merupakan himpunan kabur dari $C \times C$.
2. Sifat-sifat komposisi yang berlaku pada $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ yang bersifat ekuivalen sebagai berikut:
   a. Operator Sup Min

$$\tilde{A}_3^n = \tilde{A}_3, \forall n \in N$$

$$\tilde{B}_3^n = \tilde{B}_3, \forall n \in N$$

$$\tilde{C}_3^n = \tilde{C}_3, \forall n \in N$$

   b. Operator Perkalian

$$\tilde{A}_3^2 = \tilde{A}_3^n, \forall n \in N, n > 1$$

$$\tilde{B}_3^n = \tilde{B}_3, \forall n \in N$$

$$\tilde{C}_3^n = \tilde{C}_3, \forall n \in N$$

c. Operator *Bounded Difference*

$$\tilde{A}_3^2 = \tilde{A}_3^n, \forall n \in N, n > 1$$

$$\tilde{B}_3^n = \tilde{B}_3, \forall n \in N$$

$$\tilde{C}_3^n = \tilde{C}_3, \forall n \in N$$

Berikutnya adalah sifat komposisi komutatif yang berlaku pada $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C}$ yang bersifat ekuivalen dari perhitungan pada bab tiga dengan ketentuan $\tilde{R}_1 = \tilde{A}_3$, $\tilde{R}_2 = \tilde{B}_3$ dan $\tilde{R}_3 = \tilde{C}_3$ diperoleh hasil sebagai berikut:

3. Operator Sup Min

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$$

4. Operator Perkalian

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$$

5. Operator *Bounded Difference*

$$\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2 \neq \tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_1$$

Sedangkan untuk sifat komposisi assosiatif diperoleh hasil sebagai berikut:

a. Operator Sup Min

$$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$$

b. Operator Sup Perkalian

$$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$$

c. Operator *Bounded Difference*

$$(\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2) \circ \tilde{R}_3 = \tilde{R}_1 \circ (\tilde{R}_2 \circ \tilde{R}_3)$$

4.2 Saran

Berdasarkan pembahasan yang tertera, peneliti memberi saran untuk penelitian selanjutnya agar dikaji lebih dalam lagi mengenai relasi ekuivalen dan sifat-sifat komposisi terkait pengambilan keputusan.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Qathan, S.M. 2006. *Pengantar Study Ilmu Al-Qur'an*. Jakarta: Pustaka Al-Kautsar

Departemen Agama RI. 2002. *Al-Qur'an dan Terjemahan*. Jakarta: CV Darus Sunnah.

Djauhari, M. 1990. *Himpunan Kabur*. Jakarta: Karunika.

Klir,G. J. dan Yuan, B. 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Aplication*. New Jersey: Pratince Hall PTR.

Kusumadewi, S. 2002. *Analisis dan Desain Sistem Fuzzy Menggunakan Tool Box Matlab*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Soejono dan Abdurrahman. 1999. *Metode Penelitian Suatu Pemikiran dan Penerapan*. Jakarta: PT Rineka Cipta.

Soekardjono. 2002. Teori Latis. Yogyakarta: ANDI

Sugiyono. 2010. *Memahami Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya.

Suharsimi, A. 2010. *Prosedur Penelitian*. Jakarta: Rineka Cipta.

Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Susilo, F. 2012. *Landasan Matematika*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Zadeh. L. A. 1965. *Fuzzy Sets.* Amerika: Information and Control.

RIWAYAT HIDUP

Noor Millah Selviya, lahir di Kabupaten Sidoarjo pada tanggal 02 Agustus 1992, biasa dipanggil Mila, tinggal di Villa Bukit Tidar A5/59 Kota Malang. Putri pertama dari Bapak Sujono dan Ibu Siti Maimanah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Kedunggempol dan lulus pada tahun 2005, setelah itu melanjutkan ke MtsN Mojosari dan lulus pada tahun 2008. Kemudian menempuh pendidikan menengah atas di MAN Mojosari dan lulus pada tahun 2011 dan pada tahun 2011 dia menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan mengambil Jurusan Matematika.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Noor Millah Selviya
NIM : 11610040
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Relasi Ekuivalen Kabur dan Sifat Komposisinya
Pembimbing I : Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D
Pembimbing II : H. Wahyu Hengki Irawan, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	06 Mei 2015	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	12 Mei 2015	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	2.
3.	07 September 2015	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II	3.
4.	07 September 2015	Revisi Bab I, Bab II, dan Konsultasi Bab III	4.
5.	10 September 2015	ACC Bab I, Bab II	5.
6.	09 September 2015	ACC Kajian Agama Bab I dan Bab II	6.
7.	30 September 2015	Konsultasi Bab III	7.
8.	16 November 2015	Revisi Bab III	8.
9.	25 November 2015	ACC Bab III	9.
10.	01 Desember 2015	Konsultasi Bab IV	10.
11.	07 Desember 2015	Konsultasi Agama Bab IV	11.
12.	07 Desember 2015	Revisi Bab IV	12.
13.	07 Desember 2015	Konsultasi Agama Bab IV	13.
14.	07 Desember 2015	ACC Agama Bab IV	14.
15.	08 Desember 2015	ACC Keseluruhan	17.

Malang, 07 Desember 2015
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001