BILANGAN DOMINASI TOTAL PADA GRAF TIDAK KOMUTATIF DARI GRUP QUATERNION DIPERUMUM

SKRIPSI

OLEH
UMI ROSYIDAH
NIM. 17610018

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

BILANGAN DOMINASI TOTAL PADA GRAF TIDAK KOMUTATIF DARI GRUP QUATERNION DIPERUMUM

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Umi Rosyidah
NIM. 17610018

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

BILANGAN DOMINASI TOTAL PADA GRAF TIDAK KOMUTATIF DARI GRUP QUATERNION DIPERUMUM

SKRIPSI

Oleh
Umi Rosyidah
NIM. 17610018

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 9 Desember 2021

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	Dewi Ismiarti, M.Si
NIDT. 19870218 20160801 1 056	NIDT. 19870505 20160801 2 058

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, S.Pd. M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

BILANGAN DOMINASI TOTAL PADA GRAF TIDAK KOMUTATIF DARI GRUP QUATERNION DIPERUMUM

SKRIPSI

Oleh
Umi Rosyidah
NIM. 17610018

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana (S.Mat)
Tanggal 10 Desember 2021

Penguji Utama	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Ketua Penguji	:	Muhammad Khudzaifah, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Dewi Ismiarti, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, S.Pd. M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Umi Rosyidah

NIM : 17610018

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Bilangan Dominasi Total pada Graf Tidak Komutatif dari Grup Quaternion Diperumum

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai tulisan saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil diplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Desember 2021
Yang membuat pernyataan,

Umi Rosyidah
NIM. 17610018

MOTO

“Ingatlah Allah saat hidup tak berjalan sesuai keinginanmu.
Allah pasti punya jalan yang lebih baik untukmu”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Zainal Arifin dan ibunda Latifah tercinta yang selalu berjuang tanpa lelah hingga saat ini, memberikan do’a tulus, semangat, nasihat dan kasih sayang di setiap langkah penulis untuk terus berusaha menjadi yang lebih baik.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik dan hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Sholawat serta salam tetap tercurahkan kepada Nabi Besar Muhammad SAW yang telah menunjukkan kepada manusia jalan yang terang (Islam).

Dalam proses penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, arahan dan dukungan baik dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A., selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, arahan, nasihat dan motivasi kepada penulis.
5. Dewi Ismiarti, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, arahan, nasihat dan motivasi kepada penulis.
6. Dr. Abdussakir, M.Pd. dan Muhammad Khudzaifah, M.Si., selaku penguji yang telah membimbing dan mengarahkan penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Seluruh dosen Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah sabar dan ikhlas dalam mendidik dan memberikan ilmu kepada penulis.
8. Orang tua dan seluruh keluarga yang selalu memberikan doa, semangat, nasihat dan motivasi kepada penulis.

9. Teman-teman di Program Studi Matematika Angkatan 2017, atas pengalaman berharga yang dilalui bersama.

Akhir kata, semoga segala kebaikan dan pertolongan semuanya mendapat rahmat dan karunia-Nya. Selain itu, semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi para pembaca khususnya mahasiswa Program Studi Matematika.

Wassalamu'alaikum Warahmatullah Wabarakatuh

Malang, 20 Desember 2021

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Rosyidah, Umi, 2021. **Bilangan Dominasi Total Pada Graf Tidak Komutatif Dari Grup Quaternion Diperumum.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si, (II) Dewi Ismiarti, M.Si.

Kata kunci: Bilangan Dominasi Total, Graf Tidak Komutatif, Grup Quaternion Diperumum.

Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf berorder n. Diberikan dua titik u dan v pada graf G, titik u mendominasi titik v jika titik v berada pada lingkungan tertutup $N[u]$ atau $v \in N[u]$. Suatu himpunan titik S pada graf $G(V, E)$ disebut himpunan dominasi total jika untuk setiap titik $u, v \in S$ maka titik u dan v saling terhubung langsung di subgraf terinduksi S dari G yang dinotasikan $G[S]$ sehingga tidak terdapat titik yang terisolasi. Kardinalitas minimum dari himpunan dominasi total di G disebut bilangan dominasi total dari G dan dinotasikan dengan $\gamma_t(G)$. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan formula umum bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum berorder $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Penelitian ini diawali dengan menentukan elemen dari grup quaternion diperumum Q_{4n} yang tidak komutatif, kemudian dibentuk representasi graf tidak komutatif $\Gamma(Q_{4n})$. Selanjutnya, mencari himpunan dominasi totalnya untuk menentukan bilangan dominasi total dari setiap graf tidak komutatif dan merumuskan dugaan. Hasil penelitian ini adalah bilangan dominasi total graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{4n} adalah $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

ABSTRACT

Rosyidah, Umi, 2021. **On The Total Domination Number of Non-Commuting Graph of the Generalized Quaternion Group.** Thesis. Department of Matematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si, (II) Dewi Ismiarti, M.Si.

Keywords: Total Domination Number, Non-Commuting Graph, Generalized Quaternion Group.

Let $G = (V, E)$ be a graph of order n. Given two vertices u and v on G, vertex u dominates vertex v if vertex v is in a closed neighborhood $N[u]$ or $v \in N[u]$. A set of vertices S in the graph $G(V, E)$ is called the total dominance set if for every vertex $u, v \in S$ then, the vertices u and v are adjacent in the induced subgraph S of G, denoted $G[S]$, so that has no isolated vertices. The minimum cardinality of the total dominance set in G is called the total dominance number of G and is denoted by $\gamma_t(G)$. This study aims to determine the general formula of the total dominance number of a non-commuting graph of a generalized quaternion group of order $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. This research begins by determining the elements of the quaternion group in general Q_{4n} which are non-commuting, then forming a non-commuting graph representation $\Gamma(Q_{4n})$. Next, look for the total dominance set to determine the total dominance number of each non-commuting graph and formulate the conjecture. The result of this study is total dominance number of the non-commuting graph of the quaternion group in general Q_{4n} is $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

ملخص

رشيدة، امي. ٢٠٢١. **إجمالي أرقام الهيمنة على المخطط غير تبدلية من لمجموعات التعميم الرباعية**. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا جامعة مولانا مالك ابراهيم الاسلامية الحكومية بمالانج. المشرف: (١) محمد نافع جوهري الماجستير، المشرفة: (٢) دوي اسميرتي الماجستير.

الكلمات الرئيسيه: إجمالي أرقام الهيمنة، مخطط غير تبدلية، لمجموعات التعميم الرباعية.

ليكن $G = (V, E)$ مخطط مرتب n . بالنظر الى نقطتين u و v على مخطط G، تهيمن النقطة u على النقطة v إذا كانت النقطة v في جيراة مغلقة $N[u]$ أو $v \in N[u]$. مجموعة من النقاط S على مخطط $G(V, E)$ تسمى مجموعة الهيمنة الكلية إذا كانت لكل النقطة $u, v \in S$ ثم النقاط u و v مجاورتين في المستحثة المخططة الفرعية S من G يرمز اليه $G[S]$ لاجل ان لا توجد نقطة معزولة. ويطلق على الحد الأدنى من العلاقة الأساسية لمجموعة ا الهيمنة الكلية في G تسمى إجمالي أرقام الهيمنة من G ويرمز اليه $\gamma_t(G)$. تهدف هذه الدراسة إلى ايجاد الصيغة العامة لي إجمالي أرقام الهيمنة على المخطط غير تبدلية من لمجموعات التعميم الرباعية بالترتيب $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. الخطوة الاولى يسبك عناصر من مجموعة التعميم الرباعية Q_{4n} التي تم تعميمها غير تبدلية ثم يتالف تمثيل مخطط غير تبدلية $\Gamma(Q_{4n})$. البحث التالي مجموعة الهيمنة الكلية لتحديد إجمالي أرقام الهيمنة من كل مخطط غير تبدلية و يسبك التخمين. نتيجة هذه الدراسة هي إجمالي أرقام الهيمنة على المخطط غير تبدلية من لمجموعة التعميم الرباعية Q_{4n} هي $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ilmu pengetahuan dan teknologi merupakan dua unsur yang saling berhubungan satu sama lain. Ilmu merupakan sumber pengetahuan bagi setiap manusia dan dengan adanya ilmu maka munculah berbagai ide dan gagasan. Adapun teknologi merupakan suatu pengaplikasian dari ilmu yang sudah dipelajari dan direpresentasikan dalam hasil yang nyata dan lebih canggih sehingga dapat mendorong manusia untuk berkembang lebih maju lagi.

Ilmu matematika merupakan ilmu dasar untuk berpola pikir secara logis, dikarenakan struktur dan metodenya berpusat pada pola pikir (logika matematika). James dan James (1976) mengatakan di bukunya *Mathematics Dictionary* bahwa matematika merupakan ilmu yang membahas tentang logika yakni mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang terbagi ke dalam tiga bidang yaitu aljabar, analisis dan geometri.

Sebagai umat Islam harus menyadari bahwa dasar filosof untuk mengembangkan ilmu pengetahuan dapat dikaji dalam al-Qur'an tentang pola pikir matematika secara logis. Sebagaimana firman Allah SWT dalam al-Qur'an surah al-Baqarah ayat 165:

وَمِنَ النَّاسِ مَنْ يَتَّخِذُ مِنْ دُونِ اللَّهِ أَنْدَادًا يُحِبُّونَهُمْ كَحُبِّ اللَّهِ ۖ وَالَّذِينَ آمَنُوا أَشَدُّ حُبًّا لِلَّهِ ۗ وَلَوْ يَرَى الَّذِينَ ظَلَمُوا إِذْ يَرَوْنَ الْعَذَابَ أَنَّ الْقُوَّةَ لِلَّهِ جَمِيعًا وَأَنَّ اللَّهَ شَدِيدُ الْعَذَابِ

Artinya :

"*Dan di antara manusia ada orang yang menyembah tuhan selain Allah sebagai tandingan, yang mereka cintai seperti mencintai Allah. Adapun orang-orang yang beriman sangat besar cintanya kepada Allah. Sekiranya orang-orang* *yang berbuat zalim itu mengetahui ketika mereka melihat azab (pada hari kiamat), bahwa kekuatan itu semuanya milik Allah dan bahwa Allah sangat berat azab-Nya (niscaya mereka menyesal).”*

Dalam tafsir Ibnu Katsir dijelaskan bahwa dengan berbagai bentuk argumentasi yang dilontarkan, orang-orang musyrik tersebut masih saja ada yang menjadikan selain Allah SWT sebagai Tuhannya. Maka Allah SWT pun telah menyebutkan keadaan orang-orang musyrik di dunia dan siksaan yang akan diterima di akhirat kelak atas perbuatan mereka menjadikan sekutu dan tandingan bagi-Nya dan dijadikan sebagai sesembahan selain-Nya dan mencintainya seperti mencintai Allah SWT. Padahal Dia adalah Allah SWT, tiada yang hak selain Dia, yang tiada tandingan dan sekutu bagi-Nya. Adapun orang-orang yang beriman dan sangat cinta kepada Allah SWT, mereka mengakui keesaan Allah SWT, tidak menyekutui-Nya dan beribadah hanya kepada-Nya semata. Oleh karena itu, orang-orang beriman menerima bahwa hukum itu hanyalah milik-Nya semata dan segala sesuatu berada di bawah kekuasaan-Nya. Sedangkan orang-orang musyrik akan sadar jikalau pada dirinya datang malapetaka berupa adzab yang mengerikan akibat kemusyrikan mereka lalu mencari perlindungan kepada Allah SWT. Andai mereka tahu bahwa manusia yang menganiaya diri mereka sendiri akan mendapatkan siksaan di hari kelak nanti, saat semuanya tunduk pada-Nya, pasti mereka akan menghentikan kejahatan dan dosa mereka.

Ayat tersebut menjelaskan bahwa seseorang yang sanggup berpikir secara logis akan mengakui bahwa keberadaan Allah SWT itu memanglah benar. Sesuai dengan bukti dan kebenaran-Nya dengan apa yang telah terjadi dan dirasakan di dunia. Tetapi mereka yang tidak berpikir secara logis menganggap bahwa selain Allah SWT sebagai tuhan mereka dan menyembahnya seperti menyembah Allah

SWT. Mereka akan menyadari perbuatannya di saat mereka ditimpakan malapetaka berupa adzab yang begitu pedih, dan setelah itu mencari perlindungan kepada Allah SWT. Ayat tersebut juga mendorong umat Islam dalam meningkatkan penelitian terhadap hukum-hukum Islam atau hukum Allah SWT yang sering dilakukan oleh para ulama.

Berdasarkan ayat tersebut manusia telah berhasil mengolah akal pikiran sehingga mereka bisa lebih memahami pentingnya berfikir dengan logika. Hal itu merupakan bentuk pengaplikasian ilmu matematika dalam kehidupan sehari-hari. Selain itu, Ilmu matematika juga dapat diaplikasikan ke bidang seperti fisika, biologi, kimia dan kedokteran. Bahkan hampir semua bidang terdapat ilmu matematika sehingga dapat dikatakan bahwa ilmu matematika merupakan sumber pokok untuk semua bidang ilmu pengetahuan.

Graf merupakan salah satu cabang dalam ilmu matematika yang sering digunakan untuk mempermudah suatu penyelesaian masalah sehingga setiap problematika dapat dijelaskan secara lebih sederhana. Menurut Chartarnd dkk. (2016) dalam buku Graphs and Digraphs bahwa graf terdiri dari suatu himpunan berhingga tak kosong dari himpunan titik V dan himpunan sisi E merupakan himpunan yang mungkin kosong dari dua pasangan tak berurutan dari titik-titik yang berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi.

Salah satu topik dalam bidang matematika yang dapat dihubungkan ke dalam teori graf adalah grup quaternion diperumum Q_{4n}. Grup tersebut merupakan suatu grup yang berorder $4n$ untuk suatu $n \geq 2$ dan n adalah bilangan asli dengan operasi perkalian. Elemen-elemen dari grup quaternion diperumum Q_{4n} adalah titik-titik yang membentuk suatu graf, salah satunya yakni graf tidak komutatif $\Gamma(Q_{4n})$. Apabila dua elemen dari grup quaternion diperumum $x, y \in Q_{4n}$ tidak saling komutatif ($x \cdot y \neq y \cdot x$), maka x dan y terhubung langsung di graf tidak komutatif (Vatandoost & Khalili, 2018).

Misalkan G adalah suatu graf yang terdiri atas himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Himpunan dominasi adalah suatu himpunan bagian S dari himpunan titik $V(G)$ sedemikian sehingga setiap titik di luar S bertetangga dengan setidaknya satu titik di S. Kardinalitas terkecil dari himpunan dominasi disebut bilangan dominasi dari graf G. Menurut V. Anithakumari & M. Padmini (2020) misalkan $S \subseteq V(G)$, maka S disebut himpunan dominasi total jika setiap titik $v \in V(G)$ terhubung langsung dengan elemen di S. Suatu himpunan S pada graf adalah himpunan dominasi total jika dan hanya jika graf $G[S]$ tidak memiliki titik yang terisolasi. Kardinalitas terkecil dari himpunan dominasi total disebut bilangan dominasi total dari graf G.

Beberapa penelitian mengenai bilangan dominasi dan dominasi total di antaranya adalah penelitian oleh V. Anithakumari & M. Padmini (2020) yang menjelaskan cara menentukan bilangan dominasi total dari suatu graf dan graf termodifikasi. Selain itu, penelitian oleh Xuan Long Ma dkk (2013) yang menjelaskan sifat khusus pada suatu graf siklik dari grup dihedral dan grup quaternion diperumum mengenai bilangan clique. Kemudian, penelitian oleh Vatandoost & Khalili (2018) yang menjelaskan cara menentukan bilangan dominasi pada suatu graf tidak komutatif yang dibangun oleh grup berhingga. Oleh karena itu peneliti tertarik untuk melakukan penelitian yang berjudul Bilangan Dominasi Total pada Graf Tidak Komutatif dari Grup Quaternion Diperumum Q_{4n} dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana formula bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui formula bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat berikut:

1. Sebagai pembelajaran untuk peneliti dalam memahami dan mengembangkan pengetahuan tentang teori graf dan aljabar khususnya bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum.
2. Diharapkan dapat dijadikan acuan dan tambahan pengetahuan untuk pembaca dalam melakukan penelitian lebih lanjut khususnya bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum.
3. Memberikan informasi mengenai formula dari bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini difokuskan pada bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

1.6 Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode kepustakaan. Metode ini dilakukan dengan mengkaji beberapa buku atau jurnal yang membahas tentang topik teori graf dan struktur aljabar. Adapun langkah-langkah penelitiaan ini yaitu:

1. Mendefinisikan grup Q_{4n} dan menentukan bilangan dominasi pada $\Gamma(Q_{4n})$ dari grup Q_{4n} dengan $n = 2,3,4,5$ untuk menghasilkan dugaan.
2. Menentukan anggota dari $Q_{4n}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
3. Menentukan anggota yang tidak komutatif pada $Q_{4n}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$
4. Menentukan himpunan dominasi total dari graf $\Gamma(Q_{4n}), \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ kemudian diperoleh bilangan dominasi totalnya.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistem penulisan pada penelitian ini dibagi menjadi empat bab dan setiap bab tediri dari beberapa subbab. Sistematika penulisan ini dimaksudkan agar penulisan lebih terarah dan mudah untuk dipahami. Sistematika penulisan ini yaitu:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian Pustaka berisi tentang literatur objek permasalahan. Teori yang digunakan pada penelitian adalah teori graf, bilangan dominasi, dominasi total, graf tidak komutatif.

Bab III Pembahasan

Pada pembahasan berisi penyelesaian terhadap objek permasalahan bilangan dominasi total pada graf komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{4n}.

Bab IV Penutup

Penutup berisi kesimpulan dari hasil pembahasan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Grup

Misalkan G adalah suatu himpunan tidak kosong dengan operasi biner $*$ yang didefinisikan pada unsur-unsur di G. G disebut grup terhadap operasi $*$ ditulis $(G,*)$ jika memenuhi aksioma berikut:

1. G tertutup terhadap operasi biner $*$

   Jika $a, b \in G$ maka perkalian dari $a * b \in G$.

2. Operasi biner $*$ bersifat asosiatif

   Untuk semua $a, b, c \in G$ maka $a * (b * c) = (a * b) * c$.

3. G memiliki elemen identitas e

   Ada elemen e di G sedemikian hingga $a * e = e * a = a$ untuk semua $a \in G$.

4. G memiliki invers

   Untuk setiap $a \in G$ terdapat elemen a^{-1} dan G disebut invers dari a sedemikian hingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

(Gilbert & Gilbert, 2009)

Contoh

Perhatikan bahwa himpunan bilangan bulat dinotasikan sebagai Z. Akan dibuktikan bahwa himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan $(Z, +)$ adalah grup, maka:

1. Ambil sebarang $x, y \in Z$ maka penjumlahan dari $x + y \in Z$. Jadi Z tertutup terhadap operasi +.

2. Ambil sembarang $x, y, z \in Z$. Perhatikan bahwa $x + (y + z) = (x + y) + z$. Jadi Z bersifat asosiatif terhadap operasi +.
3. Terdapat $0 \in Z$ sehingga $x + 0 = x = 0 + x$. Jadi 0 merupakan unsur identitas pada $(Z, +)$.
4. Untuk setiap $x \in Z$ terdapat $-x \in Z$ sehingga $x + (-x) = 0 = (-x) + x$. Jadi, setiap unsur memiliki invers di Z.

Dengan demikian, maka dapat disimpulkan bahwa $(Z, +)$ adalah grup.

Misalkan G adalah suatu grup dengan operasi biner $*$, maka G disebut grup komutatif atau grup abelian jika operasi biner $*$ bersifat komutatif yakni untuk setiap $a, b \in G$ berlaku $a * b = b * a$ (Gilbert & Gilbert, 2009).

Contoh

Diketahui himpunan bilangan bulat dengan operasi penjumlahan $(Z, +)$ adalah grup. Perhatikan bahwa untuk setiap $a, b \in Z$ maka $a + b = b + a$, oleh karena itu $(Z, +)$ adalah grup abelian.

Berikut ini adalah beberapa sifat pada grup:

1. Elemen identitas dalam G tunggal.

   Andaikan elemen identitas dalam G tidak tunggal. Misalkan e dan x adalah elemen identitas dalam G. Akan ditunjukkan bahwa haruslah $e = x$. Karena e dan x elemen identitas, maka diperoleh:

$$e * a = a * e = a, \forall a \in G$$

   atau

$$x * a = a * x = a, \forall a \in G.$$

   Pandang e sebagai elemen identitas dari G dan x sebagai elemen dalam G. Oleh karena itu maka diperoleh:

$$x * e = e * x = x.$$

Di sisi lain pandang e sebagai elemen dalam G dan x sehingga diperoleh berikut:

$$x * e = e * x = e.$$

Dari kedunya maka diperoleh:

$$e = x * e = e * x = x$$

Maka terbukti bahwa $e = x$. Sehingga terbukti bahwa elemen identitas dalam suatu grup adalah tunggal.

2. Invers dari setiap elemen dalam suatu grup tunggal.

Andaikan bahwa $x, y \in G$ keduanya merupakan invers dari suatu $a \in G$. Akan ditunjukkan bahwa $x = y$. Misal e adalah elemen identitas pada G, maka berlaku dua hal sebagai berikut:

$$a * x = x * a = e$$

atau

$$a * y = y * a = e.$$

Dari kedua persamaan tersebut maka diperoleh:

$$x = x * e = x * (a * y) = (x * a) * y = e * y = y.$$

Maka terbukti bahwa $x = y$, sehingga terbukti bahwa invers dari $a \in G$ tunggal (Hidayat, 2017).

2.1.1 Grup Berhingga

Misalkan G adalah suatu grup. Maka G disebut grup hingga jika G mempunyai anggota yang berhingga. Banyaknya anggota di G disebut order dari G dan dinotasikan $o(G)$ atau $|G|$. Jika G tidak memiliki anggota yang berhingga, maka G disebut grup tak berhingga (Gilbert & Gilbert, 2009).

Contoh

Diketahui grup $(Z_5,+)$ dengan $Z_5 = \{\overline{0},\overline{1},\overline{2},\overline{3},\overline{4}\}$ adalah grup berhingga dan memiliki order $o(Z_5) = 5$.

2.1.2 Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{4n}}$

Grup quaternion diperumum Q_{4n} adalah grup berorder $4n$ yang dibangun oleh dua elemen a,b yang dinotasikan $\langle a,b\rangle$ dengan $a^{2n}=e, b^2=a^n, b\cdot a\cdot b^{-1}=a^{-1}$ dan e adalah elemen identitas untuk $n\geq 2$ (jika $n=2$, maka $Q_{4n}=Q_8$), atau dapat ditulis

$$Q_8 = \left\langle a,b \middle| a^4=e, b^2=a^2, b\cdot a\cdot b^{-1}=a^{-1}\right\rangle.$$

Dengan kata lain, bentuk elemen dari grup quaternion diperumum Q_{4n}, yakni:

$$Q_{4n} = \{a,a^2,\dots,a^{2n-1},e,b,ab,\dots,a^{2n-1}b\} \text{ (Ma dkk, 2013).}$$

Grup quaternion diperumum $Q_{4\cdot 2} = \{1,a,a^2,a^3,b,ab,\ a^2b,a^3b\}$. Perkalian pada $Q_{4\cdot 2}$ dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Tabel Perkalian Grup Quaternion $\boldsymbol{Q_{4\cdot 2}}$

$\cdot$	1	a	a^2	a^3	b	ab	a^2b	a^3b
1	1	a	a^2	a^3	b	ab	a^2b	a^3b
a	a	a^2	a^3	1	ab	a^2b	a^3b	b
a^2	a^2	a^3	1	a	a^2b	a^3b	b	ab
a^3	a^3	1	a	a^2	a^3b	b	ab	a^2b
b	b	a^3b	a^2b	ab	a^2	a	1	a^3
ab	ab	b	a^3b	a^2b	a^3	a^2	a	1
a^2b	a^2b	ab	b	a^3b	1	a^3	a^2	a
a^3b	a^3b	a^2b	ab	b	a	1	a^3	a^2

2.1.3 Center Grup

Misalkan G adalah grup dengan operasi biner $\cdot$, center dari G didefinisikan sebagai $Z(G) = \{g \in G | g \cdot x = x \cdot g, \forall\, x \in G\}$ yang artinya center dari G merupakan suatu himpunan yang elemen-elemennya komutatif dengan semua elemen dari G (Dummit & Foote , 2004)

Contoh:

Misalkan $Q_8 = \{1, a, a^2, a^3, b, ab, a^2b, a^3b\}$ adalah grup quaternion diperumum order 8. Tentukan $Z(Q_8)$.

Jawab:

Diketahui $Q_8 = \{1, a, a^2, a^3, b, ab, a^2b, a^3b\}$, maka diperoleh:

$1 \in Q_8$, maka $1 \cdot x = x \cdot 1, \forall x \in Q_8$.

$a \in Q_8$, maka:

$a \cdot a = a^2 = a \cdot a$

$a \cdot a^2 = a^3 = a^2 \cdot a$

$a \cdot a^3 = 1 = a^3 \cdot a$

$a \cdot b \neq b \cdot a$

$a \cdot ab \neq ab \cdot a$

$a \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a$

$a \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a$

$a^2 \in Q_8$, maka:

$a^2 \cdot a = a^3 = a^2 \cdot a$

$a^2 \cdot a^2 = 1 = a^2 \cdot a^2$

$a^2 \cdot a^3 = a = a^3 \cdot a^2$

$a^2 \cdot b = a^2b = b \cdot a^2$

$a^2 \cdot ab = a^3b = ab \cdot a^2$

$a^2 \cdot a^2b = b = a^2b \cdot a^2$

$a^2 \cdot a^3b = ab = a^3b \cdot a^2$

$a^3 \in Q_8$, maka:

$a^3 \cdot a = 1 = a \cdot a^3$

$a^3 \cdot a^2 = a = a^2 \cdot a^3$

$a^3 \cdot a^3 = a^2 = a^3 \cdot a^3$

$b \in Q_8$, maka:

$b \cdot a \neq a \cdot b$

$b \cdot a^2 = a^2b = a^2 \cdot b$

$b \cdot a^3 \neq a^2 \cdot b$

$a^3 \cdot b \neq b \cdot a^3$

$a^3 \cdot ab \neq ab \cdot a^3$

$a^3 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^3$

$a^3 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^3$

$b \cdot b = a^2 = b \cdot b$

$b \cdot ab \neq ab \cdot b$

$b \cdot a^2b = 1 = a^2b \cdot b$

$b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot b$

$ab \in Q_8$, maka:

$ab \cdot a \neq a \cdot ab$

$ab \cdot a^2 = a^3b = a^2 \cdot ab$

$ab \cdot a^3 \neq a^3 \cdot ab$

$ab \cdot b \neq b \cdot ab$

$ab \cdot ab = a^2 = ab \cdot ab$

$ab \cdot a^2b \neq a^2b \cdot ab$

$ab \cdot a^3b \neq a^3b \cdot ab$

$a^2b \in Q_8$, maka:

$a^2b \cdot a \neq a \cdot a^2b$

$a^2b \cdot a^2 = b = a^2 \cdot a^2b$

$a^2b \cdot a^3 \neq a^3 \cdot a^2b$

$a^2b \cdot b = 1 = b \cdot a^2b$

$a^2b \cdot ab \neq ab \cdot a^2b$

$a^2b \cdot a^2b = a^2 = a^2b \cdot a^2b$

$a^2b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2b$

$a^3b \in Q_8$, maka:

$a^3b \cdot a \neq a \cdot a^3b$

$a^3b \cdot a^2 = ab = a^2 \cdot a^3b$

$a^3b \cdot a^3 \neq a^3 \cdot a^3b$

$a^2b \cdot b \neq b \cdot a^2b$

$a^3b \cdot ab = 1 = ab \cdot a^3b$

$a^3b \cdot a^2b = a^3 = a^2b \cdot a^3b$

$a^3b \cdot a^3b = a^2 = a^3b \cdot a^3b$

Dengan demikian maka diperoleh $Z(Q_8) = \{1, a^2\}$.

2.2 Graf

Graf G merupakan pasangan $V(G)$ dan $E(G)$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik yang berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari G masing-masing cukup ditulis p dan q. Graf dengan order p dan ukuran q dapat disebut graf (p, q) (Abdussakir dkk, 2009).

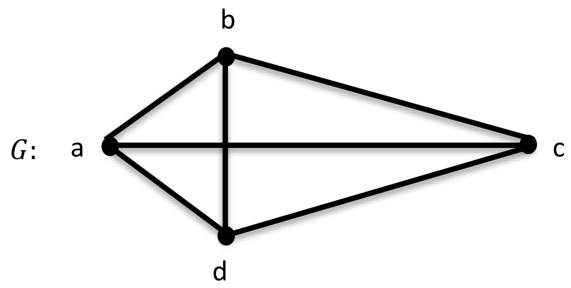
Perhatikan suatu graf G yang memuat semua himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ seperti berikut.

$$V(G) = \{a, b, c, d\}$$

dan

$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, c)\}$$

Graf G tersebut secara lebih jelas dapat digambar sebagai berikut.



Gambar 2.1 Graf ***G***

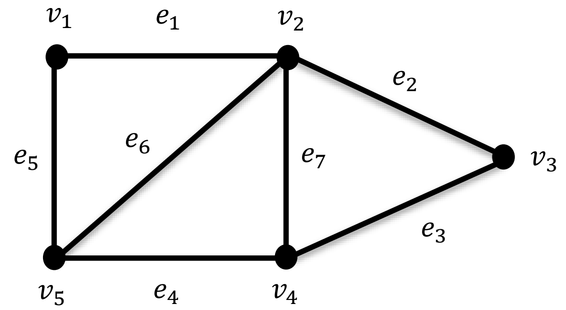
2.2.1 Subgraf

Misalkan G adalah graf, graf S disebut subgraf dari graf G jika $V(S) \subseteq V(G)$ dan $E(S) \subseteq E(G)$ dan ditulis $S \subseteq G$. Jika S adalah subgraf dari G, maka G supergraf dari S. Subgraf S dari graf G yang memiliki himpunan titik yang sama dengan G atau $V(S) = V(G)$, disebut subgraf merentang (spanning subgraph). Jika $H \subseteq V(G)$, maka G diinduksi titik oleh H jika terdapat titik u dan v di $V(H)$ dan saling terhubung langsung pada subgraf terinduksi titik H dari G yang dinotasikan $G[H]$ jika dan hanya jika titik u dan v saling terhubung langsung di

G. Subgraf S dari graf G disebut subgraf terinduksi titik jika terdapat $H \subseteq V(G)$ sedemikian sehingga $S = G[H]$, jadi $G[V(G)] = G$. Jika $D \subseteq E(G)$, maka G diinduksi sisi oleh D jika (u, v) terdapat pada $G[D]$ jika dan hanya jika (u, v) di G. Subgraf S dari graf G disebut subgraf terinduksi sisi jika terdapat $D \subseteq E(G)$ sedemikian sehingga $S = G[D]$, jadi $G[E(G)] = G$ jika dan hanya jika G tidak memiliki titik yang terisolasi (Chartrand dkk, 2011).

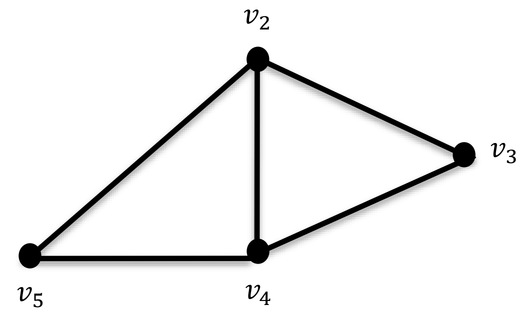
Perhatikan bahwa graf G yang memuat himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ seperti berikut:

G:



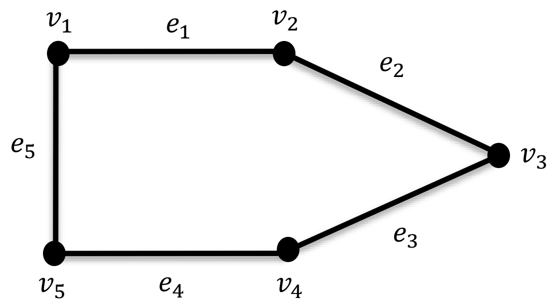
Gambar 2.2 Graf *G*

H:



Gambar 2.3 Subgraf Terinduksi Titik dari Graf ***G***

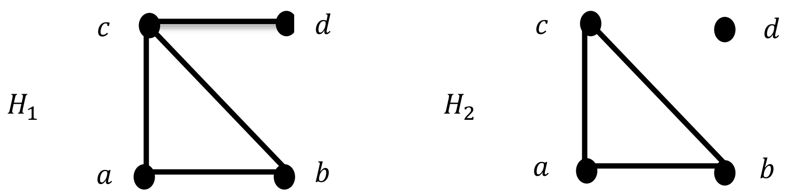
D:



Gambar 2.4 Subgraf Terinduksi Sisi dari Graf ***G***

2.2.2 Graf Terhubung dan Tidak Terhubung

Sisi uv akan dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = uv$ adalah suatu sisi di graf G, maka titik u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), kemudian titik v dan e serta titik u dan e disebut terhubung langsung (*incident*), titik u dan v disebut ujung dari sisi e (Chartrand dkk, 2016). Misalkan u dan v adalah titik yang berbeda pada graf G, maka titik u dan v dikatakan terhubung jika terdapat lintasan u-v di G. Sebaliknya, jika terdapat titik u dan v di G tetapi tidak terdapat lintasan u-v di G, maka G disebut graf tidak terhubung (Abdussakir dkk, 2009). Berikut merupakan contoh graf H_1 adalah graf terhubung dan graf H_2 adalah graf tidak terhubung.



Gambar 2.5 Graf Terhubung dan Tidak Terhubung

2.2.3 Lingkungan

Misalkan G adalah suatu graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Untuk setiap $v \in V$, lingkungan terbuka dari v adalah himpunan $N(v)$ yang isinya semua titik yang terhubung langsung dengan titik v atau

$$N(v) = \{u \in V | uv \in E\}.$$

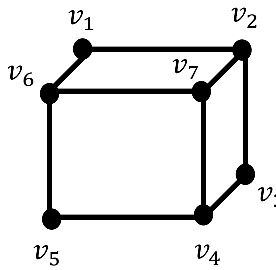
Sedangkan lingkungan tertutup dari v adalah himpunan $N[v]$ yang memuat titik v dan semua titik yang terhubung langsung dengan titik v atau ditulis

$$N[v] = N(v) \cup \{v\}.$$

(Nayaka dkk, 2017)

2.3 Bilangan Dominasi Total

Misalkan G adalah suatu graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$ dan berorder $|V(G)| = n$. Diberikan dua titik u dan v pada graf G, titik u akan mendominasi titik v jika titik v berada pada lingkungan tertutup $N[u]$ atau $v \in N[u]$. Himpunan titik S pada graf $G(V, E)$ disebut himpunan dominasi total jika setiap titik $v \in V$ bertetangga dengan unsur S. Suatu himpunan S pada graf adalah himpunan dominasi total jika dan hanya jika graf $G[S]$ tidak memiliki titik yang terisolasi. Bilangan dominasi total dari graf G dinotasikan dengan $\gamma_t(G)$ adalah kardinalitas minimum dari himpunan dominasi total di G (Anithakumari & Padmini, 2020)



Gambar 2.6 Graf G

Berdasarkan Gambar 2.6 maka diperoleh salah satu himpunan dominasi totalnya adalah $S = \{v_7, v_6, v_2\}$ dari graf G karena titik v_7 mendominasi titik v_6, v_2, v_4 sehingga $v_6, v_2, v_4 \in N[v_7]$ atau dapat dikatakan v_6, v_2, v_4 berada pada lingkungan tertutup v_7, titik v_6 mendominasi titik v_1, v_7, v_5 sehingga $v_1, v_7, v_5 \in N[v_6]$ atau dapat dikatakan v_1, v_7, v_5 berada pada lingkungan tertutup v_6, titik v_2 mendominasi titik v_1, v_3, v_7 sehingga $v_1, v_7, v_3 \in N[v_2]$ atau dapat dikatakan v_1, v_7, v_3 berada pada lingkungan tertutup v_2. Dikarenakan kardinalitas minimum dari himpunan dominasi totalnya adalah 3 sehingga bilangan dominasi totalnya yakni $\gamma_t(G) = 3$.

2.4 Graf Tidak Komutatif

Misalkan G adalah grup *non abelian*. Graf tidak komutatif dari grup G yang disimbolkan $\Gamma(G)$ adalah graf yang memiliki himpunan titik $V(G) = G\backslash Z(G)$ dengan $Z(G)$ adalah center dari G dan dua titik x dan y terhubung langsung di $\Gamma(G)$ jika dan hanya jika $xy \neq yx$ di G (Vatandoost & Khalili, 2018).

2.5 Kajian Agama

Pemborosan adalah suatu sikap yang sangat dilarang dalam Islam karena akan banyak menimbulkan ketidakseimbangan dalam sistem kehidupan setiap muslim. Boros juga merupakan suatu sifat yang cenderung pada kehidupan mewah yang manusia menggunakan hartanya secara tidak terencana dan cara hidup mewah sangatlah tidak diperbolehkan dalam islam. Sebagaiman firman Allah SWT dalam Q.S al-Isra' ayat 26:

وَأَتِ ذَا الْقُرْبَى حَقَّهُ وَالْمِسْكِينَ وَابْنَ السَّبِيلِ وَلَا تُبَذِّرْ تَبْذِيرًا

Artinya : *"Dan berikanlah kepada keluarga*-*keluarga yang dekat akan haknya kepada orang miskin dan orang yang dalam perjalanan dan janganlah kamu menghambur-hamburkan (hartamu) secara boros."*

Berdasarkan kitab Tafsir Jalalain pada ayat di atas menjelaskan untuk memberikan sebagian harta kepada keluarga dekat maupun orang miskin akan hak mereka yang membutuhkan sebagai bentuk zakat dan shodaqoh dan janganlah boros pada hal yang tidak bermanfaat. Ayat tersebut merupakan himbauan kepada seluruh ummat agar tidak boros terhadap diri sendiri dan membagikannya kepada mereka yang lebih mampu. Adapun juga kebalikannya menyalurkan infaq atau shodaqohnya kepada orang lain untuk sesuatu yang tidak benar dan bersifat berlebihan juga termasuk sifat boros terhadap lingkungan sekitar. Mengeluarkan harta dengan niat shodaqoh tentu saja baik dalam Islam, tetapi jika terlalu berlebihan dan mengganggu keuangan keluarga sehingga tidak peduli dengan dirinya sendiri juga tidak diperbolehkan dalam Islam. Sebagaimana dijelaskan dalam firman Allah Q.S al-Isra' ayat 29:

وَلَا تَجْعَلْ يَدَكَ مَغْلُوْلَةً اِلٰى عُنُقِكَ وَلَا تَبْسُطْهَا كُلَّ الْبَسْطِ فَتَقْعُدَ مَلُوْمًا مَّحْسُوْرًا

Artinya: *"Dan janganlah kamu jadikan tanganmu terbelenggu pada lehermu dan janganlah kamu terlalu mengulurkannya karena itu kamu menjadi tercela dan menyesal."*

Oleh karena itu sikap boros perlu sangat dijauhi karena sangat merugikan baik untuk diri sendiri maupun orang lain khususnya keluarga. Boros juga merupakan perbuatan yang tercela dan barang siapa yang berbuat boros maka termasuk saudara setan dan setan adalah makhluk Allah SWT yang sangat ingkar. Hal ini dijelaskan dalam Q.S al-Isra ayat 27:

اِنَّ الْمُبَذِّرِيْنَ كَانُوْٓا اِخْوَانَ الشَّيٰطِيْنِ ۗوَكَانَ الشَّيْطٰنُ لِرَبِّهٖ كَفُوْرًا

Artinya: *"Sesungguhnya pemboros-pemboros itu adalah saudara-saudara setan dan setan itu adalah sangat ingkar kepada Tuhannya."*

Dengan ini, mensyukuri nikmat Allah SWT adalah suatu keharusan agar manusia dapat lebih menghargai dan menggunakan rezeki yang Allah SWT beri dengan sebaik-baiknya dan juga mengerti batasan-batasannya tidak berlebih-lebihan untuk sesuatu yang tidak bermanfaat. Sebagaimana firman Allah SWT pada Q.S Ibrahim ayat 7:

وَإِذْ تَأَذَّنَ رَبُّكُمْ لَئِن شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ ۖ وَلَئِن كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِى لَشَدِيدٌ

Artinya: *"Dan (ingatlah juga), tatkala Tuhanmu memaklumkan, sesungguhnya jika kamu bersyukur, pasti kami akan menambah (nikmat) kepadamu dan jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), maka sesungguhnya azab-Ku sangat pedih."*

Demikianlah Allah SWT menganjurkan kepada manusia agar selalu bersyukur atas nikmat yang Allah SWT berikan dan tidak bersikap berlebih-lebihan karena dapat merugikan diri sendiri dan orang lain khususnya keluarga. Artinya mencoba hidup sederhana dan secukupnya sesuai dengan kebutuhan tanpa melebih-lebihkan. Sebagaimana dalam teori graf pada saat menentukan bilangan dominasi total pada suatu graf dilakukan pencarian beberapa himpunan dominasi total. Kemudian, ditentukan kardinalitas terkecil dari beberapa himpunan dominasi total. Jika sudah ditemukan bilangan dominasi totalnya tidak perlu mencari kardinalitas terkecil dari yang terkecil.

BAB III
PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang cara menentukan formula dari bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum $\gamma_t(\Gamma(Q_{4n})$. Dalam menentukan formula, pada bagian pertama akan ditentukan bilangan dominasi total dari $\Gamma(Q_{4n})$ dengan $n = 2,3,4,5$ untuk memunculkan dugaan. Kemudian, pada bagian kedua akan dilakukan penentuan formula dari $\gamma_t(Q_{4n})$ pada $\Gamma(Q_{4n})$ untuk $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

3.1 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf Tidak Komutataif dari Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{\Gamma(Q_{4n}), n \in \{2,3,4,5\}}$

3.1.1 Bilangan Dominasi Total pada $\boldsymbol{\Gamma(Q_8)}$

Grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n = 2$ adalah $Q_8 = \left\langle a, b \middle| a^4 = e, b^2 = a^2, bab^{-1} = a^{-1} \right\rangle$. Elemen-elemen dari grup quaternion diperumum Q_8 adalah $\{1, a, a^2, a^3, b, ab, a^2b, a^3b\}$. Berikut merupakan tabel perkalian pada Q_8:

Tabel 3.1 Tabel Perkalian Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_8}$

$\cdot$	1	a	a^2	a^3	b	ab	a^2b	a^3b
1	1	a	a^2	a^3	b	ab	a^2b	a^3b
a	a	a^2	a^3	1	ab	a^2b	a^3b	b
a^2	a^2	a^3	1	a	a^2b	a^3b	b	ab
a^3	a^3	1	a	a^2	a^3b	b	ab	a^2b
b	b	a^3b	a^2b	ab	a^2	a	1	a^3
ab	ab	b	a^3b	a^2b	a^3	a^2	a	1
a^2b	a^2b	ab	b	a^3b	1	a^3	a^2	a
a^3b	a^3b	a^2b	ab	b	a	1	a^3	a^2

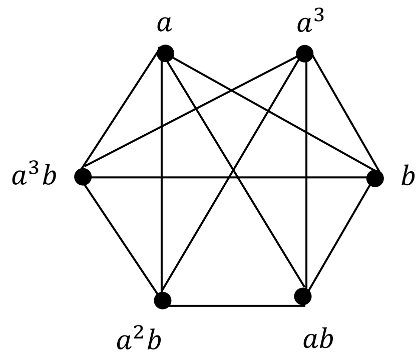
Berdasarkan tabel di atas maka diperoleh center dari grup Q_8 adalah $Z(Q_8) = \{1, a^2\}$. Diperoleh himpunan titik dari $\Gamma(Q_8)$ adalah:

$$V(\Gamma(Q_8)) = Q_8 \backslash Z(Q_8) = \{a, a^3, b, ab, a^2b, a^3b\}.$$

Berdasarkan pada Tabel 3.1 pasangan titik-titik yang tidak komutatif adalah

$a \cdot b \neq b \cdot a$	$a^3 \cdot b \neq b \cdot a^3$	$b \cdot ab \neq ab \cdot b$
$a \cdot ab \neq ab \cdot a$	$a^3 \cdot ab \neq ab \cdot a^3$	$b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot b$
$a \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a$	$a^3 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^3$	$ab \cdot a^2b \neq a^2b \cdot ab$
$a \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a$	$a^3 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^3$	$a^2b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2b$

Sehingga dapat dibentuk representasi graf tidak komutatif dari grup Q_8, adalah:



Gambar 3.1 Graf Tidak Komutatif pada Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_8}$

Berdasarkan graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_8 tersebut diperoleh salah satu himpunan dominasinya totalnya adalah $X = \{ab, b\}$. Titik ab mendominasi a, a^3, b, a^2b sehingga $a, a^3, b, a^2b \in N[ab]$ atau dapat dikatakan bahwa a, a^3, b, a^2b berada pada lingkungan tertutup ab dan titik b mendominasi a, a^3, ab, a^3b sehingga $a, a^3, ab, a^3b \in N[b]$ atau dapat dikatakan a, a^3, ab, a^3b berada pada lingkungan tertutup b. Karena kardinaltas minimum dari himpunan dominasi totalnya adalah 2 maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(\Gamma(Q_8)) = 2$.

3.1.2 Bilangan Dominasi Total pada $\boldsymbol{\Gamma(Q_{12})}$

Grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n = 3$ adalah $Q_{12} = \langle a, b \mid a^6 = e, b^2 = a^3, bab^{-1} = a^{-1} \rangle$. Elemen-elemen dari grup quaternion diperumum Q_{12} adalah $\{1, a, a^2, a^3, a^4, a^5, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b\}$. Berikut merupakan tabel perkalian pada Q_{12}:

Tabel 3.2 Tabel Perkalian Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{12}}$

$\cdot$	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b
1	1	a	a^2	a^2	a^2	a^2	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b
a	a	a^2	a^3	a^4	a^5	1	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	b
a^2	a^2	a^3	a^4	a^5	1	a	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	b	ab
a^3	a^3	a^4	a^5	1	a	a^2	a^3b	a^4b	a^5b	b	ab	a^2b
a^4	a^4	a^5	1	a	a^2	a^3	a^4b	a^5b	b	ab	a^2b	a^3b
a^5	a^5	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b
b	b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	a^3	a^2	a	1	a^5	a^4
ab	ab	b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	a^4	a^3	a^2	a	1	a^5
a^2b	a^2b	ab	b	a^5b	a^4b	a^3b	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1
a^3b	a^3b	a^2b	ab	b	a^5b	a^4b	1	a^5	a^4	a^3	a^2	a
a^4b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^5b	a	1	a^5	a^4	a^3	a^2
a^5b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^2	a	1	a^5	a^4	a^3

Berdasarkan tabel di atas maka diperoleh center dari grup Q_{12} adalah $Z(Q_{12}) = \{1, a^3\}$. Diperoleh himpunan titik dari $\Gamma(Q_{12})$ adalah:

$$V(\Gamma(Q_{12})) = Q_{12} \backslash Z(Q_{12}) = \{a, a^2, a^4, a^5, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b\}.$$

Berdasarkan pada Tabel 3.2 pasangan titik-titik yang tidak komutatif adalah

$$a \cdot b \neq b \cdot a \qquad a^2 \cdot b \neq b \cdot a^2 \qquad a^4 \cdot b \neq b \cdot a^4$$

$$a \cdot ab \neq b \cdot a \qquad a^2 \cdot ab \neq ab \cdot a^2 \qquad a^4 \cdot ab \neq ab \cdot a^4$$

$$a \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a \qquad a^2 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^2 \qquad a^4 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^4$$

$a \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2$ $\quad$ $a^4 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^4$

$a \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^2$ $\quad$ $a^4 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^4$

$a \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^2$ $\quad$ $a^4 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^4$

$a^5 \cdot b \neq b \cdot a^5$ $\quad$ $b \cdot ab \neq ab \cdot b$ $\quad$ $ab \cdot a^5b \neq a^5b \cdot ab$

$a^5 \cdot ab \neq ab \cdot a^5$ $\quad$ $b \cdot a^2b \neq a^2b \cdot b$ $\quad$ $a^2b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2b$

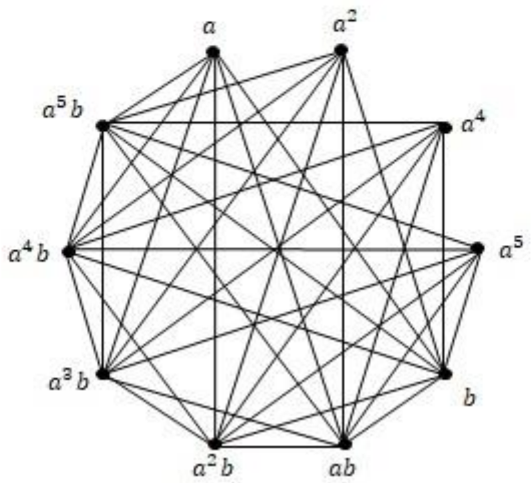
$a^5 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^5$ $\quad$ $b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot b$ $\quad$ $a^2b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^2b$

$a^5 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^5$ $\quad$ $b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot b$ $\quad$ $a^3b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^3b$

$a^5 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^5$ $\quad$ $ab \cdot a^2b \neq a^2b \cdot ab$ $\quad$ $a^3b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^3b$

$a^5 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^5$ $\quad$ $ab \cdot a^3b \neq a^3b \cdot ab$ $\quad$ $a^4b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^4b$

Sehingga dapat dibentuk representasi graf tidak komutatif dari grup Q_{12}, adalah:



Gambar 3.2 Graf Tidak Komutatif pada Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{12}}$

Berdasarkan graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{12} tersebut diperoleh salah satu himpunan dominasi totalnya adalah $X = \{a^2, b\}$. Titik a^2 mendominasi $b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b$ sehingga $b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b \in N[a^2]$ atau dapat dikatakan bahwa

$b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b$ berada pada lingkungan tertutup a^2 dan titik b mendominasi $a, a^2, a^4, a^5, ab, a^2b, a^4b, a^5b$ sehingga $a, a^2, a^4, a^5, ab, a^2b, a^4b, a^5b \in N[b]$ atau dapat dikatakan $a, a^2, a^4, a^5, ab, a^2b, a^4b, a^5b$ berada pada lingkungan tertutup b. Dikarenakan kardinaltas minimum dari himpunan dominasi totalnya adalah 2 maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(\Gamma(Q_{12}) = 2$.

3.1.3 Bilangan Dominasi Total pada $\boldsymbol{\Gamma(Q_{16})}$

Grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n = 4$ adalah $Q_{16} = \langle a, b | a^8 = e, b^2 = a^4, bab^{-1} = a^{-1} \rangle$. Elemen-elemen dari grup quaternion diperumum Q_{16} adalah

$$\{1, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, a^7, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b\}.$$

Berikut merupakan tabel perkalian dari Q_{16}:

Tabel 3.3 Tabel Perkalian Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{16}}$

$\cdot$	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b
1	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b
a	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	1	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	b
a^2	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	1	a	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	b	ab
a^3	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	1	a	a^2	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	b	ab	a^2b
a^4	a^4	a^5	a^6	a^7	1	a	a^2	a^3	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	b	ab	a^2b	a^3b
a^5	a^5	a^6	a^7	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5b	a^6b	a^7b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b
a^6	a^6	a^7	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6b	a^7b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b
a^7	a^7	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b
b	b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	a^4	a^3	a^2	a	1	a^7	a^6	a^5
ab	ab	b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1	a^7	a^6
a^2b	a^2b	ab	b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1	a^7
a^3b	a^3b	a^2b	ab	b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1

a^4b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^7b	a^6b	a^5b	1	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a
a^5b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^7b	a^6b	a	1	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2
a^6b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^7b	a^2	a	1	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3
a^7b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^3	a^2	a	1	a^7	a^6	a^5	a^4

Berdasarkan tabel di atas maka diperoleh center dari grup Q_{16} adalah $Z(Q_{16}) = \{1, a^4\}$. Diperoleh himpunan titik dari $\Gamma(Q_{16})$ adalah:

$$V(\Gamma(Q_{16})) = Q_{16} \backslash Z(Q_{16}) =$$

$$\{a, a^2, a^3, a^5, a^6, a^7, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b\}.$$

Berdasarkan pada Tabel 3.3 pasangan titik-titik yang tidak komutatif adalah:

$a \cdot b \neq b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot b \neq b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot b \neq b \cdot a^3$

$a \cdot ab \neq b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot ab \neq ab \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot ab \neq ab \cdot a^3$

$a \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^3$

$a \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^3$

$a \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^3$

$a \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^3$

$a \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^3$

$a \cdot a^7b \neq a^5b \cdot a$ $\quad$ $a^2 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^2$ $\quad$ $a^3 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^3$

$a^5 \cdot b \neq b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot b \neq b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot b \neq b \cdot a^7$

$a^5 \cdot ab \neq ab \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot ab \neq ab \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot ab \neq ab \cdot a^7$

$a^5 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^7$

$a^5 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^7$

$a^5 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^7$

$a^5 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^7$

$a^5 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^7$

$a^5 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^5$ $\quad$ $a^6 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^6$ $\quad$ $a^7 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^7$

$b \cdot ab \neq ab \cdot b$ $\quad$ $ab \cdot a^4b \neq a^4b \cdot ab$ $\quad$ $a^3b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^3b$

$b \cdot a^2b \neq a^2b \cdot b$ $\quad$ $ab \cdot a^6b \neq a^6b \cdot ab$ $\quad$ $a^3b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^3b$

$b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot b$ $\quad$ $ab \cdot a^7b \neq a^7b \cdot ab$ $\quad$ $a^4b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^4b$

$b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot b$ $\quad$ $a^2b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2b$ $\quad$ $a^4b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^4b$

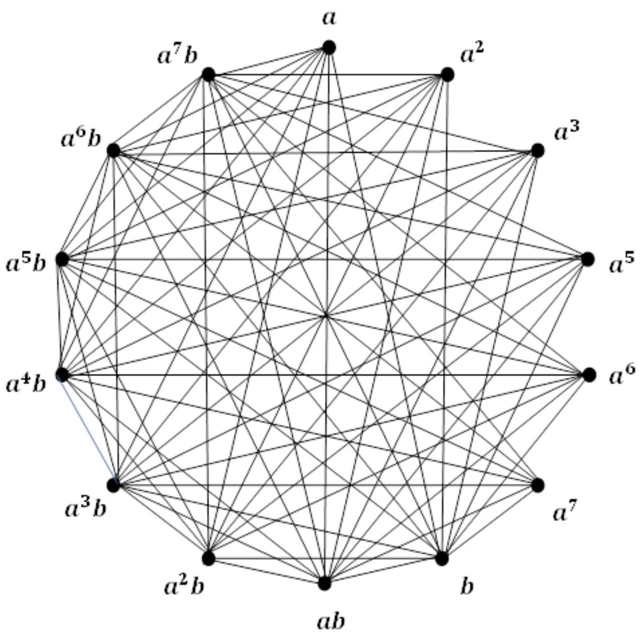
$b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot b$ $\quad$ $a^2b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^2b$ $\quad$ $a^4b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^4b$

$b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot b$ $\quad$ $a^2b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^2b$ $\quad$ $a^5b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^5b$

$ab \cdot a^2b \neq a^2b \cdot ab$ $\quad$ $a^2b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^2b$ $\quad$ $a^5b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^5b$

$ab \cdot a^3b \neq a^3b \cdot ab$ $\quad$ $a^3b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^3b$ $\quad$ $a^6b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^6b$

Sehingga dapat dibentuk representasi graf tidak komutatif dari grup Q_{16}, adalah:



Gambar 3.3 Graf Tidak Komutatif pada Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{16}}$

Berdasarkan graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{16} tersebut diperoleh salah satu himpunan dominasi totalnya adalah $X = \{a^3, b\}$.

Titik a^3 mendominasi $b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b$ sehingga $b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b,\ a^6b, a^7b\ \in N[a^3]$ atau dapat dikatakan bahwa $b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b$ berada pada lingkungan tertutup a^3 dan titik b mendominasi $a, a^2, a^4, a^5, a^6, a^7, ab, a^2b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b$ sehingga $a, a^2, a^4, a^5, ab, a^2b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b \in N[b]$. Atau $a, a^2, a^4, a^5, ab, a^2b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b$ berada pada lingkungan tertutup b. Dikarenakan kardinaltas minimum dari himpunan dominasi totalnya adalah 2 maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(\Gamma(Q_{16}) = 2$.

3.1.4 Bilangan Dominasi Total pada $\Gamma(Q_{20})$

Grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n = 5$ adalah $Q = \langle a, b | a^{10} = e, b^2 = a^5, bab^{-1} = a^{-1}\rangle$. Elemen-elemen dari grup quaternion diperumum Q_{20} adalah

$$\{1, a, a^2, a^3, a^4, a^5, a^6, a^7, a^8, a^9, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b, a^8b,\ a^9b\}.$$

Berikut merupakan tabel perkalian Q_{20}:

Tabel 3.4 Tabel Perkalian Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{20}}$

$\cdot$	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b
1	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b
a	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	1	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b	b
a^2	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	1	a	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b	b	ab
a^3	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	1	a	a^2	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b	b	ab	a^2b
a^4	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	1	a	a^2	a^3	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b	b	ab	a^2b	a^3b
a^5	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b
a^6	a^6	a^7	a^8	a^9	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6b	a^7b	a^8b	a^9b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b
a^7	a^7	a^8	a^9	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7b	a^8b	a^9b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b
a^8	a^8	a^9	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8b	a^9b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b
a^9	a^9	1	a	a^2	a^3	a^4	a^5	a^6	a^7	a^8	a^9b	b	ab	a^2b	a^3b	a^4b	a^5b	a^6b	a^7b	a^8b
b	b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1	a^9	a^8	a^7	a^6

ab	ab	b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1	a^9	a^8	a^7
a^2b	a^2b	ab	b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1	a^9	a^8
a^3b	a^3b	a^2b	ab	b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^8	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1	a^9
a^4b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^9	a^8	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a	1
a^5b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	1	a^9	a^8	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2	a
a^6b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^9b	a^8b	a^7b	a	1	a^9	a^8	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3	a^2
a^7b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^9b	a^8b	a^2	a	1	a^9	a^8	a^7	a^6	a^5	a^4	a^3
a^8b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^9b	a^3	a^2	a	1	a^9	a^8	a^7	a^6	a^5	a^4
a^9b	a^9b	a^8b	a^7b	a^6b	a^5b	a^4b	a^3b	a^2b	ab	b	a^4	a^3	a^2	a	1	a^9	a^8	a^7	a^6	a^5

Berdasarkan tabel di atas maka diperoleh center dari grup Q_{20} adalah $Z(Q_{20}) = \{1, a^5\}$. Diperoleh himpunan titik dari $\Gamma(Q_{20})$ adalah:

$$V\big(\Gamma(Q_{20})\big) = Q_{20} \backslash Z(Q_{20}) =$$

$$\{a, a^2, a^3, a^4, a^6, a^7, a^8, a^9, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b, a^8b, a^9b\}.$$

Berdasarkan pada Tabel 3.4 pasangan titik-titik yang tidak komutatif adalah:

$a \cdot b \neq b \cdot a$	$a^2 \cdot b \neq b \cdot a^2$	$a^3 \cdot b \neq b \cdot a^3$
$a \cdot ab \neq ab \cdot a$	$a^2 \cdot ab \neq ab \cdot a^2$	$a^3 \cdot ab \neq ab \cdot a^3$
$a \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a$	$a^2 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^3$
$a \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a$	$a^2 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^3$
$a \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a$	$a^2 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^3$
$a \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a$	$a^2 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^3$
$a \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a$	$a^2 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^3$
$a \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a$	$a^2 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^3$
$a \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a$	$a^2 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^3$
$a \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a$	$a^2 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^2$	$a^3 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^3$
$a^4 \cdot b \neq b \cdot a^4$	$a^6 \cdot b \neq b \cdot a^6$	$a^7 \cdot b \neq b \cdot a^7$
$a^4 \cdot ab \neq ab \cdot a^4$	$a^6 \cdot ab \neq ab \cdot a^6$	$a^7 \cdot ab \neq ab \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^7$

$a^4 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^4$ $a^6 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^6$ $a^7 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^7$

$a^8 \cdot b \neq b \cdot a^8$ $a^9 \cdot b \neq b \cdot a^9$ $b \cdot ab \neq ab \cdot b$

$a^8 \cdot ab \neq ab \cdot a^8$ $a^9 \cdot ab \neq ab \cdot a^9$ $b \cdot a^2b \neq a^2b \cdot b$

$a^8 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^2b \neq a^2b \cdot a^9$ $b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot b$

$a^8 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^9$ $b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot b$

$a^8 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^9$ $b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot b$

$a^8 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^9$ $b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot b$

$a^8 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^9$ $b \cdot a^8b \neq a^8b \cdot b$

$a^8 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^9$ $b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot b$

$a^8 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^9$ $ab \cdot a^2b \neq a^2b \cdot ab$

$a^8 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^8$ $a^9 \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^9$ $ab \cdot a^3b \neq a^3b \cdot ab$

$ab \cdot a^4b \neq a^4b \cdot ab$ $a^2b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^2b$ $a^5b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^5b$

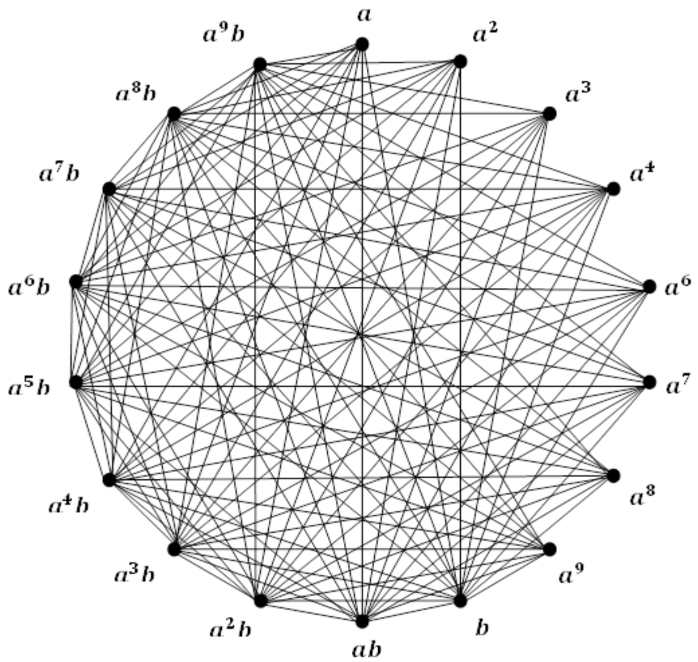
$ab \cdot a^5b \neq a^5b \cdot ab$ $a^3b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^3b$ $a^5b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^5b$

$ab \cdot a^7b \neq a^7b \cdot ab$ $a^3b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^3b$ $a^5b \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^5b$

$ab \cdot a^8b \neq a^8b \cdot ab$ $a^3b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^3b$ $a^5b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^5b$

$ab \cdot a^9b \neq a^9b \cdot ab$	$a^3b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^3b$	$a^6b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^6b$
$a^2b \cdot a^3b \neq a^3b \cdot a^2b$	$a^3b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^3b$	$a^6b \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^6b$
$a^2b \cdot a^4b \neq a^4b \cdot a^2b$	$a^4b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^4b$	$a^6b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^6b$
$a^2b \cdot a^5b \neq a^5b \cdot a^2b$	$a^4b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^4b$	$a^7b \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^7b$
$a^2b \cdot a^6b \neq a^6b \cdot a^2b$	$a^4b \cdot a^7b \neq a^7b \cdot a^4b$	$a^7b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^7b$
$a^2b \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^2b$	$a^4b \cdot a^8b \neq a^8b \cdot a^4b$	$a^8b \cdot a^9b \neq a^9b \cdot a^8b$

Sehingga dapat dibentuk representasi graf tidak komutatif dari grup Q_{20}, adalah:



Gambar 3.4 Graf Tidak Komutatif pada Grup Quaternion Diperumum $\boldsymbol{Q_{20}}$

Berdasarkan graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{20} tersebut diperoleh salah satu himpunan dominasi totalnya adalah $X = \{a^4, b\}$. Titik a^4 mendominasi b, ab, a^2b, a^3b , $a^4b, a^5b, a^6b, a^7b, a^8b, a^9b$ sehingga b, ab, a^2b, a^3b , $a^4b, a^5b,$ $a^6b, a^7b, a^8b, a^9b \in N[a^4]$ atau dapat dikatakan bahwa b, ab, a^2b, a^3b , $a^4b, a^5b, a^6b, a^7b, a^8b, a^9b$ berada pada lingkungan tertutup a^4 dan titik b mendominasi $a, a^2, a^3, a^4, a^6, a^7, ab, a^2b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b$ sehingga

$a, a^2, a^3, a^4, a^6, a^7, ab, a^2b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b \in N[b]$. atau $a, a^2, a^3, a^4, a^6, a^7, ab, a^2b, a^4b, a^5b, a^6b, a^7b$ berada pada lingkungan tertutup b. Dikarenakan kardinaltas minimum dari himpunan dominasi totalnya adalah 2 maka bilangan dominasi totalnya adalah $\gamma_t(\Gamma(Q_{20})) = 2$.

Setelah diketahui masing-masing setiap bilangan dominasi total $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right), n = 2,3,4,5$ dapat dinyatakan dalam tabel berikut:

Tabel 3.5 Tabel Bilangan Dominasi Total

n	Bilangan Dominasi Total $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right)$
2	2
3	2
4	2
5	2

Berdasarkan tabel di atas maka diperoleh suatu dugaan bahwa $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

3.2 Bilangan Dominasi Total Graf Tidak Komutatif Grup Quaternion Diperumum $\left(\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{Q_{4n}})\right), \forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}, \boldsymbol{n} \geq \mathbf{2}$

Pada subbab ini akan dibuktikan dugaan formula bilangan dominasi total graf tidak komutatif grup quaternion diperumum $\Gamma(Q_{4n}), n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ berdasarkan perhitungan menentukan bilangan dominasi total yang telah dilakukan pada sub bab sebelumnya.

Lemma 3.1

Misalkan $a^0, a^n \in Q_{4n}$ dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, maka $a^0, a^n \notin V\left(\Gamma(Q_{4n})\right)$.

Bukti:

Telah diketahui bahwa pada grup quaternion diperumum Q_{4n}, titik a^0 dan a^n adalah center dari grup quaternion diperumum $Z(Q_{4n})$. Berdasarkan definisi graf tidak komutatif, $V\big(\Gamma(Q_{4n})\big) = Q_{4n} \backslash Z(Q_{4n})$, maka titik a^0 dan a^n bukan anggota $V\left(\Gamma(Q_{4n})\right)$.

Lemma 3.2

Misalkan Q_{4n} adalah grup quaternion diperumum dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Pada $\Gamma(Q_{4n})$, titik a terhubung langsung dengan titik $a^i b$ untuk setiap $i \in \{0, \dots, 2n-1\}$.

Bukti:

Untuk suatu $i \in \{0, \dots, 2n-1\}$ diperoleh:

$$a \cdot a^i b = (a \cdot a^i) b = a^{1+i} b \quad \text{dan} \quad a^i b \cdot a = a^i (b \cdot a) = a^i (a^{-1} \cdot b) = a^{i-1} b$$

Andaikan $a^{1+i} b = a^{i-1} b$, maka:

$$a^{1+i} b = a^{i-1} b$$

$$\Leftrightarrow \quad a^{1+i} b \cdot b^{-1} = a^{i-1} b \cdot b^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad a^{1+i} = a^{i-1}.$$

Karena tidak ada i yang memenuhi persamaan $a^{1+i} = a^{i-1}$, maka terbukti bahwa $a \cdot a^i b \neq a^i b \cdot a$ untuk setiap $i \in \{0, \dots, 2n-1\}$. Dengan demikian titik a terhubung langsung dengan titik $a^i b$ di $\Gamma(Q_{4n})$.

Lemma 3.3

Misalkan Q_{4n} adalah grup quaternion diperumum dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$ Pada $\Gamma(Q_{4n})$, titik b terhubung langsung dengan a^i untuk setiap $i \in \{1, \dots, 2n-1\}$ dan $i \neq n.$

Bukti:

Untuk suatu $i \in \{1, \dots, 2n-1\}$ dan $i \neq n$, berdasarkan definisi grup quaternion diperumum Q_{4n}, $bab^{-1} = a^{-1}$. Akan ditunjukkan $ba^ib^{-1} = a^{-i}$.

$$\begin{aligned} a^{-i} &= \left(a^{-1}\right)^i \\ &= (bab^{-1})^i \\ &= (bab^{-1})(bab^{-1}) \dots \dots (bab^{-1}) \\ &= ba(b^{-1}b)a(b^{-1}b) \dots \dots (b^{-1}b)ab^{-1} \\ &= ba^ib^{-1} \end{aligned}$$

Jadi, $a^{-i} = ba^ib^{-1}$

Kemudian, akan ditunjukkan bahwa $b \cdot a^i \neq a^i \cdot b$.

$$\begin{aligned} & a^{-i} = ba^ib^{-1} \\ \Leftrightarrow \quad & a^{-i}b = ba^ib^{-1}b \\ \Leftrightarrow \quad & a^{-i}b = ba^i \\ \Leftrightarrow \quad & ba^i = a^{-i}b \end{aligned}$$

Andaikan $ba^i = a^ib$, maka:

$$\begin{aligned} & ba^i = a^ib \\ \Leftrightarrow \quad & a^{-i}b = a^ib \\ \Leftrightarrow \quad & a^{-i}bb^{-1} = a^ibb^{-1} \\ \Leftrightarrow \quad & a^{-i} = a^i. \end{aligned}$$

Dan jika $a^{-i} = a^i$, maka:

$$-i = 2n - i = i$$
$$\Leftrightarrow \qquad 2n = 2i$$
$$\Leftrightarrow \qquad n = i.$$

Hal itu merupakan kontradiksi dengan $n \neq i$ untuk suatu $i \in \{1, \ldots, 2n-1\}$. Karena tidak ada i sedemikian sehingga $a^{-i} = a^i$, maka terbukti bahwa $b \cdot a^i \neq a^i \cdot b$, yang artinya pada $\Gamma(Q_{4n})$, titik b terhubung langsung dengan a^i.

Lemma 3.4

Misalkan Q_{4n} adalah grup quaternion diperumum dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ maka tidak ada titik x di $\Gamma(Q_{4n})$ sedemikian sehingga titik x terhubung langsung dengan semua titik di $\Gamma(Q_{4n})$.

Bukti:

Ambil x di $\Gamma(Q_{4n})$ maka $x = a^i$ untuk suatu $i \in \{1, \ldots, 2n-1\}$ atau $x = a^i b$ untuk suatu $i \in \{0, \ldots, 2n-1\}$.

Kasus 1, Jika $x = a^i$ untuk suatu $i \in \{1, \ldots, 2n-1\}$ maka terdapat titik a^{2n-i} sehingga $a^i \cdot a^{2n-i} = a^{i+2n-i} = a^{2n-i+i} = a^{2n-i} \cdot a^i$. Jadi pada $\Gamma(Q_{4n})$ titik a^i tidak terhubung langsung dengan titik a^{2n-i}, yang artinya titik a^i tidak terhubung langsung dengan semua titik pada $\Gamma(Q_{4n})$.

Kasus 2, Jika $x = a^i b$ untuk suatu $i \in \{0, \ldots, 2n-1\}$ maka terdapat titik $a^{n+i}b$ untuk $i < n$ dan titik $a^{i-n}b$ untuk $i \geq n$ sehingga akan ditunjukkan bahwa pada $\Gamma(Q_{4n})$ titik $a^i b$ tidak terhubung langsung dengan titik $a^{n+i}b$ dan $a^{i-n}b$.

1) Jika $i < n$ maka terdapat titik $a^{n+i}b$ sehingga:

$$a^i b \cdot a^{n+i} b = a^i b \cdot a^{n+i} b^2 b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^{n+i} a^n b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^{2n} a^i b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot 1 a^i b^{-1}$$

$$= a^i \big(b \cdot a^i\big) b^{-1}$$

$$= a^i \big(a^{-i} \cdot b\big) b^{-1}$$

$$= \big(a^i a^{-i}\big) \cdot (b b^{-1})$$

$$= 1$$

$$= \big(a^i a^{-i}\big) \cdot (b^{-1} b)$$

$$= a^i \big(a^{-i} \cdot (b)^{-1}\big) b$$

$$= a^i \big((b)^{-1} \cdot a^i\big) b$$

$$= 1 a^i b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{2n} a^i b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{n+i} a^n b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{n+i} b^2 b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{n+i} b \cdot a^i b$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, terbukti bahwa $a^i b \cdot a^{n+i} b = a^{n+i} b \cdot a^i b$ untuk setiap $i \in \{0, \dots, 2n-1\}$. Dengan demikian pada $\Gamma(Q_{4n})$ titik $a^i b$ tidak terhubung langsung dengan titik $a^{n+i} b$.

2) Jika $i \geq n$ maka terdapat titik $a^{i-n} b$ sehingga

$$a^i b \cdot a^{i-n} b = a^i b \cdot a^{i-n} b^2 b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^{i-n} a^n b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^{i-2n} b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^i a^{-2n} b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^i (a^{2n})^{-1} b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^i (1)^{-1} b^{-1}$$

$$= a^i b \cdot a^{-i} b^{-1}$$

$$= (a^i b) \cdot (a^i b)^{-1}$$

$$= 1$$

$$= (a^i b)^{-1} \cdot (a^i b)$$

$$= a^{-i} b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^i (1)^{-1} b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^i (a^{2n})^{-1} b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^i a^{-2n} b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{i-2n} b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{i-n} a^n b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{i-n} b^2 b^{-1} \cdot a^i b$$

$$= a^{i-n} b \ \cdot a^i b$$

Berdasarkan perhitungan tersebut, terbukti bahwa $a^i b \ \cdot a^{i-n} b = a^{i-n} b \cdot a^i b$ untuk setiap $i \in \{0, \dots, 2n-1\}$. Dengan demikian pada $\Gamma(Q_{4n})$ titik $a^i b$ tidak terhubung langsung dengan titik $a^{i-n} b$.

Lemma 3.5

Misalkan Q_{4n} adalah grup dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, maka $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) \geq 2$.

Bukti:

Berdasarkan lemma 3.4 tidak ada titik a^i dan $a^i b$ di $\Gamma(Q_{4n})$ yang terhubung langsung dengan semua titik pada $\Gamma(Q_{4n})$. Akibatnya $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) \geq 2$.

Teorema 1

Bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ adalah $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2$.

Bukti:

Berdasarkan lemma 3.2 titik a terhubung langsung dengan $a^i b$ untuk setiap $i \in \{0, \dots, 2n-1\}$ dan berdasarkan lemma 3.3 titik b terhubung langsung dengan a^i untuk setiap $i \in \{1, \dots, 2n-1\}$ dan $i \neq n$. Akibat dari kedua lemma tersebut adalah $\{a, b\}$ terhubung langsung dengan semua titik di $\Gamma(Q_{4n})$ dan karena $(a, b) \in E\left(\Gamma(Q_{4n})\right)$, maka $\{a, b\}$ terhubung langsung dengan semua titik di $\Gamma(Q_{4n})$ sehingga:

$$\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) \leq 2.$$

Diketahui berdasarkan lemma 3.4 bahwa:

$$\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) \geq 2,$$

dengan demikian diperoleh:

$$2 \geq \gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) \geq 2.$$

Sehingga $\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2$ untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ dan $n \geq 2$.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diambil kesimpulan formula umum bilangan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum Q_{4n} dengan $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ adalah:

$$\gamma_t\left(\Gamma(Q_{4n})\right) = 2$$

4.2 Saran

Penelitian ini membahas tentang bilangan dominasi dan dominasi total pada graf tidak komutatif dari grup quaternion diperumum. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya mengenai bilangan dominasi total dapat ditentukan pada graf lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, Azizah, N.N, Nofandika, F.F., 2009. *Teori Graf Topik Dasar untuk Tugas Akhir/Skripsi*. Malang: UIN-Malang Press.

Anithakumari, V., & Padmini, M., 2020. *Total Domination Number in Graphs and Graph Modification*. Tamilnadu: International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTI). 66 (9).

Chartrand, G., Lesniak, L., dan Zhang, P. 2011. *Graphs and Digraphs Fifth Edition*. New York: Chapman & Hall/CRC.

Chartrand, G., Lesimak, L, dan Zhang, P. 2016. *Graphs and Digraphs Sixth Edition*. New York: CRC Press.

Chartrand, G dan Lesimak, L. 1996. *Graphs & Digraphs* 3^{nd} *Edition.* New York: Chapman & Hall/CRC.

Departemen Agama RI. 1974. Al-Qur’an. Kudus: Menara Kudus.

Dummit, D.S. dan Foote, R. M, 2004. *Abstract Algebra* 3^{nd}. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Gilbert, L dan Gilbert, J. 2009. *Elements of Modern Algebra seventh Edition*. Belmon: Brooks/Cole Cengange Learning.

Grillet, P.A. 2007. *Abstract Algebra Second Edition*. New Orleans: Springer Science + Business Media, LLC.

Hidayat, Noor. 2017. *Cara Mudah Memahami Struktur Aljabar*. Malang: UB Press.

James dan james, V. 1976. *Mathematics Dictionary*. Canada: Nostrand Rienhold

Kahat, Sahib Shayyal, Khalaf, Abdul Jalil M., Hasni Roslan, 2014. *Dominating Sets and Domination Polynomials of Stars*. Australia: Australian Journal of Basic and Applien Sciences, 383-386.

Ma, XL dan Wei, H.Q dan Zhong. G. 2013. *The Cyclic Graph of a Finite Group*. China: Hindawi Publishing Coorporation Algebra.

Muhammad, Ghoffar Abdul. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bogor: Mu-assasah Daar al-Hilaal Kairo.

Nayaka, S.R., Puttaswamy, Purushothama. 2017. *The Open Neighborhood Number of a Graph*. Mandya: International Journal of Scientific Engineering and Science.

Rahmawati, Nur dan Budi Rahajeng. 2014. *Dekomposisi Graf Sikel, Graf Roda, Graf Gir dan Graf Persahabatan*. Surabaya: MATHunesa.

Vatandoost, Ebrahim dan Masoumeh Khalili. 2018. *Domination Number of The Non-Commuting Graph of Finite Groups*. Qazvin: Electronic Journal of Graph Theory and Aplications 6 (2) 228-237.

RIWAYAT HIDUP

Umi Rosyidah, lahir di Malang pada tanggal 2 Februari 1999, biasa dipanggil Umi. Anak pertama dari enam bersaudara yang dilahirkan dari pasangan Bapak Zainal Arifin dan Ibu Latifah.

Pendidikan dasar ditempuh di Madrasah Ibtidaiyah (MI) Al-Maarif 02 Singosari Malang dan lulus pada tahun 2011. Kemudian melanjutkan pendidikan di Madrasah Tsanawiyah (MTs) Al-Maarif 02 Singosari Malang dan lulus pada tahun 2014. Pendidkan selanjutnya ditempuh di Madrasah Aliyah (MA) Al-Maarif Singosari Malang dan lulus pada tahun 2017. Kemudian, pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Program Studi Matematika di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341) 558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Umi Rosyidah
NIM : 17610018
Fakultas/ Program Studi : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Bilangan Dominasi Total Pada Graf Tidak Komutataif Dari Grup Quaternion Diperumum
Pembimbing I : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si
Pembimbing II : Dewi Ismiarti, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	22 Juni 2021	Konsultasi Bab I, Bab II dan Bab III	1.
2.	27 Agustus 2021	Melanjutkan Pembuktian	2.
3.	21 Oktober 2021	Konsultasi Bab I, Bab II dan Bab III	3.
4.	29 Oktober 2021	Konsultasi Bab III dan Kajian Keagamaan	4.
5.	29 Oktober 2021	ACC untuk diseminarkan	5.
6.	23 November 2021	Konsultasi Bab I, Bab III, dan Kajian Keagamaan	6.
7.	28 November 2021	Melanjutkan Pembuktian	7.
8.	29 November 2021	Konsultasi Bab I, Bab II & Bab III	8.
9.	30 November 2021	Revisi Bab I, Bab II & Bab III	9.
10.	30 November 2021	ACC Kajian Keagamaan	10.
11.	30 November 2021	ACC Keseluruhan untuk disidangkan	11.

Malang, 14 Desember 2021
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, S.Pd., M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005