PENERAPAN MATRIKS LESLIE PADA PERTUMBUHAN POPULASI SAPI PERAH BETINA

(Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)

SKRIPSI

OLEH
ISNI FAROKHI
NIM. 17610041

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

PENERAPAN MATRIKS LESLIE PADA PERTUMBUHAN POPULASI SAPI PERAH BETINA

(Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Isni Farokhi
NIM. 17610041

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

PENERAPAN MATRIKS LESLIE PADA PERTUMBUHAN POPULASI SAPI PERAH BETINA

(Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)

SKRIPSI

Oleh
Isni Farokhi
NIM. 17610041

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 30 November 2021

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dewi Ismiarti, M.Si	Erna Herawati, M.Pd
NIDT. 19870505 20160801 2 058	NIDT. 19760723 20180201 2 222

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PENERAPAN MATRIKS LESLIE PADA PERTUMBUHAN POPULASI SAPI PERAH BETINA

(Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)

SKRIPSI

Oleh
Isni Farokhi
NIM. 17610041

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S. Mat)
Tanggal 10 Desember 2021

Penguji Utama	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D	.....
Ketua Penguji	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	.....
Sekertaris Penguji	: Dewi Ismiarti, M.Si	.....
Anggota Penguji	: Erna Herawati, M.Pd	.....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Isni Farokhi
NIM	: 17610041
Program Studi	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Penerapan Matriks Leslie pada Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina (Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yangsaya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi perbuatan tersebut.

Malang, 30 November 2021
Yang membuat pernyataan,

Isni Farokhi
NIM. 17610041

MOTO

لَا يُكَلِّفُ اللّٰهُ نَفْسًا اِلَّا وُسْعَهَا

“Allah tidak akan membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya.”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Bapak Rofiqul A'la dan Ibu Milatul Murdiyah yang senantiasa mendoakan, memberi dukungan dan semangat, motivasi dan restunya kepada penulis dalam menuntut ilmu. Teruntuk kakak tercinta Qurrotul Aini dan adik tersayang Lailatul Badriyah yang selalu mendukung dan memotivasi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Puji syukur penulis haturkan kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat, taufiq, dan hidayah-Nya, serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul "Penerapan Matriks Leslie pada Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina (Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)". Sholawat serta salam kepada baginda Nabi Muhammad Saw., yang semoga kita memperoleh syafa'at-Nya hingga akhir kelak. Penyusunan skripsi ini ditujukan sebagai salah satu persyaratan dalam menyelesaikan program Sarjana Matematika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang serta sebagai partisipasi penulis untuk menerapkan ilmu yang telah diperoleh ketika penulis masih menimba ilmu di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan penyusunan skripsi ini, baik secara langsung maupun tidak langsung, oleh karena itu perkenankan penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. M Zainuddin, MA selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dewi Ismiarti, M.Si selaku pembimbing I yang telah memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Erna Herawati, M.Pd selaku pembimbing II memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
6. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan ibu yang senantiasa mendoakan, memberi dukungan dan semangat, motiovasi dan restunya kepada penulis.

8. Seluruh teman-teman di Program Studi Matematika angkatan 2017, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang diraih bersama dalam menggapai cita-cita.
9. Semua pihak yang telah ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi yang telah dibuat dapat memberikan manfaat dan wawasan yang luas bagi penulis maupun pembaca.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 30 Nevember 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR viii

DAFTAR ISI x

DAFTAR TABEL xii

ABSTRAK xiii

ABSTRACT xiv

ملخص xv

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Tujuan 3
1.4 Batasan Masalah 4
1.5 Manfaat 4
1.6 Sistematika Penulisan 4

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Matriks 6
2.1.1 Pengertian Matriks 6
2.1.2 Jenis-jenis Matriks 7
2.1.3 Operasi Matriks 9
2.1.4 Determinan 11
2.1.5 Matriks Leslie 12
2.1.6 Laju Pertumbuhan Populasi Betina Berdasarkan Nilai Eigen Matriks Leslie 16
2.1.6.1 Nilai Eigen Matriks 16
2.1.6.2 Nilai Eigen Dominan Matriks Leslie 17
2.2 Profil Peternakan 18
2.3 Kajian Keislaman 20

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian 24
3.2 Data dan Sumber Data 24
3.3 Metode Pengumpulan Data 25
3.4 Tahap-Tahap Penelitian 25
3.4.1 Proses Matriks Leslie dalam Memprediksi Populasi Sapi Perah Betina 25
3.4.2 Menghitung Prediksi Populasi dan Laju Pertumbuhan Sapi Perah 25

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Proses Matriks Leslie dalam Memprediksi Populasi dan Laju Pertumbuhan Sapi Perah Betina 30
4.1.1 Bentuk Umum Matriks Leslie 30
4.1.2 Nilai Tingkat Kesuburan Sapi Perah Betina 31
4.1.3 Nilai Tingkat Ketahanan Hidup Sapi Perah Betina 32
4.1.4 Matriks Leslie sebagai Model Pertumbuhan Populasi 33
4.2 Prediksi Populasi dan Laju Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina 35
4.2.1 Data Populasi Sapi Perah Betina 35
4.2.2 Menentukan Interval Kelas Umur 36
4.2.3 Menentukan Vektor Distribusi Umur Awal 37
4.2.4 Menentukan Nilai Tingkat Kesuburan Populasi Betina 38
4.2.5 Menentukan Nilai Tingkat Ketahanan Hidup Populasi Betina 39
4.2.6 Membentuk Matriks Leslie 40
4.2.8 Prediksi Laju Pertumbuhan Sapi Perah Betina 42

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan 44
5.2 Saran 44

DAFTAR PUSTAKA 45

LAMPIRAN-LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Penentuan Kelas Umur 13
Tabel 4.1 Penentuan Kelas Umur 36
Tabel 4.2 Data Populasi Sapi Perah Betina 2021 36
Tabel 4.3 Tingkat Kesuburan Dan Ketahanan Hidup Sapi Perah Betina 2021... 40

ABSTRAK

Farokhi, Isni. 2021. **Penerapan Matriks Leslie pada Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina (Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Malang. Pembimbing (1) Dewi Ismiarti, M.Si. (2) Erna Herawati, M.Pd

Kata Kunci: Matriks Leslie, Sapi Perah, Pertumbuhan Populasi

Matriks Leslie adalah matriks persegi dengan entri dari baris pertama adalah tingkat kesuburan populasi betina, subdiagonal utamanya merupakan tingkat ketahanan hidup betina dan entri yang lainnya bernilai nol. Matriks Leslie dapat digunakan untuk memprediksi pertumbuhan populasi. Pertumbuhan Populasi hewan ternak merupakan suatu hal yang perlu diperhatikan. Karena, pada suatu peternakan jika pertumbuhan tersebut tidak terkontrol maka sulit untuk menyejahterakan ternak baik dalam pemberian pakan, tata laksana dan efisiensi produksi. Pertumbuhan populasi dapat dikatakan sebagai perubahan jumlah dari suatu populasi yang dipengaruhi oleh keadaan internal dari populasi tersebut, meliputi kelahiran, kematian, dan ketahanan hidup. Karena dalam suatu populasi yang dapat melahirkan adalah populasi betina sehingga matriks Leslie hanya dapat digunakan untuk populasi betina. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan matriks Leslie dalam memprediksi populasi dan laju pertumbuhan populasi sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2022.

Langkah-langkah proses matriks Leslie dalam memprediksi pertumbuhan populasi sapi perah betina yaitu (1) bentuk umum matriks Leslie, (2) nilai tingkat kesuburan betina, (3) nilai tingkat ketahanan hidup betina, dan (4) matriks Leslie sebagai model pertumbuhan populasi. sedangkan langkah-langkah dalam memprediksi populasi dan laju pertumbuhan sapi perah betina yaitu (1) mengumpulkan data populasi sapi perah betina, (2) menentukan interval kelas umur, (3) menentukan vektor distribusi umur awal, (4) mencari nilai tigkat kesuburan populasi betina, (5) mencari nilai tingkat ketahanan hidup populasi betina, (6) membentuk matriks Leslie, (7) menghitung prediksi populasi, dan (8) menghitung nilai eigen matriks leslie. Hasilnya menunjukkan bahwa di tahun 2022 populasi sapi perah di peternakan Pak Mulyo sebanyak 97 ekor dengan nilai eigen $\lambda_1 = 1.1$ yang menunjukkan laju pertumbuhan cenderung meningkat.

ABSTRACT

Farokhi, Isni. 2021. **Application of Leslie Matrix on Population Growth of Female Dairy Cattle (Case Study: Mr. Mulyo's Dairy Cattle Business in Turen)**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (1) Dewi Ismiarti, M.Si. (2) Erna Herawati, M.Pd.

Keywords: Leslie Matrix, Dairy Cattle, Population Growth

A Leslie matrix is a square matrix with the entries of first row are fertility rate of the female population, the main subdiagonal is the female survival rate and the other entries are zero. The Leslie matrix can be used to predict female population growth. Livestock population growth is something that needs to be considered in a farm. Because, if the growth is uncontrolled, it will be difficult to improve the walfare of livestock in terms of feeding, management and production efficiency. Population growth can be said as a change in the number of a population that is influenced by the internal conditions of the population, including births, deaths, and survival. Because in a population, only female populations can give birth, so the Leslie matrix can only be used for female populations.This study aims to apply of the Leslie matrix in predicting the population and growth rate of female dairy cattle at Mr. Mulyo's farm, Sawahan Village, Turen District in 2022.

The steps of the Leslie matrix process in predicting the population growth of dairy catlle are (1) the general form of the matriks Leslie, (2) the value of the fertility level of the female population, (3) the value of the resistance level live female population, and (4) the Leslie matrix as a population growth model. While the steps in predicting the population and populastion growth rate of female dairy catlle are (1) collecting data on the population of female dairy cattle, (2) determining the age class interval, (3) determining the initial age distribution vector, (4) looking for the value of the fertility level of the female population, (5) looking for the value of the resistance level live female population, (6) form the Leslie matrix, (7) calculate the predicted population, and (8) calculate the eigenbalues of the Leslie matrix. The result show that in 2022 the population of dairy cattle on Mr. Mulyo's farm is 97 heads with an eigenvalue of $\lambda_1 = 1.1$ which indicates that the growth rate tends to increase.

ملخص

فراحي، إثني. ١ ٢ ٢٠. **تطبيق قالب ليثلي (Leslie) على نمو عدد البقرة (دراسة الحالة: عمل رعاية البقرة"سيد موليا في تورين)**. البحث العلمي. دراسة الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرفة: (١) ديوي اسميارتي الماجستير، (٢) إيرنا هيراواتي الماجستير.

،الكلمات الأساسية: قالب ليثلي (Leslie)، نمو عدد البقرة.

إن قالب ليثلي (Leslie) هو قالب مربع حيث يكون الدخول فى الخط الأول هو درجة خصب عدد البقرة الأنثى، جزء خط قطريه الأساس هو درجة قوة حياة البقرة ويكون الدخول الأخر نتيجة الصفر. وكان قالب ليثلي (Leslie) يمستخدم لتعيين نمو عدد البقرة الأنثى. فنموعددهامهمم جدا. إذ لو كان ذلك النمو غير مراقبة فيصعب على إزدهار الراعية إما من ناحية إعطاء المأكولات أو الإجراء أو فعالية إنتاجه. وقد يعتبر نمو عدد البقرة بأنه كتغيير العدد من أي العدد الذي يؤثره الأحوال الداخلية من ذلك العدد مما يشمل على الولادة، والموت، وقوة الحياة. يهدف هذا البحث لمعرفة تطبيق قالب ليثلي(Leslie) فى تنبؤ سرعة النمو وكثرة عدد البقرة فى مزرعة موليا قرية سواهان منطقة تورين سنة ٢ ٢ ٢٠.

فإجراء معالجة مصفوفة قالب ليثلي(Leslie) فى تنبؤ نمو عدد على (١) الشكل العام قالب ليثلي(Leslie) (٢) نتيجة درجة خصب عدد البقرة، (٣) نتيجة درجة قوة حياة عدد البقرة (٤) قالب ليثلي(Leslie) ليزلي كنموذج للنمو عدد. بينما فإجراء تنبؤ سرعة النمو وكثرة عدد البقرة على (١) جمع بيانات عدد البقرة، (٢) تعيين مدى قسم العمر، (٣) تعيين كمية توزيع العمر، (٤) البحث عن نتيجة درجة خصب عدد البقرة، (٥) البحث عن نتيجة درجة قوة حياة عدد البقرة، (٦) يصنع قالب ليثلي(Leslie)، (٧) إحصاء تنبؤ عدد البقرة ،(٨) و إحصاء نتيجة ملك قالب ليثلي. فدلت نتائج هذا البحث على أن نتيجة الملك من قالب ليثلي بعدد البقرة فى مزرعة موليا يبلغ إلى٩٧بقرة مما $\lambda_1 =$ ١،١ مما يشير سرعة النمو إلى الترقية

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Allah S.W.T. berfirman dalam surah An-Nahl ayat 66 yang menjelaskan bahwa sesungguhnya pada binatang ternak itu sungguh terdapat pelajaran bagi kita. Yang mana kita diberi minuman dari perut hewan ternak tersebut berupa susu murni yang dapat ditelan bagi yang meminumnya. Hal tersebut membuktikan bahwa banyak manfaat yang dapat diambil dari hewan-hewan ternak. Salah satunya susu yang dihasilkan mengandung banyak nutrisi. Sebagaimana pada penelitian Elisa (2016), susu sebagai salah satu produk ternak yang mempunyai kandungan zat gizi yang lengkap seperti protein 3.3%, lemak 3.9%, laktosa 4.9%, mineral, dan vitamin 0.7%. Sifat zat tersebut mudah dicerna dan diserap secara sempurna. Kandungan nutrisi tersebut dapat membantu menjaga kesehatan dan sistem kekebalan tubuh manusia.

Di masa pandemi Covid-19 seperti sekarang ini, kita diharuskan untuk selalu menjaga kesehatan seperti menjaga asupan makanan. Hal ini sangat penting melihat sangat berpengaruhnya terhadap sistem imun kita. Susu merupakan salah satu makanan yang memiliki kandungan nutrisi yang berkualitas tinggi. Oleh karena itu, di masa pandemi ini permintaan akan susu segar cenderung meningkat seiring dengan adanya kesadaran masyarakat akan pentingnya konsumsi makanan bergizi. Kondisi tersebut perlu menjadi perhatian untuk mengembangkan peternakan sapi perah domestik. Melihat produksi susu sapi nasional 90% berasal dari usaha sapi perah rakyat maka selayaknya usaha ternak sapi perah skala kecil menjadi prioritas pengembangan (Sari dkk, 2020:231). Untuk mendukung hal tersebut, perlu

diketahui pertumbuhan sapi perah di tahun berikutnya agar dapat memberikan kesejahteraan untuk sapi perah tersebut dan dapat mengestimasi produksi susu yang dihasilkan.

Pertumbuhan populasi hewan ternak pada suatu peternakan merupakan aspek penting dalam dunia peternakan. Karena pertumbuhan populasi yang tidak terkendali dapat mengakibatkan terjadinya suatu masalah, salah satunya sulit untuk melakukan penyejahteraan populasi hewan itu sendiri. Oleh karenanya perlu diperhatikan tingkat pertumbuhan populasi tersebut. Pratama dkk (2013) mengatakan perubahan jumlah dari suatu populasi dipengaruhi oleh keadaan internal, yaitu kelahiran kematian, dan ketahanan hidup. Pertumbuhan populasi memberikan informasi apakah perubahan jumlah populasi untuk tahun berikutnya selalu meningkat, menurun, atau tetap.

Matriks Leslie merupakan suatu matriks yang dapat digunakan untuk memprediksi jumlah populasi dan laju pertumbuhan populasi. Oleh karena itu, matriks Leslie biasa disebut sebagai model pertumbuhan populasi. Matriks Leslie ditemukan oleh P.H. Leslie, seorang pakar ekologi, pada tahun 1945 (Pratama dkk., 2013). Karena dalam suatu populasi yang dapat melahirkan adalah populasi betina sehingga matriks Leslie hanya dapat digunakan untuk populasi betina. Untuk mengetahui prediksi jumlah sapi perah betina terdapat syarat-syarat tertentu yang harus dipenuhi agar dapat digunakan dalam penyusunan matriks Leslie. Matriks Leslie memiliki bentuk yang unik yaitu matriks persegi dimana entri dari baris pertama adalah tingkat kesuburan populasi betina, subdiagonal utamanya merupakan tingkat ketahanan hidup populasi betina dan entri yang lain bernilai nol (Pratama dkk., 2013). Sehingga syarat yang harus dipenuhi agar dapat meprediksi

jumlah populasi tersebut adalah terdapat data tingkat kesuburan sapi perah betina, data tingkat ketahanan hidup sapi perah betina dan batas umur akhir dari populasi sapi perah betina.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui jumlah dan laju pertumbuhan sapi perah di peternakan Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2022. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat membantu dalam memprediksi pertumbuhan populasi di suatu peternakan, sehingga dapat memberikan kesejahteraan bagi hewan ternak.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dipaparkan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Bagaimana proses matriks Leslie dalam memprediksi pertumbuhan populasi sapi perah betina?
2. Bagaimana prediksi populasi dan laju pertumbuhan populasi sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2022 menggunakan matriks Leslie?

1.3 Tujuan

Tujuan yang dipaparkan pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui proses matriks Leslie dalam memprediksi pertumbuhan populasi sapi perah betina.
2. Untuk mengetahui prediksi laju pertumbuhan populasi sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2022 menggunakan matriks Leslie.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang dipaparkan pada penelitian ini yaitu hanya digunakan satu populasi dalam penerapan matriks Leslie pada pertumbuhan populasi yaitu populasi sapi perah betina.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penelitian ini dapat bermanfaat bagi:

1. Penulis

   Penelitian ini diharapkan dapat mengasah pemikiran secara kritis dan menambah ilmu pengetahuan tentang penerapan matriks Leslie dalam memprediksi pertumbuhan populasi sapi perah.

2. Lembaga

   Penelitian ini diharapkan dapat menjadi salah satu wawasan keilmuan mengenai penerapan matriks Leslie dalam memprediksi pertumbuhan populasi sapi perah.

3. Pihak lain

   Penelitian ini diharapkan dapat membantu pihak lain untuk mengetahui pertumbuhan populasi sehingga populasi dan laju pertumbuhan suatu populasi dapat terkontrol dan dapat memberikan kesejahteraan bagi populasi tersebut.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini menjelaskan tentang konsep (teori-teori) yang mendukung bagian pembahasan yaitu pengertian matriks, jenis-jenis matriks, determinan, matriks Leslie, nilai eigen matriks Leslie, profil peternakan dan kajian keislaman.

Bab III Metode Penelitian

Bab ini terdiri dari jenis penelitian, data dan sumber data, metode pengumpulan data dan tahap-tahap penelitian.

Bab IV Hasil dan Pembahasan

Pada bab ini penulis akan menguraikan tentang bagaimana penerapan matriks Leslie dalam memprediksi jumlah dan laju pertumbuhan sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2022.

Bab V Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Matriks

2.1.1 Pengertian Matriks

Didefinisikan matriks atas bilangan real adalah suatu susunan berbentuk segi empat dari bilangan-bilangan real. Bilangan-bilangan dalam susunan itu disebut entri dalam matriks tersebut. Suatu matriks dikatakan berukuran $m \times n$ jika memiliki m baris dan n kolom (Anton, 2010). Contohnya, diberikan suatu matriks sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

matriks di atas memiliki 2 baris dan 3 kolom sehingga ukuran dari matriks tersebut yaitu 2×3.

Suatu matriks dapat dinyatakan dengan huruf besar, sedangkan untuk bilangan entri dalam matriks dapat dinyatakan dengan huruf kecil. Matriks tersebut dapat dikatakan sebagai matriks A yang berukuran 3×4. Entri pada baris i dan kolom j dari suatu matriks A dapat dinyatakan sebagai a_{ij}. Jadi, matriks umum 3×4 dapat dituliskan sebagai (Anton, 2010)

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

Pada matriks umum 3×4 di atas, a_{11} adalah entri pada baris 1 dan kolom 1, a_{12} adalah entri pada baris 1 dan kolom 2, dan seterusnya sampai a_{34} adalah entri pada baris 3 dan kolom 4. Selanjutnya suatu matriks umum $m \times n$ dapat ditulis sebagai

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Pada suatu matriks, notasi matriks dan entrinya biasanya mnggunakan huruf yang sama. Jadi, untuk suatu matriks B pada umumnya kita akan menggunakan b_{ij} untuk entrinya pada baris i dan kolom j. Sedangkan untuk suatu matriks C kita akan menggunakan c_{ij}. Entri pada baris i dan kolom j dari suatu matriks A pada umumnya juga dinyatakan dengan simbol a_{ij}(Anton, 2010).

Misalkan diberikan suatu matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

mempunyai $a_{11} = a_{13} = 1, a_{12} = a_{23} = 2, a_{11} = (X)_{21} = 3, a_{22} = 5, a_{31} = 7,$ dan $a_{33} = 0$.

2.1.2 Jenis-jenis Matriks

Ada beberapa jenis matriks yang sangat penting dan sering digunakan, diantaranya yaitu:

a. Matriks Baris dan Matriks Kolom

Suatu matriks dengan hanya satu baris disebut matriks baris (vektor baris), dan suatu matriks dengan hanya satu kolom disebut matriks kolom (vektor kolom). Biasanya matriks baris dan kolom ditulis dengan huruf kecil tebal. Jadi, suatu matriks baris umum $\boldsymbol{a}$ **berukuran** $1 \times n$, dan suatu matriks kolom umum $\boldsymbol{b}$ **berukuran** $m \times 1$, dapat ditulis sebagai

$$\boldsymbol{a} = [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_n] \quad dan \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

(Anton, 2010)

b. Matriks Persegi

Suatu matriks A dengan n baris dan n kolom disebut matriks persegi berorde n, dan entri-entri $a_{11}, a_{22}, \cdots, a_{nn}$ disebut diagonal utama dari A (Anton, 2010).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

c. Matriks Diagonal

Matriks diagonal adalah matriks persegi yang semua entri di luar diagonal utama bernilai nol (Imrona, 2002).

Contoh:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

B merupakan matriks diagonal.

d. Matriks Segitiga

Matriks segitiga terdiri dari dua jenis yaitu matriks segitiga atas dan matriks segitiga bawah. Matriks segitiga atas adalah matriks persegi yang semua entri di bawah diagonal utama bernilai nol. sedangkan matriks segitiga bawah adalah matriks persegi yang semua entri di atas diagonal utama bernilai nol.

Contoh:

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks C disebut sebagai matriks segitiga atas dan matriks D disebut matriks segitiga bawah.

2.1.3 Operasi Matriks

a. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Didefinisikan jika A dan B adalah matriks berukuran sama, maka jumlah $A + B$ adalah matriks yang diperoleh dengan menambahkan entri-entri B dengan entri-entri A yang berpadanan, dan selisih $A - B$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengurangkan entri-entri A dengan entri-entri B yang berpadanan (Anton, 2010).

Contoh:

Diberikan matriks A dan B sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

Maka

$$A + B = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 7 & 0 & 3 \end{bmatrix} \; dan \; A - B = \begin{bmatrix} 6 & -3 & -5 \\ -3 & -2 & 2 \\ 1 & -4 & 11 \end{bmatrix}$$

b. Perkalian Matriks dengan Skalar

Perkalian matriks dengan skalar didefinisikan jika A adalah sebarang matriks dan c adalah sebarang skalar, maka hasil kali cA adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan setiap entri A dengan c. Dalam notasi matriks, jika $A = [a_{ij}]$, maka

$$(cA)_{ij} = c(A)_{ij} = ca_{ij}$$

(Anton, 2010:55)

Contoh:

Diberikan suatu matriks persegi A berorde 2 yaitu $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$, dan $c = 3$ adalah skalar maka

$$cA = 3\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 18 \\ 21 & 24 \end{bmatrix}$$

c. Perkalian Matriks dengan Matriks

Perkalian matriks A berukuran $m \times r$ dan matriks B berukuran $r \times n$ adalah suatu matriks AB dengan

$$AB = C$$

dan

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{r} a_{ik} b_{kj}$$

Contoh:

Diberikan matriks A dan B sebagai berikut

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Perhatikan bahwa matriks A memiliki orde 2×2 dan matriks B memiliki orde 2×3. Berdasarkan definisi, maka hasil kali matriks A dan B adalah matriks 2×3 yaitu sebagai berikut.

$$AB = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (5.0) + (2.1) & (5.4) + (2.1) & (5.6) + (2.3) \\ (8.0) + (1.1) & (8.4) + (1.1) & (8.6) + (1.3) \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 22 & 36 \\ 1 & 33 & 51 \end{bmatrix}$$

2.1.4 Determinan

Fungsi determinan merupakan suatu fungsi benilai real dari suatu peubah matriks. Anggap A adalah suatu matriks persegi. Fungsi deteminan dinyatakan dengan det, dan didefinisikan $\det(A)$ sebagai jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari A. Angka $\det(A)$ disebut determinan A (Anton, 2010).

Nilai dari determinan suatu matriks dapat dihitung menggunakan kofaktor. Didefinisikan jika A adalah suatu matriks persegi, maka minor entri a_{ij} dinyatakan oleh M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan submatriks yang masih tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari A. Bilangan $(-1)^{i+j}M$, dinyatakan kofaktor entri a_{ij} (Anton, 2010:151).

Misalkan diberikan matriks umum 3×3

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

maka

$$\det(A) = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{21}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})$$

Karena pernyataan yang ada di dalam kurung hanyaah kofaktornya C_{11}, C_{21}, C_{31}, maka didapatkan

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + a_{31}C_{31}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa determinan A dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri pada kolom pertama A dengan kofaktornya dan menambahkan hasil kali yang didapatkan. Metode menghitung $\det(A)$ ini disebut perluasan kofaktor di sepanjang kolom pertama A.

Contoh:

Diberikan suatu matriks A sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$Det(A) = 3\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - (-2)\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 5\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$Det(A) = 3(-4) - (-2)(-2) + 5(3) = -1$$

2.1.5 Matriks Leslie

Matriks Leslie merupakan suatu matriks yang digunakan untuk memprediksi jumlah dan laju pertumbuhan suatu populasi betina. Matriks Leslie ditemukan dan dikembangkan oleh seorang pakar Ekologi yang benama P.H. Leslie pada tahun 1945 (Pratama dkk., 2013). Karena dalam suatu populasi yang dapat melahirkan adalah populasi betina sehingga matriks Leslie hanya dapat digunakan untuk populasi betina. Dalam memprediksi pertumbuhan populasi dengan menggunakan matriks Leslie, terdapat tiga faktor yang mempengaruhi yaitu, faktor tingkat kesuburan, faktor tingkat ketahanan hidup dan batas umur hidup akhir betina dari suatu populasi.

Didefinisikan a_i sebagai tingkat kesuburan betina yaitu rata-rata jumlah anak betina yang lahir dari kelompok umur i saat waktu t. Sedangkan b_i sebagai tingkat ketahanan hidup betina yaitu peluang betina yang dapat bertahan hidup dari kelas umur ke i sampai $i + 1$ saat waktu ke t (Pratama dkk., 2013). Berdasarkan definisi tersebut, diperoleh

$$a_i \geq 0, untuk\ i = 1,2, \dots, n$$

$$0 < b_i \leq 1, untuk\ i = 1,2, \dots, n - 1$$

Asumsikan bahwa terdapat paling sedikit satu kelas umur dari $a_i > 0$, karena jika $a_i = 0$,untuk setiap i, maka pada kelas tersebut tidak ada kelahiran yang tejadi. Kelas umur yang memiliki nilai $a_i > 0$, disebut kelas umur kesuburan. Perhatikan bahwa $b_i \neq 0$, karena jika $b_i = 0$ maka tidak ada betina yang dapat bertahan hidup ke kelas berikutnya.

Matriks Leslie biasanya disebut sebagai model pertumbuhan populasi. Pada model ini perempuan/betina dikelompokkan ke dalam beberapa kelas umur. Jika terdapat batas umur hidup dari betina pada suatu populasi adalah M tahun, dan populasi dikelompokkan ke dalam n kelas umur, maka masing-masing kelas umur memiliki rentang umur $\frac{M}{n}$ tahun (Anton dan Rorres, 2005).

Tabel 2.1 Penentuan Kelas Umur

Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0, \frac{M}{n}\right)$
2	$\left[\frac{M}{n}, \frac{2M}{n}\right)$
3	$\left[\frac{2M}{n}, \frac{3M}{n}\right)$
$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	$\left[\frac{(n-2)M}{n}, \frac{(n-1)M}{n}\right)$
n	$\left[\frac{(n-1)M}{n}, M\right]$

Populasi betina pada tahun ke-0 di tiap-tiap kelas umur dapat pula dituliskan ke dalam vektor kolom sebagai berikut

$$\boldsymbol{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1{}^{(0)} \\ x_2{}^{(0)} \\ x_3{}^{(0)} \\ \vdots \\ x_n{}^{(0)} \end{bmatrix}$$

Vektor kolom $x^{(0)}$ disebut sebagai vektor distribusi umur awal.

Cara termudah untuk mempelajari proses pertumbuhan adalah dengan mengamati populasi pada waktu tertentu. Misalkan pengamatan dilakukan pada waktu-waktu diskrit $t_0, t_1, t_2, \dots, t_k, \dots$. Model matriks Leslie mensyaratkan bahwa durasi antara dua waktu pengamatan yang berurutan harus sama dengan durasi interval umur. Oleh karena itu diperoleh

$$t_0 = 0$$

$$t_1 = M/n$$

$$t_1 = 2M/n$$

$$\vdots$$

$$t_k = kM/n$$

$$\vdots$$

Oleh karena itu, semua betina di kelas i pada waktu $t_k$berada di kelas $(i+1)$ pada waktu t_{k+1}.

Kemudian, didefinisikan vektor distribusi umur x^k saat waktu t_k yaitu

$$\boldsymbol{x}^{(k)} = \begin{bmatrix} {x_1}^{(k)} \\ {x_2}^{(k)} \\ {x_3}^{(k)} \\ \vdots \\ {x_n}^{(k)} \end{bmatrix}$$

Dimana ${x_i}^k$ adalah populasi betina pada kelas umur ke-i pada waktu t_k. Selanjutnya, pada waktu t_k, betina yang berada di kelas umur pertama adalah betina yang lahir antara waktu t_{k-1} dan t_k. Sehingga, dapat ditulis

$$\begin{pmatrix}\text{populasi}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas 1}\\ \text{pada}\\ \text{waktu } \mathrm{t_k}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{populasi}\\ \text{anak}\\ \text{betina}\\ \text{yang lahir}\\ \text{dari}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas 1}\\ \text{antara waktu}\\ \mathrm{t_{k-1}} \text{ dan } \mathrm{t_k}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{populasi}\\ \text{anak}\\ \text{betina}\\ \text{yang lahir}\\ \text{dari}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas 2}\\ \text{antara waktu}\\ \mathrm{t_{k-1}} \text{ dan } \mathrm{t_k}\end{pmatrix} + \cdots + \begin{pmatrix}\text{populasi}\\ \text{anak}\\ \text{betina}\\ \text{yang lahir}\\ \text{dari}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas n}\\ \text{antara waktu}\\ \mathrm{t_{k-1}} \text{ dan } \mathrm{t_k}\end{pmatrix}$$

Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut

$$x_1{}^{(k)} = a_1{}^{(k-1)} x_1{}^{(k-1)} + a_2{}^{(k-1)} x_2{}^{(k-1)} + \cdots + a_n{}^{(k-1)} x_n{}^{(k-1)}$$

Betina di kelas umur $(i+1)$ dimana $(i = 1,2,\dots,n-1)$ saat t_k merupakan betina di kelas ke-i saat t_{k-1} yang bertahan hidup saat waktu t_k. Sehingga, dapat ditulis

$$\begin{pmatrix}\text{populasi}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas i} + 1\\ \text{pada}\\ \text{waktu } \mathrm{t_k}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{peluang}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas i}\\ \text{yang}\\ \text{bertahan}\\ \text{hidup}\\ \text{sampai}\\ \text{kelas i} + 1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}\text{populasi}\\ \text{betina}\\ \text{di kelas i}\\ \text{saat}\\ \text{waktu } \mathrm{t_k}\end{pmatrix}$$

Secara matematis dapat ditulis sebagai berikut

$$x_{i+1}{}^{(k)} = b_i x_i{}^{(k-1)}, i = 1,2,\dots,i-1$$

Sehingga model pertumbuhan populasi dapat dibentuk sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} x_1{}^{(k)} \\ x_2{}^{(k)} \\ x_3{}^{(k)} \\ \vdots \\ x_n{}^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1{}^{(k-1)} \\ x_2{}^{(k-1)} \\ x_3{}^{(k-1)} \\ \vdots \\ x_n{}^{(k-1)} \end{bmatrix}$$

atau dapat ditulis sebagai

$$x^{(k)} = Lx^{(k-1)}$$

selanjutnya, matriks $L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$ disebut dengan matriks Leslie.

Matriks Leslie ini dapat digunakan untuk memprediksi populasi dan laju pertumbuhan populasi betina.

Dari persamaan $x^{(k)} = Lx^{(k-1)}$ yang merupakan model pertumbuhan populasi, dapat diperoleh

$$x^{(1)} = Lx^{(0)}$$

$$x^{(2)} = Lx^{(1)} = L^2x^{(0)}$$

$$\vdots$$

$$x^{(k)} = Lx^{(k-1)} = L^kx^{(0)}$$

sehingga, jika diketahui distribusi umur awal $x^{(0)}$ dan matriks L, dapat ditentukan distribusi umur betina pada sebarang waktu dimasa depan (Anton dan Rorres,2005).

2.1.6 Laju Pertumbuhan Populasi Betina Berdasarkan Nilai Eigen Matriks Leslie

2.1.6.1 Nilai Eigen Matriks

Definisi 2.1 Nilai Eigen

Misalkan A matriks berukuran $n \times n$, vektor $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ dan $\boldsymbol{x} \neq \mathbf{0}$, disebut vektor eigen dari A, jika terdapat bilangan riil λ yang disebut nilai eigen yang bersesuaian dari $\boldsymbol{x}$, sehingga memenuhi persamaan:

$$A\boldsymbol{x} = \lambda\boldsymbol{x}$$

untuk mencari nilai eigen, persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut.

$$(\lambda I - A)\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$$

agar λ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi taknol dari persamaan tersebut, jika dan hanya jika memenuhi persamaan

$$det(\lambda I - A) = \mathbf{0}$$

persamaan ini dikenal sebagai persamaan karakteristik (Imrona, 2002).

Kemudian dari persamaan tersebut dicari akar-akarnya yang merupakan nilai eigen dari matriks A.

2.1.6.2 Nilai Eigen Dominan Matriks Leslie

Definisi 2.2 Nilai Eigen Dominan (Pratama dkk, 2013)

Diberikan $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ merupakan nilai eigen dari matriks A berukuran $n \times n$, λ_1 dikatakan nilai eigen dominan dari A jika:

$|\lambda_1| > |\lambda_i|$ dengan $i = 1,2, \dots, n$

Dengan melakukan pendiagonalisasian matriks diperoleh persamaan

$$x^{(k)} \cong \lambda_1 x^{(k-1)}$$

dari persamaan di atas diperoleh bahwa jika untuk sebarang k yang menyatakan tahun berikutnya dalam populasi dan diketahui $\lambda_1 = 1$ adalah nilai eigen yang dominan dari matriks Leslie, maka dapat diambil kesimpulan bahwa vektor distribusi umur selanjutnya selalu sama dengan vektor umur sebelumnya. Sehingga berakibat:

1. Jika diketahui $\lambda_1 < 1$, maka pertumbuhan jumlah populasi akan cenderung menurun.

2. Jika diketahui $\lambda_1 = 1$, maka pertumbuhan jumlah populasi akan cenderung tetap.
3. Jika diketahui $\lambda_1 > 1$, maka pertumbuhan jumlah populasi akan cenderung meningkat (Pratama dkk, 2013).

2.2 Profil Peternakan

Peternakan sapi perah Pak Mulyo merupakan peternakan sapi perah swasta yang terletak di jalan Raya Sawahan RT 10 RW 3 Desa Sawahan, Kecamatan Turen, Kabupaten Malang, Jawa Timur. Desa Sawahan termasuk wilayah dataran tinggi sehingga untuk beternak sapi perah dapat berkembangbiak dengan cukup baik dimana wilayah dataran tinggi memiliki hawa yang dingin. Peternakan Pak Mulyo berdiri sejak tahun 1997 dengan jumlah sapi perah betina awal yakni 6 ekor. dengan berjalannya waktu, sapi perah di perternakan tersebut semakin bertambah hingga sekarang.

Perkembangbiakan sapi perah yang terdapat di peternakan Pak Mulyo dilakukan secara alami (perkawinan secara alami). Karena fokus peternakan Pak Mulyo adalah pemeliharaan sapi perah betina yang mana akan dihasilkan susu sapinya sehingga untuk pembibitannya, apabila seekor sapi perah betina melahirkan anak sapi (pedet) jantan maka pedet yang dilahirkan tersebut akan langsung dijual. Tetapi apabila sapi yang dilahirkan adalah anak sapi (pedet) betina maka akan dipelihara dan dikembangbiakkan di peternakan tersebut.

Peternakan sapi perah Pak Mulyo berada tepat di belakang rumah beliau yang mana terdiri dari lahan bangunan dan lahan hijauan makanan ternak. Bangunan yang ada di peternakan tersebut terdiri dari kandang, gudang pakan, gudang hijauan

dan gudang peralatan. Gudang hijauan digunakan untuk menyimpan hijauan makanan sapi yang terdiri dari rumput gajah, odot (kolonjono) dll. Setelah mencari rumput untuk pakan sapi perah, rumput tersebut harus di simpan terlebih dahulu karena untuk mengantisipasi apabila ada embun atau hewan yang hinggap di rumput dapat hilang dengan sendirinya. Karena jika masih terdapat embun atau hewan yang menempel dan termakan oleh sapi perah mengakibatkan sapi tersebut keracuan hinga sakit.

Selanjutnya gudang pakan digunakan untuk menyimpan pakan tambahan bagi sapi perah yaitu konsetrat. Di peternakan Pak Mulyo tidak lagi membeli konsentrat melainkan sudah mulai membuat sendiri konsentrat yang akan diberikan ke sapi. Adapaun bahan-bahan konsetrat yang digunakan yaitu ampas bir, singkong, dan tonggok. Selain itu untuk anak sapi (pedet) juga mempunyai pakan tabahan sendiri yaitu kedelai, tonggok, dan ampas bir yang dihaluskan dan dibuat seperti bubur. Gudang peralatan digunakan untuk menyimpan peralatan-peralatan yang diguankan dalam peternakan sapi. Selin itu, gudang tersebut juga digunakan untuk menyimpan obat-obatan untuk sapi perah. Di peternakan tersebut secara runtin memberikan obat cacing ke semua sapi perah tiap 6 bulan sekali dan juga pemberian vitamin.

Terakhir bangunan kandang, bangunan tersebut digunakan sebagai tempat tinggal sapi perah dan sebagai tempat pemerahan. Proses pemerahan dilakukan 2 kali dalam sehari yaitu pemerahan pagi dan pemerahan siang. Untuk pemerahan pagi dimulai pukul 05.00 sampai 9.30 WIB dimulai dengan sanitasi (pembersihan) kandang, pemberian pakan, dan proses pemerahan dengan menggunakan mesin pemerah susu (pulsator). Setelah proses pemerahan susu selesai, dilakukan proses

yang dinamakan *dipping* yaitu proses pemberian antiseptik ke puting sapi perah setelah diperas. Proses tersebut bertujuan agar putting sapi perah tidak terkena luka (infeksi) maupun dihinggapi serangga-serangga yang mengganggu. Setelah semua kegiatan selesai semua, pukul 10.00-12.00 biasanya dilanjutkan dengan cek kesehatan dan pencarian pakan untuk sapi perah Selanjutnya, untuk pemerahan siang dimulai pukul 13.00 sampai 15.30 WIB dengan kegiatan yang sama seperti pemerahan pagi.

2.3 Kajian Keislaman

Hewan ternak adalah hewan yang dipelihara dan dikembangbiakkan sebagai sumber pangan, sumber bahan baku dan sebagainya yang dapat bermanfaat bagi manusia. Salah satunya yaitu sapi perah, sapi perah dipelihara untuk dimanfaatkan susu sebagai kebutuhan manusia. Dalam hal ini peternakan sapi berperan penting dalam mengembangbiakkan dan memelihara. Semakin berkembangnya zaman, industri peternakan pun semakin meningkat. Hal ini didorong dengan meningkatnya permintaan protein hewani yang memiliki kualitas yang tidak kalah baik dengan protein nabati dalam memenuhi kebutuhan protein yang dibutuhkan manusia.

Di masa pandemi Covid-19 seperti sekarang, permintaan akan susu segar cenderung meningkat seiring dengan adanya kesadaran masyarakat akan pentingnya konsumsi makanan bergizi yaitu susu sebagai salah satu makanan yang memiliki kandungan nutrisi yang berkualitas tinggi. Oleh karena itu, di masa pandemi ini Kondisi tersebut perlu menjadi perhatian untuk mengembangkan peternakan sapi perah domestik. Melihat produksi susu sapi nasional 90% berasal

dari usaha sapi perah rakyat maka selayaknya usaha ternak sapi perah skala kecil menjadi prioritas pengembangan (Sari dkk, 2020).

Diketahui bahwa sesungguhnya pada hewan ternak terdapat pelajaran yang dapat diambil bagi kita (manusia) seperti adanya susu murni yang bersih dari perut hewan yang dapat kita minum. Sebagaimana firman Allah S.W.T. dalam surah An-Nahl ayat 66 berikut.

وَاِنَّ لَكُمْ فِى الْاَنْعَامِ لَعِبْرَةً ۗ نُسْقِيْكُمْ مِّمَّا فِيْ بُطُوْنِه مِنْۢ بَيْنِ فَرْثٍ وَّدَمٍ لَّبَنًا خَالِصًا سَآىِٕغًا

لِّلشّٰرِبِيْنَ

Artinya*:"Dan sungguh, pada hewan ternak itu benar-benar terdapat pelajaan bagi kamu. Kami memberimu minum dari apa yang ada dalam perutnya (berupa) susu murni antara kotoran dan darah, yang mudah ditelan bagi orang yang meminumnya (Q.S. An-Nahl[16] : 66)."*

Berdasarkan tafsir Jalalain banyak pelajaran yang dapat kita ambil dari hewan ternak. Salah satunya yaitu susu yang dikeluarkan oleh hewan ternak. Atas kuasa Allah, yang mana di dalam perut hewan meskipun terdapat kotoran, darah, dan susu. Namun susu tersebut dapat keluar dengan keadaan bersih tanpa bercampur dengan kotoran dan darah hewan. Susu terebut murni dan dapat langsung diminum dan ditelan dengan baik.

Adapun firman Allah S.W.T. dalam surah Al-Mu'minun ayat 21 berikut.

وَاِنَّ لَكُمْ فِى الْاَنْعَامِ لَعِبْرَةًۗ نُسْقِيْكُمْ مِّمَّا فِيْ بُطُوْنِهَا وَلَكُمْ فِيْهَا مَنَافِعُ كَثِيْرَةٌ وَّمِنْهَا تَأْكُلُوْنَ

Artinya*:" Dan sungguh pada hewan-hewan ternak terdapat suatu pelajaran bagimu. Kami memberi minum kamu dari (air susu) yang ada dalam perutnya, dan padanya juga terdapat banyak manfaat untukmu, dan sebagian darinya kamu makan (Q.S. Al-Mu'minun[23] : 21)."*

Berdasarkan tafsir Jalalain pada hewan-hewan ternak terdapat suatu pelajaran yang dapat diambil. Kita dapat mengetahui Maha besarnya Allah dan Allah maha kuasa atas apa yang dikehendakinya. Allah lah yang memberi kita minum dari air susu yan terdapat pada perut hewan ternak. Sesungguhnya pada hewan-hewan tersebut terdapat banyak manfaat. Melalui pengamatan dan pemanfaatan. Dapat diambil manfaatnya untuk berbagai tujuan seperti pemanfaatan daging, kulit, dan bulunya.

Selain itu, juga terdapat susu yang menjadi makanan bergizi bagi manusia. Karena kandungan nutrisi yang begitu tinggi, susu yang dihasilkan oleh hewan ternak banyak diminati. Salah satunya yaitu susu yang dihasilkan oleh sapi perah. Karena pada ayat sebelumnya dijelaskan bahwa pada hewan ternak banyak pelajaran dan manfaat yang dapat diambil, maka dapat dilakukan pengamatan populasi sapi perah.

Dalam suatu pengamatan, terkadang dibutuhkan untuk memprediksi suatu hal yangmana terdapat pada Q.S. Yusuf ayat 47-48 berikut:

قَالَ تَزْرَعُوْنَ سَبْعَ سِنِيْنَ دَاَبًا فَمَا حَصَدْتُّمْ فَذَرُوْهُ فِيْ سُنْۢبُلِهٖٓ اِلَّا قَلِيْلًا مِّمَّا تَاْكُلُوْنَ(47) ثُمَّ يَأْتِيْ

مِنْۢ بَعْدِ ذٰلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَّأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ اِلَّا قَلِيْلًا مِّمَّا تُحْصِنُوْنَ(48)

Artinya: *"Dia (Yusuf) berkata,"agar kamu bercocok tanam tujuh tahun (berturut-turut) sebagaimana biasa, kemudian apa yang kamu tuai hendaklah kamu biarkan ditangkainya kecuali sedikit untuk kamu makan. Kemudian setelah itu akan datang tujuh (tujuh tahun yan akan sulit, yang menghabiskan yang kamu simpan untuk menghadapinya (tahun sulit), kecuali sedikit dari apa (bibit gandum) yang kamu simpan (Q.S. Yusuf [12]: 47-48)".*

Al-Qurtubi mengutip sebuah riwayat Zayd b. Aslam dari ayahnya, bahwa Yusuf memberi makan seseorang dengan dua porsi makanan, dan orang itu hanya

memakan sebagian saja sampai suatu ketika makanan itu dimakan semua. Ini adalah hari pertama dari tujuh tahun yang sangat sulit. Seperti hanya yang dijelaskan dalam surat Yusuf ayat 47-48 diatas yaitu menjelaskan bahwa Nabi Yusuf diperintahkan Allah untuk mempersiapkan dan merencanakan ekonomi pertanian untuk empat belas tahun kedepan. Hal tersebut dilakukan tidak lain bertujuan untuk menghadapi krisis pangan menyeluruh atau yang biasa disebut dengan paceklik. Menghadapi masalah ini Nabi Yusuf memberikan usul diadakannya perencanaan pembangunan pertanian yang akhirnya pelaksanaannya diserahkan kepada Nabi Yusuf, berkat perencanaan yang matang itu Mesir dan daerah-daerah sekelilingnya turut mendapat berkahnya (Qardhawi, 1998)

Berdasarkan penjelasan surat Yusuf ayat 47-48 diatas sebagai manusia, kita tidak akan bisa mengetahui apa yang akan terjadi di masa depan. Oleh karena itu, dibutuhkannya suatu persiapan dan perencanaan untuk masa depan. Salah satunya dengan memprediksi yaitu untuk memprediksi jumlah populasi sapi perah di tahun selanjutnya. Hal ini bertujuan agar produksi susu yang dihasilkan semakin banyak.

Adapun pelajaran yang dapat diambil yaitu dengan memprediksi jumlah dan laju pertumbuhan dari populasi untuk tahun selanjutnya. Pertumbuhan populasi tersebut akan memberikan informasi apakah perubahan jumlah populasi untuk tahun berikutnya selalu meningkat, menurun, atau tetap. sehingga pertumbuhan dapat terkontrol dan memberikan kesejahteraan terhadap populasi tersebut (manusia dan hewan) baik dalam kebutuhan makanan, tempat tinggal dan berbagai fasilitas lainnya. Dengan perkiraan dan prediksi tersebut, maka kita dapat meminimalisir terjadinya krisis yang akan terjadi.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pendekatan deskriptif kuantitatif. Pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu menganalisis data dan menyusun data sesuai dengan kebutuhan peneliti.

3.2 Data dan Sumber Data

Pada penelitian Nurmalasari (2014), Sugiono (2012) mengemukakan definisi populasi yaitu sebagai "wilayah generalisasi yang terdiri atas: objek atau subjek yang mempunyai kualitas dan karakteristik tertentu yang ditetapkan oleh peneliti untuk diteliti dan kemudian ditarik kesimpulan." Pada langkah awal peneliti harus menentukan secara jelas mengenai populasi yang menjadi sasaran penelitiannya yang disebut dengan populasi sasaran, yaitu populasi yang nantinya akan menjadi cakupan kesimpulan penelitian. Jadi dalam sebuah hasil penelitian dikeluarkan, kesimpulan yang didapat hanya berlaku untuk populasi sasaran yang telah ditentukan. Populasi merupakan jumlah keseluruhan dari objek yang diteliti.

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data populasi sapi perah betina. Selain itu juga digunakan data kelahiran sapi perah betina, dan data kematian sapi perah betina tahun 2021. Adapun sumber data tersebut diambil dari peternakan sapi perah Pak Mulyo yang berada di jalan Raya Sawahan RT 10 RW 3 Desa Sawahan Kecamatan Turen Kabupaten Malang.

3.3 Metode Pengumpulan Data

Metode yang digunakan dalam pengumpulan data pada penelitian ini yaitu pengumpulan data denngan cara di ambil secara langsung ke tempat peternakannya. Selain itu, untuk menjawab masalah penelitian secara khusus, maka dilakukan wawancara yaitu berkomunikasi langsung dengan pemilik peternakan.

3.4 Tahap-Tahap Penelitian

Tahap-tahap dari penelitian dalam penerapan matriks Leslie pada pertumbuhan populasi adalah sebagai berikut.

3.4.1 Proses Matriks Leslie dalam Memprediksi Populasi Sapi Perah Betina

1. Bentuk umum Matriks Leslie
2. Nilai Tingkat Kesuburan Sapi Perah Betina
3. Nilai Ketahanan Hidup Sapi Perah Betina
4. Matriks Leslie sebagai Model Pertumbuhan Populasi

3.4.2 Menghitung Prediksi Populasi dan Laju Pertumbuhan Sapi Perah Betina

1. Mengumpulkan data populasi sapi perah betina

   Pengumpulan data dilakukan dengan pengamatan ke peternakan dan terdapat proses wawancara kepada pemilik peternakan. Data yang dikumpulkan merupakan data populasi yang dikelompokkan berdasarkan umur populasi.

2. Menentukan interval kelas umur

Distribusi frekuensi adalah penggunakan cara tertentu untuk mengelompokkan data hasil pengukuran atau perhitungan (data mentah) menjadi kelas-kelas. Distribusi frekuensi dibagi menjadi dua yaitu distribusi frekuensi tunggal dan distribusi frekuensi berkelompok. Distribusi frekuensi tunggal adalah distribusi dimana nilai atau kategori dari data tersebut adalah tunggal. Sedangkan disitribusi frekuensi berkelompok adalah distribusi dimana nilai atau kategori dari data tersebut adalah berkelompok (Husnul dkk, 2020).

Penelitian ini menggunakan distribusi frekuensi berkelompok yaitu dengan menentukan interval kelas umur. Penentuan interval kelas umur yang dilakukan berdasarkan Tabel 2.1. Misalkan M tahun merupakan batas umur hidup dari betina pada suatu populasi dan populasi dikelompokkan menjadi n kelas umur. Maka dapat dibentuk interval kelas umur sebagai berikut.

Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0, \frac{M}{n}\right)$
2	$\left[\frac{M}{n}, \frac{2M}{n}\right)$
3	$\left[\frac{2M}{n}, \frac{3M}{n}\right)$
$\vdots$	$\vdots$
$n-1$	$\left[\frac{(n-2)M}{n}, \frac{(n-1)M}{n}\right)$
n	$\left[\frac{(n-1)M}{n}, M\right]$

3. Menentukan vektor distribusi umur awal

Vektor distribusi umur awal merupakan vektor populasi betina pada tahun ke-0 di tiap-tiap kelas umur. Vektor distribusi umur awal yang digunakan pada penelitian ini berupa populasi sapi perah betina pada tiap-tiap kelas umur. Populasi tersebut dapat dibentuk menjadi vektor kolom berikut.

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} x_1{}^{(0)} \\ x_2{}^{(0)} \\ x_3{}^{(0)} \\ \vdots \\ x_n{}^{(0)} \end{bmatrix}$$

4. Mencari nilai tingkat kesuburan populasi betina

Nilai tingkat kesuburan populasi betina yaitu rata-rata jumlah anak betina yang lahir dari tiap sapi perah betina ketika induknya berada di kelompok umur i saat waktu t_k. Data yang diperlukan untuk mencari nilai tingkat kesuburan adalah data kelahiran sapi perah betina pada interval i dan populasi betina di interval i.

5. Mencari nilai tingkat ketahanan hidup populasi betina

Tingkat ketahanan hidup populasi betina yaitu peluang betina yang dapat bertahan hidup dari kelas umur ke i sampai $i + 1$ saat waktu ke t_k. Data yang diperlukan untuk mencari nilai tingkat ketahanan hidup betina adalah data kematian sapi perah betina pada interval i dan populasi betina di interval i.

6. Membentuk Matriks Leslie

Setelah mendapatkan nilai tingkat kesuburan dan ketahanan hidup betina pada tiap-tiap interval kelas umur, kemudian dapat membentuk matriks Leslie dimana entri dari baris pertama merupakan nilai tingkat kesuburan betina, subdiagonal utamanya merupakan nilai tingkat ketahanan hidup betina dan entri lainnya bernilai nol. Matriks Leslie tersebut dapat ditulis sebagai berikut

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

7. Menghitung Prediksi Populasi Sapi Perah Betina

Untuk menghitung prediksi populasi di tahun selanjutnya dapat menggunakan persamaan

$$x^{(k)} = Lx^{(k-1)}$$

Keterangan:

$x^{(k)}$: vektor populasi betina pada kelas umur saat t_k.

L : matriks Leslie berordo $n \times n$.

$x^{(k-1)}$: vektor populasi betina pada kelas umur saat t_{k-1}.

8. Menghitung Nilai Eigen dari Matriks Leslie untuk Menentukan Laju Pertumbuhan

Dalam menghitung nilai eigen dari matriks Leslie, digunakan aplikasi *Maple*. Dari nilai-nilai eigen yang diperoleh, dicari nilai eigen dominan λ_1. Sehingga terdapat 3 kasus yang muncul berkaitan dengan nilai eigen, yaitu:

a. Jika diketahui $\lambda_1 < 1$, maka pertumbuhan jumlah populasi akan cenderung menurun.

b. Jika diketahui $\lambda_1 = 1$, maka pertumbuhan jumlah populasi akan cenderung tetap.

c. Jika diketahui $\lambda_1 > 1$, maka pertumbuhan jumlah populasi akan cenderung meningkat.

BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 Proses Matriks Leslie dalam Memprediksi Populasi dan Laju Pertumbuhan Sapi Perah Betina

4.1.1 Bentuk Umum Matriks Leslie

Matriks Leslie merupakan suatu matriks memprediksi jumlah populasi dan laju pertumbuhan populasi. Oleh karena itu, matriks Leslie biasa disebut sebagai model pertumbuhan populasi. Karena dalam suatu populasi yang dapat melahirkan adalah populasi betina sehingga matriks Leslie hanya dapat digunakan untuk populasi betina . Untuk mengetahui prediksi populasi dan laju pertumbuhan populasi sapi perah betina terdapat syarat-syarat tertentu yang harus dipenuhi agar dapat digunakan dalam penyusunan matriks Leslie. Matriks Leslie sendiri memiliki bentuk yang unik yaitu matriks persegi dimana entri dari baris pertama adalah tingkat kesuburan populasi betina, subdiagonal utamanya merupakan tingkat ketahanan hidup populasi betina dan entri lainnya bernilai nol.. sehingga dapat ditulis bentuk umum dari matriks Leslie yaitu sebagai berikut.

$$L = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{n-1} & 0 \end{bmatrix}$$

Keterangan:

L : matriks Leslie berordo $n \times n$.

a_i : tingkat kesuburan populasi betina yaitu rata-rata jumlah anak betina yang lahir dari tiap sapi perah betina ketika induknya berada di kelompok umur i saat waktu t_k.

b_i : Tingkat ketahanan hidup populasi betina yaitu peluang betina yang dapat bertahan hidup dari kelas umur ke i sampai $i + 1$ saat waktu ke t_k.

Sehingga berdasarkan matriks Leslie tersebut, syarat yang harus dipenuhi agar dapat meprediksi popuasi dan laju pertumbuhan sapi perah betina tersebut adalah terdapat data tingkat kesuburan sapi perah betina, terdapat data tingkat ketahanan hidup sapi perah betina dan batas umur akhir dari populasi sapi perah betina yang ada di peternakan.

4.1.2 Nilai Tingkat Kesuburan Sapi Perah Betina

Didefinisikan a_i sebagai tingkat kesuburan betina yaitu rata-rata jumlah anak sapi perah betina yang lahir dari kelompok umur i saat waktu t_k. dimana

$$a_i \geq 0, untuk\ i = 1,2, \dots, n$$

Misalkan A_i merupakan populasi kelahiran sapi perah betina yang lahir ketika betina berada dalam kelas umur ke-i dan $x_i^{(0)}$ merupakan populasi awal sapi perah betina di interval i maka pada kelas tersebut diperoleh tingkat kesuburan sapi perah betina yaitu

$$a_i = \frac{populasi\ anak\ sapi\ perah\ betina\ di\ inteval\ i}{populasi\ sapi\ perah\ betina\ di\ inteval\ i}$$

secara matematis dapat ditulis sebagai berikut.

$$a_i = \frac{A_i}{x_i} \tag{4.1}$$

4.1.3 Nilai Tingkat Ketahanan Hidup Sapi Perah Betina

Jika didefinisikan b_i sebagai tingkat ketahanan hidup betina yaitu peluang sapi perah betina yang dapat bertahan hidup dari kelas umur ke i sampai $i+1$ saat waktu ke t_k dimana

$$0 < b_i \leq 1, untuk\ i = 1,2, \dots, n-1$$

Misalkan B_i merupakan populasi kematian sapi perah betina di interval i, c_i merupakan rata-rata kematian sapi perah betina pada kelas umur ke-i dan ${x_i}^0$ merupakan populasi sapi perah betina di interval i dengan $i = 1,2,3, \dots$ maka

$$c_i = \frac{B_i}{x_i} \tag{4.2}$$

dari persaman tersebut dapat ditulis

$$B_i = c_i x_i \tag{4.3}$$

Misalkan ${x_{i+1}}^k$ merupakan populasi sapi perah betina pada kelas umur ke-i dengan $i = 1,2,3, \dots$ pada pengamatan waktu t_{k-1} dikurangi populasi kematian sapi perah betina pada kelompok umur ke-i pada waktu t_{k-1}. Sehingga dapat ditulis persamaan

$${x_{i+1}}^{(k)} = {x_i}^{(k)} - {B_i}^{(k)} \tag{4.4}$$

berdasarkan persamaan (4.3) untuk pengamatan waktu ke-t_{k-1} diperoleh,

$${B_i}^{(k-1)} = {c_i}^{(k-1)} {x_i}^{(k-1)} \tag{4.5}$$

persamaan (4.4) dapat ditulis sebagai

$${x_{i+1}}^{(k)} = {x_i}^{(k-1)} - \left({c_i}^{(k-1)} {x_i}^{(k-1)}\right) \tag{4.6}$$

atau

$${x_{i+1}}^{(k)} = \left(1 - {c_i}^{(k-1)}\right) {x_i}^{(k-1)} \tag{4.7}$$

dengan $\left(1 - c_i^{(k-1)}\right)$ merupakan populasi sapi perah betina pada interval umur ke-i yang mampu bertahan hidup sampai ke interval umur ke-$i + 1$.

Karena definisi dari tingkat ketahanan hidup betina b_i yaitu peluang sapi perah betina yang dapat bertahan hidup dari kelas umur ke i sampai $i + 1$ saat waktu ke t_k. Maka dapat diperoleh

$$b_i = \left(1 - c_i^{(k-1)}\right) \tag{4.8}$$

persamaan (4.8) dapat ditulis menjadi

$$b_i = \left(1 - \frac{B_i}{x_i}\right) \tag{4.8}$$

4.1.4 Matriks Leslie sebagai Model Pertumbuhan Populasi

Dari persamaan $x^{(k)} = Lx^{(k-1)}$ yang merupakan model pertumbuhan populasi, ketika $k = 1$ maka diperoleh

$$x^{(1)} = Lx^{(0)} \tag{4.9}$$

selanjutnya ketika $k = 2$ maka diperoleh

$$x^{(2)} = Lx^{(1)} = L^2x^{(0)} \tag{4.10}$$

kemudian ketika $k = 3$ maka diperoleh

$$x^{(3)} = Lx^{(2)} = L^3x^{(0)} \tag{4.11}$$

dan seterusnya sampai saat waktu k maka diperoleh

$$x^{(k)} = Lx^{(k-1)} = L^kx^{(0)} \tag{4.12}$$

sehingga, jika diketahui distribusi umur awal dari populasi sapi perah betina yaitu $x^{(0)}$ dan matriks Leslie L, maka dapat ditentukan distribusi umur sapi perah betina pada sebarang waktu di masa depan. Yang mana jika entri-entri pada distribusi

umur sapi perah betina tersebut dijumlahkan maka diperoleh prediksi populasi sapi perah betina pada sebarang waktu di masa depan.

Meskipun matriks Leslie dapat memprediksi populasi sapi perah betina pada sebarang waktu di masa depan, hal tersebut tidak segera memberikan gambaran umum tentang laju pertumbuhannya. Sehingga perlu diketahui nilai eigen dari matriks Leslie tersebut. Diberikan suatu matriks Leslie, matriks tersebut dapat digunakan untuk memprediksi laju pertumbuhan dengan menentukan nilai eigennya. Karena nilai eigen dari matriks Leslie merupakan akar-akar dari persamaan polinomial katakteristiknya, maka persamaan polinomial karakteristik dari matriks Leslie dapat ditulis:

$$p(\lambda) = |\lambda I - L| = 0$$

$$\left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{i-1} & a_i \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{i-1} & 0 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\left\| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{i-1} & a_i \\ b_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & b_{i-1} & 0 \end{bmatrix} \right\| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda - a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_{i-1} & -a_i \\ -b_1 & \lambda & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -b_2 & \lambda & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{i-1} & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\lambda^n - a_1\lambda^{n-1} - a_2 b_1 \lambda^{n-2} - a_3 b_1 b_2 \lambda^{n-3} - \cdots - a_i b_1 b_2 \dots b_{i-1} = 0 \qquad (4.13)$$

persamaan (4.13) dapat ditulis menjadi

$$\lambda^n = a_1\lambda^{n-1} + a_2 b_1 \lambda^{n-2} + a_3 b_1 b_2 \lambda^{n-3} + \cdots + a_i b_1 b_2 \dots b_{i-1} \qquad (4.14)$$

selanjutnya, persamaan (4.14) dapat dibagi dengan λ^n , $\lambda \neq 0$ sehingga diperoleh

$$\frac{\lambda^n}{\lambda^n} = \frac{a_1\lambda^{n-1} + a_2b_1\lambda^{n-2} + a_3b_1b_2\lambda^{n-3} + \cdots + a_ib_1b_2 \dots b_{i-1}}{\lambda^n}$$

$$\frac{\lambda^n}{\lambda^n} = \frac{a_1\lambda^{n-1}}{\lambda^n} + \frac{a_2b_1\lambda^{n-2}}{\lambda^n} + \frac{a_3b_1b_2\lambda^{n-3}}{\lambda^n} + \cdots + \frac{a_ib_1b_2 \dots b_{i-1}}{\lambda^n}$$

$$1 = \frac{a_1}{\lambda} + \frac{a_2b_1}{\lambda^2} + \frac{a_3b_1b_2}{\lambda^n} + \cdots + \frac{a_ib_1b_2 \dots b_{i-1}}{\lambda^n}$$

Misalkan $q(\lambda) = \frac{a_1}{\lambda} + \frac{a_2b_1}{\lambda^2} + \frac{a_3b_1b_2}{\lambda^n} + \cdots + \frac{a_ib_1b_2\dots b_{i-1}}{\lambda^n}$ maka diperoleh $q(\lambda) = 1$ untuk $\lambda \neq 0$.

Karena nilai dari tingkat kesuburan (a_i) dan tingkat ketahanan (b_i) semua bernilai positif, jika nilai-nilai eigen dari matriks Leslie L disubstitusikan ke $q(\lambda)$. Dimisalkan λ_i bernilai positif , maka nilai dari $q(\lambda_i)$ akan menuju nol dan monoton turun. Oleh karena itu, matriks leslie memiliki nilai eigen positif yang tunggal.

4.2 Prediksi Populasi dan Laju Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina

4.2.1 Data Populasi Sapi Perah Betina

Pada penelitian ini digunakan penerapan matriks Leslie pada pertumbuhan populasi yaitu untuk memprediksi jumlah dan laju pertumbuhan dari sapi perah betina. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sapi perah betina yang ada di suatu peternakan yaitu peternakan Pak Mulyo yang terletak di Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2021. Data yang diperoleh terdiri dari data populasi sapi perah betina menurut umur, data kelahiran sapi perah betina menurut interval umur, data kematian sapi perah betina dan batas umur akhir sapi perah betina yang ada di peternakan Pak Mulyo (untuk mengetahui batas interval umur yang digunakan).

4.2.2 Menentukan Interval Kelas Umur

Populasi sapi perah betina dikelompokan dalam interval kelas umur. Berdasarkan tabel dalam penentuan interval kelas umur maka diperoleh tabel sebagai berikut.

Tabel 4.1 Penentuan Kelas Umur

Kelas Umur	Rentang Umur
1	$\left[0,\frac{M}{n}\right) = \left[0,\frac{5}{5}\right) = [0,1)$
2	$\left[\frac{M}{n},\frac{2M}{n}\right) = \left[1,\frac{2(5)}{5}\right) = [1,2)$
3	$\left[\frac{2M}{n},\frac{3M}{n}\right) = \left[2,\frac{3(5)}{5}\right) = [2,3)$
4	$\left[\frac{3M}{n},\frac{4M}{n}\right) = \left[3,\frac{4(5)}{5}\right) = [3,4)$
5	$\left[\frac{4M}{n},M\right] = [4,5]$

Berdasarkan Tabel 4.1, data yang telah diperoleh yaitu data populasi sapi perah betina, data kelahiran, dan data kematian

Dari data tersebut dapat dikelompokkan berdasarkan kelas-kelas umur sebagai berikut.

Tabel 4.2 Data Populasi Sapi Perah Betina Tahun 2021

Kelas Umur (i)	Interval Umur (Tahun)	Populasi Sapi Perah Betina pada kelas umur i $\left(x_i^{(0)}\right)$	Kelahiran Sapi Perah Betina (A_i)	Kematian Sapi Perah Betina (B_i)
1	$0-1$	25	0	1
2	$1-2$	7	3	1
3	$2-3$	20	19	0
4	$3-4$	23	3	1

5	$4-5$	4	0	0
6	$5+$	1	0	0

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh populasi awal sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo yaitu sejumlah 80 ekor, populasi kelahiran sapi perah betina sebanyak 25 ekor, dan sapi perah yang mati berjumlah 3 ekor.

Berdasarkan data sapi perah betina yang diperoleh, dibagi menjadi 6 interval kelas umur yaitu interval kelas umur $0-1$, umur $1-2$, umur $2-3$, umur $3-4$, umur $4-5$, dan karena masih ada sapi perah betina yang berumur diatas 5 tahun maka terdapat interval kelas umur 5 tahun ke atas. Adapun vektor distribusi umur awal $\left(x^{(0)}\right)$ yang digunakan adalah data jumlah sapi perah betina yang diperoleh.

4.2.3 Menentukan Vektor Distribusi Umur Awal

Vektor distribusi awal merupakan vektor kolom ketika $k = 0$. Sehingga dari data populasi sapi perah betina dapat dibentuk vektor kolom sebagai berikut.

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} {x_1}^{(0)} \\ {x_2}^{(0)} \\ {x_3}^{(0)} \\ {x_4}^{(0)} \\ {x_5}^{(0)} \\ {x_6}^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$x^{(0)} = \begin{bmatrix} 25 \\ 7 \\ 20 \\ 23 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi, Vektor kolom $x^{(0)} = \begin{bmatrix} 25 \\ 7 \\ 20 \\ 23 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ merupakan vektor distribusi umur awal.

4.2.4 Menentukan Nilai Tingkat Kesuburan Populasi Betina

Berdasarkan Tabel 4.2 diketahui bahwa populasi sapi betina yang lahir sebanyak 25 ekor. Dari data tersebut dapat diperoleh nilai tingkat kesuburan sapi perah betina. Dari definisi nilai tingkat kesuburan sapi perah betina didapat persamaan (4.1) sebagai berikut.

$$a_i = \frac{A_i}{x_i^{(0)}}$$

sehingga diperoleh:

$$a_1 = \frac{A_1}{x_1^{(0)}} = \frac{0}{25} = 0$$

$$a_2 = \frac{A_2}{x_2^{(0)}} = \frac{3}{7} = 0.429$$

$$a_3 = \frac{A_3}{x_3^{(0)}} = \frac{19}{20} = 0.950$$

$$a_4 = \frac{A_4}{x_4^{(0)}} = \frac{3}{23} = 0.130$$

$$a_5 = \frac{A_5}{x_5^{(0)}} = \frac{0}{4} = 0$$

$$a_6 = \frac{A_6}{x_6^{(0)}} = \frac{0}{1} = 0$$

Berdasarkan perhitungan tingkat kesuburan (a_i) sapi perah betina pada kelas umur pertama yaitu 0, kelas umur kedua 0.429, kelas umur ketiga 0.950, kelas umur keempat 0.130, kelas umur kelima dan keenam adalah 0.

4.2.5 Menentukan Nilai Tingkat Ketahanan Hidup Populasi Betina

Berdasarkan Tabel 4.2 diketahui bahwa populasi sapi betina yang mati sebanyak 3 ekor. Dari data tersebut dapat diperoleh nilai tingkat ketahanan hidup sapi perah betina. Dari definisi nilai tingkat ketahanan hidup populasi sapi perah betina didapat persamaan (4.8) sebagai berikut

$$b_i = 1 - \frac{B_i}{x_i^{(0)}}$$

sehingga diperoleh:

$$b_1 = 1 - \frac{B_1}{x_1^{(0)}} = 1 - \frac{1}{25} = 1 - 0.04 = 0.960$$

$$b_2 = 1 - \frac{B_2}{x_2^{(0)}} = 1 - \frac{1}{7} = 1 - 0.143 = 0.857$$

$$b_3 = 1 - \frac{B_3}{x_3^{(0)}} = \frac{0}{20} = 1 - 0 = 1$$

$$b_4 = 1 - \frac{B_4}{x_4^{(0)}} = \frac{1}{23} = 1 - 0.130 = 0.870$$

$$b_5 = 1 - \frac{B_5}{x_5^{(0)}} = 1 - \frac{0}{4} = 1 - 0 = 1$$

$$b_6 = 1 - \frac{B_6}{x_6^{(0)}} = 1 - \frac{0}{1} = 1$$

Adapun tingkat ketahanan hidup (b_i) sapi perah betina pada kelas umur pertama yaitu 0.960, kelas umur kedua 0.857, kelas umur ketiga 1, kelas umur keempat 0.870, kelas umur kelima dan keenam adalah 1.

4.2.6 Membentuk Matriks Leslie

Setelah diketahui nilai dai tingkat kesuburan (a_i) dan ketahanan hidup (b_i) popuasi sapi perah betina, maka dapat dibentuk matriks Leslie. Adapun nilai a_i dan b_i pada tiap-tiap interval umur sebagai berikut.

Tabel 4.3 Tingkat Kesuburan dan Ketahanan Hidup Sapi Perah Betina 2021

Kelas Umur	Tingkat Kesuburan (a_i)	Tingkat Ketahanan Hidup (b_i)
1	0	0.960
2	0.429	0.857
3	0.950	1
4	0.130	0.870
5	0	1
6	0	1

Berdasarkan data tingkat kesuburan dan ketahanan hidup dari sapi perah betina maka dapat dibentuk matriks Leslie dengan ukuran 6×6. Sehingga matriks Leslie dari sapi perah betina sebagai berikut.

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0.429 & 0.950 & 0.130 & 0 & 0 \\ 0.960 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.857 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.870 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

dimana entri dari baris pertama adalah tingkat kesuburan sapi perah betina, entri dari subdiagonal utamanya adalah tingkat ketahanan hidup dari sapi perah betina dan entri lainnya bernilai nol.

4.2.7 Menghitung Prediksi Populasi Sapi Perah Betina

Untuk memprediksi populasi sapi perah betina pada tahun 2022, maka dapat diketahui bahwa $k = 1$ yang berarti satu tahun mendatang dan $x^{(0)}$ adalah populasi sapi perah betina tahun 2021 sebagai populasi awal. Maka digunakan persamaan (4.9)

$$x^{(1)} = Lx^{(0)}$$

artinya untuk memperoleh populasi sapi perah betina dengan $k = 1$ dengan mensubstitusikan matriks L (4.1) dan Vektor disribusi umur awal ke persamaan

$$x^{(1)} = Lx^{(0)}$$

Maka diperoleh

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.429 & 0.950 & 0.130 & 0 & 0 \\ 0.960 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.857 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.870 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 7 \\ 20 \\ 23 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 + 3.003 + 19 + 2.99 + 0 + 0 \\ 24 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 5.999 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 0 + 20 + 0 + 0 + 0 \\ 0 + 0 + 0 + 20.01 + 0 + 0 \\ 0 + 0 + 0 + 0 + 4 + 0 \end{bmatrix}$$

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 24.993 \\ 24 \\ 5.999 \\ 20 \\ 20.01 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 24 \\ 5 \\ 20 \\ 20 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil dari $x^{(1)}$ yaitu jumlah populasi sapi perah betina dengan $k = 1$ diperoleh jumlah populasi sapi perah betina pada interval kelas umur $0 - 1$ tahun adalah 24 ekor, $1 - 2$ tahun berjumlah 24 ekor, $2 - 3$ tahun berjumlah 5 ekor, $3 - 4$ tahun berjumlah 20 ekor, $4 - 5$ tahun berjumlah 20 ekor, dan 5 tahun keatas

berjumlah 4 ekor. Selanjutnya, prediksi total dari jumlah sapi perah betina pada tahun 2022 dapat dihitung dengan menjumlahkan populasi pada tiap interval yaitu $24 + 24 + 5 + 20 + 20 + 4 = 97$ ekor. Jadi, prediksi populasi sapi perah betina pada tahun 2022 di peternakan sapi perah Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen dengan menggunakan matriks Leslie yaitu 97 ekor dengan peningkatan sebanyak 17 ekor dari tahun sebelumnya.

4.2.8 Prediksi Laju Pertumbuhan Sapi Perah Betina

Laju pertumbuhan merupakan kecepatan pertambahan dari pertumbuhan. Laju pertumbuhan bisa saja meningkat, menurun, atau tetap. Untuk mengetahui laju pertumbuhan dari sapi perah betina, dapat digunakan matriks Leslie yaitu dengan menghitung nilai eigen dari matriks Leslie tersebut. Matriks Leslie yang digunakan sama dengan matriks Leslie (4.1). Untuk menghitung nilai eigen dari matriks L digunakan persamaan

$$p(\lambda) = |\lambda I - L|$$

Dengan keterangan I merupakan matriks identitas dan L merupakan matriks Leslie yang digunakan. Selanjutnya, substitusikan L ke persamaan $p(\lambda)$, diperoleh

$$p(\lambda) = \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0.429 & 0.950 & 0.130 & 0 & 0 \\ 0.960 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.857 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.870 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right|$$

$$p(\lambda) = \left| \lambda \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0.429 & 0.950 & 0.130 & 0 & 0 \\ 0.960 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.857 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.870 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right|$$

$$p(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda & -0.429 & -0.950 & -0.130 & 0 & 0 \\ -0.960 & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.857 & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.870 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \lambda \end{vmatrix}$$

$p(\lambda) = \lambda^6 - 0.41184\lambda^4 - 0.781584\lambda^3 - 1069536\lambda^2$

persamaan karakteristik dari matriks L yaitu

$$\lambda^6 - 0.41184\lambda^4 - 0.781584\lambda^3 - 1069536\lambda^2 = 0$$

dari persamaan karakteristik tersebut, dapat dihitung nilai eigen dengan menggunakan aplikasi maple dan didapat nilai-nilai eigennya, yaitu $\lambda_1 = 1.1, \lambda_2 = -0.148, \lambda_3 = 0.476 - 0.657I, \lambda_4 = 0.476 + 0.657I$. Berdasarkan definisi 2.2 nilai eigen dominan dari matriks L (4.1) adalah $\lambda_1 = 1.1$. Karena $\lambda_1 = 1.1$ lebih besar dari 1 akibatnya nilai eigen tersebut menunjukkan bahwa laju pertumbuhan sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo tahun 2022 diprediksi meningkat.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dan pembahasan, maka dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Proses matriks Leslie dalam meprediksi pertumbuhan populasi yaitu jika diketahui distribusi umur awal dari populasi sapi perah betina yaitu $x^{(0)}$ dan matriks Leslie L, maka dapat ditentukan distribusi umur sapi perah betina pada sebarang waktu di masa depan dan nilai eigen dari matriks Leslie digunakan untuk memprediksi laju pertumbuhannya.
2. Hasil penerapan matriks Leslie menunjukkan bahwa populasi sapi perah betina di peternakan sapi perah Pak Mulyo Desa Sawahan Kecamatan Turen tahun 2022 adalah 97 ekor dengan peningkatan sebanyak 17 ekor dari tahun sebelumnya dengan nilai eigen matriks Leslie yang diperoleh menunjukkan bahwa prediksi laju pertumbuhannya cenderung meningkat.

5.2 Saran

Dengan penelitian ini populasi dan laju pertumbuhan sapi perah betina di peternakan Pak Mulyo satu tahun kedepan sudah dapat diketahui. Untuk penelitian selanjutnya diharapkan kepada peneliti yang ingin memprediksi jumlah populasi dan laju pertumbuhan suatu populasi mengunakan metode ini dengan mencoba menggunakan populasi hewan ternak yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Quran dan Terjemahnya. 1998. Al Basyir. Semarang: ASY-SYIFA'

'Imrona, Mahmud. 2002. *Aljabar Linier Elementer*. Bandung.

Aini, Qurrotul. dan Meinarini C. U. 2013. *Aljabar Linear Dasar: dilengkapi Program MATLAB dan Penerapannya*. Jakarta.

Anggreini, Dewi. Candra. 2017. *Leslie Matrix Application in Determining Number and Growth Rate of Female Population*. PROC. INTERNAT. CONF. SCI. ENGIN. Vol. 1. Pages 165-170.

Anton, H. Rorres. 2005. *Elementery Linear Algebra Aplication Version*. Ninth Edition.

Anton, Howard. 2010. *Dasar-dasar Aljabar Linear*. Syarifudin,editor. Jakarta:BINARUPA AKSARA Publisher.

Pratama Y., Pribahandoyo B., dan Kusumasturi N. 2013. *Aplikasi Matriks Leslie untuk Memprediksi Jumlah dan Laju Pertumbuhan Suatu Populasi*. (Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya). volume 02, no. 3, Hal. 163-172.

Sari K., Ening A., Handewi P.S. 2020. *Pengembangan Usaha Ternak Sapi Perah Rakyat di Era Normal Baru.* Hal. 230-238.

Putri, Elisa. 2016. *"Kualitas Protein Susu Segar Berdasarkan Waktu Prnyimpanan"*. Chempublish journal volume 1, no 2.

Nurmalasari.2014. *"Pengaruh Kualitas Pelayanan dan Citra terhadap Kepuasan Mahasiswa pada Akademi Kebidanan Aisyiyah Pontianank."* Jurnal Katulistiwa Informatika. Volume 2 no 2.

Qardhawi, Y. 1998. *Rasul Sumber Ilmu Pengetahuan*. Jakarta: Gema Insani Press.

Husnul, Nisak dkk. 2020. *Statistik Deskriptif*. Unpam Press.

LAMPIRAN-LAMPIRAN

Lampiran 1: Data Populasi Sapi Perah Betina

No.	Interval Umur (Tahun)	Populasi Sapi Perah Betina
1	$0-1$	25
2	$1-2$	7
3	$2-3$	20
4	$3-4$	23
5	$4-5$	4
6	$5+$	1

Lampiran 2: Data Sapi Perah Betina yang Lahir

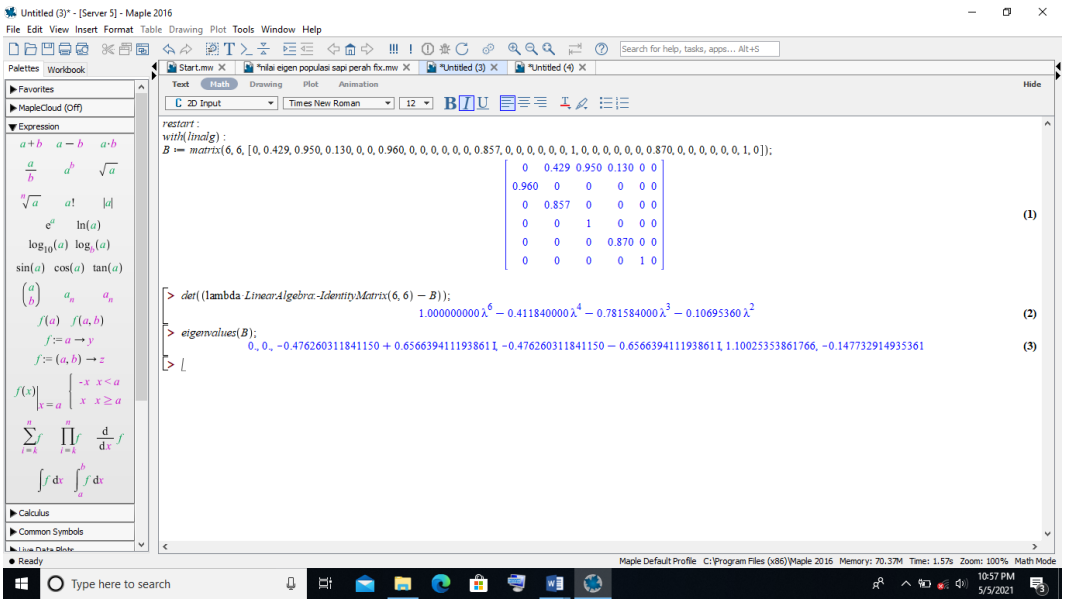
No.	Interval Umur (Tahun)	Populasi Sapi Perah Betina yang Lahir
1	$0-1$	0
2	$1-2$	3
3	$2-3$	19
4	$3-4$	3
5	$4-5$	0
6	$5+$	0

Lampiran 3: Data Spi Perah Betina yang Mati

No.	Interval Umur (Tahun)	Populasi Sapi Perah Betina yang Mati
1	$0-1$	1
2	$1-2$	1
3	$2-3$	0

4	3 – 4	1
5	4 – 5	0
6	5 +	0

Lampiran 4: Output Nilai Eigen



RIWAYAT HIDUP

Isni Farokhi, lahir di Kabupaten Malang pada tanggal 28 Mei 1998. Mahasiswi yang biasa dipanggil Isni tinggal di Desa Sepanjang RT 02 / RW 02 Kec. Gondanglegi Kab. Malang. Anak kedua dari tiga bersaudara terlahir dari pasangan Bapak Rofiqul A'la dan Ibu Milatul Murdiyah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di MI Mambaul Ulum Sepanjang lulus pada tahun 2011. Selanjutnya, pendidikan di SMP Hasanuddin Sepanjang lulus pada tahun 2014. Setelah lulus dari SMP Hasanuddin Sepanjang melanjutkan pendidikan di MA Khairuddin Gondanglegi dengan dan lulus tahun 2017. Setelah lulus, dia melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SNMPTN dan mengambil Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

Selama menjadi mahasiswa ia berperan aktif pada organisasi intra kampus yaitu Al Farazi (Komunitas Tahfidz dan Bahasa Arab Program Studi Matematika) dan ekstra kampus dalam rangka mengembangkan kompetensi non akademiknya.

KEMENTRIAN RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp/Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Isni Farokhi
NIM : 17610041
Fakultas/ Program Studi : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Penerapan Matriks Leslie pada Pertumbuhan Populasi Sapi Perah Betina (Studi Kasus: Usaha Ternak Sapi Perah Pak Mulyo Turen)

Pembimbing I : Dewi Ismiarti, M. Si
Pembimbing II : Erna Herawati, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1.	12 Maret 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan	1.	
2.	01 April 2021	Konsutasi Bab I & Bab II		2.
3.	26 April 2021	Revisi Bab I & Bab II	3.	
4.	06 Mei 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan		4.
5.	07 Mei 2021	Konsultasi Bab III	5.	
6.	15 Oktober 2021	Revisi Kajian Keagamaan		6.
7.	29 Oktober 2021	Konsultasi Bab III dan IV	7.	
8.	05 November 2021	Konsultasi Bab IV		8.
9.	12 November 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan	9.	
10.	19 November 2021	Revisi Bab IV		10.
11.	30 November 2021	ACC Kajian Keagamaan	11.	
12.	30 November 2021	ACC Keseluruhan		12.

Malang, 30 November 2021
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005