SIFAT-SIFAT GABUNGAN IDEAL HALUS DALAM ALJABAR BCI

SKRIPSI

OLEH
ANGGI FAIZTA WIDIYATIKA
NIM.11610021

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

SIFAT-SIFAT GABUNGAN IDEAL HALUS DALAM ALJABAR BCI

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
ANGGI FAIZTA WIDIYATIKA
NIM. 11610021

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERIMAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

SIFAT-SIFAT GABUNGAN IDEAL HALUS DALAM ALJABAR BCI

SKRIPSI

Oleh
ANGGI FAIZTA WIDIYATIKA
NIM. 11610021

TelahDiperiksadanDisetujuiuntuk Diuji
Tanggal 30 Mei 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Abdussakir, M.Pd	Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19751006 200312 1 001	NIP. 197603318 200604 1 002

Mengetahui,
KetuaJurusanMatematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

SIFAT-SIFAT GABUNGAN IDEAL HALUS DALAM ALJABR BCI

SKRIPSI

Oleh:
ANGGI FAIZTA WIDIYATIKA
NIM. 11610021

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 30 Mei 2016

Penguji Utama	:	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	………………………..
Ketua Penguji	:	Hairur Rahman, M.Si	………………………..
Sekretaris Penguji	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	………………………..
Anggota Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si	………………………..

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawahini:

Nama : Anggi Faizta Widiyatika

NIM : 11610021

Jurusan : Matematika

Fakultas : SainsdanTeknologi

Judul Skripsi : Sifat-Sifat Gabungan Ideal Halus dalam Aljabar BCI

Menyatakandengansebenarnyabahwaskripsi yang sayatulisinibenar-benarmerupakanhasilkaryasayasendiri, bukanmerupakanpengambilan data, tulisanataupikiran orang lain yang sayaakuisebagaihasiltulisanataupikiransayasendiri, kecualidenganmencantumkansumbercuplikanpadadaftarpustaka.Apabila di kemudianhariterbuktiataudapatdibuktikanskripsiinihasiljiplakan, makasayabersediamenerimasanksiatasperbuatantersebut.

Malang, 11 April 2016
Yang membuatpernyataan,

Anggi Faizta Widiyatika
NIM. 11610021

MOTO

"Janganlah bersikap lemah, dan jangan (pula) kamu bersedih hati, padahal kamulah orang-orang yang paling tinggi derajatnya, jika kamu orang-orang yang beriman" (Q.S. Ali Imron:139).

"*You can if you think you can, because it's your life, you're the boss*".

PERSEMBAHAN

Skripsi ini peneliti persembahkan kepada:

Kedua orangtua serta pahlawan tercinta, Ayah Faizin dan Ibu Widayati, adik tersayang Afif Faizta Nurrohmah dan Ariqoh Faizta Nuraiaini, serta keluarga tercinta.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Syukur Alhamdulillah peneliti haturkan kehadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufik, sertahidayah-Nya, sehinggapeneliti dapatmenyelesaikanstudi di Jurusan Matematika, FakultasSainsdanTeknologiUniversitas Islam NegeriMaulana Malik Ibrahim Malang, sekaligusmenyelesaikanskripsi yang berjudul "*Sifat-sifat Gabungan Ideal Halus dalam Aljabar BCI*" ini dengan baik.

Selanjutnyapeneliti haturkanucapanterimakasihseiring doa danharapan*jaza kumullah ahsanal jaza'* kepadasemuapihak yang telahmembantuselesainyaskripsiini. Ucapan terimakasih ini peneliti sampaikankepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo,M.Si selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Bayyinatul Muchtaromah, M.Siselaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd selaku ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus dosen pembimbing I yang senantiasa dengan sabar memberikan arahan dan pengalaman yang berharga kepada peneliti.
4. Abdul Aziz, M.Si selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan pengalaman yang berharga kepada peneliti.

5. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, FakultasSainsdanTeknologi, Universitas Islam NegeriMaulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segenap ilmu dan bimbingannya.
6. Orangtua, adik, serta keluarga besarpeneliti yang selalu memberikan doa dan motivasi yang tiada henti kepada peneliti.
7. Sahabat-sahabat peneliti, Eka Fitri Aprilia, Miftakhul Khoiriyah, Nia Cahyani, dan Prastya Wahyu Putriserta Dyah Retno Galuh dan Helda Dwi "Trio Ricuh" terima kasih telah menjadi sahabat penelitiyang selalu memberikan dukungan, doa, semangat dan kenangan yang indah kepada peneliti.
8. Seluruh teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2011 "ABELIAN", Trio Stalker dan teman-teman kost SA 9, terima kasih atas dukungannya serta kenangan dan pengalaman yang tidak terlupakan.
9. Semua pihak yang tidak dapat peneliti sebutkan satu persatu yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa materiil maupun moril.

Peneliti berharapsemogaskripsiini dapat memberikanmanfaatkepada para pembaca khususnya bagi peneliti secarapribadi.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, April 2016

Peneliti

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Widiyatika, A.F. 2016.**Sifat-sifat Gabungan Ideal Halus dalam Aljabar BCI**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Abdul Aziz, M.Si.

Kata kunci: Aljabar BCI, himpunan halus, gabungan ideal halus, gabungan q-ideal halus.

Matematika merupakan ilmu yang sangat memungkinkan untuk dikembangkan di semua bidangnya terutama di bidang aljabar. Aljabar sendiri cakupannya cukup luas untuk dikembangkan, salah satu perkembangannya adalah pada bidang aljabar *abstrak*. Pada perkembangan aljabar *abstrak* banyak ditemukan aljabar-aljabar baru, salah satunya adalah aljabar BCI. Dari tahun ke tahun aljabar semakin berkembang, sehingga pada tahun 2014ada temuan baru yaitu*Union soft q-Ideals in BCI-Algebra*, dan sifat-sifat yang terkait serta di dalamnya persyaratan gabungan ideal halus untuk menjadi gabungan q-ideal halus dan membangun karakteristik dari gabungan *q*-ideal. Tujuan penelitian ini adalah untuk memperjelas sifat dari teorema yang sudah ada pada penelitian sebelumnya *Union soft q-Ideals in BCI-Algebra*, sehingga didapatkan simpulan yang lebih terperinci dari penelitian sebelumnya. Hasil dari penelitian ini adalah:

A. Setiap gabungan q-ideal halusadalah gabungan ideal halusdan gabungan aljabar ideal.
B. Jika F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U maka $F_B$juga U-*soft q-ideal*atas U.Misal $F_{\{0\}} \in S(U)$ dan $F_{\{0\}}$ adalah U-*soft q-ideal* atas U, maka setiap U-*soft ideal* adalah U-*soft q-ideal* atas U.

ABSTRACT

Widiyatika, A.F. 2016. **Properties Union of Soft Ideal in BCI-Algebra**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Supervisor: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) Abdul Aziz, M.Si.

Keywords:BCI-algebras, soft set, union soft ideal, union soft q-ideal.

Mathematics is the science that can be developed in all it fields, especially in the field of algebra. Algebra scope is wide enough to be developed, one of the development is in the field of abstract algebra. In the development of abstract algebra new kinds of algebra, one of which is a BCI algebra. From year to year algebra is growing, so that in 2014 there are new findings namely Union soft q-Ideals in BCI-Algebra, and the properties involved and in which the requirements of union soft ideal to be union soft q-ideal and build characteristics of q-ideal combination. The purpose of this study was to clarify the property of the theorem already existed in prior research ofUnion softq-Ideals in BCI-Algebra, so a more detailed conclusions from previous studies can to be obtained. The results of this study are:

1. Every union soft q-ideal isunion soft idealandunion soft algebra.
2. If $F_A$isunion soft q-idealover$U$then$F_B$is union soft q-idealover$U$. Let$F_{\{0\}} \in S(U)$and $F_{\{0\}}$isunion soft q-idealover$U$,then everyunion soft idealisunion soft q-idealover$U$.

ملخص

وديتكا ، غكي فائز ٢٠١٦.**الخصائص ل Union Soft q-Ideal في BCI-Algebra**.بحثجامعي.شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج .المشرف :الدكتور عبد الشاكر عبد العزيز الماجستير ،

الكلمات الرئيسية: BCI-algebras, soft set, union soft ideal, union soft q-ideal

الرياضيات هي العلم الذي يمكن من تطوير في كافة المجالات وخاصة في مجال الجبر .الجبر نطاق واسع بما يكفي لتكون المتقدمة، واحدة من تطوير هو في مجال الجبر .في تطور الجبر المجرد توجد الجبر الجديد، واحدة منها هي BCI-Algebra من عام إلى العام الجبر ينمو، تى أنه 2014 هناك اكتشافات جديدة أن union soft q-ideal في BCI-Algebra، وخصائص المشاركة والذي متطلبات union soft ideal لكي يكون union soft q-ideal وبناء خصائص .Union soft q-ideal. وكان الغرض هذه الدراسة هو توضيح خصائص نظرية موجودة بالفعل في سابق البحوث البحوث السابقة union soft q-ideal في BCI-Algebra، فالحصول على نتائج أكثر تفصيلا من الدراسات السابقة .نتائج هذه الدراسة، هي:

A كل Union soft q-ideal هو Union soft ideal و union soft algebra.

B . ان كان F_A هو Union soft q-ideal على U مكا F_B جوكا Union soft q-ideal على U

المثل. $F_{\{0\}} \in S(U)$ و $F_{\{0\}}$ هو Union soft q-ideal, على U تم كل Union soft ideal هو Union soft q-ideal على U

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan zaman menuntut berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi, tidak terkecuali di Indonesia. Di Indonesia terdapat banyak ilmu pengetahuan yang memiliki peranan penting untuk kemajuan, salah satu ilmu yang memiliki peranan penting dalam menunjang kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi adalah matematika.Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari perkembangan teknologi modern, mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin dan memajukan daya pikir manusia. Perkembangan pesat di bidang teknologi informasi dan komunikasi dewasa ini dilandasi oleh perkembangan matematika di bidang teori bilangan, aljabar, analisis, teori peluang, dan diskrit. Untuk mengusai dan menciptakan teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini(Anonim, 2006).

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi juga dijelaskan dalam al-Quran surat Yunus ayat 101, sebagai berikut:

قُلِ ٱنظُرُوا۟ مَاذَا فِى ٱلسَّمَـٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ ۚ وَمَا تُغْنِى ٱلْـَٔايَـٰتُ وَٱلنُّذُرُ عَن قَوْمٍ لَّا يُؤْمِنُونَ ﴿١٠١﴾

Artinya:*Katakanlah: "Perhatikanlah apa yang ada di langit dan di bumi. tidaklah bermanfaat tanda kekuasaan Allah dan rasul-rasul yang memberi peringatan bagi orang-orang yang tidak beriman".*

Ayat tersebut menjelaskan tentang pentingnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang diawali dengan perintah untuk memperhatikan tanda-tanda kekuasaan Allah baik di langit maupun di bumi,dengan memperhatikan ciptaan Allah akan menambah keimanan kepada-Nya serta menambah pengetahuan dan wawasan dalam perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang akan sangat bermanfaat untuk kehidupan manusia di bumi, seperti halnya ilmu matematika.

Matematika sangat memungkinkan untuk dikembangkan di semua bidangnya terutama di bidang aljabar. Aljabar merupakan satu cabang ilmu matematika yang masih terbagi lagi menjadi beberapa cabang ilmu, salah satu diantaranya adalah aljabar abstrak. Pada aljabar abstrak diperkenalkan tentang konsep struktur aljabar dan sifat-sifatnya. Struktur aljabar merupakan himpunan tak kosong dengan satu atau lebih relasi ekuivalensi dan satu atau lebih operasi biner dengan aksioma-aksioma tertentu (Anggrayni, 2010:1).

Pada perkembangan aljabar abstrak banyak ditemukan aljabar-aljabar baru, salah satunya adalah aljabar BCI yang akan dibahas pada penelitian ini.Pada tahun 1966, Y. Imai dan K. Iseki memperkenalkan perkembangan dari struktur aljabar, yaitu Aljabar BCK. Pada tahun yang sama, K. Iseki memperkenalkan gagasan baru, yaitu Aljabar BCI yang merupakan perumusan dari Aljabar BCK sehingga Aljabar BCK termuat di dalam Aljabar BCI (Endah, 2011:4).

Dari tahun ke tahun aljabar semakin berkembang, sehingga pada tahun 2014 Kyeong Sun Yang dan Sun Shin Ahnmemperkenalkan tentang *Union soft q-Ideals in BCI-Algebra*, dan memeriksa terkait sifatnya. Mereka memberikan persyaratan gabungan ideal halus untuk menjadi gabungan q-ideal halus dan membangun karakteristik dari gabungan *q*-ideal (Yang dan Ahn, 2014:2860).

Berdasarkan uraian di atas, aljabar sebagai salah satu bidang matematika perlu dikembangkan secara terus-menerus. Pada penelitian sebelumnyaYang dan

Ahn (2014) menjelaskan tentang definisi, teorema dan lemma dari q-ideal dalam aljabar BCI. Namun banyak dari teorema yang tidak dibuktikan dan ada beberapa teorema yang dirasa terlalu singkat, sehingga penulis tertarik untuk memperjelas sifat dari teorema yang sudah ada yang dibatasi sampai gabungan q-ideal halus. Berdasarkan latar belakang di atas penelitimengambil judul "Sifat-sifat Gabungan Ideal Halus dalam Aljabar BCI".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah bagaimana sifat-sifat gabungan ideal halus dalam aljabar BCI?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah menjelaskan sifat-sifat gabungan ideal halus dalam aljabar BCI.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Penulis

   Penelitian ini digunakan sebagai tambahan informasi dan wawasan pengetahuan tentang sifat-sifat gabunganq-ideal halus pada aljabar BCI.

2. Bagi Lembaga

   Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan kepustakaan yang dijadikan sebagai saran pengembangan wawasan keilmuan khususnya pada Jurusan Matematika bidang aljabar.

3. Bagi Pengembangan Ilmu

   Hasil penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan pembanding pihak yang ingin mengetahui lebih banyak tentang sifat-sifat gabungan q-ideal halus pada aljabar BCI.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur yang berupa buku-buku dan jurnal-jurnal ilmiah, diantaranya tahapannya yaitu:

1. Mengumpulkan kajian dari buku-buku, jurnal-jurnal dan hasil penelitian berupa teorema, dalil, sifat, dan lain-lain yang berhubungan dengan sifat-sifat gabungan *q*-ideal halus dalam Aljabar BCI. Jurnal utama yang digunakan adalah jurnal yang berjudul *Union Soft q-Ideals in BCI-Algebras* dari Kyeong Sun Yang dan Sun Shin Ahn'.
2. Menjabarkan definisi himpunan halus.
3. Menjabarkan definisi subset halus.
4. Menjelaskan *Union soft q-Ideals* yang memuat definisi, teorema, lemma dan sifat-sifatnya.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan digunakan untuk mempermudah dalam memahami intisari dari skripsi ini yang terbagi menjadi lima bagian, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini menjelaskan tentang himpunan, grup, aljabar BCI, dan sifat-sifat aljabar BCI yang terkait dengan *q*-ideal.

Bab III Pembahasan

Bagian ini menjelaskan tentang Ideal halus dan sifat-sifat ideal halus pada Aljabar BCI menggunakan teorema dan lemma.

Bab IV Penutup

Pada bab ini dibahas tentang kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian yang telah dibahas dengan dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan

Kumpulan suatu objek yang mempunyai ciri dan karakteristik yang sama dalam hal ini dinamakan himpunan. Misalkan suatu x menyatakan anggota dari himpunan A maka dinotasikan dengan “$x \in A$". Misalkan y menyatakan bukan anggota dari himpunanA maka dinotasikan “$y \notin A$". Sedangkan himpunan yang tidak mempunyai anggota disebut himpunan kosong, yang dinotasikan dengan ϕ atau {} (Mas’oed, 2013:2-3).

Definisi 1

Diketahui A dan B adalah dua himpunan dimana anggota A juga terdapat di B, disimbolkan $x \in A \rightarrow x \in B$ maka A disebut subset terhadap B $(A \subseteq B)$ (Raisinghania dan Aggarwal, 1980:3).

Contoh 1

Diketahui himpunan $B = \{1,2,3,4\}$dan $A = \{1,3\}$. Maka $A \subseteq B$ karena semua anggota A ada di B dan $B \neq A$.

Definisi 2

Diketahui A dan B adalah himpunan. Jika $A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$ maka A dan B dikatakan sama, ditulis $A = B$. Jika $A \subseteq B$ dan $A \neq B$ maka A dikatakan subset sejati dari B, ditulis $A \subset B$(Raisinghania dan Aggarwal, 1980:3).

Contoh 2

1. Jika $A = \{\text{a, b, c}\}$dan $B = \{\text{c, b, a}\}$, $A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$maka $A = B$.
2. Jika $A = \{1, 3\}$dan $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \subseteq B$ dan$A \neq B$ maka $A \subset B$.

Penjelasan tentang himpunan juga tertera dalam al-Quran surat an-Nuur ayat 45 yang berbunyi:

وَٱللَّهُ خَلَقَ كُلَّ دَآبَّةٖ مِّن مَّآءٖۖ فَمِنۡهُم مَّن يَمۡشِي عَلَىٰ بَطۡنِهِۦ وَمِنۡهُم مَّن يَمۡشِي عَلَىٰ رِجۡلَيۡنِ وَمِنۡهُم
مَّن يَمۡشِي عَلَىٰٓ أَرۡبَعٖۚ يَخۡلُقُ ٱللَّهُ مَا يَشَآءُۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيۡءٖ قَدِيرٞ ٤٥

Artinya: Dan Allah Telah menciptakan semua jenis hewan dari air, Maka sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya dansebagian berjalan dengan dua kaki sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki. Allah menciptakan apa yang dikehendaki-Nya, Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu.

Dalam ayat 45 surat an-Nuur ini dijelaskan sekelompok, segolongan, atau sekumpulan makhluk yang disebut hewan. Dalam kelompok hewan tersebut ada sekelompok yang berjalan tanpa kaki, dengan dua kaki, empat atau bahkan lebih sesuai yang dikehendaki Allah (Abdussakir, 2007:110).

2.2 Operasi Biner

Definisi 3

Diberikan$G$ adalah himpunan tak kosong.suatupemetaan $G \times G$ ke G,untuk setiap pasangan(a, b)anggota himpunan dari$G$, dinotasikan $a * b \in G$maka $*$disebut operasi biner pada G(Raisinghania dan Aggarwal, 1980:27).

Contoh 3

Diberikan**N,** yaitu himpunan semua bilangan asli, dan$*$adalah operasi pada**N**dengan syarat $a, b \in \boldsymbol{N},\ a * b = a + b$.Karena $a \in \boldsymbol{N}$ dan$b \in \boldsymbol{N}$ maka penjumlahan dari kedua bilangan asli akan menghasilkan bilangan asli, dinotasikan $a + b \in \boldsymbol{N}$. Jadi operasi $*$ merupakan operasi biner pada **N.**

2.3 Aljabar BCI

Definisi 4

Misalkan X adalah himpunan tak kosong dengan operasi biner $*$ dan konstanta 0. Maka struktur aljabar (X, $*, 0$) dikatakan aljabar BCI jika memenuhi:

(a1) $(\forall x, y, z \in X)(((x * y) * (x * z)) * (z * y) = 0)$,

(a2) $(\forall x, y \in X)\left(\left(x * (x * y)\right) * y = 0\right)$,

(a3) $(\forall x \in X)(x * x = 0)$,

(a4) $(\forall x, y \in X)(x * y = 0, y * x = 0 \rightarrow x = y)$ (Lee, 2013:4186).

Contoh 4

Berdasarkan definisi di atas peneliti memberikan contoh sebagai berikut:

Tunjukkan bahwa $(X, *, 0)$adalah aljabar BCI, dimana $X = \{0, 1, 2\}$.

Definisi $*$ mengikuti tabel di bawah ini:

Tabel 2.1 Tabel$X$ Terhadap Operasi$*$

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Jawab:

i. Akan ditunjukkan $\forall x, y, z \in X$, berlaku $\left((x * y) * (x * z)\right) * (z * y) = 0$

untuk $x = 0$, maka diperoleh

$\left((0 * 0) * (0 * 1)\right) * (1 * 0) = 0$

$\left((0 * 0) * (0 * 2)\right) * (2 * 0) = 0$

$\left((0 * 1) * (0 * 0)\right) * (0 * 1) = 0$

$\left((0 * 1) * (0 * 1)\right) * (1 * 1) = 0$

$\left((0 * 1) * (0 * 2)\right) * (2 * 1) = 0$

untuk $x = 1$, maka diperoleh

$\left((1 * 0) * (1 * 0)\right) * (0 * 0) = 0$

$\left((1 * 0) * (1 * 2)\right) * (2 * 0) = 0$

$\left((1 * 1) * (1 * 0)\right) * (0 * 1) = 0$

$\left((1 * 1) * (1 * 1)\right) * (1 * 1) = 0$

$\left((1 * 1) * (1 * 2)\right) * (2 * 1) = 0$

$\big((0*2)*(0*0)\big)*(0*2)=0$ $\big((1*2)*(1*2)\big)*(2*1)=0$

$\big((0*2)*(0*1)\big)*(1*2)=0$ $\big((1*2)*(1*0)\big)*(0*2)=0$

$\big((0*2)*(0*2)\big)*(2*2)=0$ $\big((1*2)*(1*1)\big)*(1*2)=0$

untuk $x=2$, maka diperoleh

$\big((2*0)*(2*0)\big)*(0*0)=0$ $\big((1*2)*(1*2)\big)*(2*2)=0$

$\big((2*0)*(2*1)\big)*(1*0)=0$ $\big((2*1)*(2*2)\big)*(2*1)=0$

$\big((2*0)*(2*2)\big)*(2*0)=0$ $\big((2*2)*(2*0)\big)*(0*2)=0$

$\big((2*1)*(2*0)\big)*(0*1)=0$ $\big((2*2)*(2*1)\big)*(1*2)=0$

$\big((2*1)*(2*1)\big)*(1*1)=0$ $\big((2*2)*(2*2)\big)*(2*2)=0$

Jadi, terbukti bahwa $\forall x,y,z \in X$, berlaku $\big((x*y)(x*z)\big)*(z*y)=0$.

ii. Akan ditunjukkan $\forall x,y \in X$, berlaku $\big(x*(x*y)\big)*y=0$.

Untuk $x=0, y=0$ maka diperoleh $\big(0*(0*0)\big)*0=0$

Untuk $x=0, y=1$ maka diperoleh $\big(0*(0*1)\big)*1=0$

Untuk $x=0, y=2$ maka diperoleh $\big(0*(0*2)\big)*2=0$

Untuk $x=1, y=0$ maka diperoleh $\big(1*(1*0)\big)*0=0$

Untuk $x=1, y=1$ maka diperoleh $\big(1*(1*1)\big)*1=0$

Untuk $x=1, y=2$ maka diperoleh $\big(1*(1*2)\big)*2=0$

Untuk $x=2,\ y=0$ maka diperoleh $\big(2*(2*0)\big)*0=0$

Untuk $x=2,\ y=1$ maka diperoleh $\big(2*(2*1)\big)*1=0$

Untuk $x=2,\ y=2$ maka diperoleh $\big(2*(2*2)\big)*2=0$

iii. Dari tabel 2.1, jelas bahwa $\forall x \in X$ berlaku $x*x=0$

iv. Dari tabel 2.1, jelas bahwa $\forall x \epsilon X$, jika $x * y = 0$ dan $x * y = 0$, maka $x = y$

Terbukti bahwa $(X, *, 0)$ adalah aljabar BCI.

Definisi 5

Dalam setiap aljabar BCI X didefinisikan $x \leq y$ jika dan hanya jika $x * y = 0$.

Teorema 1

Pada aljabar BCI Xberlaku sifat-sifat di bawah ini:

(b1) $(\forall x \in X)(x * 0 = x)$,

(b2) $(\forall x, y, z \in X)\ ((x * y) * z = (x * z) * y)$,

(b3) $(\forall x, y \in X)(0 * (x * y) = (0 * x) * (0 * y))$,

(b4) $(\forall x, y \in X)(x * (x * (x * y)) = x * y)$,

(b5)$(\forall x, y, z \in X)(x \leq y \rightarrow x * z \leq y * z, z * y \leq z * x)$,

(b6) $(\forall x, y, z \in X)((x * z) * (y * z) \leq x * y)$,

(b7)$(\forall x, y, z \in X)(0 * (0 * ((x * z) * (y * z))) = (0 * y) * (0 * x))$,

(b8) $(\forall x, y \in X)\left(0 * \left(0 * (x * y)\right) = (0 * y) * (0 * x)\right)$(Yang dan Ahn, 2014).

Definisi 5

Suatu subset tidak kosong S dari aljabar BCI X disebut sub-algebra dari X jika$x * y \in S$ untuk setiap$x, y \in S$.

Contoh 5

Diberikan $X = \{0, 1, 2\}$

Ambil $S = \{1, 2\}$

Misalkan $x = 1$ dan $y = 2$

$x * y \in S$

$1 * 2 \in S$

$2 \in S$

Definisi 6

Suatu subset A tidak kosong dari aljabar BCI disebut ideal X jika memenuhi:

(d1) $0 \in A$,

(d2) $(\forall x \in X)(\forall y \in A)(x * y \in A \to x \in A)$.

Dengan catatan bahwa setiap A yang ideal dari BCI-aljabar X memenuhi:

$(\forall x \in X)(\forall y \in A)(x \leq y \to x \in A)$(Yang dan Ahn, 2014).

Contoh 6

Diberikan aljabar BCI $(X, *, 0)$, tunjukkan apakah$A = \{0, 1\}$ideal dari $(X, *, 0)$menggunakan tabel di bawah ini:

Tabel 2.2Tabel aljabar BCI $(X, *, 0)$

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Jawab:

Akan ditunjukkan $(x * y \in A \to x \in A)$. $(\forall x \in X)$ dan $(\forall y \in A)$ dengan syarat $x \leq y \to x \in A$

untuk$x = 0$ maka diperoleh: $(0 * 0 = 0 \in A \to 0 \in A)$

$(0 * 1 = 0 \in A \to 0 \in A)$

untuk$x = 1$ maka diperoleh: $(1 * 1 = 1 \in A \to 1 \in A)$

$(1 * 0 = 1 \in A \to 1 \in A)$

maka terbukti bahwa $A = \{0, 1\}$ ideal dari $(X, *, 0)$.

Definisi 7

Subset A tidak kosong dari aljabar BCI X disebut *q-ideal*Xjika memenuhi

(d1) $0 \in A$,dan

(d2)$(\forall x, y, z \in X)(x * (y * z) \in Adany \in A \rightarrow x * z \in A)$(Yang dan Ahn, 2014:2859).

Contoh 7

Diberikan aljabar BCI $(X, *, 0)$, tunjukkan apakah $A = \{0, 1, 2\}$*q-ideal* dari $(X, *, 0)$, dengan menggunakan tabel di bawah ini:

Tabel 2.3Tabel cayley (0,1,2) Terhadap Operasi$*$

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Jawab:

Akan ditunjukkan $(x * (y * z)) \in A$ dan$y \in A \rightarrow x * z \in A$.

Untuk $x = 0$ maka diperoleh: $0 * (0 * 0) = 0 \in A \rightarrow 0 * 0 = 0 \in A$.

$0 * (0 * 1) = 1 \in A \rightarrow 0 * 1 = 2 \in A$.

$0 * (0 * 2) = 2 \in A \rightarrow 0 * 2 = 1 \in A$.

$0 * (1 * 0) = 2 \in A \rightarrow 0 * 0 = 0 \in A$.

$0 * (2 * 0) = 1 \in A \rightarrow 0 * 0 = 0 \in A$.

Untuk $x = 1$ maka diperoleh: $1 * (0 * 0) = 1 \in A \rightarrow 1 * 0 = 1 \in A$.

$1 * (0 * 1) = 2 \in A \rightarrow 1 * 1 = 0 \in A$.

$1 * (0 * 2) = 0 \in A \rightarrow 1 * 2 = 2 \in A$.

$1 * (1 * 0) = 2 \in A \rightarrow 1 * 1 = 0 \in A.$

$1 * (2 * 0) = 1 \in A \rightarrow 1 * 0 = 1 \in A.$

Untuk $x = 2$ maka diperoleh: $2 * (0 * 0) = 2 \in A \rightarrow 2 * 0 = 2 \in A.$

$2 * (0 * 1) = 0 \in A \rightarrow 2 * 1 = 1 \in A.$

$2 * (0 * 2) = 1 \in A \rightarrow 2 * 2 = 0 \in A.$

$2 * (1 * 0) = 0 \in A \rightarrow 2 * 1 = 1 \in A.$

$2 * (2 * 0) = 0 \in A \rightarrow 2 * 0 = 2 \in A.$

Maka terbukti $A = \{0, 1, 2\}$adalah q-ideal dari $(X, *, 0)$.

Teorema 2

Diberikan I adalah ideal dari Aljabar BCI X. Pernyataan berikut ekuivalen:

$(i) I$ adalah q-ideal dari X

$(ii)(\forall x, y \in X)(x * (0 * y) \in I \rightarrow x * y \in I)$,

$(iii)(\forall x, y, z \in X)(x * (y * z) \in I \rightarrow (x * y) * z \in I)$(Yang dan Ahn, 2014).

Bukti:

$(\boldsymbol{i})$**dan**$(\boldsymbol{ii})$

Berdasarkan definisi 10, I dikatakan ideal jika $0 \in I$dan $(\forall x, y, z \in X)(x * (y * z) \in Idany \in I \rightarrow\ x * z \in I)$.

Misal$y = 0$ maka (d2) jadi $x * (0 * z) \in I$dan$y \in I \rightarrow\ x * z \in I$hal ini sesuai dengan pertnyataan (ii).

$(\boldsymbol{ii})$**dan**$(\boldsymbol{iii})$

Dari $(iii)(\forall x, y, z \in X)(x * (y * z) \in I \rightarrow (x * y) * z \in I)$ misal $z = 0$ maka $(x * (y * 0) \in I \rightarrow (x * y) * 0 \in I) = (x * (0 * y) \in I \rightarrow (x * y) \in I)$ sesuai dengan (ii).

$(\boldsymbol{iii})$**dan**$(\boldsymbol{i})$

Berdasarkan definisi 10, I dikatakan ideal jika $0 \in I$dan $(\forall x, y, z \in X)(x * (y * z) \in Idany \in A \rightarrow\ x * z \in I)$

Akan dibuktikan: $x * z \in I$

Dari(iii) diketahui $(x * y) * z \in I$

berdasarkan sifat (b2) $(\forall x, y, z \in\ X)\ ((x * y) * z = (x * z) * y)$ maka diperoleh$(x * z) * y \in I$.

Selanjutnya dibawa ke (c2) $(\forall x \in X)(\forall y \in A)(x * y \in A \rightarrow x \in A)$ maka diperoleh$x * z \in I$.

Dari ketiga bukti di atas maka terbukti $(i), (ii)$, dan (iii) adalah ekuivalen.

2.4 Konsep Aljabar BCI dalam Al-Quran

Konsep aljabar BCI juga dijelaskan dalam al-Quran Surat Annisa’ ayat 80:

مَّن يُطِعِ ٱلرَّسُولَ فَقَدۡ أَطَاعَ ٱللَّهَۖ وَمَن تَوَلَّىٰ فَمَآ أَرۡسَلۡنَٰكَ عَلَيۡهِمۡ حَفِيظٗا ٨٠

Artinya: *“Barangsiapa yang mentaati Rasul itu, Sesungguhnya ia Telah mentaati Allah. dan barangsiapa yang berpaling (dari ketaatan itu), Maka kami tidak mengutusmu untuk menjadi pemelihara bagi mereka[Rasul tidak bertanggung jawab terhadap perbuatan-perbuatan mereka dan tidak menjamin agar mereka tidak berbuat kesalahan].”*

Dalam ayat di atas menegaskan hendaklah ditanamkan ke dalam hati dan jiwa anak-anak. Dimulai dengan mengerjakan perkara yang wajib dulu lalu mengerjakan yang sunnah.

Konsep ilmu dalam aljabar BCImenyerupai dengan konsep sunnah, misalnya shalat sunnah. Jika dalam melaksanakan shalat sunnah seseorang tersebut harus beragama Islam maka dalam konsep aljabar ini selalu berhubungan dengan himpunan tak kosong.Tiap-tiap sholat sunnah yang dikerjakan memiliki ketentuan waktu berbeda, misal sholat idul fitri diaksanakan pada tanggal 1 syawal (Endah, 2010).

Dalam pembahasan tentang aljabar tiap sub-bab (Himpunan, Operasi Biner, Ideal, Aljabar BCI) selalu mempunyai aksioma dan ketentuan yang berbeda. Misal mengenai aljabar BCI, maka aksioma-aksioma yang harus dipenuhi adalah:

i. $\big((x * y) * (x * z)\big) * (z * y) = 0$

ii. $\big(x * (x * y)\big) * y = 0$

iii. $x * x = 0$

iv. $x * y = 0$dan$y * x = 0 \rightarrow x = y, \forall x, y, z \in X$(Lee, 2013:4186).

Konsep di atas telah menunjukkan bahwa dalam al-Quran juga terdapat konsep yang menyerupai konsep Aljabar BCI.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas mengenai ideal halus dalam aljabar BCI dan sifat-sifat ideal halus dalam aljabar BCI.

3.1 Himpunan Halus (*Soft Set*)

Diberikan U sebagai himpunan semesta awal dan E merupakan himpunan parameter-parameter. Pasangan dari (U, E) disebut *soft universe*. Diberikan$P(U)$sebagai himpunan kuasa dari U dan $A, B, C, \ldots \subseteq E$(Yang dan Ahn, 2014).

Definisi 1

Soft set F_A pada U didefinisikan sebagai berikut:

$$F_A := \{(x, f_A(x)) \mid x \in E, f_A(x) \in P(U)\},$$

dimana $f_A: E \rightarrow P(U)$; $f_A(x) = \emptyset$ jika $x \notin A$.Fungsi f_A dinamakan fungsi aproksimasi dari himpunan halus F_A.

Untuk selanjutnya $S(U)$ adalah himpunan dari semua *soft sets* pada U.(Yang dan Ahn, 2014).

Contoh 1

Diberikan $U = \{1,2,3\}$ dan $E = \{s, t\}$

Maka $P(U) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

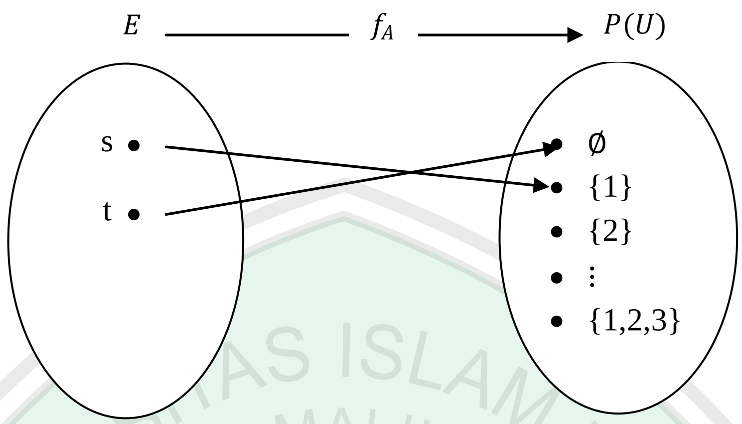
$P(E) = \{\emptyset, \{s\}, \{t\}, \{s, t\}\}$

ambil sebarang $A = \{s\} \subseteq E$

Misal $f_A: E \rightarrow P(U)$

$f_A(s) = \{1\}$

$f_A(t) = \emptyset$



Sesuai Definisi 1$F_A = \{(x, f_A(x)) | x \in E, f_A(x) \in P(U)\}$, maka diperoleh

$F_A = \{(s, \{1\}), (t, \emptyset)\}$.

$S(U) = \{(s, \{1\})\}$.

Definisi 2

Misal himpunan halus F_A dan G_B mempunyai *universe* yang sama yaitu U, $F_A$disebut *soft subset*pada G_B, dinotasikan $F_A \subseteq G_B$, didefinisikan sebagai berikut:

(i) $A \subset B$

(ii) Untuk setiap $\epsilon \in A$, $F(\epsilon)$ dan $G(\epsilon)$ adalah sama (Yang dan Ahn, 2014).

Contoh 2

Dengan menggunakan fungsi pada contoh 1

Diberikan $U = \{1,2,3\}$ dan $E = \{s, t\}$

Maka $P(U) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

$P(E) = \{\emptyset, \{s\}, \{t\}, \{s, t\}\}$

Misal$A = \{s\} \subseteq E$ dan$B = \{s, t\} \subseteq E$

Didefinisikan$F_A = \{(s, \{1\})\}$dan $G_B = \{(s, \{1\}), (t, \{1,2,3\})\}$

Ambil $\epsilon \in A,\ \epsilon = \{s\}$ maka $F(\epsilon) = G(\epsilon) = \{1\}$

Jadi $F_A \subseteq G_{B.}$

Definisi 3

Diberikan $F_A \in S(U)$ dan $\tau \subseteq U$. Maka himpunan τ-*exclusive*dari F_A didefinisikan sebagai berikut:

$e(F_A; \tau) \coloneqq \{x \in A \mid f_A(x) \subseteq \tau\}$ (Yang dan Ahn, 2014).

Contoh 3

Dengan menggunakan fungsi pada contoh 1

Diberikan $U = \{1, 2, 3\}$ dan $E = \{s, t\}$,

Ambil $\tau = \{1, 3\}$, $A = \{s\}$

$e(F_A; \tau) = \{s\}$

Dari definisi 3 didapat sifat-sifat berikut:

Teorema 1

$e(F_A; U) = A,$

Bukti:

Untuk membuktikan $e(F_A; U) = A$akan dibuktikan terlebih dahulu $e(F_A; U) \subseteq A$ dan $A \subseteq e(F_A; U)$.

a. $e(F_A; U) \subseteq A,$

Bukti:

Ambil$x \in e(F_A; \tau),$

Sesuai dengan definisi $e(F_A; \tau)$ maka $x \in A$.

Karena $x \in e(F_A; \tau)$ dan $x \in A$ maka terbukti bahwa $e(F_A; U) \subseteq A$.

b. $A \subseteq e(F_A; U)$.

Bukti:

Ambil$x \in A$,

Karena $x \in A$ maka $f_A(x) \neq \emptyset$.

Berdasarkan definisi $e(F_A;\tau) \coloneqq \{x \in A \mid f_A(x) \subseteq \tau\}$ maka diperoleh$e(F_A;U) \coloneqq \{x \in A \mid f_A(x) \subseteq U\}$ sehingga $f_A(x) \subseteq U$ dan $x \in e(F_A;U)$.

Maka terbukti bahwa $A \subseteq e(F_A;U)$.

Karena $e(F_A;U) \subseteq A$ dan $A \subseteq e(F_A;U)$ maka terbukti bahwa $e(F_A;U) = A$.

Contoh 4

Dengan menggunakan fungsi pada contoh 1

Diberikan $U = \{1,2,3\}$, $\tau \subseteq U$, $E = \{s,t\}$, $A = \{s\}$.

$\tau_1 = \{\ \ \} = \emptyset \to e(F_A;\tau_1) = \emptyset$

$\tau_2 = \{1\} \to e(F_A;\tau_2) = \{s\}$

$\tau_3 = \{2\} \to e(F_A;\tau_3) = \emptyset$

$\tau_4 = \{3\} \to e(F_A;\tau_4) = \emptyset$

$\tau_5 = \{1,2\} \to e(F_A;\tau_5) = \{s\}$

$\tau_6 = \{1,3\} \to e(F_A;\tau_6) = \{s\}$

$\tau_7 = \{2,3\} \to e(F_A;\tau_7) = \emptyset$

$\tau_8 = \{1,2,3\} \to e(F_A;\tau_8) = \{s\}$

Jadi $\cap\, \tau = \{1\} \subseteq U$

Teorema 2

$f_A(x) = \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$,

Bukti:

Seperti halnya pada Teorema 1, pada teorema ini akan dibuktikanterlebih dahulu bahwa $f_A(x) \subseteq \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$ dan $\cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\} \subseteq f_A(x)$.

a. $f_A(x) \subseteq \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$,

Bukti:

ambil$x \in f_A(x)$

Sesuai dengan Definisi 3 bahwa $f_A(x) \subseteq \tau$ sehingga $x \in e(F_A;\tau)$ dan $\tau \subseteq U$.

Maka diperoleh$x \in \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$

Jadi terbukti $f_A(x) \subseteq \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$.

b. $\cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\} \subseteq f_A(x)$.

Bukti:

Ambil $x \cap \{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$

Berdasarkan definisi diatas $x \in A$

$$x \in f_A(x)$$

$$x \cap \{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\} \subseteq f_A(x).$$

Jadi terbukti bahwa $\cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\} \subseteq f_A(x)$.

Karena $f_A(x) \subseteq \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$ dan $\cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\} \subseteq f_A(x)$maka terbukti $f_A(x) = \cap\{\tau \subseteq U \mid x \in e(F_A;\tau)\}$.

Contoh 5

Diberikan $\tau_1 = \{1\},\ \tau_2 = \{1,2\}, U = \{s,t\},\ A = \{s\},\ f_A = \{s,\{1\}\}$.

Ambil $\{s\} \in e(F_A;\tau_1)$

Maka $\{s\} \in A$ dan $f_A(s) \subseteq \tau_1$

$f_A(s) \subseteq \tau_2$

Jadi $\{s\} \in e(F_A; \tau_2)$.

Teorema 3

$(\forall \tau_1, \tau_2 \subseteq U)\ (\tau_1 \subseteq \tau_2\ \rightarrow e(F_A; \tau_1) \subseteq\ e(F_A; \tau_2))$.

Bukti:

Akan dibuktikan $e(F_A; \tau_1) \subseteq e(F_A; \tau_2)$.

Ambil $x \in e(F_A; \tau_1)$

Maka $x \in A$ dan $f_A(x) \subseteq \tau_1$

Karena $\tau_1 \subseteq \tau_2$

$x \in A \text{dan} f_A(x) \subseteq \tau_1 \subseteq \tau_2$

$x \in A \text{dan} f_A(x) \subseteq \tau_2$

Jadi $x \in e(F_A; \tau_2)$

Sehingga$e(F_A; \tau_1) \subseteq e(F_A; \tau_2)$

Maka terbukti $(\forall \tau_1, \tau_2 \subseteq U)\big(\tau_1 \subseteq \tau_2\ \rightarrow e(F_A; \tau_1) \subseteq e(F_A; \tau_2)\big)$.

Contoh 6

Diberikan $\tau_1 = \{1\},\ \ \tau_2 = \{1,2\}, U = \{s, t\},\ A = \{s\},\ f_A = \big\{s, \{1\}\big\}$.

Ambil $\{s\} \in e(F_A; \tau_1)$

Maka $\{s\} \in A$ dan $f_A(s) \subseteq \tau_1$

$f_A(s) \subseteq \tau_2$

Jadi $\{s\} \in e(F_A; \tau_2)$.

Karena $\{s\} \in e(F_A; \tau_1)$ dan $\{s\} \in e(F_A; \tau_2)$ maka terbukti

$e(F_A; \tau_1) \subseteq e(F_A; \tau_2)$.

3.2 Gabungan q-Ideal Halus

Definisi 3

Misal $(U, E) = (U, X)$ dengan X adalah aljabar BCI.Diberikan subaljabar$A$dari E, dengan$F_A \in S(U)$. Kemudian $F_A$dinamakan*Union soft algebra* (disingkat, *U-soft algebra*) atas U jika fungsi aproksimasi$f_A$dari $F_A$memenuhi:

$$(\forall x, y \in A)(f_A(x * y) \subseteq f_A(x) \cup f_A(y)) \quad (3.2.1)$$

$F_A$disebut *Union soft ideal* (disingkat, *U-soft ideal*) atas$U$ jika fungsi aproksimasi$f_A$dari $F_A$memenuhi:

$$(\forall x \in A)\big(f_A(0) \subseteq f_A(x)\big), \quad (3.2.2)$$

$$(\forall x, y \in A)(f_A(x) \subseteq f_A(x * y) \cup f_A(y)), \quad (3.2.3)$$

(Yang dan Ahn, 2014).

Contoh 7

Misal $(U, E) = (U, X)$dengan$X = \{0, a, b\}$ adalah aljabar BCI dengan tabel Cayley berikut:

Tabel 3.1 Tabel Cayley$X = \{0, a, b\}$ Terhadap Operasi $*$

$*$	0	a	b
0	0	0	b
a	a	0	b
b	b	b	0

Misalτ_1, $\tau_2$dan $\tau_3$adalah*subset* dari U sehingga $\tau_1 \subseteq \tau_2 \subseteq \tau_3$. Didefinisikan himpunan halus$F_E$atas U sebagai berikut:

$F_E = \{(0, \tau_1), (a, \tau_2), (b, \tau_3)\}$

$X = \{0, a, b\} = E$

Berdasarkan persamaan (3.2.3) diperoleh:

Ambil $0, a \in E$

$f_E(0) \subseteq f_E(0 * a) \cup f_E(a)$

$\tau_1 \subseteq f_E(0) \cup f_E(a)$

$\tau_1 \subseteq \tau_1 \cup \tau_2$

$\tau_1 \subseteq \tau_2$sesuai.

Ambil $0, b \in E$

$f_E(0) \subseteq f_E(0 * b) \cup f_E(b)$

$\tau_1 \subseteq f_E(0) \cup f_E(b)$

$\tau_1 \subseteq \tau_1 \cup \tau_3$

$\tau_1 \subseteq \tau_3$sesuai.

Ambil $a, b \in E$

$f_E(a) \subseteq f_E(a * b) \cup f_E(b)$

$\tau_2 \subseteq f_E(b) \cup f_E(b)$

$\tau_2 \subseteq \tau_3 \cup \tau_3$

$\tau_2 \subseteq \tau_3$sesuai.

Karena ketiga pernyataan di atas sesuai maka $F_E$adalah *U-soft ideal* pada U.

Definisi 4

Misal $(U, E) = (U, X)$ dengan$X$ adalah aljabar BCI.Diberikan subaljabar$A$ dari$E$, dengan$F_A \in S(U)$. Maka$F_A$dinamakan*Union soft q-*

ideal (disingkat, *U-soft q-ideal*) atas U jika fungsi aproksimasi f_A dari F_A memenuhi (3.2.2) dan

$$(\forall x, y, z \in A)(f_A(x * z) \subseteq f_A\big(x * (y * z)\big) \cup f_A(y)) \qquad (3.2.4)$$

(Yang dan Ahn, 2014).

Contoh 8

Misal $(U, E) = (U, X)$ di mana $X = \{0, a, b, c\}$ adalah aljabar BCI dengan tabel Cayley berikut:

Tabel 3.2Tabel Cayley5×5

$*$	0	a	b	c
0	0	c	b	a
a	a	0	c	b
b	b	a	0	c
c	c	b	a	0

Misal τ_1, τ_2, τ_3 dan τ_4 adalahsubset dari U sehingga $\tau_1 \subseteq \tau_2 \subseteq \tau_3 \subseteq \tau_4$. Didefinisikan himpunan halus F_E atas U sebagai berikut:

$F_E = \{(0, \tau_1), (a, \tau_2), (b, \tau_3), (c, \tau_4)\}$

$X = \{0, a, b, c\} = E$

Berdasarkan persamaan (3.2.4) didapat:

Ambil $0, a, b \in E$

$f_E(0 * b) \subseteq f_E(0 * (a * b)) \cup f_E(b)$

$f_E(b) \subseteq f_E(0 * c) \cup f_E(b)$

$\tau_3 \subseteq f_E(a) \cup \tau_3$

$\tau_3 \subseteq \tau_2 \cup \tau_3$

$\tau_3 \subseteq \tau_3$ sesuai.

Ambil $0, a, c \in E$

$f_E(0 * c) \subseteq f_E(0 * (a * c)) \cup f_E(a)$

$f_E(a) \subseteq f_E(0 * b) \cup f_E(a)$

$\tau_2 \subseteq f_E(b) \cup \tau_2$

$\tau_2 \subseteq \tau_3 \cup \tau_2$

$\tau_2 \subseteq \tau_3$ sesuai.

Ambil $0, b, c \in E$

$f_E(0 * c) \subseteq f_E(0 * (b * c)) \cup f_E(b)$

$f_E(a) \subseteq f_E(0 * c) \cup f_E(b)$

$\tau_2 \subseteq f_E(a) \cup \tau_3$

$\tau_2 \subseteq \tau_2 \cup \tau_3$

$\tau_2 \subseteq \tau_3$ sesuai.

Ambil $a, b, c \in E$

$f_E(a * c) \subseteq f_E(a * (b * c)) \cup f_E(b)$

$f_E(b) \subseteq f_E(a * c) \cup f_E(b)$

$\tau_3 \subseteq f_E(b) \cup \tau_3$

$\tau_3 \subseteq \tau_3 \cup \tau_3$

$\tau_3 \subseteq \tau_3$ sesuai.

Karena keempat pernyataan di atas sesuai maka F_E adalah *U-soft q-ideal* pada U.

Teorema 4

Misal $(U, E) = (U, X)$dimana X adalah aljabar BCI.Setiap U-*soft* *q-ideal*adalah yang U-*soft* ideal dan U-*soft algebra*.

Bukti.

Misal$F_A$adalah U-*soft q-ideal*atas U dimana Aadalah subaljabar dari E. Ambil $z := 0$ subtitusikan ke persamaan (3.2.4) yaitu $(\forall x, y, z \in A)(f_A(x * z) \subseteq f_A(x * (y * z)) \cup f_A(y))$dengan menggunakan sifat (b1) $(\forall x, y, z \in X)((x * y) * z = (x * z) * y)$sehinggamenjadi:

$$f_A(x) = f_A(x * 0) \subseteq f_A(x * (y * 0)) \cup f_A(y)$$

$$= f_A(x * y) \cup f_A(y),\ \forall x, y \in A \quad (3.2.5)$$

Sehingga$f_A$disebutU-*soft ideal* atas U. Ambil $y = z$ subtitusikan ke persamaan (3.2.4) dengan menggunakan sifat $(\forall x, y, z \in X)((x * y) * z = (x * z) * y)$sehingga:

$$f_A(x * z) = f_A(x * (z * z)) \cup f_A(z)$$

$$= f_A(x * 0) \cup f_A(z)$$

$$= f_A(x) \cup f_A(z) \quad (3.2.6)$$

untuk setiap $x, y \in A$. Menunjukkan $f_A$adalah U-*soft algebra*atas U.

Contoh 9

Misal $(U, E) = (U, X)$dengan$X = \{0, a, b, c\}$ adalah aljabar BCI dengan tabel Cayley berikut:

Tabel 3.3Tabel Cayley dari *X*

$*$	0	a	b	c
0	0	c	b	a
a	a	0	c	b
b	b	a	0	c
c	c	b	a	0

Misalτ_1 dan $\tau_2$adalahsubset dari U sehingga $\tau_1 \subseteq \tau_2$. Didefinisikan *soft set* $F_E$atas U sebagai berikut:

$$F_E = \{(0, \tau_1), (a, \tau_2), (b, \tau_2), (c, \tau_2)\} \quad (3.2.7)$$

Ambil $0, a, b \in E$; $z := 0$

$f_E(0) = f_E(0 * b) \subseteq f_E(0 * (b * 0)) \cup f_E(b)$

$f_E(b) \subseteq f_E(0 * b) \cup f_E(b)$

$\tau_2 \subseteq f_E(b) \cup \tau_2$

$\tau_2 \subseteq \tau_2$maka terbukti bahwa *U-soft ideal*

Ambil $0, a, b \in E$; $y := z$

$f_E(0 * b) = f_E(0 * (b * b)) \cup f_E(b)$

$f_E(b) \subseteq f_E(0 * b) \cup f_E(b)$

$\tau_2 \subseteq f_E(b) \cup \tau_2$

$\tau_2 \subseteq \tau_2$maka terbukti bahwa *U-soft algebra*

$F_E$adalah U-*soft ideal* dan U-*soft algebra* atas U tetapi bukan U-*soft q-ideal* atas U karena:

$$f_E(c * a) = f_E(b) = \tau_2 \nsubseteq \tau_1 = F_E\big(c * (0 * a)\big) \cup f_E(0) \quad (3.2.8)$$

Lemma 1

Misal $(U, E) = (U, X)$dimana X adalah aljabar BCI. Diberikan subalgebra A dari E, jika $F_A \in S(U)$maka F_A adalah U-*soft ideal* atas U. Jika memenuhi kondisi berikut:

$(\forall x, y \in A)(x \leq y \rightarrow f_A(x) \subseteq f_A(y))$ (3.2.9)

Bukti:

Misal $z \coloneqq 0$ pada persamaan (3.2.4) yaitu $\left(f_A(x * z) \subseteq f_A\left(x * (y * z)\right) \cup f_A(y)\right)$ maka $f_A(x * 0) \subseteq f_A\left(x * (y * 0)\right) \cup f_A(y)$

$$f_A(x) \subseteq f_A(x * y) \cup f_A(y)$$

Karena $x \leq y$ ambil $x = y$

$$f_A(x) \subseteq f_A(y * y) \cup f_A(y)$$

Berdasarkan definisi 3 pada persamaan (3.2.2) maka

$f_A(x * 0) = f_A(0) \cup f_A(y)$

Jadi $f_A(x) \subseteq f_A(y)$.

Maka terbukti $(\forall x, y \in A)(x \leq y \rightarrow f_A(x) \subseteq f_A(y))$.

Teorema 5

Misal $(U, E) = (U, X)$ dimana X adalah aljabar BCI. Untuk setiap subaljabar A dari E, misal $F_A \in S(U)$ adalah U-*soft ideal* atas U pernyataan berikut ekuivalen:

(i) F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U,

(iii) $(\forall x, y \in A)(f_A(x * y) \subseteq \left(x * (0 * y)\right)$,

(iii) $(\forall x, y, z \in A)$ $f_A((x * (y * z))$

Bukti.

(i)ke (ii)Misalkan $f_A$adalah U-*soft q-ideal* atas U, dimana A adalah sub-aljabar dari E. Sesuai dengan persamaan (3.2.4) dan (3.2.2) bahwa:

$$\begin{aligned} f_A(x*y) &\subseteq f_A\big(x*(0*y)\big)\cup f_A(0) \\ &= f_A(x*(0*y)) \end{aligned} \tag{3.2.10}$$

untuk setiap $x, y \in A$.

(ii)ke (iii) menjadi

$$\begin{aligned} \big((x*y)*(0*z)\big)*(x*(y*z)) &= ((x*y)*(x*(y*z))*(0*z) \\ &\leq \big((y*z)*y\big)*(0*z) \\ &= (0*z)*(0*z) = 0, \forall x, y, z \in A. \end{aligned} \tag{3.2.11}$$

dari (ii)dan lemma 1 bahwa $f_A\big((x*y)*z\big)\subseteq f_A\big((x*y)*(0*z)\big)\subseteq f_A\big(x*(y*z)\big)$untuk setiap $x, y \in A$. sehingga (iii) terbukti.

(iii) ke (i) menggunakan (3.2.3), (b2) dan(iii)diperoleh:

$$\begin{aligned} f_A(x*z) &\subseteq f_A((x*z)*y)\cup f_A(y) \\ &= f_A((x*y)*z)\cup f_A(y) \\ &\subseteq f_A((x*(y*z)\cup f_A(y) \end{aligned} \tag{3.2.12}$$

Untuk setiap $x, y \in A$.Sehingga $f_A$adalah U-*soft q-ideal*atas U.

Lemma 2

Misal $(U, E) = (U, X)$dimana X adalah aljabar BCI. Diberikan sub-algebra A dari E, misal $F_A \in S(U)$adalah U-*soft ideal* atas U. Pernyataan berikut ekuivalen:

(i) F_A adalah U-*soft ideal* atas U,

(ii)Himpunan τ-eksklusif tidak kosong dari $F_A$adalah ideal dari A untuk setiap$\tau \subseteq U$.

Bukti:

Dari (i) ke (ii) dibuktikan menggunakan definisi ideal:

a. $0 \in A, \tau \neq \emptyset$

b. $(\forall x \in X)(\forall y \in A)(x * y \in A \rightarrow x \in A)$.

Misalkan $y = 0 \in A$

$$x * y \in A$$

$$x * 0 \in A$$

$$x \in A$$

Dari (ii) ke (i)

Berdasarkan sifat ke-3 pada definisi 2

$(\forall \tau_1, \tau_2 \subseteq U)\ (\tau_1 \subseteq \tau_2\ \rightarrow e(F_A; \tau_1) \subseteq\ e(F_A; \tau_2))$

$$f_A(x) \in \tau_1 \subseteq f_A(y) \in \tau_2$$

$$f_A(x) \subseteq f_A(y)$$

Sesuai dengan lemma 1 maka terbukti F_A adalah U-*soft ideal*.

Teorema 6

Misal $(U, E) = (U, X)$dimana X adalah aljabar BCI. Diberikan sub-algebra A dari E, misal $F_A \in S(U)$adalah U-*soft ideal* atas U. Pernyataan berikut ekuivalen:

(i) $F_A$adalah U-*soft q-ideal* atas U.

(ii)Himpunan τ-eksklusif tidak kosong dari $F_A$adalah ideal dari A untuk setiap$\tau \subseteq U$.

Bukti.

$(\boldsymbol{i}) \to (\boldsymbol{ii})$Asumsikan F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U. Maka$F_A$adalah U-*soft ideal* atas U sebagaimana teorema 1.Oleh karena $e(F_A;\tau)$adalah ideal dari Auntuk setiap $\tau \subseteq U$sebagaimana lemma2. Misal$\tau \subseteq$ U dan $x, y, z \in A$ sebagaimana $x * (y * z) \in e(F_A;\tau)$dan $y \in e(F_A;\tau)$maka$f_A\big(x * (y * z)\big) \subseteq \tau$, $f_A(y) \subseteq \tau$dan sehingga:

$$f_A(x * z) \subseteq f_A\big(x * (y * z)\big) \cup f_A(y) \subseteq \tau \tag{3.2.13}$$

Karena $x * z \in e(F_A;\tau)$. Sehingga $e(F_A;\tau)$adalah *q-ideal* dari A.

$(\boldsymbol{ii}) \to (\boldsymbol{i})$ seandainya himpunan τ-eksklusif tidak kosong dari F_A adalah q-ideal dari A untuk setiap $\tau \subseteq U$. Maka $e(F_A;\tau)$ adalah ideal dari A untuk semua $\tau \subseteq U$. Karena F_A adalah U-*soft ideal* atas U berdasarkan Lemma 2. Misal $x, y \in A$ sebagaimana $f_A\big(x * (0 * y)\big) = \tau$. Maka $x * (0 * y) \in e(F_A;\tau)$ dan $x * y \in e(F_A;\tau)$ berdasarkan Teorema Aljabar BCI, karena $f_A(x * y) \subseteq \tau = f_A\big(x * (0 * y)\big)$. Maka menurut Teorema 2 bahwa F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U. Q-ideal $e(F_A;\tau)$ pada Teorema 3 ini disebut *eksklusif q-ideals*dariF_A.

Teorema 7

Misal$(U, E) = (U, X)$ dimana X adalah Aljabar BCI. Diberikan subaljabar$A$ dan B dari E, $F_B \in S(U)$sedemikian hingga:

(i) $F_A \subset F_B$,

(ii) $F_B$adalah U-*soft ideal* atas U.

Jika F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U maka $F_B$juga U-*soft q-ideal* atas U.

Bukti.

Misal $\tau \subseteq U$ sehingga $e(F_B;\tau) \neq \emptyset$. Untuk memenuhi kondisi (ii) dan Lemma 2 bahwa $e(F_B;\tau)$ adalah ideal. Diasumsikan bahwa F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U. Maka $e(F_A;\tau)$ adalah q-ideal untuk setiap $\tau \subseteq U$ berdasarkan Teorema 3. Misal $x, y \in E$ dan $\tau \subseteq U$ sehingga $s \coloneqq x * (0 * y) \in e(F_B;\tau)$. Maka $(x * s) * (0 * y) = \big(x * (0 * y)\big) * s = s * s = 0 \in e(F_A;\tau)$ Karena $e(F_A;\tau)$ adalah q-ideal, maka didapatkan $(x * s) * y \in e(F_A;\tau) \subseteq e(F_B;\tau)$. Menggunakan (b2) didapatkan $(x * y) * s \in e(F_B;\tau)$. Maka $x * y \in e(F_B;\tau)$ karena $e(F_B;\tau)$ adalah ideal. Jadi $e(F_B;\tau)$ adalah q-*ideal*karena F_B adalah U-*soft q-ideal* atas U.

Corollary

Misal$(U, E) = (U, X)$dengan$X$ adalah Aljabar BCI. Diberikan subaljabar $\{0\}$ dari E, misal $F_{\{0\}} \in S(U)$, jika $F_{\{0\}}$ adalah U-*soft q-ideal* atas U, maka setiap U-*soft ideal* adalah U-*soft q-ideal* atas U.

Bukti.

Ambil $F_{\{0\}}$adalah U-soft q-ideal.

$F_B$adalah U-soft ideal.

Akan ditunjukkan $F_{\{0\}} \subseteq F_B$

Ambil sebarang $x \in F_{\{0\}}$ dengan $F_{\{0\}}$adalah U-*soft q-ideal*, berdasarkan teorema 4 bahwa setiap U-*soft q-ideal* adalah U-*soft* ideal, maka x juga anggota dari U-*soft* ideal. Karena F_B sebarang U-*sotf ideal*, maka $x \in F_B$. Jadi $x \in F_{\{0\}}$ dan $x \in F_B$sehingga terbukti $F_{\{0\}} \subseteq F_B$.

Teorema 7

Misal$(U, E) = (U, X)$dan$F_A \in S(U)$dengan X adalah aljabar BCI dan A adalah subalgebra dari E. Untuk subset τ dari U, didefinisikan *softset* $F_A$atas U oleh:

$$F_A^*: E \to P(U), x \to \begin{cases} f_A(x) & \text{if } x \in e(F_A;\tau), \\ U\text{lainnya.} & \end{cases}$$

Jika F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U, maka begitu juga F_A^*.

Bukti:

(i)Jika F_A adalah U-soft *q-ideal* atas U, maka $e(F_A;\, \tau)$ adalah *q-ideal* dari A untuk setiap $\tau \subseteq U$.Oleh karena itu $0 \in e(F_A;\, \tau)$ dan juga $F_A^*(0) = F_A(0) \subseteq f_A(x) \subseteq F_A^*(x)$ untuk semua $x \in A$. Diberikan$x, y, z \in A$, jika $x * (y * z) \in e\ (F_A;\, \tau)$ dan $y \in e(F_A;\, \tau)$, maka $x * z \in e(F_A;\, \tau)$ dan sehingga

$$\begin{aligned} F_A^*(x * z) &= f_A(x * z) \\ &\subseteq f_A\big(x * (y * z)\big) \cup f_A(y) \\ &= f_A^*\big(x * (y * z)\big) \cup f_A^*(y). \end{aligned}$$

(ii)Jika $x * (y * z) \notin e(F_A;\, \tau)$atau $y \notin e(F_A;\, \tau)$, maka $f_A^*(x * (y * z)) = U$ atau $f_A^*(y) = U$, oleh karena itu

$f_A^*(x * z) \subseteq U = F_A^*(x * (y * z)) \cup f_A^*(y)$.

Jadi terbukti bahwa F_A^* adalah U soft q-ideal atas U.

3.3 Gabungan Ideal Halus pada Aljabar BCI di dalam Al-Quran

Pada pembahasan skripsi di atas adanya teorema dan lemma yang harus dibuktikan supaya tidak menimbulkan keraguan sesuai dengan ayat Al-Quran dalam Surat Al-Baqarah ayat 23:

وَإِن كُنتُمۡ فِي رَيۡبٖ مِّمَّا نَزَّلۡنَا عَلَىٰ عَبۡدِنَا فَأۡتُواْ بِسُورَةٖ مِّن مِّثۡلِهِۦ وَٱدۡعُواْ شُهَدَآءَكُم مِّن ُون

﴿٢٣﴾ صَٰدِقِينَ كُنتُمۡ إِن ٱللَّهِ د

Artinya: ’’Dan jika kamu (tetap) dalam keraguan tentang Al Quran yang kami wahyukan kepada hamba kami (Muhammad), buatlah[31] satu surat (saja) yang semisal Al Quran itu dan ajaklah penolong-penolongmu selain Allah, jika kamu orang-orang yang benar.’’

Ayat ini merupakan tantangan bagi mereka yang meragukan tentang kebenaran Al Quran itu tidak dapat ditiru walaupun dengan mengerahkan semua ahli sastra dan bahasa karena ia merupakan mukjizat nabi Muhammad s.a.w.

Adanya keraguan yang harus dibuktikan juga terdapat dalam Surat Al-Baqarah ayat 87:

وَلَقَدۡ ءَاتَيۡنَا مُوسَى ٱلۡكِتَٰبَ وَقَفَّيۡنَا مِنۢ بَعۡدِهِۦ بِٱلرُّسُلِۖ وَءَاتَيۡنَا عِيسَى ٱبۡنَ مَرۡيَمَ ٱلۡبَيِّنَٰتِ نَٰهُ

وَأَيَّد بِرُوحِ ٱلۡقُدُسِۗ أَفَكُلَّمَا جَآءَكُمۡ رَسُولُۢ بِمَا لَا تَهۡوَىٰٓ أَنفُسُكُمُ ٱسۡتَكۡبَرۡتُمۡ فَفَرِيقٗا كَذَّبۡتُمۡ ا

﴿٨٧﴾ تَقۡتُلُونَ وَفَرِيق

Artinya: “Dan Sesungguhnya kami Telah mendatangkan Al Kitab (Taurat) kepada Musa, dan kami Telah menyusulinya (berturut-turut) sesudah itu dengan rasul-rasul, dan Telah kami berikan bukti-bukti kebenaran (mukjizat) kepada Isa putera Maryam dan kami memperkuatnya dengan Ruhul Qudus. Apakah setiap datang kepadamu seorang Rasul membawa sesuatu (pelajaran) yang tidak sesuai dengan keinginanmu lalu kamu menyombong; Maka beberapa orang (diantara mereka) kamu dustakan dan beberapa orang (yang lain) kamu bunuh?”

Pada ayat ini menjelaskan bahwa Allah menurunkan kitabnya kepada Rasul selalu diikuti dengan mukjizat sebagai kebenaran kitab tersebut dan menjawab keraguan para umatnya.

Dari kedua ayat di atas ditegaskan bahwa setiap keraguan akan dilakukan pembuktian untuk mencapai kebenarannya, hal ini juga terkait dengan skripsi ini. Ada beberapak teorema dan lemma yang perlu dibuktikan agar menjadi pernyataan yang berlaku umum.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari pembahasan di atas didapatkan sifat-sifat sebagai berikut:

A. Setiap *union soft q-ideal* adalah *union soft ideal* dan *union soft algebra.*

B. Untuk setiap sub-aljabar A dari E, Misal $F_A \in S(U)$ adalah U-*soft ideal* atas U. Pernyataan berikut ekuivalen:

(i) $F_A$adalah U-*soft q-ideal* atas U,

(iii) $(\forall x, y \in A)(f_A(x * y) \subseteq \big(x * (0 * y)\big)$,

(iii) $(\forall x, y, z \in A) f_A((x * (y * z))$.

C. Diberikan subalgebra A dari E, misal $F_A \in S(U)$adalah U-*soft ideal*atas U. Pernyataan berikut ekuivalen:

(i) $f_A$adalah U-*soft q-ideal* atas U.

(ii)Himpunan τ-eksklusif tidak kosong dari $F_A$adalah ideal dari A untuk setiap $\tau \subseteq U$.

D. Diberikan sub-algebra A dan B dari E, $F_B \in S(U)$ sebagaimana:

(i) $F_A \subset F_B$,

(ii) $F_B$adalah U-*soft ideal* atas U.

Jika F_A adalah U-*soft q-ideal* atas U maka $F_B$juga U-*soft q-ideal*atas U.

E. Misal $F_{\{0\}} \in S(U)$, jika $F_{\{0\}}$ adalah U-*soft q-ideal* atas U, maka setiap U-*soft ideal* adalah U-*soft q-ideal* atas U.

3.4 Saran

Semoga skripsi ini bisa menjadi acuan untuk penelitian berikutnya dan semoga bermanfaat untuk para pembaca.

DAFTAR PUSTAKA

Anggrayni, D.D. 2010. *Q-Aljabar*. Skripsi tidak diterbitkan. Semarang: Jurusan Matematika F. Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro.

Anonim. 2006. *Situs Belajar Matematika Online-Matematika Umum.* http://www.rumusmatematikadasar.com/2014/09/pengertian-matematika-menurut-pendapat-ahli-dan-kurikulum.html.Diakses tanggal3 November 2015.

Endah, L.S. 2011. *Ideal-ideal pada Aljabar BCI P-semisimple yang Terbangun dari Karakterisasi Grup Modulo n.* Skripsi tidak diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Maulana Malik Ibrahim.

Lee, K.J. 2013.A New Kind of Derivations in BCI-Algebra.*Mathematical Sciences Journal*. Volume 7, Halaman 4185-4194.

Mas'oed, F. 2013. *Struktur Aljabar.* Jakarta: Akademia Permata.

Mostafa, S.M., Naby, M.A.A., dan Elgendy, O.R. 2011. Fuzzy TM-Ideals of TM-Algebra. *Journal of American Sciens.* (7):17-21.

Raisinghania, M.D., dan Anggarawal,R.S. 1980. *Moderrn Algebra*. New delhi: S. CHAN and COMPANY LTD.

Saeid, A.B. 2010. Fantastic Ideals in BCI-Algebra. *World Applied Sciences Journal.* (8):550-554.

Sun, D., dan Xu, S.. 2000. A Radical Ideal and The Characteristic of An Is Algebra Without Zero Divisiors. *Soochow Journal of Mathematics.* Volume 26. Halaman 401-409.

Wardah, R..2014. *Sifat-sifat Fantastik Ideal pada Aljabar BCI.* Skripsi tidak diterbitkan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Maulana Malik Ibrahim.

Yang, K.S., dan Ahn, S.S.. 2014. Union Soft q-Ideals in BCI-Algebras. *Applied Mathematical Sciences Journal*. (8):2859-2869.

RIWAYAT HIDUP

Anggi Faizta Widiyatika, lahir di Kabupaten Malang pada tanggal 05 Juli 1993, biasa dipanggil Anggi, tinggal di Desa Ngadilangkung Dusun Ketawang RT. 004 RW. 002 Kecamatan Kepanjen Kabupaten Malang. Anak pertama dari tiga bersaudara dari Bapak Faizin dan Ibu Widayati.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Ngadilangkung 1 Kepanjen dan lulus pada tahun 2005, setelah itu melanjutkan ke SMP NU Sunan Giri Kepanjen dan lulus pada tahun 2008. Kemudian melanjutkan pendidikan ke SMA Islam Kepanjen dan lulus pada tahun 2011. Selanjutnya, pada tahun 2011 menempuh kuliah di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Selama menjadi mahasiswa, dia mengikutiperkumpulan di PNBB (Proyek Nulis Buku Bareng) bersama Ustad Erryk Khusbandono.