OPERASI PADA BILANGAN KABUR TRAPESIUM UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN LINIER KABUR

SKRIPSI

OLEH
MIFTAKHUL KHOIRIYAH
NIM. 11610019

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

OPERASI PADA BILANGAN KABUR TRAPESIUM UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN LINIER KABUR

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)

Oleh
Miftakhul Khoiriyah
NIM. 11610019

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2016

OPERASI PADA BILANGAN KABUR TRAPESIUM UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN LINIER KABUR

SKRIPSI

Oleh
Miftakhul Khoiriyah
NIM. 11610019

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 21 April 2016

Pembimbing I,	Pembimbing II,
H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003	NIP. 19630502 198703 1 005

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM FAKULTAS SAINTEK JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

OPERASI PADA BILANGAN KABUR TRAPESIUM UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH PEMROGRAMAN LINIER KABUR

SKRIPSI

Oleh
Miftakhul Khoiriyah
NIM. 11610019

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal 21 April 2016

Penguji Utama	:	Evawati Alisah, M.Pd	....
Ketua Penguji	:	Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Sekretaris Penguji	:	H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd	....
Anggota Penguji	:	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Miftakhul Khoiriyah

NIM : 11610019

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul : Operasi pada Bilangan Kabur Trapesium untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linier Kabur

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau hasil pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada kajian pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 12 April 2016
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
TE45CADF822450671
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Miftakhul Khoiriyah
NIM. 11610019

MOTO

فَإِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٥

"Karena Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan."

(Qs. al-Insyirah/94:5)

"Hargailah orang lain terlebih dahulu jika kau ingin dihargai."

HALAMAN PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

Teriring doa semoga skripsi ini bermanfaat dan menjadi kesuksesan dunia akhirat,
penulis persembahkan skripsi ini untuk:
Ayahanda tercinta Muhammad Wahyudi yang selalu memberi dorongan
dan semangat pada penulis
Ibunda tercinta Nur Khasanah yang selalu menginspirasi
penulis dengan kegigihan dan kesabarannya
Kedua saudara tersayang Nurul Qomariyah dan Ni'matul Maghfiroh
yang senantiasa memberikan motivasi yang tiada tara.
Semoga Allah selalu menyertai langkahnya dalam menggapai kesuksesan di dunia
dan akhirat.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah Swt. atas limpahan rahmat, nikmat serta karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Operasi pada Bilangan Kabur Trapesium untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linier Kabur" ini dengan baik dan benar, sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Rasulullah Muhammad Saw. yang telah menuntun umat manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman ilmiah.

Selanjutnya penulis ucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu serta membimbing penulis dalam penyelesaian skripsi ini. Untuk itu penulis ucapkan banyak terima kasih terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Rahardjo, M.Si, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing I sekaligus dosen wali yang telah sabar meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, nasihat dan arahan yang terbaik kepada penulis selama penyelesaian skripsi ini.

5. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing II, yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan saran dan membimbing penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
7. Kedua orang tua penulis, ayah Muhammad Wahyudi dan ibu Nur Khasanah tercinta, yang selama ini mengorbankan dan memberikan segalanya yang terbaik untuk penulis.
8. Kedua adik tersayang Nurul Qomariyah dan Ni'matul Maghfiroh yang selalu memberikan dukungan, motivasi serta semangatnya yang tiada kira kepada penulis.
9. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2011, khususnya Enha Soviana Firdaus, Lu'lu'ul Barroh, Anggi Faizta Widiyatika, Achmad Jaini, yang telah menginspirasi penulis dan rela meluangkan waktunya untuk bertukar pikiran dengan penulis serta memberi pengalaman berharga.
10. Semua pihak yang tidak mungkin penulis sebut satu persatu, penulis ucapkan terima kasih atas bantuannya.

Semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca serta dapat menambah wawasan keilmuan khususnya bidang matematika. Amin.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, April 2016

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini mempunyai makna yaitu sebagai berikut:

$\max \tilde{Z}$	: fungsi kendala maksimasi dengan notasi $\tilde{Z}$
$\tilde{X}_1$	: waktu yang dibutuhkan Mesin 1 untuk menghasilkan produk
$\tilde{X}_2$	: waktu yang dibutuhkan Mesin 2 untuk menghasilkan produk
$\tilde{X}_3$	: variabel *slack* untuk Mesin 1
$\tilde{X}_4$	: variabel *slack* untuk Mesin 2
RHS	: *Right Hand Side*/nilai kanan

ABSTRAK

Khoiriyah, Miftakhul. 2016. **Operasi pada Bilangan Kabur Trapesium untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linier Kabur**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Kata kunci: operasi bilangan kabur trapesium, pemrograman linier kabur.

Pemrograman linier adalah suatu metode atau teknik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada beberapa variabel yang digunakan. Nilai-nilai parameter pada persamaan linier harus terdefinisi dengan tegas (*crisp*), sedangkan dalam kenyataannya dalam kehidupan sehari-hari bahwa variabel tegas belum tentu tersedia secara nyata. Beberapa variabel bisa berbentuk kabur (*fuzzy*). Oleh karena itu penggunaan parameter masalah program linier dipresentasikan dengan bilangan kabur. Pemrograman linier kabur merupakan teknik analisis parametrik yang sistematis untuk mencari pemecahan optimum yang berubah-ubah terhadap perubahan diskrit dan kontinu dalam berbagai parameter, yang mana dipresentasikan dengan bilangan kabur.

Tujuan dari penelitian ini adalah menjelaskan penggunaan operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur, dengan langkah-langkah: 1) menentukan rumusan umum penyelesaian masalah pemrograman linier kabur, 2) memberikan contoh kasus penyelesaian masalah pemrograman linier kabur, 3) menguji dan mengaplikasikan rumusan umum penyelesaian masalah pemrograman linier kabur, 4) menarik kesimpulan. Jika diberikan permasalahan permograman linier di bawah ini:

$\max \tilde{Z} = (u_1, u_2, u_3, u_4)\tilde{X}_1 + (v_1, v_2, v_3, v_4)\tilde{X}_2$

$(x_1, x_2, x_3, x_4)\tilde{X}_1 + (y_1, y_2, y_3, y_4)\tilde{X}_2 \leq (z_1, z_2, z_3, z_4)$

$(p_1, p_2, p_3, p_4)\tilde{X}_1 + (q_1, q_2, q_3, q_4)\tilde{X}_2 \leq (r_1, r_2, r_3, r_4)$,

menghasilkan rumusan umum untuk mempemudah mencari nilai maksimum dan minimum. Setelah ditemukan elemen pivotnya, maka koordinat kolom dan barisnya digunakan untuk mencari nilai $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ sebagai berikut:

$$\tilde{X}_1 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}, \tilde{X}_2 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}, \text{dan } \tilde{Z} = k_a b_c - \left[k_c\, b_a \times \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}\right]$$

untuk $m = 1$ maka $\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$, dan untuk $m = 2$ maka $\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$

dengan $m =$ letak kolom pada elemen pivot; $m = 1, 2$;

$n =$ letak baris pada elemen pivot; $n = 1, 2$;

$a =$ banyaknya kolom; dan $c =$ banyaknya baris

ABSTRACT

Khoiriyah, Miftakhul. 2016. **Operation on Trapezoidal Fuzzy Number to Solve Fuzzy Linear Programming Problems**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisor: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Keywords: operation of trapezoidal fuzzy number, fuzzy linear programming.

Linear programming is a method or technique used to solve optimization problems, namely maximizing or minimizing the objective function depends on several variables. The values or the parameters in the linear equation should be well defined (crisp), whereas in fact in daily life that the crisp variable is not necessarily available. Some variables can be form fuzzy. Therefore the use of parameters in linear programming problems presented by fuzzy numbers. Fuzzy linear programming is a systematic parametric analysis techniques to determine optimum solution which varies with discrete and continuous changes in various parameters, which was presented by fuzzy numbers.

The purpose of this study is to explain the use of trapezoidal fuzzy number operations to solve fuzzy linear programming problems, with steps: 1) determine the general formulation fuzzy linear programming problem solving, 2) give examples of cases fuzzy linear programming problem solving, 3) test and apply the general formulation fuzzy linear programming problem solving, 4) concluded. If a linear programming problem is given by:

$\max \tilde{Z} = (u_1, u_2, u_3, u_4)\tilde{X}_1 + (v_1, v_2, v_3, v_4)\tilde{X}_2$
$(x_1, x_2, x_3, x_4)\tilde{X}_1 + (y_1, y_2, y_3, y_4)\tilde{X}_2 \leq (z_1, z_2, z_3, z_4)$
$(p_1, p_2, p_3, p_4)\tilde{X}_1 + (q_1, q_2, q_3, q_4)\tilde{X}_2 \leq (r_1, r_2, r_3, r_4)$,

generate general formulation to facilitate the search for maximum and minimum values. Aften the discovery of the pivot elements, then the coordinates of the column and line used to determine the value as follows:

$$\tilde{X}_1 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}, \tilde{X}_2 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}, \text{ and } \tilde{Z} = k_a b_c - \left[k_c\, b_a \times \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}\right]$$

for $m = 1$ then $\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$, and for $m = 2$ then $\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$

with $m =$ the location of the column on the pivot element; $m = 1, 2$;
$n =$ the location of the line on the pivot element; $n = 1, 2$;
$a =$ the number of columns; and $c =$ the number of lines.

ملخص

خويريية، ميفتاخول. العملية على عدد غــامض شــبه منحــرف لحل مشاكل البرمجة الخطية الضبابية. بحــث جــامعــي. قسم الريــاضيــات. كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) واهــيــوهــنكــي ايراوان الماجستير. (٢)الدكتور ايمــام ســوجــارو الماجستير.

الكلمات الرئيسية: تشغــيل عــدد غــامض شــبه منحــرف، البرمجــة الخــطية الضــبابية.

البرمجــة الخطية هي أسلوب أو تقنية تستخدم لحل مشاكل الأمثل، وهي زيادة أوتقليل وظيفة موضوعية تعتمدعلى العديد من المتغيرات المستخدمة. ينبغي تحديد القيم أو المعلمــات في المعادلة الخطية (هــش)، بينما في الواقع في الحياة اليومية التي المتغير هــش قدلايكون متاح بالضــرورة. يمكن أن تكون بعض متــغيرات النوذج غامض. فلذلك استخدام المعلمات مشاكل البرمجة الخطية قدمها الأرقام غامض. البرمجة الخطية الضبابية هي للجهاز تقنيات التحليل حدودي لإيجاد الحل الأمثل الذي التغييرات التي تم تقديمها من قبل أرقام غامض.

الغرض من هذه الدراسة هو شرح استخدام عمليات عدد غامض شبه منحرف لحل مشاكل البرمجة الخطية الضبابية، مع الخطوات التالية: 1) تحديد الصيغة العامة و حل الخطية غامض مشكلة البرمجة، 2) إعطاء أمثلة عن حالات غامض البرمجة الخطية حل المشكلة، 3) اختبار وتطبيق الصيغة العامة غامض البرمجة الخطية حل المشكلة ، 4) خلص.

إذا المشكلة البرمجة الخطية كما الــتالية:

$$\max \tilde{Z} = (u_1, u_2, u_3, u_4)\tilde{X}_1 + (v_1, v_2, v_3, v_4)\tilde{X}_2$$
$$(x_1, x_2, x_3, x_4)\tilde{X}_1 + (y_1, y_2, y_3, y_4)\tilde{X}_2 \leq (z_1, z_2, z_3, z_4)$$
$$(p_1, p_2, p_3, p_4)\tilde{X}_1 + (q_1, q_2, q_3, q_4)\tilde{X}_2 \leq (r_1, r_2, r_3, r_4),$$

توليد صيغة عامة لتسهيل عملية البحث عن القيم القصوى والدنيا. بعد اكتشاف المحاور عنصر، ثــم استخدمت إحداثيات العمود و خط لتحديد القيمة على النحو التالي:

$$\tilde{X}_1 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}, \tilde{X}_2 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}, \text{ و } \tilde{Z} = k_a b_c - \left[k_c\, b_a \times \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}\right]$$

لــ $m = 1$ ثم $\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$، و لــ $m = 2$ ثم $\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$

ايــن $m =$ موقع العمود على العنصر المحوري; $m = 1, 2;$

$n =$ موقع خط على العنصر المحوري; $n = 1, 2;$

$a =$ عدد الأعمدة; و $c =$ عدد خط

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pada dasarnya matematika berkaitan dengan kegiatan hitung-menghitung, sehingga tidak salah jika matematika disebut juga sebagai ilmu hitung atau ilmu *al-Hisab*. Dalam hal hitung-menghitung ini, Allah Swt. adalah rajanya. Semua hal yang ada di alam semesta ini diciptakan-Nya dengan perhitungan (ukuran). Seperti yang dijelaskan dalam al-Quran surat al-Qamar/54:49 yang berbunyi:

إِنَّا كُلَّ شَيْءٍ خَلَقْنَاهُ بِقَدَرٍ ﴿٤٩﴾

"Sesungguhnya kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran" (Qs. al-Qamar/54:49).

Ayat tersebut menjelaskan bahwa alam semesta beserta isinya diciptakan oleh Allah Swt. dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang setimbang dan rapi (Utomo, 2012).

Walaupun awalnya matematika berkembang hanya untuk memenuhi kebutuhan praktis atau mencirikan keadaan yang dapat diamati seperti pada permulaan mengukur dan membilang (menghitung), matematika tidak bergantung pada dunia nyata, akan tetapi asumsi dasarnya sekaligus diambil dan digunakan di dunia nyata. Matematika berkembang dari hal-hal konkret menuju ke hal-hal yang lebih abstrak dan umum. Salah satu aplikasinya adalah dalam produksi. Untuk dapat menghasilkan kombinasi produk yang maksimal dengan keuntungan yang optimal diperlukan suatu cara atau metode yang tepat dan dapat dipertanggungjawabkan. Suatu program matematis dapat digunakan mulai dari pengadaan barang mentah sampai menghasilkan barang jadi, sehingga dapat mencapai keuntungan yang maksimal. Dalam suatu kegiatan produksi terdapat beberapa komponen yang dapat mempengaruhi hasil produksi. Komponen tersebut di antaranya bahan baku, mesin, dan tenaga kerja. Komponen-komponen yang baik akan menghasilkan produk yang optimal dan menguntungkan bagi perusahaan. Salah satu metode dalam matematika yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah ini adalah dengan menggunakan pemrograman linier, di mana pemrograman linier merupakan sebuah metode untuk mencapai hasil yang terbaik seperti keuntungan maksimal atau harga terendah.

Pemrograman linier adalah suatu metode atau teknik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada beberapa variabel yang digunakan. Nilai-nilai parameter model linier harus terdefinisi secara tegas (*crisp*), tetapi dalam kenyataannya di dalam kehidupan sehari-hari bahwa variabel tegas belum tentu tersedia secara nyata. Beberapa variabel bisa berbentuk kabur (*fuzzy*). Misalnya dalam pengukuran berat badan A, berat badannya 45 kg. akan tetapi bisa jadi kurang. Oleh karena itu penggunaan parameter masalah program linier dapat dipresentasikan dengan bilangan kabur. Teori himpunan kabur pertama kali diperkenalkan oleh Lotfi Asker Zadeh, seorang guru besar di *University of California*, *Barkeley*, Amerika Serikat pada tahun 1965. Zadeh mendefinisikan himpunan kabur dengan menggunakan fungsi keanggotaan (*membership function*) yang nilainya berada dalam interval tertutup [0,1] (Susilo, 2006).

Pada al-Quran di surat al-Baqarah juga diterangkan bahwa manusia tergolong pada 3 golongan yaitu: (1) golongan orang bertakwa atau mukmin (*muttaqin*), (2) golongan orang kafir (*kafirin*), dan (3) golongan orang munafik (*munafiqin*). Orang munafik belum tentu termasuk pada golongan orang mukmin dan belum tentu golongan kafir. Seperti halnya logika kabur yang memiliki nilai antara 0 sampai 1. Gambaran di atas jika dijelaskan pada logika kabur, maka orang kafir derajat keanggotaannya sebesar 0 dan orang mukmin derajat keanggotaannya sebesar 1. Sedangkan orang munafik derajat keanggotaannya di antara 0 dan 1, yaitu di antara orang mukmin dan kafir. Kekaburan dan kesamaran ini ada karena banyak permasalahan yang tidak pasti, banyak keraguan dan ketidakpastian, seperti halnya permasalahan orang munafik dalam Islam yang memiliki kedudukan yang tidak pasti dalam Islam. Kaum munafik mengaku Islam tetapi hatinya tidak, mereka selalu dalam keragu-raguan. Sebagaimana yang diterangkan dalam surat an-Nisa'/4:143 yang berbunyi:

مُّذَبۡذَبِينَ بَيۡنَ ذَٰلِكَ لَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِ وَلَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِۚ وَمَن يُضۡلِلِ ٱللَّهُ فَلَن تَجِدَ لَهُۥ سَبِيلٗا ١٤٣

"Mereka dalam keadaan ragu-ragu antara yang demikian (iman atau kafir): tidak masuk kepada golongan ini (orang-orang beriman) dan tidak (pula) kepada golongan itu (orang-orang kafir), maka kamu sekali-kali tidak akan mendapat jalan (untuk memberi petunjuk) baginya" (Qs. an-Nisa'/4:143).

Secara formal bilangan kabur didefinisikan sebagai himpunan kabur dalam semesta himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$ yang memenuhi 4 sifat yaitu: normal, mempunyai pendukung (*support*) yang terbatas, semua potongan-α nya adalah interval tertutup dalam $\mathbb{R}$, dan konveks. Bilangan kabur yang sering digunakan dalam aplikasi adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan segitiga yang disebut bilangan kabur segitiga, dan bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan trapesium yang disebut bilangan kabur trapesium (Susilo, 2006:111). Sama halnya dengan himpunan tegas, himpunan kabur juga memiliki operasi bilangan, di antaranya: penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan lainnya.

Beberapa studi tentang bilangan kabur telah banyak dikembangkan. Bansal (2011) telah mengembangkan operasi pada bilangan kabur trapesium. dalam persaman linier kabur dan *non* linier kabur. Sedangkan Gani dan Assarudeen (2012) mengembangkan operasi pada bilangan kabur segitiga untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur.

Dari kedua penulisan tersebut penulis ingin meneliti tentang penggunaan operasi pada bilangan kabur lainnya selain bilangan kabur segitiga untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur. Dalam penelitian ini penulis menggunakan operasi pada bilangan kabur trapesium. Penulis tertarik untuk mengetahui penggunaan operasi pada bilangan kabur trapesium dalam menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur. Hal tersebut yang melatarbelakangi penulis dalam menyusun skripsi yang berjudul *"*Operasi pada Bilangan Kabur Trapesium untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linier Kabur*"*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam skripsi ini yaitu:

1. Bagaimana penggunaan operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur?
2. Bagaimana implementasi operasi bilangan kabur trapesium kaitan dalam kajian agama Islam?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian rumusan masalah di atas, maka tujuan dalam skripsi ini yaitu:

1. Untuk menjelaskan penggunaan operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur.
2. Untuk menjelaskan implementasi operasi bilangan kabur trapesium kaitan dalam kajian agama Islam.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dalam penelitian skripsi ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi Penulis

1. Untuk mengetahui tentang operasi-operasi apa saja pada bilangan kabur trapesium yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur.
2. Untuk mengetahui bagaimana penggunaan operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur.
3. Untuk mengetahui implementasi operasi bilangan kabur trapesium kaitan dalam kajian agama Islam

b. Bagi Lembaga

1. Untuk mengembangkan ilmu sains, terutama di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Sebagai tambahan bahan pustaka untuk rujukan baik kuliah maupun penelitian aljabar dengan program linier kabur.

1.5 Batasan masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Permasalahan dilakukan hanya mencari solusi optimal minimum dan maksimum.
2. Pemrograman dibatasi hanya pada 2 variabel dan 2 persamaan.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kepustakaan (*library research*). Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan rumusan umum penyelesaian masalah pemrograman linier kabur,
2. Memberikan contoh kasus penyelesaian masalah pemrograman linier kabur,
3. Menguji dan mengaplikasikan rumusan umum penyelesaian masalah pemrograman linier kabur,
4. Menarik kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini terdiri dari 4 bab dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bab ini menjelaskan tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini memuat kajian pustaka meliputi: himpunan kabur, potongan-α, konveks, bilangan kabur, bilangan kabur trapesium, kesamaan bilangan kabur trapesium, operasi bilangan kabur, perluasan perkalian, operasi bilangan kabur trapesium, pemrograman linier kabur, dan kajian agama.

Bab III Pembahasan

Bab ini memuat pembahasan meliputi: operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur, dan implementasi operasi bilangan kabur trapesium kaitan dalam kajian agama Islam.

Bab IV Penutup

Bab ini memuat penutup meliputi: kesimpulan dan saran yang berkaitan dengan penelitian ini dan juga dapat menjadi rujukan untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan Kabur

Dalam matematika terdapat beberapa konsep yang dipelajari, salah satunya adalah konsep himpunan. Himpunan diartikan sebagai suatu kumpulan atau koleksi obyek-obyek (konkret maupun abstrak) yang mempunyai kesamaan sifat tertentu. Suatu himpunan haruslah terdefinisi secara tegas, dalam arti bahwa untuk setiap obyek selalu dapat ditentukan secara tegas apakah obyek tersebut merupakan anggota himpunan itu atau tidak (Susilo, 2006:36).

Himpunan kabur $\tilde{A}$ dalam semesta *X* didefinisikan sebagai berikut:

Jika *X* adalah koleksi dari obyek-obyek yang dinotasikan secara generik oleh *x*, maka suatu himpunan kabur $\tilde{A}$, dalam *X* adalah himpunan pasangan berurutan:

$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$

dengan $\mu_A(x)$ adalah derajat keanggotaan x yang memetakan X ke ruang keanggotaan A yang terletak pada rentang [0,1].

Contoh:

Misalkan A adalah himpunan manusia parobaya. Manusia termasuk dalam kategori parobaya jika umurnya berkisar antara 35 dan 55. Jika seseorang tersebut berusia kurang dari sama dengan 35 atau lebih dari sama dengan 55 maka ia dikatakan tidak parobaya dengan derajat keanggotaan sama dengan 0. Dalam himpunan kabur untuk A dapat dituliskan sebagai berikut:

dengan

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 35 \ atau \ x \geq 55 \\ \dfrac{x-35}{10}, & 35 \leq x \leq 55 \\ \dfrac{55-x}{10}, & 45 \leq x \leq 55 \end{cases}$$

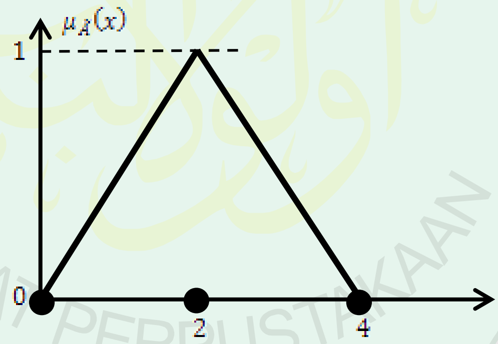
(Kusumadewi, 2006:5)

2.2 Himpunan Kabur Normal

Sebuah himpunan kabur $\tilde{A}$ disebut normal jika terdapat himpunan kabur paling sedikit satu titik $x \in X$ dengan $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ (Nasseri, 2008:1778).

Penulis mencontohkan:

Misal himpunan kabur $\tilde{A}$, dengan $\mu_{\tilde{A}}(2) = 1$.

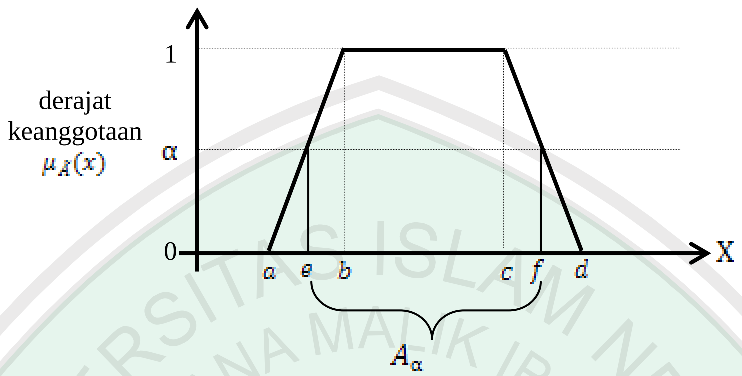


Gambar 2.1 Himpunan Kabur Normal

Contoh himpunan kabur normal lainnya dapat dilihat pada Gambar 2.2, Gambar 2.3, Gambar 2.4, Gambar 2.6 dan Gambar 2.7, sedangkan contoh himpunan kabur tidak normal dapat dilihat pada Gambar 2.5.

2.3 Potongan-α

Untuk suatu bilangan $\alpha \in [0,1]$, potongan-α dari suatu himpunan kabur $\tilde{A}$, yang dilambangkan dengan A_α, adalah himpunan tegas yang memuat semua elemen dari semesta dengan derajat keanggotaan dalam $\tilde{A}$ yang lebih besar atau sama dengan α, yaitu $A_\alpha = \{x \in \mathrm{X} \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ (Susilo, 2006:73-74).



Gambar 2.2 $\boldsymbol{A_\alpha = \{x \in \mathrm{X} \mid e \leq x \leq f\}}$

2.4 Konveks

Misalkan A adalah himpunan kabur pada X. Himpunan kabur A disebut konveks jika fungsi keanggotaannya monoton naik, monoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik (Utomo, 2012:21-22).

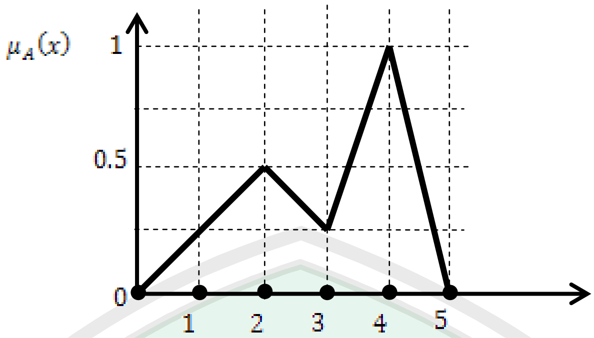
Himpunan kabur A disebut tidak konveks jika fungsi keanggotaannya tidak monoton naik, tidak monoton turun, atau monoton naik dan monoton turun pada saat nilai unsur pada himpunan semesta semakin naik (Sivanandam, dkk, 2006:75).

Dengan redaksi yang lebih rumit, Susilo (2006:77) menyatakan bahwa himpunan kabur $\tilde{A}$ pada semesta $X = \mathbb{R}$ adalah konveks bila dan hanya bila:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda\, x_1 + (1 - \lambda\, x_2)) \geq \min\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}$$

untuk setiap $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ dan λ adalah derajat keanggotaan, dengan $\lambda \in [0,1]$.

Sesuai ilustrasi di atas perhatikan gambar berikut:



Gambar 2.3 Himpunan Kabur Tidak Konveks

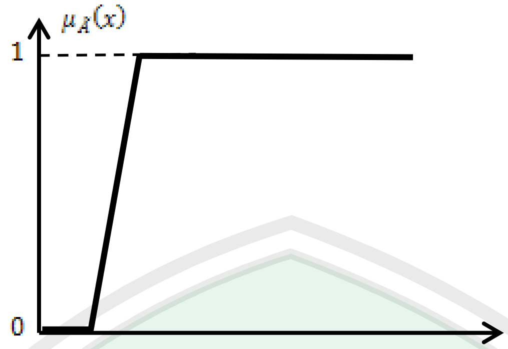
Dari gambar di atas menunjukkan bahwa tidak konveks, misal diambil dua titik yaitu 2 dan 4 kemudian dihubungkan maka garis hubungnya ada yang terletak di luar grafik.

2.5 Bilangan Kabur

Secara formal bilangan kabur didefinisikan sebagai himpunan kabur dalam semesta himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$ yang memenuhi 4 sifat berikut:

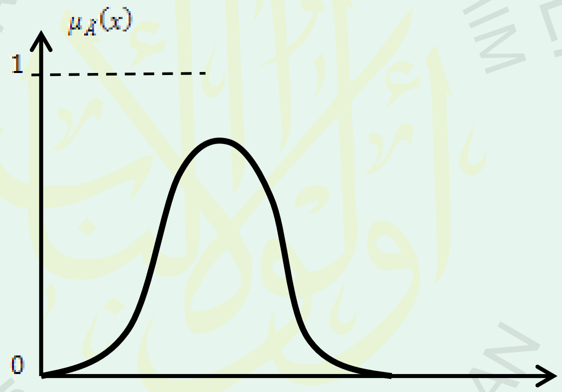
1. Normal
2. Mempunyai pendukung (*support*) yang terbatas
3. Semua potongan-α nya adalah interval tertutup dalam $\mathbb{R}$
4. Konveks (Susilo, 2006:111).

Bilangan kabur yang sering digunakan dalam aplikasi adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan segitiga yang disebut bilangan kabur segitiga, dan bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan trapesium yang disebut bilangan kabur trapesium. Jelas bahwa kedua jenis bilangan kabur tersebut memenuhi keempat sifat bilangan kabur seperti definisi di atas (Susilo, 2006:112). Berikut ini adalah contoh bilangan kabur dan bukan bilangan kabur.



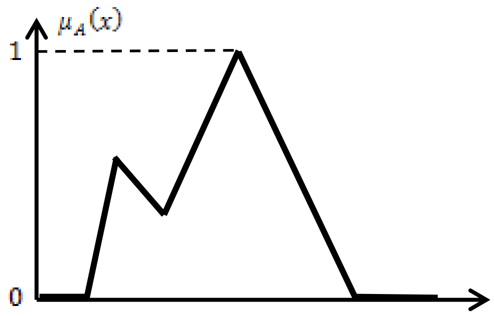
Gambar 2.4 Himpunan Kabur Normal dan Konveks dengan *Support* Tidak Terbatas

Gambar di atas merupakan himpunan kabur normal dan konveks, tetapi bukan bilangan kabur karena *support* tidak terbatas.



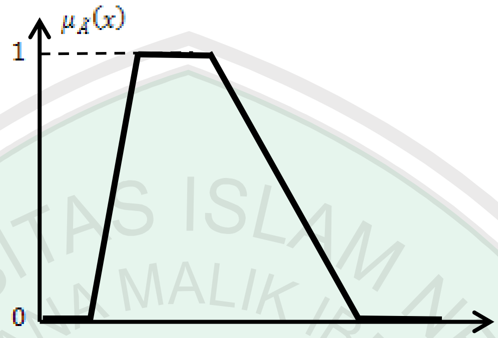
Gambar 2.5 Himpunan Kabur Konveks dan *Support* Terbatas, tetapi Tidak Normal

Gambar di atas merupakan himpunan kabur konveks dan *support* terbatas tetapi bukan bilangan kabur karena tidak normal.



Gambar 2.6 Himpunan Kabur Normal dan Tidak Konveks dengan *Support* Terbatas

Gambar di atas merupakan himpunan kabur normal dan *support* terbatas tetapi bukan bilangan kabur karena tidak konveks.



Gambar 2.7 Himpunan Kabur Normal dan Konveks dengan *Support* Terbatas

Gambar di atas merupakan bilangan kabur, karena merupakan himpunan normal, konveks, dan *support* terbatas.

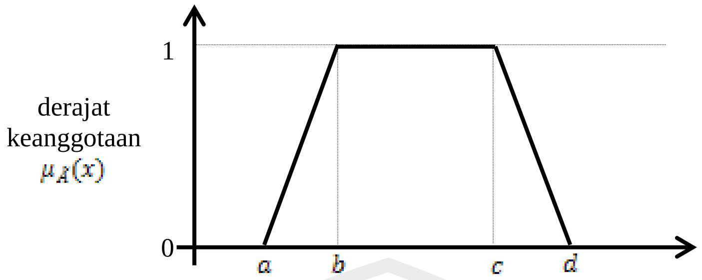
2.6 Bilangan Kabur Trapesium

Suatu fungsi keanggotaan himpunan kabur disebut fungsi keanggotaan trapesium jika mempunyai 4 buah parameter, yaitu $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ dengan $a < b < c < d$ dan dinyatakan dengan trapesium (x, a, b, c, d) dengan aturan:

$$trapesium\ (x, a, b, c, d) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, & untuk\ a \leq x \leq b \\ 1, & untuk\ b \leq x \leq c \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & untuk\ c \leq x \leq d \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$

Fungsi keanggotaan tersebut dapat juga dinyatakan dengan formula sebagai berikut:

$$trapesium\ (x, a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$ (Susilo, 2006:58-59).



Gambar 2.8 Kurva Trapesium

Misal bilangan kabur trapesium $\tilde{X} = (x, a, b, c, d)$ dikatakan bilangan kabur trapesium *non* negatif $(\tilde{X} \geq 0)$ jika dan hanya jika $a \geq 0$ dan *non* positif $(\tilde{X} \leq 0)$ jika dan hanya jika $c \leq 0$. Bilangan kabur trapesium dikatakan bilangan kabur trapesium positif $(\tilde{X} > 0)$ jika dan hanya jika $a > 0$ dan negatif $(\tilde{X} < 0)$ jika dan hanya jika $c < 0$ (Bansal, 2011:40). Bilangan kabur trapesium negatif dapat ditulis sebagai perkalian negatif dari bilangan kabur trapesium positif (Gani dan Assarudeen, 2012:527).

Penulis mencontohkan:

Bilangan kabur *non* negatif $\tilde{X} = (1, 2, 3, 4)$ atau $\tilde{X} = (0, 1, 2, 3)$

Bilangan kabur *non* positif $\tilde{X} = (-4, -3, -2, -1)$ atau $\tilde{X} = (-3, -2, -1, 0)$

Bilangan kabur positif $\tilde{X} = (1, 2, 3, 4)$

Bilangan kabur negatif $\tilde{X} = (-4, -3, -2, -1)$ atau dapat ditulis $\tilde{X} = -(1, 2, 3, 4)$.

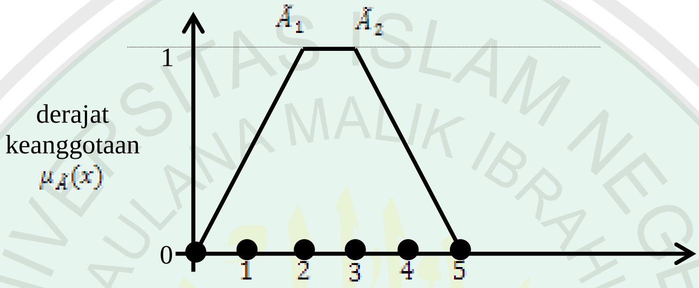
2.7 Kesamaan Bilangan Kabur Trapesium

Dua bilangan kabur trapesium $\tilde{A}_1 = (a, b, c, d)$ dan $\tilde{A}_2 = (e, f, g, h)$ dikatakan sama identik $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$ jika dan hanya jika $a = e,\ b = f,\ c = g,\ d = h$ (Bansal, 2011:40).

Penulis mencontohkan:

$$\mu_{\tilde{A}_1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & untuk\ 0 \le x \le 2 \\ 1, & untuk\ 2 \le x \le 3 \\ \frac{5-x}{2}, & untuk\ 3 \le x \le 5 \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases} \quad \text{dan} \quad \mu_{\tilde{A}_2}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & untuk\ 0 \le x \le 2 \\ 1, & untuk\ 2 \le x \le 3 \\ \frac{5-x}{2}, & untuk\ 3 \le x \le 5 \\ 0, & untuk\ x\ lainnya \end{cases}$$

berdasarkan ilustrasi di atas maka:



Gambar 2.9 Kesamaan Trapesium $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$

karena $0 = 0, 2 = 2, 3 = 3,$ dan $5 = 5,$ maka $\tilde{A}_1 = \tilde{A}_2$

2.8 Operasi Bilangan Kabur

Misalkan $[a, b]$ dan $[c, d]$ adalah dua interval tertutup dalam $\mathbb{R}$. Maka operasi-operasi aritmetik pada kedua interval tersebut didefinisikan sebagai berikut:

1. Penjumlahan : $[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d]$
2. Pengurangan : $[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c]$
3. Perkalian : $[a, b] * [c, d] = [\min\{ac, ad, bc, bd\}, \max\{ac, ad, bc, bd\}]$
4. Pembagian : $\frac{[a, b]}{[c, d]} = \left[\min\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\}, \max\left\{\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right\}\right]$ (Susilo, 2006:117)

Penulis mencontohkan:

Misal: $a = 5, b = 3, c = 2, d = 1$

$[5,3] + [2,1] = [5 + 2,3 + 1] = [7,4]$

$[5,3] - [2,1] = [5-2, 3-1] = [3,2]$

$$[5,3] \times [2,1] = [\min\{5\times 2, 5\times 1, 3\times 2, 3\times 1\}, \max\{5\times 2, 5\times 1, 3\times 2, 3\times 1\}]$$

$$= [\min\{10,5,6,3\}, \max\{10,5,6,3\}] = (3,10)$$

$$\frac{[5,3]}{[2,1]} = \left[\min\left\{\frac{5}{2},\frac{5}{1},\frac{3}{2},\frac{3}{1}\right\}, \max\left\{\frac{5}{2},\frac{5}{1},\frac{3}{2},\frac{3}{1}\right\}\right]$$

$$= [\min\{2.5, 5, 1.5, 3\}, \max\{2.5, 5, 1.5, 3\}] = (1.5, 5)$$

2.9 Perluasan Perkalian

Bansal (2011:41) dalam penelitiannya menjelaskan aturan perluasan perkalian. Untuk dua sebarang bilangan kabur trapesium $\tilde{A}_1 = (a,b,c,d)$ dan $\tilde{A}_2 = (e,f,g,h)$ dapat dideskripsikan aturan perluasan perkalian sebagai berikut:

$$(a,b,c,d) \otimes (e,f,g,h) \cong (\min(ae,ah,de,dh), \min(bf,cf,cg,bg),$$
$$\max(bf,cf,cg,bg), \max(ae,ah,de,dh))$$

2.10 Operasi pada Bilangan Kabur Trapesium

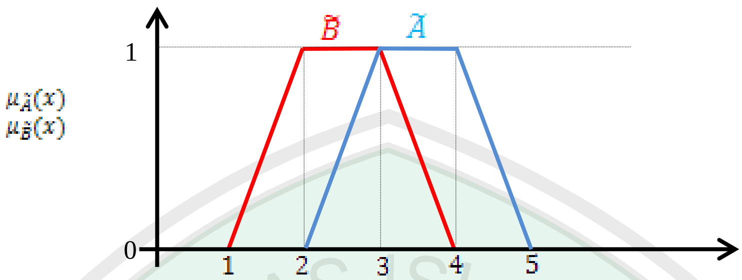
Berdasarkan aturan umum operasi-operasi aritmetik di atas dan perluasan perkalian yang dilakukan oleh Abhinav Bansal (2011:41), maka operasi-operasi aritmetik untuk bilangan kabur trapesium yaitu:

Misalkan $\tilde{A}_1 = (a,b,c,d)$ dan $\tilde{A}_2 = (e,f,g,h)$ maka:

1. Penjumlahan: $\tilde{A}_1 + \tilde{A}_2 = (a+e, b+f, c+g, d+h)$
2. Pengurangan: $\tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 = (a-h, b-g, c-f, d-e)$
3. Perkalian: $\tilde{A}_1 \cdot \tilde{A}_2 = (\min(ae,ah,de,dh), \min(bf,cf,cg,bg), \max(bf,cf,cg,bg), \max(ae,ah,de,dh))$
4. Pembagian: $\frac{\tilde{A}_1}{\tilde{A}_2} = \left(\min\left(\frac{a}{e},\frac{a}{h},\frac{d}{e},\frac{d}{h}\right), \min\left(\frac{b}{f},\frac{c}{f},\frac{c}{g},\frac{b}{g}\right), \max\left(\frac{b}{f},\frac{c}{f},\frac{c}{g},\frac{b}{g}\right), \max\left(\frac{a}{e},\frac{a}{h},\frac{d}{e},\frac{d}{h}\right)\right)$

Penulis mencontohkan:

$\tilde{A} = (2, 3, 4, 5)$ dan $\tilde{B} = (1, 2, 3, 4)$



Gambar 2.10 Trapesium $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$

$$\tilde{A} + \tilde{B} = (2, 3, 4, 5) + (1, 2, 3, 4) = (2 + 1, 3 + 2, 4 + 3, 5 + 4) = (3, 5, 7, 9)$$

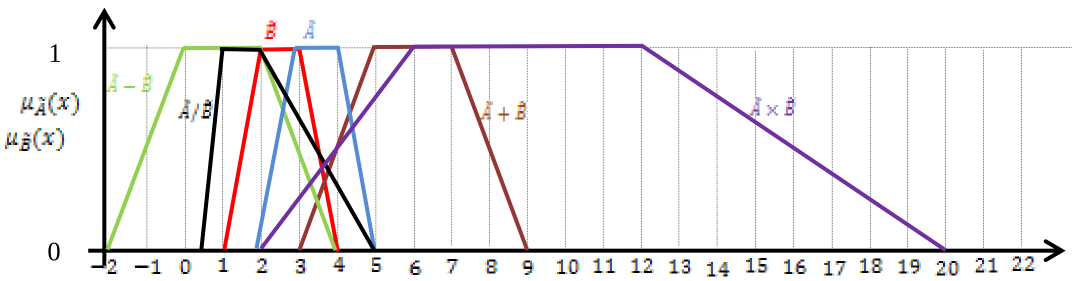
$$\tilde{A} - \tilde{B} = (2, 3, 4, 5) - (1,2,3,4) = (2 - 4, 3 - 3, 4 - 2, 5 - 1) = (-2,0,2,4)$$

$$\begin{aligned}\tilde{A} \times \tilde{B} = {} & (2, 3, 4, 5) \times (1, 2, 3, 4) = \big(\min\big((2 \times 1), (2 \times 4), (5 \times 1), (5 \times 4)\big), \\ & \min\big((3 \times 2), (4 \times 2), (4 \times 3), (3 \times 3)\big), \max\big((3 \times 2), (4 \times 2), \\ & (4 \times 3), (3 \times 3)\big), \max\big((2 \times 1), (2 \times 4), (5 \times 1), (5 \times 4)\big)\big) \\ = {} & (\min(2, 8, 5, 20), \min(6, 8, 12, 9), \max(6, 8, 12, 9), \max(2, 8, 5, 20)) \\ = {} & (2, 6, 12, 20)\end{aligned}$$

$$\frac{\tilde{A}}{\tilde{B}} = \frac{(2, 3, 4, 5)}{(1, 2, 3, 4)}$$

$$= \left(\min\left(\frac{2}{1}, \frac{2}{4}, \frac{5}{1}, \frac{5}{4}\right), \min\left(\frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{3}\right), \max\left(\frac{3}{2}, \frac{4}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{3}\right), \max\left(\frac{2}{1}, \frac{2}{4}, \frac{5}{1}, \frac{5}{4}\right)\right)$$

$$= (\min(2, 0.5, 5, 1.25), \min(1.5, 2, 1.33, 1), \max(1.5, 2, 1.33, 1), \max(2, 0.5, 5, 1.25)) = (0.5, 1, 2, 5)$$



Gambar 2.11 Hasil Operasi Bilangan Kabur Trapesium

2.11 Pemrograman Linier Kabur

Pemrograman linier adalah suatu metode atau teknik yang digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi, yaitu memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan yang bergantung pada beberapa variabel yang digunakan. Teknik pemrograman linier ini mengkompensasi "kekurangan" ini dengan memberikan analisis *pasca-optimum* dan analisis parametrik yang sistematis untuk memungkinkan pengambil keputusan yang bersangkutan untuk menguji sensivitas pemecahan optimum yang "statis" terhadap perubahan diskrit dan kontinyu dalam berbagai parameter dari model tersebut (Taha, 1996:16).

Pemrograman linier merupakan salah satu teknik dalam riset operasi yang paling sering diterapkan. Nilai-nilai parameter model linier harus terdefinisi dengan baik (*crisp*), tetapi dalam kenyataannya di dalam kehidupan sehari-hari bahwa variabel tegas belum tentu tersedia secara nyata. Beberapa variabel bisa berbentuk kabur (*fuzzy*). Oleh karena itu penggunaan parameter masalah program linier di presentasikan dengan bilangan kabur (Kumar, dkk, 2010:27).

Ada banyak metode untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier, di antaranya: metode simpleks primal, simpleks dual, simpleks primal yang direvisi, simpleks dual yang direvisi, dan lain-lain. Akan tetapi untuk masalah yang sederhana dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks primal. Adapun langkah-langkah iterasi formalnya sebagai berikut:

a. Tentukan pemecahan dasar awal yang layak dengan menggunakan bentuk standar (dengan sisi kanan semua *non* negatif).
b. Pilih kolom kunci dari di antara variabel *non* dasar dengan menggunakan kondisi optimalitas. Kondisi optimalitas merupakan kolom kunci dalam

maksimasi atau minimisasi, maksudnya variabel *non* dasar dengan koefisien yang paling negatif atau positif dalam persamaan Z tujuan. Koefisien dengan nilai yang sama dapat dipilih secara sembarang. Nilai optimum dicapai ketika semua koefisien *non* dasar dalam persamaan Z adalah *non* negatif atau *non* positif.

c. Pilih baris kunci dari variabel dasar saat ini dengan menggunakan kondisi kelayakan. Kondisi kelayakan baik untuk masalah maksimisasi maupun minimisasi, baris kunci adalah variabel dasar saat ini yang memiliki titik potong terkecil (rasio minimum dengan penyebut yang positif) dalam arah kolom kunci. Nilai yang sama dapat dipilih secara sembarang.

d. Tentukan nilai variabel dasar yang baru dengan membuat kolom kunci tersebut sebagai variabel dasar dan baris kunci sebagai variabel *non* dasar. Kembali ke langkah 2 (Taha, 1996:69).

Dalam menyelesaikan masalah pemrograman linier, selain menggunakan langkah-langkah formal di atas juga menggunakan metode Gauss-Jordan. Metode ini merupakan langkah-langkah informal yang digunakan untuk melakukan "penukaran" antara kolom kunci dan baris kuncinya. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut:

1. Identifikasi kolom kunci, persamaan pivot, dan elemen pivot
2. Persamaan pivot

$$\text{Pers. pivot baru} = \frac{pers.pivot\ lama}{elemen\ pivot}$$

3. Semua persamaan lainnya, termasuk *Z*

$$Pers.baru = (pers.lama) - (koef.\ kolom\ kunci) \times (pers.pivot\ baru)$$

Akan tetapi, sebelum perhitungan di atas dilakukan, harus diketahui dan teridentifikasi terlebih dahulu kolom kunci, persamaan pivot, dan elemen pivot, di mana persamaan pivot merupakan baris yang berkaitan dengan baris kunci, sedangkan elemen pivot merupakan elemen di titik potong antara kolom kunci dan baris kunci.

Berdasarkan pada langkah-langkah yang ada pada kedua metode di atas, untuk mempermudah perhitungan maka dapat diringkas menjadi:

1. Tentukan pemecahan dasar awal yang layak dengan menggunakan bentuk standar (dengan sisi kanan semua *non* negatif).
2. Tentukan variabel kolom kunci (variabel *non* dasar dengan koefisien yang paling negatif), yang mana variabel sekolomnya akan menjadi kolom kunci.
3. Tentukan variabel baris kunci (variabel yang memiliki rasio atau titik potong terkecil positif selain nol), dengan ditemukannya kolom kunci dan baris kuncinya, maka titik potong dari keduanya akan secara otomatis menjadi elemen pivot. Variabel sebarisnya akan menjadi persamaan pivot lama, dan variabel dari baris yang lainnya akan menjadi persamaan lama.
4. Hitung persamaan pivot baru dan persamaan lainnya. Kembali ke langkah 2 dan selanjutnya sampai ditemukan nilai optimum.

2.12 Kajian Agama

2.11.1 Konsep Himpunan

Walaupun secara implisit, konsep himpunan juga dijelaskan dalam al-Quran surat al-Fatir/35:1 yang berbunyi:

ٱلْحَمْدُ لِلَّهِ فَاطِرِ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ جَاعِلِ ٱلْمَلَٰٓئِكَةِ رُسُلًا أُو۟لِىٓ أَجْنِحَةٍ مَّثْنَىٰ وَثُلَٰثَ وَرُبَٰعَ ۚ
يَزِيدُ فِى ٱلْخَلْقِ مَا يَشَآءُ ۚ إِنَّ ٱللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَىْءٍ قَدِيرٌ ﴿١﴾

"Segala puji bagi Allah pencipta langit dan bumi, yang menjadikan malaikat sebagai utusan-utusan (untuk mengurus berbagai macam urusan) yang mempunyai sayap, masing-masing (ada yang) dua, tiga dan empat. Allah menambahkan pada ciptaan-Nya apa yang dikehendaki-Nya. Sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu" (Qs. al-Fatir/35:1).

2.11.2 Konsep Himpunan Kabur

Pada surat al-Baqarah diterangkan bahwa manusia tergolong pada 3 golongan, yaitu: (1) golongan orang bertakwa atau mukmin (*muttaqin*), (2) golongan orang kafir (*kafirin*), dan (3) golongan orang munafik (*munafiqin*). Orang munafik belum tentu termasuk pada golongan orang mukmin dan belum tentu golongan kafir. Seperti halnya logika kabur yang memiliki nilai antara 0 sampai 1. Gambaran di atas jika dijelaskan pada logika kabur, maka orang kafir memiliki nilai 0 dan orang mukmin memiliki 1. Sedangkan orang munafik memiliki nilai di antara 0 sampai 1, yaitu di antara orang mukmin dan kafir. Kekaburan dan kesamaran ini ada karena banyak permasalahan yang tidak pasti, banyak keraguan dan ketidakpastian, seperti halnya permasalahan orang munafik dalam Islam yang memiliki kedudukan yang tidak pasti dalam Islam. Kaum munafik mengaku Islam tetapi hatinya tidak, mereka selalu dalam keragu-raguan. Sebagaimana yang diterangkan dalam surat an-Nisa'/4:143.

مُّذَبْذَبِينَ بَيْنَ ذَٰلِكَ لَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِ وَلَآ إِلَىٰ هَٰٓؤُلَآءِ ۚ وَمَن يُضْلِلِ ٱللَّهُ فَلَن تَجِدَ لَهُۥ سَبِيلًا ﴿١٤٣﴾

"Mereka dalam keadaan ragu-ragu antara yang demikian (iman atau kafir): tidak masuk kepada golongan ini (orang-orang beriman) dan tidak (pula) kepada golongan itu (orang-orang kafir), maka kamu sekali-kali tidak akan mendapat jalan (untuk memberi petunjuk) baginya" (Qs. an-Nisa'/4:143).

2.11.3 Konsep Bilangan

Dalam al-Quran terdapat beberapa ayat yang menunjukkan sebuah bilangan, pada dasarnya bilangan merupakan awal mula perkembangan ilmu matematika dalam sains. Salah satu dari ayat-ayat tersebut antara lain terdapat pada surat at-Taubah/9:36 yang berbunyi:

إِنَّ عِدَّةَ ٱلشُّهُورِ عِندَ ٱللَّهِ ٱثۡنَا عَشَرَ شَهۡرٗا فِي كِتَٰبِ ٱللَّهِ يَوۡمَ خَلَقَ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضَ مِنۡهَآ
أَرۡبَعَةٌ حُرُمٞۚ ذَٰلِكَ ٱلدِّينُ ٱلۡقَيِّمُۚ فَلَا تَظۡلِمُواْ فِيهِنَّ أَنفُسَكُمۡۚ وَقَٰتِلُواْ ٱلۡمُشۡرِكِينَ كَآفَّةٗ
كَمَا يُقَٰتِلُونَكُمۡ كَآفَّةٗۚ وَٱعۡلَمُوٓاْ أَنَّ ٱللَّهَ مَعَ ٱلۡمُتَّقِينَ ٣٦

"Sesungguhnya bilangan bulan pada sisi Allah adalah dua belas bulan, dalam ketetapan Allah di waktu Dia menciptakan langit dan bumi, di antaranya empat bulan haram (Qs. at-Taubah/9:36).

2.11.4 Konsep Operasi Bilangan

Konsep matematika tentang operasi dasar bilangan juga dijelaskan dalam al-Quran, di antaranya: operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

2.11.4.1 Konsep Operasi Penjumlahan

Operasi penjumlahan terdapat dalam surat al-Baqarah/2:196 yang berbunyi:

وَأَتِمُّواْ ٱلۡحَجَّ وَٱلۡعُمۡرَةَ لِلَّهِۚ فَإِنۡ أُحۡصِرۡتُمۡ فَمَا ٱسۡتَيۡسَرَ مِنَ ٱلۡهَدۡيِۖ وَلَا تَحۡلِقُواْ رُءُوسَكُمۡ حَتَّىٰ يَبۡلُغَ
ٱلۡهَدۡيُ مَحِلَّهُۥۚ فَمَن كَانَ مِنكُم مَّرِيضًا أَوۡ بِهِۦٓ أَذٗى مِّن رَّأۡسِهِۦ فَفِدۡيَةٞ مِّن صِيَامٍ أَوۡ صَدَقَةٍ أَوۡ
نُسُكٖۚ فَإِذَآ أَمِنتُمۡ فَمَن تَمَتَّعَ بِٱلۡعُمۡرَةِ إِلَى ٱلۡحَجِّ فَمَا ٱسۡتَيۡسَرَ مِنَ ٱلۡهَدۡيِۚ فَمَن لَّمۡ يَجِدۡ فَصِيَامُ
ثَلَٰثَةِ أَيَّامٖ فِي ٱلۡحَجِّ وَسَبۡعَةٍ إِذَا رَجَعۡتُمۡۗ تِلۡكَ عَشَرَةٞ كَامِلَةٞۗ ذَٰلِكَ لِمَن لَّمۡ يَكُنۡ أَهۡلُهُۥ حَاضِرِي
ٱلۡمَسۡجِدِ ٱلۡحَرَامِۚ وَٱتَّقُواْ ٱللَّهَ وَٱعۡلَمُوٓاْ أَنَّ ٱللَّهَ شَدِيدُ ٱلۡعِقَابِ ١٩٦

"Tetapi jika ia tidak menemukan (binatang korban atau tidak mampu), maka wajib berpuasa 3 hari dalam masa haji dan 7 hari (lagi) apabila kamu telah pulang kembali. Itulah sepuluh (hari) yang sempurna" (Qs. al-Baqarah/2:196).

2.11.4.2 Konsep Operasi Pengurangan

Operasi pengurangan terdapat dalam surat al-‘Ankabuut/29:14 yang berbunyi:

وَلَقَدۡ أَرۡسَلۡنَا نُوحًا إِلَىٰ قَوۡمِهِۦ فَلَبِثَ فِيهِمۡ أَلۡفَ سَنَةٍ إِلَّا خَمۡسِينَ عَامًا فَأَخَذَهُمُ ٱلطُّوفَانُ
وَهُمۡ ظَٰلِمُونَ ﴿١٤﴾

“Dan sesungguhnya Kami telah mengutus Nuh kepada kaumnya, maka ia tinggal di antara mereka 1000 tahun kurang 50 tahun“ (Qs. al-‘Ankabuut/29:14).

2.11.4.3 Konsep Operasi Perkalian

Operasi perkalian terdapat dalam surat Ali-‘Imran/3:13 yang berbunyi:

قَدۡ كَانَ لَكُمۡ ءَايَةٞ فِي فِئَتَيۡنِ ٱلۡتَقَتَاۖ فِئَةٞ تُقَٰتِلُ فِي سَبِيلِ ٱللَّهِ وَأُخۡرَىٰ كَافِرَةٞ يَرَوۡنَهُم
مِّثۡلَيۡهِمۡ رَأۡيَ ٱلۡعَيۡنِۚ وَٱللَّهُ يُؤَيِّدُ بِنَصۡرِهِۦ مَن يَشَآءُۗ إِنَّ فِي ذَٰلِكَ لَعِبۡرَةٗ لِّأُوْلِي ٱلۡأَبۡصَٰرِ ﴿١٣﴾

“Sesungguhnya telah ada tanda bagi kamu pada 2 golongan yang telah bertemu (bertempur), segolongan berperang di jalan Allah dan (segolongan) yang lain kafir yang dengan mata kepala melihat (seakan-akan) orang-orang muslim dua kali jumlah mereka” (Qs. Ali-’Imran/3:13).

2.11.4.4 Konsep Operasi Pembagian

Operasi pembagian terdapat dalam surat al-A’raaf/7:160:

وَقَطَّعۡنَٰهُمُ ٱثۡنَتَيۡ عَشۡرَةَ أَسۡبَاطًا أُمَمٗاۚ وَأَوۡحَيۡنَآ إِلَىٰ مُوسَىٰٓ إِذِ ٱسۡتَسۡقَىٰهُ قَوۡمُهُۥٓ أَنِ ٱضۡرِب
بِّعَصَاكَ ٱلۡحَجَرَۖ فَٱنۢبَجَسَتۡ مِنۡهُ ٱثۡنَتَا عَشۡرَةَ عَيۡنٗاۖ قَدۡ عَلِمَ كُلُّ أُنَاسٖ مَّشۡرَبَهُمۡۚ وَظَلَّلۡنَا
عَلَيۡهِمُ ٱلۡغَمَٰمَ وَأَنزَلۡنَا عَلَيۡهِمُ ٱلۡمَنَّ وَٱلسَّلۡوَىٰۖ كُلُواْ مِن طَيِّبَٰتِ مَا رَزَقۡنَٰكُمۡۚ وَمَا ظَلَمُونَا
وَلَٰكِن كَانُوٓاْ أَنفُسَهُمۡ يَظۡلِمُونَ ﴿١٦٠﴾

“Dan mereka Kami bagi mereka menjadi 12 suku yang masing-masingnya berjumlah besar dan Kami wahyukan kepada Musa ketika kaumnya meminta air kepadanya: “Pukullah batu itu dengan tongkatmu!”. Maka memancarlah dari padanya 12 mata air. Sesungguhnya tiap-tiap suku mengetahui tempat minum masing-masing” (Qs. al-A’raaf/7:160).

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Operasi Bilangan Kabur Trapesium untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linier Kabur

3.1.1 Rumusan Umum Penyelesaian Masalah Pemrograman Linier Kabur Trapesium

Diberikan fungsi kendala dan fungsi obyektif sebagai berikut:

$$\max \tilde{Z} = (u_1, u_2, u_3, u_4)\tilde{X}_1 + (v_1, v_2, v_3, v_4)\tilde{X}_2$$

$$(x_1, x_2, x_3, x_4)\tilde{X}_1 + (y_1, y_2, y_3, y_4)\tilde{X}_2 \leq (z_1, z_2, z_3, z_4)$$

$$(p_1, p_2, p_3, p_4)\tilde{X}_1 + (q_1, q_2, q_3, q_4)\tilde{X}_2 \leq (r_1, r_2, r_3, r_4)$$

berdasarkan langkah-langkah pada bab sebelumnya, maka penyelesaian masalah pemrograman linier kabur di atas yaitu:

Langkah 1

Menentukan pemecahan dasar awal yang layak dengan menggunakan bentuk standar (dengan sisi kanan semua *non* negatif)

Sehingga menjadi:

Tabel 3.1 Bentuk Awal 1

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(x_1, x_2, x_3, x_4)	(y_1, y_2, y_3, y_4)	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	(z_1, z_2, z_3, z_4)
$\tilde{X}_4$	(p_1, p_2, p_3, p_4)	(q_1, q_2, q_3, q_4)	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	(r_1, r_2, r_3, r_4)
$\tilde{Z}$	$-(u_1, u_2, u_3, u_4)$	$-(v_1, v_2, v_3, v_4)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

Langkah 2

Menentukan variabel kolom kunci (variabel *non* dasar dengan koefisien yang paling negatif), yang mana variabel sekolomnya akan menjadi kolom kunci.

Misalkan nilai $(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1)$ merupakan variabel yang memiliki koefisien paling negatif, sehingga kolom $\tilde{X}_2$ menjadi kolom kunci.

Tabel 3.2 Kolom Kunci 1

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(x_1, x_2, x_3, x_4)	(y_1, y_2, y_3, y_4)	$(1,1,1,1)$	$(0,0,0,0)$	(z_1, z_2, z_3, z_4)
$\tilde{X}_4$	(p_1, p_2, p_3, p_4)	(q_1, q_2, q_3, q_4)	$(0,0,0,0)$	$(1,1,1,1)$	(r_1, r_2, r_3, r_4)
$\tilde{Z}$	$(-u_4, -u_3, -u_2, -u_1)$	$(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1)$	$(0,0,0,0)$	$(0,0,0,0)$	$(0,0,0,0)$

Kolom kunci

Langkah 3

Menentukan variabel baris kunci (variabel yang memiliki rasio atau titik potong terkecil positif selain nol), dengan ditemukannya kolom kunci dan baris kuncinya, maka titik potong dari keduanya akan secara otomatis menjadi elemen pivot. Variabel sebarisnya akan menjadi persamaan pivot lama, dan variabel dari baris yang lainnya akan menjadi persamaan lama.

$$\tilde{X}_3 = \frac{(z_1, z_2, z_3, z_4)}{(x_1, x_2, x_3, x_4)} = \left(\min\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_3}{x_2}, \frac{z_3}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), \max\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_3}{x_2}, \frac{z_3}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right)\right) \text{ (memenuhi kriteria)}$$

$$\tilde{X}_4 = \frac{(r_1, r_2, r_3, r_4)}{(p_1, p_2, p_3, p_4)} = \left(\min\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_3}{x_2}, \frac{z_3}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), \max\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_3}{x_2}, \frac{z_3}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right)\right) \text{ (memenuhi kriteria dan terkecil)}$$

$$\tilde{Z} = \frac{(0,0,0,0)}{(-u_4, -u_3, -u_2, -u_1)} = (0,0,0,0) \text{ (tidak memenuhi kriteria karena hasilnya 0)}$$

Dari perhitungan di atas, misalkan hasil dari $\tilde{X}_4$ memiliki rasio atau titik potong terkecil positif maka variabel sebarisnya menjadi baris kunci, dan titik potong antara baris kunci dan kolom kunci tersebut menghasilkan elemen pivot dengan koordinat baris 2 kolom 2. Maka menjadi:

Tabel 3.3 Pivot 1

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(x_1, x_2, x_3, x_4)	(y_1, y_2, y_3, y_4)	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	(z_1, z_2, z_3, z_4)
$\tilde{X}_4$	(p_1, p_2, p_3, p_4)	(q_1, q_2, q_3, q_4)	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	(r_1, r_2, r_3, r_4)
$\tilde{Z}$	$(-u_4, -u_3, -u_2, -u_1)$	$(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

Elemen pivot

baris kunci yang menjadi persamaan pivot lama

Langkah 4

menghitung persamaan pivot baru dengan persamaan lainnya.

Untuk persamaan pivot:

$$\text{Pers. pivot baru} = \frac{pers.pivot\ lama}{elemen\ pivot}$$

Untuk persamaan selain pivot:

$$Pers.baru = (pers.lama) - (koef.\ kolom\ kunci) \times (pers.pivot\ baru)$$

Karena $\tilde{X}_4$ merupakan baris kunci dan barisnya menjadi persamaan pivot lama, maka persamaan pivot barunya yaitu:

$$\tilde{X}_1 = \frac{(p_1, p_2, p_3, p_4)}{(q_1, q_2, q_3, q_4)} = \left(\min\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right), \min\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right), \max\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_3}{q_2}, \frac{p_3}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right),\right.$$
$$\left.\max\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right)\right) \ldots (\#)$$

$$\tilde{X}_2 = \frac{(q_1, q_2, q_3, q_4)}{(q_1, q_2, q_3, q_4)} = \left(\min\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right), \min\left(1, \frac{q_2}{q_3}, \frac{q_3}{q_2}\right), \max\left(1, \frac{q_2}{q_3}, \frac{q_3}{q_2}\right),\right.$$
$$\left.\max\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right)\right) \ldots (\#\#)$$

$$\tilde{X}_3 = \frac{(0,0,0,0)}{(q_1, q_2, q_3, q_4)} = (0,0,0,0) \ldots (\#\#\#)$$

$$\tilde{X}_4 = \frac{(1,1,1,1)}{(q_1, q_2, q_3, q_4)} = \left(\min\left(\frac{1}{q_1}, \frac{1}{q_4}\right), \min\left(\frac{1}{q_2}, \frac{1}{q_3}\right), \max\left(\frac{1}{q_2}, \frac{1}{q_3}\right), \max\left(\frac{1}{q_1}, \frac{1}{q_4}\right)\right) \ldots (\#\#\#\#)$$

$$RHS = \frac{(r_1, r_2, r_3, r_4)}{(q_1, q_2, q_3, q_4)} = \left(\min\left(\frac{r_1}{q_1}, \frac{r_1}{q_4}, \frac{r_4}{q_1}, \frac{r_4}{q_4}\right), \min\left(\frac{r_2}{q_2}, \frac{r_4}{q_2}, \frac{r_4}{q_3}, \frac{r_2}{q_3}\right), \max\left(\frac{r_2}{q_2}, \frac{r_3}{q_2}, \frac{r_3}{q_3}, \frac{r_2}{q_3}\right),\right.$$
$$\left.\max\left(\frac{r_1}{q_1}, \frac{r_1}{q_4}, \frac{r_4}{q_1}, \frac{r_4}{q_4}\right)\right) \ldots (\#\#\#\#\#)$$

Sehingga dari perhitungan di atas, dapat ditulis:

Tabel 3. 4 Persamaan Baru $\tilde{X}_4$ menjadi $\tilde{X}_2$

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$					
$\tilde{X}_2$	(#)	(##)	(###)	(####)	(#####)
$\tilde{Z}$					

Sedangkan persamaan lainnya yaitu persamaan $\tilde{Z}$ dan $\tilde{X}_3$ yang menjadi persamaan lama, persamaan barunya yaitu:

untuk persamaan $\tilde{Z}$ di antaranya:

$$\tilde{X}_1 = (-u_4, -u_3, -u_2, -u_1) - [(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1) \times (\#)]$$
$$= \left(-u_4 - \max\left(-v_4 \min\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right), -v_1\right.\right.$$
$$\left.\min\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right), -v_1 \max\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right)\right), -u_3 - \max(-v_3$$
$$\min\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right), -v_2 \max\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right), -v_2 \min\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right),$$
$$\left.-v_3 \max\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right)\right), -u_2 - \min\left(-v_3 \min\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right),\right.$$
$$\left.-v_2 \min\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right), -v_2 \max\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{p_2}{q_2}, \frac{p_4}{q_2}, \frac{p_4}{q_3}, \frac{p_2}{q_3}\right)\right),$$
$$-u_1 - \min\left(-v_4 \min\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right),\right.$$
$$\left.\left.-v_1 \min\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right), -v_1 \max\left(\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_1}{q_4}, \frac{p_4}{q_1}, \frac{p_4}{q_4}\right)\right)\right) \ldots (*)$$

$$\tilde{X}_2 = (-v_4, -v_3, -v_2, -v_1) - [(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1) \times (\#\#)]$$
$$= \left(-v_4 - \max\left(-v_4 \min\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right), -v_4 \max\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right), -v_1 \min\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right),\right.\right.$$
$$-v_4 \min\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right), -v_4 \max\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right), -v_1 \min\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right),$$
$$\left.-v_1 \max\left(1, \frac{q_1}{q_4}, \frac{q_4}{q_1}\right)\right), -v_3 \max\left(-v_3 \min\left(1, \frac{q_2}{q_3}, \frac{q_3}{q_2}\right), -v_2 \min\left(1, \frac{q_2}{q_3}, \frac{q_3}{q_2}\right),\right.$$

$$-v_2 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), -v_3 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right)\Big), -v_2 - \min\Big(-v_3 \min\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right),$$

$$-v_2 \min\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), -v_2 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), -v_3 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right)\Big),$$

$$-v_1 - \min\Big(-v_4 \min\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right), -v_4 \max\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right), -v_1 \min\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right),$$

$$-v_1 \max\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right)\Big)\Bigg) \ldots (**)$$

$$\tilde{X}_3 = (0,0,0,0) - [(-v_4,-v_3,-v_2,-v_1) \times (\#\#\#)] = (0,0,0,0) \ldots (***)$$

$$\tilde{X}_4 = (0,0,0,0) - [(-v_4,-v_3,-v_2,-v_1) \times (\#\#\#\#)]$$

$$= \Big(-\max\Big(-v_4 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), -v_1 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right),$$

$$-v_1 \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right)\Big), -\max\Big(-v_3 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), -v_2 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right),$$

$$-v_2 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right)\Big), -\min\Big(-v_3 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right),$$

$$-v_2 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), -v_2 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right)\Big), \min(-v_4$$

$$\max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), -v_1 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), -v_1 \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right)\Big)\Big) \ldots (****)$$

$$RHS = (0,0,0,0) - [(-v_4,-v_3,-v_2,-v_1) \times (\#\#\#\#\#)]$$

$$= \Big(-\max\Big(-v_4 \min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right),$$

$$-v_1 \min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_1 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\Big), -\max(-v_3$$

$$\min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_2 \min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right)\Big),$$

$$-\min\Big(-v_3 \min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_2 \min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_2$$

$$\max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right)\Big), -\min(-v_4 \min$$

$$\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_1 \min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right),$$

$$-v_1 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\Big)\Big) \ldots (*****)$$

Untuk persamaan $\tilde{X}_3$, di antaranya:

$$\tilde{X}_1 = (x_1,x_2,x_3,x_4) - [(y_1,y_2,y_3,y_4) \times (\#)]$$

$$= \Big(x_1 - \max\Big(y_1 \min\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right), y_1 \max\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right), y_4 \min$$

$$\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right), y_4 \max\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right)\Big), x_2 - \max\Big(y_2 \min\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right),$$

$$y_3 \min\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right), y_3 \max\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right), y_2 \max\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right)\Big),$$

$$x_3 - \min\left(y_2 \min\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right),\ y_3 \min\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right), y_3 \max\right.$$
$$\left.\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right), y_2 \max\left(\frac{p_2}{q_2},\frac{p_4}{q_2},\frac{p_4}{q_3},\frac{p_2}{q_3}\right)\right), x_4 - \min\left(y_1 \min\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right),\right.$$
$$\left.\left. y_1 \max\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right), y_4 \min\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right), y_4\ \max\left(\frac{p_1}{q_1},\frac{p_1}{q_4},\frac{p_4}{q_1},\frac{p_4}{q_4}\right)\right)\right) \ldots (■)$$

$$\tilde{X}_2 = (y_1, y_2, y_3, y_4) - [(y_1, y_2, y_3, y_4) \times (\#\#)]$$
$$= \left(y_1 - \max\left(y_1 \min\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right), y_1 \max\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right), y_4 \min\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right),\right.\right.$$
$$\left. y_4\ \max\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right)\right), y_2 - \max\left(y_2 \min\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), y_3 \min\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right),\right.$$
$$\left. y_3 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), y_2 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right)\right), y_3 - \min\left(y_2 \min\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right),\right.$$
$$\left. y_3 \min\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), y_3 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right), y_2 \max\left(1,\frac{q_2}{q_3},\frac{q_3}{q_2}\right)\right), y_4 -$$
$$\min\left(y_1 \min\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right), y_1 \max\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right), y_4 \min\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right),\right.$$
$$\left.\left. y_4\ \max\left(1,\frac{q_1}{q_4},\frac{q_4}{q_1}\right)\right)\right) \ldots (■■)$$

$$\tilde{X}_3 = (1,1,1,1) - [(y_1, y_2, y_3, y_4) \times (\#\#\#)] = (1,1,1,1) \ldots (■■■)$$

$$\tilde{X}_4 = (0,0,0,0) - [(y_1, y_2, y_3, y_4) \times (\#\#\#\#)]$$
$$= \left(-\max\left(y_1 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), y_1 \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), y_4 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), y_4\ \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right)\right),\right.$$
$$-\max\left(\ y_2 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), y_3 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), y_3 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), y_2 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right)\right),$$
$$-\min\left(\ y_2 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), y_3 \min\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), y_3 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right), y_2 \max\left(\frac{1}{q_2},\frac{1}{q_3}\right)\right),$$
$$-\min\left(y_1 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), y_1 \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right), y_4 \min\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right),\right.$$
$$\left.\left. y_4\ \max\left(\frac{1}{q_1},\frac{1}{q_4}\right)\right)\right) \ldots (■■■■)$$

$$RHS = (z_1, z_2, z_3, z_4) - [(y_1, y_2, y_3, y_4) \times (\#\#\#\#\#)]$$
$$= z_1 - \max\left(y_1 \min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), y_1 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right),\ y_4 \min\right.$$
$$\left.\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), y_4 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\right), z_2 - \max\left(y_2 \min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right),\right.$$
$$\left. y_3 \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), y_2 \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right)\right), z_3 - \min\left(y_2 \min\right.$$
$$\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), y_3 \min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), y_3 \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), y_2 \max$$
$$\left.\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right)\right), z_4 - \min\left(y_1 \min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right),\ y_1 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right),\right.$$
$$\left.\left. y_4 \min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), y_4 \max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\right)\right) \ldots (■■■■■)$$

Sehingga dari perhitungan di atas, hasil iterasi pertama dapat ditulis:

Tabel 3. 5 Persamaan Baru $\tilde{Z}$ dan $\tilde{X}_3$

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(■)	(■■)	(■■■)	(■■■■)	(■■■■■)
$\tilde{X}_2$	(#)	(##)	(###)	(####)	(#####)
$\tilde{Z}$	(*)	(**)	(***)	(****)	(*****)

Karena pada operasi bilangan kabur trapesium hasil perhitungan dari operasinya semakin melebar yaitu yang positif semakin positif dan yang negatif semakin negatif jika iterasi diteruskan, maka iterasinya dihentikan dan dilakukan hanya sekali saja. Sehingga pada iterasi pertama sudah dihasilkan nilai optimum dengan nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ yaitu:

$$\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$$

$$\tilde{X}_2 = \Bigg(\min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), \min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_3}{q_2},\frac{r_3}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right),$$
$$\max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\Bigg)$$

$$\tilde{Z} = \Bigg(-\max\Bigg(-v_4\min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_4\max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_1\min$$
$$\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_1\max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\Bigg), -\max\Bigg(-v_3\min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right),$$
$$-v_2\min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_2\max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_3\max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right)\Bigg),$$
$$-\min\Bigg(-v_3\min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_2\min\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_2\max$$
$$\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), -v_3\max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_4}{q_2},\frac{r_4}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right)\Bigg), -\min\Bigg(-v_4\min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right),$$
$$-v_4\max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_1\min\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right), -v_1\max\left(\frac{r_1}{q_1},\frac{r_1}{q_4},\frac{r_4}{q_1},\frac{r_4}{q_4}\right)\Bigg)\Bigg)$$

Hasil ini berlaku untuk kasus yang elemen pivotnya terletak pada perpotongan antara kolom $\tilde{X}_2$ dengan baris $\tilde{X}_4$ (Tabel 3.3).

Untuk kasus lain dengan cara yang sama jika elemen pivotnya terletak pada perpotongan antara tabel $\tilde{X}_2$ dengan baris $\tilde{X}_3$ (Tabel 3.6), maka nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ yaitu:

Tabel 3.6 Pivot 2

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(x_1, x_2, x_3, x_4)	(y_1, y_2, y_3, y_4)	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	(z_1, z_2, z_3, z_4)
$\tilde{X}_4$	(p_1, p_2, p_3, p_4)	(q_1, q_2, q_3, q_4)	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	(r_1, r_2, r_3, r_4)
$\tilde{Z}$	$(-u_4, -u_3, -u_2, -u_1)$	$(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

Elemen pivot

baris kunci yang menjadi persamaan pivot lama

$$\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$$

$$\tilde{X}_2 = \left(\min\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), \min\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), \max\left(\frac{r_2}{q_2},\frac{r_3}{q_2},\frac{r_3}{q_3},\frac{r_2}{q_3}\right), \max\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right)\right),$$

$$\tilde{Z} = \Bigg(-\max\left(-v_4 \min\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), -v_1 \min\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), -v_1 \max\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right)\right), -\max\Big(-v_3 - \max\Big(\min\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), -v_2 \min\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), -v_2 \max\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right)\Big)\Big), -\min\left(-v_3 \min\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), -v_2 \min\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), -v_2 \max\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right), -v_3 \max\left(\frac{z_2}{y_2},\frac{z_4}{y_2},\frac{z_4}{y_3},\frac{z_2}{y_3}\right)\right), -\min\left(-v_4 \min\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), -v_4 \max\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), -v_1 \min, \left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right), -v_1 \max\left(\frac{z_1}{y_1},\frac{z_1}{y_4},\frac{z_4}{y_1},\frac{z_4}{y_4}\right)\right)\Bigg)$$

Untuk kasus lain dengan cara yang sama jika elemen pivotnya terletak pada perpotongan antara kolom $\tilde{X}_1$ dengan baris $\tilde{X}_3$ (Tabel 3.7), maka nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ yaitu:

Tabel 3.7 Pivot 3

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(x_1, x_2, x_3, x_4)	(y_1, y_2, y_3, y_4)	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	(z_1, z_2, z_3, z_4)
$\tilde{X}_4$	(p_1, p_2, p_3, p_4)	(q_1, q_2, q_3, q_4)	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	(r_1, r_2, r_3, r_4)
$\tilde{Z}$	$(-u_4, -u_3, -u_2, -u_1)$	$(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

baris kunci yang menjadi persamaan pivot lama

Elemen pivot

$$\tilde{X}_1 = \left(\min\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), \max\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right)\right),$$

$$\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$$

$$\begin{aligned}\tilde{Z} = \Bigg(&-\max\left(-u_4 \min\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), -u_4 \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), -u_1 \min\right. \\ &\left.\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), -u_1 \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right)\right), -\max\left(-u_3 \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right),\right. \\ &\left. -u_2 \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), -u_2 \max\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), -u_3 \max\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right)\right), \\ &-\min\left(-u_3 \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), -u_2 \min\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), -u_2 \max\right. \\ &\left.\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right), -u_3 \max\left(\frac{z_2}{x_2}, \frac{z_4}{x_2}, \frac{z_4}{x_3}, \frac{z_2}{x_3}\right)\right), -\min\left(-u_4 \min\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right),\right. \\ &\left. -u_4 \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), -u_1 \min\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right), -u_1 \max\left(\frac{z_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_4}, \frac{z_4}{x_1}, \frac{z_4}{x_4}\right)\right)\Bigg)\end{aligned}$$

Untuk kasus lain dengan cara yang sama jika elemen pivotnya terletak pada perpotongan antara kolom $\tilde{X}_1$ dengan baris $\tilde{X}_4$ (Tabel 3.8), maka nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ yaitu:

Tabel 3.8 Pivot 4

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	(x_1, x_2, x_3, x_4)	(y_1, y_2, y_3, y_4)	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	(z_1, z_2, z_3, z_4)
$\tilde{X}_4$	(p_1, p_2, p_3, p_4)	(q_1, q_2, q_3, q_4)	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	(r_1, r_2, r_3, r_4)
$\tilde{Z}$	$(-u_4, -u_3, -u_2, -u_1)$	$(-v_4, -v_3, -v_2, -v_1)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

baris kunci yang menjadi persamaan pivot lama

Elemen pivot

$$\tilde{X}_1 = \left(\min\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right), \min\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right), \max\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right),\right.$$
$$\left.\max\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right)\right)$$

$$\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$$

$$\tilde{Z} = \left(-\max\left(-u_4\min\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right), -u_4\max\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right), -u_1\min\right.\right.$$
$$\left.\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right), -u_1\max\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right)\right), -\max\left(-u_3\min\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right),\right.$$
$$\left.-u_2\min\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right), -u_2\max\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right), -u_3\max\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right)\right),$$
$$-\min\left(-u_3\min\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right), -u_2\min\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right), -u_2\max\right.$$
$$\left.\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right), -u_3\max\left(\frac{r_2}{p_2},\frac{r_4}{p_2},\frac{r_4}{p_3},\frac{r_2}{p_3}\right)\right), -\min\left(-u_4\min\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right),\right.$$
$$\left.\left.-u_4\max\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right), -u_1\min\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right), -u_1\max\left(\frac{r_1}{p_1},\frac{r_1}{p_4},\frac{r_4}{p_1},\frac{r_4}{p_4}\right)\right)\right)$$

Berdasarkan perhitungan di atas, dapat dirumuskan untuk mempermudah mencari nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ dari sebuah fungsi kendala $\tilde{Z}$. Setelah diketahui elemen pivotnya terletak di titik potong kolom ke m dan baris ke n, hitunglah nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ dengan rumus di bawah ini:

untuk $m = 1$, maka $\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$, $\tilde{X}_1 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}$ dan $\tilde{Z} = k_a b_c - [k_c\; b_a \times \tilde{X}_1]$,

untuk $m = 2$, maka $\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$, $\tilde{X}_2 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}$, dan $\tilde{Z} = k_a b_c - [k_c\; b_a \times \tilde{X}_2]$,

dengan m = letak kolom pada elemen pivot; $m = 1, 2$;

n = letak baris pada elemen pivot; $n = 1, 2$;

a = banyaknya kolom; dan c = banyaknya baris.

3.1.2 Contoh Kasus Penyelesaian Masalah Pemrograman Linier Kabur

Sebagai pendukung dari penjelasan di atas, penulis memberikan contoh kasus sebagai berikut:

Suatu perusahaan yang mengoperasikan sejumlah usaha bisnis biasanya beroperasi di bawah keterbatasan modal, tetapi mereka dapat memilih untuk melewati batasan tersebut dengan meminjam dana tambahan. Penalti yang ditanggung dalam kasus ini akan biaya dana pinjaman tersebut (bunga). Secara alamiah, sebuah pinjaman dapat dibenarkan atas dasar ekonomi hanya jika usaha bisnis baru tersebut menguntungkan. Berdasarkan kasus tersebut maka dapat diilustrasikan sebagai berikut, dua produk dibuat dengan dimasukkan secara berurutan ke dua mesin yang berbeda. Waktu per mesin yang tersedia untuk kedua produk itu dibatasi sampai 10 jam per hari. Untuk menghasilkan produk pertama, pada mesin 1 membutuhkan waktu sekitar 2 jam, dan mesin 2 membutuhkan sekitar 3.5 jam dan menghasilkan laba sekitar 6.5 juta rupiah. Sedangkan untuk menghasilkan produk kedua, pada mesin 1 membutuhkan waktu sekitar 6 jam dan mesin 2 membutuhkan waktu sekitar 3.5 jam dan menghasilkan laba sekitar 7 juta rupiah. Tentukan laba maksimal yang diperoleh dengan menggunakan waktu produksi pada mesin 1 sebesar sekitar 6 jam dan mesin 2 sebesar sekitar 7.5 jam. Berdasarkan permasalahan di atas, dalam himpunan kabur dapat dijabarkan sebagai berikut:

Tabel 3.9 Produk, Mesin dan Laba

Produk	Mesin per unit		Laba
	Mesin 1 (X_1)	Mesin 2 (X_2)	
1	$(1,2,3,3)$	$(2,3,4,4)$	$(5,6,7,8)$
2	$(4,5,7,8)$	$(3,3,4,5)$	$(6,8,9,11)$

dengan:

sekitar 2 jam = $(1,2,3,3)$ jam, sekitar 3.5 jam = $(2,3,4,4)$ jam, sekitar 6.5 juta rupiah = $(5,6,7,8)$ juta rupiah, sekitar 6 jam = $(4,5,7,8)$ jam, sekitar 3.5 jam =

$(3,3,4,5)$ jam, sekitar 7.5 juta rupiah = $(6,8,9,11)$ juta rupiah. Sehingga dapat ditentukan fungsi kendala dan fungsi obyektif sebagai berikut:

$\max \tilde{Z} = (3,5,7,9)\tilde{X}_1 + (5,7,8,10)\tilde{X}_2$

$(1,2,2,3)\tilde{X}_1 + (2,3,4,4)\tilde{X}_2 \leq (5,6,7,8)$

$(4,5,7,8)\tilde{X}_1 + (3,3,4,5)\tilde{X}_2 \leq (6,8,9,11)$

Dari permasalahan di atas, dengan menggunakan langkah-langkah yang telah digunakan dalam pembahasan sebelumnya, maka penyelesaian masalah pemrograman linier kabur di atas yaitu:

Langkah 1

Menentukan pemecahan dasar awal yang layak dengan menggunakan bentuk standar (dengan sisi kanan semua *non* negatif).

Tabel 3.10 Bentuk Awal 2

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	$(1,2,2,3)$	$(2,3,4,4)$	$(1,1,1,1)$	$(0,0,0,0)$	$(5,6,7,8)$
$\tilde{X}_4$	$(4,5,7,8)$	$(3,3,4,5)$	$(0,0,0,0)$	$(1,1,1,1)$	$(6,8,9,11)$
$\tilde{Z}$	$(-9,-7,-5,-3)$	$(-10,-8,-7,-5)$	$(0,0,0,0)$	$(0,0,0,0)$	$(0,0,0,0)$

Langkah 2

Menentukan kolom kunci (variabel *non* dasar dengan koefisien yang paling negatif), yang mana variabel sekolomnya akan menjadi kolom kunci. Berdasarkan pada Tabel 3.10, diketahui bahwa variabel yang memiliki kefisien yang paling negatif adalah $(-10,-8,-7,-5)$ yang terletak pada kolom $\tilde{X}_2$. Sehingga kolom $\tilde{X}_2$ menjadi kolom kunci.

Tabel 3. 11 Kolom Kunci 2

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	$(1, 2, 2, 3)$	$(2, 3, 4, 4)$	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(5, 6, 7, 8)$
$\tilde{X}_4$	$(4, 5, 7, 8)$	$(3, 3, 4, 5)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	$(6, 8, 9, 11)$
$\tilde{Z}$	$(-9, -7, -5, -3)$	$(-10, -8, -7, -5)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

Kolom kunci

Langkah 3

Menentukan baris kunci (variabel yang memiliki rasio atau titik potong terkecil positif selain nol). Titik potong antara kolom kunci dan baris kunci akan menjadi elemen pivot, dan variabel sebarisnya akan menjadi persamaan pivot lama, sedangkan persamaan lainnya menjadi persamaan lama.

$\tilde{Z} = \frac{(0,0,0,0)}{(-9,-7,-5,-3)} = (0,0,0,0)$ (tidak memenuhi kriteria karena hasilnya 0)

$\tilde{X}_3 = \frac{(5,6,7,8)}{(1,2,2,3)} = (1.67, 3, 3.5, 2.67)$ (memenuhi kriteria)

$\tilde{X}_4 = \frac{(6,8,9,11)}{(4,5,7,8)} = (0.75, 1.14, 1.8, 1.38)$ (memenuhi kriteria dan terkecil)

Dari perhitungan di atas, diketahui bahwa $\tilde{X}_4$ memiliki rasio atau titik potong terkecil positif maka variabel sebarisnya menjadi baris kunci, dan titik potong antara baris kunci dan kolom kunci tersebut menghasilkan elemen pivot dengan koordinat baris 2 kolom 2. Maka menjadi:

Tabel 3.12 Pivot 5

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	$(1, 2, 2, 3)$	$(2, 3, 4, 4)$	$(1, 1, 1, 1)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(5, 6, 7, 8)$
$\tilde{X}_4$	$(4, 5, 7, 8)$	$(3, 3, 4, 5)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(1, 1, 1, 1)$	$(6, 8, 9, 11)$
$\tilde{Z}$	$(-9, -7, -5, -3)$	$(-10, -8, -7, -5)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$	$(0, 0, 0, 0)$

baris kunci yang menjadi persamaan pivot lama

Elemen pivot

Langkah 4

Hitung persamaan pivot baru dengan persamaan lainnya.

Untuk persamaan pivot:

$$\text{Pers. pivot baru} = \frac{pers.pivot\ lama}{elemen\ pivot}$$

Untuk persamaan selain pivot:

$$Pers.baru = (pers.lama) - (koef.\ kolom\ masuk) \times (pers.pivot\ baru)$$

Karena $\tilde{X}_4$ merupakan baris kunci dan barisnya menjadi persamaan pivot lama, maka persamaan pivot barunya yaitu:

$$\tilde{X}_1 = \frac{(4,5,7,8)}{(3,3,4,5)} = (0.8, 1.25, 2.33, 2.67)$$

$$\tilde{X}_2 = \frac{(3,3,4,5)}{(3,3,4,5)} = (0.6, 0.75, 1.33, 1.67)$$

$$\tilde{X}_3 = \frac{(0,0,0,0)}{(3,3,4,5)} = (0,0,0,0)$$

$$\tilde{X}_4 = \frac{(1,1,1,1)}{(3,3,4,5)} = (0.2, 0.25, 0.33, 0.33)$$

$$RHS = \frac{(6,8,9,11)}{(3,3,4,5)} = (1.2, 2, 3, 3.67)$$

Sehingga dari perhitungan di atas, dapat ditulis:

Tabel 3.13 Persamaan Baru $\tilde{X}_4$ menjadi $\tilde{X}_2$

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_2$	$(0.8, 1.25, 2.33, 2.67)$	$(0.6, 0.75, 1.33, 1.67)$	$(0,0,0,0)$	$(0.2, 0.25, 0.33, 0.33)$	$(1.2, 2, 3, 3.67)$

Sedangkan persamaan lainnya yaitu persamaan $\tilde{Z}$ dan $\tilde{X}_3$ yang menjadi persamaan lama, persamaan barunya yaitu:

untuk persamaan $\tilde{Z}$ di antaranya:

$\tilde{X}_1 = (-9,-7,-5,-3) - [(-10,-8,-7,-6) \times (0.8, 1.25, 2.33, 2.67)]$

$= (-4.2, 1.75, 13.64, 23.7)$

$\tilde{X}_2 = (-10,-8,-7,-5) - [(-10,-8,-7,-5) \times (0.6, 0.75, 1.33, 1.67)]$

$= (-7, -2.75, 3.64, 11.7)$

$\tilde{X}_3 = (0,0,0,0) - [(-10,-8,-7,-6) \times (0,0,0,0)] = (0,0,0,0)$

$\tilde{X}_4 = (0,0,0,0) - [(-10,-8,-7,-6) \times (0.2, 0.25, 0.33, 0.33)]$

$= (1, 1.75, 2.64, 3.3)$

$RHS = (0,0,0,0) - [(-10,-8,-7,-6) \times (1.2, 2, 3, 3.67)]$

$= (6, 14, 24, 36.7)$

Untuk persamaan $\tilde{X}_3$, di antaranya:

$\tilde{X}_1 = (1,2,3,4) - [(2,3,4,4) \times (0.8, 1.25, 2.33, 2.67)]$

$= (-9.68, -7.32, -0.75, 2.4)$

$\tilde{X}_2 = (2,3,4,4) - [(2,3,4,4) \times (0.6, 0.75, 1.33, 1.67)]$

$= (-4.68, -2.32, 2.5, 2.8)$

$\tilde{X}_3 = (1,1,1,1) - [(2,3,4,4) \times (0,0,0,0)] = (1,1,1,1)$

$\tilde{X}_4 = (0,0,0,0) - [(2,3,4,4) \times (0.2, 0.25, 0.33, 0.33)]$

$= (-1.32, -1.32, -0.75, -0.4)$

$RHS = (4,6,8,10) - [(2,3,4,4) \times (1.2, 2, 3, 3.67)] = (-10.68, -6, 2, 7.6)$

Sehingga dari perhitungan di atas, hasil iterasi pertama dapat ditulis:

Tabel 3.14 Persamaan Baru $\tilde{Z}$ dan $\tilde{X}_3$

	$\tilde{X}_1$	$\tilde{X}_2$	$\tilde{X}_3$	$\tilde{X}_4$	RHS
$\tilde{X}_3$	$(-5.4, -7.32, -0.75, 0.8)$	$(-2, -2.35, 1.75, 2)$	$(1,1,1,1)$	$(-0.8, -1.32, -0.75, -0.4)$	$(-3.8, -6, 1, 3.6)$
$\tilde{X}_2$	$(-9.68, -7.32, -0.75, 2.4)$	$(-4.68, -2.32, 2.5, 2.8)$	$(0,0,0,0)$	$(-1.32, -1.32, -0.75, -0.4)$	$(-10.68, -6, 2, 7.6)$
$\tilde{Z}$	$(-4.2, 1.75, 13.64, 23.7)$	$(-7, -2.75, 3.64, 11.7)$	$(0,0,0,0)$	$(1, 1.75, 2.64, 3.3)$	$(6, 14, 24, 36.7)$

Karena iterasi pertama sudah menghasilkan nilai optimum, maka iterasi dihentikan, dan menghasilkan nilai maksimum untuk $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ adalah $\tilde{X}_1 = (0, 0, 0, 0)$ dan $\tilde{X}_2 = (1.2, 2, 3, 3.67)$ dan $\tilde{Z} = (6, 14, 24, 36.7)$.

3.1.3 Pengujian dan Pengaplikasian Rumusan Umum Masalah Pemrograman Linier Kabur

Untuk mengetahui bahwa rumusan umum yang telah dirumuskan sebelumnya berlaku, maka perlu adanya pengujian sehingga nantinya dapat diaplikasikan. Pada contoh kasus sebelumnya titik pivotnya terletak pada baris kedua dan kolom kedua, berdasarkan rumusan umum diperoleh:

$m = 2,\ n = 2,\ a = 5,\ b = 5,$ sehingga $\tilde{X}_1 = (0{,}0{,}0{,}0),$

$\tilde{X}_2 = \frac{k_5\ b_2}{k_2\ b_2} = \frac{(6{,}8{,}9{,}11)}{(3{,}3{,}4{,}5)} = (1.2, 2, 3, 3.67),$ dan

$\tilde{Z} = k_5\ b_3 - [k_5\ b_2 \times \tilde{X}_2]$

$= (0{,}0{,}0{,}0) - (-10, -8, -7, -6) \times (1.2, 2, 3, 3.67)$

$= (6, 14, 24, 36.7).$

Karena hasil dari perhitungan di atas sama dengan hasil perhitungan contoh kasus, maka terbukti bahwa rumusan umumnya benar sehingga dapat diaplikasikan. Oleh karena itu operasi pada bilangan kabur trapesium sesuai untuk menyelesaikan pemrograman linier kabur trapesium dan menghasilkan rumusan umum untuk mencari nilai optimum, baik dalam kasus nilai maksimum maupun minimum.

3.2 Implementasi Operasi Bilangan Kabur Trapesium Kaitan dalam Kajian Agama Islam

3.2.1. Himpunan Kabur

Pengertian orang munafik berdasarkan beberapa tafsir al-Quran surat an-Nisa’/4:143 yaitu:

1) Mereka yang terombang-ambing di antara kafir dan Islam karena pendirian mereka yang tidak tetap, atau karena jiwa mereka yang berpecah belah (Al-Maraghi, 1994a:317).
2) Mereka tidak menetapi keimanan tidak juga menetapi kekufuran (Al-Jazairi, 2007:532).
3) Tidak memiliki sesuatu yang kokoh untuk diandalkan, dan mereka terayun-ayun di antara ini dan itu, seperti halnya sesuatu yang tergantung di udara dan bergerak karena adanya gerakan angin (Muhammad, 2004:230).

Berdasarkan pengertian di atas, dapat disimpulkan bahwa keberadaan orang munafik tidak jelas, yaitu di antara orang mukmin dan orang kafir. Dalam matematika, golongan orang-orang munafik ini diumpamakan dengan himpunan kabur yang nilainya antara 0 dan 1, di mana golongan orang-orang kafir diwakili angka 0 dan golongan orang-orang mukmin diwakili angka 1, yang mana anggota dari himpunannya adalah tingkat kepercayaan. Dalam golongan tersebut terdapat orang mukmin dan orang kafir yang berada dalam tingkat percaya dan tidak percaya.

3.2.2. Operasi Bilangan

Konsep matematika tentang operasi dasar bilangan juga dijelaskan di dalam al-Quran, di antaranya: operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

3.2.2.1. Operasi Penjumlahan

Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam al-Quran surat al-Baqarah/2:196, ayat ini sebagian besar menjelaskan tentang haji. Salah satunya hukum berqurban untuk orang yang melakukan umrah sebelum haji. Namun apabila tidak bisa berqurban karena tidak memperoleh binatang qurban atau keuangannya tidak mencukupi, maka harus berpuasa 3 hari selama hari-hari haji (hari ke-7, ke-8, dan ke-9) dan 7 hari setelah pulang dari haji sehingga total harinya adalah 10. Sehingga jelas bahwa 3 hari ditambah 7 hari menjadi 10 hari, dan al-Quran mengatakan bahwa jumlahnya sempurna 10 hari. (Danaatmaja, 2006:130-131).

Dari penjelasan di atas, dapat diketahui bahwa al-Quran sudah terdapat penjelasan secara umum mengenai konsep matematika. Dikatakan bahwa diwajibkan untuk berpuasa selama 3 hari dalam masa haji dan 7 hari ketika telah sampai di rumah. Sehingga menjadi 10 hari yang sempurna yang dalam matematika bisa ditulis 3 + 7 = 10.

3.2.2.2. Operasi Pengurangan

Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam al-Quran surat al-‘Ankabuut/29:14, ayat ini menjelaskan bahwa Allah Swt. mengutus nabi Nuh a.s. kepada kaumnya, pada saat itu beliau berusia 40 tahun lebih (Muhammad dan Abdirrahman, 2010:795). Kemudian beliau tinggal di antara mereka selama 1000 tahun kurang 50 tahun. Hal ini berarti bahwa nabi Nuh a.s. mengajak kaumnya (berdakwah) selama 950 tahun (Al-Jazairi, 2008:563).

Dari penjelasan di atas, dapat diketahui bahwa dalam al-Quran sudah terdapat penjelasan secara umum mengenai konsep matematika. Dikatakan bahwa nabi Nuh a.s. hidup bersama kaumnya selama 1000 tahun kurang 50 tahun, yang artinya selama 950 tahun, yang dalam matematika biasa ditulis 1000 – 50 = 950.

3.2.2.3. Operasi Perkalian

Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam al-Quran surat Ali-'Imran/3:13, ayat ini menjelaskan tentang perang yang terjadi antara kaum muslim dan kafir. Seperti yang dikatakan Ibnu Jarir, sebagian ulama mengatakan: "Orang-orang musyrik pada waktu perang Badar melihat kaum muslimin dengan mata kepala mereka sendiri dua kali jumlah mereka, yakni Allah Swt. telah menjadikan apa yang dilihatnya itu sebagai penyebab bagi kemenangan Islam terhadap mereka. Ketika pertempuran terjadi, Allah Swt. menambahkan jumlah mereka dengan seribu pasukan pilihan dan pasukan utama dari para Malaikat."

Dari penjelasan di atas, dapat diketahui bahwa dalam al-Quran sudah terdapat penjelasan secara umum mengenai konsep matematika. Dikatakan bahwa jumlah orang-orang mukmin 2 kali jumlah orang-orang kafir, yang dalam matematika biasa ditulis $A = 2 \times B$, di mana A adalah bilangan yang mewakili jumlah orang-orang mukmin, dan B adalah bilangan yang mewakili jumlah orang-orang kafir.

3.2.2.4. Operasi Pembagian

Sebagaimana yang telah dijelaskan dalam al-Quran surat al-A'raaf/7:160, ayat ini menjelaskan 2 hal di antara keadaan Bani Israil. Pertama, bahwa Allah Swt. membagi mereka menjadi 12 kelompok, di mana tiap-tiap kelompoknya merupakan satu cabang dari keturunan Israil. Allah Swt. menetapkan susunan yang tepat di antara mereka yang jauh dari pertentangan yang berbahaya (Mulyono, 2004:120). Kedua, bahwa setelah mereka meminta air kepada nabi

Musa a.s., maka dipukullah olehnya batu, dan memancarlah dari batu itu 12 mata air dengan bilangan suku-suku mereka di atas (Al-Maraghi, 1994b:159). Allah Swt. mewahyukan kepadanya untuk memukul sebuah bongkahan batu kering dengan tongkatnya, dan nabi Musa a.s. melaksanakannya. Maka tiba-tiba muncullah 12 sumber mata air yang memancar dari batu tersebut (Mulyono, 2004:120).

Dari penjelasan di atas, dapat diketahui bahwa dalam al-Quran sudah terdapat penjelasan secara umum mengenai konsep matematika. Dikatakan bahwa terdapat 12 suku dan mata air, sehingga masing-masing suku mendapat bagian 1 mata air.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, maka didapatkan kesimpulan dari pembahasan, yaitu:

1. Penggunaan operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah pemrograman linier kabur sesuai, dengan menggunakan langkah-langkah pengerjaan yang terdapat pada bab sebelumnya dan dengan permasalahan pemrograman linier di bawah ini:

   max $\tilde{Z} = (u_1, u_2, u_3, u_4)\tilde{X}_1 + (v_1, v_2, v_3, v_4)\tilde{X}_2$

   $(x_1, x_2, x_3, x_4)\tilde{X}_1 + (y_1, y_2, y_3, y_4)\tilde{X}_2 \leq (z_1, z_2, z_3, z_4)$

   $(p_1, p_2, p_3, p_4)\tilde{X}_1 + (q_1, q_2, q_3, q_4)\tilde{X}_2 \leq (r_1, r_2, r_3, r_4)$,

   menghasilkan rumusan umum untuk mempermudah mencari nilai maksimum dan minimum. Setelah ditemukan elemen pivotnya, maka koordinat kolom dan barisnya digunakan untuk mencari nilai $\tilde{X}_1$, $\tilde{X}_2$, dan $\tilde{Z}$ sebagai berikut:

   $\tilde{X}_1 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}$, $\tilde{X}_2 = \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}$, dan $\tilde{Z} = k_a b_c - \left[k_c\, b_a \times \frac{k_a\, b_n}{k_m\, b_n}\right]$

   untuk $m = 1$ maka $\tilde{X}_2 = (0,0,0,0)$, dan untuk $m = 2$ maka $\tilde{X}_1 = (0,0,0,0)$

   dengan $m =$ letak kolom pada elemen pivot; $m = 1, 2$;

   $n =$ letak baris pada elemen pivot; $n = 1, 2$;

   $a =$ banyaknya kolom; dan $c =$ banyaknya baris

2. Implementasi operasi bilangan kabur trapesium kaitan dalam kajian agama Islam.

   Implementasi himpunan kabur pada surat an-Nisa'/4:143 adalah tentang orang munafik, yang mana keberadaannya tidak jelas, yaitu di antara orang mukmin dan kafir. Implementasi operasi penjumlahan pada surat al-Baqarah/2:196 adalah kewajiban puasa 3 hari selama haji + 7 hari setelah tiba di rumah = 10 hari sempurna. Implementasi operasi pengurangan yang terdapat pada surat al-'Ankabuut/29:14 adalah nabi Nuh berdakwah selama 1000 tahun – 50 tahun = 950 tahun. Implementasi operasi perkalian yang terdapat pada surat ali-'Imran/3:13 adalah jumlah orang-orang mukmin = 2 × jumlah orang-orang kafir. Implementasi operasi pembagian yang terdapat pada surat al-A'raaf/7:160 terdapat $\frac{12 \text{ suku}}{12 \text{ mata air}}$, sehingga masing-masing suku mendapat bagian 1 mata air.

4.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian, saran untuk penelitian selanjutnya adalah untuk menerapkan operasi bilangan kabur lainnya untuk menyelesaikan masalah permograman linier kabur atau menerapkan operasi bilangan kabur trapesium untuk menyelesaikan masalah permograman linier kabur lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Jazairi, S.A.B.J. 2007. *Tafsir Al-Quran Al-Aisar (Jilid 2).* Jakarta: Darus Sunnah.

Al-Jazairi, S.A.B.J. 2008. *Tafsir Al-Quran Al-Aisar (Jilid 5).* Jakarta: Darus Sunnah.

Al-Maraghi, A.M. 1994a. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi (juz V)*. Semarang: CV. Toha Putra.

Al-Maraghi, A.M. 1994b. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi (juz IX)*. Semarang: CV. Toha Putra.

Bansal, A. 2011. Trapezoidal Fuzzy Numbers (a,b,c,d): Arithmetic Behavior. *International Journal of Physical and Mathematical Sciences*, 1791: 39-44.

Danaatmaja, Rd.H. 2006. *Tafsir Nurul Quran (Jilid II).* Jakarta: Penerbit Al-Huda.

Gani, A.N. & Assarudeen, S.N.M. 2012. A New Operation on Triangular Fuzzy Number for Solving Fuzzy Linear Programming Problem. *Journal Applied Mathematical Sciences*, 6(11): 525-532.

Kumar, A. Kaur, J. & Singh, P. 2010. Fuzzy Optimal Solution of Fully Fuzzy Linear Problems with Inequality Constraints. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 6: 37-41.

Kusumadewi, S. 2006. *Fuzzy Multi-Atribut Decision Making*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Muhammad, A. 2004. *Tafsir Nurul Quran (Jilid IV).* Jakarta: Penerbit Al-Huda.

Muhammad, A.J. & Abdirrahman. 2010. *Tafsir Jalalain Jilid 2*. Surabaya: Pustaka eLBA.

Mulyono, R. 2004. *Tafsir Nurul Quran (Jilid VI).* Jakarta: Penerbit Al-Huda.

Nasseri, H. 2008. Fuzzy Numbers: Positive and Non Negative. *International Mathematical Forum,* 3(36): 1777-1780.

Sivanandam, Suanthi, and Deepa. 2006. *Introduction to Fuzzy Logic Using Matlab.* Tamil Nadu: Springer.

Susilo, F. 2006. *Himpunan dan Logika Kabur Serta Aplikasinya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Taha, H.A. 1996. *Riset Operasi Jilid 1*. Jakarta: Binarupa Aksara.

Utomo, T. 2012. *Operasi Aritmatika pada Bilangan Fuzzy dan sifat-sifatnya*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

RIWAYAT HIDUP

Miftakhul Khoiriyah, lahir di Kabupaten Probolinggo pada tanggal 17 Oktober 1992, biasa dipanggil Mifta atau Khoir, selama di Malang bertempat tinggal di Jl.Sunan Ampel No.9 Kota Malang. Anak pertama dari tiga bersaudara dari Bapak Muhammad Wahyudi dan Nur Khasanah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Tongas Wetan I dan lulus pada tahun 2006, setelah itu melanjutkan ke Madrasah Tsanawiyah Negeri (MTsN) Kota Probolinggo dan lulus tahun 2009. Kemudian melanjutkan pendidikan ke Madrasah Aliyah Negeri (MAN) 2 dan lulus tahun 2011. Selanjutnya, pada tahun 2011 menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa, penulis tidak pernah aktif di organisasi Intra maupun Ekstra kampus. Penulis mengikuti Program Khusus Perkuliahan Bahasa Arab (PKPBA) pada tahun 2011. Selanjutnya, mengikuti Program Khusus Perkuliahan Bahasa Inggris (PKPBI) pada tahun 2012.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Miftakhul Khoiriyah
NIM : 11610019
Fakultas/Jurusan: Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Operasi pada Bilangan Kabur Trapesium untuk Menyelesaikan Masalah Pemrograman Linier Kabur
Pembimbing I : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	17 November 2015	Konsultasi Bab I & Bab II	1.
2.	23 November 2015	ACC Bab II	2.
3.	01 Desember 2015	Konsultasi Kajian Keagamaan	3.
4.	07 Desember 2015	Konsultasi Kajian Keagamaan	4.
5.	07 Januari 2016	Konsultasi Bab III	5.
6.	03 Maret 2016	ACC Bab III	6.
7.	07 Maret 2016	Konsultasi Bab IV	7.
8.	07 Maret 2016	ACC Kajian Keagamaan	8.
9.	08 Maret 2016	Konsultasi Abstrak	9.
10.	23 Maret 2016	ACC Bab IV	10.
11.	06 April 2016	ACC Abstrak	11.
12.	07 April 2016	ACC Keseluruhan	12.

Malang, 12 April 2016
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001