DEGREE DISTANCE DAN *GUTMAN INDEX* PADA GRAF TOTAL DARI RING KOMUTATIF $\mathbb{Z}_{2p}$

SKRIPSI

OLEH
DIO ALIF ARFIANSYAH
NIM. 18610005

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2022

DEGREE DISTANCE DAN *GUTMAN INDEX* PADA GRAF TOTAL DARI RING KOMUTATIF $\mathbb{Z}_{2p}$

SKRIPSI

OLEH
DIO ALIF ARFIANSYAH
NIM. 18610005

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2022

DEGREE DISTANCE DAN _GUTMAN INDEX_
PADA GRAF TOTAL DARI RING KOMUTATIF $\mathbb{Z}_{2p}$

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Dio Alif Arfiansyah
NIM. 18610005

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2022

DEGREE DISTANCE* DAN *GUTMAN INDEX
PADA GRAF TOTAL DARI RING KOMUTATIF $\mathbb{Z}_{2p}$

SKRIPSI

Oleh
Dio Alif Arfiansyah
NIM. 18610005

Telah Diperiksa dan Disetujui Untuk Diuji

Tanggal 16 Juni 2022

Dosen Pembimbing I	Dosen Pembimbing II
Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	Mohammad Nafie Jauhari, M.Si
NIP. 19571005 198203 1 006	NIDT. 19870218 20180801 1 055

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

DEGREE DISTANCE DAN *GUTMAN INDEX* PADA GRAF TOTAL DARI RING KOMUTATIF $\mathbb{Z}_{2p}$

SKRIPSI

Oleh
Dio Alif Arfiansyah
NIM. 18610005

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 21 Juni 2022

Ketua Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd	....
Anggota Penguji I	: Dr. Wahyu Henky Irawan, M.Pd	....
Anggota Penguji II	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Anggota Penguji III	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Dio Alif Arfiansyah
NIM	:	18610005
Program Studi	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	*Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan pengambilan tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 12 Juni 2022

Yang membuat pernyataan,

Dio Alif Arfiansyah

NIM. 18610005

MOTO

“Ojo rumongso iso, nanging iso’o rumongso marang sepadhan-padhane manungso.”

PERSEMBAHAN

Dengan rasa syukur, penulis mempersembahkan skripsi ini kepada:
Ayahanda Suliono dan Ibunda Sumarmi yang selalu memberikan doa serta nasihat demi keberhasilan penulis, serta adik tercinta Li Izza Dea Rahma yang tak pernah lupa untuk memberikan semangat kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan taufiq serta inayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul "*Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$" dapat diselesaikan dengan baik. Sholawat serta salam semoga selalu terlimpahkan kepada Nabi Muhammad SAW. yang telah menuntun kita semua dari jalan yang gelap menuju jalan yang terang yakni dengan agama Islam.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis menyampaikan terima kasih sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membimbing serta memberi arahan dalam pembuatan skripsi ini, khususnya kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan bimbingan, nasihat serta saran yang membangun kepada penulis.
5. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan bimbingan, nasihat, ilmu serta motivasi kepada penulis.
6. Evawati Alisah, M.Pd, selaku ketua penguji yang telah banyak memberikan nasihat serta saran yang membangun kepada penulis
7. Dr. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku anggota penguji I yang telah banyak memberikan nasihat serta saran yang membangun kepada penulis
8. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah memberikan banyak ilmu yang sangat berharga selama perkuliahan terhadap penulis.

9. Ayah, Ibu, Adik serta seluruh keluarga yang tidak pernah lupa memberikan doa serta nasihat demi keberhasilan penulis.

Semoga kita semua selalu dilimpahkan rahmat dan karunia oleh Allah SWT. Penulis juga berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis maupun pembaca.

Malang, 16 Maret 2022

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR LAMPIRAN

ABSTRAK

Arfiansyah, Dio Alif. 2022. ***Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (2) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Kata kunci: *Degree Distance Index*, *Gutman Index*, Graf Total, Ring Komutatif

Misalkan R adalah sebuah ring komutatif, Graf total dari R, dinotasikan dengan $T(\Gamma(R))$ adalah graf yang titik-titiknya merupakan semua anggota dari R dan titik-titik yang berbeda $x, y \in V\left(T(\Gamma(R))\right)$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $x, y \in R$ dan $x + y = Z(R)$. *Degree Distance Index* dari graf G didefinisikan sebagai:

$$DD(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v).$$

Gutman Index dari graf G didefinisikan sebagai:

$$Gut(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v),$$

di mana $\deg(u)$ merupakan derajat dari u dan $\mathrm{d}(u, v)$ merupakan jarak terpendek antara u dan v. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bentuk umum dari *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ dengan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$. Metode yang digunakan adalah metode penelitian kepustakaan atau studi literatur. Hasil penelitian ini sebagai berikut:

1. Bentuk umum *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$ adalah:
$$DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 6p^3 - 4p^2.$$
2. Bentuk umum *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$ adalah:
$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 3p^4 - 2p^3.$$

ABSTRACT

Arfiansyah, Dio Alif. 2022. **The Degree Distance and Gutman Index on the Total Graph of the Commutative Ring $\mathbb{Z}_{2p}$**. Thesis. Mathematic Study Program, Faculty of Science and Technology, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Supervisors: (1) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (2) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Keywords: Degree Distance Index, Gutman Index, Total Graph, Commutative Ring

Let R be a commutative ring, the total graph of R, denoted by $T(\Gamma(R))$, is a graph whose vertices are all elements of R and distinc vertices $x, y \in V\left(T(\Gamma(R))\right)$ directly connected if and only if $x, y \in R$ and $x + y = Z(R)$. The Degree Distance Index of a graph G is defined as:

$$DD(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v).$$

The Gutman Index of a graph G is defined as:

$$Gut(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v),$$

where $\deg(u)$ is the degree of u and $\mathrm{d}(u, v)$ is the shortest distance between u and v. This study aims to determine the general form of the Degree Distance and Gutman Index on the Total Graph of the Commutative Ring $\mathbb{Z}_{2p}$ where p is a prime number with $p \geq 3$. The method used is the library research method or literature study. The results of this study are as follows:

1. The general form of the Degree Distance Index on the Total Graph of the Commutative Ring $\mathbb{Z}_{2p}$, where p is a prime number with $p \geq 3$ is:
$$DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 6p^3 - 4p^2.$$
2. The general form of the Gutman Index on the Total Graph of the Commutative Ring $\mathbb{Z}_{2p}$, where p is a prime number with $p \geq 3$ is:
$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 3p^4 - 2p^3.$$

مستخلص البحث

أرفينشاه، ديو أليف. ٢٠٢٢. **مؤشر مسافة الدرجات (*Degree Distance*) وفهرس جوتمان (*Gutman*) على الرسم البياني الكلي لحلقة التبديل $\mathbb{Z}_{2p}$**. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (١) البروفيسور، الدكتور، تورمذي، الماجستير، الحاج، (٢) مُحَمَّد نافع جوهري، الماجستير

الكلمات الرئيسية: مؤشر مسافة الدرجة (*Degree Distance*)، مؤشر جوتمان (*Gutman*)، الرسم البياني الكلي، الحلقة التبديلية

ليكن R حلقة تبديلية، الرسم البياني الكلي لـ R، ويرمز له بـ $T(\Gamma(R))$، هو رسم بياني تكون جميع رؤوسه عناصر R والرؤوس المميزة $x,y \in V\left(T(\Gamma(R))\right)$ متصلة مباشرة إذا وفقط إذا $x,y \in R$ و $x + y = Z(R)$.
يُعرف مؤشر مسافة الدرجة (*Degree Distance*) للرسم البياني G على النحو التالي:

$$DD(G) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V(G)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v).$$

يُعرّف فهرس جوتمان (*Gutman*) للرسم البياني G على أنه:

$$Gut(G) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V(G)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v),$$

حيث $deg(u)$ هي درجة u و $d\ (u، v)$ هي أقصر مسافة بين u و v. تهدف هذه الدراسة إلى تحديد الشكل العام لمؤشر مسافة الدرجة و فهرس جوتمان على الرسم البياني الكلي للحلقة التبديلية $\mathbb{Z}_{2p}$ حيث p هو عدد أولي مع $p \geq 3$.
الطريقة المستخدمة هي طريقة بحث المكتبة أو دراسة الأدب. وفيما يلي نتائج هذه الدراسة:

١. الشكل العام لمؤشر مسافة الدرجة (*Degree Distance*) على الرسم البياني الكلي $\mathbb{Z}_{2p}$ الحلقة التبديلية، حيث p هو عدد أولي مع $p \geq 3$ هو:

$$DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 6p^3 - 4p^2.$$

٢. الشكل العام لفهرس جوتمان (*Gutman*) على الرسم البياني الكلي $\mathbb{Z}_{2p}$ الحلقة التبديلية، حيث p هو عدد أولي مع $p \geq 3$ هو:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 3p^4 - 2p^3.$$

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika dan alam semesta merupakan dua hal yang saling berkesinambungan. Segala bentuk konsep matematika termuat di alam semesta, sehingga matematika dijuluki sebagai *Queen of Science.* Allah menciptakan alam semesta dan segala isinya dengan ukuran yang tepat dan presisi, dengan perhitungan yang tepat serta rumus-rumus yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007). Karena matematika merupakan *Queen of Science* maka konsep matematika sangat relevan jika diaplikasikan ke ilmu-ilmu yang lainnya seperti kesehatan, biologi, kimia, fisika, sosial bahkan ekonomi.

Allah berfirman dalam Al-Qur'an surat Ali-Imran ayat 190-191 yang artinya:

"Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan pergantian malam dan siang terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah) bagi orang yang berakal, (yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri, duduk atau dalam keadaan berbaring, dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata), "Ya Tuhan kami, tidaklah Engkau menciptakan semua ini sia-sia; Maha Suci Engkau, lindungilah kami dari azab neraka"". (Q.S. Ali-Imran/3:190-191)

Berdasarkan ayat tersebut, maka jelas bahwa Allah menciptakan segala sesuatu dengan ciri-ciri dan karakter yang berbeda, yang mana pada ayat tersebut dicontohkan pada ciri-ciri dan karakter pada orang yang berakal. Tidak hanya pada manusia, perbedaan karakter dan ciri-ciri pun juga ada pada hewan, tumbuhan bahkan unsur terkecil di dunia seperti atom. Mempelajari perbedaan-perbedaan tersebut merupakan salah satu cara untuk memikirkan, merenungkan serta mengingat kekuasaan Allah melalui ciptaan-Nya. Dengan mempelajari perbedaan-perbedaan tersebut akan menambah keilmuan serta pengetahuan terhadap segala sesuatu yang telah diciptakan Allah, juga akan menambah rasa syukur kita terhadap banyaknya nikmat yang telah diberikan Allah kepada kita.

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang sudah berusia tua namun masih banyak digunakan hingga saat ini. Masalah pada jembatan di kota Konigsberg atau yang saat ini bernama kota Kaliningrad yang mana terdapat tujuh buah jembatan yang menghubungkan empat daratan yang dipisahkan oleh sungai Pregal yang mengitari pulau Kneiphof merupakan awal mula adanya ilmu teori graf, permasalahannya adalah apakah mungkin ke tujuh jembatan tersebut dapat dilalui dengan satu kali jalan dan kembali ke tempat awal pemberangkatan. Leonhard Euler yang merupakan seorang matematikawan Swiss adalah penemu ilmu teori graf, yang mana pada tahun 1736 ia mencoba menyelesaikan masalah tersebut dengan memodelkannya ke dalam graf dengan menyatakan daratan sebagai titik (*vertex*) dan jembatan sebagai sisi (*edge*) (Munir, 2012).

Graf G merupakan himpunan tak kosong berhingga $V(G)$ dari elemen titik (*vertex*) dan himpunan berhingga $E(G)$ dari elemen sisi (*edge*) (Wilson, 1972). Kemudian Graf total dari ring bilangan bulat R dinotasikan dengan $T\big(\Gamma(R)\big)$ adalah graf yang titik-titiknya merupakan semua anggota ring bilangan bulat R yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika $x, y \in R$ dengan $x + y = Z(R)$ atau pembagi nol dari R (Anderson & Badawi, 2008).

Pada tahun 1994 Dobrynin dan Kochetova memperkenalkan indeks topologi yang digunakan untuk mengarakterisasi molekul yang selanjutnya akan digunakan untuk memprediksi aktivitas biologi dari komponen kimia. Indeks tersebut bernama *Degree Distance Index* didefinisikan sebagai berikut:

$DD(G) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V(G)}(\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$ (Dobrynin & Kochetova, 1994). Selanjutnya pada tahun yang sama Gutman memodifikasi *Degree Distance Index* menjadi *Degree Distance Index* jenis kedua. Indeks tersebut bernama *Gutman Index* didefinisikan sebagai berikut: $Gut(G) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V(G)}(\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$ (Gutman, 1994).

Penelitian mengenai *Degree Distance index*, *Gutman Index* dan Graf Total telah beberapa kali dilakukan, di antaranya yaitu penelitian yang membahas tentang *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* dari *Corona Product* dari dua graf (Agnes, 2015) hasil dari penelitian tersebut adalah rumus umum yang dapat digunakan untuk menghitung *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* dari *Corona Product* dari dua graf. Penelitian sebelumnya juga membahas tentang Total Graf dari Ring Komutatif (Anderson & Badawi, 2008) hasil dari penelitian tersebut adalah kajian tentang total graf dari segala kemungkinan ring komutatif yang akan terbentuk. Penelitian yang lainnya membahas tentang *Degree Distance Index* dari *Unicyclic* dan *Bicyclic Graphs* (Ilić, Stevanović, Feng, Yu, & Dankelmann, 2011) hasil dari penelitian tersebut adalah rumus umum yang dapat digunakan untuk menghitung *Degree Distance Index* dari *Unicyclic* dan *Bicyclic Graphs*. Penelitian yang lainnya juga membahas tentang *Gutman Index* dari *Thorn Graphs* (Azari, 2018) hasil dari penelitian tersebut adalah rumus umum yang dapat digunakan untuk menghitung *Gutman Index* dari *Thorn Graphs*.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, penelitian mengenai *Degree Distance* dan *Gutman Index* dapat dikembangkan dan digabungkan dengan graf total dari ring komutatif. Pada penelitian ini, ring komutatif yang digunakan adalah ring komutatif yang memiliki pembagi nol. Daerah integral merupakan salah satu contoh dari ring komutatif. Daerah integral merupakan ring komutatif yang tidak memiliki pembagi nol (Galian, 2013). Salah satu contoh dari daerah integral adalah $\mathbb{Z}_p$ dengan p merupakan bilangan prima. Karena pada penelitian ini menggunakan ring komutatif dengan pembagi nol atau ring komutatif yang bukan merupakan daerah integral maka dipilih ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ dengan p merupakan bilangan prima. Sehingga, untuk membedakan dengan penelitian sebelumnya penulis akan melakukan penelitian untuk membahas tentang *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian yang telah dipaparkan di atas maka masalah dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana bentuk umum *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$?
2. Bagaimana bentuk umum *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah penelitian di atas, maka tujuan penelitian ini sebagai berikut:

1. Mengetahui bentuk umum *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$.
2. Mengetahui bentuk umum *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$?

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi:

a. Penulis

1. Untuk menambah pengetahuan serta keilmuan terkait konsep Teori Graf.
2. Untuk mengembangkan wawasan serta keilmuan terkait konsep Teori Graf, khususnya pada *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$.

b. Pembaca

1. Sebagai sarana informasi terkait konsep Teori Graf.
2. Sebagai bahan informasi dalam melakukan kajian lebih lanjut mengenai konsep Teori Graf, khususnya pada *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$.

c. Instansi/Universitas

Sebagai tambahan bahan pustaka terkait teori graf khususnya terkait graf total pada ring komutatif.

1.5 Batasan Masalah

Permasalahan yang dibahas pada penelitian ini dibatasi hanya pada graf total dan ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$. Pada penelitian ini, p yang digunakan untuk menentukan pola yang akan dirujuk sebagai dasar pembuatan teorema adalah $p = 3,5,7$ dan 11, p dimulai dari 3 karena apabila $p < 3$ graf total dan ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ akan memiliki lebih dari satu komponen graf, sehingga *degree distance* dan *gutman index* dari graf tersebut tidak ada.

1.6 Definisi Istilah

Berdasarkan judul yang diangkat pada penelitian ini, definisi istilah pada penelitian ini sebagai berikut:

1. *Degree Distance Index*

   Degree Distance Index merupakan salah satu indeks topologi yang digunakan untuk mengarakterisasi molekul yang kemudian digunakan untuk memprediksi aktivitas biologi dari komponen kimia, pertama kali dikenalkan oleh Dobrynin dan Kochetova pada tahun 1994.

2. *Gutman Index*

   Gutman Index merupakan indeks topologi yang dikembangkan dari *Degree Distance Index, Gutman Index* juga disebut sebagai *Degree Distance Index* jenis kedua. Pertama kali dikenalkan oleh Gutman pada tahun 1994.

3. Graf Total

   Graf total merupakan graf yang mana titik pada graf tersebut akan terhubung langsung dengan titik yang lainnya jika dan hanya jika jumlah dari kedua titik tersebut adalah pembagi nol.

4. Ring Komutatif

   Ring komutatif merupakan himpunan tak kosong dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian yang memenuhi enam sifat ring antara lain: bersifat komutatif terhadap penjumlahan, bersifat asosiatif terhadap penjumlahan, memiliki elemen identitas terhadap penjumlahan, memiliki invers terhadap penjumlahan, bersifat asosiatif terhadap perkalian dan bersifat distributif serta memenuhi satu sifat tambahan yaitu bersifat komutatif terhadap perkalian.

BAB II
KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Ring

2.1.1.1 Operasi Biner

Misalkan G adalah sebuah himpunan tak kosong, sebuah operasi biner pada G adalah fungsi yang memetakan tiap-tiap pasangan terurut dari elemen G dan elemen G (Galian, 2013). Operasi biner pada himpunan G yang mengoperasikan pasangan terurut dari G yang kemudian akan menghasilkan anggota baru dari G, kondisi tersebut disebut tertutup.

Operasi biner $*$ pada himpunan tak kosong G didefinisikan sebagai berikut:

1. Operasi biner $*$ pada himpunan G adalah fungsi $*: G \times G \to G$. Untuk setiap $a, b \in G$ dapat ditulis sebagai $a * b$ untuk $*\ (a, b)$.
2. Operasi biner $*$ pada himpunan G bersifat asosiatif jika untuk semua $a, b, c \in G$ diperoleh $a * (b * c) = (a * b) * c$.
3. Jika $*$ merupakan operasi biner pada himpunan G maka elemen a dan b dari G bersifat komutatif jika $a * b = b * a$ untuk setiap $a. b \in G$ (Dummit & Foote, 2004).

Operasi biner yang familier yaitu penjumlahan, perkalian dan pengurangan. Di mana operasi penjumlahan dan pengurangan merupakan operasi biner yang bersifat komutatif, operasi pengurangan merupakan operasi biner yang bersifat tak komutatif serta operasi pengurangan merupakan bentuk lain dari operasi penjumlahan, di mana $a - b$ dalam operasi pengurangan dapat diubah menjadi $a + (-b)$ yang mana operasi tersebut merupakan operasi penjumlahan.

Contoh:

Misalkan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat, maka operasi penjumlahan $(+)$ pada himpunan bilangan bulat disebut operasi biner karena

$$+ : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$$

$$(a, b) \to a + b$$

merupakan pemetaan, yaitu untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ jika dioperasikan dengan penjumlahan akan menghasilkan $a + b \in \mathbb{Z}$.

2.1.1.2 Definisi Ring

Sebuah ring $(R, +, \cdot)$ adalah himpunan tak kosong dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian yang memenuhi sifat sebagai berikut:

1. Memiliki sifat komutatif terhadap penjumlahan

   $\forall\, a, b \in R$, maka $a + b = b + a$.

2. Memiliki sifat asosiatif terhadap penjumlahan

   $\forall\, a, b, c \in R$, maka $a + (b + c) = (a + b) + c$.

3. Memiliki elemen identitas terhadap penjumlahan

   Terdapat $e \in R$, $\forall\, a \in R$ sedemikian hingga $a + e = a = e + a$.

4. Memiliki invers terhadap penjumlahan

   $\forall\, a \in R$ memiliki $b \in R$ sedemikian hingga $a + b = e = b + a$.

5. Memiliki sifat asosiatif terhadap perkalian

   $\forall\, a, b, c \in R$, maka $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$.

6. Memiliki sifat distributif

   $\forall\, a, b, c \in R$, maka $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$ (Galian, 2013).

Contoh:

Misalkan $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah himpunan tak kosong dari bilangan bulat dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian, karena diketahui bahwa penjumlahan dan perkalian merupakan operasi biner maka jelas bahwa kedua operasi tersebut tertutup. Kemudian $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ dapat disebut sebagai ring memenuhi ke-6 sifat dari ring yaitu:

1. $\forall\, a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a + b = b + a \in \mathbb{Z}$ sehingga memiliki sifat komutatif terhadap penjumlahan.
2. $\forall\, a, b, c \in \mathbb{Z}$, maka $a + (b + c) = (a + b) + c \in \mathbb{Z}$ sehingga memiliki sifat asosiatif terhadap penjumlahan.
3. Terdapat $e \in \mathbb{Z}$, $\forall\, a \in \mathbb{Z}$ sedemikian hingga $a + e = a = e + a$ sehingga memiliki elemen identitas terhadap penjumlahan.
4. $\forall\, a \in \mathbb{Z}$ memiliki $b \in \mathbb{Z}$ sedemikian hingga $a + b = e = b + a$ sehingga memiliki invers terhadap penjumlahan.
5. $\forall\, a, b, c \in \mathbb{Z}$, maka $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c \in \mathbb{Z}$ sehingga memiliki sifat asosiatif terhadap perkalian.
6. $\forall\, a, b, c \in \mathbb{Z}$, maka $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c) \in \mathbb{Z}$ sehingga memiliki sifat distributif.

Sehingga $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah ring.

2.1.1.3 Ring Komutatif

Sebuah ring $(R, +, \cdot)$ akan disebut ring komutatif jika dan hanya jika bersifat komutatif pada operasi perkalian atau operasi kedua pada ring (Galian, 2013).

Contoh:

Misalkan $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah himpunan tak kosong dari bilangan bulat dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian. Karena diketahui bahwa $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah ring, maka untuk membuktikan bahwa $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ adalah ring komutatif maka akan ditunjukkan bahwa $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ bersifat komutatif pada operasi perkalian. Berdasarkan sifat ring diketahui bahwa $\forall\ a, b \in \mathbb{Z}$, maka $a \cdot b \in \mathbb{Z}$ dan a, b merupakan sebarang elemen di $\mathbb{Z}$ sehingga akan berakibat $b \cdot a \in \mathbb{Z}$ yang berarti $\mathbb{Z}$ komutatif terhadap operasi perkalian atau operasi kedua pada ring. Jadi $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ merupakan ring komutatif.

2.1.1.4 Pembagi Nol

Misalkan $(R, +, \cdot)$ adalah ring, suatu elemen x dari ring R akan disebut pembagi nol apabila memenuhi $x \cdot y = 0$ untuk suatu $y \neq 0, y \in R$. Di mana $\cdot$ merupakan operasi kedua pada ring dan 0 merupakan identitas dari operasi pertama pada ring, kemudian himpunan pembagi nol dari ring R dinotasikan dengan $Z(R)$ (Joshi, 1989). Himpunan pembagi nol dibagi menjadi dua yaitu himpunan semua pembagi nol yang dinotasikan dengan $Z(R)$ dan himpunan pembagi nol tak nol yang dinotasikan dengan $Z^*(R)$ yang mana himpunan pembagi nol tak nol diperoleh dari $Z^*(R) = Z(R) - \{0\}$ (Chelvam & Asir, 2011).

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$. Perhatikan bahwa $\bar{0} \cdot \bar{1}$, $\bar{0} \cdot \bar{2}$, $\bar{0} \cdot \bar{3}$, $\bar{0} \cdot \bar{4}$, $\bar{0} \cdot \bar{5}$, $\bar{2} \cdot \bar{3}$, $\bar{3} \cdot \bar{2}$, $\bar{3} \cdot \bar{4}$ dan $\bar{4} \cdot \bar{3}$ akan memiliki nilai yang sama yaitu $\bar{0}\ mod$ 6. Sehingga $\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}$ dan $\bar{4}$ memenuhi $x \cdot y = \bar{0}$ untuk suatu $y \neq \bar{0}, y \in \mathbb{Z}_6$. Akibatnya himpunan semua pembagi nolnya adalah $Z(\mathbb{Z}_6) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$ dan himpunan pembagi nol tak nolnya adalah $Z^*(\mathbb{Z}_6) = Z(\mathbb{Z}_6) - \{\bar{0}\} = \{\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$.

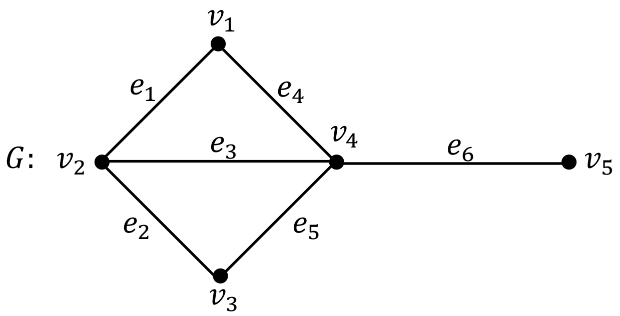
2.1.2 Graf

2.1.2.1 Definisi Graf

Graf merupakan pasangan himpunan, yaitu himpunan tak kosong dari titik-titik yang dinotasikan dengan V dan himpunan yang mungkin kosong dari sisi-sisi yang menghubungkan sepasang titik yang dinotasikan dengan E. Graf biasa dinotasikan dengan $G = (V, E)$ (Munir, 2012).

Contoh:

Misalkan graf G dengan himpunan titik $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ dan himpunan sisi $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ sehingga akan diperoleh graf G sebagai berikut:



Gambar 2.1 Graf $\boldsymbol{G}$

2.1.2.2 Bertetangga dan Bersisian

Misalkan G adalah graf. Dua titik pada graf G dikatakan bertetangga apabila kedua titik tersebut terhubung langsung dengan sebuah sisi. Kemudian, untuk sebarang sisi $e = (u, v)$ sisi e dikatakan bersisian dengan titik u dan titik v (Munir, 2012).

Contoh:

Dari graf G pada Gambar 2.1 diketahui bahwa titik v_1 dan titik v_2 disebut bertetangga karena kedua titik tersebut terhubung langsung dengan sebuah sisi e_1.

Akan tetapi titik v_1 dan titik v_5 tidak bisa disebut bertetangga karena titik v_1 dan titik v_5 dihubungkan oleh dua sisi yaitu e_4 dan e_6 melalui titik v_4. Kemudian sisi $e_1 = (v_1, v_2)$ dikatakan bersisian dengan titik v_1 dan titik v_2.

2.1.2.3 Derajat

Misalkan G adalah graf dan u merupakan titik pada G. Derajat dari titik u yang dilambangkan dengan $\deg(u)$ merupakan jumlah sisi yang bersisian dengan titik u (Munir, 2012).

Contoh:

Dari graf G pada Gambar 2.1 diperoleh:

$\deg(v_1) = 2$ $\quad$ $\deg(v_2) = 3$ $\quad$ $\deg(v_3) = 2$ $\quad$ $\deg(v_4) = 4$

$\deg(v_5) = 1$

2.1.2.4 Jarak

Misalkan G adalah graf serta u dan v merupakan titik di G. Jika titik u dan v terhubung, maka jarak dari titik u dan v yang dinotasikan dengan $d(u, v)$ merupakan sisi yang menghubungkan titik u dan v serta merupakan jarak terpendek dari titik u dan v (Bondy & Murty, 1982).

Contoh:

Dari graf G pada Gambar 2.1 diperoleh:

$\mathrm{d}(v_1, v_2) = 1$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_1, v_3) = 2$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_1, v_4) = 1$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_1, v_5) = 2$

$\mathrm{d}(v_2, v_3) = 1$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_2, v_4) = 1$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_2, v_5) = 2$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_3, v_4) = 1$

$\mathrm{d}(v_3, v_5) = 2$ $\quad$ $\mathrm{d}(v_4, v_5) = 1$

2.1.3 Graf Total

Graf total dari ring bilangan bulat R dinotasikan dengan $T(\Gamma(R))$ adalah graf yang titik-titiknya merupakan semua anggota ring bilangan bulat R yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika $x, y \in R$ dengan $x + y = Z(R)$ atau pembagi nol dari R (Anderson & Badawi, 2008).

Contoh:

Misalkan $R = \mathbb{Z}_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$. Apabila elemen-elemen pada $\mathbb{Z}_6$ tersebut dioperasikan satu sama lain dengan operasi perkalian maka akan diperoleh tabel dari operasi perkalian tersebut sebagai berikut:

Tabel 2.1 Tabel Perkalian Pada $\mathbb{Z}_6$

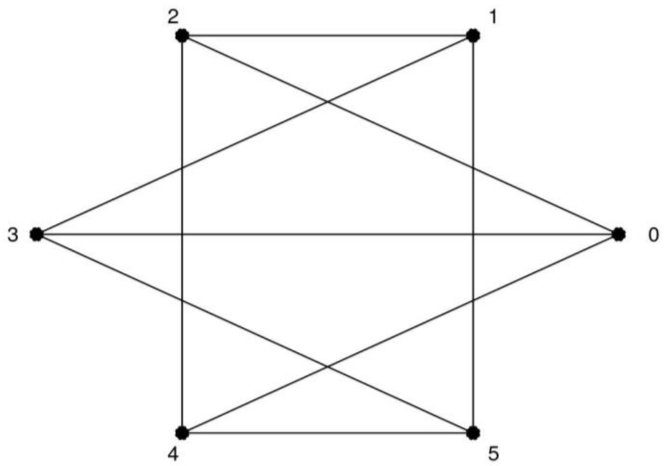
$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 2.1 diperoleh himpunan pembagi nol dari ring komutatif $\mathbb{Z}_6$ adalah $Z(\mathbb{Z}_6) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$. Karena graf total merupakan graf yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika x, y anggota dari ring dengan $x + y$ merupakan pembagi nol dari ring sehingga akan diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $\bar{0} + \bar{1} = \bar{1}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{1}$ tidak terhubung langsung
2. $\bar{0} + \bar{2} = \bar{2}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{2}$ terhubung langsung
3. $\bar{0} + \bar{3} = \bar{3}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{3}$ terhubung langsung
4. $\bar{0} + \bar{4} = \bar{4}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
5. $\bar{0} + \bar{5} = \bar{5}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{5}$ tidak terhubung langsung
6. $\bar{1} + \bar{2} = \bar{3}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{2}$ terhubung langsung
7. $\bar{1} + \bar{3} = \bar{4}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{3}$ terhubung langsung
8. $\bar{1} + \bar{4} = \bar{5}(\text{mod } 6)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{4}$ tidak terhubung langsung

9. $\overline{1} + \overline{5} = \overline{0} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
10. $\overline{2} + \overline{3} = \overline{5} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{3}$ tidak terhubung langsung
11. $\overline{2} + \overline{4} = \overline{0} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{4}$ terhubung langsung
12. $\overline{2} + \overline{5} = \overline{1} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{5}$ tidak terhubung langsung
13. $\overline{3} + \overline{4} = \overline{1} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{4}$ tidak terhubung langsung
14. $\overline{3} + \overline{5} = \overline{2} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
15. $\overline{4} + \overline{5} = \overline{3} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung

Akibatnya akan didapatkan gambar dari $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ sebagai berikut:



Gambar 2.2 Graf Total Dari $\mathbb{Z}_{\mathbf{6}}$

2.1.4 *Degree Distance Index* dan *Gutman Index*

Pada tahun 1994 Dobrynin dan Kochetova memperkenalkan indeks topologi yang digunakan untuk mengarakterisasi molekul yang kemudian digunakan untuk memprediksi aktivitas biologi dari komponen kimia. Indeks tersebut bernama *Degree Distance Index* didefinisikan sebagai berikut:

$DD(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v)$(Dobrynin & Kochetova, 1994).

Selanjutnya pada tahun yang sama Gutman memodifikasi *Degree Distance*

Index menjadi *Degree Distance Index* jenis kedua. Indeks tersebut bernama *Gutman Index* didefinisikan sebagai berikut:

$$Gut(G) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V(G)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \text{ (Gutman, 1994).}$$

Hubungan antara *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* merupakan pengembangan dari indeks topologi kimia tertua yang pertama kali diteliti oleh Harry Wiener pada tahun 1947 dan juga merupakan indeks topologi yang paling teliti. Indeks tersebut bernama *Wiener Index* yang merupakan jumlah dari jarak semua pasangan titik pada graf G. *Wiener index* didefinisikan sebagai berikut:

$$W(G) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V(G)} d(u,v) = \frac{1}{2}\sum_{v_i\in V(G)} D_G(v_i) \text{ (Wiener, 1947).}$$

Yang mana $D_G(v_i)$ merupakan jumlah jarak antara sebuah titik v_i di G dengan semua titik. Kemudian *Degree Distance Index* yang pada awalnya dinotasikan dengan $D'(G)$ diperoleh dari

$$\begin{aligned} D'(G) &= \sum_{v_i\in V(G)} D'_G(v_i) \\ &= \sum_{v_i\in V(G)} d_G(v_i) D_G(v_i) \\ &= \sum_{\{v_i,v_j\}\subseteq V(G)} \big(d_G(v_i) + d_G(v_i)\big) \cdot d_G\big(v_i, v_j\big) \end{aligned}$$

Di mana $d_G(v_i)$ merupakan derajat dari titik v_i. Yang selanjutnya dikembangkan menjadi *Degree Distance Index* jenis kedua atau yang biasa disebut *Gutman Index* yang pada awalnya didefinisikan sebagai berikut:

$$Gut(G) = \sum_{\{v_i,v_j\}\subseteq V(G)} (d_G(v_i) \cdot d_G(v_i)) \cdot d_G(v_i, v_j)$$

Sehingga hubungan antara kedua topologi indeks tersebut sangatlah erat, karena keduanya memiliki kesamaan yaitu sama-sama dikembangkan dari indeks topologi tertua yang diteliti oleh Harry Wiener.

Contoh:

Dari Gambar 2.2 diketahui bahwa derajat tiap titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))$ adalah:

$\deg(\bar{0}) = 3$, $\deg(\bar{1}) = 3$, $\deg(\bar{2}) = 3$, $\deg(\bar{3}) = 3$, $\deg(\bar{4}) = 3$ dan $\deg(\bar{5}) = 3$

Dari Gambar 2.2 juga diperoleh jarak terdekat tiap pasang titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))$ adalah:

$\mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{5}) = 2$,

$\mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{1},\bar{5}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) = 2$,

$\mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{2},\bar{5}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{3},\bar{5}) = 1$ dan $\mathrm{d}(\bar{4},\bar{5}) = 1$

Sehingga diperoleh *Degree Distance Index* pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
DD\left(T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))\right) &= \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{1})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) \\
&\quad + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{5}) \\
&\quad + (\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) \\
&\quad + (\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + (\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{5}) \\
&\quad + (\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + (\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + (\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{5}) \\
&\quad + (\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) + (\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{5}) \\
&\quad + (\deg(\bar{4}) + \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{5})
\end{aligned}
$$

$$= (3+3)\cdot 2 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 2 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 2 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 2 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 2 + (3+3)\cdot 2 + (3+3)\cdot 1 + (3+3)\cdot 1$$

$$= 2\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 2 + 2\cdot 3\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 1$$

$$= 4\cdot 3 + 2\cdot 3 + 2\cdot 3 + 2\cdot 3 + 4\cdot 3 + 2\cdot 3 + 2\cdot 3 + 4\cdot 3 + 2\cdot 3 + 4\cdot 3 + 2\cdot 3 + 4\cdot 3 + 4\cdot 3 + 2\cdot 3 + 2\cdot 3$$

$$= 9\cdot 2\cdot 3 + 6\cdot 4\cdot 3$$

$$= 54 + 72$$

$$= 126$$

Juga diperoleh *Gutman Index* pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ sebagai berikut:

$$Gut\Big(T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)\Big) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\right)\right)} (\deg(u)\cdot\deg(v))\cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$= (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{1}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \big(\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{5})\big)\cdot \mathrm{d}\big(\bar{0},\bar{5}\big) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + \big(\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{5})\big)\cdot \mathrm{d}\big(\bar{1},\bar{5}\big) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + \big(\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{5})\big)\cdot \mathrm{d}\big(\bar{2},\bar{5}\big) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) + \big(\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{5})\big)\cdot \mathrm{d}\big(\bar{3},\bar{5}\big) + (\deg(\bar{4})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{5})$$

$$= (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1$$

$$= 3^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1$$

$$= 9 \cdot 3^2 \cdot 1 + 6 \cdot 3^2 \cdot 2$$

$$= 81 + 108$$

$$= 189$$

Sehingga diperoleh *Degree Distance Index* pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ adalah 126 dan *Gutman Index* pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ adalah 189.

2.2 Kajian Al-Qur'an

Degree Distance Index dan *Gutman Index* pertama kali ditemukan pada tahun 1994 digunakan untuk mengarakterisasi grafik molekuler dan fragmennya kemudian menetapkan hubungan antara struktur dan sifat dari molekul serta memprediksi aktivitas biologis senyawa kimia. Salah satu senyawa kimia yang populer adalah senyawa karbon. Karbon merupakan elemen yang memiliki nomor atom 6. Dari elemen karbon dapat dibentuk menjadi beberapa ion, yaitu: *Carbonate*, *Bicarbonte* atau *Hydrocarbonate*, *Oxalate*, *Acetate* dan *Cyanide* (Stoker, 2007). Berdasarkan gugus fungsinya, karakterisasi atau klasifikasi dapat digunakan untuk menentukan sifat dari molekul yang dibentuk. Klasifikasi pada sekumpulan atom yang terikat pada atom karbon akan membentuk senyawa alkohol, eter, aldehid, keton, asam karboksilat, ester, haloalkana, amina, amida dan lainnya (Asmara, 2016). Sehingga karakterisasi dan klasifikasi bukanlah merupakan hal yang baru di dalam ilmu kimia. Salah satu tujuan karakterisasi dan klasifikasi tersebut adalah agar dapat dikenali dengan baik, mudah dipelajari, diteliti serta dikembangkan.

Karakterisasi dan klasifikasi tak hanya ada di dalam ilmu kimia. Dalam Al-Qur'an juga telah membahas hal tersebut. Allah berfirman dalam Al-Qur'an surat Al-Hujarat ayat 13 yang artinya:

"Wahai manusia! Sungguh, kami telah menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan, kemudian kami jadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku agar kamu saling mengenal. Sungguh yang paling mulia di antara kamu di sisi Allah ialah orang yang paling bertakwa. Sungguh, Allah Maha Mengetahui lagi Maha Mengenal". (Q.S. Al-Hujarat/49:13)

Juga difirmankan Allah dalam surat Ar-Rum ayat 22 yang artinya:

"Dan di antara tanda-tanda (kebesaran)-Nya ialah penciptaan langit dan bumi, perbedaan bahasamu dan warna kulitmu. Sungguh, pada yang demikian itu benar-benar terdapat tanda-tanda bagi orang yang mengetahui". (Q.S. Ar-Rum/30:22)

Dari kedua ayat tersebut jelas bahwa Allah menciptakan manusia dari nabi Adam dan ibu Hawa kemudian berkembang menjadi sangat banyak dengan bangsa, suku, bahasa dan warna kulit yang berbeda. Tujuan adanya perbedaan tersebut agar manusia bisa saling mengenal satu sama lain, sehingga akan saling bekerja sama. Perbedaan bukanlah dasar adanya diskriminasi melainkan dasar adanya toleransi antar perbedaan.

Manusia diciptakan Allah sebagai makhluk sosial, sehingga manusia tidak bisa hidup tanpa bantuan orang lain. Dengan dasar tersebut maka interaksi sesama manusia merupakan sebuah kebutuhan pokok yang harus ada dalam hidup manusia. Dalam teori graf, manusia dapat diinterpretasikan sebagai titik, kemudian interaksi atau hubungan antara manusia satu dengan manusia lain diilustrasikan sebagai sisi. Sehingga sisi hanya akan terbentuk jika dan hanya jika manusia berinteraksi dengan manusia lain. Adanya sisi berarti bahwa hubungan antar titik memiliki kesinambungan yang kuat dan jelas. Seperti halnya manusia yang butuh interaksi yang kuat dan jelas dengan manusia lain untuk bertahan hidup. Dalam kehidupan sehari-hari, graf dapat diilustrasikan sebagai hubungan pertemanan, hubungan keluarga atau hubungan-hubungan yang lainnya. Di mana manusia sebagai titik dan interaksi antar manusia dalam hubungan tersebut sebagai sisi.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Penelitian ini disusun dengan beberapa teori pendukung. Teori pendukung tersebut meliputi ring komutatif, ring komutatif yaitu himpunan tak kosong dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian yang memenuhi enam sifat ring dan satu sifat tambahan antara lain: bersifat komutatif terhadap penjumlahan, bersifat asosiatif terhadap penjumlahan, memiliki elemen identitas terhadap penjumlahan, memiliki invers terhadap penjumlahan, bersifat asosiatif terhadap perkalian, bersifat distributif dan bersifat komutatif terhadap perkalian (Galian, 2013). Kemudian teori pendukung selanjutnya yaitu graf total, graf total yaitu misalkan R adalah ring komutatif maka untuk setiap titik di R akan terhubung langsung jika dan hanya jika $\forall\, x, y \in R$ dengan $x + y = Z(R)$ atau pembagi nol dari R (Anderson & Badawi, 2008). Graf total diinterpretasikan menjadi sebuah gambar graf, yang nantinya akan dicari pola data yang berupa titik dan sisi dari gambar graf tersebut. Sehingga dari setiap titik dan sisi yang dibentuk dari graf total pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ dengan p merupakan bilangan prima dan $p \geq 3$ akan diperoleh data yang berupa jarak dan derajat antar titik. Selanjutnya yaitu *degree distance index* dan *gutman index*, *degree distance index* dan *gutman index* yaitu misalkan graf G memiliki $\deg(v)$ di mana $\deg(v)$ merupakan derajat dari sebarang titik $v \in G$, dan memiliki $\mathrm{d}(u, v)$ di mana $\mathrm{d}(u, v)$ merupakan jarak terdekat dari sebarang dua titik $u, v \in G$. Kemudian dari derajat dan jarak tersebut dapat dibentuk dua indeks topologi sebagai berikut: $DD(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v)$ (Dobrynin & Kochetova, 1994) yang disebut sebagai *degree distance index* dan $Gut(G) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V(G)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u, v)$ (Gutman, 1994) yang disebut sebagai *gutman index*. Selanjutnya dari rumus yang diperoleh dari *degree distance index* dan *gutman index* pada graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ akan membentuk suatu pola bentuk umum yang akan dibuktikan dengan teorema pendukung sebagai pembuktian dari bentuk umum yang telah dihasilkan.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

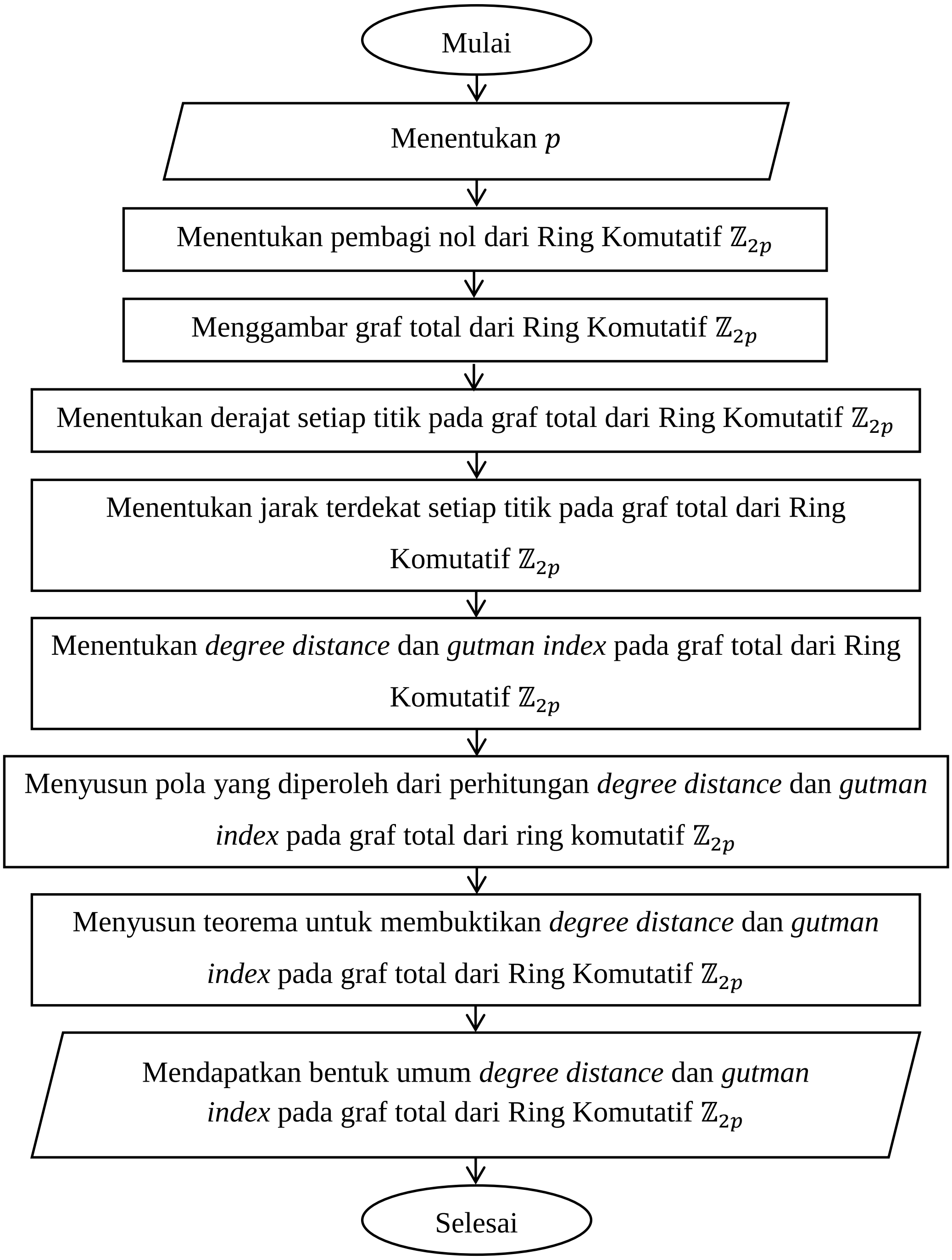
Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu menggunakan pendekatan kualitatif yang merujuk pada metode penelitian kepustakaan atau studi literatur. Penelitian kualitatif merupakan metode penelitian yang menekankan pada pemahaman yang mendalam terhadap suatu permasalahan, metode ini biasa dilakukan dengan teknik analisis mendalam (*indepth analysis*) yaitu mengkaji permasalahan dari suatu kasus ke kasus lain (Siyoto & Sodik, 2015). Sehingga penelitian dengan metode kualitatif akan terfokus pada satu kasus tertentu. Kemudian penelitian kepustakaan atau studi literatur merupakan penelitian yang mengumpulkan informasi terkait penelitian dari dokumen, buku, artikel jurnal, majalah dan lainnya yang kemudian dari referensi tersebut diambil landasan teori yang kemudian akan digunakan sebagai dasar penelitian (Mirzaqon & Purwoko, 2018). Berdasarkan jenis penelitiannya, penelitian ini akan bersifat mengembangkan suatu kajian dari sumber yang telah dikumpulkan, kemudian dirujukkan kepada suatu kasus tertentu yang akan dibahas secara mendalam pada penelitian ini.

3.2 Langkah-langkah Analisis

Langkah-langkah analisis pada penelitian ini dimulai dari pembahasan yang bersifat khusus atau membahas topik berdasarkan rumus yang diperoleh dari rujukan kemudian menuju pada pembahasan perumuman bentuk yang bersifat umum atau membahas topik yang telah merujuk pada pendalaman suatu kasus yang di angkat pada penelitian ini. Pada Langkah-langkah analisis ini akan mengolah data yang berupa elemen-elemen pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan himpunan pembagi nol dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ menggunakan tabel cayley, untuk $p = 3$.
2. Menggambar graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, untuk $p = 3$.
3. Menentukan derajat setiap titik pada graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, untuk $p = 3$.
4. Menentukan jarak terdekat setiap titik pada graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, untuk $p = 3$.
5. Menentukan *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, untuk $p = 3$.
6. Mengulang langkah 1-5 untuk $p = 5,7$ dan 11.
7. Menyusun pola *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, untuk $p = 3,5,7$ dan 11.
8. Menyusun teorema untuk mendukung pembuktian *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$.

Langkah-langkah analisis yang digunakan dalam penelitian ini akan diilustrasikan dalam diagram alir sebagai berikut:



Gambar 3.1 Diagram Alir Langkah-Langkah Analisis

BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_6$

Ring Komutatif $\mathbb{Z}_6$ atau yang biasa dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_6$ memiliki elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ dan $\bar{5}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan satu sama lain dengan operasi perkalian maka akan diperoleh tabel dari operasi perkalian tersebut sebagai berikut:

Tabel 4.1 Tabel perkalian pada $\mathbb{Z}_6$

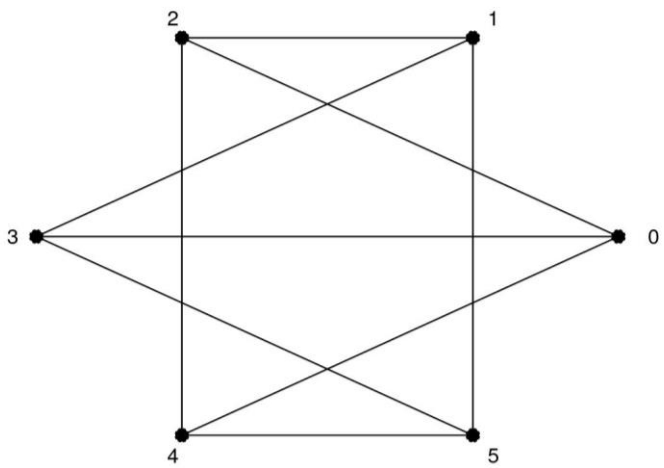
$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.1 diperoleh himpunan pembagi nol dari ring komutatif $\mathbb{Z}_6$ adalah $Z(\mathbb{Z}_6) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$. Karena graf total merupakan graf yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika x, y anggota dari ring dengan $x + y$ merupakan pembagi nol dari ring sehingga akan diperoleh keterhubungan sebagai berikut:

1. $\bar{0} + \bar{1} = \bar{1}$(mod 6) sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{1}$ tidak terhubung langsung
2. $\bar{0} + \bar{2} = \bar{2}$(mod 6) sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{2}$ terhubung langsung
3. $\bar{0} + \bar{3} = \bar{3}$(mod 6) sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{3}$ terhubung langsung
4. $\bar{0} + \bar{4} = \bar{4}$(mod 6) sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
5. $\bar{0} + \bar{5} = \bar{5}$(mod 6) sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{5}$ tidak terhubung langsung

6. $\overline{1} + \overline{2} = \overline{3} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{2}$ terhubung langsung
7. $\overline{1} + \overline{3} = \overline{4} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{3}$ terhubung langsung
8. $\overline{1} + \overline{4} = \overline{5} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{4}$ tidak terhubung langsung
9. $\overline{1} + \overline{5} = \overline{0} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
10. $\overline{2} + \overline{3} = \overline{5} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{3}$ tidak terhubung langsung
11. $\overline{2} + \overline{4} = \overline{0} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{4}$ terhubung langsung
12. $\overline{2} + \overline{5} = \overline{1} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{5}$ tidak terhubung langsung
13. $\overline{3} + \overline{4} = \overline{1} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{4}$ tidak terhubung langsung
14. $\overline{3} + \overline{5} = \overline{2} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
15. $\overline{4} + \overline{5} = \overline{3} (\text{mod } 6)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung

Akibatnya akan didapatkan gambar dari $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ sebagai berikut:



Gambar 4.1 Graf Total Dari $\mathbb{Z}_6$

Dari Gambar 4.1 diperoleh derajat tiap titik pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ adalah:

$\deg(\overline{0}) = 3$, $\deg(\overline{1}) = 3$, $\deg(\overline{2}) = 3$, $\deg(\overline{3}) = 3$, $\deg(\overline{4}) = 3$ dan $\deg(\overline{5}) = 3$

Dari Gambar 4.1 juga diperoleh jarak terdekat tiap pasang titik pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\big)$ adalah:

$\mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{0},\bar{5}) = 2$,

$\mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{1},\bar{5}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) = 2$,

$\mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{2},\bar{5}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{3},\bar{5}) = 1$ dan $\mathrm{d}(\bar{4},\bar{5}) = 1$

Dari data tersebut diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))$ ada sebanyak 9 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))$ ada sebanyak 6. Sehingga diperoleh *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_6$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
DD\left(T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))\right) &= \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T(\Gamma(\mathbb{Z}_6))\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{1})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) \\
&\quad + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{4})) \cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{0}) + \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{0},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{1}) + \\
&\quad \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{1}) + \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{1},\bar{5}\right) \\
&\quad + (\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + (\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{4})) \cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{2}) + \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{2},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{3}) + \\
&\quad \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{3}) + \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{3},\bar{5}\right) + \\
&\quad (\deg(\bar{4}) + \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{5}) \\
&= (3+3) \cdot 2 + (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 1 + \\
&\quad (3+3) \cdot 2 + (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 2 + \\
&\quad (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 2 + (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 2 + \\
&\quad (3+3) \cdot 2 + (3+3) \cdot 1 + (3+3) \cdot 1
\end{aligned}
$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1$$

$$= 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3$$

$$= 9 \cdot 2 \cdot 3 + 6 \cdot 4 \cdot 3$$

$$= 3^2 \cdot 2 \cdot 3 + (3^2 - 3) \cdot 4 \cdot 3$$

$$= 2 \cdot 3^3 + 4 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^2$$

$$= 6 \cdot 3^3 - 4 \cdot 3^2$$

Juga diperoleh *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_6$ sebagai berikut:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\right)\right) = \sum_{\{u,v\} \subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\right)\right)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$= (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{1})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{0},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{1},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{2},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{3}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{3}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{3},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{4}) \cdot \deg(\bar{5})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{5})$$

$$= (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 1 + (3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3) \cdot 1 +$$

$$(3\cdot 3)\cdot 2 + (3\cdot 3)\cdot 1 + (3\cdot 3)\cdot 2 + (3\cdot 3)\cdot 2 + (3\cdot 3)\cdot 1$$
$$+ (3\cdot 3)\cdot 1$$
$$= 3^2\cdot 2 + 3^2\cdot 1 + 3^2\cdot 1 + 3^2\cdot 1 + 3^2\cdot 2 + 3^2\cdot 1 + 3^2\cdot 1 +$$
$$3^2\cdot 2 + 3^2\cdot 1 + 3^2\cdot 2 + 3^2\cdot 1 + 3^2\cdot 2 + 3^2\cdot 2 + 3^2\cdot 1 +$$
$$3^2\cdot 1$$
$$= 9\cdot 3^2\cdot 1 + 6\cdot 3^2\cdot 2$$
$$= 3^2\cdot 3^2 + (3^2 - 3)\cdot 3^2\cdot 2$$
$$= 3^4 + 2\cdot(3^4 - 3^3)$$
$$= 3^4 + 2\cdot 3^4 - 2\cdot 3^3$$
$$= 3\cdot 3^4 - 2\cdot 3^3$$

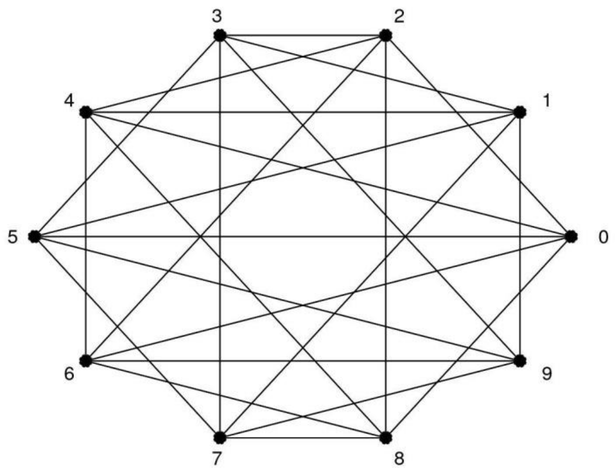
4.2 *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$

Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ atau yang biasa dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{10}$ memiliki elemen yaitu $\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{5}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}$ dan $\overline{9}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan satu sama lain dengan operasi perkalian maka akan diperoleh tabel dari operasi perkalian tersebut sebagai berikut:

Tabel 4.2 Tabel perkalian pada $\mathbb{Z}_{\mathbf{10}}$

$\cdot$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$	$\bar{8}$	$\bar{9}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{8}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{9}$	$\bar{2}$	$\bar{5}$	$\bar{8}$	$\bar{1}$	$\bar{4}$	$\bar{7}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{8}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{2}$	$\bar{8}$	$\bar{4}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{8}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{9}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{8}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{8}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{9}$	$\bar{0}$	$\bar{9}$	$\bar{8}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{4}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

Berdasarkan Tabel 4.2 diperoleh himpunan pembagi nol dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ adalah $Z(\mathbb{Z}_{10}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$. Karena graf total merupakan graf yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika x, y anggota dari ring dengan $x + y$ merupakan pembagi nol dari ring sehingga akan diperoleh keterhubungan antar titik pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ seperti pada Lampiran 1. Akibatnya akan didapatkan gambar dari $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))$ sebagai berikut:



Gambar 4.2 Graf Total Dari $\mathbb{Z}_{\mathbf{10}}$

Dari Gambar 4.2 diperoleh derajat tiap titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))$ adalah:

$\deg(\bar{0}) = 5,\quad \deg(\bar{1}) = 5,\quad \deg(\bar{2}) = 5,\quad \deg(\bar{3}) = 5,\quad \deg(\bar{4}) = 5,$

$\deg(\bar{5}) = 5$, $\deg(\bar{6}) = 5$, $\deg(\bar{7}) = 5$, $\deg(\bar{8}) = 5$ dan $\deg(\bar{9}) = 5$

Dari Gambar 4.2 juga diperoleh jarak terdekat tiap pasang titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))$ adalah:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{2}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{3}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{4}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{5}) = 1$,

$d(\bar{0},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{7}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{9}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{2}) = 2$,

$d(\bar{1},\bar{3}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{4}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{5}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{6}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{7}) = 1$,

$d(\bar{1},\bar{8}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{9}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{3}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{4}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{5}) = 2$,

$d(\bar{2},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{7}) = 2$, $d(\bar{2},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{9}) = 2$, $d(\bar{3},\bar{4}) = 2$,

$d(\bar{3},\bar{5}) = 1$, $d(\bar{3},\bar{6}) = 2$, $d(\bar{3},\bar{7}) = 1$, $d(\bar{3},\bar{8}) = 2$, $d(3,\bar{9}) = 1$,

$d(\bar{4},\bar{5}) = 2$, $d(\bar{4},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{4},\bar{7}) = 2$, $d(\bar{4},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{4},\bar{9}) = 2$,

$d(\bar{5},\bar{6}) = 2$, $d(\bar{5},\bar{7}) = 1$, $d(\bar{5},\bar{8}) = 2$, $d(\bar{5},\bar{9}) = 1$, $d(\bar{6},\bar{7}) = 2$,

$d(\bar{6},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{6},\bar{9}) = 1$, $d(\bar{7},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{7},\bar{9}) = 1$ dan $d(\bar{8},\bar{9}) = 2$

Dari data tersebut diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))$ ada sebanyak 25 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))$ ada sebanyak 20. Sehingga diperoleh *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ sebagai berikut:

$$DD\left(T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))\right) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T(\Gamma(\mathbb{Z}_{10}))\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot d(u,v)$$

$$\vdots$$

$$= 25 \cdot 2 \cdot 5 + 6 \cdot 4 \cdot 5$$

$$= 5^2 \cdot 2 \cdot 5 + (5^2 - 5) \cdot 4 \cdot 5$$

$$= 2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^3 - 4 \cdot 5^2$$

$$= 6 \cdot 5^3 - 4 \cdot 5^2$$

Juga diperoleh *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ sebagai berikut:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right)} (\deg(u)\cdot\deg(v))\cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$\vdots$$

$$= 25\cdot 5^2\cdot 1 + 20\cdot 5^2\cdot 2$$

$$= 5^2\cdot 5^2 + (5^2 - 5)\cdot 5^2\cdot 2$$

$$= 5^4 + 2\cdot(5^4 - 5^3)$$

$$= 5^4 + 2\cdot 5^4 - 2\cdot 5^3$$

$$= 3\cdot 5^4 - 2\cdot 5^3$$

Proses perhitungan terkait *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ selengkapnya pada Lampiran 1.

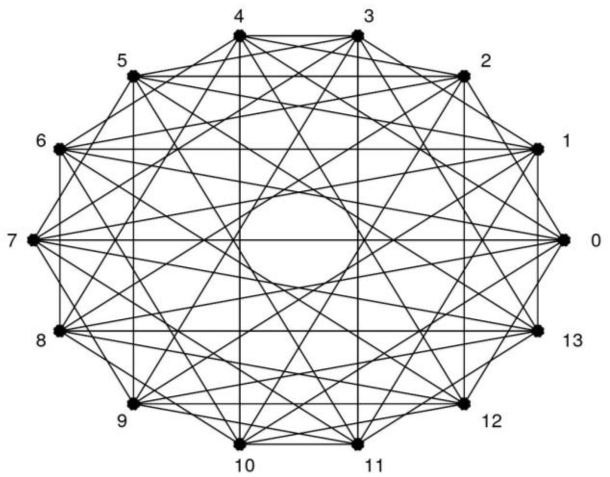
4.3 *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$

Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ atau yang biasa dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{14}$ memiliki elemen yaitu $\overline{0},\overline{1},\overline{2},\overline{3},\overline{4},\overline{5},\overline{6},\overline{7},\overline{8},\overline{9},\overline{10},\overline{11},\overline{12}$ dan $\overline{13}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan satu sama lain dengan operasi perkalian maka akan diperoleh tabel dari operasi perkalian tersebut sebagai berikut:

Tabel 4.3 Tabel Perkalian Pada $\mathbb{Z}_{\mathbf{14}}$

$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{7}$	$\overline{10}$	$\overline{13}$	$\overline{2}$	$\overline{5}$	$\overline{8}$	$\overline{11}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$
$\overline{5}$	$\overline{0}$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{1}$	$\overline{6}$	$\overline{11}$	$\overline{2}$	$\overline{7}$	$\overline{12}$	$\overline{3}$	$\overline{8}$	$\overline{13}$	$\overline{4}$	$\overline{9}$
$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$
$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$
$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$
$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{9}$	$\overline{4}$	$\overline{13}$	$\overline{8}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{7}$	$\overline{2}$	$\overline{11}$	$\overline{6}$	$\overline{1}$	$\overline{10}$	$\overline{5}$
$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$
$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{8}$	$\overline{5}$	$\overline{2}$	$\overline{13}$	$\overline{10}$	$\overline{7}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{12}$	$\overline{9}$	$\overline{6}$	$\overline{3}$
$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{13}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$	$\overline{10}$	$\overline{9}$	$\overline{8}$	$\overline{7}$	$\overline{6}$	$\overline{5}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Berdasarkan Tabel 4.3 diperoleh himpunan pembagi nol dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ adalah $Z(\mathbb{Z}_{14}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{7}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{12}\}$. Karena graf total merupakan graf yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika x, y anggota dari ring dengan $x + y$ merupakan pembagi nol dari ring sehingga akan diperoleh keterhubungan antar titik pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ seperti pada Lampiran 2. Akibatnya akan didapatkan gambar dari $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{14}))$ sebagai berikut:



Gambar 4.3 Graf Total Dari $\mathbb{Z}_{\mathbf{14}}$

Dari Gambar 4.3 diperoleh derajat tiap titik pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\big)$ adalah:

$\deg(\bar{0}) = 7$, $\deg(\bar{1}) = 7$, $\deg(\bar{2}) = 7$, $\deg(\bar{3}) = 7$, $\deg(\bar{4}) = 7$,

$\deg(\bar{5}) = 7$, $\deg(\bar{6}) = 7$, $\deg(\bar{7}) = 7$, $\deg(\bar{8}) = 7$, $\deg(\bar{9}) = 7$,

$\deg(\overline{10}) = 7$, $\deg(\overline{11}) = 7$, $\deg(\overline{12}) = 7$ dan $\deg(\overline{13}) = 7$

Dari Gambar 4.3 juga diperoleh jarak terdekat tiap pasang titik pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\big)$ adalah:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{2}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{3}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{4}) = 1$,

$d(\bar{0},\bar{5}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{7}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{8}) = 1$,

$d(\bar{0},\bar{9}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{10}) = 1$, $d(\bar{0},\overline{11}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{12}) = 1$,

$d(\bar{0},\overline{13}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{2}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{3}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{4}) = 2$,

$d(\bar{1},\bar{5}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{7}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{8}) = 2$,

$d(\bar{1},\bar{9}) = 1$, $d(\bar{1},\overline{10}) = 2$, $d(\bar{1},\overline{11}) = 1$, $d(\bar{1},\overline{12}) = 2$,

$d(\bar{1},\overline{13}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{3}) = 2$, $d(\bar{2},\bar{4}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{5}) = 1$,

$d(\bar{2},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{7}) = 2$, $d(\bar{2},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{2},\bar{9}) = 2$,

$d(\bar{2},\overline{10}) = 1$, $d(\bar{2},\overline{11}) = 2$, $d(\bar{2},\overline{12}) = 1$, $d(\bar{2},\overline{13}) = 2$,

$d(\bar{3},\bar{4}) = 1$, $d(\bar{3},\bar{5}) = 1$, $d(\bar{3},\bar{6}) = 2$, $d(\bar{3},\bar{7}) = 1$,

$d(\bar{3},\bar{8}) = 2$, $d(\bar{3},\bar{9}) = 1$, $d(\bar{3},\overline{10}) = 2$, $d(\bar{3},\overline{11}) = 1$,

$d(\bar{3},\overline{12}) = 2$, $d(\bar{3},\overline{13}) = 1$, $d(\bar{4},\bar{5}) = 2$, $d(\bar{4},\bar{6}) = 1$,

$d(\bar{4},\bar{7}) = 2$, $d(\bar{4},\bar{8}) = 1$, $d(\bar{4},\bar{9}) = 2$, $d(\bar{4},\overline{10}) = 1$,

$d(\bar{4},\overline{11}) = 2$, $d(\bar{4},\overline{12}) = 1$, $d(\bar{4},\overline{13}) = 2$, $d(\bar{5},\bar{6}) = 2$,

$d(\bar{5},\bar{7}) = 1$, $d(\bar{5},\bar{8}) = 2$, $d(\bar{5},\bar{9}) = 1$, $d(\bar{5},\overline{10}) = 2$,

$d(\bar{5},\overline{11}) = 1$, $d(\bar{5},\overline{12}) = 2$, $d(\bar{5},\overline{13}) = 1$, $d(\bar{6},\bar{7}) = 2$,

$\mathrm{d}(\bar{6},\bar{8}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{6},\bar{9}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{6},\overline{10}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{6},\overline{11}) = 2$,

$\mathrm{d}(\bar{6},\overline{12}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{6},\overline{13}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{7},\bar{8}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{7},\bar{9}) = 1$,

$\mathrm{d}(\bar{7},\overline{10}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{7},\overline{11}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{7},\overline{12}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{7},\overline{13}) = 1$,

$\mathrm{d}(\bar{8},\bar{9}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{8},\overline{10}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{8},\overline{11}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{8},\overline{12}) = 1$,

$\mathrm{d}(\bar{8},\overline{13}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{9},\overline{10}) = 2$, $\mathrm{d}(\bar{9},\overline{11}) = 1$, $\mathrm{d}(\bar{9},\overline{12}) = 1$,

$\mathrm{d}(\bar{9},\overline{13}) = 1$, $\mathrm{d}(\overline{10},\overline{11}) = 1$, $\mathrm{d}(\overline{10},\overline{12}) = 1$, $\mathrm{d}(\overline{10},\overline{13}) = 2$,

$\mathrm{d}(\overline{11},\overline{12}) = 2$, $\mathrm{d}(\overline{11},\overline{13}) = 1$ dan $\mathrm{d}(\overline{12},\overline{13}) = 2$

Dari data tersebut diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\big)$ ada sebanyak 49 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\big)$ ada sebanyak 42. Sehingga diperoleh *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ sebagai berikut:

$$DD\Big(T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\big)\Big) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$\vdots$$

$$= 49 \cdot 2 \cdot 7 + 42 \cdot 4 \cdot 7$$

$$= 7^2 \cdot 2 \cdot 7 + (7^2 - 7) \cdot 4 \cdot 7$$

$$= 2 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^2$$

$$= 6 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^2$$

Juga diperoleh *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ sebagai berikut:

$$Gut\Big(T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\big)\Big) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$\vdots$$

$$= 49 \cdot 7^2 \cdot 1 + 42 \cdot 7^2 \cdot 2$$

$= 7^2 \cdot 7^2 + (7^2 - 7) \cdot 7^2 \cdot 2$

$= 7^4 + 2 \cdot (7^4 - 7^3)$

$= 7^4 + 2 \cdot 7^4 - 2 \cdot 7^3$

$= 7 \cdot 7^4 - 2 \cdot 7^3$

Proses perhitungan terkait *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ selengkapnya pada Lampiran 2.

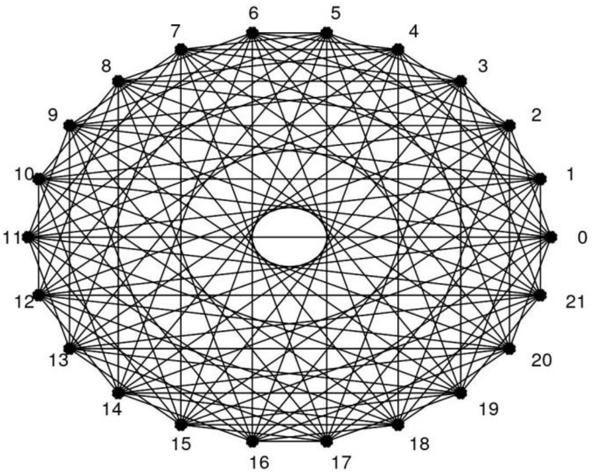
4.4 *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$

Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ atau yang biasa dinotasikan dengan $\mathbb{Z}_{22}$ memiliki elemen yaitu $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \bar{9}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{13}, \overline{14}, \overline{15}, \overline{16}, \overline{17}, \overline{18}, \overline{19}, \overline{20}$ dan $\overline{21}$. Apabila elemen-elemen tersebut dioperasikan satu sama lain dengan operasi perkalian maka akan diperoleh tabel dari operasi perkalian tersebut sebagai berikut:

Tabel 4.4 Tabel Perkalian Pada $\mathbb{Z}_{22}$

$\cdot$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$	$\overline{11}$	$\overline{12}$	$\overline{13}$	$\overline{14}$	$\overline{15}$	$\overline{16}$	$\overline{17}$	$\overline{18}$	$\overline{19}$	$\overline{20}$	$\overline{21}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{14}$	$\overline{16}$	$\overline{18}$	$\overline{20}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{6}$	$\overline{8}$	$\overline{10}$	$\overline{12}$	$\overline{14}$	$\overline{16}$	$\overline{18}$	$\overline{20}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{6}$	$\overline{9}$	$\overline{12}$	$\overline{15}$	$\overline{18}$	$\overline{21}$	$\overline{2}$	$\overline{5}$	$\overline{8}$	$\overline{11}$	$\overline{14}$	$\overline{17}$	$\overline{20}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{7}$	$\overline{10}$	$\overline{13}$	$\overline{16}$	$\overline{19}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{16}$	$\overline{20}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{14}$	$\overline{18}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{8}$	$\overline{12}$	$\overline{16}$	$\overline{20}$	$\overline{2}$	$\overline{6}$	$\overline{10}$	$\overline{14}$	$\overline{18}$
$\overline{5}$	$\overline{0}$	$\overline{5}$	$\overline{10}$	$\overline{15}$	$\overline{20}$	$\overline{3}$	$\overline{8}$	$\overline{13}$	$\overline{18}$	$\overline{1}$	$\overline{6}$	$\overline{11}$	$\overline{16}$	$\overline{21}$	$\overline{4}$	$\overline{9}$	$\overline{14}$	$\overline{19}$	$\overline{2}$	$\overline{7}$	$\overline{12}$	$\overline{17}$
$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{18}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{14}$	$\overline{20}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{16}$	$\overline{0}$	$\overline{6}$	$\overline{12}$	$\overline{18}$	$\overline{2}$	$\overline{8}$	$\overline{14}$	$\overline{20}$	$\overline{4}$	$\overline{10}$	$\overline{16}$
$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{7}$	$\overline{14}$	$\overline{21}$	$\overline{6}$	$\overline{13}$	$\overline{20}$	$\overline{5}$	$\overline{12}$	$\overline{19}$	$\overline{4}$	$\overline{11}$	$\overline{18}$	$\overline{3}$	$\overline{10}$	$\overline{17}$	$\overline{2}$	$\overline{9}$	$\overline{16}$	$\overline{1}$	$\overline{8}$	$\overline{15}$
$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{16}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{18}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{6}$	$\overline{14}$	$\overline{0}$	$\overline{8}$	$\overline{16}$	$\overline{2}$	$\overline{10}$	$\overline{18}$	$\overline{4}$	$\overline{12}$	$\overline{20}$	$\overline{6}$	$\overline{14}$
$\overline{9}$	$\overline{0}$	$\overline{9}$	$\overline{18}$	$\overline{5}$	$\overline{14}$	$\overline{1}$	$\overline{10}$	$\overline{19}$	$\overline{6}$	$\overline{15}$	$\overline{2}$	$\overline{11}$	$\overline{20}$	$\overline{7}$	$\overline{16}$	$\overline{3}$	$\overline{12}$	$\overline{21}$	$\overline{8}$	$\overline{17}$	$\overline{4}$	$\overline{13}$
$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{20}$	$\overline{8}$	$\overline{18}$	$\overline{6}$	$\overline{16}$	$\overline{4}$	$\overline{14}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{10}$	$\overline{20}$	$\overline{8}$	$\overline{18}$	$\overline{6}$	$\overline{16}$	$\overline{4}$	$\overline{14}$	$\overline{2}$	$\overline{12}$
$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$	$\overline{0}$	$\overline{11}$
$\overline{12}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{14}$	$\overline{4}$	$\overline{16}$	$\overline{6}$	$\overline{18}$	$\overline{8}$	$\overline{20}$	$\overline{10}$	$\overline{0}$	$\overline{12}$	$\overline{2}$	$\overline{14}$	$\overline{4}$	$\overline{16}$	$\overline{6}$	$\overline{18}$	$\overline{8}$	$\overline{20}$	$\overline{10}$
$\overline{13}$	$\overline{0}$	$\overline{13}$	$\overline{4}$	$\overline{17}$	$\overline{8}$	$\overline{21}$	$\overline{12}$	$\overline{3}$	$\overline{16}$	$\overline{7}$	$\overline{20}$	$\overline{11}$	$\overline{2}$	$\overline{15}$	$\overline{6}$	$\overline{19}$	$\overline{10}$	$\overline{1}$	$\overline{14}$	$\overline{5}$	$\overline{18}$	$\overline{9}$
$\overline{14}$	$\overline{0}$	$\overline{14}$	$\overline{6}$	$\overline{20}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{18}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{16}$	$\overline{8}$	$\overline{0}$	$\overline{14}$	$\overline{6}$	$\overline{20}$	$\overline{12}$	$\overline{4}$	$\overline{18}$	$\overline{10}$	$\overline{2}$	$\overline{16}$	$\overline{8}$
$\overline{15}$	$\overline{0}$	$\overline{15}$	$\overline{8}$	$\overline{1}$	$\overline{16}$	$\overline{9}$	$\overline{2}$	$\overline{17}$	$\overline{10}$	$\overline{3}$	$\overline{18}$	$\overline{11}$	$\overline{4}$	$\overline{19}$	$\overline{12}$	$\overline{5}$	$\overline{20}$	$\overline{13}$	$\overline{6}$	$\overline{21}$	$\overline{14}$	$\overline{7}$
$\overline{16}$	$\overline{0}$	$\overline{16}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{20}$	$\overline{14}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{18}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$	$\overline{0}$	$\overline{16}$	$\overline{10}$	$\overline{4}$	$\overline{20}$	$\overline{14}$	$\overline{8}$	$\overline{2}$	$\overline{18}$	$\overline{12}$	$\overline{6}$
$\overline{17}$	$\overline{0}$	$\overline{17}$	$\overline{12}$	$\overline{7}$	$\overline{2}$	$\overline{19}$	$\overline{14}$	$\overline{9}$	$\overline{4}$	$\overline{21}$	$\overline{16}$	$\overline{11}$	$\overline{6}$	$\overline{1}$	$\overline{18}$	$\overline{13}$	$\overline{8}$	$\overline{3}$	$\overline{20}$	$\overline{15}$	$\overline{10}$	5
$\overline{18}$	$\overline{0}$	$\overline{18}$	$\overline{14}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{20}$	$\overline{16}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{18}$	$\overline{14}$	$\overline{10}$	$\overline{6}$	$\overline{2}$	$\overline{20}$	$\overline{16}$	$\overline{12}$	$\overline{8}$	$\overline{4}$
$\overline{19}$	$\overline{0}$	$\overline{19}$	$\overline{16}$	$\overline{13}$	$\overline{10}$	$\overline{7}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{20}$	$\overline{17}$	$\overline{14}$	$\overline{11}$	$\overline{8}$	$\overline{5}$	$\overline{2}$	$\overline{21}$	$\overline{18}$	$\overline{15}$	$\overline{12}$	$\overline{9}$	$\overline{6}$	$\overline{3}$
$\overline{20}$	$\overline{0}$	$\overline{20}$	$\overline{18}$	$\overline{16}$	$\overline{14}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{20}$	$\overline{18}$	$\overline{16}$	$\overline{14}$	$\overline{12}$	$\overline{10}$	$\overline{8}$	$\overline{6}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{21}$	$\overline{0}$	$\overline{21}$	$\overline{20}$	$\overline{19}$	$\overline{18}$	$\overline{17}$	$\overline{16}$	$\overline{15}$	$\overline{14}$	$\overline{13}$	$\overline{12}$	$\overline{11}$	$\overline{10}$	$\overline{9}$	$\overline{8}$	$\overline{7}$	$\overline{6}$	$\overline{5}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Berdasarkan Tabel 4.4 diperoleh himpunan pembagi nol dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ adalah $Z(\mathbb{Z}_{22}) = \{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{16}, \overline{18}, \overline{20}\}$. Karena graf total merupakan graf yang akan terhubung langsung jika dan hanya jika x, y anggota dari ring dengan $x + y$ merupakan pembagi nol dari ring sehingga akan diperoleh keterhubungan antar titik pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ seperti pada Lampiran 3. Akibatnya akan didapatkan gambar dari $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\big)$ sebagai berikut:



Gambar 4.4 Graf Total Dari $\mathbb{Z}_{22}$

Dari Gambar 4.4 diperoleh derajat tiap titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{22}))$ adalah:

$\deg(\bar{0}) = 11$, $\deg(\bar{1}) = 11$, $\deg(\bar{2}) = 11$, $\deg(\bar{3}) = 11$,

$\deg(\bar{4}) = 11$, $\deg(\bar{5}) = 11$, $\deg(\bar{6}) = 11$, $\deg(\bar{7}) = 11$,

$\deg(\bar{8}) = 11$, $\deg(\bar{9}) = 11$, $\deg(\overline{10}) = 11$, $\deg(\overline{11}) = 11$,

$\deg(\overline{12}) = 11$, $\deg(\overline{13}) = 11$, $\deg(\overline{14}) = 11$, $\deg(\overline{15}) = 11$,

$\deg(\overline{16}) = 11$, $\deg(\overline{17}) = 11$, $\deg(\overline{18}) = 11$, $\deg(\overline{19}) = 11$,

$\deg(\overline{20}) = 11$ dan $\deg(\overline{21}) = 11$

Dari Gambar 4.4 juga diperoleh jarak terdekat tiap pasang titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{22}))$ adalah:

$d(\bar{0},\bar{1}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{2}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{3}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{4}) = 1$,

$d(\bar{0},\bar{5}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{6}) = 1$, $d(\bar{0},\bar{7}) = 2$, $d(\bar{0},\bar{8}) = 1$,

$d(\bar{0},\bar{9}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{10}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{11}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{12}) = 2$,

$d(\bar{0},\overline{13}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{14}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{15}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{16}) = 2$,

$d(\bar{0},\overline{17}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{18}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{19}) = 2$, $d(\bar{0},\overline{20}) = 2$,

$d(\bar{0},\overline{21}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{2}) = 2$, $d(\bar{1},\bar{3}) = 1$, $d(\bar{1},\bar{4}) = 1$,

$d(\bar{1},\bar{5})=1,$	$d(\bar{1},\bar{6})=2,$	$d(\bar{1},\bar{7})=1,$	$d(\bar{1},\bar{8})=2,$
$d(\bar{1},\bar{9})=1,$	$d(\bar{1},\overline{10})=1,$	$d(\bar{1},\overline{11})=1,$	$d(\bar{1},\overline{12})=1,$
$d(\bar{1},\overline{13})=1,$	$d(\bar{1},\overline{14})=1,$	$d(\bar{1},\overline{15})=1,$	$d(\bar{1},\overline{16})=1,$
$d(\bar{1},\overline{17})=1,$	$d(\bar{1},\overline{18})=1,$	$d(\bar{1},\overline{19})=1,$	$d(\bar{1},\overline{20})=1,$
$d(\bar{1},\overline{21})=1,$	$d(\bar{2},\bar{3})=1,$	$d(\bar{2},\bar{4})=1,$	$d(\bar{2},\bar{5})=2,$
$d(\bar{2},\bar{6})=1,$	$d(\bar{2},\bar{7})=2,$	$d(\bar{2},\bar{8})=1,$	$d(\bar{2},\bar{9})=2,$
$d(\bar{2},\overline{10})=2,$	$d(\bar{2},\overline{11})=2,$	$d(\bar{2},\overline{12})=2,$	$d(\bar{2},\overline{13})=2,$
$d(\bar{2},\overline{14})=2,$	$d(\bar{2},\overline{15})=2,$	$d(\bar{2},\overline{16})=2,$	$d(\bar{2},\overline{17})=2,$
$d(\bar{2},\overline{18})=2,$	$d(\bar{2},\overline{19})=2,$	$d(\bar{2},\overline{20})=2,$	$d(\bar{2},\overline{21})=2,$
$d(\bar{3},\bar{4})=2,$	$d(\bar{3},\bar{5})=1,$	$d(\bar{3},\bar{6})=2,$	$d(\bar{3},\bar{7})=1,$
$d(\bar{3},\bar{8})=2,$	$d(\bar{3},\bar{9})=1,$	$d(\bar{3},\overline{10})=1,$	$d(\bar{3},\overline{11})=1,$
$d(\bar{3},\overline{12})=1,$	$d(\bar{3},\overline{13})=1,$	$d(\bar{3},\overline{14})=1,$	$d(\bar{3},\overline{15})=1,$
$d(\bar{3},\overline{16})=1,$	$d(\bar{3},\overline{17})=1,$	$d(\bar{3},\overline{18})=1,$	$d(\bar{3},\overline{19})=1,$
$d(\bar{3},\overline{20})=1,$	$d(\bar{3},\overline{21})=1,$	$d(\bar{4},\bar{5})=2,$	$d(\bar{4},\bar{6})=1,$
$d(\bar{4},\bar{7})=2,$	$d(\bar{4},\bar{8})=1,$	$d(\bar{4},\bar{9})=2,$	$d(\bar{4},\overline{10})=2,$
$d(\bar{4},\overline{11})=2,$	$d(\bar{4},\overline{12})=2,$	$d(\bar{4},\overline{13})=2,$	$d(\bar{4},\overline{14})=2,$
$d(\bar{4},\overline{15})=2,$	$d(\bar{4},\overline{16})=2,$	$d(\bar{4},\overline{17})=2,$	$d(\bar{4},\overline{18})=2,$
$d(\bar{4},\overline{19})=2,$	$d(\bar{4},\overline{20})=2,$	$d(\bar{4},\overline{21})=2,$	$d(\bar{5},\bar{6})=2,$
$d(\bar{5},\bar{7})=1,$	$d(\bar{5},\bar{8})=2,$	$d(\bar{5},\bar{9})=1,$	$d(\bar{5},\overline{10})=1,$
$d(\bar{5},\overline{11})=1,$	$d(\bar{5},\overline{12})=1,$	$d(\bar{5},\overline{13})=1,$	$d(\bar{5},\overline{14})=1,$
$d(\bar{5},\overline{15})=1,$	$d(\bar{5},\overline{16})=1,$	$d(\bar{5},\overline{17})=1,$	$d(\bar{5},\overline{18})=1,$
$d(\bar{5},\overline{19})=1,$	$d(\bar{5},\overline{20})=1,$	$d(\bar{5},\overline{21})=1,$	$d(\bar{6},\bar{7})=2,$
$d(\bar{6},\bar{8})=1,$	$d(\bar{6},\bar{9})=1,$	$d(\bar{6},\overline{10})=1,$	$d(\bar{6},\overline{11})=1,$

$d(\bar{6},\overline{12}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{13}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{14}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{15}) = 1,$
$d(\bar{6},\overline{16}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{17}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{18}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{19}) = 1,$
$d(\bar{6},\overline{20}) = 1,$	$d(\bar{6},\overline{21}) = 1,$	$d(\bar{7},\bar{8}) = 1,$	$d(\bar{7},\bar{9}) = 1,$
$d(\bar{7},\overline{10}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{11}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{12}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{13}) = 1,$
$d(\bar{7},\overline{14}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{15}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{16}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{17}) = 1,$
$d(\bar{7},\overline{18}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{19}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{20}) = 1,$	$d(\bar{7},\overline{21}) = 1,$
$d(\bar{8},\bar{9}) = 2,$	$d(\bar{8},\overline{10}) = 1,$	$d(\bar{8},\overline{11}) = 2,$	$d(\bar{8},\overline{12}) = 1,$
$d(\bar{8},\overline{13}) = 2,$	$d(\bar{8},\overline{14}) = 1,$	$d(\bar{8},\overline{15}) = 2,$	$d(\bar{8},\overline{16}) = 1,$
$d(\bar{8},\overline{17}) = 2,$	$d(\bar{8},\overline{18}) = 1,$	$d(\bar{8},\overline{19}) = 2,$	$d(\bar{8},\overline{20}) = 1,$
$d(\bar{8},\overline{21}) = 2,$	$d(\bar{9},\overline{10}) = 2,$	$d(\bar{9},\overline{11}) = 1,$	$d(\bar{9},\overline{12}) = 2,$
$d(\bar{9},\overline{13}) = 1,$	$d(\bar{9},\overline{14}) = 2,$	$d(\bar{9},\overline{15}) = 1,$	$d(\bar{9},\overline{16}) = 2,$
$d(\bar{9},\overline{17}) = 1,$	$d(\bar{9},\overline{18}) = 2,$	$d(\bar{9},\overline{19}) = 1,$	$d(\bar{9},\overline{20}) = 2,$
$d(\bar{9},\overline{21}) = 1,$	$d(\overline{10},\overline{11}) = 2,$	$d(\overline{10},\overline{12}) = 1,$	$d(\overline{10},\overline{13}) = 2,$
$d(\overline{10},\overline{14}) = 1,$	$d(\overline{10},\overline{15}) = 2,$	$d(\overline{10},\overline{16}) = 1,$	$d(\overline{10},\overline{17}) = 2,$
$d(\overline{10},\overline{18}) = 1,$	$d(\overline{10},\overline{19}) = 2,$	$d(\overline{10},\overline{20}) = 1,$	$d(\overline{10},\overline{21}) = 2,$
$d(\overline{11},\overline{12}) = 2,$	$d(\overline{11},\overline{13}) = 1,$	$d(\overline{11},\overline{14}) = 2,$	$d(\overline{11},\overline{15}) = 1,$
$d(\overline{11},\overline{16}) = 2,$	$d(\overline{11},\overline{17}) = 1,$	$d(\overline{11},\overline{18}) = 2,$	$d(\overline{11},\overline{19}) = 1,$
$d(\overline{11},\overline{20}) = 2,$	$d(\overline{11},\overline{21}) = 1,$	$d(\overline{12},\overline{13}) = 2,$	$d(\overline{12},\overline{14}) = 1,$
$d(\overline{12},\overline{15}) = 2,$	$d(\overline{12},\overline{16}) = 1,$	$d(\overline{12},\overline{17}) = 2,$	$d(\overline{12},\overline{18}) = 1,$
$d(\overline{12},\overline{19}) = 2,$	$d(\overline{12},\overline{20}) = 1,$	$d(\overline{12},\overline{21}) = 1,$	$d(\overline{13},\overline{14}) = 2,$
$d(\overline{13},\overline{15}) = 1,$	$d(\overline{13},\overline{16}) = 2,$	$d(\overline{13},\overline{17}) = 1,$	$d(\overline{13},\overline{18}) = 2,$
$d(\overline{13},\overline{19}) = 1,$	$d(\overline{13},\overline{20}) = 2,$	$d(\overline{13},\overline{21}) = 1,$	$d(\overline{14},\overline{15}) = 2,$
$d(\overline{14},\overline{16}) = 1,$	$d(\overline{14},\overline{17}) = 2,$	$d(\overline{14},\overline{18}) = 1,$	$d(\overline{14},\overline{19}) = 2,$

$\mathrm{d}(\overline{14},\overline{20}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{14},\overline{21}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{15},\overline{16}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{15},\overline{17}) = 1,$

$\mathrm{d}(\overline{15},\overline{18}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{15},\overline{19}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{15},\overline{20}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{15},\overline{21}) = 1,$

$\mathrm{d}(\overline{16},\overline{17}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{16},\overline{18}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{16},\overline{19}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{16},\overline{20}) = 1,$

$\mathrm{d}(\overline{16},\overline{21}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{17},\overline{18}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{17},\overline{19}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{17},\overline{20}) = 2,$

$\mathrm{d}(\overline{17},\overline{21}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{18},\overline{19}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{18},\overline{20}) = 1,$ $\mathrm{d}(\overline{18},\overline{21}) = 2,$

$\mathrm{d}(\overline{19},\overline{20}) = 2,$ $\mathrm{d}(\overline{19},\overline{21}) = 1$ dan $\mathrm{d}(\overline{20},\overline{21}) = 2$

Dari data tersebut diperoleh pasangan titik terhubung langsung pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\big)$ ada sebanyak 121 dan pasangan titik tidak terhubung langsung pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\big)$ ada sebanyak 110. Sehingga diperoleh *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ sebagai berikut:

$$DD\left(T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\big)\right) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$\vdots$$

$$= 121 \cdot 2 \cdot 11 + 110 \cdot 4 \cdot 11$$

$$= 11^2 \cdot 2 \cdot 11 + (11^2 - 11) \cdot 4 \cdot 11$$

$$= 2 \cdot 11^3 + 4 \cdot 11^3 - 4 \cdot 11^2$$

$$= 6 \cdot 11^3 - 4 \cdot 11^2$$

Juga diperoleh *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ sebagai berikut:

$$Gut\left(T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\big)\right) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$\vdots$$

$$= 121 \cdot 11^2 \cdot 1 + 110 \cdot 11^2 \cdot 2$$

$$= 11^2 \cdot 11^2 + (11^2 - 11) \cdot 11^2 \cdot 2$$

$= 11^4 + 2 \cdot (11^4 - 11^3)$

$= 11^4 + 2 \cdot 11^4 - 2 \cdot 11^3$

$= 3 \cdot 11^4 - 2 \cdot 11^3$

Proses perhitungan terkait *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ selengkapnya pada Lampiran 3.

4.5 *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$

Untuk menentukan rumus umum dari *Degree Distance* dan *Gutman Index* diperlukan data-data pendukung yang menunjang pembuktian terhadap rumus umum dari *Degree Distance* dan *Gutman Index*. Berdasarkan perhitungan *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ dengan $p = 3,5,7$ dan 11 yang telah dilakukan sebelumnya, diperoleh:

Tabel 4.5 Pola Himpunan Pembagi Nol Pada $\mathbb{Z}_{2p}$

p	$Z(\mathbb{Z}_{2p})$
3	$Z(\mathbb{Z}_6) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$
5	$Z(\mathbb{Z}_{10}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}\}$
7	$Z(\mathbb{Z}_{14}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{12}\}$
11	$Z(\mathbb{Z}_{22}) = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \overline{10}, \overline{11}, \overline{12}, \overline{14}, \overline{16}, \overline{18}, \overline{20}\}$
$\vdots$	$\vdots$
p	$Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{p}, \overline{2n} \mid n = 0,1,2, \dots, p-1\}$

Sehingga diperoleh dugaan bahwa $Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{p}, \overline{2n} \mid n = 0,1,2, \dots, p-1\}$.

Teorema 4.1

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$. Himpunan pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah:

$$Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{p}, \overline{2n} | n = 0,1,2, \dots, p-1\}$$

Bukti:

Jelas bahwa $0 \in Z(\mathbb{Z}_{2p})$ karena $0 \cdot y = 0(\text{mod } 2p), \forall y \in \mathbb{Z}_{2p}$. Akan dibuktikan bahwa $\overline{2q}$ dengan $q = 1,2, \dots, p-1$ merupakan pembagi nol. Perhatikan bahwa terdapat $p \in \mathbb{Z}_{2p}$ di mana $2q \cdot p = 2p \cdot q = 0(\text{mod } 2p)$ sehingga jelas bahwa $\overline{2q}$ dengan $q = 1,2, \dots, p-1$ merupakan pembagi nol. Akibatnya $\bar{p}$ merupakan pembagi nol karena $2q \cdot p = p \cdot 2q = 0(\text{mod } 2p)$. Selanjutnya akan dibuktikan bahwa semua bilangan ganjil kecuali p atau $\overline{2q-1}$ dengan $q = 1,2, \dots, p-1$ dan $q \neq \frac{p+1}{2}$, jelas bahwa faktor dari $2p$ di $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah 1,2 dan p karena $\overline{2q-1}$ merupakan bilangan ganjil dan bukan merupakan kelipatan p, maka 2 dan p jelas bukan merupakan faktor dari $\overline{2q-1}$ sehingga $(\overline{2q-1}, \overline{2p}) = 1$ akibatnya $2q-1$ dengan $2p$ relatif prima. Akibatnya $(\overline{2q-1}) \cdot y = 0(\text{mod } 2p)$ dengan $y \in \mathbb{Z}_{2p}$ hanya akan dipenuhi ketika $y = 0$, hal tersebut bertentangan dengan definisi pembagi nol yaitu suatu $x \in \mathbb{Z}_{2p}$ merupakan pembagi nol apabila memenuhi $x \cdot y = 0$ dengan $y \neq 0$, $y \in \mathbb{Z}_{2p}$, sehingga jelas bahwa $\overline{2q-1}$ dengan $q = 1,2, \dots, p-1$ dan $q \neq \frac{p+1}{2}$ bukan merupakan pembagi nol. Sehingga terbukti bahwa $Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{p}, \overline{2n} | n = 0,1,2, \dots, p-1\}$.

Akibat Teorema 4.1

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$, maka banyaknya pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah:

$$|Z(\mathbb{Z}_{2p})| = p + 1$$

Bukti:

Berdasarkan Teorema 4.1 telah dibuktikan bahwa $Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{p}, \overline{2n} | n = 0,1,2, \dots, p-1\}$, sehingga pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah p dan $2n | n = 0,1,2, \dots, p-1$ karena $2n$ ada sebanyak p dan banyaknya p pada $\mathbb{Z}_{2p}$ ada 1 maka jelas bahwa $|Z(\mathbb{Z}_{2p})| = p + 1$.

Berdasarkan perhitungan *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ dengan $p = 3,5,7$ dan 11 juga diperoleh:

Tabel 4.6 Pola Derajat Titik Pada Graf Total Dari $\mathbb{Z}_{2p}$

p	$\deg(u)$
3	$\deg(u) = 3, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_6)\right)\right)$
5	$\deg(u) = 5, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right)$
7	$\deg(u) = 7, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right)$
11	$\deg(u) = 11, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right)$
$\vdots$	$\vdots$
p	$\deg(u) = p, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$

Sehingga diperoleh dugaan bahwa $\deg(u) = p, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$.

Teorema 4.2

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$, dan misalkan u merupakan titik pada graf total dari $\mathbb{Z}_{2p}$. Derajat titik dari u adalah:

$$\deg(u) = p, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$$

Bukti:

Ambil sebarang $u, v \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$, diketahui bahwa x, y yang merupakan titik-titik pada graf total akan terhubung langsung jika dan hanya jika $x + y$

merupakan pembagi nol. Maka apabila u terhubung dengan v haruslah $u + v = Z(\mathbb{Z}_{2p})$ sehingga diperoleh $u + v = w, w \in Z(\mathbb{Z}_{2p})$ maka $v = w - u, w \in Z(\mathbb{Z}_{2p})$. Karena $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ tidak memiliki gelung atau *loop*, maka haruslah $u \neq v$. Andaikan $u = v$ maka $w = 2u$. Sehingga himpunan tetangga dari u atau titik yang akan terhubung langsung dengan u adalah $N(u) = \left\{ v \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) \middle| v = w - u, w \in Z(\mathbb{Z}_{2p}), w \neq 2u \right\}$. Akibatnya diperoleh banyaknya tetangga dari u bergantung dengan banyaknya elemen pada $Z(\mathbb{Z}_{2p})$ dengan satu pengecualian yaitu elemen pada $Z(\mathbb{Z}_{2p})$ tidak sama dengan $2u$ maka banyaknya tetangga dari u adalah banyaknya pembagi nol dikurangi dengan 1, sehingga diperoleh $|Z(\mathbb{Z}_{2p})| - 1$. Karena $|Z(\mathbb{Z}_{2p})| = p + 1$ maka $\deg(u) = |Z(\mathbb{Z}_{2p})| - 1 = p + 1 - 1 = p$. Jadi terbukti bahwa $\deg(u) = p$.

Berdasarkan perhitungan *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada graf total dari ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ dengan $p = 3,5,7$ dan 11 juga diperoleh:

Tabel 4.7 Pola Banyaknya Pasangan Titik Yang Terhubung, Terhubung Langsung Dan Tidak Terhubung Langsung Pada $\boldsymbol{T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)}$

p	Banyaknya pasangan titik yang terhubung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$	Banyaknya pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$	Banyaknya pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$
3	15	9	6
5	45	25	20
7	91	49	42
11	231	121	110
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p	$1+2+\cdots+(2p-1)$	p^2	p^2-p

Sehingga diperoleh dugaan bahwa banyaknya pasangan titik yang terhubung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah sebanyak $1+2+\cdots+(2p-1)$, banyaknya pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah sebanyak p^2 dan banyaknya pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah sebanyak p^2-p.

Teorema 4.3

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$, dan $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ merupakan graf total pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ maka pasangan titik yang terhubung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $1+2+\cdots+(2p-1)$.

Bukti:

Diketahui bahwa elemen dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah $\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \dots, \overline{(2p-1)}$. Sehingga setiap $\bar{x} \in \mathbb{Z}_{2p}$ akan mempunyai keterhubungan dengan $2p-1$ elemen dari $\mathbb{Z}_{2p}$ yang lain. Andaikan terdapat elemen pada $\mathbb{Z}_{2p}$ yang tidak terhubung dengan elemen yang lainnya, maka akan terdapat lebih dari satu komponen graf atau akan terdapat titik terasing pada graf tersebut. Berdasarkan Teorema 4.1 diketahui bahwa Pembagi nol dari $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah $Z(\mathbb{Z}_{2p}) = \{\bar{p}, \overline{2n} | n = 0,1,2, \dots, p-1\}$. Sehingga apabila terdapat $a, b, c, d \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$ dengan a dan c merupakan bilangan genap, serta b dan d merupakan bilangan ganjil. Perhatikan bahwa:

a) Sebarang elemen $a, c \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$ karena merupakan bilangan genap maka akan dapat dibentuk sebagai $a = 2k$, $c = 2l$ dengan $k, l \in \mathbb{Z}$ sehingga $a + c = 2k + 2l = 2(k + l)$, karena bernilai genap maka $a + c$ akan terhubung langsung

b) Sebarang elemen $b, d \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$ karena merupakan bilangan ganjil maka akan dapat dibentuk sebagai $b = 2k + 1$, $d = 2l + 1$ dengan $k, l \in \mathbb{Z}$ sehingga $b + d = 2k + 1 + 2l + 1 = 2(k + l + 1)$, karena bernilai genap maka $b + d$ akan terhubung langsung

c) Sebarang elemen $a, b, c, d \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$ karena a, c merupakan bilangan genap dan b, d merupakan bilangan ganjil maka akan dapat dibentuk sebagai $a = 2k$, $b = 2l + 1$, $c = 2m$ dan $d = 2n + 1$ dengan $k, l, m, n \in \mathbb{Z}$ sehingga $a + b = 2k + 2l + 1 = 2(k + l) + 1$, $a + d = 2k + 2n + 1 = 2(k + n) + 1$, $b + c = 2l + 1 + 2m = 2(l + m) + 1$, $c + d = 2m + 2n + 1 = 2(m + n) + 1$ karena bernilai ganjil maka masing-masing tidak akan terhubung langsung apabila tidak bernilai p.

Diketahui bahwa elemen-elemen pada $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah $\{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \dots, \overline{p-2}, \overline{p-1}, \overline{p}, \overline{p+1}, \overline{p+2}, \dots, \overline{2p-2}, 2\overline{p-1}\}$.

Perhatikan bahwa:

Ambil $\overline{p} \in \mathbb{Z}_{2p}$ maka akan diperoleh $\overline{0} \in \mathbb{Z}_{2p}$ di mana $\overline{0} + \overline{p} = \overline{p}$ dengan $\overline{0}$ genap dan $\overline{p}$ ganjil, karena $\mathbb{Z}_{2p}$ merupakan ring yang mempunyai sifat tertutup maka $\forall \overline{a} \in \mathbb{Z}_{2p}, \exists \overline{b} \in \mathbb{Z}_{2p}$ dengan $\overline{a}$ genap dan $\overline{b}$ ganjil atau $\overline{a}$ ganjil dan $\overline{b}$ genap di mana $\overline{a} + \overline{b} = \overline{p}$.

Sehingga terbukti bahwa pasangan titik yang terhubung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $1 + 2 + \cdots + (2p - 1)$.

Teorema 4.4

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$, dan $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ merupakan graf total pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ maka pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak p^2.

Bukti:

Berdasarkan Teorema 4.3 diketahui bahwa tiap elemen genap pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ akan terhubung langsung dengan elemen genap dan satu elemen ganjil serta tiap elemen ganjil pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ akan terhubung langsung dengan elemen ganjil dan satu elemen genap. Diketahui bahwa elemen-elemen pada $\mathbb{Z}_{2p}$ adalah $\{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \dots, \overline{p-2}, \overline{p-1}, \overline{p}, \overline{p+1}, \overline{p+2}, \dots, \overline{2p-2}, 2\overline{p-1}\}$. Perhatikan bahwa: $\overline{0} + \overline{p} = \overline{p} (\mathrm{mod}\ 2p)$, $\overline{1} + \overline{p-1} = \overline{p} (\mathrm{mod}\ 2p)$, $\overline{2} + \overline{p-2} = \overline{p} (\mathrm{mod}\ 2p)$, ... , $\overline{p+1} + \overline{2p-1} = \overline{p} (\mathrm{mod}\ 2p)$, $\overline{p+2} + \overline{2p-2} = \overline{p} (\mathrm{mod}\ 2p)$ sehingga tiap elemen genap akan memiliki pasangan elemen ganjil yang berbeda akibatnya terdapat sebanyak p pasangan elemen genap dan elemen ganjil yang akan terhubung langsung. Kemudian pada $\mathbb{Z}_{2p}$ terdapat sebanyak p elemen genap, karena berdasarkan Teorema 4.3 elemen genap akan terhubung langsung dengan elemen genap maka banyaknya pasangan elemen genap yang terhubung langsung ada sebanyak $1 + 2 + \cdots + (p - 1)$ berdasarkan Teorema 4.3 juga diperoleh banyaknya pasangan elemen ganjil yang terhubung langsung ada sebanyak $1 + 2 + \cdots + (p - 1)$ sehingga banyaknya elemen yang akan terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $p + 1 + 2 + \cdots + (p - 1) + 1 + 2 + \cdots + (p - 1) = p + 2\big(1 + 2 + \cdots + (p - 1)\big) = p + 2 + 4 + \cdots + 2(p - 1) = p + 2 + 4 + \cdots + 2p - 2 = p + 2 - 2 + 4 - 4 + \cdots + 2p + 2p = p + 2p + 2p + 2p + \cdots$. Karena $1 + 2 + \cdots + (p - 1)$ ada sebanyak $p - 1$, yang mana $p - 1$ adalah genap sehingga diperoleh $p - 1 = 2x, x \in \mathbb{Z}$, sehingga $1 + 2 + \cdots + (p - 1)$ dapat diubah menjadi $1 + 2 + \cdots + x + (p - x) + \cdots + (p - 1)$ maka akan diperoleh $p + x2p = p + \frac{p-1}{2}2p = p + p^2 - p = p^2$. Sehingga terbukti bahwa pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak p^2.

Akibat Teorema 4.4

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$, dan $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ merupakan graf total pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ maka pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $p^2 - p$.

Bukti:

Berdasarkan Teorema 4.3 diketahui bahwa pasangan titik yang terhubung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $1+2+\cdots+(2p-1)$ dan berdasarkan Teorema 4.4 diketahui bahwa pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak p^2 maka pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $1+2+\cdots+(2p-1)-p^2$, karena $1+2+\cdots+(2p-1)$ ada sepanjang $2p-1$, yang mana $2p-1$ adalah genap sehingga diperoleh $2p-1=2x, x\in\mathbb{Z}$, sehingga $1+2+\cdots+(2p-1)$ dapat diubah menjadi $1+2+\cdots+x+(2p-x)+\cdots+(2p-1)=1+2+\cdots+x+2p-x+\cdots+2p-1=1-1+2-2+\cdots+x-x+\cdots+2p+2p+2p$ maka akan diperoleh $x2p=\frac{2p-1}{2}2p=(2p-1)p=2p^2-p$. Akibatnya banyaknya pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah $2p^2-p-p^2=p^2-p$. Sehingga terbukti bahwa pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak p^2-p.

4.5.1 *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$

Berdasarkan teorema serta akibat yang telah dibuktikan maka akan diperoleh:

Teorema 4.5

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p\geq 3$, dan $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ merupakan graf total pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ maka *degree distance index* dari $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah:

$$DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)=6p^3-4p^2$$

Bukti:

Berdasarkan

, Teorema 4.4 serta akibat dari Teorema 4.4 yang masing-masing diperoleh $\deg(u) = p, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$, pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak p^2 serta pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $p^2 - p$ maka *degree distance index* dari $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah:

$$
\begin{aligned}
DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) &= \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)} (\deg(u) + \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&\quad + \sum_{\substack{w\neq u, x\neq v \\ x \notin N(w) \\ \{w,x\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)}} (\deg(w) + \deg(x)) \cdot \mathrm{d}(w,x) \\
&= \left((p+p)\cdot 1\right)p^2 + \left((p+p)\cdot 2\right)(p^2 - p) \\
&= 2p \cdot p^2 + 4p \cdot (p^2 - p) \\
&= 2p^3 + 4p^3 - 4p^2 \\
&= 6p^3 - 4p^2
\end{aligned}
$$

Sehingga terbukti bahwa $DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 6p^3 - 4p^2$.

4.5.2 *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$

Berdasarkan teorema serta akibat yang telah dibuktikan maka akan diperoleh:

Teorema 4.6

Misalkan p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$, dan $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ merupakan graf total pada ring komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ maka *gutman index* dari $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 3p^4 - 2p^3$$

Bukti:

Berdasarkan

, Teorema 4.4 serta akibat dari Teorema 4.4 yang masing-masing diperoleh $\deg(u) = p, u \in V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)$, pasangan titik yang terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak p^2 serta pasangan titik yang tidak terhubung langsung pada $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ ada sebanyak $p^2 - p$ maka *gutman index* dari $T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)$ adalah:

$$\begin{aligned}
Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) &= \sum_{\{u,v\} \subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= \sum_{\{u,v\} \subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&\quad + \sum_{\substack{w \neq u, x \neq v \\ x \notin N(w) \\ \{w,x\} \subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right)}} (\deg(w) \cdot \deg(x)) \cdot \mathrm{d}(w,x) \\
&= \left((p \cdot p) \cdot 1\right)p^2 + \left((p \cdot p) \cdot 2\right)(p^2 - p) \\
&= p^2 \cdot p^2 + 2p^2 \cdot (p^2 - p) \\
&= p^4 + 2p^4 - 2p^3 \\
&= 3p^4 - 2p^3
\end{aligned}$$

Sehingga terbukti bahwa $Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 3p^4 - 2p^3$.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, bentuk umum *Degree Distance Index* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$ sebagai berikut:

1. Bentuk umum *Degree Distance Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$ adalah:

$$DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 6p^3 - 4p^2$$

2. Bentuk umum *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$, di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$ adalah:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{2p})\right)\right) = 3p^4 - 2p^3$$

5.2 Saran untuk Penelitian Lanjutan

Penelitian ini hanya membahas tentang *Distance Index* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$ di mana p merupakan bilangan prima dengan $p \geq 3$. Penelitian selanjutnya diharap untuk meneliti indeks topologi yang lain atau dengan indeks topologi yang sama tetapi dengan graf pada ring yang berbeda.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir. (2007). *Matematika dalam Al-Qur'an.* Malang: UIN Malang Press.

Agnes, V. S. (2015). Degree Distance and Gutman Index of Corona Product of Graphs. *Transactions on Combinatorics*, 11-23.

Al-Qur'an dan Terjemahnya. (2019). Jakarta: Badan Litbang dan Diklat Kementrian Agama RI.

Anderson, D. F., & Badawi, A. (2008). The total graph of a commutative ring. *Journal of Algebra 320*, 2706–2719.

Asmara, A. P. (2016). Kajian Integrasi Nilai-Nilai Karakter Islami Dengan Kimia Dalam Materi Kimia Karbon. *Jurnal Pendidikan Sains*, 1-11.

Azari, M. (2018). On The Gutman Index of Thorn Graphs. *Kragujevac J. Sci.*, 33-48.

Bondy, J. A., & Murty, U. (1982). *Graph Theory With Applications.* New York: Elsevier Science Publishing Co., Inc.

Chelvam, T. T., & Asir, T. (2011). A note on total graph of Zn. *Journal of Discrete Mathematical Sciences and Cryptography*, 1-7.

Dobrynin, A. A., & Kochetova, A. A. (1994). Degree Distance of a Graph A Degree Analogue of the Wiener Index. *J. Chem. Inf. Comput. Sci*, 1082-1086.

Dummit, D. S., & Foote, R. M. (2004). *Abstract Algebra Third Edition.* United States of America: Wiley and Sons, Inc.

Galian, J. A. (2013). *Contemporary Abstract Algebra.* Boston, MA: Brooks/Cole Cengage Learning.

Gutman, I. (1994). Selected Properties of the Schultz Molecular Topological Index . *J. Chem. Inf. Comput. Sci*, 1087-1089.

Ilić, A., Stevanović, D., Feng, L., Yu, G., & Dankelmann, P. (2011). Degree distance of unicyclic and bicyclic graphs. *Discrete Applied Mathematics*, 779-788.

Joshi, K. D. (1989). *Foundations of Discrete Mathematics.* New Delhi: New Age International (P) Limited Publishers.

Mirzaqon, A., & Purwoko, B. (2018). Studi Kepustakaan Mengenai Landasan Teori dan Praktik Konseling Expressive Writing. *Jurnal BK Unesa*, 1-8.

Munir, R. (2012). *Matematika Diskrit.* Bandung: Informatika Bandung.

Siyoto, S., & Sodik, M. A. (2015). *Dasar Metodologi Penelitian.* Yogyakarta: Literasi Media Publishing.

Stoker, H. S. (2007). *General, Organic, and Biological Chemistry.* Boston: Houghton Mifflin Company.

Wiener, H. (1947). Structural Determination of Paraffin Boiling Points. *Journal of the American Chemical Society*, 17-20.

Wilson, R. J. (1972). *Introduction to Graph Theory*. Essex CM20 2JE, England: Oliver & Boyd.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Keterhubungan antar titik, *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\Gamma}(\mathbb{Z}_{\mathbf{10}}))$

Keterhubungan antar titik pada $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{\Gamma}(\mathbb{Z}_{\mathbf{10}}))$ sebagai berikut:

1. $\bar{0}+\bar{1}=\bar{1}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{1}$ tidak terhubung langsung
2. $\bar{0}+\bar{2}=\bar{2}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{2}$ terhubung langsung
3. $\bar{0}+\bar{3}=\bar{3}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{3}$ tidak terhubung langsung
4. $\bar{0}+\bar{4}=\bar{4}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
5. $\bar{0}+\bar{5}=\bar{5}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{5}$ terhubung langsung
6. $\bar{0}+\bar{6}=\bar{6}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{6}$ terhubung langsung
7. $\bar{0}+\bar{7}=\bar{7}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{7}$ tidak terhubung langsung
8. $\bar{0}+\bar{8}=\bar{8}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung
9. $\bar{0}+\bar{9}=\bar{9}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung
10. $\bar{1}+\bar{2}=\bar{3}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{2}$ tidak terhubung langsung
11. $\bar{1}+\bar{3}=\bar{4}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{3}$ terhubung langsung
12. $\bar{1}+\bar{4}=\bar{5}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
13. $\bar{1}+\bar{5}=\bar{6}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{5}$ terhubung langsung
14. $\bar{1}+\bar{6}=\bar{7}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{6}$ tidak terhubung langsung
15. $\bar{1}+\bar{7}=\bar{8}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{7}$ terhubung langsung
16. $\bar{1}+\bar{8}=\bar{9}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{8}$ tidak terhubung langsung
17. $\bar{1}+\bar{9}=\bar{0}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{9}$ terhubung langsung
18. $\bar{2}+\bar{3}=\bar{5}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{3}$ terhubung langsung
19. $\bar{2}+\bar{4}=\bar{6}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
20. $\bar{2}+\bar{5}=\bar{7}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{5}$ tidak terhubung langsung
21. $\bar{2}+\bar{6}=\bar{8}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{6}$ terhubung langsung
22. $\bar{2}+\bar{7}=\bar{9}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{7}$ tidak terhubung langsung
23. $\bar{2}+\bar{8}=\bar{0}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung
24. $\bar{2}+\bar{9}=\bar{1}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung
25. $\bar{3}+\bar{4}=\bar{7}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{3}$ dan titik $\bar{4}$ tidak terhubung langsung
26. $\bar{3}+\bar{5}=\bar{8}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{3}$ dan titik $\bar{5}$ terhubung langsung
27. $\bar{3}+\bar{6}=\bar{9}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{3}$ dan titik $\bar{6}$ tidak terhubung langsung
28. $\bar{3}+\bar{7}=\bar{0}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{3}$ dan titik $\bar{7}$ terhubung langsung
29. $\bar{3}+\bar{8}=\bar{1}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{3}$ dan titik $\bar{8}$ tidak terhubung langsung
30. $\bar{3}+\bar{9}=\bar{2}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{3}$ dan titik $\bar{9}$ terhubung langsung
31. $\bar{4}+\bar{5}=\bar{9}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{4}$ dan titik $\bar{5}$ tidak terhubung langsung
32. $\bar{4}+\bar{6}=\bar{0}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{4}$ dan titik $\bar{6}$ terhubung langsung
33. $\bar{4}+\bar{7}=\bar{1}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{4}$ dan titik $\bar{7}$ tidak terhubung langsung
34. $\bar{4}+\bar{8}=\bar{2}(\bmod 10)$ sehingga titik $\bar{4}$ dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung

35. $\bar{4}+\bar{9}=\bar{3}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{4}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung
36. $\bar{5}+\bar{6}=\bar{1}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{5}$ dan titik $\bar{6}$ tidak terhubung langsung
37. $\bar{5}+\bar{7}=\bar{2}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{5}$ dan titik $\bar{7}$ terhubung langsung
38. $\bar{5}+\bar{8}=\bar{3}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{5}$ dan titik $\bar{8}$ tidak terhubung langsung
39. $\bar{5}+\bar{9}=\bar{4}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{5}$ dan titik $\bar{9}$ terhubung langsung
40. $\bar{6}+\bar{7}=\bar{3}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{6}$ dan titik $\bar{7}$ tidak terhubung langsung
41. $\bar{6}+\bar{8}=\bar{4}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{6}$ dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung
42. $\bar{6}+\bar{9}=\bar{5}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{6}$ dan titik $\bar{9}$ terhubung langsung
43. $\bar{7}+\bar{8}=\bar{5}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{7}$dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung
44. $\bar{7}+\bar{9}=\bar{6}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{7}$ dan titik $\bar{9}$ terhubung langsung
45. $\bar{8}+\bar{9}=\bar{7}(\text{mod } 10)$ sehingga titik $\bar{8}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung

Degree Distance Index pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right) &= \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right)} (\deg(u)+\deg(v))\cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{1}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) \\
&\quad + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{4}))\cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{0})+\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{0},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{0})+ \\
&\quad \deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{6}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{7}) + \\
&\quad (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{8}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{9}) \\
&\quad + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{3}))\cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{1})+\right. \\
&\quad \left.\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{1},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{6}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{7}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{8}) \\
&\quad + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{9}) + (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{3}))\cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{2})+\right. \\
&\quad \left.\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{2},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{6}) + \\
&\quad (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{7}) + (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{8}) \\
&\quad + (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{9}) + (\deg(\bar{3})+\deg(\bar{4}))\cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{3})+\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{3},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{3})+ \\
&\quad \deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{6}) + (\deg(\bar{3})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{7}) + \\
&\quad (\deg(\bar{3})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{8}) + (\deg(\bar{3})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{9}) \\
&\quad + \left(\deg(\bar{4})+\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{4},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{4})+\deg(\bar{6}))\cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{4},\bar{6}) + (\deg(\bar{4})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{7}) + (\deg(\bar{4})+ \\
&\quad \deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{8}) + (\deg(\bar{4})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{4},\bar{9}) + \\
&\quad \left(\deg(\bar{5})+\deg(\bar{6})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{5},\bar{6}\right) + \left(\deg(\bar{5})+\deg(\bar{7})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{5},\bar{7}\right) \\
&\quad + \left(\deg(\bar{5})+\deg(\bar{8})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{5},\bar{8}\right) + \left(\deg(\bar{5})+\deg(\bar{9})\right)\cdot \\
&\quad \mathrm{d}\left(\bar{5},\bar{9}\right) + (\deg(\bar{6})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\bar{7}) + (\deg(\bar{6})+ \\
&\quad \deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\bar{8}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\bar{9}) +
\end{aligned}
$$

$$(\deg(\bar{7}) + \deg(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \bar{8}) + \left(\deg(\bar{7}) + \deg(\overline{9)}\right) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \bar{9}) + (\deg(\bar{8}) + \deg(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \bar{9})$$

$$= (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 1 + (5+5)\cdot 2$$

$$= 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 1 + 2\cdot 5\cdot 2$$

$$= 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 2\cdot 5 + 4\cdot 5$$

$$= 25\cdot 2\cdot 5 + 6\cdot 4\cdot 5$$

$$= 5^2\cdot 2\cdot 5 + (5^2 - 5)\cdot 4\cdot 5$$

$$= 2\cdot 5^3 + 4\cdot 5^3 - 4\cdot 5^2$$

$$= 6\cdot 5^3 - 4\cdot 5^2$$

Gutman Index pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{10}$ sebagai berikut:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{10})\right)\right)} (\deg(u)\cdot\deg(v))\cdot\mathrm{d}(u,v)$$

$$= (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{1}))\cdot\mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{2}))\cdot\mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot\mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot\mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{5})\right)\cdot\mathrm{d}\left(\bar{0},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot\mathrm{d}(\bar{0},\bar{6}) +$$

$$
\begin{aligned}
&(\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{0},\bar{7}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{0},\bar{8}) + \\
&(\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{0},\bar{9}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{2}))\cdot d(\bar{1},\bar{2}) + \\
&(\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot d(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot d(\bar{1},\bar{4}) + \\
&(\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot d(\bar{1},\bar{5}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot d(\bar{1},\bar{6}) + \\
&(\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{1},\bar{7}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{1},\bar{8}) + \\
&(\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{1},\bar{9}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot d(\bar{2},\bar{3}) + \\
&(\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot d(\bar{2},\bar{4}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot d(\bar{2},\bar{5}) + \\
&(\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot d(\bar{2},\bar{6}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{2},\bar{7}) + \\
&(\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{2},\bar{8}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{2},\bar{9}) + \\
&(\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot d(\bar{3},\bar{4}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot d(\bar{3},\bar{5}) + \\
&(\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot d(\bar{3},\bar{6}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{3},\bar{7}) + \\
&(\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{3},\bar{8}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{3},\bar{9}) + \\
&(\deg(\bar{4})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot d(\bar{4},\bar{5}) + (\deg(\bar{4})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot d(\bar{4},\bar{6}) + \\
&(\deg(\bar{4})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{4},\bar{7}) + (\deg(\bar{4})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{4},\bar{8}) + \\
&(\deg(\bar{4})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{4},\bar{9}) + (\deg(\bar{5})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot d(\bar{5},\bar{6}) + \\
&(\deg(\bar{5})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{5},\bar{7}) + (\deg(\bar{5})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{5},\bar{8}) + \\
&(\deg(\bar{5})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{5},\bar{9}) + (\deg(\bar{6})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot d(\bar{6},\bar{7}) + \\
&(\deg(\bar{6})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{6},\bar{8}) + (\deg(\bar{6})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{6},\bar{9}) + \\
&(\deg(\bar{7})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot d(\bar{7},\bar{8}) + (\deg(\bar{7})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{7},\bar{9}) + \\
&(\deg(\bar{8})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot d(\bar{8},\bar{9}) \\
=\ &(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot1 \\
&+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+ \\
&(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2 \\
&+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot1+ \\
&(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1 \\
&+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+ \\
&(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1 \\
&+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot2+ \\
&(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2+(5\cdot5)\cdot1 \\
&+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot1+(5\cdot5)\cdot2 \\
=\ &5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot2+ \\
&5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot2+ \\
&5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+ \\
&5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+ \\
&5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+ \\
&5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot2+5^2\cdot1+5^2\cdot1+ \\
&5^2\cdot1+5^2\cdot1+5^2\cdot2 \\
=\ &25\cdot5^2\cdot1+20\cdot5^2\cdot2 \\
=\ &5^2\cdot5^2+(5^2-5)\cdot5^2\cdot2 \\
=\ &5^4+2\cdot(5^4-5^3)
\end{aligned}
$$

$$= 5^4 + 2 \cdot 5^4 - 2 \cdot 5^3$$
$$= 3 \cdot 5^4 - 2 \cdot 5^3$$

Lampiran 2 Keterhubungan antar titik, *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada $\boldsymbol{T(\Gamma(\mathbb{Z}_{14}))}$

Keterhubungan antar titik pada $T(\Gamma(\mathbb{Z}_{14}))$ sebagai berikut:

1. $\bar{0} + \bar{1} = \bar{1} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{1}$ tidak terhubung langsung
2. $\bar{0} + \bar{2} = \bar{2} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{2}$ terhubung langsung
3. $\bar{0} + \bar{3} = \bar{3} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{3}$ tidak terhubung langsung
4. $\bar{0} + \bar{4} = \bar{4} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
5. $\bar{0} + \bar{5} = \bar{5} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{5}$ tidak terhubung langsung
6. $\bar{0} + \bar{6} = \bar{6} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{6}$ terhubung langsung
7. $\bar{0} + \bar{7} = \bar{7} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{7}$ terhubung langsung
8. $\bar{0} + \bar{8} = \bar{8} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung
9. $\bar{0} + \bar{9} = \bar{9} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung
10. $\bar{0} + \overline{10} = \overline{10} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
11. $\bar{0} + \overline{11} = \overline{11} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
12. $\bar{0} + \overline{12} = \overline{12} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
13. $\bar{0} + \overline{13} = \overline{13} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
14. $\bar{1} + \bar{2} = \bar{3} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{2}$ tidak terhubung langsung
15. $\bar{1} + \bar{3} = \bar{4} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{3}$ terhubung langsung
16. $\bar{1} + \bar{4} = \bar{5} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{4}$ tidak terhubung langsung
17. $\bar{1} + \bar{5} = \bar{6} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{5}$ terhubung langsung
18. $\bar{1} + \bar{6} = \bar{7} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{6}$ terhubung langsung
19. $\bar{1} + \bar{7} = \bar{8} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{7}$ terhubung langsung
20. $\bar{1} + \bar{8} = \bar{9} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{8}$ tidak terhubung langsung
21. $\bar{1} + \bar{9} = \overline{10} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\bar{9}$ terhubung langsung
22. $\bar{1} + \overline{10} = \overline{11} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
23. $\bar{1} + \overline{11} = \overline{12} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
24. $\bar{1} + \overline{12} = \overline{13} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
25. $\bar{1} + \overline{13} = \bar{0} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{1}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
26. $\bar{2} + \bar{3} = \bar{5} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{3}$ tidak terhubung langsung
27. $\bar{2} + \bar{4} = \bar{6} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
28. $\bar{2} + \bar{5} = \bar{7} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{5}$ terhubung langsung
29. $\bar{2} + \bar{6} = \bar{8} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{6}$ terhubung langsung
30. $\bar{2} + \bar{7} = \bar{9} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{7}$ tidak terhubung langsung
31. $\bar{2} + \bar{8} = \overline{10} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{8}$ terhubung langsung
32. $\bar{2} + \bar{9} = \overline{11} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung
33. $\bar{2} + \overline{10} = \overline{12} (\mathrm{mod}\ 14)$ sehingga titik $\bar{2}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung

34. $\overline{2}+\overline{11}=\overline{13}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
35. $\overline{2}+\overline{12}=\overline{0}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
36. $\overline{2}+\overline{13}=\overline{1}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
37. $\overline{3}+\overline{4}=7(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{4}$ terhubung langsung
38. $\overline{3}+\overline{5}=\overline{8}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
39. $\overline{3}+\overline{6}=\overline{9}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{6}$ tidak terhubung langsung
40. $\overline{3}+\overline{7}=\overline{10}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{7}$ terhubung langsung
41. $\overline{3}+\overline{8}=\overline{11}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{8}$ tidak terhubung langsung
42. $\overline{3}+\overline{9}=\overline{12}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
43. $\overline{3}+\overline{10}=\overline{13}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
44. $\overline{3}+\overline{11}=\overline{0}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
45. $\overline{3}+\overline{12}=\overline{1}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
46. $\overline{3}+\overline{13}=\overline{2}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
47. $\overline{4}+\overline{5}=\overline{9}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{5}$ tidak terhubung langsung
48. $\overline{4}+\overline{6}=\overline{10}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{6}$ terhubung langsung
49. $\overline{4}+\overline{7}=\overline{11}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{7}$ tidak terhubung langsung
50. $\overline{4}+\overline{8}=\overline{12}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
51. $\overline{4}+\overline{9}=\overline{13}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{9}$ tidak terhubung langsung
52. $\overline{4}+\overline{10}=\overline{0}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
53. $\overline{4}+\overline{11}=\overline{1}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
54. $\overline{4}+\overline{12}=\overline{2}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
55. $\overline{4}+\overline{13}=\overline{3}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
56. $\overline{5}+\overline{6}=\overline{11}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{6}$ tidak terhubung langsung
57. $\overline{5}+\overline{7}=\overline{12}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{7}$ terhubung langsung
58. $\overline{5}+\overline{8}=\overline{13}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{8}$ tidak terhubung langsung
59. $\overline{5}+\overline{9}=\overline{0}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
60. $\overline{5}+\overline{10}=\overline{1}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
61. $\overline{5}+\overline{11}=\overline{2}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
62. $\overline{5}+\overline{12}=\overline{3}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
63. $\overline{5}+\overline{13}=\overline{4}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
64. $\overline{6}+\overline{7}=13(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{7}$ tidak terhubung langsung
65. $\overline{6}+\overline{8}=\overline{0}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
66. $\overline{6}+\overline{9}=\overline{1}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{9}$ tidak terhubung langsung
67. $\overline{6}+\overline{10}=\overline{2}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
68. $\overline{6}+\overline{11}=\overline{3}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
69. $\overline{6}+\overline{12}=\overline{4}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
70. $\overline{6}+\overline{13}=\overline{5}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
71. $\overline{7}+\overline{8}=\overline{1}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{8}$ tidak terhubung langsung
72. $\overline{7}+\overline{9}=\overline{2}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
73. $\overline{7}+\overline{10}=\overline{3}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung

74. $\bar{7}+\overline{11}=\bar{4}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{7}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
75. $\bar{7}+\overline{12}=\bar{5}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{7}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
76. $\bar{7}+\overline{13}=\bar{6}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{7}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
77. $\bar{8}+\bar{9}=\bar{3}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{8}$ dan titik $\bar{9}$ tidak terhubung langsung
78. $\bar{8}+\overline{10}=\bar{4}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{8}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
79. $\bar{8}+\overline{11}=\bar{5}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{8}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
80. $\bar{8}+\overline{12}=\bar{6}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{8}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
81. $\bar{8}+\overline{13}=\bar{7}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{8}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
82. $\bar{9}+\overline{10}=\bar{5}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{9}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
83. $\bar{9}+\overline{11}=\bar{6}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{9}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
84. $\bar{9}+\overline{12}=\bar{7}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{9}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
85. $\bar{9}+\overline{13}=\bar{8}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\bar{9}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
86. $\overline{10}+\overline{11}=\bar{7}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
87. $\overline{10}+\overline{12}=\bar{8}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
88. $\overline{10}+\overline{13}=\bar{9}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
89. $\overline{11}+\overline{12}=\bar{9}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
90. $\overline{11}+\overline{13}=\overline{10}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
91. $\overline{12}+\overline{13}=\overline{11}(\text{mod } 14)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung

Degree Distance Index pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right) &= \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right)} (\deg(u)+\deg(v))\cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{1}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) \\
&\quad + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{0})+\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{0},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{0})+ \\
&\quad \deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{6}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{7}) + \\
&\quad (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{8}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{9}) \\
&\quad + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{10}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{11}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{12}) + (\deg(\bar{0})+ \\
&\quad \deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{13}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) \\
&\quad + \left(\deg(\bar{1})+\deg(\bar{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\bar{1},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{6}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{7}) + (\deg(\bar{1})+ \\
&\quad \deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{8}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{9}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{10}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{11}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{12}) + (\deg(\bar{1})+ \\
&\quad \deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{13}) + (\deg(\bar{2})+\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \bar{4}) + \left(\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{2}, \bar{5}\right) + (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\bar{6})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \bar{6}) + (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \bar{7}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \bar{8}) + (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \bar{9}) + (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \overline{10}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\bar{2}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2}, \overline{13}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \bar{4}) + \left(\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{3}, \bar{5}\right) + (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\bar{6})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \bar{6}) + (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \bar{7}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \bar{8}) + (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \bar{9}) + (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \overline{10}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\bar{3}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3}, \overline{13}) \\
&+ \left(\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{4}, \bar{5}\right) + (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\bar{6})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \bar{6}) + (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \bar{7}) + (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \bar{8}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \bar{9}) + (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \overline{10}) + (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \overline{11}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\bar{4}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{4}, \overline{13}) \\
&+ \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\bar{6})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \bar{6}\right) + \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\bar{7})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \bar{7}\right) + \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\bar{8})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \bar{8}\right) + \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\bar{9})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \bar{9}\right) \\
&+ \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\overline{10})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \overline{10}\right) + \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\overline{11})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \overline{11}\right) + \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\overline{12})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \overline{12}\right) \\
&+ \left(\mathrm{deg}(\bar{5}) + \mathrm{deg}(\overline{13})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{5}, \overline{13}\right) + (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \bar{7}) + (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \bar{8}) + (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \bar{9}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \overline{10}) + (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \overline{12}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{6}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{6}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) + \mathrm{deg}(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \bar{8}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) + \mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \bar{9}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{7}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{10}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{12}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{7}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) + \mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \bar{9}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{10}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{8}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{13}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{9}) + \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{10}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{12}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\bar{9}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) + \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{12}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\overline{10}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) + \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{13}) \\
&+ (\mathrm{deg}(\overline{12}) + \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{13})
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + \\
&\quad (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 + \\
&\quad (7+7)\cdot 2 + (7+7)\cdot 1 + (7+7)\cdot 2 \\
&= 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 \\
&\quad + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot \\
&\quad 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 \\
&\quad + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 \\
&\quad + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 \\
&\quad + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot \\
&\quad 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 1 + \\
&\quad 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 2 + 2\cdot 7\cdot 1 + 2\cdot 7\cdot 2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&= 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \\
&\quad 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + \\
&\quad 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + \\
&\quad 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + \\
&\quad 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \\
&\quad 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \\
&\quad 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + \\
&\quad 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + \\
&\quad 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \\
&\quad 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + \\
&\quad 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + \\
&\quad 4 \cdot 7 + 2 \cdot 7 + 4 \cdot 7 \\
&= 49 \cdot 2 \cdot 7 + 42 \cdot 4 \cdot 7 \\
&= 7^2 \cdot 2 \cdot 7 + (7^2 - 7) \cdot 4 \cdot 7 \\
&= 2 \cdot 7^3 + 4 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^2 \\
&= 6 \cdot 7^3 - 4 \cdot 7^2
\end{aligned}
$$

Gutman Index pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{14}$ sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right) &= \sum_{\{u,v\} \subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{14})\right)\right)} (\deg(u) \cdot \deg(v)) \cdot \mathrm{d}(u,v) \\
&= (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{1})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) + \\
&\quad (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + \\
&\quad \left(\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{0},\bar{5}\right) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{6})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{6}) + \\
&\quad (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{7}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{8}) + \\
&\quad (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{9}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{10}) \\
&\quad + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{11}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\overline{12})) \cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{0},\overline{12}) + (\deg(\bar{0}) \cdot \deg(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{13}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \\
&\quad \deg(\bar{2})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{1},\bar{5}\right) + \\
&\quad (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{6})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{6}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{7}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{8}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{9}) + \\
&\quad (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{10}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\overline{11})) \cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{1},\overline{11}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \deg(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{12}) + (\deg(\bar{1}) \cdot \\
&\quad \deg(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{13}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{3})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + \\
&\quad (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + \left(\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{5})\right) \cdot \mathrm{d}\left(\bar{2},\bar{5}\right) + \\
&\quad (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{6})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{6}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{7})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{7}) + \\
&\quad (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{8})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{8}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{9}) + \\
&\quad (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{10}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\overline{11})) \cdot \\
&\quad \mathrm{d}(\bar{2},\overline{11}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \deg(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{12}) + (\deg(\bar{2}) \cdot \\
&\quad \deg(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{13}) + (\deg(\bar{3}) \cdot \deg(\bar{4})) \cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{3},\overline{5}\right) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{6}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{6}) + \\
&(\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{7}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{7}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{8}) + \\
&(\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{9}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{10}) \\
&+ (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{11}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{3},\overline{12}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{3},\overline{13}) + \left(\deg(\overline{4})\cdot \right.\\
&\left.\deg(\overline{5})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{4},\overline{5}\right) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{6}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{6}) + \\
&(\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{7}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{7}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{8}) + \\
&(\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{9}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{10}) \\
&+ (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{11}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{4},\overline{12}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{4},\overline{13}) + \left(\deg(\overline{5})\cdot \right.\\
&\left.\deg(\overline{6})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{6}\right) + \left(\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{7})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{7}\right) + \\
&\left(\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{8})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{8}\right) + \left(\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{9})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{9}\right) + \\
&\left(\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{10})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{10}\right) + \left(\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{11})\right)\cdot \\
&\mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{11}\right) + \left(\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{12})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{12}\right) + \left(\deg(\overline{5})\cdot \right.\\
&\left.\deg(\overline{13})\right)\cdot \mathrm{d}\left(\overline{5},\overline{13}\right) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{7}))\cdot \mathrm{d}(\overline{6},\overline{7}) + \\
&(\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot \mathrm{d}(\overline{6},\overline{8}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot \mathrm{d}(\overline{6},\overline{9}) + \\
&(\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\overline{6},\overline{10}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{6},\overline{11}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\overline{6},\overline{12}) + (\deg(\overline{6})\cdot \\
&\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{6},\overline{13}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot \mathrm{d}(\overline{7},\overline{8}) + \\
&(\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot \mathrm{d}(\overline{7},\overline{9}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\overline{7},\overline{10}) \\
&+ (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\overline{7},\overline{11}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{7},\overline{12}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{7},\overline{13}) + (\deg(\overline{8})\cdot \\
&\deg(\overline{9}))\cdot \mathrm{d}(\overline{8},\overline{9}) + (\deg(\overline{8})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\overline{8},\overline{10}) + \\
&(\deg(\overline{8})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\overline{8},\overline{11}) + (\deg(\overline{8})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{8},\overline{12}) + (\deg(\overline{8})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{8},\overline{13}) + (\deg(\overline{9})\cdot \\
&\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\overline{9},\overline{10}) + (\deg(\overline{9})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\overline{9},\overline{11}) + \\
&(\deg(\overline{9})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\overline{9},\overline{12}) + (\deg(\overline{9})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{9},\overline{13}) + (\deg(\overline{10})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\overline{10},\overline{11}) + (\deg(\overline{10})\cdot \\
&\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\overline{10},\overline{12}) + (\deg(\overline{10})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{10},\overline{13}) + \\
&(\deg(\overline{11})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\overline{11},\overline{12}) + (\deg(\overline{11})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \\
&\mathrm{d}(\overline{11},\overline{13}) + (\deg(\overline{12})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{12},\overline{13}) \\
= {}&(7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 2 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2\ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + \\
&(7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 1 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 1 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 2 + (7\cdot 7)\cdot 1 \\
&+ (7\cdot 7)\cdot 2 \\
= {}&7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 2 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 2 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + \\
&7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + \\
&7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 2 + 7^2\cdot 1 + 7^2\cdot 2 \\
= {}&49\cdot 7^2\cdot 1 + 42\cdot 7^2\cdot 2 \\
= {}&7^2\cdot 7^2 + (7^2-7)\cdot 7^2\cdot 2 \\
= {}&7^4 + 2\cdot(7^4-7^3) \\
= {}&7^4 + 2\cdot 7^4 - 2\cdot 7^3 \\
= {}&7\cdot 7^4 - 2\cdot 7^3
\end{aligned}
$$

Lampiran 3 Keterhubungan antar titik, *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada $\boldsymbol{T}\big(\boldsymbol{\Gamma}(\mathbb{Z}_{22})\big)$

Keterhubungan antar titik pada $T\big(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\big)$ sebagai berikut:

1. $\bar{0}+\bar{1}=\bar{1}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{1}$ tidak terhubung langsung
2. $\bar{0}+\bar{2}=\bar{2}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{2}$ terhubung langsung
3. $\bar{0}+\bar{3}=\bar{3}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{3}$ tidak terhubung langsung
4. $\bar{0}+\bar{4}=\bar{4}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{4}$ terhubung langsung
5. $\bar{0}+\bar{5}=\bar{5}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\bar{0}$ dan titik $\bar{5}$ tidak terhubung langsung

6. $\overline{0} + \overline{6} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{6}$ terhubung langsung
7. $\overline{0} + \overline{7} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{7}$ tidak terhubung langsung
8. $\overline{0} + \overline{8} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
9. $\overline{0} + \overline{9} = \overline{9} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{9}$ tidak terhubung langsung
10. $\overline{0} + \overline{10} = \overline{10} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
11. $\overline{0} + \overline{11} = \overline{11} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
12. $\overline{0} + \overline{12} = \overline{12} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
13. $\overline{0} + \overline{13} = \overline{13} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
14. $\overline{0} + \overline{14} = \overline{14} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
15. $\overline{0} + \overline{15} = \overline{15} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
16. $\overline{0} + \overline{16} = \overline{16} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
17. $\overline{0} + \overline{17} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
18. $\overline{0} + \overline{18} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
19. $\overline{0} + \overline{19} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
20. $\overline{0} + \overline{20} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
21. $\overline{0} + \overline{21} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{0}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
22. $\overline{1} + \overline{2} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{2}$ tidak terhubung langsung
23. $\overline{1} + \overline{3} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{3}$ terhubung langsung
24. $\overline{1} + \overline{4} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{4}$ tidak terhubung langsung
25. $\overline{1} + \overline{5} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
26. $\overline{1} + \overline{6} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{6}$ tidak terhubung langsung
27. $\overline{1} + \overline{7} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{7}$ terhubung langsung
28. $\overline{1} + \overline{8} = \overline{9} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{8}$ tidak terhubung langsung
29. $\overline{1} + \overline{9} = \overline{10} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
30. $\overline{1} + \overline{10} = \overline{11} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
31. $\overline{1} + \overline{11} = \overline{12} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
32. $\overline{1} + \overline{12} = \overline{13} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
33. $\overline{1} + \overline{13} = \overline{14} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
34. $\overline{1} + \overline{14} = \overline{15} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
35. $\overline{1} + \overline{15} = \overline{16} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
36. $\overline{1} + \overline{16} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
37. $\overline{1} + \overline{17} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
38. $\overline{1} + \overline{18} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
39. $\overline{1} + \overline{19} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
40. $\overline{1} + \overline{20} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
41. $\overline{1} + \overline{21} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{1}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
42. $\overline{2} + \overline{3} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{3}$ tidak terhubung langsung
43. $\overline{2} + \overline{4} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{4}$ terhubung langsung
44. $\overline{2} + \overline{5} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{5}$ tidak terhubung langsung
45. $\overline{2} + \overline{6} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{6}$ terhubung langsung

46. $\overline{2}+\overline{7}=\overline{9}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{7}$ tidak terhubung langsung
47. $\overline{2}+\overline{8}=\overline{10}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
48. $\overline{2}+\overline{9}=\overline{11}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
49. $\overline{2}+\overline{10}=\overline{12}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
50. $\overline{2}+\overline{11}=\overline{13}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
51. $\overline{2}+\overline{12}=\overline{14}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
52. $\overline{2}+\overline{13}=\overline{15}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
53. $\overline{2}+\overline{14}=\overline{16}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
54. $\overline{2}+\overline{15}=\overline{17}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
55. $\overline{2}+\overline{16}=\overline{18}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
56. $\overline{2}+\overline{17}=\overline{19}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
57. $\overline{2}+\overline{18}=\overline{20}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
58. $\overline{2}+\overline{19}=\overline{21}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
59. $\overline{2}+\overline{20}=\overline{0}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
60. $\overline{2}+\overline{21}=\overline{1}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{2}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
61. $\overline{3}+\overline{4}=\overline{7}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{4}$ tidak terhubung langsung
62. $\overline{3}+\overline{5}=\overline{8}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{5}$ terhubung langsung
63. $\overline{3}+\overline{6}=\overline{9}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{6}$ tidak terhubung langsung
64. $\overline{3}+\overline{7}=\overline{10}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{7}$ terhubung langsung
65. $\overline{3}+\overline{8}=\overline{11}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
66. $\overline{3}+\overline{9}=\overline{12}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
67. $\overline{3}+\overline{10}=\overline{13}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
68. $\overline{3}+\overline{11}=\overline{14}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
69. $\overline{3}+\overline{12}=\overline{15}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
70. $\overline{3}+\overline{13}=\overline{16}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
71. $\overline{3}+\overline{14}=\overline{17}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
72. $\overline{3}+\overline{15}=\overline{18}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
73. $\overline{3}+\overline{16}=\overline{19}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
74. $\overline{3}+\overline{17}=\overline{20}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
75. $\overline{3}+\overline{18}=\overline{21}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
76. $\overline{3}+\overline{19}=\overline{0}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
77. $\overline{3}+\overline{20}=\overline{1}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
78. $\overline{3}+\overline{21}=\overline{2}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{3}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
79. $\overline{4}+\overline{5}=\overline{9}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{5}$ tidak terhubung langsung
80. $\overline{4}+\overline{6}=\overline{10}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{6}$ terhubung langsung
81. $\overline{4}+\overline{7}=\overline{11}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{7}$ terhubung langsung
82. $\overline{4}+\overline{8}=\overline{12}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
83. $\overline{4}+\overline{9}=\overline{13}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{9}$ tidak terhubung langsung
84. $\overline{4}+\overline{10}=\overline{14}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
85. $\overline{4}+\overline{11}=\overline{15}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung

86. $\overline{4} + \overline{12} = \overline{16} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
87. $\overline{4} + \overline{13} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
88. $\overline{4} + \overline{14} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
89. $\overline{4} + \overline{15} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
90. $\overline{4} + \overline{16} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
91. $\overline{4} + \overline{17} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
92. $\overline{4} + \overline{18} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
93. $\overline{4} + \overline{19} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
94. $\overline{4} + \overline{20} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
95. $\overline{4} + \overline{21} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{4}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
96. $\overline{5} + \overline{6} = \overline{11} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{6}$ terhubung langsung
97. $\overline{5} + \overline{7} = \overline{12} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{7}$ terhubung langsung
98. $\overline{5} + \overline{8} = \overline{13} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{8}$ tidak terhubung langsung
99. $\overline{5} + \overline{9} = \overline{14} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
100. $\overline{5} + \overline{10} = \overline{15} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
101. $\overline{5} + \overline{11} = \overline{16} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
102. $\overline{5} + \overline{12} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
103. $\overline{5} + \overline{13} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
104. $\overline{5} + \overline{14} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
105. $\overline{5} + \overline{15} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
106. $\overline{5} + \overline{16} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
107. $\overline{5} + \overline{17} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
108. $\overline{5} + \overline{18} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
109. $\overline{5} + \overline{19} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
110. $\overline{5} + \overline{20} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
111. $\overline{5} + \overline{21} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{5}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
112. $\overline{6} + \overline{7} = \overline{13} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{7}$ tidak terhubung langsung
113. $\overline{6} + \overline{8} = \overline{14} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{8}$ terhubung langsung
114. $\overline{6} + \overline{9} = \overline{15} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{9}$ tidak terhubung langsung
115. $\overline{6} + \overline{10} = \overline{16} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
116. $\overline{6} + \overline{11} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
117. $\overline{6} + \overline{12} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
118. $\overline{6} + \overline{13} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
119. $\overline{6} + \overline{14} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
120. $\overline{6} + \overline{15} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
121. $\overline{6} + \overline{16} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
122. $\overline{6} + \overline{17} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
123. $\overline{6} + \overline{18} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
124. $\overline{6} + \overline{19} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
125. $\overline{6} + \overline{20} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung

126.$\overline{6} + \overline{21} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{6}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
127.$\overline{7} + \overline{8} = \overline{15} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{8}$ tidak terhubung langsung
128.$\overline{7} + \overline{9} = \overline{16} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{9}$ terhubung langsung
129.$\overline{7} + \overline{10} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
130.$\overline{7} + \overline{11} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
131.$\overline{7} + \overline{12} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
132.$\overline{7} + \overline{13} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
133.$\overline{7} + \overline{14} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
134.$\overline{7} + \overline{15} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
135.$\overline{7} + \overline{16} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
136.$\overline{7} + \overline{17} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
137.$\overline{7} + \overline{18} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
138.$\overline{7} + \overline{19} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
139.$\overline{7} + \overline{20} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
140.$\overline{7} + \overline{21} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{7}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
141.$\overline{8} + \overline{9} = \overline{17} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{9}$ tidak terhubung langsung
142.$\overline{8} + \overline{10} = \overline{18} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{10}$ terhubung langsung
143.$\overline{8} + \overline{11} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
144.$\overline{8} + \overline{12} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
145.$\overline{8} + \overline{13} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
146.$\overline{8} + \overline{14} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
147.$\overline{8} + \overline{15} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
148.$\overline{8} + \overline{16} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
149.$\overline{8} + \overline{17} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
150.$\overline{8} + \overline{18} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
151.$\overline{8} + \overline{19} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
152.$\overline{8} + \overline{20} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
153.$\overline{8} + \overline{21} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{8}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
154.$\overline{9} + \overline{10} = \overline{19} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{10}$ tidak terhubung langsung
155.$\overline{9} + \overline{11} = \overline{20} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{11}$ terhubung langsung
156.$\overline{9} + \overline{12} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
157.$\overline{9} + \overline{13} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
158.$\overline{9} + \overline{14} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
159.$\overline{9} + \overline{15} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
160.$\overline{9} + \overline{16} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
161.$\overline{9} + \overline{17} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
162.$\overline{9} + \overline{18} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
163.$\overline{9} + \overline{19} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
164.$\overline{9} + \overline{20} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
165.$\overline{9} + \overline{21} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{9}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung

166. $\overline{10} + \overline{11} = \overline{21} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{11}$ tidak terhubung langsung
167. $\overline{10} + \overline{12} = \overline{0} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{12}$ terhubung langsung
168. $\overline{10} + \overline{13} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
169. $\overline{10} + \overline{14} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
170. $\overline{10} + \overline{15} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
171. $\overline{10} + \overline{16} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
172. $\overline{10} + \overline{17} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
173. $\overline{10} + \overline{18} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
174. $\overline{10} + \overline{19} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
175. $\overline{10} + \overline{20} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
176. $\overline{10} + \overline{21} = \overline{9} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{10}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
177. $\overline{11} + \overline{12} = \overline{1} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{12}$ tidak terhubung langsung
178. $\overline{11} + \overline{13} = \overline{2} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{13}$ terhubung langsung
179. $\overline{11} + \overline{14} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
180. $\overline{11} + \overline{15} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
181. $\overline{11} + \overline{16} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
182. $\overline{11} + \overline{17} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
183. $\overline{11} + \overline{18} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
184. $\overline{11} + \overline{19} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
185. $\overline{11} + \overline{20} = \overline{9} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
186. $\overline{11} + \overline{21} = \overline{10} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{11}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
187. $\overline{12} + \overline{13} = \overline{3} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{13}$ tidak terhubung langsung
188. $\overline{12} + \overline{14} = \overline{4} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{14}$ terhubung langsung
189. $\overline{12} + \overline{15} = \overline{5} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
190. $\overline{12} + \overline{16} = \overline{6} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
191. $\overline{12} + \overline{17} = \overline{7} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
192. $\overline{12} + \overline{18} = \overline{8} (\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung

193. $\overline{12}+\overline{19}=\overline{9}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
194. $\overline{12}+\overline{20}=\overline{10}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
195. $\overline{12}+\overline{21}=\overline{11}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{12}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
196. $\overline{13}+\overline{14}=\overline{5}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{14}$ tidak terhubung langsung
197. $\overline{13}+\overline{15}=\overline{6}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{15}$ terhubung langsung
198. $\overline{13}+\overline{16}=\overline{7}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
199. $\overline{13}+\overline{17}=\overline{8}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
200. $\overline{13}+\overline{18}=\overline{9}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
201. $\overline{13}+\overline{19}=\overline{10}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
202. $\overline{13}+\overline{20}=\overline{11}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
203. $\overline{13}+\overline{21}=\overline{12}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{13}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
204. $\overline{14}+\overline{15}=\overline{7}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{15}$ tidak terhubung langsung
205. $\overline{14}+\overline{16}=\overline{8}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{16}$ terhubung langsung
206. $\overline{14}+\overline{17}=\overline{9}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{17}$ tidak terhubung langsung
207. $\overline{14}+\overline{18}=\overline{10}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
208. $\overline{14}+\overline{19}=\overline{11}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
209. $\overline{14}+\overline{20}=\overline{12}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
210. $\overline{14}+\overline{21}=\overline{13}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{14}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
211. $\overline{15}+\overline{16}=\overline{9}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{15}$ dan titik $\overline{16}$ tidak terhubung langsung
212. $\overline{15}+\overline{17}=\overline{10}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{15}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
213. $\overline{15}+\overline{18}=\overline{11}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{15}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
214. $\overline{15}+\overline{19}=\overline{12}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{15}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
215. $\overline{15}+\overline{20}=\overline{13}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{15}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
216. $\overline{15}+\overline{21}=\overline{14}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{15}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
217. $\overline{16}+\overline{17}=\overline{11}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{16}$ dan titik $\overline{17}$ terhubung langsung
218. $\overline{16}+\overline{18}=\overline{12}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{16}$ dan titik $\overline{18}$ terhubung langsung
219. $\overline{16}+\overline{19}=\overline{13}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{16}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
220. $\overline{16}+\overline{20}=\overline{14}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{16}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
221. $\overline{16}+\overline{21}=\overline{15}(\mathrm{mod}\ 22)$ sehingga titik $\overline{16}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung

222. $\overline{17}+\overline{18}=\overline{13}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{17}$ dan titik $\overline{18}$ tidak terhubung langsung
223. $\overline{17}+\overline{19}=\overline{14}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{17}$ dan titik $\overline{19}$ terhubung langsung
224. $\overline{17}+\overline{20}=\overline{15}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{17}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
225. $\overline{17}+\overline{21}=\overline{16}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{17}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
226. $\overline{18}+\overline{19}=\overline{15}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{18}$ dan titik $\overline{19}$ tidak terhubung langsung
227. $\overline{18}+\overline{20}=\overline{16}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{18}$ dan titik $\overline{20}$ terhubung langsung
228. $\overline{18}+\overline{21}=\overline{17}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{18}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung
229. $\overline{19}+\overline{20}=\overline{17}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{19}$ dan titik $\overline{20}$ tidak terhubung langsung
230. $\overline{19}+\overline{21}=\overline{18}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{19}$ dan titik $\overline{21}$ terhubung langsung
231. $\overline{20}+\overline{21}=\overline{19}(\text{mod } 22)$ sehingga titik $\overline{20}$ dan titik $\overline{21}$ tidak terhubung langsung

Degree Distance Index pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{22}$ sebagai berikut:

$$DD\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right)=\sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right)}(\deg(u)+\deg(v))\cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$\begin{aligned}
&= (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{1}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{5}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{6}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{7}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{8}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{9}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{10}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{11}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{12}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{13}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{14}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{15}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{16}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{17}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{18}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{19}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{20}) + (\deg(\bar{0})+\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{21}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{5}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{6}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{7}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{8}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{9}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{10}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{11}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{12}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{13}) + (\deg(\bar{1})+\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{14}) + (\deg(\bar{1})+
\end{aligned}$$

$\deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{1},\overline{15}) + (\deg(\overline{1}) + \deg(\overline{16})) \cdot d(\overline{1},\overline{16}) +$
$(\deg(\overline{1}) + \deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{1},\overline{17}) + (\deg(\overline{1}) + \deg(\overline{18})) \cdot$
$d(\overline{1},\overline{18}) + (\deg(\overline{1}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{1},\overline{19}) + (\deg(\overline{1}) +$
$\deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{1},\overline{20}) + (\deg(\overline{1}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{1},\overline{21}) +$
$(\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{3})) \cdot d(\overline{2},\overline{3}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{4})) \cdot d(\overline{2},\overline{4})$
$+ (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{5})) \cdot d(\overline{2},\overline{5}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{6})) \cdot$
$d(\overline{2},\overline{6}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{7})) \cdot d(\overline{2},\overline{7}) + (\deg(\overline{2}) +$
$\deg(\overline{8})) \cdot d(\overline{2},\overline{8}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{9})) \cdot d(\overline{2},\overline{9}) +$
$(\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{10})) \cdot d(\overline{2},\overline{10}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{11})) \cdot$
$d(\overline{2},\overline{11}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{12})) \cdot d(\overline{2},\overline{12}) + (\deg(\overline{2}) +$
$\deg(\overline{13})) \cdot d(\overline{2},\overline{13}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{14})) \cdot d(\overline{2},\overline{14}) +$
$(\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{2},\overline{15}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{16})) \cdot$
$d(\overline{2},\overline{16}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{2},\overline{17}) + (\deg(\overline{2}) +$
$\deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{2},\overline{18}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{2},\overline{19}) +$
$(\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{2},\overline{20}) + (\deg(\overline{2}) + \deg(\overline{21})) \cdot$
$d(\overline{2},\overline{21}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{4})) \cdot d(\overline{3},\overline{4}) + (\deg(\overline{3}) +$
$\deg(\overline{5})) \cdot d(\overline{3},\overline{5}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{6})) \cdot d(\overline{3},\overline{6}) +$
$(\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{7})) \cdot d(\overline{3},\overline{7}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{8})) \cdot d(\overline{3},\overline{8})$
$+ (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{9})) \cdot d(\overline{3},\overline{9}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{10})) \cdot$
$d(\overline{3},\overline{10}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{11})) \cdot d(\overline{3},\overline{11}) + (\deg(\overline{3}) +$
$\deg(\overline{12})) \cdot d(\overline{3},\overline{12}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{13})) \cdot d(\overline{3},\overline{13}) +$
$(\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{14})) \cdot d(\overline{3},\overline{14}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{15})) \cdot$
$d(\overline{3},\overline{15}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{16})) \cdot d(\overline{3},\overline{16}) + (\deg(\overline{3}) +$
$\deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{3},\overline{17}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{3},\overline{18}) +$
$(\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{3},\overline{19}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{20})) \cdot$
$d(\overline{3},\overline{20}) + (\deg(\overline{3}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{3},\overline{21}) + (\deg(\overline{4}) +$
$\deg(\overline{5})) \cdot d(\overline{4},\overline{5}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{6})) \cdot d(\overline{4},\overline{6}) +$
$(\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{7})) \cdot d(\overline{4},\overline{7}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{8})) \cdot d(\overline{4},\overline{8})$
$+ (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{9})) \cdot d(\overline{4},\overline{9}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{10})) \cdot$
$d(\overline{4},\overline{10}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{11})) \cdot d(\overline{4},\overline{11}) + (\deg(\overline{4}) +$
$\deg(\overline{12})) \cdot d(\overline{4},\overline{12}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{13})) \cdot d(\overline{4},\overline{13}) +$
$(\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{14})) \cdot d(\overline{4},\overline{14}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{15})) \cdot$
$d(\overline{4},\overline{15}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{16})) \cdot d(\overline{4},\overline{16}) + (\deg(\overline{4}) +$
$\deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{4},\overline{17}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{4},\overline{18}) +$
$(\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{4},\overline{19}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{20})) \cdot$
$d(\overline{4},\overline{20}) + (\deg(\overline{4}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{4},\overline{21}) + (\deg(\overline{5}) +$
$\deg(\overline{6})) \cdot d(\overline{5},\overline{6}) + (\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{7})) \cdot d(\overline{5},\overline{7}) +$
$(\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{8})) \cdot d(\overline{5},\overline{8}) + (\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{9})) \cdot d(\overline{5},\overline{9})$
$+ (\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{10})) \cdot d(\overline{5},\overline{10}) + (\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{11})) \cdot$
$d(\overline{5},\overline{11}) + (\deg(\overline{5}) + \deg(\overline{12})) \cdot d(\overline{5},\overline{12}) + (\deg(\overline{5}) +$

$\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{13}) + (\deg(\bar{5})+\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{14}) +$
$(\deg(\bar{5})+\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{15}) + (\deg(\bar{5})+\deg(\overline{16}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{5},\overline{16}) + (\deg(\bar{5})+\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{17}) + (\deg(\bar{5})+$
$\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{18}) + (\deg(\bar{5})+\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{19}) +$
$(\deg(\bar{5})+\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{5},\overline{20}) + (\deg(\bar{5})+\deg(\overline{21}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{5},\overline{21}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\bar{7}) + (\deg(\bar{6})+$
$\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\bar{8}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\bar{9}) +$
$(\deg(\bar{6})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{10}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{11}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{6},\overline{11}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{12}) + (\deg(\bar{6})+$
$\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{13}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{14}) +$
$(\deg(\bar{6})+\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{15}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{16}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{6},\overline{16}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{17}) + (\deg(\bar{6})+$
$\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{18}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{19}) +$
$(\deg(\bar{6})+\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{6},\overline{20}) + (\deg(\bar{6})+\deg(\overline{21}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{6},\overline{21}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\bar{8}) + (\deg(\bar{7})+$
$\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\bar{9}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{10}) +$
$(\deg(\bar{7})+\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{11}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{12}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{7},\overline{12}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{13}) + (\deg(\bar{7})+$
$\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{14}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{15}) +$
$(\deg(\bar{7})+\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{16}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{17}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{7},\overline{17}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{18}) + (\deg(\bar{7})+$
$\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{19}) + (\deg(\bar{7})+\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{20}) +$
$(\deg(\bar{7})+\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{7},\overline{21}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\bar{9}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{8},\bar{9}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{10}) + (\deg(\bar{8})+$
$\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{11}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{12}) +$
$(\deg(\bar{8})+\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{13}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{14}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{8},\overline{14}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{15}) + (\deg(\bar{8})+$
$\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{16}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{17}) +$
$(\deg(\bar{8})+\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{18}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{19}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{8},\overline{19}) + (\deg(\bar{8})+\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{20}) + (\deg(\bar{8})+$
$\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{8},\overline{21}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{10}) +$
$(\deg(\bar{9})+\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{11}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{12}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{9},\overline{12}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{13}) + (\deg(\bar{9})+$
$\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{14}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{15}) +$
$(\deg(\bar{9})+\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{16}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{17}))\cdot$
$\mathrm{d}(\bar{9},\overline{17}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{18}) + (\deg(\bar{9})+$
$\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{19}) + (\deg(\bar{9})+\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{20}) +$
$(\deg(\bar{9})+\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{9},\overline{21}) + (\deg(\overline{10})+\deg(\overline{11}))\cdot$
$\mathrm{d}(\overline{10},\overline{11}) + (\deg(\overline{10})+\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\overline{10},\overline{12}) +$
$(\deg(\overline{10})+\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\overline{10},\overline{13}) + (\deg(\overline{10})+\deg(\overline{14}))\cdot$

$d(\overline{10},\overline{14}) + (\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{10},\overline{15}) +$
$(\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{16})) \cdot d(\overline{10},\overline{16}) + (\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{17})) \cdot$
$d(\overline{10},\overline{17}) + (\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{10},\overline{18}) +$
$(\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{10},\overline{19}) + (\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{20})) \cdot$
$d(\overline{10},\overline{20}) + (\deg(\overline{10}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{10},\overline{21}) +$
$(\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{12})) \cdot d(\overline{11},\overline{12}) + (\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{13})) \cdot$
$d(\overline{11},\overline{13}) + (\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{14})) \cdot d(\overline{11},\overline{14}) +$
$(\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{11},\overline{15}) + (\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{16})) \cdot$
$d(\overline{11},\overline{16}) + (\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{11},\overline{17}) +$
$(\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{11},\overline{18}) + (\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{19})) \cdot$
$d(\overline{11},\overline{19}) + (\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{11},\overline{20}) +$
$(\deg(\overline{11}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{11},\overline{21}) + (\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{13})) \cdot$
$d(\overline{12},\overline{13}) + (\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{14})) \cdot d(\overline{12},\overline{14}) +$
$(\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{12},\overline{15}) + (\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{16})) \cdot$
$d(\overline{12},\overline{16}) + (\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{12},\overline{17}) +$
$(\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{12},\overline{18}) + (\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{19})) \cdot$
$d(\overline{12},\overline{19}) + (\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{12},\overline{20}) +$
$(\deg(\overline{12}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{12},\overline{21}) + (\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{14})) \cdot$
$d(\overline{13},\overline{14}) + (\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{13},\overline{15}) +$
$(\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{16})\ d(\deg(\overline{13},\overline{16}) + (\deg(\overline{13}) +$
$\deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{13},\overline{17}) + (\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{13},\overline{18}) +$
$(\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{13},\overline{19}) + (\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{20})) \cdot$
$d(\overline{13},\overline{20}) + (\deg(\overline{13}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{13},\overline{21}) +$
$(\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{15})) \cdot d(\overline{14},\overline{15}) + (\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{16})) \cdot$
$d(\overline{14},\overline{16}) + (\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{14},\overline{17}) +$
$(\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{14},\overline{18}) + (\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{19})) \cdot$
$d(\overline{14},\overline{19}) + (\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{14},\overline{20}) +$
$(\deg(\overline{14}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{14},\overline{21}) + (\deg(\overline{15}) + \deg(\overline{16})) \cdot$
$d(\overline{15},\overline{16}) + (\deg(\overline{15}) + \deg(\overline{17})) \cdot d(\overline{15},\overline{17}) +$
$(\deg(\overline{15}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{15},\overline{18}) + (\deg(\overline{15}) + \deg(\overline{19})) \cdot$
$d(\overline{15},\overline{19}) + (\deg(\overline{15}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{15},\overline{20}) +$
$(\deg(\overline{15}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{15},\overline{21}) + (\deg(\overline{16}) + \deg(\overline{17})) \cdot$
$d(\overline{16},\overline{17}) + (\deg(\overline{16}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{16},\overline{18}) +$
$(\deg(\overline{16}) + \deg(\overline{19})) \cdot d(\overline{16},\overline{19}) + (\deg(\overline{16}) + \deg(\overline{20})) \cdot$
$d(\overline{16},\overline{20}) + (\deg(\overline{16}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{16},\overline{21}) +$
$(\deg(\overline{17}) + \deg(\overline{18})) \cdot d(\overline{17},\overline{18}) + (\deg(\overline{17}) + \deg(\overline{19})) \cdot$
$d(\overline{17},\overline{19}) + (\deg(\overline{17}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{17},\overline{20}) +$
$(\deg(\overline{17}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{17},\overline{21}) + (\deg(\overline{18}) + \deg(\overline{19})) \cdot$
$d(\overline{18},\overline{19}) + (\deg(\overline{18}) + \deg(\overline{20})) \cdot d(\overline{18},\overline{20}) +$
$(\deg(\overline{18}) + \deg(\overline{21})) \cdot d(\overline{18},\overline{21}) + (\deg(\overline{19}) + \deg(\overline{20})) \cdot$

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{d}(\overline{19},\overline{20}) + (\deg(\overline{19}) + \deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\overline{19},\overline{21}) + \\
&(\deg(\overline{20}) + \deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\overline{20},\overline{21}) \\
= &(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + \\
&(11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 \quad + \quad (11+11)\cdot 1 \quad + \quad (11+11)\cdot 2 \quad + \\
&(11+11)\cdot 2 + (11+11)\cdot 1 + (11+11)\cdot 2 \\
={}& 2\cdot 11\cdot 2 + 2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 2 + 2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 2 + \\
&2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 2 + 2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 2 + 2\cdot 11\cdot 1 + \\
&2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 2 + 2\cdot 11\cdot 1 + 2\cdot 11\cdot 2 +
\end{aligned}
$$

$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 +$$
$$2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 +$$

$$
\begin{aligned}
&2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + \\
&2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 2 + 2 \cdot 11 \cdot 1 + \\
&2 \cdot 11 \cdot 2 \\
= {}&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + \\
&2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 4 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 4 \cdot 11 \\
= {}&121 \cdot 2 \cdot 11 + 110 \cdot 4 \cdot 11 \\
= {}&11^2 \cdot 2 \cdot 11 + (11^2 - 11) \cdot 4 \cdot 11 \\
= {}&2 \cdot 11^3 + 4 \cdot 11^3 - 4 \cdot 11^2 \\
= {}&6 \cdot 11^3 - 4 \cdot 11^2
\end{aligned}
$$

Gutman Index pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_6$ sebagai berikut:

$$Gut\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right) = \sum_{\{u,v\}\subseteq V\left(T\left(\Gamma(\mathbb{Z}_{22})\right)\right)} (\deg(u)\cdot\deg(v))\cdot \mathrm{d}(u,v)$$

$$= (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{1}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{1}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{2}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{3}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{4}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{5}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{6}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{7}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{8}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\bar{9}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{10}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{11}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{12}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{13}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{14}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{15}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{16}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{17}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{18}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{19}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{20}) + (\deg(\bar{0})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{0},\overline{21}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{2}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{2}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{3}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{4}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{5}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{6}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{7}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{8}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\bar{9}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{10}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{11}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{12}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{13}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{14}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{15}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{16}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{17}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{18}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{19}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{20}) + (\deg(\bar{1})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{1},\overline{21}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{3}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{3}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{4}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{5}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{6}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{7}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{8}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\bar{9}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{10}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{11}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{12}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{13}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{14}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{15}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{16}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{17}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{18}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{19}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{20}) + (\deg(\bar{2})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot \mathrm{d}(\bar{2},\overline{21}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{4}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{4}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{5}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{5}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{6}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{6}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{7}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{7}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{8}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{8}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\bar{9}))\cdot \mathrm{d}(\bar{3},\bar{9}) + (\deg(\bar{3})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot$$

$$\mathrm{d}(\overline{3},\overline{10}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{11}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{12}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{13}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{14}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{15}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{16}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{17}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{18}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{19}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{20}) + (\deg(\overline{3})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot\mathrm{d}(\overline{3},\overline{21}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{5}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{5}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{6}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{6}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{7}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{7}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{8}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{9}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{10}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{11}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{12}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{13}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{14}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{15}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{16}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{17}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{18}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{19}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{20}) + (\deg(\overline{4})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot\mathrm{d}(\overline{4},\overline{21}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{6}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{6}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{7}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{7}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{8}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{9}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{10}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{11}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{12}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{13}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{14}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{15}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{16}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{17}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{18}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{19}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{20}) + (\deg(\overline{5})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot\mathrm{d}(\overline{5},\overline{21}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{7}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{7}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{8}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{9}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{10}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{11}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{12}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{13}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{14}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{15}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{16}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{17}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{18}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{19}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{20}) + (\deg(\overline{6})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot\mathrm{d}(\overline{6},\overline{21}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{8}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{8}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{9}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{9}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{10}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{10}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{11}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{11}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{12}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{12}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{13}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{13}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{14}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{14}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{15}) + (\deg(\overline{7})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot\mathrm{d}(\overline{7},\overline{16}) + (\deg(\overline{7})\cdot$$

$\mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{17}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{18})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{18}) +$
$(\mathrm{deg}(\bar{7}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{19})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{19}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{20})) \cdot$
$\mathrm{d}(\bar{7}, \overline{20}) + (\mathrm{deg}(\bar{7}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{21})) \cdot \mathrm{d}(\bar{7}, \overline{21}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot$
$\mathrm{deg}(\bar{9})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \bar{9}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{10}) +$
$(\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot$
$\mathrm{d}(\bar{8}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot$
$\mathrm{deg}(\overline{14})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{14}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{15})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{15}) +$
$(\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{16})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{16}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot$
$\mathrm{d}(\bar{8}, \overline{17}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{18})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{18}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot$
$\mathrm{deg}(\overline{19})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{19}) + (\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{20})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{20}) +$
$(\mathrm{deg}(\bar{8}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{21})) \cdot \mathrm{d}(\bar{8}, \overline{21}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{10})) \cdot$
$\mathrm{d}(\bar{9}, \overline{10}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot$
$\mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{13}) +$
$(\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{14})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{14}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{15})) \cdot$
$\mathrm{d}(\bar{9}, \overline{15}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{16})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{16}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot$
$\mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{17}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{18})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{18}) +$
$(\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{19})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{19}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{20})) \cdot$
$\mathrm{d}(\bar{9}, \overline{20}) + (\mathrm{deg}(\bar{9}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{21})) \cdot \mathrm{d}(\bar{9}, \overline{21}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot$
$\mathrm{deg}(\overline{11})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{11}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{12}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{14})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{10}, \overline{14}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{15})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{15}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{16})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{16}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{10}, \overline{17}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{18})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{18}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{19})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{19}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{20})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{10}, \overline{20}) + (\mathrm{deg}(\overline{10}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{21})) \cdot \mathrm{d}(\overline{10}, \overline{21}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{12})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{12}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{11}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{14})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{14}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{15})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{15}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{16})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{11}, \overline{16}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{17}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{18})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{18}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{19})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{11}, \overline{19}) + (\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{20})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{20}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{11}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{21})) \cdot \mathrm{d}(\overline{11}, \overline{21}) + (\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{13})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{12}, \overline{13}) + (\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{14})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{14}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{15})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{15}) + (\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{16})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{12}, \overline{16}) + (\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{17}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{18})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{18}) + (\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{19})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{12}, \overline{19}) + (\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{20})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{20}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{12}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{21})) \cdot \mathrm{d}(\overline{12}, \overline{21}) + (\mathrm{deg}(\overline{13}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{14})) \cdot$
$\mathrm{d}(\overline{13}, \overline{14}) + (\mathrm{deg}(\overline{13}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{15})) \cdot \mathrm{d}(\overline{13}, \overline{15}) +$
$(\mathrm{deg}(\overline{13}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{16})\ \mathrm{d}(\mathrm{deg}(\overline{13}, \overline{16}) + (\mathrm{deg}(\overline{13}) \cdot \mathrm{deg}(\overline{17})) \cdot$

$$
\begin{aligned}
& d(\overline{13},\overline{17}) + (\deg(\overline{13})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot d(\overline{13},\overline{18}) + \\
& (\deg(\overline{13})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot d(\overline{13},\overline{19}) + (\deg(\overline{13})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot \\
& d(\overline{13},\overline{20}) + (\deg(\overline{13})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{13},\overline{21}) + \\
& (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{15}))\cdot d(\overline{14},\overline{15}) + (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot \\
& d(\overline{14},\overline{16}) + (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot d(\overline{14},\overline{17}) + \\
& (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot d(\overline{14},\overline{18}) + (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \\
& d(\overline{14},\overline{19}) + (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot d(\overline{14},\overline{20}) + \\
& (\deg(\overline{14})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{14},\overline{21}) + (\deg(\overline{15})\cdot\deg(\overline{16}))\cdot \\
& d(\overline{15},\overline{16}) + (\deg(\overline{15})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot d(\overline{15},\overline{17}) + \\
& (\deg(\overline{15})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot d(\overline{15},\overline{18}) + (\deg(\overline{15})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \\
& d(\overline{15},\overline{19}) + (\deg(\overline{15})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot d(\overline{15},\overline{20}) + \\
& (\deg(\overline{15})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{15},\overline{21}) + (\deg(\overline{16})\cdot\deg(\overline{17}))\cdot \\
& d(\overline{16},\overline{17}) + (\deg(\overline{16})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot d(\overline{16},\overline{18}) + \\
& (\deg(\overline{16})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot d(\overline{16},\overline{19}) + (\deg(\overline{16})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot \\
& d(\overline{16},\overline{20}) + (\deg(\overline{16})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{16},\overline{21}) + \\
& (\deg(\overline{17})\cdot\deg(\overline{18}))\cdot d(\overline{17},\overline{18}) + (\deg(\overline{17})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \\
& d(\overline{17},\overline{19}) + (\deg(\overline{17})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot d(\overline{17},\overline{20}) + \\
& (\deg(\overline{17})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{17},\overline{21}) + (\deg(\overline{18})\cdot\deg(\overline{19}))\cdot \\
& d(\overline{18},\overline{19}) + (\deg(\overline{18})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot d(\overline{18},\overline{20}) + \\
& (\deg(\overline{18})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{18},\overline{21}) + (\deg(\overline{19})\cdot\deg(\overline{20}))\cdot \\
& d(\overline{19},\overline{20}) + (\deg(\overline{19})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{19},\overline{21}) + \\
& (\deg(\overline{20})\cdot\deg(\overline{21}))\cdot d(\overline{20},\overline{21}) \\
= {} & (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + \\
& (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 + (11\cdot 11)\cdot 2 + (11\cdot 11)\cdot 1 +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 + \\
&(11 \cdot 11) \cdot 2 + (11 \cdot 11) \cdot 1 + (11 \cdot 11) \cdot 2 \\
= {}& 11^2 \cdot 2 + 11^2 \cdot 1 + 11^2 \cdot 2 + 11^2 \cdot 1 + 11^2 \cdot 2 + 11^2 \cdot 1 + \\
&11^2 \cdot 2 + 11^2 \cdot 1 + 11^2 \cdot 2 + 11^2 \cdot 1 + 11^2 \cdot 1 + 11^2 \cdot 1 +
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2+\\
&11^2\cdot 2+11^2\cdot 1+11^2\cdot 2\\
=\;&121\cdot 11^2\cdot 1+110\cdot 11^2\cdot 2\\
=\;&11^2\cdot 11^2+(11^2-11)\cdot 11^2\cdot 2\\
=\;&11^4+2\cdot(11^4-11^3)\\
=\;&11^4+2\cdot 11^4-2\cdot 11^3
\end{aligned}
$$

$$= 3 \cdot 11^4 - 2 \cdot 11^3$$

RIWAYAT HIDUP

Dio Alif Arfiansyah lahir di Gresik pada tanggal 15 Desember 1999. Laki-laki yang biasa dipanggil Dio ini beralamat di Dusun Ngepung RT/RW 001/001 Desa Ngepung, Kecamatan Kedamean, Kabupaten Gresik, anak pertama dari dua bersaudara yakni dari pasangan Bapak Suliono dan Ibu Sumarmi.

Penulis telah menempuh pendidikan formal mulai dari RA Darul Muttaqin Ngepung dan lulus pada tahun 2006. Setelah itu, penulis menempuh pendidikan dasar di MI Darul Muttaqin Ngepung dan lulus pada tahun 2012. Selanjutnya penulis menempuh pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 1 Kedamean dan lulus pada tahun 2015. Kemudian, penulis menempuh pendidikan menengah atas di SMA Negeri 1 Menganti dan lulus pada tahun 2018. Selanjutnya penulis menempuh pendidikan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada tahun 2018.

Selain menjadi mahasiswa, penulis juga berperan dalam mengembangkan kemampuannya di organisasi ekstra kampus. Antara lain pernah aktif menjadi pengurus PERMAGRES (Persatuan Mahasiswa Gresik) pada tahun 2019-2020, penulis juga aktif menjadi pengurus PKPT IPNU UIN Malang pada tahun 2020-2022.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp. / Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Dio Alif Arfiansyah
NIM : 18610005
Fakultas / Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : *Degree Distance* dan *Gutman Index* pada Graf Total dari Ring Komutatif $\mathbb{Z}_{2p}$
Pembimbing I : Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D
Pembimbing II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	10 Februari 2022	Konsultasi Bab 1	1.
2.	11 Februari 2022	Konsultasi Kajian Agama	2.
3.	18 Februari 2022	Konsultasi Bab 2	3.
4.	24 Februari 2022	Konsultasi Kajian Agama	4.
5.	28 Februari 2022	Konsultasi Bab 2	5.
6.	5 Maret 2022	Konsultasi Kajian Agama	6.
7.	10 Maret 2022	Konsultasi Bab 2	7.
8.	18 Maret 2022	Konsultasi Bab 3	8.
9.	25 Maret 2022	ACC Seminar Proposal	9.
10.	25 Maret 2022	ACC Seminar Proposal	10.
11.	18 April 2022	Konsultasi Bab 4	11.
12.	28 April 2022	Konsultasi Bab 4	12.
13.	11 Mei 2022	Konsultasi Bab 5	13.
14.	17 Mei 2022	Konsultasi Kajian Agama	14.
15.	19 Mei 2022	ACC Seminar Hasil	15.
16.	20 Mei 2022	ACC Seminar Hasil	16.
17.	14 Juni 2022	Konsultasi Bab 4	17.
18.	15 Juni 2022	ACC Sidang Skripsi	18.
19.	16 Juni 2022	ACC Sidang Skripsi	19.

Malang, 22 Juni 2022
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP.19741129 200012 2 005