

**ANALISIS DINAMIK MODEL KECANDUAN NARKOBA DENGAN  
FAKTOR REHABILITASI DAN KAMPANYE KESEHATAN**

**SKRIPSI**

**OLEH  
SAVIRA WINNY WIRAHMASARI  
NIM. 17610039**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2022**

**ANALISIS DINAMIK MODEL KECANDUAN NARKOBA DENGAN  
FAKTOR REHABILITASI DAN KAMPANYE KESEHATAN**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S. Mat)**

**OLEH  
SAVIRA WINNY WIRAHMASARI  
NIM. 17610039**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2022**

**ANALISIS DINAMIK MODEL KECANDUAN NARKOBA DENGAN  
FAKTOR REHABILITASI DAN KAMPANYE KESEHATAN**

**SKRIPSI**

**Oleh**  
**Savira Winny Wirahmasari**  
**NIM. 17610039**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Malang, 15 Juni 2022

Pembimbing I,



Dr. Heni Widayani, M.Si  
NIDT. 19901006 20180201 2 229

Pembimbing II,



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd  
NIP. 19630502 198703 1 005



Mengetahui,  
Ketua Program Studi

  
Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005

**ANALISIS DINAMIK MODEL KECANDUAN NARKOBA DENGAN  
FAKTOR REHABILITASI DAN KAMPANYE KESEHATAN**

**SKRIPSI**

**Oleh**  
**Savira Winny Wirahmasari**  
**NIM. 17610039**

Telah Dipertahankan Di Depan Penguji Seminar Hasil Skripsi  
Dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Tanggal, 20 Juni 2022

Ketua Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	.....
Anggota Penguji 1	: Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si	.....
Anggota Penguji 2	: Dr. Heni Widayani, M.Si	.....
Anggota Penguji 3	: Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	.....

Mengetahui,  
Ketua Program Studi  
  
Dr. Ely Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005



## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Savira Winny Wirahmasari  
NIM : 17610039  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Analisis Dinamik Model Kecanduan Narkoba dengan  
Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan maka saya bersedia menerima sanksi perilaku tersebut.

Malang, 20 Juni 2022

Yang membuat pernyataan,



Savira Winny Wirahmasari

NIM. 17610039

## **MOTTO**

“Jangan pernah bandingkan prosesmu dengan orang lain, percayalah bahwa bunga tidak mekar secara bersamaan”.

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Orang tua penulis yang selalu mendoakan penulis setiap hari dan menginspirasi penulis dengan kesabaran dan kegigihannya. Kakak dan adik penulis yang senantiasa memberikan dukungan dan semangat tanpa henti. Semoga Allah selalu menyertai langkah mereka dalam menggapai kesuksesan di dunia maupun di akhirat.

## KATA PENGANTAR

*Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi yang berjudul “Analisis Dinamik Model Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan”. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang telah membawa kita dari zaman kegelapan menuju zaman yang terang benderang yakni agama Islam. Semoga penulis dan pembaca tergolong sebagai orang-orang yang mendapat syafaat kelak di hari kiamat, aamiin.

Dalam selesainya skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak yang telah mendukung dan membantu secara langsung maupun tidak langsung, oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang ditujukan:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ibu Dr. Heni Widayani, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasehat, pembelajaran, saran dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Bapak Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, nasehat dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
6. Ibu Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si., sebagai dosen penguji Seminar Proposal, Seminar Hasil, dan Ujian Skripsi yang telah banyak memberikan masukan, arahan dan nasehat kepada penulis.
7. Bapak Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen penguji Seminar Hasil dan Ujian Skripsi yang banyak memberi arahan dan masukan kepada penulis.

8. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen, terima kasih untuk segenap ilmu dan bimbingan selama ini.
9. Kedua orang tua dan keluarga yang selalu memberikan doa dan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga rahmat dan karunia Allah selalu dilimpahkan kepada kita semua. Harapan penulis, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca maupun bagi penulis.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Malang, 20 Juni 2022

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL .....</b>	<b>i</b>
<b>HALAMAN PENGAJUAN .....</b>	<b>ii</b>
<b>HALAMAN PERSETUJUAN .....</b>	<b>iii</b>
<b>HALAMAN PENGESAHAN .....</b>	<b>iv</b>
<b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN .....</b>	<b>v</b>
<b>HALAMAN MOTTO .....</b>	<b>vi</b>
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN .....</b>	<b>vii</b>
<b>KATA PENGANTAR .....</b>	<b>viii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR .....</b>	<b>xii</b>
<b>DAFTAR TABEL .....</b>	<b>xiii</b>
<b>DAFTAR SIMBOL .....</b>	<b>xiv</b>
<b>ABSTRAK .....</b>	<b>xv</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xvi</b>
<b>مستخلص البحث .....</b>	<b>xvii</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN .....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian .....	4
1.4 Manfaat Penelitian .....	5
1.5 Batasan Masalah .....	5
1.6 Definisi Istilah .....	6
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA .....</b>	<b>8</b>
2.1 Sistem Persamaan Diferensial .....	8
2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen (Anton, 2014) .....	9
2.3 Kriteria Routh-Hurwitz .....	10
2.4 Titik Kesetimbangan dan Linearisasi .....	11
2.5 Analisis Kestabilan .....	12
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar .....	12
2.7 Model SIR .....	13
2.8 Kecanduan Narkoba .....	14
2.9 Rehabilitasi .....	15
2.10 Kampanye Kesehatan .....	16
2.11 Kajian Keislaman .....	16
<b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN .....</b>	<b>18</b>
3.1 Jenis Penelitian .....	18
3.2 Prosedur Penelitian .....	18
3.3 Teknik Pengambilan Data .....	19
3.4 Analisis Data .....	19
<b>BAB IV PEMBAHASAN .....</b>	<b>20</b>
4.1 Model Matematika untuk Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi .....	20
4.1.1 Titik Kesetimbangan .....	27
4.1.2 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit .....	27
4.1.3 Bilangan Reproduksi Dasar .....	28
4.1.4 Titik Kesetimbangan Endemik .....	30

4.2	Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit.....	33
4.2.1	Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Endemik.....	36
4.3	Simulasi Numerik.....	40
	Integrasi Al-Quran dengan Penyalahgunaan Narkoba.....	43
<b>BAB V</b>	<b>KESIMPULAN DAN SARAN .....</b>	<b>44</b>
5.1	Kesimpulan.....	44
5.2	Saran.....	45
	<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>46</b>
	<b>LAMPIRAN</b>	
	<b>RIWAYAT HIDUP</b>	

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Skema Model SIR .....	13
Gambar 4.1	Diagram Transfer Model Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan .....	22
Gambar 4.2	Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum untuk $0 < R_0 < 1$ .....	40
Gambar 4.3	Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum untuk $R_0 > 1$ .....	41
Gambar 4.4	Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus untuk $0 < R_0 < 1$ .....	42
Gambar 4.5	Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus untuk $R_0 > 1$ .....	42

## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Daftar Variabel-variabel .....	20
Tabel 4.2	Deskripsi Parameter .....	21

## DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini memiliki makna sebagai berikut:

$\phi$	= Tingkat kelahiran manusia
$V$	= Ukuran total individu yang baru memasuki umur 12 tahun
$q$	= Prosentase kesuksesan program kampanye kesehatan
$\mu$	= Tingkat individu rentan yang menerima kampanye kesehatan pada umur 12-18 tahun
$\beta_1$	= Tingkat kontak efektif individu rentan yang belum menerima kampanye kesehatan dengan pecandu narkoba ringan
$\beta_2$	= Tingkat kontak efektif individu rentan yang belum menerima kampanye kesehatan dengan pecandu narkoba berat
$\xi$	= Tingkat efektivitas kampanye anti-narkoba
$\gamma$	= Tingkat rehabilitasi pecandu narkoba ringan
$\pi$	= Tingkat perubahan status dari pecandu ringan ke pecandu berat
$\theta$	= Tingkat rehabilitasi pecandu narkoba berat
$\sigma$	= Tingkat penggunaan narkoba kembali pada individu yang telah selesai direhabilitasi
$m$	= Tingkat berhenti memakai narkoba setelah direhabilitasi
$\delta$	= Tingkat kesuksesan kampanye anti narkoba sehingga individu rentan tidak pernah mengkonsumsi narkoba
$\alpha$	= Tingkat kematian alami pada setiap sub-bab populasi
$p$	= Tingkat kematian individu pecandu berat

## ABSTRAK

Wirahmasari, Savira Winny, 2022. **Analisis Dinamik Model Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Heni Widayani, M.Si (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

**Kata kunci:** model kecanduan narkoba, rehabilitasi, kampanye kesehatan, titik kesetimbangan, analisis kestabilan.

Kajian dinamik populasi pecandu narkoba di suatu wilayah dengan adanya rehabilitasi dan kampanye kesehatan dilakukan pada penelitian ini. Ketika ada pecandu di suatu lingkungan, dikhawatirkan populasi individu lain terdorong untuk ikut mengkonsumsi narkoba karena rasa keingintahuan yang tinggi sehingga apabila tidak bisa mengontrol dirinya sendiri maka seseorang tersebut akan menjadi pecandu juga. Oleh karena itu, pada penelitian ini dibangunlah model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan berbentuk sistem persamaan diferensial non linier dengan enam persamaan yang membentuk sistem dinamik. Pada model ini ditemukan dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa kestabilan dari titik kesetimbangan bebas penyakit adalah stabil asimtotik lokal, sedangkan untuk hasil kestabilan titik kesetimbangan endemik juga menunjukkan bahwa stabil asimtotik lokal. Kurva untuk populasi terinfeksi, rehabilitasi dan sembuh menunjukkan peningkatan yang drastis. Dengan diberikannya kontrol pengobatan dan kampanye kesehatan maka dapat menurunkan kurva sehingga dapat meminimalisir pengguna narkoba tanpa menambah jumlah pengguna baru.

## ABSTRACT

Wirahmasari, Savira Winny, 2022. **On the Dynamic Analysis of Drug Addiction Model with Rehabilitation Factors and Health Campaigns**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Dr. Heni Widayani, M.Si (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

**Keywords:** drug addiction model, rehabilitation, health campaign, equilibrium point, stability analysis.

The study of population dynamics of drug addicts in an area with rehabilitation and health campaigns is carried out in this study. When there are addicts in an environment, it is worried that other populations of individuals will be compelled to take drugs because of their high curiosity so that if they cannot control themselves, that person will become an addict as well. Therefore, in this study, a mathematical model of drug addiction was built with rehabilitation and health campaign factors in the form of a system of non-linear differential equations with six equations that form a dynamic system. In this model, two equilibrium points are found, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The results of this study indicate that the stability of the disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable, while the stability of the endemic equilibrium point also shows that it is locally asymptotically stable. The curve for the infected, rehabilitated and cured population shows a drastic increase. By giving control of treatment and health campaigns, it can reduce the curve so that it can minimize drug users without increasing the number of new users.

## مستخلص البحث

ويراحاساري، سافيرا ويني، 2022. تحليل الديناميكي على نموذج إدمان المخدرات بالعوامل التأهيلية والحملة الانتخابية الصحية. البحث العلمي. قسم الرياضات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرفة: (1) الدكتورة، هيني ويديايني الماجستير، (2) الدكتور. إمام سوجاروو الماجستير الحاج.

الكلمات الأساسية: نموذج إدمان المخدرات (model kecanduan narkoba)، التأهيل (rehabilitasi)، الحملة الانتخابية الصحية (kampanye kesehatan)، درجة التوازن (titik kesetimbangan)، تحليل الثبات (analisis kestabilan).

ويجري في هذه الدراسة دراسة الديناميكي السكانية لمدمني المخدرات في مجال يتضمن حملات لاعادة التأهيل والصحة. وعندما يكون هناك مدمنون في بيئة ما، يخشى أن يضطر غيرهم من السكان من الافراد إلى تناول المخدرات بسبب فضولهم الشديد بحيث يصبح ذلك الشخص مدمنا أيضا إذا لم يكن قادرا على السيطرة على نفسه. لذلك، تم في هذه الدراسة بناء نموذج رياضي لإدمان المخدرات مع عوامل إعادة التأهيل والحملة الصحية في شكل نظام للمعادلات التفاضلية غير الخطية مع ست معادلات تشكل نظاما الديناميكي. وفي هذا النموذج، توجد نقطتان للتوازن، وهما نقطة الاتزان الخالية من الامراض ونقطة الاتزان المستوطنة. وتشير نتائج هذه الدراسة إلى أن استقرار نقطة الاتزان الخالية من الامراض مستقر محليا، في حين أن استقرار نقطة الاتزان المستوطنة يبين أيضا أنه مستقر محليا بشكل عفوي. ويبين منحني السكان المصابين وإعادة تأهيلهم وشفلهم زيادة كبيرة. ومن خلال فرض الرقابة على حملات العلاج والصحة، يصبح بوسعها تقليص الانحناءات بحيث تتمكن من الحد من تعاطي المخدرات إلى أدنى حد من دون زيادة عدد المستخدمين الجدد.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Maraknya penyalahgunaan narkoba menjadi masalah yang belum terselesaikan hingga saat ini. Masalah ini dapat didekati dengan ilmu matematika, salah satunya yaitu pemodelan matematika. Menurut Munir pada tahun 2010, pemodelan matematika dapat diartikan sebagai ilmu yang memformulasikan dan menjelaskan fenomena atau permasalahan pada dunia nyata ke dalam bentuk model matematika. Penyalahgunaan narkoba terjadi pada semua kalangan, tidak memandang status, umur, dan profesi. Faktor utama yang mendorong seseorang untuk mengkonsumsi narkoba adalah rasa keingintahuan yang tinggi dan untuk mencari kesenangan sesaat. Di sisi lain, faktor lingkungan seperti teman sebaya atau kondisi keluarga juga dapat mengakibatkan seseorang menjadi pengguna narkoba apabila tidak bisa mengontrol dirinya.

Perilaku penyalahgunaan narkoba dapat digambarkan dengan model epidemi *Susceptible-Infected-Recovered* (SIR). Model ini digunakan untuk memperkirakan dinamika penyebaran penyalahgunaan narkoba yang nantinya dapat digunakan untuk menarik kesimpulan awal tentang efektivitas kampanye kesehatan dalam menangani masalah penyalahgunaan narkoba tersebut. Model epidemi SIR terdiri dari tiga kompartmen yaitu *Susceptible* (S) atau individu yang rentan, *Infected* (I) atau individu yang terinfeksi dan dapat menyebarkan penyakit tersebut kepada individu yang rentan, dan *Recovered* (R) atau individu yang diasumsikan telah sembuh.

Kepala Badan Narkotika Nasional (BNN) pada tahun 2019 menyebutkan bahwa ada peningkatan penyalahgunaan narkoba sebesar 24 – 28 % di kalangan remaja dibandingkan pada tahun 2018 yang sudah mencapai 2,29 juta remaja. Dan pada tahun 2018, sebanyak 37 sampai 40 orang yang meninggal setiap harinya dikarenakan penyakit yang ditimbulkan oleh efek penyalahgunaan narkoba seperti Hepatitis B dan HIV yang terjadi karena pemakaian jarum suntik secara bersamaan (BNN, 2018).

Allah SWT berfirman dalam Al-Quran Surat Al-Hajj Ayat 70 yang artinya:

*“Tidakkah engkau tahu bahwa Allah mengetahui apa yang di langit dan di bumi? Sungguh, yang demikian itu sudah terdapat dalam kitab (Lauh Mahfuzh). Sesungguhnya yang demikian itu sangat mudah bagi Allah” (QS Al-Hajj: 70).*

Berdasarkan ayat di atas dapat diinterpretasikan bahwa apapun yang dilakukan ciptaan-Nya termasuk manusia sangatlah mudah bagi Allah untuk mencatat pada buku induk-Nya terutama dalam hal kejelekan. Oleh karena itu berbondong-bondonglah menuju jalan kebenaran dan kebaikan karena apapun kejelekan yang kita lakukan pada masa lalu tidak menghalangi kita untuk menjadi yang lebih baik lagi.

Penelitian tentang narkoba sudah dilakukan sejak lama, salah satunya adalah penelitian Yuliza dkk pada tahun 2014 dimana mereka memprediksi jumlah pemakai narkoba dengan membuat model matematika jumlah pemakai narkoba dengan program rehabilitasi, dimana populasi dipecah atas 4 kelompok orang ialah kelompok orang rentan untuk mengenakan narkoba, kelompok orang pemakai narkoba, kelompok individu yang direhabilitasi, serta kelompok orang yang telah menyudahi mengenakan narkoba. Model matematika yang tercipta dianalisis dengan melihat kestabilannya, hasil analisis model matematika diperoleh 2 tipe titik tetap. Pertambahan jumlah pemakai narkoba dipengaruhi oleh 4 parameter yaitu

tingkatan terjadinya interaksi antara orang rentan untuk mengenakan narkoba dengan orang pemakai narkoba, tingkatan orang pemakai narkoba menjadi orang yang direhabilitasi, serta tingkatan orang pemakai narkoba sampai menjadi orang yang berhenti mengenakan narkoba.

Selanjutnya adalah penelitian Sutanto dkk pada tahun 2017 dimana mereka mengembangkan model SEIR untuk epidemi penyakit dalam mempelajari epidemi penyalahgunaan narkoba dengan pengobatan rehabilitasi. Tujuan dari riset tersebut merupakan untuk menganalogikan model *susceptible exposed infected isolated recovered* (SEIR) pada pelaku penyalahgunaan narkoba, untuk memastikan solusi dari model, memastikan titik kesetimbangan, serta mengaplikasikan simulasi. Penyelesaian dari model SEIR ditentukan dengan menggunakan algoritma Runge-Kutta orde keempat, titik keseimbangan yang diperoleh yakni titik keseimbangan bebas narkoba. Solusi SEIR menampilkan bahwa model tersebut sanggup menekan penyebaran penyalahgunaan narkoba.

Kemudian pada penelitian ini penulis mengembangkan model penyebaran penyalahgunaan narkoba pada suatu populasi yang sebelumnya telah diteliti oleh (Jun Li, 2018). Penelitian tersebut menganalisis model penyebaran penyalahgunaan narkoba bertipe SCLHTR dengan pengaruh lingkungan keluarga dan adanya kampanye kesehatan masyarakat. Analisis menunjukkan bahwa jumlah pecandu narkoba ringan dan berat dapat diturunkan dengan meningkatkan pengaruh lingkungan keluarga dan kampanye kesehatan secara simultan. Penelitian Li & Ma ini akan dikembangkan dengan mengurangi kemungkinan terjadinya kematian akibat overdosis narkoba pada pecandu ringan. Selain itu proses pengobatan pecandu lebih difokuskan di lingkungan pondok pesantren. Kajian ini penting untuk

memaksimalkan jumlah pecandu yang sembuh tanpa menambah jumlah pecandu baru di lingkungan pondok. Faktor lingkungan pondok menjadi faktor utama yang akan menentukan keberhasilan proses rehabilitasi.

Dari pemaparan latar belakang tersebut, maka penulis bermaksud untuk menyusun skripsi dengan judul “*Analisis Dinamik Model Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan*”.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang yang dijelaskan sebelumnya, dapat dirumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan?
2. Bagaimana analisis kestabilan setiap titik kesetimbangan model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan?
3. Bagaimana simulasi numerik dari model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan
2. Menganalisis kestabilan setiap titik kesetimbangan model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan

3. Menginterpretasikan hasil simulasi numerik model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Berdasarkan tujuan penelitian tersebut, maka manfaat penelitian ini adalah:

1. Memperoleh model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan yang mengkontruksi dari penelitian Jun Li, Mingju Ma pada tahun 2018
2. Memperoleh hasil analisis kestabilan setiap titik kesetimbangan pada model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan
3. Memperoleh interpretasi hasil simulasi numerik dari model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan

#### **1.5 Batasan Masalah**

Untuk mengantisipasi meluasnya pembahasan pada penelitian ini, maka perlu diberikan batasan masalah sebagai berikut:

1. Model matematika yang digunakan merujuk pada penelitian Jun Li, Mingju Ma pada tahun 2018.
2. Anggota populasi adalah individu dari umur 12 tahun sampai 18 tahun.
3. Setiap kelompok individu mengalami kematian secara alami.
4. Kelompok individu pecandu berat memiliki kemungkinan kematian akibat overdosis ataupun penyakit lain yang merupakan efek samping penggunaan narkoba.

5. Penularan pemakaian narkoba terjadi karena interaksi serta adanya unsur ajakan yang kuat dari kelompok individu pemakai narkoba ringan atau berat kepada individu yang rentan.
6. Terdapat individu pemakai narkoba ringan dan berat yang direhabilitasi.
7. Individu yang sudah selesai direhabilitasi dapat berhenti permanen sebagai pecandu atau dapat kembali menjadi pecandu berat.
8. Program rehabilitasi difokuskan melalui kegiatan di lingkungan pondok pesantren.
9. Individu yang telah mendapatkan kampanye kesehatan berpeluang untuk menjadi individu yang tidak mengkonsumsi narkoba seumur hidupnya.
10. Individu yang sudah merasakan jera dengan dampak narkoba / taubat / berhenti karena keinginannya sendiri diasumsikan kepada kelompok individu yang berhenti permanen memakai narkoba.

## **1.6 Definisi Istilah**

Istilah-istilah yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Analisis Dinamik merupakan pengamatan aktivitas objek dengan cara memberikan kelakuan sistem dinamik kompleks, biasanya dengan menggunakan persamaan diferensial ataupun persamaan beda untuk dikaji atau dipelajari secara detail.
2. Model matematika adalah suatu cara sederhana untuk menerjemahkan suatu masalah ke dalam bahasa matematika dengan menggunakan persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi.

3. Narkoba adalah zat atau obat baik yang bersifat alamiah, sintesis, maupun semi sintesis yang menimbulkan efek penurunan kesadaran, halusinasi, serta daya rangsang.
4. Rehabilitasi merupakan suatu proses pemulihan penderita dengan kendala penggunaan narkoba baik dalam jangka waktu yang panjang ataupun pendek, dan bertujuan merubah sikap mereka supaya siap kembali ke warga.
5. Kampanye kesehatan merupakan jenis kampanye yang mencoba untuk mempromosikan kesehatan masyarakat dengan membuat intervensi kesehatan baru yang tersedia.

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial dapat dikatakan suatu sistem yang memuat bilangan bulat positif  $n$  yang lebih besar sama dengan dua, dimana  $n$  adalah fungsi yang belum diketahui. Dengan kata lain, persamaan diferensial juga berbentuk persamaan matematika untuk fungsi yang memiliki satu variabel atau lebih, dimana variabel tersebut berisi nilai itu sendiri dan turunannya dalam berbagai orde.

Bentuk umum dari suatu sistem  $n$  persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = g_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = g_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

...

$$\frac{dx_n}{dt} = g_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

dengan  $x_1, x_2, \dots, x_n$  adalah variabel terikat dan  $t$  adalah variabel bebas, sehingga  $x_1 = x_1(t), x_2 = x_2(t), \dots, x_n = x_n(t)$  dimana  $\frac{dx_n}{dt}$  merupakan derivatif fungsi  $x_n$  terhadap  $t$  dan  $g$ , adalah fungsi yang tergantung pada variabel  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dan  $t$  (Neuhauser, 2004).

Klasifikasi persamaan diferensial berdasarkan variabel bebas dibagi menjadi dua. Kasus pertama yaitu persamaan diferensial biasa dimana fungsinya tergantung pada variabel bebas. Penentuan orde suatu persamaan diferensial tergantung pada

kandungan fungsi turunan didalamnya dan orde atau tingkat suatu persamaan tersebut merupakan pangkat tertinggi turunan dalam persamaan diferensialnya (Lestari, 2013).

Kasus kedua yakni sebuah bentuk persamaan yang memuat turunan parsial satu atau lebih variabel tak bebas terhadap lebih dari satu variabel bebas suatu fungsi yang disebut persamaan diferensial parsial (Lestari, 2013).

## 2.2 Nilai Eigen dan Vektor Eigen (Anton, 2014)

Jika  $A$  adalah matriks  $n \times n$ , maka sebuah vektor tak nol  $x \in R^n$  disebut **vektor eigen** dari  $A$  (atau operator matriks  $T_A$ ) jika  $Ax$  merupakan sebuah kelipatan skalar dari  $x$ , maka

$$Ax = \lambda x \quad (2.1)$$

Dimana  $\lambda$  merupakan skalar sebarang.

Untuk memnentukan skalar  $\lambda$  dari matriks  $A$ , maka dapat kita tulis persamaannya menjadi

$$Ax = \lambda Ix \quad (2.2)$$

Dimana  $I$  merupakan matriks identitas. Skalar  $\lambda$  disebut nilai eigen dari  $A$  apabila terdapat solusi tak nol pada persamaan ini. Dan persamaan (2.2) mempunyai solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det(A - \lambda I)x = 0$$

## 2.3 Kriteria Routh-Hurwitz

Kriteria Routh adalah suatu metode untuk menentukan kestabilan dari system kontinu, untuk system dari persamaan karakteristik orde ke- $n$  yaitu:

$$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (2.3)$$

Kriteria tersebut diterapkan dengan table routh. Dimana  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_0$  adalah koefisien dari persamaan karakteristik dan

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} \quad b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} \quad \text{dll}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1} \quad c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1} \quad \text{dll}$$

Tabel tersebut dapat dilanjutkan secara vertical dan horizontal hingga hanya nol yang diperoleh. Setiap baris dapat dikalikan dengan konstanta positif sebelum baris selanjutnya dihitung tanpa mengubah sifat dari tabel.

Kriteria Hurwitz adalah metode yang digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan karakteristik dari system persamaan kontinu yang memiliki bagian real negative. Kriteria ini diterapkan menggunakan determinan yang dibentuk dari persamaan karakteristik (2.3). Dari polynomial derajat  $n$  (2.3) diketahui bahwa  $a_n$  adalah koefisien persamaan (2.3) dengan  $= 1, 2, 3, \dots, n$ , asumsikan bahwa  $a_n > 0$ . Untuk polynomial derajat  $n$  (2.3), akan diperoleh  $n$  buah matriks Hurwitz sebagai berikut:

$$\Delta_{n \times n} = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & \begin{bmatrix} a_0 \text{ jika } n \text{ genap} \\ a_1 \text{ jika } n \text{ ganjil} \end{bmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & \dots & \begin{bmatrix} a_1 \text{ jika } n \text{ genap} \\ a_0 \text{ jika } n \text{ ganjil} \end{bmatrix} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & & & & \dots & \dots & 0 \\ 0 & & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & & 0 \\ \vdots & & a_n & a_{n-2} & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & & \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & & & 0 & 0 & 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

Maka terbentuklah determinan sebagai berikut:

$$\Delta_{1 \times 1} = a_{n-1}$$

$$\Delta_{2 \times 2} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} = a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}$$

$$\Delta_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} = a_{n-1}a_{n-2}a_{n-3} + a_n a_{n-1} a_{n-5} - a_n a_{n-3}^2 -$$

$$a_{n-4} a_{n-1}^2$$

$$\Delta_{3 \times 3} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \end{vmatrix} = a_{n-1}a_{n-2}(a_{n-3}a_{n-4} - a_n a_{n-7} +$$

$$a_{n-1}a_{n-6} - a_{n-2}a_{n-5} + a_n a_{n-3}(a_{n-2}a_{n-5} - a_{n-1}a_{n-6} + a_n a_{n-7} -$$

$$a_{n-3}a_{n-4}) + a_{n-1}a_{n-4}a_{n-5}(1 + a_n) - a_{n-1}^2 a_{n-4}^2 - a_n^2 a_{n-5}^2$$

Karena seringkali dijumpai akar-akar dari persamaan karakteristik berupa parameter yang nilainya tidak mudah ditentukan maka diperlukan aturan yang menjamin bahwa akar-akar persamaan karakteristik bernilai negatif atau ada persamaan yang bernilai positif. Aturan tersebut dikenal dengan aturan *Routh-Hurwitz* (Olsder, 2004).

## 2.4 Titik Kesetimbangan dan Linearisasi

(Perko, 2001) menyebutkan bahwa titik  $\tilde{x} \in R^n$  disebut titik kesetimbangan (titik equilibrium) suatu sistem jika  $f(\tilde{x}) = 0$ . Titik kesetimbangan juga disebut titik yang tidak mengalami perubahan terhadap waktu, jadi jika  $t = 1, 2, 3, \dots, n$  maka titik kesetimbangannya tetap. Suatu sistem tersebut dimisalkan dengan suatu sistem persamaan diferensial yang dinyatakan sebagai berikut.

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n.$$

Suatu proses untuk mengubah sistem persamaan diferensial non linear menjadi sistem persamaan diferensial linear disebut linearisasi. Sistem ini dilakukan untuk mengetahui perilaku sistem disekitar titik kesetimbangan sistem

tersebut, syaratnya adalah bagian real akar karakteristiknya tak nol. Linearisasi dapat dilakukan dengan matriks Jacobian.

## 2.5 Analisis Kestabilan

Sebelum menentukan kestabilan titik tetap dari suatu sistem persamaan differensial biasa nonlinear, maka dilakukan linearisasi terlebih dahulu di sekitar titik tetapnya dan salah satu metode yang digunakan adalah deret Taylor. Kestabilan titik tetap dan jenis kestabilannya ditentukan oleh nilai eigen yang dihasilkan dari sistem persamaan tersebut.

Analisis kestabilan bertujuan untuk mengetahui apakah suatu penyakit menyebar atau sudah menghilang dari suatu populasi sehingga dapat dilakukan tindak lanjut. Menurut (Wiggins, 2003), titik ekuilibrium dibagi menjadi tiga, yaitu:

1. Stabil lokal jika untuk setiap  $\varepsilon > 0$  terdapat  $\delta > 0$
2. Stabil asimtotik lokal jika titik kesetimbangannya stabil dan terdapat  $\delta_0 > 0$
3. Tidak stabil jika titik kesetimbangannya tidak memenuhi syarat nomor 1

## 2.6 Bilangan Reproduksi Dasar

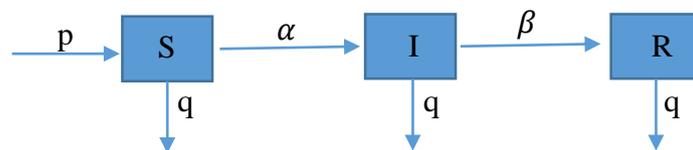
Bilangan reproduksi dasar merupakan rata-rata banyaknya individu yang rentan terinfeksi penyakit secara langsung oleh individu lain yang terinfeksi ketika individu tersebut masuk dalam populasi yang benar-benar rentan terhadap penyakit (Giesecke, 2017). Bilangan reproduksi dasar dinotasikan dengan  $R_0$ .

Kondisi yang kemungkinan akan timbul adalah sebagai berikut:

1. Jika  $R_0 < 1$ , maka kelompok individu yang terinfeksi akan berkurang dan akhirnya akan mati.
2. Jika  $R_0 = 1$ , maka kelompok individu yang terinfeksi akan sama sepanjang waktu.
3. Jika  $R_0 > 1$ , maka kelompok individu yang terinfeksi akan bertambah.

## 2.7 Model SIR

Model epidemi SIR terdiri dari tiga kompartmen atau sub populasi yaitu: *Susceptible* (S) atau individu yang rentan, *Infected* (I) atau individu yang terinfeksi dan dapat menyebarkan penyakit tersebut kepada individu yang rentan, dan *Recovered* (R) atau individu yang diasumsikan telah sembuh atau kekebalan tubuhnya kembali normal sehingga kebal terhadap penyakit. Diagram kompartmen model yang menggambarkan hubungan ketiga populasi dapat dilihat dalam gambar 2.1.



**Gambar 2.1** Skema Model SIR

Skema diatas dapat dituliskan secara lengkap menjadi sistem persamaan differensial sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = p - q - \alpha$$

$$\frac{dI}{dt} = \alpha - q - \beta$$

$$\frac{dR}{dt} = \beta - q$$

dengan

$S$  = jumlah individu yang rentan dalam populasi (*Susceptible*)

$I$  = jumlah individu yang terinfeksi dalam populasi (*Infectious*)

$R$  = jumlah individu yang sembuh dalam populasi (*Recovered*)

$\alpha$  = laju penularan penyakit dari *Susceptible* ke *Infectious*

$\beta$  = laju pemulihan dari *Infectious* menjadi *Recovered*

$p$  = tingkat kelahiran manusia

$q$  = tingkat kematian alami

## 2.8 Kecanduan Narkoba

Kecanduan merupakan keadaan yang membuat seorang kehilangan kendali atas apa yang dia jalani, ataupun mengonsumsi terhadap sesuatu perihalnya yang mereka jadikan candu. Hilang kontrol ini dapat diakibatkan oleh bermacam perihalnya serta terjadi pada waktu yang lama. Narkoba menjadi berbahaya apabila penggunaannya melebihi dosis atau tanpa resep dokter. Hal seperti ini yang akan menimbulkan ketergantungan kepada pemakai narkoba sehingga terjadi banyak kasus penyalahgunaan narkoba.

Faktor yang mempengaruhi penyalahgunaan narkoba berasal dari faktor eksternal dan internal (Rosida, 2015). Faktor eksternal meliputi keluarga maupun faktor lain. Dari keluarga, misalnya hubungan yang tidak harmonis dalam keluarga, rumah tangga yang tidak utuh, kurang perhatian atau komunikasi antar anggota

keluarga, terlalu mengekang, dan keluarga yang telah memakai narkoba. Faktor eksternal lain yang dapat berpengaruh buruk adalah pergaulan maupun lingkungan.

Sedangkan faktor internal yang dapat mempengaruhi seseorang untuk menyalahgunakan narkoba adalah rasa ingin tahu yang tinggi, ketidaktahuan akan bahaya narkoba, mengikuti gaya hidup, salah pengertian jika menggunakan sesekali tidak menimbulkan ketagihan. faktor internal lainnya yaitu merasa tertekan dan ingin lepas atau bebas dari segala aturan-aturan orang tua.

Pada tahun 2016, Badan Narkotika Nasional dan Pusat Penelitian Kesehatan Universitas Indonesia melakukan penelitian dan hasil yang diperoleh yakni angka prevalensi satu tahun terakhir pemakai narkoba pada kelompok usia pelajar dan mahasiswa mencapai 1,9%. Rincian penyalahgunaan narkoba yang terjadi pada kelompok pelajar dan mahasiswa yaitu SMP 88%, SMA 93%, dan mahasiswa 93%. Sekitar 40-50 orang meninggal akibat dampak penyalahgunaan narkoba dan kerugian mencapai kurang lebih 72 triliun per tahun (Kemdikbud, 2017).

## **2.9 Rehabilitasi**

Rehabilitasi merupakan suatu proses pemulihan penderita dengan kendala penggunaan narkoba baik dalam jangka waktu yang panjang ataupun pendek, dan bertujuan merubah sikap mereka supaya siap kembali ke warga (Kemenkes, 2010). Berbagai aktivitas dalam pembangunan terutama yang berkaitan erat dengan pembangunan warga, pesantren senantiasa berpartisipasi dalam berbagai program pembangunan seperti pencegahan, pemberantasan, penyalahgunaan serta peredaran gelap Narkoba. Pesantren sudah dianggap lebih mumpuni dan punya potensi yang bernilai lebih sebagai pusat rehabilitasi karena memiliki multiguna seperti

mengobati pecandu narkoba supaya sembuh total dan tidak mengulangi perbuatannya, mendekatkan diri kepada Allah melalui amalan-amalan, memberi pencerahan dan penyadaran supaya kembali ke jalan yang benar, mengajarkan supaya meraih kebaikan dan keselamatan dunia dan akhirat, dan menanamkan iman yang kukuh (Pina, 2017).

## **2.10 Kampanye Kesehatan**

Kampanye kesehatan merupakan jenis kampanye yang mencoba untuk mempromosikan kesehatan masyarakat dengan membuat intervensi kesehatan baru yang tersedia. Kampanye kesehatan bertujuan untuk membantu masyarakat memahami informasi umum mengenai berbagai bahaya dan penyakit yang ditimbulkan dan mencegah mereka agar tidak terjerumus dalam hal kejelekan.

Kampanye kesehatan merupakan langkah intensif yang dilakukan agar kurangnya kesadaran masyarakat tentang bahaya-bahaya atau penyakit yang ditimbulkan tidak menjadi kendala tersendiri dalam upaya pencegahan penyakit-penyakit yang kerap muncul.

## **2.11 Kajian Keislaman tentang Merusak atau Membinasakan Diri Sendiri**

Allah berfirman dalam QS.An-Nisa ayat 29 yang artinya:

*“Dan janganlah kamu membunuh dirimu sendiri, sesungguhnya Allah adalah Maha Penyayang kepadamu.” (QS.An-Nisa 29).*

Ayat diatas menjelaskan bahwa haramnya merusak atau membinasakan diri sendiri. Menurut Zubdatul Tafsir Min Fathil Qadir disebutkan bahwa barang siapa yang membunuh dirinya sendiri dengan minum racun, maka racun tersebut akan ia minum sedikit demi sedikit di neraka dan kelak dia di neraka selamanya.

Dari Abu Hurairah: Nabi Muhammad SAW bersabda yang artinya:

*“Barang siapa yang sengaja menjatuhkan dirinya dari gunung hingga mati, maka dia di neraka jahanam dalam keadaan menjatuhkan diri di (gunung dalam) neraka itu, kekal selama-lamanya. Barang siapa yang sengaja menenggak racun hingga mati maka racun itu tetap ditangannya dan dia menenggaknya di dalam neraka jahanam dalam keadaan kekal selama-lamanya. Dan barang siapa yang membunuh dirinya dengan besi, maka besi itu akan ada di tangannya dan dia tusukkan ke perutnya di neraka jahanam dalam keadaan kekal selama-lamanya.” (HR. Bukhari Nomor 5778 dan Muslim Nomor 109).*

## **BAB III**

### **METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Jenis Penelitian**

Pada penelitian Analisis Dinamik Model Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan ini, penulis menggunakan jenis penelitian kualitatif dengan metode studi pustaka. Metode studi pustaka sendiri adalah penelitian yang dilakukan dengan cara mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan berbagai macam referensi yang meliputi buku, catatan dan hasil penelitian lain, dokumen, serta artikel yang berhubungan dengan objek permasalahan. Kemudian berbagai data dan informasi tersebut digunakan sebagai bahan untuk menggabungkan beberapa metode atau cara sehingga dapat terbentuk hasil penelitian yang dapat menjawab rumusan masalah yang dibuat.

#### **3.2 Prosedur Penelitian**

Pada tahap ini segala macam hal dipersiapkan sebelum melakukan penelitian dan juga beberapa tahapan yang perlu diperhatikan seperti rancangan penelitian, hal-hal yang perlu diteliti, serta pengumpulan data yang didapatkan dari beberapa literatur atau hasil penelitian sebelumnya.

Hal pertama yang dilakukan adalah merumuskan masalah. Rumusan masalah yang dibuat adalah berdasarkan pada proses kejadian yang ditemukan dilapangan serta proses telaah literatur yang sudah dilakukan oleh peneliti sebelumnya. Setelah didapatkan rumusan masalah, maka dilakukan penentuan judul yang sesuai sehingga kemudian judul tersebut akan menjadi gambaran utama

dalam proses penelitian berlangsung. Selanjutnya judul ini diajukan untuk disetujui dan kemudian dilanjutkan pada tahapan penelitian berikutnya. Setelah judul dibuat dan disetujui serta telah terbentuk rumusan masalah, maka dilakukan pembatasan masalah yang akan diteliti agar hasil dari penelitian sesuai dengan rancangan yang telah dibuat. Kemudian tahapan berikutnya adalah pengumpulan data atau informasi yang didapatkan melalui proses studi literatur terhadap beberapa penelitian atau sumber pustaka yang lain. Selanjutnya data atau informasi ini menjadi bahan proses pengolahan untuk menjawab rumusan masalah yang telah ditentukan.

### **3.3 Teknik Pengambilan Data**

Teknik yang digunakan dalam penelitian ini adalah tinjauan literatur. Pada teknik ini peneliti membaca artikel-artikel terkait penelitian untuk memperoleh parameter simulasi yang relevan. Tinjauan literatur digunakan sebagai bagian dari komponen teknik pengumpulan data.

### **3.4 Analisis Data**

Nilai parameter yang telah dikumpulkan dari artikel-artikel penelitian terkait sebelumnya akan digunakan untuk mengilustrasikan hasil kajian analisa dinamik model yang telah dilakukan. Nilai parameter model dipilih dari artikel rujukan yang paling relevan.

**BAB IV**  
**PEMBAHASAN**

**4.1 Model Matematika untuk Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan**

Model yang akan dibahas pada bab ini adalah pengaruh lingkungan terdekat dan kampanye kesehatan (Jun Li, 2018). Model ini membagi total populasi manusia  $V(t)$  menjadi enam kompartemen: individu rentan yang tidak menerima pendidikan kesehatan ( $S$ ), individu rentan yang menerima pendidikan kesehatan ( $C$ ), pecandu narkoba ringan ( $L$ ), pecandu narkoba berat ( $H$ ), pecandu narkoba dalam pengobatan ( $T$ ), pecandu narkoba yang berhenti secara permanen ( $R$ ).

Daftar variabel yang digunakan pada model penyebaran narkoba disajikan pada tabel 4.1, sedangkan deskripsi parameter beserta satuan dituliskan pada tabel 4.2.

**Tabel 4.1** *Daftar Variabel-variabel*

<b>Variabel</b>	<b>Keterangan</b>	<b>Satuan</b>
$S(t)$	Banyaknya individu yang rentan terkena narkoba yang tidak menerima kampanye kesehatan	Orang
$C(t)$	Banyaknya individu yang rentan terkena narkoba yang menerima kampanye kesehatan	Orang
$L(t)$	Banyaknya pecandu narkoba ringan	Orang
$H(t)$	Banyaknya pecandu narkoba berat	Orang
$T(t)$	Banyaknya pengguna narkoba dalam masa rehabilitasi	Orang
$R(t)$	Banyaknya individu yang berhenti menggunakan narkoba	Orang

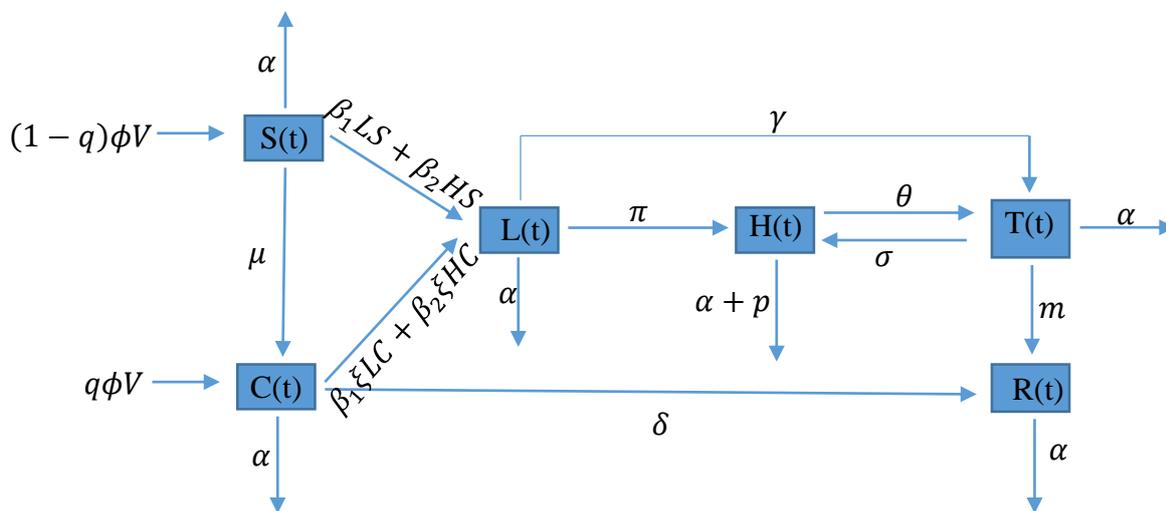
**Tabel 4.2** Deskripsi Parameter

<b>Parameter</b>	<b>Keterangan</b>	<b>Satuan</b>
$\phi$	Tingkat kelahiran manusia	Per Tahun
$V$	Ukuran total individu yang baru memasuki umur 12 tahun	Orang
$q$	Prosentase kesuksesan program kampanye kesehatan	Tak Berdimensi
$\mu$	Tingkat individu rentan yang menerima kampanye anti-narkoba pada umur 12-18 tahun	Per Tahun
$\beta_1$	Tingkat kontak efektif individu rentan yang belum menerima kampanye anti-narkoba dengan pecandu narkoba ringan	Per Tahun
$\beta_2$	Tingkat kontak efektif individu rentan yang belum menerima kampanye anti-narkoba dengan pecandu narkoba berat	Per Tahun
$\beta_1\xi$	Tingkat kontak efektif individu rentan yang sudah menerima kampanye anti-narkoba dengan pecandu narkoba ringan	Per Tahun
$\beta_2\xi$	Tingkat kontak efektif individu rentan yang sudah menerima kampanye anti-narkoba dengan pecandu narkoba berat	Per Tahun
$\xi$	Tingkat efektivitas kampanye anti-narkoba	Per Tahun
$\gamma$	Tingkat rehabilitasi pecandu narkoba ringan	Per Tahun
$\pi$	Tingkat perubahan status dari pecandu ringan ke pecandu berat	Per Tahun
$\theta$	Tingkat rehabilitasi pecandu narkoba berat	Per Tahun
$\sigma$	Tingkat penggunaan narkoba kembali pada individu yang telah selesai direhabilitasi	Per Tahun
$m$	Tingkat berhenti memakai narkoba setelah direhabilitasi	Per Tahun

Lanjutan Tabel 4.2

$\delta$	Tingkat kesuksesan kampanye anti narkoba sehingga individu rentan tidak pernah mengkonsumsi narkoba	Per Tahun
$\alpha$	Tingkat kematian alami pada setiap sub-bab populasi	Per Tahun
$p$	Tingkat kematian individu pecandu berat	Per Tahun

Secara skematis, proses kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi digambarkan dalam diagram transfer dibawah ini.



**Gambar 4.1** Diagram Transfer Model Kecanduan Narkoba dengan Faktor Rehabilitasi dan Kampanye Kesehatan

Berdasarkan diagram transfer model pada Gambar 4.1, ditunjukkan bahwa perubahan populasi individu rentan ( $S$ ) terhadap waktu dipengaruhi oleh tingkat kelahiran alami ( $\phi$ ), ukuran total rekrutan baru ( $V$ ) dan faktor lingkungan ( $q$ ) dan akan berkurang karena adanya tingkat kematian alami ( $\alpha$ ). Populasi individu rentan ( $S$ ) akan berkurang karena menerima kampanye anti-narkoba ( $\mu$ ) sehingga mengakibatkan populasi individu rentan yang belum menerima kampanye anti-narkoba ( $S$ ) berpindah status menjadi populasi individu rentan yang sudah

menerima kampanye anti-narkoba ( $C$ ), atau akan berkurang karena adanya kontak efektif individu rentan yang belum menerima kampanye dengan pecandu narkoba ringan ( $\beta_1 L$ ) dan pecandu narkoba berat ( $\beta_2 H$ ). Sehingga model kompartmen  $S$  dapat didefinisikan oleh persamaan differensial berikut:

$$\frac{dS}{dt} = (1 - q)\phi V - \mu S - (\beta_1 L + \beta_2 H)S - \alpha S \quad (4.1)$$

Peningkatan jumlah populasi individu rentan yang sudah menerima kampanye anti-narkoba ( $C$ ) terhadap waktu dipengaruhi oleh tingkat kelahiran alami ( $\phi$ ), ukuran total individu yang memasuki umur 12 tahun ( $V$ ) dan prosentase individu yang mendapatkan kampanye anti-narkoba ( $q$ ). Populasi individu rentan yang sudah menerima kampanye ( $C$ ) akan berkurang karena adanya tingkat kematian alami ( $\alpha$ ) dan tingkat kontak efektif individu rentan yang sudah menerima kampanye dengan pecandu narkoba ringan ( $\beta_1 \xi L$ ) dan pecandu narkoba berat ( $\beta_2 \xi H$ ) sehingga populasi individu rentan yang sudah menerima kampanye ( $C$ ) akan berpindah status menjadi populasi individu terinfeksi ( $L$ ). Populasi individu ( $C$ ) dapat dinyatakan sebagai individu bebas narkoba ke ( $R$ ) jika setelah mendapatkan kampanye anti-narkoba individu tersebut tidak pernah mengkonsumsi narkoba. Tingkat kesuksesan kampanye ini dinotasikan sebagai parameter ( $\delta$ ). Sehingga model kompartmen  $C$  disajikan dalam persamaan differensial berikut:

$$\frac{dC}{dt} = q\phi V - (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \delta C + \mu S - \alpha C \quad (4.2)$$

Perubahan populasi individu terinfeksi ( $L$ ) terhadap waktu dipengaruhi oleh tingkat kontak efektif individu rentan yang belum menerima kampanye ( $S$ ) dengan pecandu narkoba ringan ( $\beta_1 L$ ) dan pecandu narkoba berat ( $\beta_2 H$ ), juga karena adanya tingkat kontak efektif individu rentan yang sudah menerima kampanye ( $C$ )

dengan pecandu narkoba ringan ( $\beta_1\xi L$ ) dan pecandu narkoba berat ( $\beta_2\xi H$ ). Populasi individu terinfeksi ( $L$ ) akan berkurang karena adanya tingkat kematian alami ( $\alpha$ ) dan tingkat perubahan status dari pecandu ringan ke pecandu berat ( $\pi$ ) sehingga mengakibatkan perubahan status dari individu terinfeksi ( $L$ ) ke individu terinfeksi ( $H$ ). Populasi individu terinfeksi ( $L$ ) juga akan berkurang karena di rehabilitasi ( $\gamma$ ). Sehingga model kompartmen  $L$  disajikan dalam persamaan differensial berikut:

$$\frac{dL}{dt} = (\beta_1 L + \beta_2 H)S + (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \gamma L - \pi L - \alpha L \quad (4.3)$$

Perubahan populasi individu terinfeksi ( $H$ ) terhadap waktu dipengaruhi oleh tingkat perubahan status dari pecandu ringan ke pecandu berat ( $\pi$ ) dan karena adanya penggunaan narkoba kembali oleh individu yang telah direhabilitasi ( $\sigma$ ). Populasi individu terinfeksi ( $H$ ) akan berkurang karena kematian alami ( $\alpha$ ) dan kematian karena pemakaian narkoba ( $p$ ). Adanya rehabilitasi ( $\theta$ ) juga menyebabkan populasi individu terinfeksi ( $H$ ) berkurang. Sehingga model kompartmen  $H$  dapat disajikan dalam persamaan differensial berikut:

$$\frac{dH}{dt} = \pi L - \theta H + \sigma T - (\alpha + p)H \quad (4.4)$$

Perubahan populasi individu dalam masa rehabilitasi ( $T$ ) terhadap waktu dipengaruhi oleh populasi individu terinfeksi ( $L$ ) yang mendapat rehabilitasi ( $\gamma$ ) dan individu terinfeksi ( $H$ ) yang mendapatkan rehabilitasi ( $\theta$ ). Populasi individu dalam masa rehabilitasi ( $T$ ) akan berkurang karena adanya penggunaan narkoba kembali oleh individu yang telah direhabilitasi ( $\sigma$ ) dan kematian alami ( $\alpha$ ). Setelah mendapat rehabilitasi, populasi ( $T$ ) akan sembuh dan berhenti memakai narkoba

( $m$ ). Sehingga model kompartmen  $T$  dapat dituliskan dalam persamaan differensial berikut:

$$\frac{dT}{dt} = \gamma L + \theta H - \sigma T - mT - \alpha T \quad (4.5)$$

Perubahan populasi individu sembuh ( $R$ ) terhadap waktu dipengaruhi oleh individu dalam masa rehabilitasi yang sudah sembuh dan berhenti memakai narkoba ( $m$ ) dan tingkat kesuksesan kampanye sehingga individu rentan ( $C$ ) tidak pernah mengonsumsi narkoba ( $\delta$ ). Populasi individu sembuh ( $R$ ) akan berkurang karena kematian alami ( $\alpha$ ). Sehingga model kompartmen  $R$  dapat disajikan dalam persamaan differensial berikut:

$$\frac{dR}{dt} = mT + \delta C - \alpha R \quad (4.6)$$

Sehingga diperoleh persamaan differensial model kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi seperti berikut:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \frac{dS}{dt} = (1 - q)\phi V - \mu S - (\beta_1 L + \beta_2 H)S - \alpha S \\ \text{(ii)} \quad & \frac{dC}{dt} = q\phi V - (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \delta C + \mu S - \alpha C \\ \text{(iii)} \quad & \frac{dL}{dt} = (\beta_1 L + \beta_2 H)S + (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \gamma L - \pi L - \alpha L \quad (4.7) \\ \text{(iv)} \quad & \frac{dH}{dt} = \pi L - \theta H + \sigma T - (\alpha + p)H \\ \text{(v)} \quad & \frac{dT}{dt} = \gamma L + \theta H - \sigma T - mT - \alpha T \\ \text{(vi)} \quad & \frac{dR}{dt} = mT + \delta C - \alpha R \end{aligned}$$

Dengan kondisi awal

$$\begin{aligned} S(0) = S_0 > 0, & \quad C(0) = C_0 \geq 0, & \quad L(0) = L_0 \geq 0, \\ H(0) = H_0 \geq 0, & \quad T(0) = T_0 \geq 0, & \quad R(0) = R_0 \geq 0. \end{aligned}$$

**Lemma 4** (*Daerah invariant*)

The feasible region  $\Omega$  yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\Omega = \left\{ (S, C, L, H, T, R) \in \mathbb{R}_+^6 : S, C, L, H, T, R \geq 0, S + C + L + H + T + R \leq \frac{V}{\alpha} \right\}$$

adalah positif invariant terhadap persamaan (4.7)

**Bukti:**

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{dS}{dt} + \frac{dC}{dt} + \frac{dL}{dt} + \frac{dH}{dt} + \frac{dT}{dt} + \frac{dR}{dt} \\ &= \phi V - \alpha(S + C + L + H + T + R) - pH \\ &= \phi V - \alpha N - pH, \end{aligned}$$

dimana  $N = S + C + L + H + T + R$  dan  $V =$  ukuran total individu yang baru memasuki usia 12 tahun, maka

$$\frac{dN}{dt} = \phi V - \alpha N - pH \leq \phi V - \alpha N$$

$$\frac{dN}{dt} \leq \phi V - \alpha N$$

$$\frac{dN}{dt} + \alpha N \leq \phi V$$

Sehingga diperoleh

$$\frac{dN}{dt} + \alpha N = \phi V \Leftrightarrow N(t) \leq \frac{V}{\alpha} + N(0)e^{-\alpha t} - \frac{V}{\alpha}e^{-\alpha t} \text{ untuk } t \rightarrow \infty \text{ berakibat } N(t) \rightarrow$$

$\frac{V}{\alpha}$ , jumlah total populasi dalam jangka waktu panjang akan terbatas oleh  $\frac{V}{\alpha}$ .

Karena variabel  $R$  tidak muncul secara eksplisit pada persamaan (3.7) (i)-(v), maka sistem persamaan (4.7) dapat direduksi menjadi sistem dengan 5 persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = (1 - q)\phi V - \mu S - (\beta_1 L + \beta_2 H)S - \alpha S$$

$$\frac{dC}{dt} = q\phi V - (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \delta C + \mu S - \alpha C$$

$$\frac{dL}{dt} = (\beta_1 L + \beta_2 H)S + (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \gamma L - \pi L - \alpha L \quad (4.8)$$

$$\frac{dH}{dt} = \pi L - \theta H + \sigma T - (\alpha + p)H$$

$$\frac{dT}{dt} = \gamma L + \theta H - \sigma T - mT - \alpha T$$

Untuk selanjutnya analisa dinamik dilakukan dengan sistem persamaan differensial (4.8) .

#### 4.1.1 Titik Keseimbangan

Sebelum melakukan analisis kestabilan lokal, terlebih dahulu akan ditentukan titik keseimbangan dari sistem persamaan (4.8). Untuk menentukan titik keseimbangan tersebut, setiap persamaan (4.8) harus sama dengan nol, atau  $\frac{dS}{dt} = 0$ ,  $\frac{dC}{dt} = 0$ ,  $\frac{dL}{dt} = 0$ ,  $\frac{dH}{dt} = 0$ ,  $\frac{dT}{dt} = 0$ . Misalkan titik keseimbangan dinotasikan sebagai  $(S^*, C^*, L^*, H^*, T^*)$  maka titik keseimbangan tersebut memenuhi (4.10) - (4.14):

$$(1 - q)\phi V - (\mu + \beta_1 L^* + \beta_2 H^* + \alpha)S^* = 0 \quad (4.10)$$

$$q\phi V + \mu S^* - (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* - \delta + \alpha)C^* = 0 \quad (4.11)$$

$$(\beta_1 L^* + \beta_2 H^*)S^* + (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^*)C^* - (\gamma + \pi + \alpha)L^* = 0 \quad (4.12)$$

$$\pi L^* + \sigma T^* - (\theta + \alpha + p)H^* = 0 \quad (4.13)$$

$$\gamma L^* + \theta H^* - (\sigma + m + \alpha)T^* = 0 \quad (4.14)$$

#### 4.1.2 Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

Titik keseimbangan bebas penyakit adalah solusi kondisi dimana tidak ada penyakit dalam populasi. Maka tidak ada yang terpapar maupun terinfeksi.

Dalam hal ini berarti  $L^* = H^* = 0$ . Titik keseimbangan bebas penyakit

didefinisikan dengan  $E_0 = (S_0, C_0, 0, 0, 0)$

Pada persamaan (4.10) dengan mensubstitusikan  $L^* = H^* = 0$  diperoleh:

$$(1 - q)\phi V - (\mu + \beta_1 L^* + \beta_2 H^* + \alpha)S_0 = 0$$

$$(1 - q)\phi V - (\mu + \alpha)S_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow S_0 = \frac{(1-q)\phi V}{(\mu+\alpha)}$$

Dari persamaan (4.11) dan mensubstitusikan  $L^* = H^* = 0$  dan  $S_0 = \frac{(1-q)\phi V}{(\mu+\alpha)}$

diperoleh:

$$q\phi V + \mu S_0 - (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* + \delta + \alpha)C_0 = 0$$

$$C_0 = \frac{q\phi V + \mu S_0}{(\delta + \alpha)}$$

$$= \frac{q\phi V + \mu \left( \frac{\phi V - q\phi V}{\mu + \alpha} \right)}{(\delta + \alpha)}$$

$$= \frac{(q\phi V)(\mu + \alpha) + \mu\phi V - \mu q\phi V}{(\delta + \alpha)(\mu + \alpha)}$$

$$= \frac{\alpha q\phi V + \mu\phi V}{(\delta + \alpha)(\mu + \alpha)}$$

$$= \frac{\phi V(\alpha q + \mu)}{(\delta + \alpha)(\mu + \alpha)}$$

Sehingga, titik kesetimbangan bebas penyakitnya adalah :

$$E_0 = (S_0, C_0, 0, 0, 0) = \left( \frac{(1 - q)\phi V}{(\mu + \alpha)}, \frac{\phi V(\alpha q + \mu)}{(\delta + \alpha)(\mu + \alpha)}, 0, 0, 0 \right)$$

### 4.1.3 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar merupakan jumlah rata-rata banyaknya infeksi dari banyaknya individu terinfeksi. Untuk menghitung bilangan reproduksi dasar maka digunakanlah matriks next-generation oleh Van Den Driessche. Kita misalkan  $x_1 = \gamma + \pi + \alpha$ ,  $x_2 = \theta + \alpha + p$ , dan  $x_3 = \sigma + m + \alpha$ . Berikut merupakan langkah-langkah untuk menentukan  $R_0$ :

1. Melakukan pelinearan terhadap sistem pada titik kesetimbangan bebas penyakit. Sistem linear ini direpresentasikan dengan matriks Jacobian ( $J$ ) sebagai berikut:

$$J(L, H, T, S, C) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial L} & \frac{\partial f_1}{\partial H} & \frac{\partial f_1}{\partial T} & \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial C} \\ \frac{\partial f_2}{\partial L} & \frac{\partial f_2}{\partial H} & \frac{\partial f_2}{\partial T} & \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial C} \\ \frac{\partial f_3}{\partial L} & \frac{\partial f_3}{\partial H} & \frac{\partial f_3}{\partial T} & \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial C} \\ \frac{\partial f_4}{\partial L} & \frac{\partial f_4}{\partial H} & \frac{\partial f_4}{\partial T} & \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial C} \\ \frac{\partial f_5}{\partial L} & \frac{\partial f_5}{\partial H} & \frac{\partial f_5}{\partial T} & \frac{\partial f_5}{\partial S} & \frac{\partial f_5}{\partial C} \end{pmatrix}$$

2. Dekomposisi matriks Jacobian ( $J$ ) menjadi  $J = F - V$ , dengan  $F$  adalah matriks transmisi yang berisi laju penambahan kasus dan  $V$  adalah matriks transisi yang berisi laju pengurangan kasus. Bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) ditentukan dengan menggunakan matriks next generation.

$$\text{Dengan } F = \begin{pmatrix} \beta_1 S_0 + \beta_1 \xi C_0 & \beta_2 S_0 + \beta_2 \xi C_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } V = \begin{pmatrix} x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\pi & x_2 & -\sigma & 0 & 0 \\ -\gamma & -\theta & x_3 & 0 & 0 \\ \beta_1 S_0 & \beta_2 S_0 & 0 & \alpha + \mu & 0 \\ \beta_1 \xi C_0 & \beta_2 \xi C_0 & 0 & -\mu & \alpha + \delta \end{pmatrix}$$

3. Hitung ( $R_0$ ) dengan  $R_0 = \rho(FV^{-1})$ , dimana  $\rho(FV^{-1})$  merupakan radius spektral (nilai eigen absolut dominan) dari matriks next generation ( $FV^{-1}$ ), maka

$$\mathbf{FV}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\beta_1 S_0 + \beta_1 \xi C_0}{x_1} - \frac{(\beta_2 S_0 + \beta_2 \xi C_0)(\gamma\sigma + \delta x_3)}{(\sigma\theta - x_2 x_3)x_1} & -\frac{(\beta_2 S_0 + \beta_2 \xi C_0)x_3}{\sigma\theta - x_2 x_3} & -\frac{(\beta_2 S_0 + \beta_2 \xi C_0)\sigma}{\sigma\theta - x_2 x_3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Nilai eigen yang dihasilkan adalah

$$\lambda_1 = \frac{\beta_1 S_0 + \beta_1 \xi C_0}{x_1} - \frac{\beta_2 \xi C_0 (\gamma\sigma + \delta x_3) + \beta_2 S_0 (\gamma\sigma + \delta x_3)}{(\sigma\theta - x_2 x_3)x_1}$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$$

Berdasarkan perhitungan diatas, diperoleh bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) adalah sebagai berikut

$$R_0 = \rho(\mathbf{FV}^{-1})$$

$$R_0 = \max\{\lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1, \lambda_1\}$$

$$R_0 = (S_0 + \xi C_0) \frac{\beta_1 (\sigma\theta - x_2 x_3) - \beta_2 (\gamma\sigma + \delta x_3)}{(\sigma\theta - x_2 x_3)x_1}$$

#### 4.1.4 Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik  $E^* = \{S^*, C^*, L^*, H^*, L^*\}$  adalah solusi kondisi tetap yang menunjukkan kemungkinan terjadinya penyebaran suatu penyakit. Hal ini mengakibatkan populasi  $S \neq 0$ ,  $C \neq 0$ ,  $L \neq 0$ ,  $H \neq 0$ , dan  $T \neq 0$ . Dari persamaan (4.10) sampai (4.14) kita misalkan  $x_1 = \gamma + \pi + \alpha$ ,  $x_2 = \theta + \alpha + p$ , dan  $x_3 = \sigma + m + \alpha$ , maka diperoleh:

$$(1 - q)\phi V - (\mu + \beta_1 L^* + \beta_2 H^* + \alpha)S^* = 0 \quad (4.16)$$

$$q\phi V + \mu S^* - (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* + \delta + \alpha)C^* = 0 \quad (4.17)$$

$$(\beta_1 L^* + \beta_2 H^*)S^* + (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^*)C^* - x_1 L^* = 0 \quad (4.18)$$

$$\pi L^* + \sigma T^* - x_2 H^* = 0 \quad (4.19)$$

$$\gamma L^* + \theta H^* - x_3 T^* = 0 \quad (4.20)$$

Substitusikan persamaan (4.20) ke persamaan (4.19) sehingga diperoleh:

$$\pi L^* + \sigma T^* - x_2 H^* = 0$$

$$\pi L^* + \sigma \left( \frac{\gamma L^* + \theta H^*}{x_3} \right) = x_2 H^*$$

$$\frac{x_3 \pi L^* + \sigma \theta H^* + \sigma \gamma L^*}{x_3} = x_2 H^*$$

$$L^* (x_3 \pi + \sigma \gamma) + \sigma \theta H^* = x_2 x_3 H^*$$

$$L^* = \frac{(x_2 x_3 - \sigma \theta) H^*}{x_3 \pi + \sigma \gamma}$$

Selanjutnya substitusi  $L^*$  ke persamaan (4.20) sehingga diperoleh:

$$\gamma L^* + \theta H^* - x_3 T^* = 0$$

$$\gamma \left( \frac{(x_2 x_3 - \sigma \theta) H^*}{x_3 \pi + \sigma \gamma} \right) + \theta H^* = x_3 T^*$$

$$\frac{\gamma x_2 x_3 H^* - \gamma \sigma \theta H^* + x_3 \pi \theta H^* - \sigma \gamma \theta H^*}{x_3 \pi + \sigma \gamma} = x_3 T^*$$

$$T^* = \frac{(\gamma x_2 x_3 - \gamma \sigma \theta + x_3 \pi \theta - \sigma \gamma \theta) H^*}{(x_3 \pi + \sigma \gamma) x_3}$$

Substitusi  $L^*$  ke persamaan (4.16) maka diperoleh:

$$(1 - q)\phi V - (\mu + \beta_1 L^* + \beta_2 H^* + \alpha) S^* = 0$$

$$(1 - q)\phi V = \left( \mu + \beta_1 \left( \frac{(x_2 x_3 - \sigma \theta) H^*}{x_3 \pi + \sigma \gamma} \right) + \beta_2 H^* + \alpha \right) S^*$$

$$\phi V - q\phi V = \left( \frac{\beta_1 x_2 x_3 H^* - \beta_1 \sigma \theta H^* + \beta_2 H^* x_2 \pi - \beta_2 H^* \sigma \gamma + x_2 \pi \mu - \mu \sigma \gamma + \alpha x_2 \pi - \alpha \sigma \gamma}{x_2 \pi - \sigma \gamma} \right) S^*$$

$$\frac{(\phi V - q\phi V)(x_2 \pi - \sigma \gamma)}{(\beta_1 x_2 x_3 - \beta_1 \sigma \theta + \beta_2 x_2 \pi - \beta_2 \sigma \gamma) H^* + x_2 \pi \mu - \mu \sigma \gamma + \alpha x_2 \pi - \alpha \sigma \gamma} = S^*$$

$$S^* = \frac{\phi V x_2 \pi - \phi V \sigma \gamma - q\phi V x_2 \pi + q\phi V \sigma \gamma}{(\beta_1 x_2 x_3 - \beta_1 \sigma \theta + \beta_2 x_2 \pi - \beta_2 \sigma \gamma) H^* + x_2 \pi \mu - \mu \sigma \gamma + \alpha x_2 \pi - \alpha \sigma \gamma}$$

Selanjutnya substitusikan  $L^*$  dan  $S^*$  ke persamaan (4.17):

$$q\phi V + \mu S^* - (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* + \delta + \alpha) C^* = 0$$

$$q\phi V + \mu \left( \frac{dVx_2\pi - dV\sigma\gamma - qdVx_2\pi + qdV\sigma\gamma}{(\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + \beta_2x_2\pi - \beta_2\sigma\gamma)H^* + x_2\pi\mu - \mu\sigma\gamma + \alpha x_2\pi - \alpha\sigma\gamma} \right) =$$

$$\left( \beta_1\xi \frac{(x_2x_3 - \sigma\theta)H^*}{x_3\pi + \sigma\gamma} + \beta_2\xi H^* + \delta + \alpha \right) C^*$$

$$\frac{q\phi V((\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + \beta_2x_2\pi - \beta_2\sigma\gamma)H^* + x_2\pi\mu - \mu\sigma\gamma + \alpha x_2\pi - \alpha\sigma\gamma) + \mu dVx_2\pi - \mu dV\sigma\gamma - \mu qdVx_2\pi + \mu qdV\sigma\gamma}{(\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + \beta_2x_2\pi - \beta_2\sigma\gamma)H^* + x_2\pi\mu - \mu\sigma\gamma + \alpha x_2\pi - \alpha\sigma\gamma} =$$

$$\left( \frac{\beta_1\xi x_2x_3H^* - \beta_1\xi\sigma\theta H^* + \beta_2\xi H^*x_3\pi + \beta_2\xi H^*\sigma\gamma + \delta x_3\pi + \delta\sigma\gamma + \alpha x_3\pi + \alpha\sigma\gamma}{x_3\pi + \sigma\gamma} \right) C^*$$

$$C^* = \frac{AD}{BC}$$

Dengan

$$A = q\phi V((\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + \beta_2x_2\pi - \beta_2\sigma\gamma)H^* + x_2\pi\mu - \mu\sigma\gamma + \alpha x_2\pi - \alpha\sigma\gamma) + \mu dVx_2\pi - \mu dV\sigma\gamma - \mu qdVx_2\pi + \mu qdV\sigma\gamma$$

$$B = (\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + \beta_2x_2\pi - \beta_2\sigma\gamma)H^* + x_2\pi\mu - \mu\sigma\gamma + \alpha x_2\pi - \alpha\sigma\gamma$$

$$C = \beta_1\xi x_2x_3H^* - \beta_1\xi\sigma\theta H^* + \beta_2\xi H^*x_3\pi + \beta_2\xi H^*\sigma\gamma + \delta x_3\pi + \delta\sigma\gamma + \alpha x_3\pi + \alpha\sigma\gamma$$

$$D = x_3\pi + \sigma\gamma$$

Selanjutnya substitusi  $L^*$  ke persamaan (4.16) sehingga diperoleh:

$$(1 - q)\phi V - (\mu + \beta_1L^* + \beta_2H^* + \alpha)S^* = 0$$

$$(1 - q)\phi V = (\mu + \beta_1L^* + \beta_2H^* + \alpha)S^*$$

$$(1 - q)\phi V = \left( \mu + \beta_1 \left( \frac{(x_2x_3 - \sigma\theta)H^*}{x_3\pi + \sigma\gamma} \right) + \beta_2H^* + \alpha \right) S^*$$

$$(1 - q)\phi V = \left( \mu + \frac{\beta_1x_2x_3H^* - \beta_1\sigma\theta H^*}{x_3\pi + \sigma\gamma} + \beta_2H^* + \alpha \right) S^*$$

$$(1 - q)\phi V = \mu S^* + \frac{\beta_1x_2x_3H^*S^* - \beta_1\sigma\theta H^*S^*}{x_3\pi + \sigma\gamma} + \beta_2H^*S^* + \alpha S^*$$

$$(1 - q)\phi V =$$

$$\frac{x_3\pi\mu S^* + \sigma\gamma\mu S^* + \beta_1x_2x_3H^*S^* - \beta_1\sigma\theta H^*S^* + x_3\pi\beta_2H^*S^* + \sigma\gamma\beta_2H^*S^* + x_3\pi\alpha S^* + \sigma\gamma\alpha S^*}{x_3\pi + \sigma\gamma}$$

$$\phi V - q\phi V(x_3\pi + \sigma\gamma) = (x_3\pi\mu + \sigma\gamma\mu + \beta_1x_2x_3H^* - \beta_1\sigma\theta H^* + x_3\pi\beta_2H^* + \sigma\gamma\beta_2H^* + x_3\pi\alpha + \sigma\gamma\alpha)S^*$$

$$\frac{\phi V - q\phi V(x_3\pi + \sigma\gamma)}{S^*} = (x_3\pi\mu + \sigma\gamma\mu + \beta_1x_2x_3H^* - \beta_1\sigma\theta H^* + x_3\pi\beta_2H^* + \sigma\gamma\beta_2H^* + x_3\pi\alpha + \sigma\gamma\alpha)$$

$$\frac{\phi V - q\phi V(x_3\pi + \sigma\gamma)}{S^*} - x_3\pi\mu - \sigma\gamma\mu - x_3\pi\alpha - \sigma\gamma\alpha = (\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + x_3\pi\beta_2 + \sigma\gamma\beta_2)H^*$$

$$\frac{\phi V - q\phi V(x_3\pi + \sigma\gamma) - (x_3\pi\mu + \sigma\gamma\mu + x_3\pi\alpha + \sigma\gamma\alpha)S^*}{S^*} = (\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + x_3\pi\beta_2 + \sigma\gamma\beta_2)H^*$$

$$\frac{\phi V - q\phi V(x_3\pi + \sigma\gamma) - (x_3\pi\mu + \sigma\gamma\mu + x_3\pi\alpha + \sigma\gamma\alpha)S^*}{S^*(\beta_1x_2x_3 - \beta_1\sigma\theta + x_3\pi\beta_2 + \sigma\gamma\beta_2)} = H^*$$

Sehingga titik kesetimbangan endemik  $E^* = \{S^*, C^*, L^*, H^*, T^*\}$  adalah

$$E^* = \left( \frac{\phi V x_2 \pi - \phi V \sigma \gamma - q \phi V x_2 \pi + q \phi V \sigma \gamma}{(\beta_1 x_2 x_3 - \beta_1 \sigma \theta + \beta_2 x_2 \pi - \beta_2 \sigma \gamma) H^* + x_2 \pi \mu - \mu \sigma \gamma + \alpha x_2 \pi - \alpha \sigma \gamma}, \frac{AD}{BC}, \frac{(x_2 x_3 - \sigma \theta) H^*}{x_3 \pi + \sigma \gamma}, \frac{\phi V - q \phi V (x_3 \pi + \sigma \gamma) - (x_3 \pi \mu + \sigma \gamma \mu + x_3 \pi \alpha + \sigma \gamma \alpha) S^*}{S^* (\beta_1 x_2 x_3 - \beta_1 \sigma \theta + x_3 \pi \beta_2 + \sigma \gamma \beta_2)}, \frac{(\gamma x_2 x_3 - \gamma \sigma \theta + x_3 \pi \theta - \sigma \gamma \theta) H^*}{(x_3 \pi + \sigma \gamma) x_3} \right)$$

## 4.2 Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Pada persamaan (4.8) kita misalkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_1 &= (1 - q)\phi V - \mu S - (\beta_1 L + \beta_2 H)S - \alpha S \\ f_2 &= q\phi V - (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \delta C + \mu S - \alpha C \\ f_3 &= (\beta_1 L + \beta_2 H)S + (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - x_1 L \\ f_4 &= \pi L + \sigma T - x_2 H \\ f_5 &= \gamma L + \theta H - x_3 T \end{aligned} \tag{4.15}$$

Selanjutnya persamaan (4.15) diturunkan terhadap  $S, C, L, H, T$  dengan menggunakan matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J(S, C, L, H, T) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial C} & \frac{\partial f_1}{\partial L} & \frac{\partial f_1}{\partial H} & \frac{\partial f_1}{\partial T} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial C} & \frac{\partial f_2}{\partial L} & \frac{\partial f_2}{\partial H} & \frac{\partial f_2}{\partial T} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial C} & \frac{\partial f_3}{\partial L} & \frac{\partial f_3}{\partial H} & \frac{\partial f_3}{\partial T} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial C} & \frac{\partial f_4}{\partial L} & \frac{\partial f_4}{\partial H} & \frac{\partial f_4}{\partial T} \\ \frac{\partial f_5}{\partial S} & \frac{\partial f_5}{\partial C} & \frac{\partial f_5}{\partial L} & \frac{\partial f_5}{\partial H} & \frac{\partial f_5}{\partial T} \end{pmatrix}$$

Dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan  $E_0 = (S_0, C_0, L_0, H_0, T_0)$  sehingga didapatkan matriks sebagai berikut:

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -\mu - \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\delta - \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi & -x_2 & \sigma \\ 0 & 0 & \gamma & \theta & -x_3 \end{pmatrix}$$

Nilai Eigen dari  $J(E_0)$  adalah:

$$\det(J(E_0) - \lambda I) = 0$$

$$\det \left( J(E_0) - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} -\mu - \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\delta - \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi & -x_2 & \sigma \\ 0 & 0 & \gamma & \theta & -x_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} -\mu - \alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\delta - \alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -x_1 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi & -x_2 - \lambda & \sigma \\ 0 & 0 & \gamma & \theta & -x_3 - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$-(-\alpha - \mu - \lambda)(-\alpha - \delta - \lambda)(x_1 + \lambda)(\lambda^2 + \lambda(x_2 + x_3) + x_2x_3 - \sigma\theta) = 0$$

Sehingga nilai eigen yang diperoleh yaitu:

$$\lambda_1 = -(\alpha + \mu) < 0$$

$$\lambda_2 = -(\alpha + \delta) < 0$$

$$\lambda_3 = -x_1 < 0$$

Untuk menentukan  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$  diperoleh dari persamaan  $\lambda^2 + \lambda(x_2 + x_3) + x_2x_3 - \sigma\theta = 0$ , dimana  $x_2x_3 - \sigma\theta = \theta m + \theta\alpha + \alpha\sigma + \alpha m + \alpha^2 + p\sigma + pm + p\alpha > 0$ , Untuk menentukan  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$  dapat dituliskan sebagai

$$\lambda_{4,5} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2ac}$$

dengan

$$a = 1$$

$$b = (x_2 + x_3)$$

$$c = x_2x_3 - \sigma\theta$$

Maka  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$ :

$$\lambda_{4,5} = \frac{-(x_2+x_3) \pm \sqrt{(x_2+x_3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-\sigma\theta + x_2x_3)}}{2 \cdot 1 \cdot (-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{-x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3}}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{-x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3}}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{-x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3}}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

Sehingga didapatkan nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_4 = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 + \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

$$\lambda_5 = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 - \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

Untuk membuktikan bahwa  $\lambda_4$  bernilai negatif :

$$\lambda_4 = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 + \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( x_2 + x_3 - \sqrt{(x_2 + x_3)^2 + 4(\sigma\theta - x_2x_3)} \right)$$

Misalkan :

$$x_2 + x_3 = A$$

$$4(\sigma\theta - x_2x_3) = \varphi$$

Maka:

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A) + \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2 + \varphi})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2}) < \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2 + \varphi})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2 + \varphi}) < \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A - \sqrt{A^2 + \varphi}) < \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A - \sqrt{A^2})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A - \sqrt{A^2 + \varphi}) < 0$$

Menurut (Finizio, 1988), jika semua nilai eigen bernilai negatif pada bagian riilnya, maka titik kesetimbangannya bersifat stabil asimtotik. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa persamaan diatas bersifat stabil asimtotik.

#### 4.2.1 Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Endemik

Pada persamaan (4.8) kita misalkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f^*_1 &= (1 - q)\phi V - (\mu + \beta_1 L^* + \beta_2 H^* + \alpha) S^* \\ f^*_2 &= q\phi V + \mu S^* - (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* + \delta + \alpha) C^* \\ f^*_3 &= (\beta_1 L^* + \beta_2 H^*) S^* + (\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^*) C^* - x_1 L^* \\ f^*_4 &= \pi L^* + \sigma T^* - x_2 H^* \end{aligned} \tag{4.21}$$

$$f^*_5 = \gamma L^* + \theta H^* - x_3 T^*$$

Selanjutnya persamaan (4.21) diturunkan terhadap  $S^*, C^*, L^*, H^*, T^*$  dengan menggunakan matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J(S^*, C^*, L^*, H^*, T^*) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f^*_1}{\partial S^*} & \frac{\partial f^*_1}{\partial C^*} & \frac{\partial f^*_1}{\partial L^*} & \frac{\partial f^*_1}{\partial H^*} & \frac{\partial f^*_1}{\partial T^*} \\ \frac{\partial f^*_2}{\partial S^*} & \frac{\partial f^*_2}{\partial C^*} & \frac{\partial f^*_2}{\partial L^*} & \frac{\partial f^*_2}{\partial H^*} & \frac{\partial f^*_2}{\partial T^*} \\ \frac{\partial f^*_3}{\partial S^*} & \frac{\partial f^*_3}{\partial C^*} & \frac{\partial f^*_3}{\partial L^*} & \frac{\partial f^*_3}{\partial H^*} & \frac{\partial f^*_3}{\partial T^*} \\ \frac{\partial f^*_4}{\partial S^*} & \frac{\partial f^*_4}{\partial C^*} & \frac{\partial f^*_4}{\partial L^*} & \frac{\partial f^*_4}{\partial H^*} & \frac{\partial f^*_4}{\partial T^*} \\ \frac{\partial f^*_5}{\partial S^*} & \frac{\partial f^*_5}{\partial C^*} & \frac{\partial f^*_5}{\partial L^*} & \frac{\partial f^*_5}{\partial H^*} & \frac{\partial f^*_5}{\partial T^*} \end{pmatrix}$$

Dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan  $E^* = (S^*, C^*, L^*, H^*, T^*)$  sehingga didapatkan matriks sebagai berikut:

$$J(E^*) =$$

$$\begin{pmatrix} \mu - \beta_1 L^* - \beta_2 H^* - \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\beta_1 \xi L^* - \beta_2 \xi H^* - \delta - \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 L^* + \beta_2 H^* & \beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* & -x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi & -x_2 & \sigma \\ 0 & 0 & \gamma & \theta & -x_3 \end{pmatrix}$$

Nilai Eigen dari  $J(E_0)$  adalah:

$$\det(J(E^*) - \lambda I) = 0$$

$$\det \left( J(E^*) - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} \mu - \beta_1 L^* - \beta_2 H^* - \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\beta_1 \xi L^* - \beta_2 \xi H^* - \delta - \alpha & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 L^* + \beta_2 H^* & \beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* & -x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi & -x_2 & \sigma \\ 0 & 0 & \gamma & \theta & -x_3 \end{pmatrix} -$$

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} \mu - \beta_1 L^* - \beta_2 H^* - \alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu & -\beta_1 \xi L^* - \beta_2 \xi H^* - \delta - \alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \beta_1 L^* + \beta_2 H^* & \beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* & -x_1 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi & -x_2 - \lambda & \sigma \\ 0 & 0 & \gamma & \theta & -x_3 - \lambda \end{pmatrix}$$

$$= 0$$

$$- (-\beta_2 H^* - \beta_1 L^* - \alpha - \lambda + \mu)(-\beta_1 \xi L^* - \beta_2 \xi H^* - \delta - \alpha - \lambda)(x_1 + \lambda) (\lambda^2$$

$$+ \lambda x_2 + \lambda x_3 - \sigma \theta + x_2 x_3) = 0$$

Sehingga nilai eigen yang diperoleh yaitu:

$$\lambda_1 = -(\beta_2 H^* + \beta_1 L^* + \alpha - \mu) < 0$$

$$\lambda_2 = -(\beta_1 \xi L^* + \beta_2 \xi H^* + \delta + \alpha) < 0$$

$$\lambda_3 = -x_1 < 0$$

Untuk menentukan  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$  diperoleh dari solusi persamaan kuadrat  $\lambda^2 + \lambda x_2 +$

$\lambda x_3 - \sigma \theta + x_2 x_3 = 0$ , Untuk menentukan  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$  dapat dituliskan sebagai

$$\lambda_{4,5} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2ac}$$

Dengan

$$a = 1$$

$$b = (x_2 + x_3)$$

$$c = -\sigma \theta + x_2 x_3$$

Maka  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$ :

$$\lambda_{4,5} = \frac{-(x_2+x_3) \pm \sqrt{(x_2+x_3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-\sigma\theta + x_2x_3)}}{2 \cdot 1 \cdot (-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{-x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3}}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{-x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3}}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{-x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3}}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}$$

$$\lambda_{4,5} = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 \pm \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

Sehingga didapatkan nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_4 = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 + \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

$$\lambda_5 = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 - \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

Untuk membuktikan bahwa  $\lambda_4$  bernilai negatif :

$$\lambda_4 = \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( -x_2 - x_3 + \sqrt{x_2^2 + 2x_2x_3 + x_3^2 + 4\sigma\theta - 4x_2x_3} \right)$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} \left( x_2 + x_3 - \sqrt{(x_2 + x_3)^2 + 4(\sigma\theta - x_2x_3)} \right)$$

Misalkan :

$$x_2 + x_3 = A$$

$$4(\sigma\theta - x_2x_3) = \varphi$$

Maka:

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A) + \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2 + \varphi})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2}) < \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2 + \varphi})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2 + \varphi}) < \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (\sqrt{A^2})$$

$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A - \sqrt{A^2 + \varphi}) < \frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)} (A - \sqrt{A^2})$$

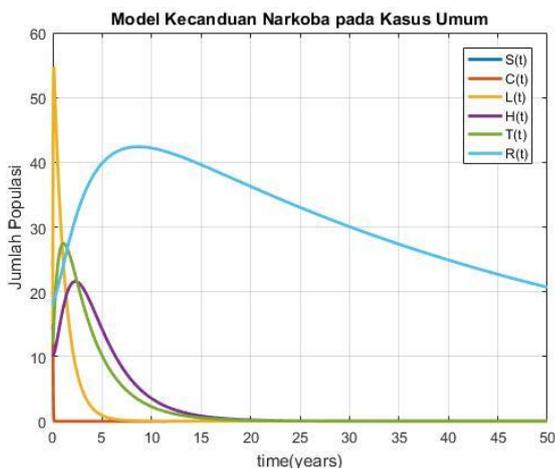
$$\lambda_4 = -\frac{1}{2(-\sigma\theta + x_2x_3)}(A - \sqrt{A^2 + \varphi}) < 0$$

Karena semua nilai eigennya bernilai negatif pada bagian riilnya maka titik kesetimbangan endemik diatas bersifat stabil asimtotik.

### 4.3 Simulasi Numerik

Pada subbab ini akan dibahas tentang simulasi dari persamaan (4.7) dengan nilai parameter yang diberikan oleh Kalula dan Nyabadza tahun 2011 pada jurnal Jun Li, 2018. Kemudian simulasikan menggunakan aplikasi Matlab maka didapatkan grafik perilaku dari sistem tersebut. Berikut adalah nilai parameternya  $\phi = 0.02$ ,  $V = 1.2$ ,  $q = 0.8$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $\beta_1 = 0.7$ ,  $\beta_2 = 0.8$ ,  $\xi = 0.9$ ,  $\gamma = 0.3$ ,  $\pi = 0.03$ ,  $\theta = 0.421$ ,  $\sigma = 0.7$ ,  $m = 0.25$ ,  $\delta = 0.04$ ,  $\alpha = 0.02$ ,  $p = 0.3$  dan dengan kondisi awal  $S(0) = 25$  ;  $C(0) = 20$  ;  $L(0) = 15$  ;  $H(0) = 10$  ;  $T(0) = 12$  ;  $R(0) = 18$  maka diperoleh grafik sebagai berikut:

Untuk  $0 < R_0 < 1$  pada Kasus Umum

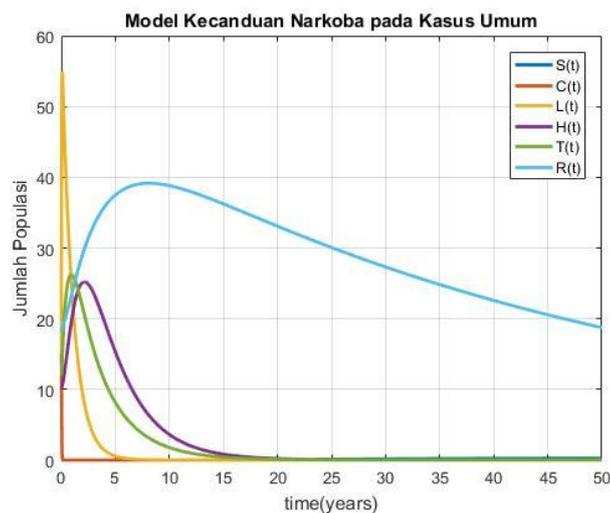


**Gambar 4.2** Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum untuk  $0 < R_0 < 1$

Pada gambar 4.2 terdapat grafik solusi numerik dari enam persamaan dengan nilai parameter yang sudah ditentukan sebelumnya dan dengan nilai  $R_0 = 0,1565$ . Pada grafik tersebut terlihat bahwa pada populasi individu pecandu narkoba ringan

mengalami kenaikan yang cukup tinggi dikarenakan adanya kontak individu dengan pecandu berat dan adanya populasi individu yang belum mendapatkan kampanye kesehatan. Dan karena mendapatkan pengobatan atau rehabilitasi sehingga grafik pada setiap populasi mengalami penurunan yang signifikan.

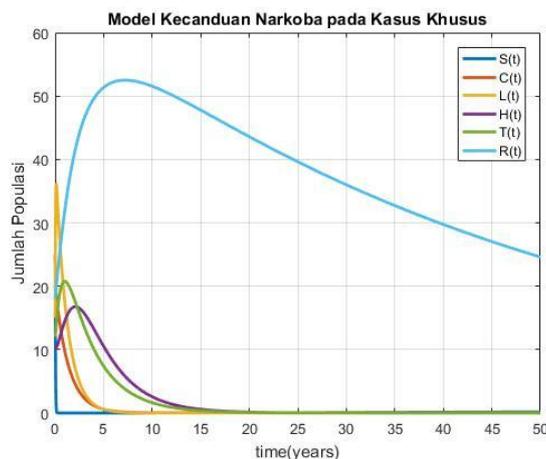
Untuk  $R_0 > 1$  pada Kasus Umum



**Gambar 4.3** Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum untuk  $R_0 > 1$

Pada gambar 4.3 terdapat grafik solusi numerik dari enam persamaan dengan nilai parameter yang sudah ditentukan sebelumnya dan dengan nilai  $R_0 = 1,0403$ . Pada grafik tersebut hasilnya hampir sama dengan grafik sebelumnya akan tetapi pada kasus ini setiap populasi individu tidak mengalami kenaikan yang cukup tinggi. Dan karena adanya kampanye kesehatan dan rehabilitasi sehingga grafik 4.3 turun secara signifikan.

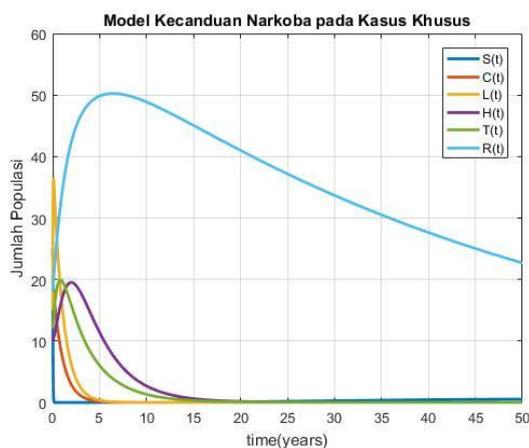
Untuk  $0 < R_0 < 1$  pada Kasus Khusus



**Gambar 4.4** Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus untuk  $0 < R_0 < 1$

Pada gambar 4.4 terdapat grafik solusi numerik dari enam persamaan dengan nilai parameter yang sudah ditentukan sebelumnya dan dengan nilai  $R_0 = 0,9294$ . Pada grafik ini terlihat bahwa populasi individu pecandu narkoba ringan tidak mengalami kenaikan yang sangat tinggi dikarenakan tingkat keberhasilan kampanye kesehatannya cukup tinggi. Dan populasi individu pecandu narkoba berat dan individu dalam masa rehabilitasi juga tidak mengalami kenaikan yang signifikan.

Untuk  $R_0 > 1$  pada Kasus Khusus



**Gambar 4.5** Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus untuk  $R_0 > 1$

Pada gambar 4.5 terdapat grafik solusi numerik dari enam persamaan dengan nilai parameter yang sudah ditentukan sebelumnya dan dengan nilai  $R_0 = 6,2323$ . Pada grafik diatas terlihat bahwa populasi individu sembuh mengalami kenaikan yang cukup drastis, hal ini dikarenakan adanya tingkat kesuksesan kampanye kesehatan yang tinggi sehingga populasi individu banyak mengalami kesembuhan dan kemungkinan resiko ikut mengkonsumsi narkoba kecil.

### Integrasi Al-Quran dengan Penyalahgunaan Narkoba

Di dalam Al-Quran dan Hadits yang terdapat pada kajian pustaka subbab 2.10 ditemukan ayat-ayat yang menjelaskan tentang haramnya merusak atau membinasakan diri-sendiri. Ayat Al-Quran dan Hadits tersebut menunjukkan ancaman yang sangat keras bagi orang yang menyebabkan dirinya sendiri binasa. Narkoba yang selama ini kita ketahui, ternyata sangat berbahaya apabila disalahgunakan. Dampak yang ditimbulkan bukan hanya kepada diri kita sendiri melainkan kepada orang-orang disekitar kita juga. Penyalahgunaan narkoba bisa merusak kesehatan para pemakai narkoba. Bukan hanya kesehatannya saja, narkoba juga bisa merusak akal dan mental pemakai dan yang lebih parah lagi bisa mengakibatkan kematian. Mengonsumsi narkoba tentu menjadi sebab yang bisa mengantarkan pada kebinasaan karena narkoba hampir sama halnya dengan racun.

**BAB V**  
**KESIMPULAN DAN SARAN**

**5.2 Kesimpulan**

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Setelah mengetahui diagram transfer model matematika penelitian Jun Li, Mingju Ma pada tahun 2018 dan mengkompartmennya, sehingga diperoleh model matematika kecanduan narkoba dengan faktor rehabilitasi dan kampanye kesehatan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = (1 - q)\phi V - \mu S - (\beta_1 L + \beta_2 H)S - \alpha S$$

$$\frac{dC}{dt} = q\phi V - (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \delta C + \mu S - \alpha C$$

$$\frac{dL}{dt} = (\beta_1 L + \beta_2 H)S + (\beta_1 \xi L + \beta_2 \xi H)C - \gamma L - \pi L - \alpha L$$

$$\frac{dH}{dt} = \pi L - \theta H + \sigma T - (\alpha + p)H$$

$$\frac{dT}{dt} = \gamma L + \theta H - \sigma T - mT - \alpha T$$

$$\frac{dR}{dt} = mT + \delta C - \alpha R$$

2. Analisis kestabilan lokal yang didapatkan setelah mencari dan menghitung titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_0 = (S_0, C_0, 0, 0, 0) = \left( \frac{(1 - q)\phi V}{(\mu + \alpha)}, \frac{\phi V(\alpha q + \mu)}{(\delta + \alpha)(\mu + \alpha)}, 0, 0, 0 \right)$$

Terbukti stabil asimtotik lokal karena semua nilai eigen negatif pada setiap bagian riilnya. Dan analisis kestabilan lokal pada titik kesetimbangan endemik

$E^* =$

$$\left( \frac{\phi V x_2 \pi - \phi V \sigma \gamma - q \phi V x_2 \pi + q \phi V \sigma \gamma}{(\beta_1 x_2 x_3 - \beta_1 \sigma \theta + \beta_2 x_2 \pi - \beta_2 \sigma \gamma) H^* + x_2 \pi \mu - \mu \sigma \gamma + \alpha x_2 \pi - \alpha \sigma \gamma}, \frac{AD}{BC}, \frac{(x_2 x_3 - \sigma \theta) H^*}{x_3 \pi + \sigma \gamma}, \left( \frac{\phi V - q \phi V (x_3 \pi + \sigma \gamma) - (x_3 \pi \mu + \sigma \gamma \mu + x_3 \pi \alpha + \sigma \gamma \alpha) S^*}{S^* (\beta_1 x_2 x_3 - \beta_1 \sigma \theta + x_3 \pi \beta_2 + \sigma \gamma \beta_2)}, \frac{(\gamma x_2 x_3 - \gamma \sigma \theta + x_3 \pi \theta - \sigma \gamma \theta) H^*}{(x_3 \pi + \sigma \gamma) x_3} \right) \right)$$

Juga terbukti stabil asimtotik lokal karena pada bagian riilnya semua nilai eigennya negatif.

### 3. Simulasi Numerik

Pada subbab sebelumnya telah didapatkan titik kesetimbangan serta telah dianalisis kestabilannya yang mana didapatkan hasil bahwa persamaan tersebut stabil asimtotik lokal. Dalam simulasi ini dimunculkan grafik dari keenam persamaan dengan nilai parameter yang telah dicantumkan yang mana menunjukkan bahwa grafik tersebut stabil sesuai dengan analisis kestabilannya.

## 5.2 Saran

Pada penelitian ini membahas mengenai model SIR dalam memantau kasus kecanduan narkoba dengan mempertimbangkan faktor lingkungan, pengaruh kampanye kesehatan, dan pembatasan interaksi individu rentan sebagai parameter model. Adapun penelitian selanjutnya diharapkan bisa menambahkan variabel atau asumsi-asumsi ke dalam model untuk memaksimalkan keberhasilan dalam upaya penanganan kasus narkoba pada usia remaja.

## DAFTAR PUSTAKA

- Al-Quran Terjemahan. (2015). *Departmen Agama RI*. Bandung: CV Darus Sunnah.
- Anton, H. &. (2014). *Elementary Linear Algebra 11th Edition*. USA: John Wiley & Sons, Inc.
- BNN. (2018). *Jurnal Data Puslitdatin Thaun 2018*. Indonesia: Narkoba Dalam Angka tahun 2017.
- Finizio, J. G. (1988). *Persamaan diferensial biasa dengan penerapan modern*. Jakarta: Erlangga.
- Fuad, Muhammad. (2017). *Shahih Bukhari-Muslim*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Giesecke, J. (2017). *Modern Infectious Disease Epidemiology, Third Edition*. Boca Raton, FL: CRC Press.
- Jun Li, M. M. (2018). The analysis of a drug transmission model with family education and public health education. *Infectious Disease Modelling*, 74-84.
- Kemdikbud. (2017, Juli 13). *Hari Anti Narkotika Internasional (Hani) 2017*. Retrieved Juni 21, 2019, from Kemdikbud: <http://www.kemdikbud.go.id/main/blog/2017/07/hari-anti-narkotika-internasional-hani-2017>
- Kemenkes, 2010. *Pedoman Layanan Terapi dan Rehabilitasi Komprehensif pada Penggunaan Napza Berbasis Rumah Sakit*. Jakarta: Direktorat Bina Pelayanan Kesehatan Jiwa, Direktorat Jendral Pelayanan Medik Kementerian Kesehatan RI.
- Lestari, D. (2013). *Diktat Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- N. Pina and O. Soedirham, "Dukungan Pemerintah dalam Mencegah Penyalahgunaan Narkoba di Kota Surabaya," *J. Promkes*, vol. 3, no. 2, p. 171, 2017.
- Neuhauser, C. (2004). *Calculus for Biology and Medicine*. New Jersey: Pearson Education.
- Olsder, G. &. (2004). *Mathematical Systems Theory*. Netherland: VVSD.

- Perko, L. (2001). *Differential Equation and Dynamical System, Third Edition*. New York, INC: Springer-Verlag.
- Rosida, W. C. (2015). Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Penyalahgunaan NAPZA pada Masyarakat di Kabupaten Jember. *Jurnal Farmasi Komunitas*, 2(1): 1-4.
- Sutanto., Azizah, A., Widyaningsih, P., & Saputro, D.R.S. 2017. SEIR: Drug Abuse Model With Rehabilitation. *AIP Conference Proceedings* 1847, 020018 (2017)
- Wiggins, S. (2003). *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos, Second Edition*. New York: Springer-Verlag.
- Yuliza, E., Rosha, M., Sriningsih, R. 2014. Model Matematika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Program Rehabilitasi. *UNP Journal of Mathematics*.

## LAMPIRAN

### Lampiran 1: M-File untuk Menggambarkan Simulasi dari Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum dengan Syarat $R_0 < 0$

```
function dydt= sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m)
S=y(1);
C=y(2);
L=y(3);
H=y(4);
T=y(5);
R=y(6);
% Persamaan Model
dS=(1-q)*phi*V-mu*S-(bs*L+bd*H)*S-a*S;
dC=q*phi*V-(bs*xi*L+bd*xi*H)*C-dl*C+mu*S-a*C;
dL=(bs*L+bd*H)*S+(bs*xi*L+bd*xi*H)*C-g*L-pi*L-a*L;
dH=pi*L-te*H+sg*T-(a+p)*H;
dT=g*L+te*H-sg*T-m*T-a*T;
dR=m*T+dl*C-a*R;
dydt=[dS;dC;dL;dH;dT;dR];
end

clc; clear all; close all;
%Parameter
phi=0.03;bs=0.7;bd=0.8;mu=0.1;
a=0.02;q=0.8;dl=0.7;xi=0.9;
g=0.8;p=0.3;te=0.421;sg=0.7;pi=0.03;m=0.25;V=1.2;
x1=g+pi+a;
x2=te+a+p;
x3=sg+m+a;
%NilaiAwal
S0=25;
C0=20;
L0=15;
H0=10;
T0=12;
R0=18;

%reproduction number
so=(1-q)*phi*V/(mu+a)
co=(phi*V*(a*q+mu))/(dl+a)*(mu+a)
X=(sg*te-x2*x3);
Y=(g*sg+dl*x3);
Ro=(so+xi*co)*(bs*(X)-bd*(Y))/(X)*x1

T=50; %waktu
tspan=[0 T];
y0=[S0; C0; L0; H0; T0; R0]
[t,y]= ode45(@ (t,y) sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
%plot
figure (1)
plot(t,y,'LineWidth',2);
xlabel('time (years)');
ylabel('Jumlah Populasi');
legend('S(t)', 'C(t)', 'L(t)', 'H(t)', 'T(t)', 'R(t)');
```

```

title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
grid on;
hold all

figure(2)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,1),'b','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Belum Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('S');
hold all

figure(3)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,2),'r','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Sudah Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('C');
hold all

figure(4)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,3),'y','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Ringan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('L');
hold all

figure(5)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,4),'c','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Berat');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('H');
hold all

figure(6)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,5),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi dalam Pengobatan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('T');
hold all

```

```
figure(7)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,6),'g','LineWidth',2);
xlabel('time (years)');
ylabel('Jumlah Populasi Sembuh');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('R');
hold all
```

## Lampiran 2: M-File untuk Menggambarkan Simulasi dari Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus dengan Syarat $R_0 < 0$

```
clc; clear all; close all;
%Parameter
phi=0.03;bs=0.7;bd=0.8;mu=0;
a=0.02;q=0.8;dl=0.7;xi=0;
g=0.8;p=0.3;te=0.421;sg=0.7;pi=0.03;m=0.25;V=1.2;
x1=g+pi+a;
x2=te+a+p;
x3=sg+m+a;
%NilaiAwal
S0=25;
C0=20;
L0=15;
H0=10;
T0=12;
R0=18;

%reproduction number
so=(1-q)*phi*V/(mu+a)
co=(phi*V*(a*q+mu))/(dl+a)*(mu+a)
X=(sg*te-x2*x3);
Y=(g*sg+dl*x3);
Ro=(so+xi*co)*(bs*(X)-bd*(Y))/(X)*x1

T=50; %waktu
tspan=[0 T];
y0=[S0; C0; L0; H0; T0; R0]
[t,y]=ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
%plot
figure (1)
plot(t,y,'LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi');
legend('S(t)', 'C(t)', 'L(t)', 'H(t)', 'T(t)', 'R(t)');
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
grid on;
hold all

figure(2)
[t,y]=ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,1),'b','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Belum Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('S');
hold all

figure(3)
[t,y]=ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,2),'r','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
```

```

ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Sudah Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('C');
hold all

```

```

figure(4)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,3),'y','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Ringan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('L');
hold all

```

```

figure(5)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,4),'c','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Berat');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('H');
hold all

```

```

figure(6)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,5),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi dalam Pengobatan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('T');
hold all

```

```

figure(7)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,6),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Sembuh');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('R');
hold all

```

### Lampiran 3: M-File untuk Menggambarkan Simulasi dari Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum dengan Syarat $R_0 > 0$

```
clc; clear all; close all;
%Parameter
phi=0.03;bs=0.9;bd=0.8;mu=0.1;
a=0.02;q=0.1;dl=0.95;xi=0.9;
g=0.9;p=0.3;te=0.421;sg=0.9;pi=0.03;m=0.25;V=1.2;
x1=g+pi+a;
x2=te+a+p;
x3=sg+m+a;
%NilaiAwal
S0=25;
C0=20;
L0=15;
H0=10;
T0=12;
R0=18;

%reproduction number
so=(1-q)*phi*V/(mu+a)
co=(phi*V*(a*q+mu))/(dl+a)*(mu+a)
X=(sg*te-x2*x3);
Y=(g*sg+dl*x3);
Ro=(so+xi*co)*(bs*(X)-bd*(Y))/(X)*x1

T=50; %waktu
tspan=[0 T];
y0=[S0; C0; L0; H0; T0; R0]
[t,y]= ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
%plot
figure (1)
plot(t,y,'LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi');
legend('S(t)', 'C(t)', 'L(t)', 'H(t)', 'T(t)', 'R(t)');
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
grid on;
hold all

figure(2)
[t,y]= ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,1),'b','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Belum Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('S');
hold all

figure(3)
[t,y]= ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,2),'r','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
```

```

ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Sudah Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('C');
hold all

```

```

figure(4)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,3),'y','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Ringan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('L');
hold all

```

```

figure(5)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,4),'c','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Berat');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('H');
hold all

```

```

figure(6)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,5),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi dalam Pengobatan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('T');
hold all

```

```

figure(7)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,6),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Sembuh');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('R');
hold all

```

#### Lampiran 4: M-File untuk Menggambarkan Simulasi dari Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus dengan Syarat $R_0 > 0$

```
clc; clear all; close all;
%Parameter
phi=0.03;bs=0.9;bd=0.8;mu=0;
a=0.02;q=0.1;dl=0.95;xi=0;
g=0.9;p=0.3;te=0.421;sg=0.9;pi=0.03;m=0.25;V=1.2;
x1=g+pi+a;
x2=te+a+p;
x3=sg+m+a;
%NilaiAwal
S0=25;
C0=20;
L0=15;
H0=10;
T0=12;
R0=18;

%reproduction number
so=(1-q)*phi*V/(mu+a)
co=(phi*V*(a*q+mu))/(dl+a)*(mu+a)
X=(sg*te-x2*x3);
Y=(g*sg+dl*x3);
Ro=(so+xi*co)*(bs*(X)-bd*(Y))/(X)*x1

T=50; %waktu
tspan=[0 T];
y0=[S0; C0; L0; H0; T0; R0]
[t,y]= ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
%plot
figure (1)
plot(t,y,'LineWidth',2);
xlabel('time (years)');
ylabel('Jumlah Populasi');
legend('S(t)', 'C(t)', 'L(t)', 'H(t)', 'T(t)', 'R(t)');
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
grid on;
hold all

figure(2)
[t,y]= ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,1),'b','LineWidth',2);
xlabel('time (years)');
ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Belum Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('S');
hold all

figure(3)
[t,y]= ode45(@ (t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,2),'r','LineWidth',2);
xlabel('time (years)');
```

```

ylabel('Jumlah Populasi Rentan yang Sudah Menerima Kampanye');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('C');
hold all

```

```

figure(4)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,3),'y','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Ringan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('L');
hold all

```

```

figure(5)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,4),'c','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Pengguna Narkoba Berat');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('H');
hold all

```

```

figure(6)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,5),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi dalam Pengobatan');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Khusus');
legend('T');
hold all

```

```

figure(7)
[t,y]= ode45(@(t,y)
sv(t,y,V,phi,bs,bd,mu,a,q,dl,xi,g,p,te,sg,pi,m),tspan,y0);
plot(t,y(:,6),'g','LineWidth',2);
xlabel('time(years)');
ylabel('Jumlah Populasi Sembuh');
grid on;
title('Model Kecanduan Narkoba pada Kasus Umum');
legend('R');
hold all

```

## RIWAYAT HIDUP



Savira Winny Wirahmasari, lahir di Kabupaten Lumajang pada 2 Desember 1996, biasa dipanggil Savira atau Winny. Bertempat tinggal di Perumahan Bumi Pasirian Permai Blok C No 34 Kecamatan Pasirian Kabupaten Lumajang. Anak kedua dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Saiful dan Ibu Endang Endrawati. Pendidikan yang pernah ditempuh yaitu Taman Kanak-Kanak Al-Hidayah 2 Kecamatan Pasirian, kemudian melanjutkan pendidikan pada tingkat dasar di SDN Pasirian 05 Kecamatan Pasirian. Melanjutkan pendidikan pada tingkat menengah pertama di SMP Negeri 1 Pasirian. Melanjutkan pendidikan pada tingkat menengah atas di SMAN 2 Lumajang kemudian pindah di SMAS An-Nur Bululawang Kabupaten Malang. Pada tahun 2017 melanjutkan studi pada jenjang perkuliahan strata 1 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.