

ANALISIS PERILAKU MODEL SEIR PENYEBARAN COVID-19 DENGAN FAKTOR VAKSINASI

SKRIPSI

**OLEH:
MOH. MUHLIS FIRDAUS
NIM. 15610090**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2022**

**ANALISIS PERILAKU MODEL SEIR PENYEBARAN COVID-
19 DENGAN FAKTOR VAKSINASI**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Moh. Muhlis Firdaus
NIM. 15610090**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2022**

ANALISIS PERILAKU MODEL SEIR PENYEBARAN COVID-19 DENGAN FAKTOR VAKSINASI

SKRIPSI

Oleh
Moh. Muhlis Firdaus
NIM. 15610090

Telah Disetujui Untuk Diuji

Malang, 16 Juni 2022

Dosen Pembimbing I

Dosen Pembimbing II




Dr. Heri Widayani, M.Si
NIDT. 19901006 20180201 2 229



Mohammad Nafie Jauhari, M.Si
NIDT 19870218 20160801 1 056



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika


Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

ANALISIS PERILAKU MODEL SEIR PENYEBARAN COVID-19 DENGAN FAKTOR VAKSINASI

SKRIPSI

Oleh
Moh. Muhlis Firdaus
NIM. 15610090

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima sebagai salah satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)


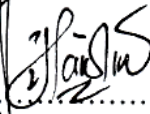
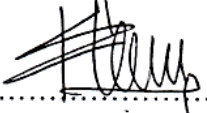
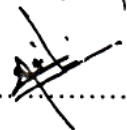
Tanggal 17 Juni 2022

Ketua Penguji : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si


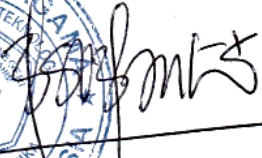
Anggota Penguji 1 : Intan Nisfulaila, M.Si

Anggota Penguji 2 : Dr. Heni Widayani, M.Si

Anggota Penguji 3 : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si


.....

.....

.....

.....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Moh. Muhlis Firdaus

Nim : 15610090

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Analisis Perilaku Model SEIR Penyebaran COVID-19
Dengan Faktor Vaksinasi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 16 Juni 2022
Yang membuat pernyataan



Moh. Muhlis Firdaus
NIM. 15610090

MOTO

“Tidak ada kata terlambat, maka mulai saja dulu”

PERSEMBAHAN

Dengan rasa syukur penulis persembahkan skripsi ini kepada Bapak Moh. Mastur dan Ibu Sumiati, serta kakak Luluk Roinatul Fatwati yang senantiasa memberikan doa, semangat, dan nasihat kepada penulis agar dimudahkan dalam mencari ilmu.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini sebagai syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat dan salam tetap tercurah kepada junjungan kita Nabi Besar Muhammad Saw yang telah menunjukkan manusia kepada jalan kebaikan dan kebenaran dengan *ad-dinul* Islam.

Dalam proses penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak, karena itu penulis memberikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. M. Zainuddin, M.A, selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Heni Widayani, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, nasihat, arahan, dan motivasi kepada penulis.
5. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II dan dosen wali yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, nasihat, arahan, dan motivasi kepada penulis.

6. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen yang telah sabar dan ikhlas dalam mendidik dan memberikan ilmu serta bimbinganya kepada penulis.
7. Ayah Alm. H. Moh Mastur dan ibu Hj. Sumiati yang selalu memberikan doa, dukungan, semangat dan motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu yang dengan ikhlasnya membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini baik moril maupun material.

Akhir kata, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca khususnya mahasiswa Program Studi Matematika.

Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 16 Juni 2022

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PENGAJUAN	iii
HALAMAN PERSETUJUAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
..... Error! Bookmark not defined.	
MOTO	v
PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
مستخلص البحث	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Masalah	4
1.6 Definisi Istilah	5
BAB II KAJIAN TEORI	6
2.1 Teori Pendukung	6
2.1.1 Persamaan Diferensial	6
2.1.2 Sistem Persamaan Diferensial	7
2.1.3 Titik Keseimbangan.....	8
2.1.4 Linierisasi	8
2.1.5 Nilai dan Vektor Eigen	13
2.1.6 Jenis Kestabilan	13
2.1.7 Kriteria Routh-Hurwitz.....	14
2.1.8 COVID-19	15
2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an.....	16
2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung.....	17
BAB III METODE PENELITIAN	22
3.1 Jenis Penelitian	22
3.2 Pra Penelitian.....	22
3.3 Tahapan Penelitian	22
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	23
4.1 Identifikasi Parameter dan Nilai Awal	23
4.2 Titik-titik keseimbangan.....	24
4.3 Linierisasi	28
4.4 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan	34

4.4.1 Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit ...	34
4.4.2 Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Endemik.....	38
4.5 Simulasi Numerik	40
BAB V PENUTUP	47
5.1 Kesimpulan	47
5.2 Saran untuk Penelitian Lanjutan	47
DAFTAR PUSTAKA	48
LAMPIRAN	50
RIWAYAT HIDUP	56

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Jenis Kestabilan Sistem Linier	13
Tabel 2.2	Nilai Awal Model Penyebaran COVID-19	20
Tabel 2.3	Nilai Parameter Model Penyebaran COVID-19.....	20
Tabel 2.4	Nilai Parameter Prosentase Vaksinasi	21
Tabel 4.1	Nilai Awal pada Setiap Variabel	24

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Alir Penyebaran COVID-19.....	17
Gambar 4.1	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 0\%$ saat Kondisi Endemik	40
Gambar 4.2	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 1\%$ saat Kondisi Endemik	41
Gambar 4.3	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 10\%$ saat Kondisi Endemik	42
Gambar 4.4	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 50\%$ saat Kondisi Endemik	43
Gambar 4.5	Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 70\%$ saat Kondisi Endemik	44
Gambar 4.6	Perbedaan Grafik Simulasi Kasus Populasi Terinfeksi saat Kondisi Endemik	45

DAFTAR SIMBOL

N	: Banyaknya Populasi Manusia
S	: Banyaknya Populasi Individu yang Rentan
E	: Banyaknya Populasi Individu yang Terpapar
I	: Banyaknya Populasi Individu yang Terinfeksi
R	: Banyaknya Populasi Individu yang Sembuh
μ	: Laju Kelahiran/Kematian
α	: Laju Interaksi Individu Rentan dengan Individu Terinfeksi
β	: Laju Individu Terpapar Menjadi Individu Terinfeksi
μ_i	: Laju Kematian Karena COVID-19
δ	: Laju Kesembuhan Individu yang Terinfeksi COVID-19
v	: Prosentase Vaksinasi

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Script Maple Untuk Menghitung Titik Kesetimbangan, Nilai Eigen, dan Persamaan Karakteristik.....	49
Lampiran 2	Script Maple Untuk Menentukan Solusi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 pada Populasi SEIR dengan Metode RKF45.....	50

ABSTRAK

Firdaus, Moh. Muhlis. 2022. **Analisis Perilaku Model SEIR Penyebaran COVID-19 Dengan Faktor Vaksinasi**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Heni Widayani, M.Si (II) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Kata Kunci: Model SEIR COVID-19, Faktor Vaksinasi, Analisis Kestabilan

Penelitian ini membahas tentang analisis perilaku model SEIR penyebaran COVID-19 dengan mempertimbangkan prosentase vaksinasi sebagai parameter. Populasi pada model SEIR dibagi menjadi empat variabel yaitu, *Susceptible (S)*, *Exposed (E)*, *Infected (I)*, dan *Recovered (R)*. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data kasus harian penyebaran COVID-19 dan prosentase vaksinasi pada awal bulan Februari hingga akhir Maret 2022 di Indonesia. Langkah-langkah penelitian adalah menentukan titik kesetimbangan model, melakukan linierisasi di sekitar titik kesetimbangan, menentukan kestabilan titik kesetimbangan, dan melakukan simulasi numerik pada model serta menginterpretasikan hasil. Titik kesetimbangan yang diperoleh adalah titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Berdasarkan hasil linierisasi di sekitar titik kesetimbangan dengan mensubstitusikan nilai parameter diperoleh tiga nilai eigen negatif dan satu nilai eigen positif untuk titik kesetimbangan bebas penyakit dan empat nilai eigen riil negatif untuk titik kesetimbangan endemik. Hasil ini menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit adalah tidak stabil dan titik kesetimbangan endemik adalah stabil asimtotik lokal. Berdasarkan hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa ada pengaruh besarnya prosentase vaksinasi dalam penurunan kasus infeksi COVID-19 dimana semakin tinggi prosentase vaksinasi mengakibatkan grafik kasus terinfeksi semakin melandai.

ABSTRACT

Firdaus, Moh. Muhlis. 2022. **On the Behavioral Analysis of the SEIR Model of the Spread of COVID-19 With Vaccination Factors**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Dr. Heni Widayani, M.Si (II) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Keywords: SEIR Model of COVID-19, Vaccination Factors, Stability Analysis

This study discusses the behavioral analysis of the SEIR model of the spread of COVID-19 by considering the percentage of vaccination as a parameter. The population in the SEIR model is divided into four variables, Susceptible (S), Exposed (E), Infected (I), and Recovered (R). The data used in this study are daily case data on the spread of COVID-19 and the percentage of vaccinations from the beginning of February to the end of March 2022 in Indonesia. The research steps are to determine the equilibrium point of the model, perform linearization around the equilibrium point, determine the stability of the equilibrium point, and perform numerical simulations on the model and interpret the results. The equilibrium point obtained is the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. Based on the results of linearization around the equilibrium point by substituting the parameter values, we get three negative eigenvalues and one positive eigenvalue for the disease-free equilibrium point and four negative real eigenvalues for the endemic equilibrium point. These results indicate that the disease-free equilibrium point is unstable and the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable. Based on numerical simulation results, it shows that there is an influence of the large percentage of vaccinations in decreasing cases of COVID-19 infection, where the higher the percentage of vaccinations, the more sloping the graph of infected cases is.

مستخلص البحث

فردوس, محمد مخلص. ٢٠٢٢. التحليل السلوكي لنموذج SEIR لانتشار كوفيد -١٩- (COVID-19) مع نسبة التطعيم. البحث الجامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالانج. المشرفة: (١) الدكتورة، هاني ودايانى ، الماجستير. المشرف: (٢) محمد نافع جوهرى، الماجستير.

الكلمة الرئيسية: نموذج SEIR كوفيد -١٩- (COVID-19)، نسبة التطعيم، تحليل الثبات.

يبحث هذا البحث التحليل السلوكي لنموذج SEIR لانتشار كوفيد -١٩- من خلال اعتبار نسبة التطعيم كمعامل. يتم تقسيم السكان في نموذج SEIR إلى أربع متغيراتٍ ، وهي الحساس (S) $Susceptible$ ، والكشف (E) $Exposed$ ، والمصاب (I) $Infected$ ، والاستعاد (R) $Recovered$. البيانات المستخدمة في هذه الدراسة هي بيانات حالة يومية عن انتشار كوفيد -١٩- (COVID-19) ونسبة التطعيمات من بداية فبراير إلى نهاية مارس ٢٠٢٢ في إندونيسيا. تتمثل خطوات البحث في تحديد نقطة توازن النموذج ، وإجراء عملية خطية حول نقطة التوازن ، وتحديد ثبات نقطة التوازن ، وإجراء عمليات محاكاة عددية على النموذج وتفسير النتائج. نقطة التوازن التي تم الحصول عليها هي نقطة التوازن الخالية من الأمراض ونقطة التوازن المستوطنة. بناءً على نتائج الخطية حول نقطة التوازن عن طريق استبدال قيمة المعلمات ، نحصل على ثلاث قيمة ذاتية سلبية وقيمة ذاتية موجبة لنقطة التوازن الخالية من الأمراض وأربعة قيم ذاتية سلبية حقيقية لنقطة التوازن المستوطنة. تشير هذه النتائج إلى أن نقطة التوازن الخالية من الأمراض غير مستقرة وأن نقطة التوازن المتوطنة مستقرة محليًا بشكل مقارب. بناءً على نتائج المحاكاة العددية ، يظهر أن هناك تأثيرًا للنسبة الكبيرة من التطعيمات في تقليل حالات الإصابة بفيروس كوفيد -١٩ (COVID-19)، حيث ارتفعت نسبة التطعيمات كان الرسم البياني للحالات المصابة أكثر انحدارًا.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dunia saat ini sedang dilanda wabah penyakit yang sangat menular yakni *Coronavirus Disease* 2019 (COVID-19). Virus ini adalah varian baru dari *coronavirus*. Berbagai usaha telah dilakukan untuk menekan penyebaran dan mempercepat proses penyembuhan COVID-19. Allah telah menjelaskan dalam surat At Taghabun ayat 11 yang artinya,

“Tidak ada suatu musibah pun yang menimpa seseorang kecuali dengan izin Allah; dan barangsiapa yang beriman kepada Allah niscaya Dia akan memberi petunjuk kepada hatinya. Dan Allah Maha Mengetahui segala sesuatu.”

Ayat tersebut menjelaskan bahwa semua peristiwa yang terjadi di alam semesta ini atas izin Allah. Barang siapa yang beriman kepada Allah dan terus berikhtiar maka Allah akan memberikan petunjuk atas usahanya.

Perilaku penyebaran COVID-19 dapat diformulasikan dengan model matematika. Salah satu model matematika yang dapat digunakan dalam menjelaskan fenomena penyebaran virus ini adalah model SIR. Model ini sendiri memiliki tiga subpopulasi individu, yakni populasi *Susceptible* yang dilambangkan dengan (*S*), populasi *Infected* yang dilambangkan dengan (*I*), dan populasi *Recovered* yang dilambangkan dengan (*R*). Populasi *Susceptible* merupakan individu yang rentan terhadap penularan COVID-19, populasi *Infectious* merupakan individu yang positif terinfeksi COVID-19, dan populasi *Recovered* merupakan individu yang telah sembuh dari infeksi COVID-19.

Penelitian model perilaku penyebaran COVID-19 telah dilakukan sejak virus ini teridentifikasi. Salah satunya adalah penelitian Kusumo, dkk (2020) untuk memprediksi angka penyebaran COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). Rumusan model yang diajukan pada penelitian ini adalah model epidemi SIR yang terdiri dari tiga kelas yaitu *Susceptible (S)*, *Infectious (I)*, dan *Recovered (R)*. Model ini memuat tiga persamaan diferensial yang bergantung pada waktu. Hasil penelitian yang diperoleh adalah prediksi puncak kasus wabah COVID-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY) akan terjadi pada pertengahan Juni 2020 dan mengalami penurunan pada bulan Maret 2021.

Penelitian serupa dilakukan oleh Abdy, dkk (2021) yang menjelaskan proses penyebaran COVID-19 di Indonesia menggunakan model SIR. Pada penelitian tersebut, Abdy, dkk (2021) mempertimbangkan beberapa faktor, yakni faktor vaksinasi, faktor pengobatan, kepatuhan dalam mengikuti protokol kesehatan, dan jumlah total partikel virus pada tubuh seorang individu. Penelitian tersebut mengkonstruksi laju infeksi virus COVID-19, laju kesembuhan, dan laju kematian akibat virus COVID-19 sebagai bilangan fuzzy. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa perbedaan jumlah partikel virus pada seorang individu akan berpengaruh pada tingkat penularan virus COVID-19. Selain itu, faktor vaksinasi, pengobatan, dan kepatuhan pada protokol kesehatan berpengaruh secara signifikan untuk memperlambat dan menghentikan proses penularan virus.

Virus COVID-19 diketahui memiliki masa inkubasi sehingga menyebabkan individu terinfeksi yang tidak menunjukkan gejala apapun dapat menularkan virus tersebut pada individu lain tanpa menyadarinya (Yang, C dan Wang, J., 2020). Oleh karena itu, penelitian perilaku penyebaran COVID-19 membutuhkan subpopulasi

baru, yakni populasi *Exposed*. Yang, C dan Wang, J pada tahun 2020 melakukan penelitian mengenai penyebaran COVID-19 di Wuhan, Cina menggunakan model matematika yang memuat lima persamaan diferensial biasa bergantung waktu dimana salah satu variabelnya adalah *Exposed*. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa infeksi virus COVID-19 akan menjadi wabah endemi yang membutuhkan program pencegahan dan penanggulangan jangka panjang.

Salah satu upaya penekanan penyebaran COVID-19 adalah dengan adanya vaksinasi. Vaksinasi adalah pemberian antigen untuk merangsang sistem imun untuk meningkatkan kekebalan seorang individu terhadap penyakit. Vaksinasi dilakukan pada kelas *Susceptible* dengan harapan individu pada kelas ini akan memiliki kekebalan terhadap virus COVID-19 dan berubah menjadi kelas *Recovered*.

Penelitian ini akan membahas tentang perilaku penyebaran COVID-19 di Indonesia pada tahun 2022 yang diformulasikan dengan model epidemi SEIR dengan mempertimbangkan faktor vaksinasi sebagai parameter, dimana pada bulan 1 Februari 2022 terjadi penambahan kasus terinfeksi harian sekitar 16,021 orang dan prosentase vaksinasi dosis ketiga mencapai 0.66% dari jumlah total penduduk Indonesia (<https://covid19.go.id/peta-sebaran-covid19>). Berdasarkan penjelasan tersebut, peneliti akan fokus mengkaji analisis perilaku model SEIR penyebaran wabah COVID-19 dengan mempertimbangkan faktor pencegahan berupa vaksinasi sebagai parameter.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan, rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana analisis perilaku model SEIR penyakit *coronavirus disease* 2019 (COVID-19) dengan faktor vaksinasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui analisis perilaku pada model SEIR penyakit *coronavirus disease* 2019 (COVID-19) dengan faktor vaksinasi.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberi manfaat dalam menjelaskan analisis perilaku model SEIR penyakit *coronavirus disease* 2019 (COVID-19) dengan faktor vaksinasi sehingga membantu penyusunan strategi pengendalian yang tepat pada penyebaran COVID-19.

1.5 Batasan Masalah

Agar pembahasan penelitian ini lebih terstruktur dan terarah, maka batasan masalah pada penelitian adalah:

1. Diasumsikan populasi kelas Sembuh (*Recovered*) memiliki kekebalan tetap terhadap COVID-19 sehingga tidak kembali menjadi kelas rentan (*Susceptible*).
2. Diasumsikan laju kematian alami pada setiap kelas tidak memiliki perbedaan yang signifikan sehingga dianggap hampir sama.
3. Data kasus yang digunakan berdasarkan peta sebaran infeksi COVID-19 di Indonesia pada tanggal 1 Februari 2022 hingga 31 Maret 2022 yang dapat diakses pada <https://covid19.go.id/peta-sebaran>.
4. Vaksinasi dilakukan pada kelas Rentan (*Susceptible*).

5. Data vaksin yang digunakan berdasarkan prosentase vaksin COVID-19 dosis 3 di Indonesia pada tanggal 1 Februari 2022 hingga 31 Maret 2022 yang dapat diakses pada <https://vaksin.kemkes.go.id/#/vaccines>.
6. Nilai parameter yang digunakan pada penelitian ini merujuk pada jurnal Annas, dkk (2020).

1.6 Definisi Istilah

Definisi istilah bertujuan untuk menghindari perbedaan penjelasan pada istilah-istilah yang digunakan pada penelitian ini. Berikut ini definisi istilah pada penelitian ini:

1. Analisis dinamik adalah analisis perhitungan yang dilakukan pada suatu sistem persamaan diferensial yang bertujuan untuk mengetahui perilaku kestabilannya.
2. Model matematika adalah sebuah model abstrak yang merepresentasikan perilaku sebuah keadaan tertentu dengan bahasa matematis.
3. Vaksinasi adalah upaya pemberian antigen pada individu untuk merangsang imunitas pada tubuh individu tersebut.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Persamaan Diferensial

Menurut Iknas (2017), suatu persamaan yang di dalamnya terdapat turunan dari satu atau lebih fungsi yang tidak diketahui atau disebut variabel *dependent* (terikat) terhadap satu atau lebih variabel *independent* (bebas) disebut dengan persamaan diferensial. Persamaan diferensial dapat diklasifikasikan menjadi dua jenis, yaitu Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dimana turunan fungsinya hanya bergantung pada satu variabel *independent* dan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) dimana turunan fungsinya bergantung pada dua atau lebih variabel *independent*.

Secara umum, persamaan diferensial biasa orde ke- n adalah persamaan yang dapat berbentuk seperti berikut,

$$F(t, y(t), y'(t), \dots, y^n(t)) = 0 \quad (2.1)$$

Pada persamaan (2.1) menyatakan hubungan antara variabel *independent* t , variabel *dependent* y dan turunannya yaitu y', y'', \dots, y^n (Iknas, 2017).

Bentuk umum persamaan diferensial biasa linier orde ke- n dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$a_n(t)y^n + a_{n-1}(t)y^{n-1} + \dots + a_1(t)y' + a_0(t)y = f(t) \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) menjadi persamaan linier jika memenuhi ketiga syarat berikut:

- a. Variabel *dependent* y beserta semua turunannya y', y'', \dots, y^n merupakan derajat pertama.

- b. Variabel *dependent* bukanlah fungsi transeden.
- c. Antar variabel *dependent* tidak terjadi perkalian.

(Waluyo, 2006).

Contoh sederhana persamaan diferensial biasa yaitu,

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS - \mu R \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) adalah persamaan diferensial biasa bergantung waktu t karena tidak ditemukan perkalian antar variabel *dependent*.

Jika ada persamaan linier yang tidak mencukupi syarat-syarat tersebut maka persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial biasa (PDB) nonlinier.

Contoh PDB nonlinier adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + v)S \quad (2.4)$$

Persamaan (2.4) dikatakan PDB nonlinier karena adanya perkalian variabel *dependent* I dengan variabel *dependent* lain yakni S pada bentuk $-\alpha SI$.

2.1.2 Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial juga dapat diklasifikasikan berdasarkan banyaknya fungsi yang tidak diketahui. Apabila hanya ada satu fungsi yang akan ditentukan maka hanya cukup dengan satu persamaan. Suatu sistem persamaan dibutuhkan jika ada dua atau lebih fungsi yang tidak diketahui (Boyce & DiPrima, 2009).

Suatu sistem yang mengandung n buah fungsi yang tidak diketahui adalah sistem persamaan diferensial. Salah satu contoh sistem persamaan diferensial adalah model SEIR penyebaran COVID-19:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + v)S \quad (2.5)$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \mu)E$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + \nu S - \mu R$$

(Annas dkk, 2020).

2.1.3 Titik Kesetimbangan

Titik kesetimbangan merupakan solusi konstan dari suatu sistem dimana sistem tersebut tidak mengalami perubahan di sepanjang waktu (Sulisti dkk, 2014). Sebagai contoh sistem persamaan pada (2.5) akan mengalami keadaan setimbang jika $\frac{dS}{dt} = 0$, $\frac{dE}{dt} = 0$, $\frac{dI}{dt} = 0$ dan $\frac{dR}{dt} = 0$ dimana titik yang memenuhinya disebut dengan titik kesetimbangan, sehingga dapat ditulis,

$\begin{aligned} \mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S &= 0, \\ \alpha IS - (\beta + \mu)E &= 0, \\ \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I &= 0, \text{ dan} \\ \delta I + \nu S - \mu R &= 0. \end{aligned}$	(2.6)
--	-------

2.1.4 Linierisasi

Solusi sistem persamaan nonlinier dapat dicari dengan pendekatan linier. Pendekatan ini dinamakan dengan linierisasi. Linierisasi akan menghasilkan sistem persamaan linier yang sesuai sehingga membantu menemukan solusi dari sistem persamaan nonlinier tersebut. Pada sistem (2.5) dapat dimisalkan dengan,

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S = g_1(S, E, I, R) \quad (2.7)$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \mu)E = g_2(S, E, I, R)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I = g_3(S, E, I, R)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS - \mu R = g_4(S, E, I, R)$$

Selanjutnya, misalkan (S^*, E^*, I^*, R^*) adalah titik kesetimbangan dari sistem (2.7).

Sistem (2.7) adalah sistem nonlinier sehingga dibutuhkan pendekatan sistem linier

di iswasekitar titik kesetimbangan (S^*, E^*, I^*, R^*) dengan menambahkan ekspansi

deret Taylor disekitar (S^*, E^*, I^*, R^*) serta meniadakan suku nonliniernya.

Misalkan titik kesetimbangan yang digunakan adalah titik kesetimbangan

pertama, yaitu titik $(0,0,0,0)$, maka linierisasi yang dapat dilakukan pada sistem

(2.7) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} g_1(S, E, I, R) &\approx g_1(S^*, E^*, I^*, R^*) + \frac{\partial g_1}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\ &\quad + \frac{\partial g_1}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\ &\quad + \frac{\partial g_1}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\ &\quad + \frac{\partial g_1}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*) \end{aligned} \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned} g_2(S, E, I, R) &\approx g_2(S^*, E^*, I^*, R^*) + \frac{\partial g_2}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\ &\quad + \frac{\partial g_2}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\ &\quad + \frac{\partial g_2}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\ &\quad + \frac{\partial g_2}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_3(S, E, I, R) &\approx g_3(S^*, E^*, I^*, R^*) + \frac{\partial g_3}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_4(S, E, I, R) &\approx g_4(S^*, E^*, I^*, R^*) + \frac{\partial g_4}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*)
\end{aligned}$$

Pada keadaan setimbang $g_1(S^*, E^*, I^*, R^*) = g_2(S^*, E^*, I^*, R^*) = g_3(S^*, E^*, I^*, R^*) = g_4(S^*, E^*, I^*, R^*) = 0$, sehingga (2.9) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
g_1(S, E, I, R) &\approx \frac{\partial g_1}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_1}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_1}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_1}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
g_2(S, E, I, R) &\approx \frac{\partial g_2}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\
&+ \frac{\partial g_2}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\
&+ \frac{\partial g_2}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\
&+ \frac{\partial g_2}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_3(S, E, I, R) &\approx \frac{\partial g_3}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\
&+ \frac{\partial g_3}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\
&+ \frac{\partial g_3}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\
&+ \frac{\partial g_3}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_4(S, E, I, R) &\approx \frac{\partial g_4}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) (S - S^*) \\
&+ \frac{\partial g_4}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) (E - E^*) \\
&+ \frac{\partial g_4}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) (I - I^*) \\
&+ \frac{\partial g_4}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) (R - R^*)
\end{aligned}$$

Selanjutnya substitusi $(S - S^*) = k$, $(E - E^*) = l$, $(I - I^*) = m$ dan $(R - R^*) = n$

sehingga didapatkan $\frac{dS}{dt} = \frac{dk}{dt}$, $\frac{dE}{dt} = \frac{dl}{dt}$, $\frac{dI}{dt} = \frac{dm}{dt}$ dan $\frac{dR}{dt} = \frac{dn}{dt}$. Sistem (2.9)

menjadi suatu sistem persamaan yang linier, yaitu:

$$\begin{aligned}
\frac{dk}{dt} &= \frac{\partial g_1}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*) k + \frac{\partial g_1}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*) l \\
&+ \frac{\partial g_1}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*) m + \frac{\partial g_1}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*) n
\end{aligned} \tag{2.10}$$

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} &= \frac{\partial g_2}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*)k + \frac{\partial g_2}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*)l \\ &\quad + \frac{\partial g_2}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*)m + \frac{\partial g_2}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*)n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{\partial g_3}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*)k + \frac{\partial g_3}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*)l \\ &\quad + \frac{\partial g_3}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*)m + \frac{\partial g_3}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*)n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\partial g_4}{\partial S}(S^*, E^*, I^*, R^*)k + \frac{\partial g_4}{\partial E}(S^*, E^*, I^*, R^*)l \\ &\quad + \frac{\partial g_4}{\partial I}(S^*, E^*, I^*, R^*)m + \frac{\partial g_4}{\partial R}(S^*, E^*, I^*, R^*)n \end{aligned}$$

Sistem (2.11) dapat ditulis dalam bentuk matriks yaitu:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} k \\ l \\ m \\ n \end{pmatrix} = \mathbf{A}_0 \begin{pmatrix} k \\ l \\ m \\ n \end{pmatrix} \text{ dimana } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathcal{G}_1(S) & \mathcal{G}_1(E) & \mathcal{G}_1(I) & \mathcal{G}_1(R) \\ \mathcal{G}_2(S) & \mathcal{G}_2(E) & \mathcal{G}_2(I) & \mathcal{G}_2(R) \\ \mathcal{G}_3(S) & \mathcal{G}_3(E) & \mathcal{G}_3(I) & \mathcal{G}_3(R) \\ \mathcal{G}_4(S) & \mathcal{G}_4(E) & \mathcal{G}_4(I) & \mathcal{G}_4(R) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

atau

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -(\alpha I + \mu + \nu) & 0 & -\alpha S & 0 \\ \alpha I & -(\beta + \mu) & \alpha S & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Apabila disubstitusikan nilai $S = S^* = 0, E = E^* = 0, I = I^* = 0$ dan $R = R^* = 0$ pada matriks \mathbf{A} , maka didapatkan

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} -\mu - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta - \mu & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -\mu_i - \delta - \mu & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Matriks (2.13) dinamakan matriks Jacobi. Banyaknya persamaan pada sistem persamaan diferensial mempengaruhi ukuran matrik Jacobi ini. Sifat kestabilan dari sistem persamaan linier dapat ditentukan berdasarkan akar-akar pada matriks Jacobi (Hardiningsih, 2010).

2.1.5 Nilai dan Vektor Eigen

Misal A merupakan matriks berordo $n \times n$ di dalam R^n . Suatu vektor tak nol x dinamakan vektor Eigen dari A jika Ax merupakan kelipatan skalar dari x yaitu $Ax = \lambda x$ untuk sebarang skalar λ atau memenuhi

$$Ax = \lambda x \quad (2.14)$$

Dimana skalar λ disebut dengan nilai Eigen dari A dan x disebut vektor Eigen yang bersesuaian dengan λ (Arif, 2015).

Jika A adalah suatu matriks, maka λ adalah nilai Eigen dari A jika dan hanya jika memenuhi

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (2.15)$$

Persamaan (2.15) dinamakan dengan persamaan karakteristik dari A (Anton & Rorres, 2010).

2.1.6 Jenis Kestabilan

Nilai Eigen dapat menentukan jenis kestabilan dari titik kesetimbangan pada suatu sistem persamaan diferensial (Iswanto, 2012). Nilai Eigen didapatkan dari persamaan karakteristik dari A , yaitu $\det(A - \lambda I) = 0$. Jenis kestabilan titik kesetimbangan dibedakan menjadi tiga, yakni stabil, stabil asimtotik, dan tidak stabil.

Tabel 2.1 Jenis Kestabilan Sistem Linier (Boyce & DiPrima, 2009).

No	Nilai Eigen	Jenis Titik Tetap	Stabilitas
1	$\lambda_{1,2} > 0$	Simpul	Tidak Stabil
2	$\lambda_{1,2} < 0$	Simpul	Stabil Asimtotik
3	$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$	Pelana	Tidak Stabil
4	$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$	Simpul	Tidak Stabil
5	$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$	Simpul	Stabil Asimtotik

6	$\lambda_{1,2} = k + bI$			
	a.	$k > 0$	Spiral	Tidak Stabil
	b.	$k < 0$	Spiral	Stabil Asimtotik
	c.	$k = 0$	Terpusat	Stabil

2.1.7 Kriteria Routh-Hurwitz

Metode yang dapat dipakai untuk menentukan kestabilan sistem dengan hanya mempertimbangkan koefisien dari persamaan karakteristik dengan tidak menghitung akar-akarnya dinamakan kriteria Routh-Hurwitz (Handayani, Syafwan & Efendi, 2013).

Misalkan a_1, a_2, \dots, a_n adalah bilangan asli dan $a_j = 0$ jika $j > n$ maka semua akar polinomialnya:

$$f(\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_{n-2}\lambda^2 + a_{n-1}\lambda + a_n = 0 \quad (2.16)$$

Nilai Eigen dari persamaan (2.16) akan memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika determinan matriks $M_{i \times i}$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dengan

$$M_i = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & L & a_{2i-1} \\ 1 & a_2 & a_4 & L & a_{2i-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & L & a_{2i-3} \\ 0 & 1 & a_2 & L & a_{2i-4} \\ M & M & M & O & M \\ 0 & 0 & 0 & L & a_i \end{bmatrix}$$

bernilai positif. Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, titik tetap x^* akan stabil untuk suatu nilai i (untuk $i = 2, 3, 4$), jika dan hanya jika:

$$i = 2; a_1 > 0, a_2 > 0$$

$$i = 3; a_1 > 0, a_3 > 0, a_1 a_2 > a_3$$

$$i = 4; a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4.$$

2.1.8 COVID-19

Coronavirus disease 2019 atau COVID-19 adalah varian baru dari *coronavirus* yang sangat menular yaitu *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* (Sars-CoV-2). Virus ini lebih mudah menyebar daripada varian virus sebelumnya. COVID-19 dengan mudah menyebar saat seseorang yang telah terinfeksi bersin atau batuk yang menghasilkan *droplet* dan mengenai orang lain. Selain itu, penyebaran virus ini juga akibat dari menyentuh permukaan benda yang telah terkontaminasi virus kemudian menyentuh mulut, hidung, dan mata. *World Health Organization* (WHO) sebagai organisasi kesehatan dunia menegaskan bahwa COVID-19 sebagai pandemi global (Marzuki, I, dkk, 2021).

Adapun masa inkubasi virus COVID-19 berlangsung selama 14 hari. Berikut gejala utama infeksi COVID-19 (Di Genmaro, F, dkk, 2020):

- a. Batuk
- b. Demam
- c. Sakit kepala
- d. Sesak napas
- e. Sakit tenggorokan
- f. Hidung meler dan gejala gangguan pernapasan lainnya.

Gejala tersebut biasanya berlangsung secara bertahap dan akan berbeda untuk setiap individu. Penyebab perbedaan ini dipengaruhi oleh banyak faktor, antara lain umur pasien, daya tahan tubuh, adanya gangguan penyakit berat lain, dan faktor-faktor lainnya

2.2 Kajian Integrasi Topik dengan Al-Qur'an

Dunia saat ini sedang mengalami bencana, wabah penyakit yang sangat menular, yakni COVID-19. Penyakit ini telah menyebar ke hampir semua negara di dunia. Al-Qur'an menjelaskan terjadinya suatu musibah dalam surat Al-Taghabun, ayat 11 yang artinya:

“Tidak ada suatu musibah pun yang menimpa seseorang kecuali dengan izin Allah; dan barangsiapa yang beriman kepada Allah niscaya Dia akan memberi petunjuk kepada hatinya. Dan Allah Maha Mengetahui segala sesuatu.”

Ibnu Katsir menjelaskan bahwa semua peristiwa yang terjadi di alam semesta adalah atas kekuasaan dan kehendak Allah. Siapa pun yang percaya kepada Tuhan akan selalu rela dengan *qada* dan *qadar* Allah. Keimanan ini akan membawa ketenangan karena adanya keyakinan bahwa segala sesuatu terjadi atas *qada* dan *qadar* Allah (Imam Abi Al-Fida Ismail, 2000).

Pada masa lalu, ada beberapa wabah menular yang dijelaskan dalam Al-Qur'an, antara lain virus cacar pada surat Al Fiil, Lintah air pada surat Al Baqarah, dan wabah virus sampar pada surat Hud (Hakim, 2018). Upaya yang dapat dilakukan ketika suatu daerah terjangkit wabah menular diterangkan dalam hadist berikut:

“Jika kalian mendengar tentang wabah-wabah di suatu negeri, maka janganlah kalian memasukinya. Tetapi jika terjadi wabah di suatu tempat kalian berada, maka janganlah kalian meninggalkan tempat itu.”(Hadist Riwayat Bukhari).

Menurut hadist tersebut, upaya yang dapat dilakukan untuk mencegah penyebaran wabah menular adalah dengan cara menghindari orang yang telah terinfeksi wabah tersebut. Selain itu, upaya lainnya adalah mengisolasi atau mengkarantina individu yang terinfeksi wabah tersebut (Hakim, 2018).

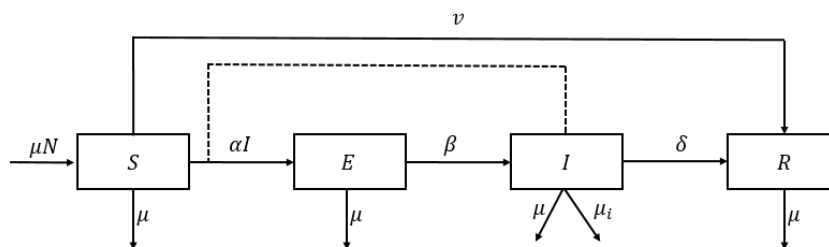
Upaya lain yang dapat dilakukan dalam pencegahan penularan wabah COVID-19 adalah dengan pemberian vaksinasi. Vaksinasi dapat membantu meningkatkan kekebalan tubuh agar tidak terpapar COVID-19. Sebagaimana Allah menjelaskan dalam Al-Qur'an surat Ar Ra'd ayat 11 yang artinya:

“Sesungguhnya Allah tidak merubah keadaan suatu kaum sehingga mereka merubah keadaan yang ada pada mereka sendiri.”

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah tidak akan merubah keadaan suatu kaum tanpa adanya usaha dari kaum itu sendiri. Sesuai dengan ayat tersebut, upaya pencegahan dan penanggulangan wabah COVID-19 harus dilakukan agar penyebaran wabah tersebut segera mereda.

2.3 Kajian Topik dengan Teori Pendukung

Mekanisme pembentukan model SEIR pada penyebaran COVID-19 adalah sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Alir Penyebaran COVID-19 (Annas dkk, 2020)

Keterangan :

- : adanya penambahan populasi yang dituju serta pengurangan populasi asal
- : tidak terdapat penambahan atau pengurangan pada kedua populasi yang berinteraksi

Diagram alir pada Gambar 2.1 menunjukkan bahwa populasi individu rentan terhadap virus COVID-19 akan bertambah karena adanya laju kelahiran sebesar μ .

Hal ini terjadi karena bayi yang baru lahir diasumsikan sebagai individu rentan. Persamaan matematika pada laju populasi rentan adalah:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N$$

Laju populasi rentan akan menurun karena adanya laju interaksi antara individu rentan dengan individu terinfeksi sebesar α , laju kematian alami individu rentan sebesar μ , dan adanya vaksinasi terhadap individu rentan sebesar v .

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + v)S$$

Populasi terpapar akan mengalami peningkatan karena terdapat laju kontak individu rentan dengan individu terinfeksi sebesar α .

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS$$

Laju populasi terpapar akan mengalami penurunan disebabkan kemungkinan individu terpapar masuk ke dalam kategori individu terinfeksi sebesar β dan adanya laju kematian alami individu terpapar sebesar μ .

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \mu)E$$

Populasi individu terinfeksi akan meningkat karena adanya kemungkinan individu terpapar masuk ke dalam kategori individu terinfeksi sebesar β .

$$\frac{dI}{dt} = \beta E$$

Populasi individu terinfeksi akan mengalami penurunan disebabkan laju kematian individu terinfeksi karena COVID-19 sebesar μ_i , laju kesembuhan individu yang terinfeksi COVID-19 sebesar δ dan laju kematian alami individu terinfeksi sebesar μ .

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I$$

Adapun populasi sembuh akan meningkat karena adanya laju kesembuhan individu yang terinfeksi COVID-19 sebesar δ dan karena adanya vaksinasi terhadap populasi rentan sebesar v .

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS$$

Sedangkan penurunan populasi sembuh diakibatkan oleh kematian alami individu sembuh sebesar μ .

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS - \mu R$$

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, maka konstruksi model SEIR pada penyebaran COVID-19 terdiri dari empat persamaan diferensial biasa yang bergantung pada waktu. Adapun modelnya adalah:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + v)S \quad (2.17)$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \mu)E \quad (2.18)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I \quad (2.19)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS - \mu R \quad (2.20)$$

dengan syarat awal $S(0) = S_0 > 0, E(0) = E_0 \geq 0, I(0) = I_0 \geq 0$, dan $R(0) = R_0 \geq 0$.

Deskripsi variabel dan parameter adalah sebagai berikut:

Tabel 2.2 Nilai Awal Model Penyebaran COVID-19 (Kasus Harian per 1 Februari 2022)

Variabel	Keterangan	Nilai Awal	Satuan	Sumber
N	Banyaknya Populasi Penduduk Indonesia	273.800.000	Orang	https://www.bps.go.id
S	Banyaknya Populasi Individu yang Rentan	273.780.711	Orang	https://covid19.go.id
E	Banyaknya Populasi Individu yang Terpapar	19.289	Orang	https://covid19.go.id
I	Banyaknya Populasi Individu yang Terinfeksi	16.021	Orang	https://covid19.go.id
R	Banyaknya Populasi Individu yang Sembuh	3.240	Orang	https://covid19.go.id

Tabel 2.3 Nilai Parameter Model Penyebaran COVID-19

Parameter	Keterangan	Nilai	Satuan	Sumber
μ	Laju Kelahiran/Kematian Alami	6.25×10^{-3}	Per hari	Annas dkk, 2020
α	Laju Interaksi Individu Rentan dengan Individu Terinfeksi	0.62×10^{-8}	Orang per hari	Annas dkk, 2020
β	Laju Individu Terpapar Menjadi Individu Terinfeksi	1/14	Per hari	Annas dkk, 2020
μ_i	Laju Kematian Karena COVID-19	7.344×10^{-7}	Per hari	Annas dkk, 2020
δ	Laju Kesembuhan Individu yang Terinfeksi COVID-19	0.0006667	Per hari	Annas dkk, 2020

Tabel 2.4 Nilai Parameter Prosentase Vaksinasi

No	Prosentase Vaksinasi (v)	Sumber
1	0%	Asumsi
2	1%	https://vaksin.kemkes.go.id
3	10%	https://vaksin.kemkes.go.id
4	50%	Asumsi
5	70%	Asumsi

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini bersifat penelitian kualitatif dengan melakukan studi literatur, yakni dengan mengumpulkan dan mengkaji referensi dan buku-buku yang berkaitan dengan penelitian tersebut.

3.2 Pra Penelitian

Pra penelitian adalah tahap yang dilakukan sebelum menyusun penelitian ini. Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini antara lain: mengkaji beberapa literatur yang berkaitan dengan penelitian ini, merumuskan masalah penelitian, menelaah formulasi model SEIR penyebaran COVID-19, mengidentifikasi beberapa parameter yang berkaitan dengan model, menentukan faktor vaksinasi, dan menentukan data penyebaran COVID-19 di Indonesia untuk simulasi pada penelitian.

3.3 Tahapan Penelitian

Adapun tahapan penelitian yang digunakan penulis pada penelitian ini secara rinci dijabarkan sebagai berikut:

- a. Menentukan titik kesetimbangan pada model SEIR.
- b. Melakukan linierisasi sistem persamaan diferensial.
- c. Mengidentifikasi jenis kestabilan titik kesetimbangan.
- d. Melakukan simulasi numerik dengan mempertimbangkan faktor vaksinasi yang berbeda-beda pada model SEIR penyebaran COVID-19.
- e. Menginterpretasi hasil profil grafik setiap variabel pada model SEIR.

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Identifikasi Parameter dan Nilai Awal

Nilai parameter pada penelitian ini mengacu pada penelitian Annas, dkk (2020). Parameter yang digunakan pada penelitian ini yang merujuk pada penelitian Annas, dkk (2020) antara lain: laju kelahiran dan kematian dianggap sama yaitu $\mu = 6.25 \times 10^{-3}$ per hari, laju interaksi individu rentan dengan individu terinfeksi yaitu $\alpha = 0.62 \times 10^{-8}$ per hari, laju individu terpapar menjadi individu terinfeksi yaitu $\beta = 1/14$ per hari, laju kematian karena COVID-19 yaitu $\mu_i = 7.344 \times 10^{-7}$ per hari dan laju kesembuhan individu yang terinfeksi COVID-19 yaitu 0.0006667 per hari.

Pada penelitian ini, nilai parameter vaksinasi (v) adalah prosentase vaksinasi yang didapatkan dari website resmi kemenkes dan asumsi prosentase vaksinasi yang akan tercapai di masa mendatang. Menurut grafik prosentase vaksinasi COVID-19 di website resmi kemenkes, diketahui bahwa hingga awal Februari 2022 telah dilakukan vaksinasi dosis 3 sebanyak 0.66% dari jumlah total penduduk Indonesia dan hingga akhir bulan Maret 2022 mencapai 11%. Sedangkan untuk nilai parameter vaksinasi lainnya adalah diasumsikan tidak ada vaksinasi atau $v = 0\%$, $v = 50\%$ dan $v = 70\%$.

Adapun nilai awal pada penelitian ini diperoleh dari data pertambahan kasus harian COVID-19 di Indonesia pada tanggal 1 Februari 2022 hingga tanggal 31 Maret 2022. Nilai awal untuk total populasi (N_0) adalah jumlah total penduduk Indonesia, nilai awal populasi *Susceptible* (S_0) adalah jumlah total penduduk

Indonesia dikurangi jumlah kasus *Exposed*, *Infected*, dan *Recovered* pada tanggal 1 Februari 2022, nilai awal populasi *Exposed* (E_0) adalah banyaknya pertambahan kasus terkonfirmasi COVID-19 harian pada tanggal 1 Februari 2022, nilai awal populasi *Infected* (I_0) adalah banyaknya kasus terinfeksi COVID-19 harian pada tanggal 1 Februari 2022, dan nilai awal populasi *Recovered* (R_0) adalah banyaknya pertambahan kasus sembuh COVID-19 harian pada tanggal 1 Februari 2022. Berikut merupakan nilai awal pada setiap variabel:

Tabel 4.1 Nilai Awal pada Setiap Variabel

Variabel	Keterangan	Nilai Awal	Satuan	Sumber
N_0	Banyaknya Populasi Penduduk Indonesia	273.800.000	Orang	https://www.bps.go.id
S_0	Banyaknya Populasi Individu yang Rentan	273.780.711	Orang	https://covid19.go.id
E_0	Banyaknya Populasi Individu yang Terpapar	19.289	Orang	https://covid19.go.id
I_0	Banyaknya Populasi Individu yang Terinfeksi	16.021	Orang	https://covid19.go.id
R_0	Banyaknya Populasi Individu yang Sembuh	3.240	Orang	https://covid19.go.id

4.2 Titik-titik kesetimbangan

Analisis perilaku model SEIR penyebaran COVID-19 diawali dengan menghitung titik kesetimbangan dari sistem persamaan diferensial (2.17) hingga (2.20). Titik kesetimbangan diperoleh ketika laju setiap subpopulasi sama dengan

nol, atau $\frac{dS}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dR}{dt} = 0$. Sehingga persamaan (2.17) hingga (2.20)

menjadi sebagai berikut:

$$\mu N - (\alpha I + \mu + v)S = 0 \quad (4.1)$$

$$\alpha IS - (\beta + \mu)E = 0 \quad (4.2)$$

$$\beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I = 0 \quad (4.3)$$

$$\delta I + vS - \mu R = 0 \quad (4.4)$$

Dari persamaan (4.1) diperoleh

$$S = \frac{\mu N}{\alpha I + \mu + v} \quad (4.5)$$

Substitusi persamaan (4.5) tersebut ke persamaan (4.2), menghasilkan

$$E = \frac{\alpha NI\mu}{(\alpha I + \mu + v)(\beta + \mu)} \quad (4.6)$$

Substitusi nilai persamaan (4.5) dan persamaan (4.6) tersebut ke persamaan (4.3)

menghasilkan

$$\frac{\beta \alpha N \mu}{(\alpha I + \mu + v)(\beta + \mu)} - (\delta - \mu - \mu_i)I = 0 \quad (4.7)$$

Dari persamaan (4.4) diperoleh

$$R = \frac{\delta I + vS}{\mu} \quad (4.8)$$

Selanjutnya persamaan (4.5) hingga persamaan (4.8) akan dicari dua titik kesetimbangan yakni titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

- a. Titik kesetimbangan bebas penyakit (*Disease Free Equilibrium Point* atau *DFE*)

Titik kesetimbangan bebas penyakit merupakan solusi kondisi dimana tidak terdapat penyebaran penyakit pada populasi sehingga diasumsikan $I = 0$ dan $E = 0$, maka dari persamaan (4.5) diperoleh

$$S^* = \frac{\mu N}{\mu + v} \quad (4.9)$$

Selanjutnya dari persamaan (4.8) diperoleh

$$R^* = \frac{vN}{\mu + v} \quad (4.10)$$

Sehingga, berdasarkan (4.9) dan (4.10) didapatkan

$$DFE = (S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) = \left(\frac{\mu N}{\mu + v}, 0, 0, \frac{vN}{\mu + v} \right)$$

- b. Titik kesetimbangan endemik (*Endemic Equilibrium Point* atau *END*)

Titik kesetimbangan endemik merupakan solusi kondisi dimana kemungkinan terdapat penyebaran penyakit pada populasi. Titik kesetimbangan endemik berkaitan dengan kondisi endemik dimana $I \neq 0$ dan $E \neq 0$. Kondisi ini diperoleh ketika

$$\frac{\beta \alpha N \mu}{(\alpha N I + \mu + v)(\beta + \mu)} - \delta - \mu - \mu_i = 0$$

Persamaan tersebut ekuivalen dengan

$$I^* = \frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \quad (4.11)$$

Substitusi (4.11) ke (4.5) menghasilkan

$$S^* = \frac{\mu N}{\left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) \alpha N + \mu + v}$$

$$\begin{aligned}
S^* &= \frac{\mu N}{\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} + \frac{\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} + \frac{v(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}} \\
S^* &= \frac{\mu N}{\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + \mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + v\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}} \\
S^* &= \frac{\mu N}{\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}} \\
S^* &= \frac{\mu N}{\frac{\mu N \alpha \beta}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}} \\
S^* &= \frac{\mu N(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\mu N \alpha \beta} \\
S^* &= \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\alpha \beta} \tag{4.12}
\end{aligned}$$

Kemudian substitusi (4.11) ke (4.6) menghasilkan

$$\begin{aligned}
E^* &= \frac{\alpha N \mu \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right)}{\left(\left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) \alpha N + \mu + v \right) (\beta + \mu)} \\
E^* &= \frac{\mu \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right)}{\left(\left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) + \mu + v \right) (\beta + \mu)} \\
E^* &= \frac{\mu \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right)}{\left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) (\beta + \mu)} \\
E^* &= \frac{\mu \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right)}{\left(\frac{\mu N \alpha \beta}{(\mu_i + \delta + \mu)} \right)} \\
E^* &= \frac{\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}}{\frac{N \alpha \beta}{(\mu_i + \delta + \mu)}}
\end{aligned}$$

$$E^* = \frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta(\beta + \mu)N\alpha} \quad (4.14)$$

Selanjutnya substitusi (4.11) dan (4.12) ke (4.8) menghasilkan

$$R^* = \frac{\delta \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) + v \left(\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\alpha\beta} \right)}{\mu}$$

$$R^* = \frac{\frac{\mu N \alpha \beta \delta - \delta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} + \frac{v(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\alpha\beta}}{\mu}$$

$$R^* = \frac{\frac{(\mu N \alpha \beta \delta - \delta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))\beta}{N\alpha\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} + \frac{(v(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))}{N\alpha\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}}{\mu}$$

$$R^* = \frac{\frac{\mu N \alpha \beta^2 \delta - \delta\beta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N\alpha\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} + \frac{v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{N\alpha\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}}{\mu}$$

$$R^* = \frac{\frac{\mu N \alpha \beta^2 \delta - \delta\beta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{N\alpha\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}}{\mu}$$

$$R^* = \frac{\mu N \alpha \beta^2 \delta - \delta\beta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{N\alpha\beta\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \quad (4.15)$$

Dengan demikian, titik kesetimbangan endemik COVID-19 sebagai berikut:

$END = (S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)$ dimana,

$$S_1^* = \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\alpha\beta}, \quad (4.16)$$

$$E_1^* = \frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta(\beta + \mu)N\alpha}, \quad (4.17)$$

$$I_1^* = \frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}, \quad (4.18)$$

$$R_1^* = \frac{\mu N \alpha \beta^2 \delta - \delta\beta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{N\alpha\beta\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}, \quad (4.19)$$

4.3 Linierisasi

Linierisasi dilakukan untuk menghasilkan persamaan linier yang sesuai sehingga membantu menemukan solusi dari model penyebaran COVID-19 dengan

menambahkan ekspansi Taylor disekitar titik kesetimbangan. Selanjutnya persamaan (2.17) hingga (2.20) didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S = g_1(S, E, I, R) \\
\frac{dE}{dt} &= \alpha IS - (\beta + \mu)E = g_2(S, E, I, R) \\
\frac{dI}{dt} &= \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I = g_3(S, E, I, R) \\
\frac{dR}{dt} &= \delta I + \nu S - \mu R = g_4(S, E, I, R)
\end{aligned} \tag{4.20}$$

1. Linierisasi di sekitar $(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*)$ untuk titik kesetimbangan bebas penyakit

$$\begin{aligned}
g_1(S, E, I, R) &\approx g_1(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) + \frac{\partial g_1}{\partial S}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_1}{\partial E}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_1}{\partial I}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_1}{\partial R}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (R - R^*) \\
g_2(S, E, I, R) &\approx g_2(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) + \frac{\partial g_2}{\partial S}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_2}{\partial E}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_2}{\partial I}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_2}{\partial R}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (R - R^*)
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
g_3(S, E, I, R) &\approx g_3(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) + \frac{\partial g_3}{\partial S}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial E}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial I}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial R}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (R - R^*) \\
g_4(S, E, I, R) &\approx g_4(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) + \frac{\partial g_4}{\partial S}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial E}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial I}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial R}(S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) (R - R^*)
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned}
g_1(S, E, I, R) &\approx (0) + (-\alpha I + \mu + \nu)(S - S^*) + (0)(E - E^*) \\
&\quad + (-\alpha S)(I - I^*) + (0)(R - R^*) \\
g_2(S, E, I, R) &\approx (0) + (\alpha I)(S - S^*) + (-\beta + \mu)(E - E^*) \\
&\quad + (\alpha S)(I - I^*) + (0)(R - R^*) \\
g_3(S, E, I, R) &\approx (0) + (0)(S - S^*) + (\beta)(E - E^*) \\
&\quad + (-\mu_i - \delta - \mu)(I - I^*) + (0)(R - R^*) \\
g_4(S, E, I, R) &\approx (0) + (\nu)(S - S^*) + (0)(E - E^*) + (\delta)(I - I^*) \\
&\quad + (-\mu)(R - R^*)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Maka dapat dibentuk matriks Jacobi

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial S} & \frac{\partial g_1}{\partial E} & \frac{\partial g_1}{\partial I} & \frac{\partial g_1}{\partial R} \\ \frac{\partial g_2}{\partial S} & \frac{\partial g_2}{\partial E} & \frac{\partial g_2}{\partial I} & \frac{\partial g_2}{\partial R} \\ \frac{\partial g_3}{\partial S} & \frac{\partial g_3}{\partial E} & \frac{\partial g_3}{\partial I} & \frac{\partial g_3}{\partial R} \\ \frac{\partial g_4}{\partial S} & \frac{\partial g_4}{\partial E} & \frac{\partial g_4}{\partial I} & \frac{\partial g_4}{\partial R} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Atau dapat ditulis

$$J = \begin{pmatrix} -(\alpha I + \mu + \nu) & 0 & -\alpha S & 0 \\ \alpha I & -(\beta + \mu) & \alpha S & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Selanjutnya substitusi nilai titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu

$$DFE = (S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) = \left(\frac{\mu N}{\mu + \nu}, 0, 0, \frac{\nu N}{\mu + \nu} \right), \text{ sehingga didapatkan matriks}$$

Jacobi seperti berikut,

$$J(DFE) = \begin{pmatrix} -(\mu + \nu) & 0 & -\frac{\alpha \mu N}{\mu + \nu} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu) & \frac{\alpha \mu N}{\mu + \nu} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

2. Linierisasi di sekitar $(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)$ untuk titik kesetimbangan endemik

$$\begin{aligned} g_1(S, E, I, R) &\approx g_1(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*) + \frac{\partial g_1}{\partial S}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(S - S^*) \\ &+ \frac{\partial g_1}{\partial E}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(E - E^*) \\ &+ \frac{\partial g_1}{\partial I}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(I - I^*) \\ &+ \frac{\partial g_1}{\partial R}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(R - R^*) \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned}
g_2(S, E, I, R) &\approx g_2(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*) + \frac{\partial g_2}{\partial S}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_2}{\partial E}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_2}{\partial I}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_2}{\partial R}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(R - R^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_3(S, E, I, R) &\approx g_3(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*) + \frac{\partial g_3}{\partial S}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial E}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial I}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_3}{\partial R}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(R - R^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_4(S, E, I, R) &\approx g_4(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*) + \frac{\partial g_4}{\partial S}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(S - S^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial E}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(E - E^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial I}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(I - I^*) \\
&\quad + \frac{\partial g_4}{\partial R}(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)(R - R^*)
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned}
g_1(S, E, I, R) &\approx (\mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S) + (-(\alpha I + \mu + \nu))(S - S^*) \\
&\quad + (0)(E - E^*) + (-\alpha S)(I - I^*) + (0)(R - R^*) \\
g_2(S, E, I, R) &\approx (\alpha I S - (\beta + \mu)E) + (\alpha I)(S - S^*) \\
&\quad + (-(\beta + \mu))(E - E^*) + (\alpha S)(I - I^*) \\
&\quad + (0)(R - R^*)
\end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
g_3(S, E, I, R) &\approx (0\beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I) + (0)(S - S^*) \\
&\quad + (\beta)(E - E^*) + (-\mu_i - \delta - \mu)(I - I^*) \\
&\quad + (0)(R - R^*)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_4(S, E, I, R) &\approx (\delta I + \nu S - \mu R) + (\nu)(S - S^*) + (0)(E - E^*) \\
&\quad + (\delta)(I - I^*) + (-\mu)(R - R^*)
\end{aligned}$$

Maka dapat dibentuk matriks Jacobi

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial S} & \frac{\partial g_1}{\partial E} & \frac{\partial g_1}{\partial I} & \frac{\partial g_1}{\partial R} \\ \frac{\partial g_2}{\partial S} & \frac{\partial g_2}{\partial E} & \frac{\partial g_2}{\partial I} & \frac{\partial g_2}{\partial R} \\ \frac{\partial g_3}{\partial S} & \frac{\partial g_3}{\partial E} & \frac{\partial g_3}{\partial I} & \frac{\partial g_3}{\partial R} \\ \frac{\partial g_4}{\partial S} & \frac{\partial g_4}{\partial E} & \frac{\partial g_4}{\partial I} & \frac{\partial g_4}{\partial R} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Atau dapat ditulis

$$J = \begin{pmatrix} -(\alpha I + \mu + \nu) & 0 & -\alpha S & 0 \\ \alpha I & -(\beta + \mu) & \alpha S & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Selanjutnya substitusi nilai titik kesetimbangan endemik yaitu $END =$

$(S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)$ sehingga didapatkan matriks Jacobi seperti berikut,

$$J(END) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu) & a_{23} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

dimana,

$$a_{11} = -\left(\alpha \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) + \mu + \nu \right),$$

$$a_{21} = \alpha \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right),$$

$$a_{13} = -\alpha \left(\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N\alpha\beta} \right),$$

$$a_{23} = \alpha \left(\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N\alpha\beta} \right)$$

4.4 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan

Dalam menentukan kestabilan titik keseimbangan digunakan matriks Jacobi untuk mencari nilai eigen dengan menentukan akar-akar karakteristik pada matriks Jacobi tersebut.

4.4.1 Kestabilan Lokal Titik Keseimbangan Bebas Penyakit

Titik keseimbangan bebas penyakit yang diperoleh adalah $DFE = (S_0^*, E_0^*, I_0^*, R_0^*) = \left(\frac{\mu N}{\mu + \nu}, 0, 0, \frac{\nu N}{\mu + \nu} \right)$, sehingga diperoleh matriks Jacobi berikut ini,

$$J(DFE) = \begin{pmatrix} -(\mu + \nu) & 0 & -\frac{\alpha\mu N}{\mu + \nu} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu) & \frac{\alpha\mu N}{\mu + \nu} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Selanjutnya dicari nilai eigen dari matriks tersebut,

$$\det(J(DFE) - \lambda I) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} -(\mu + \nu) & 0 & -\frac{\alpha\mu N}{\mu + \nu} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu) & \frac{\alpha\mu N}{\mu + \nu} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} -(\mu + v + \lambda) & 0 & -\frac{\alpha\mu N}{\mu + v} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\alpha\mu N}{\mu + v} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Kemudian nilai determinan dicari menggunakan metode Sarrus seperti berikut,

Misalkan

$$a_{11} = -(\mu + v + \lambda)$$

$$a_{13} = -\frac{\alpha\mu N}{\mu + v}$$

$$a_{22} = -(\beta + \mu + \lambda)$$

$$a_{23} = \frac{\alpha\mu N}{\mu + v}$$

$$a_{32} = \beta$$

$$a_{33} = -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda)$$

$$a_{41} = v$$

$$a_{43} = \delta$$

$$a_{44} = -\mu - \lambda$$

Sehingga nilai determinan dapat ditentukan sebagai berikut,

$$|A^*| = |A_1| + |A_2| + |A_3| = 0$$

$$|A_1| = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

$$|A_1| = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44}$$

$$|A_1| = (-(\mu + v + \lambda))(-(\beta + \mu + \lambda))(-(\mu_i + \delta + \mu + \lambda))(-\mu - \lambda)$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

$$|A_2| = 0$$

$$|A_3| = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{41} & 0 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

$$|A_3| = -(a_{11}a_{23}a_{32}a_{44})$$

$$|A_3| = -(-(\mu + v + \lambda)) \left(\frac{\alpha\mu N}{\mu + v} \right) (\beta)(-\mu - \lambda)$$

$$|A_3| = -(-\mu - v - \lambda) \left(\frac{\alpha\mu N}{\mu + v} \right) (\beta)(-\mu - \lambda)$$

Maka diperoleh,

$$|A^*| = |A_1| + |A_2| + |A_3|$$

$$|A^*| = (-(\mu + v + \lambda))(-(\beta + \mu + \lambda))(-(\mu_i + \delta + \mu + \lambda))(-\mu - \lambda) + 0$$

$$-(-\mu - v - \lambda) \left(\frac{\alpha\mu N}{\mu + v} \right) (\beta)(-\mu - \lambda) = 0$$

$$|A^*| = (-\mu - v - \lambda)(-\beta - \mu - \lambda)(-\mu_i - \delta - \mu - \lambda)(-\mu - \lambda)$$

$$-(-\mu - v - \lambda) \left(\frac{\alpha\mu N}{\mu + v} \right) (\beta)(-\mu - \lambda) = 0$$

$$|A^*| = (-\mu - v - \lambda)(-\mu - \lambda) \left\{ (-\beta - \mu - \lambda)(-\mu_i - \delta - \mu - \lambda) - \frac{\alpha\mu N\beta}{\mu + v} \right\} = 0$$

diperoleh nilai eigen pertama dan kedua,

$$\lambda_1 = -\mu - v < 0$$

$$\lambda_2 = -\mu < 0$$

untuk nilai eigen ketiga dan keempat adalah solusi dari persamaan berikut,

$$(-\beta - \mu - \lambda)(-\mu_i - \delta - \mu - \lambda) - \frac{\alpha\mu N\beta}{\mu + v} = 0$$

$$\beta\lambda + \beta\mu + \beta\delta + \beta\mu_i + \mu\lambda + \mu^2 + \mu\delta + \mu\mu_i + \lambda^2 + \mu\lambda + \lambda\delta + \mu_i\lambda - \frac{\alpha\mu N\beta}{\mu + v} = 0$$

$$\lambda^2 + (2\mu + \mu_i + \beta + \delta)\lambda + \left(\beta\mu + \beta\delta + \beta\mu_i + \mu^2 + \mu\mu_i + \mu\delta - \frac{\alpha\mu N\beta}{\mu + v}\right) = 0$$

Atau dapat ditulis,

$$\lambda^2 + a_0\lambda + a_1 = 0 \quad (4.32)$$

dengan

$$a_0 = 2\mu + \mu_i + \beta + \delta$$

$$a_1 = \beta\mu + \beta\delta + \beta\mu_i + \mu^2 + \mu\mu_i + \mu\delta - \frac{\alpha\mu N\beta}{\mu + v}$$

Selanjutnya nilai akar-akar tersebut dapat ditentukan analisis kestabilannya apabila memenuhi syarat kriteria Routh-Hurwitz

$$a_0 > 0 \text{ dan } a_1 > 0$$

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 2.3, diperoleh nilai dari a_0 dan a_1 sebagai berikut,

$$a_0 = 0.08459600583 > 0$$

$$a_1 = -0.1207169493 < 0$$

Apabila nilai parameter pada Tabel 2.3 disubstitusikan pada persamaan nilai eigen yang didapatkan, maka diperoleh nilai eigen

$$\lambda_1 = -0.006250000000000000$$

$$\lambda_2 = -1.0062500000000000$$

$$\lambda_3 = 0.06725240928$$

$$\lambda_4 = -0.1518484151$$

Menurut nilai eigen yang diperoleh diketahui bahwa $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_4 < 0$ dan $\lambda_3 > 0$. Sehingga kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit pada model epidemi SEIR COVID-19 adalah tidak stabil dengan kondisi parameter sesuai Tabel 2.3.

4.4.2 Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Endemik

Untuk menentukan kestabilan lokal titik kesetimbangan endemik maka dicari nilai eigen dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan endemik $END = (S_1^*, E_1^*, I_1^*, R_1^*)$ pada (4.29), sehingga didapatkan matriks Jacobi,

$$J(END) = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu) & a_{23} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{pmatrix}$$

$$a_{11} = -\left(\alpha \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) + \mu + v \right)$$

$$a_{21} = \alpha \left(\frac{\mu N \alpha \beta - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right)$$

$$a_{13} = -\alpha \left(\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha \beta} \right)$$

$$a_{23} = \alpha \left(\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{N \alpha \beta} \right)$$

Selanjutnya dicari nilai eigen dari matriks tersebut,

$$\det(J(END) - \lambda I) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu) & a_{23} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} - \lambda & 0 & a_{13} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu + \lambda) & a_{23} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (4.33)$$

Persamaan karakteristik dari (4.33) yang didapatkan yaitu:

$$\lambda^4 + c_1\lambda^3 + c_2\lambda^2 + c_3\lambda + c_4 = 0 \quad (4.34)$$

dimana,

$$c_1 = \alpha I^* + \mu_i + \beta + \delta + 4\mu + v$$

$$c_2 = \mu_i\alpha I^* - S^*\alpha\beta + \alpha\beta I^* + \alpha\delta I^* + 3\alpha I^*\mu + \mu_i\beta + 3\mu_i\mu + \mu_i v + \beta\delta + 3\beta\mu \\ + \beta v + 3\delta\mu + \delta v + 6\mu^2 + 3\mu v$$

$$c_3 = \mu_i\alpha\beta I^* + 2\mu_i\alpha\mu I^* - 2S^*\alpha\beta\mu - S^*\alpha\beta v + \alpha\beta\delta I^* + 2\alpha\beta\mu I^* + 2\alpha\delta\mu I^* \\ + 3\alpha I^*\mu^2 + 2\mu_i\beta\mu + \mu_i\beta v + 3\mu_i\mu^2 + 2\mu_i\mu v + 2\beta\delta\mu + \beta\delta v \\ + 3\beta\mu^2 + 2\beta\mu v + 3\delta\mu^2 + 2\delta\mu v + 4\mu^3 + 3\mu^2 v$$

$$c_4 = \mu(\mu_i\alpha\beta I^* + \mu_i\alpha\mu I^* - S^*\alpha\beta\mu - S^*\alpha\beta v + \alpha\beta\delta I^* + \alpha\beta\mu I^* + \alpha\delta\mu I^* \\ + \alpha I^*\mu^2 + \mu_i\beta\mu + \mu_i\beta v + \mu_i\mu^2 + \mu_i\mu v + \beta\delta\mu + \beta\delta v + \beta\mu^2 \\ + \beta\mu v + \delta\mu^2 + \delta\mu v + \mu^3 + \mu^2 v)$$

Perhitungan persamaan karakteristik tersebut secara lengkap dapat dilihat pada Lampiran. Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz dengan $i = 4$, nilai akar-akar persamaan karakteristik tersebut dapat dinyatakan stabil jika memenuhi syarat berikut:

$$c_1 > 0, c_3 > 0, c_4 > 0 \text{ dan } c_1c_2c_3 > c_3^2 + c_1^2c_4$$

Kemudian jika nilai parameter pada Tabel 2.3 disubstitusikan, maka nilai eigen dari persamaan karakteristik (4.35) diperoleh sebagai berikut,

$$\lambda_1 = -0.0062500000000000$$

$$\lambda_2 = -0.0826264524984521$$

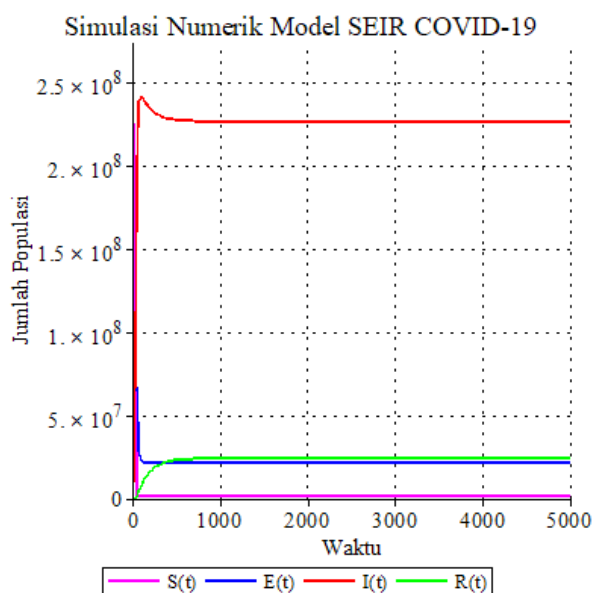
$$\lambda_3 = -0.00186344133190123$$

$$\lambda_4 = -1.41047888399965$$

Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh dapat diketahui bahwa semua nilai eigen memiliki bagian real negatif. Oleh karena itu, titik kesetimbangan endemik pada model SEIR bersifat stabil asimtotik lokal dengan kondisi parameter sesuai Tabel 2.3.

4.5 Simulasi Numerik

Pada tahap ini dilakukan simulasi numerik pada model SEIR penyebaran COVID-19 dengan mensubstitusikan nilai awal variabel dan nilai parameter pada Tabel 4.1 dan Tabel 2.3 menggunakan metode RKF45 dengan aplikasi MAPLE 18. Simulasi pertama adalah simulasi model penyebaran COVID-19 tanpa adanya vaksinasi atau nilai parameter $v = 0\%$.

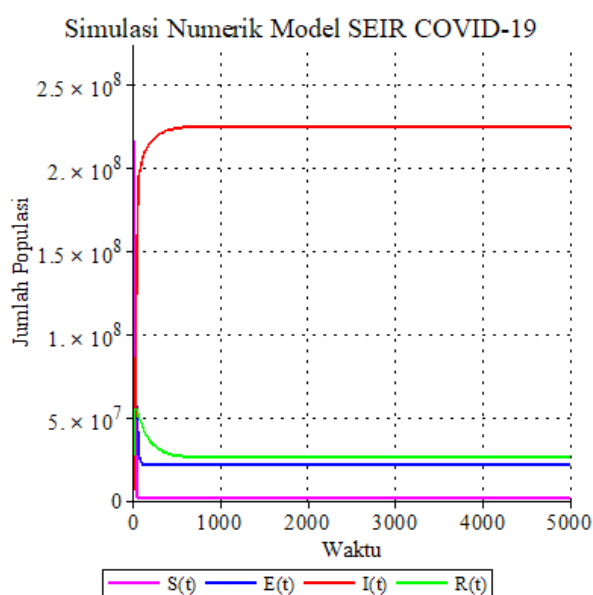


Gambar 4.1 Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 0\%$ saat Kondisi Endemik

Berdasarkan Gambar 4.1 dan analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik yang diperoleh pada persamaan 4.16 hingga persamaan 4.19, grafik variabel S yang menggambarkan subpopulasi *susceptible* mengalami kestabilan asimtotik yang mencapai populasi $1,213340308 \times 10^6$ pada waktu tertentu. Adapun grafik

variabel E yang menggambarkan subpopulasi *exposed*, grafik variabel I yang menggambarkan subpopulasi *infected*, dan grafik variabel R yang menggambarkan subpopulasi *recovered* juga akan mengalami kestabilan asimtotik dengan populasi yang mencapai $2,1193225997 \times 10^7$, $2,264698091 \times 10^8$, dan $2,415798671 \times 10^7$ secara berturut-turut.

Simulasi kedua adalah simulasi model penyebaran COVID-19 dengan mensubtitusikan nilai parameter $\nu = 1\%$. Nilai parameter ini didapatkan dari pembulatan prosentase vaksin COVID-19 dosis 3 di Indonesia pada tanggal 1 Februari 2022.

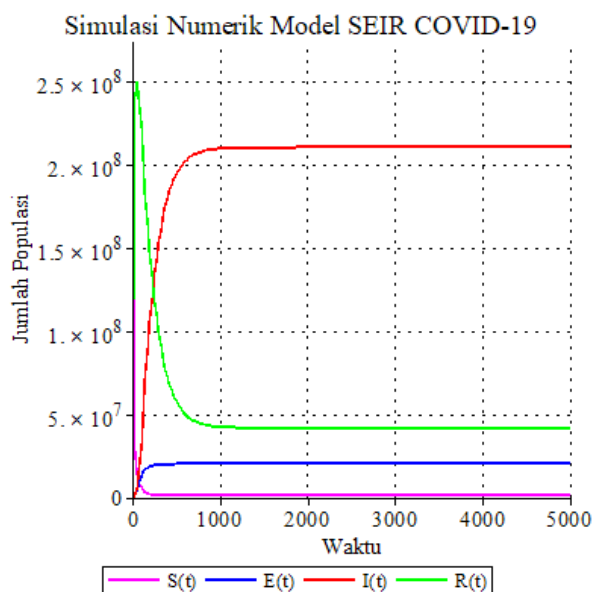


Gambar 4.2 Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $\nu = 1\%$ saat Kondisi Endemik

Simulasi pada Gambar 4.2 diperoleh dengan mensubtitusikan nilai awal variabel pada Tabel 4.1, nilai parameter pada Tabel 2.3, dan nilai parameter vaksinasi sebesar $\nu = 1\%$. Berdasarkan Gambar 4.2 dan analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik yang diperoleh pada persamaan 4.16 hingga persamaan

4.19, grafik variabel S yang menggambarkan subpopulasi *susceptible* mengalami kestabilan asimtotik yang mencapai populasi $1,213340308 \times 10^6$ pada waktu tertentu. Adapun grafik variabel E yang menggambarkan subpopulasi *exposed*, grafik variabel I yang menggambarkan subpopulasi *infected*, dan grafik variabel R yang menggambarkan subpopulasi *recovered* juga akan mengalami kestabilan asimtotik dengan populasi yang mencapai $2,177605984 \times 10^7$, $2,248568987 \times 10^8$, dan $2,592727959 \times 10^7$ secara berturut-turut.

Simulasi yang ketiga adalah simulasi model penyebaran COVID-19 dengan mensubstitusikan nilai parameter vaksinasi sebesar $v = 10\%$. Nilai parameter ini didapatkan dari pembulatan prosentase vaksin COVID-19 dosis 3 di Indonesia pada tanggal 31 Maret 2022.

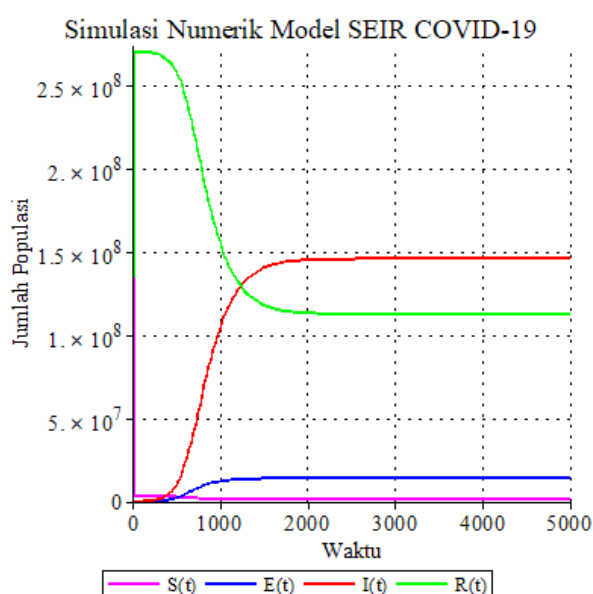


Gambar 4.3 Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 10\%$ saat Kondisi Endemik

Simulasi pada Gambar 4.3 diperoleh dengan mensubstitusikan nilai awal variabel pada Tabel 4.1, nilai parameter pada Tabel 2.3, dan nilai parameter

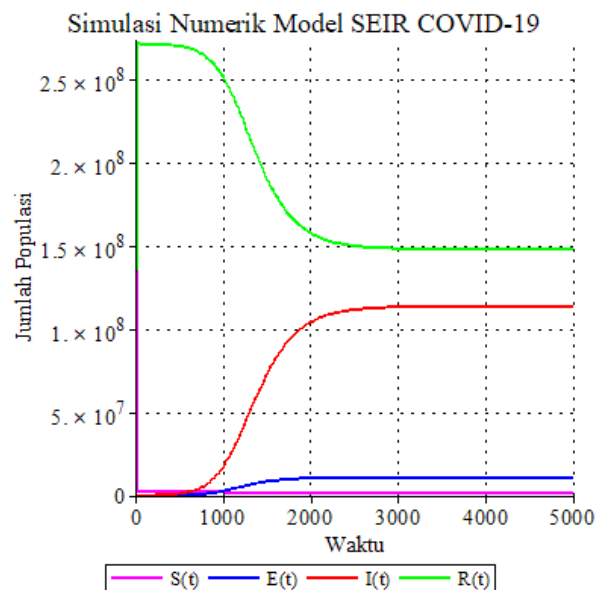
vaksinasi sebesar $v = 10\%$. Berdasarkan Gambar 4.3 dan analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik yang diperoleh pada persamaan 4.16 hingga persamaan 4.19, grafik variabel S yang menggambarkan subpopulasi *susceptible* mengalami kestabilan asimtotik yang mencapai populasi $1,213340308 \times 10^6$ pada waktu tertentu. Adapun grafik variabel E yang menggambarkan subpopulasi *exposed*, grafik variabel I yang menggambarkan subpopulasi *infected*, dan grafik variabel R yang menggambarkan subpopulasi *recovered* juga akan mengalami kestabilan asimtotik dengan populasi yang mencapai $2,037025866 \times 10^7$, $2,103407696 \times 10^8$, dan $4,185091551 \times 10^7$ secara berturut-turut.

Simulasi keempat dan kelima adalah simulasi model penyebaran COVID-19 dengan mensubstitusikan nilai parameter vaksinasi sebesar $v = 50\%$ dan $v = 70\%$ secara berturut-turut. Nilai parameter ini adalah asumsi prosentase vaksinasi yang akan tercapai di masa mendatang untuk membandingkan dengan hasil simulasi sebelumnya.



Gambar 4.4 Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 50\%$ saat Kondisi Endemik

Simulasi pada Gambar 4.4 diperoleh dengan mensubstitusikan nilai awal variabel pada Tabel 4.1, nilai parameter pada Tabel 2.3, dan nilai parameter vaksinasi sebesar $v = 50\%$. Berdasarkan Gambar 4.4 dan analisis kestabilan titik kesetimbangan endemik yang diperoleh pada persamaan 4.16 hingga persamaan 4.19, grafik variabel S yang menggambarkan subpopulasi *susceptible* mengalami kestabilan asimtotik yang mencapai populasi $1,213340308 \times 10^6$ pada waktu tertentu. Adapun grafik variabel E yang menggambarkan subpopulasi *exposed*, grafik variabel I yang menggambarkan subpopulasi *infected*, dan grafik variabel R yang menggambarkan subpopulasi *recovered* juga akan mengalami kestabilan asimtotik dengan populasi yang mencapai $1,412225339 \times 10^7$, $1,458246406 \times 10^8$, dan $1,126226307 \times 10^8$ secara berturut-turut.

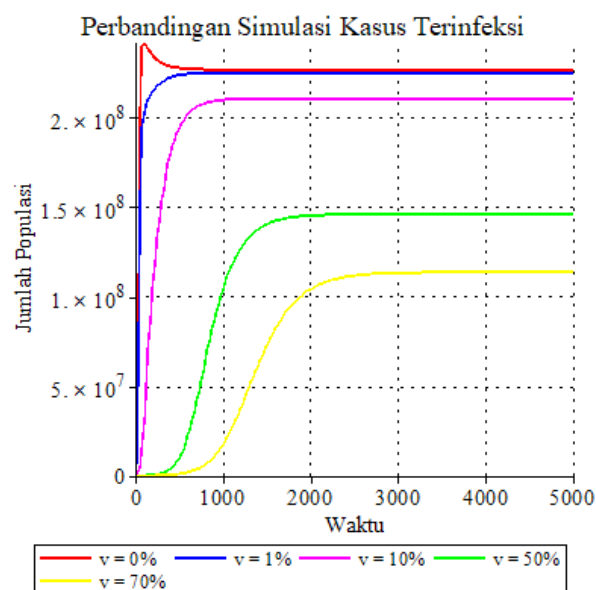


Gambar 4.5 Simulasi Numerik Model Matematika Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi $v = 70\%$ saat Kondisi Endemik

Simulasi pada Gambar 4.5 diperoleh dengan mensubstitusikan nilai awal variabel pada Tabel 4.1, nilai parameter pada Tabel 2.3, dan nilai parameter vaksinasi sebesar $v = 70\%$. Berdasarkan Gambar 4.5 dan analisis kestabilan titik

kesetimbangan endemik yang diperoleh pada persamaan 4.16 hingga persamaan 4.19, grafik variabel S yang menggambarkan subpopulasi *susceptible* mengalami kestabilan asimtotik yang mencapai populasi $1,213340308 \times 10^6$ pada waktu tertentu. Adapun grafik variabel E yang menggambarkan subpopulasi *exposed*, grafik variabel I yang menggambarkan subpopulasi *infected*, dan grafik variabel R yang menggambarkan subpopulasi *recovered* juga akan mengalami kestabilan asimtotik dengan populasi yang mencapai $1,099825076 \times 10^7$, $1,135665761 \times 10^8$, dan $1,480084883 \times 10^8$ secara berturut-turut.

Adapun perbandingan grafik simulasi populasi terinfeksi (*Infected*) dengan nilai parameter vaksinasi berbeda-beda secara jelas dapat dilihat dari gambar berikut:



Gambar 4.6 Perbedaan Grafik Simulasi Kasus Populasi Terinfeksi saat Kondisi Endemik

Berdasarkan Gambar 4.6 diketahui bahwa nilai parameter yang berbeda akan mempengaruhi titik kesetimbangan pada subpopulasi *infected*. Apabila prosentase vaksinasi semakin besar, maka titik kesetimbangan subpopulasi *infected* semakin rendah. Hal ini menunjukkan bahwa faktor vaksinasi dapat menekan jumlah

individu terinfeksi sehingga semakin sedikit individu yang dapat menyebarkan virus COVID-19.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang dilakukan pada penelitian ini diperoleh dua titik kesetimbangan dari model matematika penyebaran COVID-19, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan yang pertama yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dengan kondisi dimana tidak adanya penyebaran penyakit yang menghasilkan nilai eigen yang mana salah satunya bernilai positif. Hal ini menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat tidak stabil. Adapaun titik kesetimbangan kedua yaitu titik kesetimbangan endemik dengan kondisi dimana adanya penyebaran penyakit yang menghasilkan nilai eigen riil negatif. Sehingga, titik kesetimbangan endemik bersifat stabil asimtotik lokal. Berdasarkan hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa perbedaan nilai parameter vaksinasi dapat memperlambat dan menekan penyebaran virus COVID-19.

5.2 Saran untuk Penelitian Lanjutan

Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan model matematika penyebaran COVID-19 dengan menambahkan variabel dan parameter baru lainnya menggunakan metode yang sama ataupun dengan menggunakan metode yang berbeda guna menentukan cara penanganan wabah COVID-19 yang lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdy, M., Side, S., Annas, S., Nur, W., & Sanusi, W. (2021). An SIR Epidemic Model for COVID-19 Spread With Fuzzy Parameter. *Advances in Difference Equations*, 1-17.
- Ad Dimasyqi, Al-imam Abu Fida Ismail Ibnu Katsir. (2000). *Tafsir al-Qur'an al-Adzim*, juz 8. Bandung: Sinar Baru Algesindo.
- Al-Qur'an Terjemahan. 2015. *Departemen Agama RI*. Bandung: CV Darus Sunnah.
- Annas, S., Pratama, M., Rifandi, M., Sanusi, W., & Side, S., (2020). Stability Analysis and Numerical Simulation of SEIR Model For Pandemic COVID-19 Spread in Indonesia. *Journal Chaos, Solitions and Fractal*, 139. 110072.
- Anton, Howard & Rorres, C. (2010). *Elementary Linier Algebra: Ninth Editin*. United States: John Wiley & Sons, Inc.
- Arif, A., Abidin, W., & Nurman, T. (2015). Metode Pangkat dan Metode Deflasi dalam Menentukan Nilai Eigen dan Vektor Eigen Dari Matriks. *Matematika dan Statistika Serta Aplikasi*, 3(2).
- Boyce, W. E., & Diprima, R. C. (2009). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems: Ninth Edition*. United States: John Wiley & Sons, Inc.
- Di Genmaro, F, Pizzol, D., Marotta, C., Antunes, M., Racalbuto, V., Veronese, N., & Smith, L. (2020). Coronavirus Diseases (COVID-19) Current Status and Future Perspective: A Narrative Review. *International Journal of Enviromental Research and Public Health*, 17(8), 2690.
- Hadits riwayat Bukhari dan Muslim no. 5287.
- Hakim, H. (2018). *Epidemi Dalam Al-Qur'an*. 17: 113-128.
- Handayani, P., Syafwan, A., & Efendi. (2013). Pemodelan dan Analisis Kestabilan Sistemmemristor Kubik Orde Empat. *Jurnal Matematika Unand*, 1-6.
- Hardiningsih, A, Y. (2010). *Kajian Model Epidemik SIR Deterministik dan Skokastik Pada Waktu Diskrit*. Surabaya: Jurusan Matematika ITS.
- Ibnas, R. (2017). Persamaan Diferensial Eksak Dengan Faktor Integrasi. *Jurnal Msa*, 91-99.
- Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan Matematika (Aplikasi dan Terapannya)*. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- Kemendes, 2022. Vaksin COVID-19 Nasional. Dikases pada 1 Maret 2022 dari <https://vaksin.kemendes.go.id/#/vaccines>.
- Kusumo, F.A., Susyanto, N., Endrayanto, I., & Meliala, A. (2020). Model Berbasis SIR Dalam Prediksi Awal Penyebaran COVID-19 Di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). *Jurnal Matematika Thales*, 2(1), 1-10.
- Marzuki, I., Bachtar, E., Zuhriyatun, F., Purba, A. M. V., Kurniasih, H., Purba, D. H., & Airlangga, E., (2021). *COVID-19: Seribu Satu Wajah*. Yayasan Kita Menulis.
- Satuan Tugas Penanganan COVID-19. Peta Sebaran. Diakses pada September 17, 2021, dari <https://covid19.go.id/peta-sebaran>.
- Sulisti, H., Noviani, E., & Kusumastuti, N. (2014). Analisis Kestabilan Model Dinamika Penyebaran Penyakit Flu Burung. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, 235-144.
- Waluyo. (2006). *Persamaan Diferensial*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

Yang, C & Wang, J. (2020). A Mathematical Model For the Novel Coronavirus Epidemic in Wuhan, China. *Math Biosci.* 17(3).

LAMPIRAN

Lampiran 1: Script Maple Untuk Menghitung Titik Kesetimbangan, Nilai Eigen, dan Persamaan Karakteristik

```

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) :
>

$$\mu := 6.25 \cdot 10^{(-3)} : \alpha := 0.62 \cdot 10^{(-8)} : \beta := \frac{1}{14} : \mu i := 7.344 \cdot 10^{(-7)} : \delta := 0.0006667 : v := 0 : N := 273800000 :$$

> dS :=  $\mu \cdot N - (\alpha \cdot i + \mu + v) \cdot S :$ 
> dE :=  $\alpha \cdot i \cdot S - (\beta + \mu) \cdot E :$ 
> di :=  $\beta \cdot E - (\mu i + \delta + \mu) \cdot i :$ 
> dR :=  $\delta \cdot i + v \cdot S - \mu \cdot R :$ 
> TK := solve({dS, dE, di, dR}, {S, E, i, R}) :
> with(linalg) : with(DEtools) : with(LinearAlgebra) :
> jac := Matrix(jacobian([dS, dE, di, dR], [S, E, i, R])) :
> fp1 := TK[1] :
> fp2 := TK[2] :
> with(plots) : with(linalg) :
> jac := jacobian([dS, dE, di, dR], [S, E, i, R]) :
> jac1 := subs(fp1, evalm(jac)) :
> nilai_eigen1 := eigenvals(jac1) :
> eigenvectors(jac1) :
> jac2 := subs(fp2, evalm(jac)) :
> nilai_eigen2 := eigenvals(jac2) :
> eigenvectors(jac2) :
> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) :
>

$$A := \left( \text{Matrix}(4, 4, \left[ \left[ -(\alpha \cdot i + \mu + v), 0, -\alpha \cdot S, 0 \right], \left[ \alpha \cdot i, -(\beta + \mu), \alpha \cdot S, 0 \right], \left[ 0, \beta, -(\mu i + \delta + \mu), 0 \right], \left[ v, 0, \delta, -\mu \right] \right] \right) :$$

> g :=  $\left( \text{Matrix}(4, 4, \left[ \left[ \lambda, 0, 0, 0 \right], \left[ 0, \lambda, 0, 0 \right], \left[ 0, 0, \lambda, 0 \right], \left[ 0, 0, 0, \lambda \right] \right] \right) :$ 
> b := A - g;

$$b := \begin{bmatrix} -\alpha i - \lambda - \mu - v & 0 & -\alpha S & 0 \\ \alpha i & -\beta - \mu - \lambda & \alpha S & 0 \\ 0 & \beta & -\mu i - \delta - \mu - \lambda & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu - \lambda \end{bmatrix}$$

> poli1 := collect(charpoly(A,  $\lambda$ ),  $\lambda$ );

```

$$\begin{aligned}
poli1 := & \lambda^4 + (\alpha i + \mu i + \beta + \delta + 4\mu + v) \lambda^3 + (\mu i \alpha i - S\alpha\beta + \alpha\beta i + \alpha\delta i + 3\alpha i\mu \\
& + \mu i\beta + 3\mu i\mu + \mu i v + \beta\delta + 3\beta\mu + \beta v + 3\delta\mu + \delta v + 6\mu^2 + 3\mu v) \lambda^2 + (\mu i \alpha\beta i \\
& + 2\mu i \alpha i\mu - 2S\alpha\beta\mu - S\alpha\beta v + \alpha\beta\delta i + 2\alpha\beta i\mu + 2\alpha\delta i\mu + 3\alpha i\mu^2 + 2\mu i\beta\mu \\
& + \mu i\beta v + 3\mu i\mu^2 + 2\mu i\mu v + 2\beta\delta\mu + \beta\delta v + 3\beta\mu^2 + 2\beta\mu v + 3\delta\mu^2 + 2\delta\mu v + 4\mu^3 \\
& + 3\mu^2 v) \lambda + \mu i \alpha\beta i\mu + \mu i \alpha i\mu^2 - S\alpha\beta\mu^2 - S\alpha\beta\mu v + \alpha\beta\delta i\mu + \alpha\beta i\mu^2 + \alpha\delta i\mu^2 \\
& + \alpha i\mu^3 + \mu i\beta\mu^2 + \mu i\beta\mu v + \mu i\mu^3 + \mu i\mu^2 v + \beta\delta\mu^2 + \beta\delta\mu v + \beta\mu^3 + \beta\mu^2 v + \delta\mu^3 \\
& + \delta\mu^2 v + \mu^4 + \mu^3 v
\end{aligned}$$

> A5 := factor(coeff(poli1, λ, 5));

$$A5 := 0$$

> A4 := factor(coeff(poli1, λ, 4));

$$A4 := 1$$

> A3 := factor(coeff(poli1, λ, 3));

$$A3 := \alpha i + \mu i + \beta + \delta + 4\mu + v$$

> A2 := factor(coeff(poli1, λ, 2));

$$\begin{aligned}
A2 := & \mu i \alpha i - S\alpha\beta + \alpha\beta i + \alpha\delta i + 3\alpha i\mu + \mu i\beta + 3\mu i\mu + \mu i v + \beta\delta + 3\beta\mu + \beta v + 3\delta\mu \\
& + \delta v + 6\mu^2 + 3\mu v
\end{aligned}$$

> A1 := factor(coeff(poli1, λ, 1));

$$\begin{aligned}
A1 := & \mu i \alpha\beta i + 2\mu i \alpha i\mu - 2S\alpha\beta\mu - S\alpha\beta v + \alpha\beta\delta i + 2\alpha\beta i\mu + 2\alpha\delta i\mu + 3\alpha i\mu^2 \\
& + 2\mu i\beta\mu + \mu i\beta v + 3\mu i\mu^2 + 2\mu i\mu v + 2\beta\delta\mu + \beta\delta v + 3\beta\mu^2 + 2\beta\mu v + 3\delta\mu^2 \\
& + 2\delta\mu v + 4\mu^3 + 3\mu^2 v
\end{aligned}$$

> A0 := factor(coeff(poli1, λ, 0));

$$\begin{aligned}
A0 := & \mu (\mu i \alpha\beta i + \mu i \alpha i\mu - S\alpha\beta\mu - S\alpha\beta v + \alpha\beta\delta i + \alpha\beta i\mu + \alpha\delta i\mu + \alpha i\mu^2 + \mu i\beta\mu \\
& + \mu i\beta v + \mu i\mu^2 + \mu i\mu v + \beta\delta\mu + \beta\delta v + \beta\mu^2 + \beta\mu v + \delta\mu^2 + \delta\mu v + \mu^3 + \mu^2 v)
\end{aligned}$$

Lampiran 2: Script Maple Untuk Menentukan Solusi Numerik Model

Matematika Penyebaran COVID-19 Pada Populasi SEIR dengan Metode

RKF45

> restart : with(linalg) : with(plots) : with(DEtools) :

> dS := μ·N - (α·In + μ + v)·S :

> dE := α·In·S - (β + μ)·E :

> dIn := β·E - (μi + δ + μ)·In :

> dR := δ·In + v·S - μ·R :

>

$$\mu := 6.25 \cdot 10^{(-3)} : \alpha := 0.62 \cdot 10^{(-8)} : \beta := \frac{1}{14} : \mu i := 7.344 \cdot 10^{(-7)} : \delta := 0.0006667 : v$$

$$:= 1 : N := 273800000 :$$

>

```
sys :=  $\frac{d}{dt}S(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dS), \frac{d}{dt}E(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dE), \frac{d}{dt}In(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dIn), \frac{d}{dt}R(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dR) :$ 
```

```
> fcns := {S(t), E(t), In(t), R(t)} :
```

>

```
penyelesaian := dsolve({sys, S(0) = 273780711, E(0) = 19289, In(0) = 16021, R(0) = 3240}, fcns, type = numeric, method = rkf45) :
```

>

```
plotS := odeplot(penyelesaian, [t, S(t)], 0..5000, color = "magenta", legend = "S(t)", axis = [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title = "Simulasi Numerik Model SEIR COVID-19", titlefont = ["ROMAN", 14], labels = ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font = ["ROMAN", 10], location = bottom]) :
```

>

```
plotE := odeplot(penyelesaian, [t, E(t)], 0..5000, color = "blue", legend = "E(t)", axis = [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title = "Simulasi Numerik Model SEIR COVID-19", titlefont = ["ROMAN", 14], labels = ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font = ["ROMAN", 10], location = bottom]) :
```

>

```
plotI := odeplot(penyelesaian, [t, In(t)], 0..5000, color = "red", legend = "I(t)", axis = [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title = "Simulasi Numerik Model SEIR COVID-19", titlefont = ["ROMAN", 14], labels = ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font = ["ROMAN", 10], location = bottom]) :
```

>

```
plotR := odeplot(penyelesaian, [t, R(t)], 0..5000, color = "green", legend = "R(t)", axis = [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title = "Simulasi Numerik Model SEIR COVID-19", titlefont = ["ROMAN", 14], labels = ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont = ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font = ["ROMAN", 10], location = bottom]) :
```

```
> display(plotS, plotE, plotI, plotR) :
```

>

```

μ := 6.25·10(-3) : α := 0.62·10(-8) : β :=  $\frac{1}{14}$  : μi := 7.344·10(-7) : δ := 0.0006667 : v
:= 0 : N := 273800000 :
sys :=  $\frac{d}{dt}S(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dS)$ ,  $\frac{d}{dt}E(t) = \text{subs}(\{S$ 
=  $S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dE)$ ,  $\frac{d}{dt}In(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In$ 
=  $In(t), R = R(t)\}, dIn)$ ,  $\frac{d}{dt}R(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dR)$  :
fcns := {S(t), E(t), In(t), R(t)} :
penyelesaian := dsolve({sys, S(0) = 273780711, E(0) = 19289, In(0) = 16021, R(0) = 3240},
fcns, type = numeric, method = rkf45) :
plotI0 := odeplot(penyelesaian, [t, In(t)], 0..5000, color = "red", legend = "v = 0%", axis
= [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title
= "Perbandingan Simulasi Kasus Terinfeksi", titlefont = ["ROMAN", 14], labels
= ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
= ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font
= ["ROMAN", 10], location = bottom]) :

```

>

```

μ := 6.25·10(-3) : α := 0.62·10(-8) : β :=  $\frac{1}{14}$  : μi := 7.344·10(-7) : δ := 0.0006667 : v
:= 0.01 : N := 273800000 :
sys :=  $\frac{d}{dt}S(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dS)$ ,  $\frac{d}{dt}E(t) = \text{subs}(\{S$ 
=  $S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dE)$ ,  $\frac{d}{dt}In(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In$ 
=  $In(t), R = R(t)\}, dIn)$ ,  $\frac{d}{dt}R(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dR)$  :
fcns := {S(t), E(t), In(t), R(t)} :
penyelesaian := dsolve({sys, S(0) = 273780711, E(0) = 19289, In(0) = 16021, R(0) = 3240},
fcns, type = numeric, method = rkf45) :
plotI1 := odeplot(penyelesaian, [t, In(t)], 0..5000, color = "blue", legend = "v = 1%", axis
= [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title
= "Perbandingan Simulasi Kasus Terinfeksi", titlefont = ["ROMAN", 14], labels
= ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
= ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font
= ["ROMAN", 10], location = bottom]) :

```

>

```

μ := 6.25·10(-3) : α := 0.62·10(-8) : β := 1/14 : μi := 7.344·10(-7) : δ := 0.0006667 : ν
:= 0.1 : N := 273800000 :
sys := d/dt S(t) = subs({S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)}, dS), d/dt E(t) = subs({S
= S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)}, dE), d/dt In(t) = subs({S = S(t), E = E(t), In
= In(t), R = R(t)}, dIn), d/dt R(t) = subs({S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)}, dR) :
fcns := {S(t), E(t), In(t), R(t)} :
penyelesaian := dsolve({sys, S(0) = 273780711, E(0) = 19289, In(0) = 16021, R(0) = 3240},
fcns, type = numeric, method = rkf45) :

plotI10 := odeplot(penyelesaian, [t, In(t)], 0..5000, color = "magenta", legend = "ν = 10%",
axis = [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title
= "Perbandingan Simulasi Kasus Terinfeksi", titlefont = ["ROMAN", 14], labels
= ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
= ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font
= ["ROMAN", 10], location = bottom]) :

```

>

```

μ := 6.25·10(-3) : α := 0.62·10(-8) : β := 1/14 : μi := 7.344·10(-7) : δ := 0.0006667 : ν
:= 0.5 : N := 273800000 :
sys := d/dt S(t) = subs({S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)}, dS), d/dt E(t) = subs({S
= S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)}, dE), d/dt In(t) = subs({S = S(t), E = E(t), In
= In(t), R = R(t)}, dIn), d/dt R(t) = subs({S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)}, dR) :
fcns := {S(t), E(t), In(t), R(t)} :
penyelesaian := dsolve({sys, S(0) = 273780711, E(0) = 19289, In(0) = 16021, R(0) = 3240},
fcns, type = numeric, method = rkf45) :

plotI50 := odeplot(penyelesaian, [t, In(t)], 0..5000, color = "green", legend = "ν = 50%", axis
= [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title
= "Perbandingan Simulasi Kasus Terinfeksi", titlefont = ["ROMAN", 14], labels
= ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
= ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font
= ["ROMAN", 10], location = bottom]) :

```

>

```

μ := 6.25·10(-3) : α := 0.62·10(-8) : β :=  $\frac{1}{14}$  : μi := 7.344·10(-7) : δ := 0.0006667 : ν
:= 0.7 : N := 273800000 :
sys :=  $\frac{d}{dt}S(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dS)$ ,  $\frac{d}{dt}E(t) = \text{subs}(\{S$ 
=  $S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dE)$ ,  $\frac{d}{dt}In(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In$ 
=  $In(t), R = R(t)\}, dIn)$ ,  $\frac{d}{dt}R(t) = \text{subs}(\{S = S(t), E = E(t), In = In(t), R = R(t)\}, dR)$  :
fcns := {S(t), E(t), In(t), R(t)} :
penyelesaian := dsolve({sys, S(0) = 273780711, E(0) = 19289, In(0) = 16021, R(0) = 3240},
fcns, type = numeric, method = rkf45) :

plotI70 := odeplot(penyelesaian, [t, In(t)], 0..5000, color = "yellow", legend = "v = 70%",
axis = [gridlines = [5, color = black, linestyle = dot]], title
= "Perbandingan Simulasi Kasus Terinfeksi", titlefont = ["ROMAN", 14], labels
= ["Waktu", "Jumlah Populasi"], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], labelfont
= ["ROMAN", 12], axesfont = ["ROMAN", "ROMAN", 12], legendstyle = [font
= ["ROMAN", 10], location = bottom]) :

> display(plotI0, plotI1, plotI10, plotI50, plotI70) :

```

RIWAYAT HIDUP



Moh. Muhlis Firdaus, lahir di Kabupaten Banyuwangi pada tanggal 05 April 1997, biasa dipanggil Muhlis. Anak kedua dari dua bersaudara, putra dari Bapak Moh. Mastur dan Ibu Sumiati. Tinggal di Dusun Kopen RT 03/RW 05 Desa Kradenan Kecamatan Purwoharjo Kabupaten Banyuwangi Jawa Timur. Pendidikan dasarnya ditempuh di MINU 2 Kradenan Banyuwangi dan lulus pada tahun 2009. Kemudian melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTs Al Amiriyyah Blokagung Tegalsari dan lulus pada tahun 2012. Selanjutnya, menempuh jenjang pendidikan menengah atas di MA Al Amiriyyah Blokagung Tegalsari dan lulus pada tahun 2015. Setelah itu melanjutkan pendidikan perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada tahun 2015 dan mengambil jurusan Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Moh. Muhlis Firdaus
NIM : 15610090
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Analisis Perilaku Model SEIR Penyebaran COVID-19
Dengan Faktor Vaksinasi
Pembimbing I : Dr. Heni Widayani, M.Si
Pembimbing II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	8 September 2021	Konsultasi Bab I	1.
2	21 September 2021	Konsultasi Bab II dan Bab III	2.
3	11 Februari 2022	Konsultasi dan Revisi Bab I, Bab II, dan Bab III	3.
4	14 Februari 2022	Konsultasi Kajian Agama	4.
5	18 Maret 2022	ACC Seminar Proposal	5.
6	28 Maret 2022	Konsultasi Bab IV dan Bab V	6.
7	20 Mei 2022	ACC Seminar Hasil	7.
8	31 Mei 2022	Revisi Bab IV dan Bab V	8.
9	3 Juni 2022	ACC Bab IV	9.
10	7 Juni 2022	ACC Kajian Agama	10.
11	7 Juni 2022	ACC Keseluruhan	11.

Malang, 20 Juni 2022

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, S.Pd., M. Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005