PENERAPAN *GEOMETRIC BROWNIAN MOTION* PADA PERAMALAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP DOLAR AMERIKA SERIKAT

SKRIPSI

OLEH
AMINATUS SA'DIAH
NIM. 15610096

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

PENERAPAN *GEOMETRIC BROWNIAN MOTION* PADA PERAMALAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP DOLAR AMERIKA SERIKAT

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Aminatus Sa'diah
NIM. 15610096

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

PENERAPAN *GEOMETRIC BROWNIAN MOTION* PADA PERAMALAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP DOLAR AMERIKA SERIKAT

SKRIPSI

Oleh
Aminatus Sa'diah
NIM. 15610096

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 18 November 2021

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	Fachrur Rozi, M.Si
NIP. 19571005 198203 1 006	NIP. 19800527 200801 1 012

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PENERAPAN *GEOMETRIC BROWNIAN MOTION* PADA PERAMALAN NILAI TUKAR RUPIAH TERHADAP DOLAR AMERIKA SERIKAT

SKRIPSI

Oleh
Aminatus Sa'diah
15610096

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai salah satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 23 Desember 2021

Penguji Utama	: Juhari, M.Si	....
Ketua Penguji	: Angga Dwi Mulyanto, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Prof. Dr. H.Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Anggota Penguji	: Fachrur Rozi, M.Si	....

Mengetahui
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama	:	Aminatus Sa'diah
NIM	:	15610096
Program Studi	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Penerapan *Geometric Brownian Motion* pada Peramalan Nilai Tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 18 November 2021
Yang membuat pernyataan,

SEPULUH RIBU RUPIAH 10000 METERAI TEMPEL 63AD7AJX554212589

Aminatus Sa'diah
NIM. 15610096

MOTO

"Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan"
(QS. Al-Insyirah (94) : 6)

PERSEMBAHAN

Dengan rasa syukur kepada Allah SWT penulis persembahkan skripsi ini kepada: Ayahanda Abdul Kholik dan Ibunda Khusnul Wafa tercinta, yang senantiasa dengan ikhlas dan istiqomah dalam mendoakan, memberi nasihat, semangat dan kasih sayang yang tak ternilai, serta adik tersayang Evi Umayanti yang selalu menjadi kebanggaan bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Fachrur Rozi, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan Ibu serta adik tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2015 (Lattice), khususnya Matematika-C (Ciss Math) yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi dan terima kasih atas kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amiin*.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, 18 November 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR .... **viii**

DAFTAR ISI .... **x**

DAFTAR TABEL .... **xi**

DAFTAR GAMBAR .... **xiii**

DAFTAR SIMBOL .... **xiv**

ABSTRAK .... **xv**

ABSTRACT .... **xvi**

ملخص .... **xvii**

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 5
1.3 Tujuan Penelitian 5
1.4 Manfaat Penulisan 5
1.5 Batasan Masalah 6
1.6 Sistematika Penulisan 6

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Peramalan 8
2.2 Proses Stokastik 9
2.2.1 *Random Walk* 10
2.2.2 *Brownian Motion* 15
2.3 Persamaan Diferensial Stokastik 16
2.3.1 *Lemma ito* 17
2.4 *Geometric Brownian Motion* 17
2.5 Estimasi Parameter 21
2.5.1 Fungsi Kepadatan Peluang Lognormal 23
2.5.2 Metode *Maximum Likelihood* 24
2.6 Uji Normalitas 26
2.7 Nilai Tukar atau Kurs 25
2.8 *Return* Nilai Tukar 27

2.9 *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) 28
2.10 Statistik Peramalan dalam Al-Qur'an 30

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian 31
3.2 Jenis dan Sumber Data 31
3.3 Metode Analisis Data 31

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter GBM dengan Metode *Maximum Likelihood* 33
4.1.1 Fungsi *Log-Likelihood* Model GBM 33
4.1.2 Turunan Pertama Fungsi *Log-likelihood* 34
4.1.3 Estimasi Parameter 35
4.1.4 Turunan Kedua Fungsi *Log-likelihood* 36
4.2 Penerapan Model GBM pada Peramalan Nilai Tukar 38
4.2.1 Deskriptif Data 37
4.2.2 Perhitungan *Return* Nilai Tukar 38
4.2.3 Uji Normalitas Data *Return* 39
4.2.4 Estimasi Parameter Model GBM 41
4.2.5 Hasil Peramalan 43
4.2.6 Penghitung Nilai MAPE 46
4.3 Kajian Peramalan dalam Pandangan Islam 46

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan 49
5.2 Saran 49

DAFTAR PUSTAKA 50

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1 Nilai MAPE sebagai tingkat akurasi peramalan 28
Tabel 4.1 Hasil Peramalan Nilai Tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika 45

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Grafik Kenaikan yang Independen 16
Gambar 4.1 Grafik Nilai Tukar Rupiah 37
Gambar 4.2 Plot Return Nilai Tukar Rupiah.. 39
Gambar 4.3 Plot Distribusi Normal 40
Gambar 4.4 Grafik Perbandingan Harga Nilai Tukar Rupiah......................... 45

DAFTAR SIMBOL

P_t	:	Harga nilai tukar rupiah pada waktu t
P_{t-1}	:	Harga nilai tukar rupiah pada waktu $t-1$
P_0	:	Harga nilai tukar rupiah pada waktu $t=0$
R_t	:	*Return* nilai tukar rupiah pada waktu t
μ	:	*Drift*
σ	:	Volatilitas
$\hat{\mu}$	:	Nilai estimasi *Drift*
$\hat{\sigma}$	:	Nilai estimasi Volatilitas
W_t	:	Proses *Wiener* (*Brownian Motion*)
F_t	:	Nilai peramalan nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat pada waktu t
ε	:	Bilangan acak dari distribusi normal standar

ABSTRAK

Sa'diah, Aminatus. 2021. **Penerapan *Geometric Brownian Motion* pada Peramalan Nilai Tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat.** Skripsi. Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) Fachrur Rozi, M.Si.

Kata Kunci: Estimasi, *Geometric Brownian Motion*, *Maximum Likelihood*, *Random Walk*.

Model *Geometric Brownian Motion* (GBM) merupakan model dari proses stokastik dengan waktu kontinu. Model GBM diperoleh dari proses *random walk* geometri, dimana *random walk* bentuk eksponensial dari *random walk* asimetri. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bentuk estimasi parameter model GBM menggunakan metode *maximum likelihood*. Estimasi parameter model GBM menggunakan metode *maximum likelihood* terdiri dari beberapa tahap yaitu menentukan fungsi kepadatan peluang model GBM, menentukan persamaan *log-likelihood* dari model GBM, menentukan turunan pertama fungsi *log-likelihood*, menentukan estimasi parameter dan menentukan turunan kedua fungsi *log-likelihood* untuk memastikan fungsi tersebut telah maksimum. Selanjutnya dilakukan peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan model GBM dengan menggunakan metode *maximum likelihood* merupakan model yang tepat ketika diterapkan pada data nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat. Hal ini dibuktikan dari hasil nilai MAPE < 10% yaitu sebesar 0,472%, artinya rata-rata simpangan *error* yang dihasilkan menunjukkan bahwa tingkat akurasi peramalan tinggi.

ABSTRACT

Sa’diah, Aminatus. 2021. **On the Application of Geometric Brownian Motion on Forcasting the Rupiah Exchange Rate against United States Dollar.** Thesis. Department of Mathematic, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisor: (I) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D. (II) Fachrur Rozi, M.Si.

Keywords: Estimation, Geometric Brownian Motion, Maximum Likelihood, Random Walk.

The Geometric Brownian Motion Model (GBM) is a model of a stochastic process with a continuous time. The GBM model is obtained from the geometric random walk process, where the random walk is an exponential form of the asymmetric random walk. The purpose of the research is to know a parameter estimation of the GBM using the maximum likelihood method. Estimating parameters of The GBM using the maximum likelihood method. Uses some steps, namely determining the probability density function of the GBM model, determining the log-likelihood equation of the GBM model, determining the first derivative of the log-likelihood function, estimating the parameters of the GBM model and determining the second derivative of the log-likelihood function to ensure that the function has been maximized. The next step is to forecast the rupiah exchange rate against the United States dollar. The results of this study indicate that the application of the GBM model using the maximum likelihood method is the right model when applied to data on the rupiah exchange rate against the United States dollar. This is proved from the results of the MAPE value is less than 10%, which is 0.472%, meaning that the average deviation of the resulting errors indicates that the level of forecasting accuracy is high.

ملخص

السعدية، أمينة. ٢.٢١. **تطبيق نموذج *Geometric Brownian Motion* للتنبؤ بسعر صرف الروبية مقابل الدولار الأمريكي**. البحث الجامعي .شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (1) البروفيسور، الدكتور، ترمذي، الماجستير، الحاج . (2) فخرالرازي، الماجستير.

الكلمة الرئيسية: التقدير، *Random, Maximum Likelihood, Geometric Brownian Motion Walk.*

نموذج (GBM) *Geometric Brownian Motion* هو نموذج للعمليات العشوائية مع وقت مستمر. يتم الحصول على نموذج GBM من عملية سيرالعشوائية الهندسية، حيث يكون السير العشوائي شكلًا أسيًا للمشي العشوائي غير المتماثل. تهدف هذه الدراسة إلى تحديد شكل تقدير المعلمات لنموذج GBM باستخدام طريقة الاحتمالية القصوى. يتكون تقدير معلمات نموذج GBM باستخدام طريقة الاحتمال القصوى من عدة خطوات، وهي تحديد دالة كثافة الاحتمال لنموذج GBM، وتحديد معادلة احتمالية السجل لنموذج GBM، وتحديد المشتق الأول لوظيفة احتمالية السجل، والتقدير معلمات نموذج GBM وتحديد المشتق الثاني لوظيفة احتمالية السجل لضمان تعظيم الوظيفة. الخطوة التالية هي توقع سعر صرف الروبية مقابل الدولار. تشير نتائج هذه الدراسة الى ان تطبيق نموذج GBM باستخدام طريقة الاحتمالية القصوى هو النموذج الصحيح عند تطبيقه على البيانات الخاصة بسعر صرف الروبية مقبل الدولار الأمريكي. يتضح هذا من نتائج قيمة MAPE اقل من 10%، أي 0.472%، مما يعني أن متوسط الانحراف عن الأخطاء الناتجة يشير إلى أن مستوى دقة التنبؤ مرتفع.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Peramalan adalah proses memperkirakan kejadian di masa yang akan datang dengan menggunakan data masa lampau untuk dianalisis menggunakan metode-metode tertentu (Winata, 2017). Peramalan dapat dilakukan dengan dua pendekatan, yaitu secara kualitatif dan kuantitatif. Peramalan kualitatif bersifat subjektif. Data yang digunakan bukan berupa nilai atau angka, namun bergantung terhadap pendapat seseorang. Sedangkan peramalan kuantitatif merupakan peramalan dengan memperkirakan variabel waktu atau yang didasarkan terhadap data masa lalu (data historis) (Jumingan, 2009). Dalam melakukan peramalan, tingkat kesalahan harus memiliki nilai persentase yang kecil, karena semakin kecil nilai persentase tingkat kesalahan maka hasil peramalan akan semakin baik. Untuk meminimumkan tingkat kesalahan tersebut, peramalan lebih baik dilakukan dalam satuan angka atau dengan pendekatan kuantitatif.

Peramalan dapat dilakukan dengan menggunakan berbagai model. Penggunaan berbagai model dalam melakukan peramalan akan menghasilkan nilai ramalan dan derajat dari kesalahan ramalan yang berbeda. Pemilihan model yang tepat merupakan hal yang penting dalam melakukan peramalan karena akan berpengaruh dalam mengidentifikasi dan menanggapi pola aktivitas historis dari data. Salah satu model yang dapat digunakan dalam melakukan peramalan adalah model *Geometric Brownian Motion* (GBM).

GBM merupakan salah satu model yang dihasilkan dari penyelesaian Persamaan Diferensial Stokastik (PDS) dengan penerapan teori kalkulus. Model

GBM merupakan model waktu kontinu, terjadi karena pergerakan acak nilai volatilitas yang mengikuti proses stokastik (Yunita,dkk., 2015). Pergerakan harga nilai tukar mata uang merupakan salah satu contoh yang mengikuti proses stokastik. Harga nilai tukar mata uang mengalami kenaikan dan penurunan setiap saat serta bersifat acak. Pergerakan tidak menentu yang terjadi pada nilai tukar mata uang mengakibatkan penyulitan dalam meramalkan nilai tukar mata uang pada waktu yang akan datang (Widarjono, 2009). Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan model GBM untuk meramalkan nilai tukar mata uang, khususnya mata uang rupiah terhadap dolar Amerika Serikat.

Nilai tukar atau Kurs merupakan harga mata uang suatu negara terhadap mata uang negara lain. Nilai tukar mata uang mempunyai peran penting bagi negara, salah satunya dalam bidang perekonomian negara karena hampir semua negara di dunia tidak dapat mencukupi kebutuhan negaranya dari hasil produksi sendiri. Meskipun terdapat beberapa komoditi suatu negara yang hasil produksinya melebihi kebutuhan, namun dapat dilakukan ekspor untuk penyeimbangan kebutuhan negara tersebut. Oleh karena itu, untuk melakukan transaksi internasionalnya maka suatu negara membutuhkan mata uang asing.

Peramalan nilai tukar mata uang penting dilakukan untuk mengetahui besar nilai tukar mata uang pada waktu yang akan datang. Melakukan peramalan nilai tukar mata uang diperlukan dalam analisis perencanaan kegiatan untuk mengambil kebijakan yang tepat dalam membangun kesejahtaraan negara pada waktu mendatang. Sehingga dengan adanya kebijakan yang tepat maka negara dapat mengatasi resiko yang akan dialami akibat dari nilai mata uang yang bersifat fluktuatif.

Sehubungan dengan penelitian ini, dalam Al-Qur'an dijelaskan mengenai pentingnya memperhatikan apa yang akan terjadi pada hari esok, yaitu dalam QS Al-Hasyr ayat 18:

"Hai orang-orang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, sesungguhnya Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan".

Muhammad Sulaiman Al-Asyqar (2013) menjelaskan surat Al-Hasyr ayat 18 dalam Zubdatut tafsir bahwa Allah mengingatkan kepada orang-orang yang beriman dan bertakwa untuk senantiasa selalu menjalankan apa yang Allah perintahkan dan meninggalkan apa yang Allah larang. Serta dijelaskan pula bahwa hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya utuk hari esok. Berdasarkan penjelasan tersebut, dapat disimpulkan bahwa setiap orang yang beriman dan bertakwa harus senantiasa memperhatikan amalan-amalan yang diperbuat hari ini, karena amalan tersebut yang akan menentukan kita di hari esok (hari kiamat) kelak. Sesungguhnya Allah adalah dzat yang maha mengetahui apa yang telah kita kerjakan, tidak ada satupun dari amal kita yang luput dari-Nya. Dan Allah akan memberi balasan sesuai amal perbuatan kita.

Beberapa peneliti menggunakan model GBM dalam melakukan penelitiannya, diantaranya dilakukan oleh Trimono, dkk (2017). Pada penelitian tersebut, penulis menggunakan Model GBM untuk meramalkan harga saham PT Ciputera Development Tbk. Data yang digunakan yaitu data penutupan harga saham PT. Ciputra Development Tbk (kecuali hari libur) pada periode 4 Januari 2016 sampai dengan 31 Januari 2017. Berdasarkan hasil perhitungan yang dilakukan, diperoleh nilai MAPE sebesar 1,98191%. Sehingga dapat disimpulkan bahwa akurasi prediksi harga saham dengan menggunakan model GBM adalah sangat baik.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Agustini, dkk (2018) menggunakan model GBM untuk memprediksi beberapa harga saham di bawah indeks komposit Jakarta. Data yang digunakan adalah data penutupan harga saham harian pada periode Januari 2014 sampai Desember 2014. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh analisis *output* yang menunjukkan bahwa model GBM adalah teknik peramalan dengan tingkat akurasi yang tinggi. Hal ini dibuktikan dengan hasil yang diperoleh dari nilai MAPE $\leq 20\%$. Ada juga penelitian lain mengenai model GBM yang digunakan untuk memodelkan harga emas Malaysia. Data yang digunakan adalah data harga emas harian kijang emas pada periode 4 Januari 2016 sampai dengan 30 Desember 2016. Berdasarkan hasil pemodelan harga untuk 14, 28, 42, 56 dan 246 pengamatan harian, diperoleh hasil peramalan harga emas yang akurat untuk jangka waktu yang singkat. Hal ini dapat dilihat dari hasil nilai MAPE pemodelan harga emas untuk 14 dan 28 pengamatan harian kurang dari 10% yaitu sebesar 8,48968 dan 8,20954 (Hamdan,dkk., 2020).

Pergerakan nilai tukar rupiah terhadap mata uang asing mengalami kenaikan dan penurunan yang tidak menentu, sama halnya dengan pergerakan yang terjadi pada harga saham. Berdasarkan penelitian sebelumnya, penelitian ini fokus membahas penerapan model GBM dengan menggunakan metode *maximum likelihood* pada peramalan nilai tukar rupiah terhadap mata uang asing, khususnya dolar Amerika Serikat.

1.2. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, maka rumusan masalah dari penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana estimasi parameter model GBM?
2. Bagaimana penerapan model GBM pada peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat?

1.3. Tujuan Penelitian

Sesuai rumusan masalah, tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui estimasi parameter dari model GBM.
2. Untuk mengetahui hasil penerapan model GBM pada peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat.

1.4. Manfaat Penulisan

Adapun manfaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Bagi Peneliti

   Penelitian ini merupakan kesempatan bagi peneliti untuk mengaplikasikan model GBM dalam peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat. Selain itu, dapat menjadi pengembangan ilmu pengetahuan khususnya pada bidang Aktuaria.

b. Bagi Pembaca

   Penelitian ini dapat dijadikan bahan rujukan dan pengembangan pembelajaran mengenai model GBM.

c. Bagi Lembaga

Penelitian ini dapat digunakan sebagai pengembangan studi dan pengembangan wawasan keilmuan selanjutnya, khususnya dalam bidang ilmu matematika.

1.5. Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini, sebagai berikut:

1. Data yang digunakan adalah data *Jakarta Interbank Spot Dollar Rate* (JISDOR) yaitu kurs referensi mata uang rupiah terhadap dolar Amerika Serikat yang disusun berdasarkan kurs transaksi antar bank di pasar valuta asing Indonesia.
2. Nilai *drift* dan volatilitas diasumsikan konstan.

1.6. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan digunakan untuk mempermudah dan menelaah serta memahami skripsi ini yang terdiri dari lima bab dan masing-masing bab mempunyai sub-bab dengan rumusannya sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka dalam bab ini menjelaskan tentang teori-teori dan literatur pendukung objek permasalahan yang dikaji, antara lain adalah Peramalan, Proses Stokastik, *Random Walk, Brownian Motion, Lemma Ito,* Persamaan Diferensial Stokastik, *Geometric Brownian Motion,* Pengertian Nilai Tukar atau Kurs, *Return* Nilai Tukar, Uji normalitas, *Mean Absolute Percentage Error* dan Kajian Peramalan dalam Al-quran.

Bab III Metode Penelitian

Metode penelitian dalam bab ini menjelaskan tentang pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, dan metode analisis data yang berisi tentang langkah-langkah sistematis untuk menyelesaian permasalahan pada penelitian ini.

Bab IV Pembahasan

Pembahasan dalam bab ini tersusun langkah-langkah penyelesaian penelitian yang berkaitan dengan estimasi parameter model GBM dan penerapan model GBM dalam meramalkan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat.

Bab V Penutup

Penutup berisi tentang kesimpulan dari pembahasan hasil penilitian yang telah dilakukan serta saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1. Peramalan

Peramalan adalah memperkirakan jumlah atau besarnya sesuatu pada waktu yang akan datang berdasarkan data pada masa lampau yang dianalisis secara alamiah, khususnya menggunakan metode statistika (Sudjana, 2005). Peramalan dilakukan untuk mengurangi ketidakpastian terhadap sesuatu yang akan terjadi di masa yang akan datang. Usaha mengurangi ketidakpastian tersebut dilakukan dengan menggunakan metode peramalan. Metode peramalan dibagi ke dalam dua kategori utama, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif (Makridakis, dkk., 2008):

1. *Forecasting* kuantitatif

   Forecasting kuantitatif adalah *forecasting* yang berdasarkan atas data kuantitatif masa lalu yang diperoleh dari pengamatan nilai-nilai sebelumnya. Nilai *forecasting* yang dihasilkan tergantung pada metode yang digunakan.

2. *Forecasting* kualitatif

   Forecasting kualitatif adalah *forecasting* yang berdasarkan atas pengamatan kejadian-kejadian di masa sebelumnya dan digabung dengan pemikiran pengamatnya.

Peramalan atau *Forecasting* dapat dibedakan atas beberapa segi tergantung dari cara pendekatannya. Jenis-jenis *forecasting* antara lain yaitu (Santoso, 2009):

1. *Forecasting* jangka pendek, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya mulai dari satu hari sampai satu tahun.

2. *Forecasting* jangka menengah, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya mulai dari satu tahun sampai dua tahun.
3. *Forecasting* jangka panjang, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya lebih dari dua tahun.

Metode peramalan merupakan cara memperkirakan apa yang akan terjadi pada masa depan secara sistematis dan pragmatis berdasarkan data yang relevan pada masa lalu. Dengan demikian, metode peramalan diharapkan dapat memberikan objektivitas yang lebih besar. Selain itu, metode peramalan dapat memberikan cara pengerjaan yang teratur dan terarah, sehingga memungkinkan untuk penggunaan teknik analisis yang lebih maju. Dengan penggunaan teknik-teknik tersebut maka diharapkan dapat memberikan tingkat kepercayaan dan keyakinan yang lebih besar karena dapat diuji tingkat kesalahan yang terjadi secara ilmiah.

2.2. Proses Stokastik

Menurut Ross (2010), proses stokastik merupakan himpunan variabel acak dengan bentuk $(X(t), t \in T)$, dengan $t \in T$ menginterpretasikan waktu dan $X(t)$ merupakan keadaan dari proses stokastik pada waktu t. Karena $X(t)$ merupakan variabel random, maka tidak diketahui dengan pasti pada keadaan mana proses tersebut akan berada pada saat t.

Himpunan T disebut sebagai indeks himpunan dari proses stokastik. Jika T merupakan himpunan yang dapat dihitung $(t \in [0, T])$, maka proses stokastik disebut sebagai proses diskrit. Misalkan $\{X_n, n = 0,1,2 \dots\}$ adalah proses stokastik diskrit dengan indeks bilangan bulat tak negatif. Sedangkan jika T merupakan interval waktu $(t \in [0, \infty])$ dari garis riil, maka proses stokastik disebut sebagai proses kontinu. Misalkan $\{X(t), t \geq 0\}$ adalah proses stokastik kontinu dengan indeks bilangan riil tak negatif (Ross, 2010).

Proses stokastik banyak digunakan untuk memodelkan suatu keadaan yang terjadinya tidak dapat diduga. Pergerakan nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika merupakan salah satu contoh dari proses stokastik, karena pergerakannya yang cepat dan tidak pasti seiring dengan waktu.

2.2.1. ***Random Walk***

Random walk secara harfiah merupakan langkah *random* atau acak, yaitu gerak acak suatu variabel dari langkah t ke langkah $t + 1$. Pada pembahasan mengenai *random walk* terdapat ketidakpastian suatu keadaan yang akan terjadi, sehingga peluang memegang peran penting dalam hal ini. Misalkan percobaan pelemparan mata uang dua sisi. Terdapat seseorang yang berada pada titik nol garis bilangan rill dan orang tersebut akan melemparkan mata uang dua sisi dengan seimbang. Jika dalam pelemparan mata uang muncul sisi gambar maka orang tersebut akan berpindah ke kanan dan jika muncul sisi angka maka akan berpindah ke kiri.

Kejadian seperti di atas adalah suatu hal yang mengandung ketidakpastian. Tidak mudah untuk menentukan dengan benar dan tepat perpindahan seseorang tersebut, karena orang tersebut memiliki peluang yang sama besar untuk bergerak ke arah kanan atau kiri. Dalam hal ini orang tersebut akan bergerak acak sesuai dengan hasil pelemparan mata uang dua sisi tersebut. Jadi dapat dikatakan bahwa perpindahan acak orang tersebut adalah contoh dari peristiwa *random walk* sederhana (Setyawan, 2009).

Terdapat dua macam *random walk* yaitu *random walk* simetri dan *random walk* asimetri (Au Kelly, dkk., 1997):

1. *Random walk* simetri

Random walk simetri merupakan *random walk* yang memiliki peluang sama besar untuk dua nilai yang berbeda dengan jumlah yang sebanding pada kenaikan waktu. Misalkan P_i merupakan kejadian harga nilai tukar rupiah bergerak naik atau turun saat i, untuk $i = 1, 2, 3 \cdots$. Nilai dari setiap gerak harga nilai tukar rupiah dinotasikan Δx dan waktu dari setiap pergerakan nilai tukar rupiah dinotasikan Δt, dengan $\Delta t = 1$. Diasumsikan harga nilai tukar rupiah memiliki peluang $\Delta x = 1$ untuk harga naik dan $\Delta x = -1$ untuk harga turun, sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$P(P_i = 1) = \frac{1}{2}$$

$$P(P_i = -1) = \frac{1}{2}$$

Sehingga untuk nilai $E(P_i)$ dan $Var(P_i)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} E(P_i) &= P_1 P(P_1) + P_2 P(P_2) \\ &= 1 \cdot \frac{1}{2} + (-1) \cdot \frac{1}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(P_i) &= E(P_i)^2 - \left(E(P_i)\right)^2 \\ &= \left({P_1}^2 P(P_1) + {P_2}^2 P(P_2)\right) - \left(E(P_t)\right)^2 \\ &= \left(1^2 \cdot \frac{1}{2} + (-1)^2 \cdot \frac{1}{2}\right) - 0 \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - 0 = 1 \end{aligned}$$

Misalkan n merupakan integer tak negatif, dengan $\Delta t = \frac{1}{n}$. Sehingga untuk $t = 1$ besarnya sama dengan $n\Delta t$. Nilai dari *random walk* untuk $t = 1$ dengan n langkah adalah:

$$W_1{}^{(n)} = \Delta x(P_1 + P_2 + \cdots + P_n)$$

Nilai $Var\left(W_1{}^{(n)}\right) = Var(P_i)$, sehingga:

$$Var\left(W_1{}^{(n)}\right) = Var\left(\Delta x(P_1 + P_2 + \cdots + P_n)\right)$$

$$1 = (\Delta x)^2 \cdot Var\ (P_i) \cdot n$$

$$1 = (\Delta x)^2 \cdot 1 \cdot n$$

$$1 = (\Delta x)^2 \cdot n$$

$$(\Delta x)^2 = \frac{1}{n}$$

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{n}}$$

$$\Delta x = \sqrt{\Delta t}$$

Nilai dari *random walk* pada waktu t dilambangkan dengan (W_t) merupakan penjumlahan aritmatika, sehingga diperoleh nilai (W_t) sebagai berikut:

$W_t = \left(P_1 + P_2 + \cdots + P_{\frac{t}{\Delta t}}\right)$, dengan:

$$P\left(P_i = \sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2}$$

$$P\left(P_i = -\sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2}$$

Untuk nilai rata-rata atau ekspektasi diperoleh dengan menjumlahkan nilai yang diharapkan dari setiap langkah (P_i) dikalikan dengan total jumlah langkah $\left(\frac{t}{\Delta t}\right)$, maka diperoleh:

$$E(W_t) = E\left(P_1 + P_2 + \cdots + P_{\frac{t}{\Delta t}}\right)$$

$$= E(P_i) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= (P_1 P(P_1) + P_2 P(P_2)) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \left(\sqrt{\Delta t} \cdot \frac{1}{2} + \left(-\sqrt{\Delta t}\right) \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= 0 \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= 0$$

Untuk nilai variansi diperoleh sebagai berikut:

$$Var(W_t) = E(W_t)^2 - \left(E(W_t)\right)^2 \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= E(P_i)^2 - \left(E(P_i)\right)^2 \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \left(\left({P_1}^2 P(P_1) + {P_2}^2 P(P_2)\right) - \left(E(P_i)\right)^2\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \left(\left(\left(\sqrt{\Delta t}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} + \left(-\sqrt{\Delta t}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right) - 0\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \Delta t\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \Delta t \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= t$$

Untuk $t \to 0$, proses *random walk* simetri disebut dengan *brownian motion* standar.

2. *Random walk* asimetri

Misalkan P_i merupakan kejadian dimana harga nilai tukar rupiah bergerak naik atau turun saat i, untuk $i = 1, 2, 3\ \cdots$. Pada *random walk* asimetri peluang harga nilai tukar rupiah naik diasumsikan lebih besar dibandingkan dengan peluang harga nilai tukar rupiah turun, yaitu:

$$P\left(P_i = \sigma\sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}$$

$$P\left(P_i = -\sigma\sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}$$

dimana $\sigma, \mu > 0$

Nilai dari *random walk* asimetri pada waktu t dinotasikan:

$$W_t = P_1 + P_{\mathbf{2}} + \cdots + P_{\frac{t}{\Delta t}}$$

Sehingga nilai $E(W_t)$ dan $Var(W_t)$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E(W_t) &= E\left(P_1 + P_2 + \cdots + P_{\frac{t}{\Delta t}}\right) \\
&= E(P_t) \cdot \tfrac{t}{\Delta t} \\
&= \left(\sigma\sqrt{\Delta t} \cdot \left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + \left(-\sigma\sqrt{\Delta t}\right) \cdot \left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right)\right) \cdot \tfrac{t}{\Delta t} \\
&= \left(\tfrac{\sigma\mu\Delta t}{2\sigma} + \tfrac{\sigma\mu\Delta t}{2\sigma}\right) \cdot \tfrac{t}{\Delta t} \\
&= \mu t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Var(W_t) &= E(W_t)^2 - \left(E(W_t)\right)^2 \cdot \tfrac{t}{\Delta t} \\
&= E(P_t)^2 - \left(E(P_t)\right)^2 \cdot \tfrac{t}{\Delta t} \\
&= \left(\left({P_1}^2 P(P_1) + {P_2}^2 P(P_2)\right) - \left(E(P_t)\right)^2\right) \cdot \tfrac{t}{\Delta t}
\end{aligned}$$

$$= \left(\left(\left(\sigma\sqrt{\Delta t}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + \left(-\sigma\sqrt{\Delta t}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) \right) - (\mu\Delta t)^2 \right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \left(\sigma^2\Delta t \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + \sigma^2\Delta t \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) - \mu^2\Delta t^2\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$= \left(\left(\frac{\sigma^2\Delta t}{2} + \frac{\sigma^2\Delta t}{2}\right) - \mu^2\Delta t^2\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

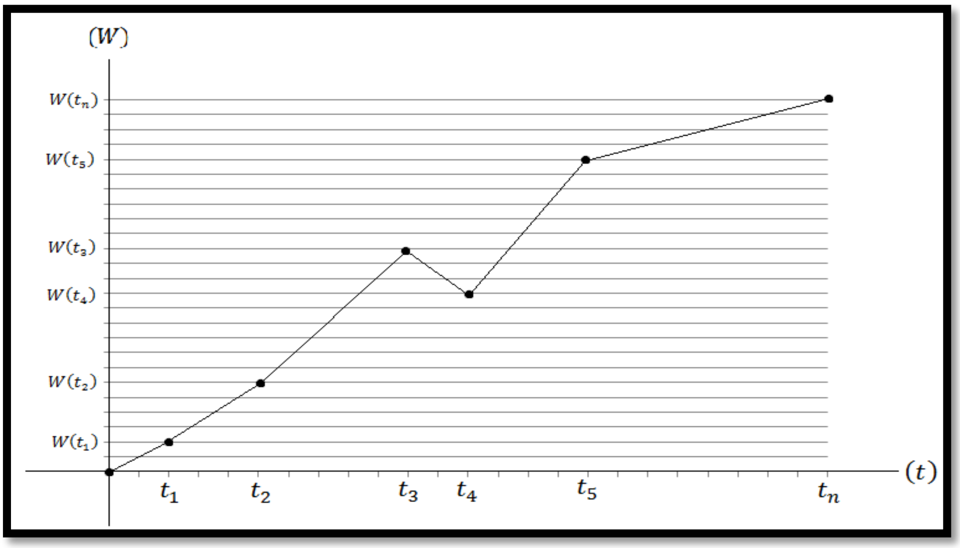
$$= \sigma^2 t \left(1 - \frac{\mu^2\Delta t}{\sigma^2}\right)$$

Untuk $\lim_{\Delta t \to 0} Var(W_t) = \sigma^2 t$ *random walk* asimetri disebut *brownian motion* dengan *drift.*

2.2.2. *Brownian Motion*

Menurut Wiersema (2008) *brownian motion* atau disebut proses *Wiener* adalah bentuk dari proses stokastik pada waktu kontinu, terdefinisi pada ruang keadaan, tidak ada pengaruh gaya luar serta berangkat dari waktu dan posisi 0. Sesuai definisi di atas, proses stokastik $W(t)$ disebut *brownian motion* jika memenuhi:

1. $W(t) = 0$ untuk $t = 0$, maka $W(0) = 0$
2. Untuk setiap pergerakan atau kenaikan yang terjadi pada interval waktu dengan panjang $0 \leq t < t + dt$ hampir semua lintasan sampel dari $W(t + dt) - W(t) = dW(t)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi sama dengan panjang interval waktu tersebut.
3. $W(t)$ memiliki kenaikan yang independen, yakni untuk setiap
   $0 \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_n, W(t_2) - W(t_1), \ldots, W(t_n) - W(t_{n-1})$
   merupakan kumpulan peubah acak yang independen atau saling bebas.



Gambar 2.1 Grafik Kenaikan yang Independen

Gambar di atas menunjukkan bahwa kenaikan yang dimiliki tidak selalu naik, kenaikan yang dimiliki gambar tersebut bersifat independen atau kenaikannya bebas sehingga bisa turun bisa saja naik.

2.3. Persamaan Diferensial Stokastik

Persamaan diferensial tidak hanya digunakan pada model yang bersifat deterministik, namun juga model yang bersifat stokastik yang biasa disebut sebagai Persamaan Diferensial Stokastik (PDS). PDS merupakan persamaan diferensial deterministik yang diberi gangguan acak. Pada PDS melibatkan proses integral biasa (Rieman) dan integral stokastik ito (Niwiga, 2005).

Pergerakan nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat merupakan salah satu contoh proses stokastik, karena pergerakannya seiring waktu dengan cara yang tidak pasti. Fluktuasi harga nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat dipengaruhi oleh parameter *drift* dan volatilitas. Fluktuasi tersebut dinyatakan secara sistematis dengan persamaan stokastik sebagai berikut (Dmouj, 2006):

$$dP_t = \mu(P_t, t)dt + \sigma(P_t, t)dW_t \tag{2.1}$$

dengan:

dP_t : Perubahan nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika pada waktu t

$\mu(P_t, t)$: Fungsi *drift*

$\sigma(P_t, t)$: Fungsi sigma (volatilitas)

W_t : Proses standar *Wiener*

2.3.1. Lemma ito

Pada umumnya, bidang keuangan dengan model waktu kontinu diasumsikan sebagai proses *ito*. Misalkan diberikan $F(P_t, t)$ merupakan fungsi kontinu dari variabel P_t dan t, dengan P_t merupakan proses *ito* yang memenuhi persamaan diferensial stokastik (2.1), dengan nilai μ dan σ merupakan fungsi dari parameter P_t dan t, serta W_t adalah *brownian motion (proses wiener)*. Maka persamaan umum dari lemma Ito adalah sebagai berikut:

$$F(P_t, t) = \left(\frac{\partial F(P_t, t)}{\partial P_t}\mu(P_t, t) + \frac{\partial F(P_t, t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F(P_t, t)}{\partial {P_t}^2}\sigma(P_t, t)^2\right)dt + \left(\sigma(P_t, t)\frac{\partial F(P_t, t)}{\partial P_t}\right)dW_t \tag{2.2}$$

Persamaan (2.2) disebut sebagai formula ito.

2.4. *Geometric Brownian Motion*

Geometric Brownian Motion (GBM) merupakan salah satu model volatilitas stokastik yang ditemukan oleh Louis Bachelier tahun 1990. Nilai volatilitas pada model tersebut bergerak secara acak mengikuti proses stokastik. Kelebihan model GBM yaitu menggunakan asumsi yang lebih real sehingga model yang diperoleh lebih akurat (Wulan & Dony, 2018).

GBM merupakan proses stokastik dengan waktu kontinu. Pada penelitian ini, GBM digunakan untuk memodelkan proses pergerakan harga nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika Serikat. GBM adalah proses *random walk* geometri, dimana merupakan bentuk eksponensial dari *random walk* asimetri (Au Kelly, dkk., 1997).

Misalkan P_i merupakan pergerakan harga nilai tukar rupiah naik atau turun, maka diperoleh:

$$P\left(P_i = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}\right) = \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}$$

$$P\left(P_i = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}$$

Sehingga untuk menentukan nilai fungsi diperoleh sebagai berikut:

$$S_t = S_0\left(P_1 \cdot P_2 \cdots P_{\frac{t}{\Delta t}}\right)$$

Mean dan variansi merupakan nilai yang mudah digunakan untuk menghitung pergerakan nilai tukar rupiah, untuk mempermudah perhitungan maka tambahkan fungsi ln pada kedua sisi persamaan. Sehingga diperoleh:

$$\ln S_t = \ln S_0 + \ln P_1 + \ln P_2 + \cdots + \ln P_{\frac{t}{\Delta t}}$$

Maka peluang naik dan turun untuk *random walk* logaritma adalah sebagai berikut:

$$P\left(\ln P_1 = \sigma\sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}$$

$$P\left(\ln P_2 = -\sigma\sqrt{\Delta t}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}$$

Nilai $E(\ln S_t)$ dan $Var(\ln S_t)$ adalah sebagai berikut:

$$E(\ln S_t) = \ln S_0 + E\left(\ln P_1 + \ln P_2 + \cdots + \ln P_{\frac{t}{\Delta t}}\right)$$

$$= \ln S_0 + \left(E(P_i) \cdot \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$= \ln S_0 + \left(\left(\ln P_1 \cdot P(\ln P_1) + \ln P_2 \cdot P(\ln P_2)\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$= \ln S_0 + \left(\left(\left(\sigma\sqrt{\Delta t} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right) + \left(-\sigma\sqrt{\Delta t}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right)\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$= \ln S_0 + \left(\left(\frac{\sigma\mu\Delta t}{2\sigma} + \frac{\sigma\mu\Delta t}{2\sigma}\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$E(\ln S_t) = \ln S_0 + \mu t$$

$$Var(\ln S_t) = \left(E(\ln S_t)^2 - \left(E(\ln S_t)\right)^2\right) \cdot \frac{t}{\Delta t}$$

$$Var(\ln S_t) = \left(\ln S_0 + E(P_i)^2 \cdot \frac{t}{\Delta t}\right) - \left(\ln S_0 + \left(E(P_i)\right)^2 \cdot \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$= \left(\left(\sigma^2\Delta t \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right)\right) + \left(\sigma^2\Delta t \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma}\right)\right)\right) \cdot \frac{t}{\Delta t} - \left((\mu\Delta t)^2 \cdot \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$= \sigma^2 t - \mu^2 t\Delta t$$

$$= \sigma^2 t\left(1 - \frac{\mu^2\Delta t}{\sigma^2}\right)$$

Untuk $\lim_{\Delta t \to 0} Var(\ln S_t) = \sigma^2 t$, proses inilah yang disebut dengan *Geometric Brownian Motion* (GBM). Secara umum model GBM dinyatakan sebagaimana pada persamaan (2.1) sebagai berikut:

$$dP_t = \mu(P_t, t)dt + \sigma(P_t, t)dW_t$$

dengan:

P_t : Nilai tukar rupiah terhadap dollar Amerika pada waktu t

μ : Nilai *drift*

σ : Nilai volatilitas

dW_t : Perubahan dalam Proses *Wiener*

Untuk memperoleh penyelesaian model GMB, misalkan fungsi $F(P_t, t) = \ln P_t$, dengan menggunakan lemma ito pada persamaan (2.2), maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$d(\ln P_t) = \left(\frac{\partial(\ln P_t)}{\partial P_t}\mu P_t + \frac{\partial(\ln P_t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2(\ln P_t)}{\partial {P_t}^2}\sigma^2 {P_t}^2\right)dt$$

$$+ \left(\frac{\partial(\ln P_t)}{\partial P_t}\sigma P_t\right)dW_t$$

$$d(\ln P_t) = \left(\frac{1}{P_t}\mu P_t + 0 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{{P_t}^2}\right)\sigma^2 {P_t}^2\right)dt + \left(\frac{1}{P_t}\sigma P_t\right)dW_t$$

$$d(\ln P_t) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW_t \tag{2.3}$$

Kemudian masing-masing diintegralkan, sehingga diperoleh:

$$\int d(\ln P_t) = \int \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \int \sigma dW_t$$

$$\ln P_t - \ln P_{t-1} = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t$$

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t$$

$$e^{\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)} = e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t}$$

$$\frac{P_t}{P_{t-1}} = e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t}$$

$$P_t = P_{t-1}e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t} \tag{2.4}$$

Dimana $W_t = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$, untuk ε adalah bilangan acak dari distribusi normal standar (Dmouj, 2006). Sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$P_t = P_{t-1}e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \tag{2.5}$$

Sehingga untuk setiap peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika pada saat t dapat diperoleh dari persamaan model GBM sebagai beikut:

$$F_t = F_{t-1} e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}} \quad (2.6)$$

dengan:

F_t : Ramalan harga nilai tukar rupiah saat t

F_{t-1} : Ramalan harga nilai tukar rupiah saat $t-1$

μ : Nilai *drift*

σ : Nilai volatilitas

2.5. Estimasi Parameter

Estimasi (*estimation*) adalah proses menggunakan sampel statistik untuk menduga parameter populasi yang tidak diketahui berdasarkan informasi dari sampel. Dalam hal ini, peubah acak akan diambil dari populasi yang bersangkutan. Sehingga, keadaan parameter populasi dapat diketahui (Hasan, 2002). Parameter adalah hasil pengukuran yang menggambarkan karakteristik dari populasi (Turmudzi, 2008). Parameter adalah nilai yang mengikuti acuan keterangan atau informasi yang dapat menjelaskan batas-batas atau bagian-bagian tertentu dari suatu sistem persamaan. Penduga (*estimator*) adalah suatu statistik (harga sampel) yang digunakan untuk menduga suatu parameter. Dengan pendugaan dapat diketahui seberapa jauh suatu parameter populasi yang tidak diketahui berada di sekitar sampel.

Terdapat beberapa sifat untuk menentukan apakah sebuah penduga tergolong baik atau tidak. Suatu penduga dikatakan baik apabila memiliki sifat berikut:

a. Tak Bias (*Unbiased*)

Penduga dikatakan tidak bias jika, untuk setiap ukuran sampel n, nilai rata-rata penduga atas semua sampel yang mungkin sama dengan nilai parameter populasi.

Misalkan T adalah statistik sampel yang digunakan sebagai penduga untuk parameter populasi θ, jadi $\hat{\theta} = T$. Bias dari penduga T adalah $E[T] - \theta$, yang merupakan nilai rata-rata yang diharapkan atau T minus nilai sebenarnya dari parameter populasi θ. Penduga T dikatakan tidak bias jika $E[T] = \theta$ (Sleeper, 2006).

b. Konsisten

Penduga dikatakan konsisten jika, seiring n bertambah besar, penduga akan mendekati nilai parameter populasi sebenarnya. Jika sampel ukuran tak terbatas dapat dianalisis, penduga yang konsisten memberikan nilai parameter populasi yang tepat, sedangkan penduga yang tidak konsisten tidak akan memberikan nilai parameter populasi yang tepat.

Misalkan sampel ukuran n dipilih dari suatu populasi. θ menjadi parameter populasi, dan misalkan T_n menjadi penduga θ berdasarkan sampel ukuran n, maka T_n membentuk urutan pendugaan n bertambah besar. Urutan estimator T_n dikatakan konsisten jika untuk setiap nilai $a > 0$ dan untuk setiap kemungkinan θ. $P[|T_n - \theta| > a] \rightarrow 0$ dengan $n \rightarrow \infty$ (Sleeper, 2006).

Model umum *return* nilai tukar rupiah pada penelitian ini terdiri atas dua bagian, yaitu bagian deterministik (μdt) atau disebut dengan *drift* (μ) dan bagian stokastik, yaitu model perubahan harga nilai tukar rupiah secara acak karena pengaruh dari faktor eksternal (σdW_t). *Drift* merupakan ekspektasi laju pergerakan harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika, sedangkan σ

didefinisikan sebagai volatilitas nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika. Volatilitas adalah tingkat pergerakan harga nilai tukar rupiah yang digunakan untuk mengukur standar deviasi dari *return*. Estimasi nilai volatilitas (σ) dan *drift* (μ) menggunakan data harian nilai tukar rupiah pada hari sebelumnya (Prahmana & Sumardi, 2008).

2.5.1. Fungsi Kepadatan Peluang Lognormal

Fungsi kepadatan peluang berdistribusi lognormal diperoleh dari fungsi kepadatan peluang berdistribusi normal. Variabel acak $P = \frac{P_t}{P_{t-1}}$ berdistribusi lognormal jika $Q = \ln P$ berdistribusi normal. Misalkan $Q\ (m, v^2)$ berdistribusi normal, dengan *mean* (m) dan variansi (v^2), sehingga dapat didefinisikan fungsi kepadatan peluang dari variabel Q sebagai berikut (Dmouj, 2006):

$$f(Q) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi v^2}} e^{-\frac{\mathbf{1}}{2v^2}(Q-m)^{\mathbf{2}}}, & \text{untuk } -\infty < Q < \infty \\ 0\,, & \text{untuk } Q \text{ lainya} \end{cases} \qquad (2.7)$$

Dengan menggunakan fungsi kepadatan peluang variabel Q, berdasarkan teorema variabel acak maka fungsi kepadatan peluang variabel P diperoleh dari persamaan berikut:

$$f(P) = \frac{f(Q)dQ}{dP} \qquad (2.8)$$

dengan mensubtitusikan $Q = \ln(P)$, diperoleh :

$$dQ = d(\ln P)$$

$$= \frac{1}{P} dP$$

dengan mensubtitusikan $dQ = \frac{1}{P} dP$ ke persamaan (2.9), sehingga fungsi kepadatan peluang lognormal dari variabel P sebagai berikut:

$$f(P)=\frac{1}{P\sqrt{2\pi v^2}}e^{-\frac{1}{2v^2}(\mathrm{Q}-m)^2} \tag{2.9}$$

dengan :

m : *mean* distribusi lognormal dari variabel P

v^2 : variansi distribusi lognormal dari variabel P

2.5.2. Metode *Maximum Likelihood*

Estimasi *Maximum Likelihood* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi atau memperkirakan nilai suatu parameter dari data deret waktu (Bain & Engelhardt, 1992). Pada penelitian ini, nilai volatilitas (σ) dan *drift* (μ) harus diketahui terlebih dahulu sebelum melakukan peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika. Untuk mengetahui besar nilai tersebut, dilakukan estimasi parameter menggunakan metode *maximum likelihood*.

Metode *maximum likelihood* dapat diperoleh dari fungsi peluang gabungan dari n variabel random $X_1, X_2, \cdots, X_n$ pada nilai pengamatan $x = x_1, x_2, \cdots, x_n$ tetap adalah fungsi dari θ dan dinotasikan dengan $L(\theta, x)$. Jika $X = X_1, X_2, \cdots, X_n$ sampel acak dari fungsi densitas $f(x,\theta)$, maka fungsi *likelihood* adalah

$$L(\theta,x)=f(x_1,\theta)f(x_2,\theta)\ldots f(x_n,\theta)$$

$$=\prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta)\,,\theta\in\Omega$$

Pendugaan parameter dengan metode ini terlebih dahulu mengubah fungsi *likelihood* menjadi fungsi *log-likelihood*. Berikut merupakan fungsi *log-likelihood*:

$$\ell(\theta,x)=\ln L(\theta,x)$$

$$= \ln \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i, \theta)$$

Fungsi *log-likelihood* merupakan fungsi monoton, sehingga memaksimalkan fungsi *log-likelihood* $\left(\ell(\theta, x)\right)$ yang memiliki nilai sama dengan parameternya (θ) seperti halnya dengan memaksimalkan fungsi *likelihood* $\left(L(\theta, x)\right)$. Kondisi terpenuhinya fungsi menjadi maksimum dengan cara differensiasi $\left(\ell(\theta, x)\right)$ terhadap (θ). Hasil differensiasi tersebut membentuk suatu estimator *maximum likelihood.* Estimator *maximum likelihood* adalah nilai parameter *likelihood* terbesar dari sampel yang diketahui (Baron, 2013). Berikut kondisi yang diperlukan agar fungsi menjadi maksimum:

$$\frac{d}{d\theta} \ln L(\theta) = 0$$

Differensiasi kedua juga diperlukan untuk memastikan fungsi telah maksimum dengan kriteria kurang dari 0, berikut adalah kondisi yang diperlukan:

$$\frac{d}{d\theta}\left(\frac{d}{d\theta} \ln L(\theta)\right) < 0$$

2.6. Uji Normalitas

GBM adalah model stokastik dengan waktu kontinu, dengan variabel acak mengikuti *brownian motion*. Proses stokastik disebut *brownian motion* jika memenuhi salah satu syarat yaitu data yang digunakan berdistribusi normal. Jadi data *return* nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika harus memenuhi asumsi distribusi normal (Agustini, dkk., 2018).

Uji normalitas dilakukan untuk mengetahui sebuah data berdistribusi normal atau tidak. Pengujian data berdistribusi normal dapat dilakukan dengan uji *Kolmorov-smirnov* (Razali, dkk., 2011):

Hipotesis:

H_0 : Data sampel berdistribusi normal

H_1 : Data sampel tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D_{hitung} = maks|F_t - F_s| \tag{2.10}$$

dengan:

F_t : Fungsi berdistribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal

F_s : Fungsi distribusi komulatif dari data sampel

dengan:

$F_t = (0{,}5 - Z_{tabel})$, untuk $Z_{hitung} = \frac{X_i - \bar{X}}{SD}$

$F_s = \frac{frekuensi\ komulatif}{n}$

Kriteria pengujian:

Jika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0{,}05$), maka H_0 diterima yang berarti data sampel berdistribusi normal. Sedangkan untuk $D_{hitung} > D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0{,}05$), maka tolak H_0 yang berarti data sampel tidak berdistribusi normal. Dalam melakukan uji normalitas dengan *software* minitab, jika nilai $Pvalue > 0{,}05$ maka H_0 diterima dan data sampel berdistribusi normal.

2.7. Nilai Tukar atau Kurs

Krugman dan Obstfeld (1994) mendefinisikan nilai tukar sebagai harga suatu mata uang terhadap mata uang lainnya. Nilai tukar memainkan peranan penting dalam perdagangan internasional, karena nilai tukar memungkinkan kita untuk membandingkan harga segenap barang dan jasa yang dihasilkan oleh berbagai negara.

Sedangkan menurut Mankiw (2006), nilai tukar di antara dua negara adalah harga dimana penduduk kedua negara saling melakukan perdagangan. Nilai tukar dibagi menjadi dua yaitu nilai tukar nominal dan nilai tukar riil. Nilai tukar nominal adalah harga mata uang suatu negara dengan negara lainnya, sedangkan nilai tukar riil adalah nilai tukar nominal dibagi harga relatif dalam negeri dan luar negeri (negara mitra dagang). Nilai tukar riil dijadikan sebagai acuan untuk mengukur daya saing suatu negara dengan negara lainnya.

Berdasarkan pendapat para ahli di atas dapat disimpulkan bahwa nilai tukar merupakan harga dari mata uang suatu negara terhadap negara lain yang dipergunakan dalam perdagangan antar negara tersebut.

2.8. *Return* Nilai Tukar

Return merupakan hasil nilai yang diperoleh akibat dari naik atau turunya suatu harga nilai tukar. Pada proses stokastik $\{P(t); t \geq 0\}$ pemodelan nilai tukar rupiah, diperoleh rumus nilai *return* adalah sebagai berikut (Ruppert, 2011):

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{2.11}$$

dengan:

R_t : *Return* nilai tukar rupiah pada waktu t

P_t : Harga nilai tukar rupiah aktual pada waktu t

P_{t-1} : Harga nilai tukar rupiah aktual pada waktu $t-1$

2.9. *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan rata-rata presentase absolut dari kesalahan peramalan, MAPE merupakan faktor penting dalam melakukan evaluasi pada akurasi peramalan. MAPE berfungsi untuk menunjukkan seberapa besar kesalahan peramalan dibandingkan dengan nilai aktual. Apabila nilai MAPE yang dihasilkan dari sebuah metode peramalan semakin kecil maka metode peramalan tersebut semakin baik. Rumus dari MAPE didefinisikan sebagai berikut (Abidin, 2014):

$$MAPE = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\frac{|P_t - F_t|}{P_t}\cdot 100\% \quad (2.12)$$

dengan:

P_t : Harga nilai tukar rupiah aktual pada waktu t

F_t : Peramalan nilai tukar rupiah aktual pada waktu t

N : Jumlah data nilai tukar rupiah

Untuk mengetahui akurasi peramalan dapat dilihat pada **Tabel 2.1**

Tabel 2.1 Nilai MAPE sebagai tingkat akurasi peramalan

Presentase MAPE	Tingkat Akurasi
$< 10\%$	Akurasi peramalan tinggi
$10\% - 20\%$	Akurasi peramalan baik
$21\% - 50\%$	Akurasi peramalan biasa
$> 50\%$	Peramalan tidak akurat

2.10. Statistik Peramalan dalam Al-Qur’an

Peramalan merupakan proses memperkirakan suatu kejadian pada masa mendatang berdasarkan data masa lalu yang dianalisis menggunakan metode-metode tertentu. Peramalan dapat memberikan gambaran atau perkiraan tentang kejadian pada masa mendatang, sehingga dapat digunakan sebagai upaya untuk melaksakan perencanaan kegiatan dan sebagai upaya untuk menghadapi hal-hal yang tidak diinginkan. Islam telah memerintahkan kaum muslim untuk mempersiapkan hari esok secara lebih baik dengan memperhatikan peristiwa yang terjadi sebelumnya. Sebagaimana firman Allah SWT dalam QS Ali Imran ayat 137, artinya:

"*Sungguh, telah berlalu sebelum kamu sunnah-sunnah (Allah), karena itu berjalanlah kamu ke (segenap penjuru) bumi dan perhatikanlah bagaimana kesudahan orang-orang yang mendustakan (pesan-pesan Allah)" (QS. Ali Imran:137)"*

M. Quraish Shihab (2002) menafsirkan bahwa setiap umat manusia diperintah untuk senantiasa belajar tentang kejadian yang telah ada sebelumnya melalui sunnah-sunnah yang telah Allah SWT tetapkan. Dengan memperhatikan kejadian-kejadian yang telah ada, kemudian dilakukan pembelajaran tentang hal tersebut, maka akan memberikan kemaslahatan bagi manusia itu sendiri di masa yang akan datang. Jika setiap manusia belum dapat memahami tentang hal-hal tersebut, maka dianjurkan untuk melakukukan pembelajaran secara langsung dengan melihat bukti-bukti kejadian yang sudah ada sebelumnya. Sehingga kita dapat mengambil pelajaran kejadian tersebut sebagai bekal di masa mendatang. Sebagaimana hadits yang telah diriwayatkan oleh at-Tirmidzi, Rasulullah SAW bersabda:

"Orang yang cerdas adalah mereka yang mampu menahan hawa nafsunya dan beramal (berbekal) untuk kehidupan setelah mati. Orang yang bodoh adalah mereka yang mengumbar hawa nafsunya dan berangan-angan kepada Allah (diampuni dosa-dosanya)." (HR. At-Tirmidzi)"

Rasullullah SAW mengingatkan kepada umat manusia bahwa orang yang cerdas merupakan orang yang senantiasa mempersiapkan kehidupan mereka di masa yang akan datang (akhirat). Orang cerdas mempersiapkan kehidupan di akhirat kelak dengan menahan hawa nafsu dan beramal. Sedangkan orang bodoh adalah mereka hanya berangan-angan agar diampuni dosanya.

Berdasarkan penjelasan ayat di atas, maka dapat disimpulkan bahwa memperhatikan kejadian yang sudah ada sebelumnya merupakan hal yang penting dilakukan oleh setiap umat manusia untuk mempersiapkan hari yang akan datang, karena orang yang senantiasa mempersiapkan kehidupan mereka di masa yang akan datang (akhirat) adalah orang yang cerdas. Sehubungan dengan penelitian ini, sebagaimana peneliti ketika ingin meneliti juga harus mempelajari atau menganalisa kejadian dan keadaan yang ada sebelum melakukan sebuah penelitian, sehingga dapat digunakan metode yang tepat dalam melakukan penelitian.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1. Pendekatan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan literatur dan kuantitatif. Pendekatan literatur dilakukan dengan cara mengkaji buku-buku yang berkaitan dengan penelitian. Studi kasus digunakan untuk mengimplementasikan peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat.

3.2. Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu data nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika pada tanggal 1 April 2019 sampai dengan 31 Januari 2020. Data pada tanggal 1 April 2019 sampai 31 Desember 2019 digunakan untuk mencari nilai estimasi parameter dan data pada tanggal 2 Januari 2020 sampai 31 Januari 2020 digunakan untuk menguji akurasi model GBM. Data diperoleh dari https://www.bi.go.id/id/statistik/informasi-kurs/jisdor/Default.aspx yang diakses pada tanggal 10 Februari 2020.

3.3. Metode Analisis Data

Proses analisis data pada penelitian ini menggunakan bantuan *software Microsoft Excel*, *Minitab* dan *Phyton.* Adapun tahap analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Estimasi parameter model GBM menggunakan Metode *Maximum Likelihood*
   a. Menentukan persamaan *likelihood* dan *log-likelihood* dari fungsi kepadatan peluang distribusi lognormal.

b. Menentukan turunan pertama fungsi *log-likelihood.*

c. Menduga parameter.

d. Menentukan turunan kedua fungsi *log-likelihood* untuk memastikan bahwa fungsi telah maksimum.

2. Penerapan model GBM pada peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika Serikat

a. Mendeskripsikan data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika.

b. Menghitung nilai *return* dari data harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika menggunakan *software Microsoft Excel.*

c. Melakukan uji normalitas pada nilai *return* harga nilai tukar mata uang yang telah diperoleh sebelumnya. Uji normalitas menggunakan *Kolmogorov-Smirnov*. Jika data yang diperoleh tidak berdistribusi normal maka dapat dilakukan uji *Johnson-Transformation*

d. dengan bantuan *software* minitab agar data berdistribusi normal.

e. Menentukan estimasi parameter $\hat{\sigma}$ (volatilitas) dan $\hat{\mu}$ *(drift)* dari persamaan umum model GBM dengan metode *maximum likelihood* menggunakan data nilai *return* harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika periode April 2019 sampai dengan Desember 2019.

f. Melakukan peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika untuk bulan selanjutnya.

g. Menghitung Nilai MAPE

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1. Estimasi Parameter Model GBM dengan Metode Maximum Likelihood

Model umum GBM terdiri atas dua bagian, yaitu bagian deterministik (μdt) atau disebut dengan *drift* (μ) dan bagian stokastik, yaitu model perubahan harga nilai tukar rupiah secara acak karena pengaruh dari faktor eksternal (σdW_t). Nilai σ didefinisikan sebagai volatilitas untuk mengukur standar deviasi dari *return* dan μ adalah nilai ekspektasi dari *return*. Nilai volatilitas (σ) dan nilai *drift* (μ) dapat diestimasi menggunakan data *return* harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika pada hari sebelumnya. Dengan memenuhi asumsi penggunaan model GBM, maka data yang digunakan harus berdistribusi normal. Berdasarkan fungsi kepadatan peluang data *return* pada persamaan (2.10) dapat dilakukan estimasi parameter dengan menggunakan metode *maximum likelihood*.

4.1.1. Fungsi *Log-Likelihood* Distribusi Lognormal

Setelah diketahui persamaan fungsi kepadatan peluang data *return*, langkah selanjutnya yaitu menentukan fungsi *likelihood*. Berdasarkan persamaan (2.10) dengan parameter m dan v^2 dari $f(P)$, maka diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$L(m, v^2|P) = \prod_{t=1}^{n} \frac{1}{P\sqrt{2\pi v^2}} exp\left[-\frac{1}{2v^2}(Q-m)^2\right]$$

$$= \frac{1}{P}(2\pi v^2)^{-\frac{n}{2}} exp\left[-\frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2\right] \qquad (4.1)$$

Berdasarkan persamaan (4.1) diperoleh fungsi *log-likelihood* sebagai berikut:

$$\ell(m, v^2|P) = \ln L(m, v^2|P)$$

$$= \ln\left(\frac{1}{P}(2\pi v^2)^{-\frac{n}{2}} exp\left[-\frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2\right]\right)$$

$$= \ln\frac{1}{P} + \ln(2\pi v^2)^{-\frac{n}{2}} - \frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$\ell(m, v^2|P) = \ln\frac{1}{P} - \frac{n}{2}\ln(2\pi v^2) - \frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2 \qquad (4.2)$$

4.1.2. Turunan Pertama Fungsi *Log-likelihood*

Fungsi *log-likehood* akan diturunkan secara parsial terhadap parameter m dan v^2. Turunan pertama dari fungsi *log-likelihood* pada persamaan (4.2) digunakan untuk menduga parameter m dan v^2, sehingga diperoleh sebagai berikut :

$$\frac{\partial\ell(m, v^2|P)}{\partial m} = \ln\frac{1}{P} - \frac{n}{2}\ln(2\pi v^2) - \frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$= \frac{1}{2v^2}\cdot 2\sum_{t=1}^{n}(Qm) - \frac{nm^2}{2v^2}$$

$$= \frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}\mathrm{Q} - \frac{2nm}{2v^2}$$

$$= \frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}\mathrm{Q} - \frac{nm}{v^2}$$

$$\frac{\partial\ell(m, v^2|P)}{\partial m} = \sum_{t=1}^{n}\mathrm{Q} - nm \qquad (4.3)$$

$$\frac{\partial\ell(m, v^2|P)}{\partial v^2} = \ln\frac{1}{P} - \frac{n}{2}\ln(2\pi v^2) - \frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$= -\frac{n}{2}\ln(2\pi v^2) - \frac{1}{2v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$= -\frac{n}{2v^2} - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2 \cdot \frac{d}{dv^2}\left(\frac{1}{v^2}\right)$$

$$= -\frac{n}{2v^2} - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2\left(-\frac{1}{(v^2)^2}\right)$$

$$= -\frac{n}{2v^2} + \frac{1}{2v^4}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$\frac{\partial \ell(m, v^2|P)}{\partial v^2} = -n + \frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2 \tag{4.4}$$

4.1.3. Estimasi Parameter

Berdasarkan hasil turunan pertama dari persamaan (4.3) dan (4.4) dengan nilai $Q = \ln\frac{P_t}{P_{t-1}}$ dapat digunakan untuk mencari estimasi parameter dengan disamadengankan 0, sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial \ell(m, v^2)}{\partial m} = 0$$

$$\sum_{t=1}^{n} \mathrm{Q} - nm = 0$$

$$\sum_{t=1}^{n} \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) - nm = 0$$

$$\hat{m} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial \ln L(m, v^2)}{\partial v^2} = 0$$

$$-n + \frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2 = 0$$

$$-n+\frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}\left(ln\ \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)-m\right)^2\ =0$$

$$\hat{v}^2=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left(ln\ \left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)-m\right)^2 \qquad (4.6)$$

4.1.4. Turunan Kedua Fungsi *Log-likelihood*

Turunan kedua fungsi *log-likelihood* digunakan untuk menunjukkan bahwa fungsi tersebut telah maksimum. Fungsi *log-likelihood* dikatakan maksimum jika turunan kedua dari fungsi tersebut bernilai negatif. Turunan kedua dari fungsi *log-likelihood* diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2\ell(m,v^2)}{\partial m}=\sum_{t=1}^{n}\mathrm{Q}-nm$$

$$=\sum_{t=1}^{n}\mathrm{Q}-nm$$

$$=0-n$$

$$\frac{\partial^2\ell(m,v^2)}{\partial m}=-n<0,\qquad \text{karena}\ \ n>0 \qquad (4.7)$$

$$\frac{\partial^2\ell(m,v^2)}{\partial v^2}=-n+\frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$=-n+\frac{1}{v^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$=0-\frac{1}{(v^2)^2}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2$$

$$\frac{\partial^2\ell(m,v^2)}{\partial v^2}=-\frac{1}{v^4}\sum_{t=1}^{n}(Q-m)^2<0, \qquad (4.8)$$

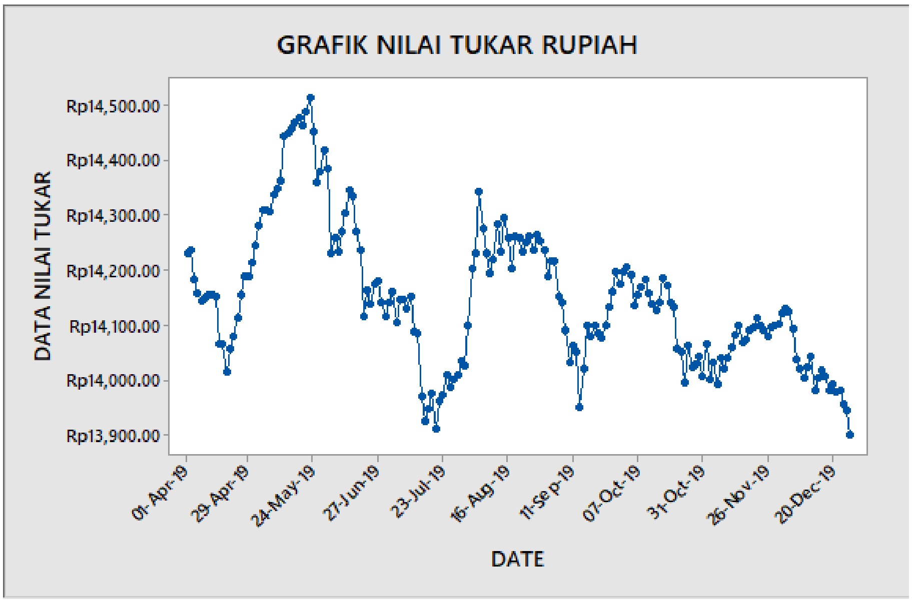
Karena $v^4 > 0$ dan $(Q - m)^2 > 0$

Berdasarkan hasil turunan kedua pada persamaan (4.7) dan (4.8) yang bernilai negatif, maka dapat dikatakan bahwa estimator hasil turunan pertama memaksimalkan fungsi *log-likelihood*.

4.2. Penerapan Model GBM pada Peramalan Nilai Tukar

4.2.1. Deskriptif Data

Penelitian ini menggunakan data nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika periode April 2019 sampai dengan Desember 2019. Data nilai tukar yang digunakan merupakan data kurs referensi Bank Indonesia (BI) atau yang disebut JISDOR (Jakarta Interbank Spot Dollar Rate). Kurs referensi tersebut merupakan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika yang berlaku secara rata-rata di pasar valas. Data nilai tukar dapat dilihat pada Lampiran A. Berikut ini merupakan grafik data nilai tukar rupiah sebagai berikut:



Gambar 4.1 Grafik Nilai Tukar Rupiah

Berdasarkan Gambar 4.1 dapat diketahui bahwa harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika periode 1 April 2019 sampai dengan 31 Desember 2019 mengalami flukutuasi, yaitu nilai tukar rupiah tertinggi terjadi pada tanggal 23 Mei 2019 sebesar Rp.14.513 dan nilai tukar rupiah terendah terjadi pada tanggal 31 Desember 2019 sebesar Rp.13.901. Nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika dapat mengalami kenaikan dan penurunan setiap harinya. Oleh karena itu, untuk mempermudah dalam melakukan peramalan maka dilakukan perhitungan *return* dari data harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika.

4.2.2. Perhitungan *Return* Nilai Tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika

Proses pergerakan data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika mengikuti proses standar *Wiener*. Harga nilai tukar mengalami kenaikan atau penurunan yang tidak menentu atau bersifat fluktuatif, sehingga untuk mempermudah dalam melalukan peramalan maka dilakukan perhitungan *return* pada data. *Return* nilai tukar rupiah merupakan hasil yang diperoleh akibat naik atau turunya harga mata uang. Perhitungan nilai *return* pada penelitian ini dilakukan dengan bantuan *software Microsoft Excel*. Hasil perhitungan *return* data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika periode 1 April 2019 sampai dengan 31 Desember 2019 dapat dilihat pada Lampiran A. Perhitungan nilai *return* menggunakan persamaan (2.2), sehingga diperoleh hasil nilai *return* dari data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika sebagai berikut:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

$$R_2 = \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = \ln\left(\frac{14237}{14231}\right) = 0{,}00042$$

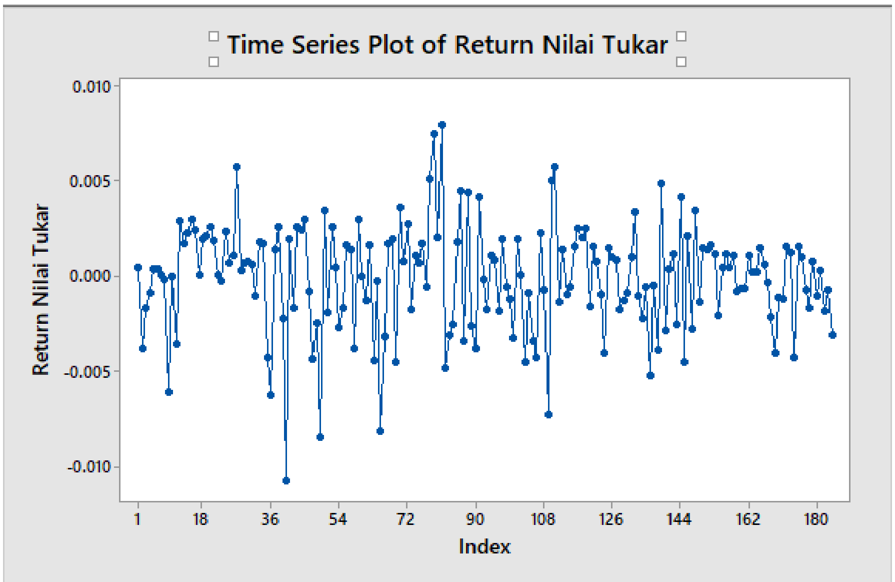
$$R_3 = \ln\left(\frac{P_3}{P_2}\right) = \ln\left(\frac{14182}{14237}\right) = -0{,}00387$$

$$\vdots$$

$$R_{184} = \ln\left(\frac{P_{184}}{P_{183}}\right) = \ln\left(\frac{13945}{13956}\right) = -0{,}00078$$

$$R_{185} = \ln\left(\frac{P_{185}}{P_{184}}\right) = \ln\left(\frac{13901}{13945}\right) = -0{,}00316$$

Berdasarkan hasil perhitungan *return* data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika, plot data *return* ditunjukkan pada gambar sebagai berikut:



Gambar 4.2 Plot Return Nilai Tukar Rupiah

Plot data pada Gambar 4.2 menunjukkan bahwa nilai *return* dari data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika bersifat acak.

4.2.3. Uji Normalitas Data *Return*

Uji normalitas dilakukan untuk mengetahui bahwa *return* dari data harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika berdistribusi normal atau tidak. Oleh karena itu, dilakukan uji normalitas data *return* nilai tukar rupiah menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* berdasarkan persamaan (2.1) sebagai berikut:

Hipotesis:

H_0 : Data *return* berdistribusi normal

H_1 : Data *return* tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

$$D_{hitung} = maks|F_t - F_s|$$

$$D_{hitung} = 0{,}064$$

Sedangkan D_{tabel} adalah

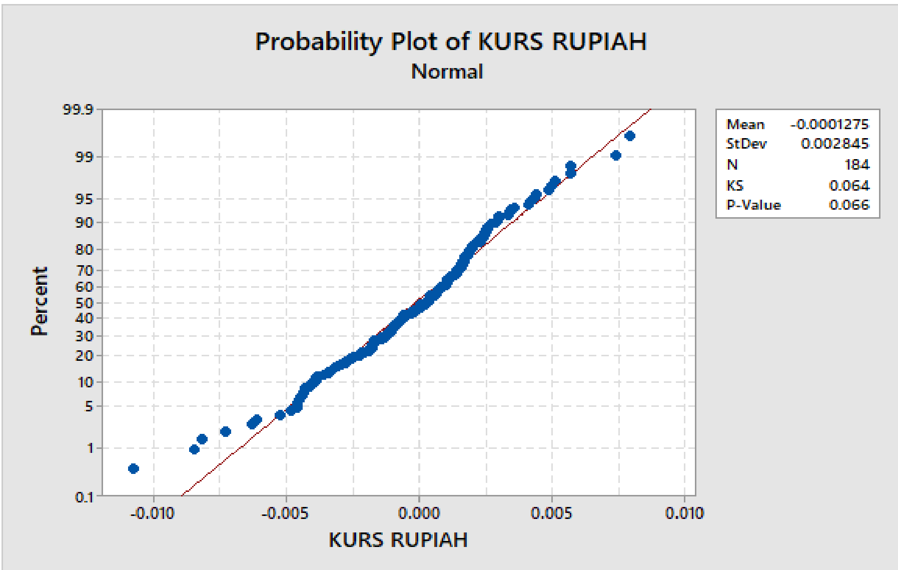
$$D_{tabel} = D_{\alpha,n} = D_{0{,}05{,}184}$$

$$D_{\alpha,n} = \frac{1{,}36}{\sqrt{184}} = 0{,}100$$

Kriteria pengujian:

Hasil $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ dengan $\alpha = 0{,}05$, sehingga dapat disimpulkan bahwa terima H_0, yang artinya *return* nilai tukar rupiah berdistribusi normal. Tabel *Kolmogorov-Smirnov* dapat dilihat pada Lampiran B.

Berdasarkan hasil pengujian menggunakan *software minitab* diperoleh sebagai berikut:



Gambar 4.3 Plot Distribusi Normal

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa titik-titik lingkaran residual menyebar di sekitar garis normal dan nilai $p_{value} > 0{,}05$, sehingga dapat disimpulkan bahwa *return* berdistribusi normal.

4.2.4. Estimasi Parameter Model GBM

Sebelum meramalkan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika, dilakukan estimasi parameter *drift* (μ) dan volatilitas (σ) pada model GBM. Nilai *drift* dan volatilitas diasumsikan konstan. *Drift* (μ) adalah ekspektasi laju pergerakan harga nilai tukar rupiah dan volatilitas (σ) adalah tingkat pergerakan harga nilai tukar rupiah, sehingga nilai *drift* dan volatilitas dapat diestimasi menggunakan data *return* harian nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika pada hari sebelumnya. Oleh karena itu, berdasarkan estimasi parameter yang dilakukan pada pembahasan (4.1.4) diperoleh hasil nilai estimasi *mean* ($\widehat{m}$) dari *return* sebagai berikut:

$$\widehat{m} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t$$

$$= \frac{1}{n}(R_2 + R_3 + \cdots + R_{184} + R_{185})$$

$$= \frac{1}{184}\big(0{,}00042 + (-0{,}00387) + \cdots$$

$$+ (-0{,}00079) + (-0{,}00316)\big)$$

$$\widehat{m} = -0{,}0001275$$

Dan diperoleh nilai estimasi standar deviasi ($\hat{v}$) dari *return* sebagai berikut:

$$\hat{v}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}\left(ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) - m\right)^2$$

$$= \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - m)^2$$

$$= \frac{1}{184-1}\Big(\big(0{,}00042 - (-0{,}0001275)\big)^2$$

$$+ \big(-0{,}00387 - (-0{,}0001275)\big)^2 + \cdots$$

$$+ \big(-0{,}00079 - (-0{,}0001275)\big)^2$$

$$+ \big(-0{,}00316 - (-0{,}0001275)\big)^2\Big)$$

$$\hat{v}^2 = 0{,}0000081$$

$$\hat{v} = \sqrt{0{,}0000081}$$

$$\hat{v} = 0{,}002845$$

Berdasarkan persamaan umum model GBM dengan penyelesaian menggunakan *lemma ito* diperoleh hasil persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$d(\ln P_t) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW_t$$

Berdasarkan persamaan tersebut diperoleh variansi $\sigma^2 t$ dan *mean* $\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t$, sehingga nilai estimasi parameter volatilitas ($\hat{\sigma}$) dan *drift* ($\hat{\mu}$) sebagai berikut:

a. Nilai Estimasi Parameter Volatilitas ($\hat{\sigma}$)

$$v^2 = \sigma^2 t$$

$$\hat{\sigma} = \frac{v}{\sqrt{t}}$$

$$\hat{\sigma} = \frac{0{,}002845}{\sqrt{1}}$$

$$= 0{,}002845$$

b. Nilai Estimasi Parameter *Drift* ($\hat{\mu}$)

$$m = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t$$

$$\hat{\mu} = \frac{m}{t} + \frac{1}{2}\sigma^2$$

$$= \frac{-0{,}0001275}{1} + \frac{1}{2}(0{,}002845)^2$$

$$\hat{\mu} = -0{,}000123$$

Berdasarkan perhitungan di atas, maka diperoleh nilai estimasi parameter volatilitas ($\hat{\sigma}$) dan *drift* ($\hat{\mu}$) dari *return* nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika sebesar $\hat{\sigma} = 0{,}002845$ dan $\hat{\mu} = -0{,}000123$.

4.2.5. Hasil Peramalan

Setelah diketahui nilai *drift* dan volatilitas, selanjutnya dilakukan peramalan nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika untuk bulan berikutnya. Peramalan dapat dilakukan menggunakan solusi rekursif dari persamaan umum model GBM pada persamaan (2.6) sebagai berikut:

$$F_t = F_{t-1}e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}}$$

Peramalan nilai tukar rupiah untuk bulan selanjutnya pada penelitian ini dilakukan dengan bantuan *software* Phyton, dengan menggunakan persamaan (2.7) maka diperoleh hasil peramalan sebagai berikut:

$$F_1 = F_0 e^{\left((-0{,}000123) - \frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1 + 0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$F_1 = 13901e^{\left((-0{,}000123) - \frac{1}{2}(0{,}002845497)^2\right)1 + 0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$= 13891$$

$$F_2 = F_1 e^{\left((-0{,}000123)-\frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1+0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$F_2 = 13891 e^{\left((-0{,}000123)-\frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1+0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$= 13895$$

$$\vdots$$

$$F_{21} = F_{20} e^{\left((-0{,}000123)-\frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1+0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$F_{21} = 13659 e^{\left((-0{,}000123)-\frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1+0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

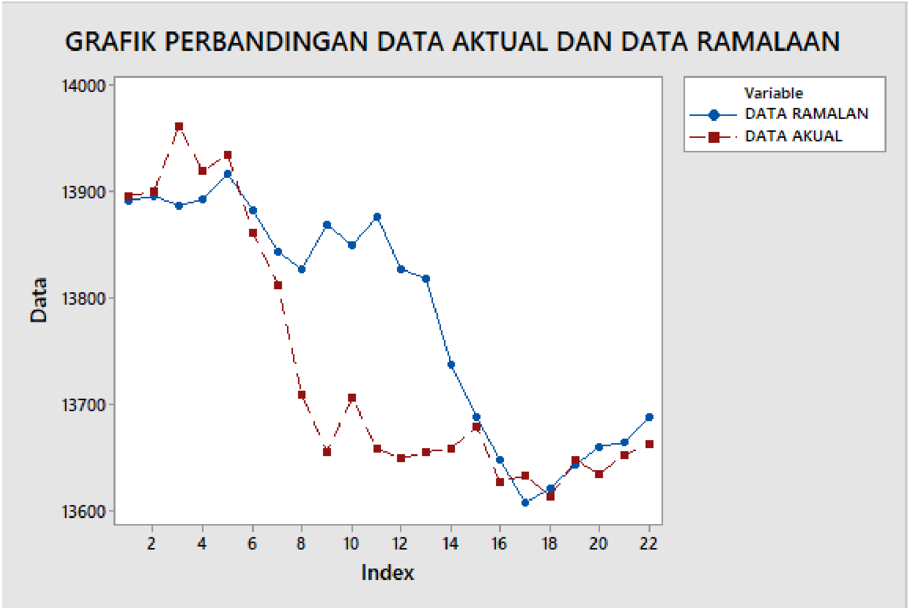
$$= 13663$$

$$F_{22} = F_{21} e^{\left((-0{,}000123)-\frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1+0{,}002845\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$F_{22} = 13663 e^{\left((-0{,}000123)-\frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)1+0{,}00284\varepsilon\sqrt{1}}$$

$$= 13687$$

Berdasarkan perhitungan peramalan nilai tukar rupiah dengan menggunakan model GBM, diperoleh hasil peramalan untuk satu bulan selanjutnya. Adapun perbandingan data aktual dan data ramalan adalah sebagai berikut:



Gambar 4.4 Grafik Perbandingan Harga Nilai Tukar Rupiah

Hasil peramalan harga nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika dapat dilihat melalui Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1: Hasil Peramalan Nilai Tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika

Tanggal	Harga Aktual	Harga Ramalan	Error
2 Januari 2020	13895	13891	4
3 Januari 2020	13899	13895	4
6 Januari 2020	13961	13886	75
7 Januari 2020	13919	13892	27
8 Januari 2020	13934	13916	18
9 Januari 2020	13860	13881	21
10 Januari 2020	13812	13842	30
13 Januari 2020	13708	13827	119
14 Januari 2020	13654	13868	214
15 Januari 2020	13706	13848	142
16 Januari 2020	13658	13875	217
17 Januari 2020	13648	13826	178
20 Januari 2020	13654	13818	164
21 Januari 2020	13658	13736	78
22 Januari 2020	13678	13688	10
23 Januari 2020	13626	13647	21
24 Januari 2020	13632	13607	25
27 Januari 2020	13612	13620	8
28 Januari 2020	13647	13642	5
29 Januari 2020	13634	13659	25
30 Januari 2020	13652	13663	11
31 Januari 2020	13662	13687	25

Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa hasil data ramalan yang diperoleh tidak jauh berbeda dengan data aktual. Perbedaan yang tidak terlalu jauh antara data ramalan dan data aktual tersebut dapat menunjukkan bahwa model GBM tepat digunakan untuk meramalkan harga nilai tukar rupiah yang bersifat fluktuatif karena menghasilkan nilai error yang kecil.

4.2.6. Perhitungan Nilai MAPE

Penelitian ini menggunakan nilai MAPE untuk mengetahui ketepatan dalam peramalan, dengan menggunakan persamaan (2.12) maka diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\frac{|P_t - F_t|}{P_t}\cdot 100\%$$

$$= \frac{1}{22}\left(\frac{|13895 - 13891|}{13895} + \frac{|13899 - 13895|}{13899} + \cdots + \frac{|13652 - 13663|}{13652} + \frac{|13662 - 13687|}{13662}\right)\cdot 100\%$$

$$= \frac{0{,}10376}{22}\cdot 100\%$$

$$= 0{,}472\%$$

Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh nilai MAPE kurang dari 10% yaitu 0,472%. Jadi dapat disimpulkan bahwa rata-rata simpangan *error* yang dihasilkan menunjukkan tingkat akurasi peramalan tinggi.

4.3. Kajian Peramalan dalam Pandangan Islam

Ilmu pengetahuan yang semakin pesat membuat seseorang semakin sadar bahwa menduga atau meramalkan adalah salah satu kegiatan yang penting. Hal ini dilakukan karena adanya banyak peristiwa tak terduga yang terjadi di masa mendatang, sehingga mengakibatkan kebutuhan akan semakin meningkat. Oleh karena itu untuk mengantisipasi hal-hal yang tidak diinginkan di masa mendatang maka peramalan adalah salah satu solusi yang dapat dilakukan.

Peramalan dalam islam ada yang diperbolehkan dan ada yang dilarang. Peramalan yang berdasarkan pada fakta ilmiah, data, dan penelitian atau berbasis pada ilmu pengetahuan adalah peramalan yang diperbolehkan dan tidak diharamkan selama mengandung manfaat bagi umat. Sebagaimana firman Allah dalan QS.Ar-Rum ayat 29, yang artinya:

"Tetapi orang-orang yang zalim, mengikuti hawa nafsunya tanpa ilmu pengetahuan; maka siapakah yang akan menunjuki orang yang telah disesatkan Allah? Dan tiadalah bagi mereka seorang penolongpun".

M. Quraish Shihab (2002) menafsirkan bahwa orang-orang yang dzalim, yaitu orang yang menyekutukan Allah yang hanya mengikuti hawa nafsunya tanpa memperhatikan ilmu pengetahuan, yaitu tanpa mengetahui akibat dari kekufuran mereka. Tidak ada seorangpun yang dapat memberi petunjuk kepada orang yang telah Allah sesatkan dan tidak ada yang dapat memberi pertolongan dan melindungi mereka dari azab-Nya.

Peramalan nilai tukar rupiah terhadap USD adalah salah satu contoh peramalan yang diperbolehkan dalam islam. Peramalan ini dilakukan dengan menggunakan data historis. Sebagaimana dalam islam telah memerintahkan kaum muslim untuk mempersiapkan hari esok secara lebih baik dengan memperhatikan peristiwa yang terjadi sebelumnya, seperti yang telah dijelaskan dalam QS. Ali-Imran ayat 137 pada pembahasan Bab II.

Surat Ali-Imran ayat 137 menjelaskan bahwa hendaklah setiap manusia memperhatikan kejadian-kejadian yang telah ada sebelumnya melalui sunnah-sunnah Allah yang telah ditetapkan sebagai pembelajaran dan bekal di masa mendatang. Sama halnya dengan penelitian ini, menggunakan data masa lampau untuk memperkirakan kejadian di masa mendatang. Data nilai tukar pada bulan-bulan sebelumnya digunakan untuk mencari nilai estimasi parameter yang ada pada model GBM, sehingga dapat digunakan untuk meramalkan nilai tukar rupiah pada bulan selanjutnya. Namun semua aktifitas yang dilakukan manusia berdasarkan peramalan hanya sebatas usaha sebagai pegangan dalam pengambilan keputusan atas suatu peristiwa, akan tetapi hasil dari rencana manusia bisa saja salah karena adanya kelemahan dan ketidaktelitian yang dimiliki manusia serta dapat berubah tergantung pada usaha yang dilakukan untuk menjadi lebih baik.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model estimasi parameter GBM dengan menggunakan metode *maximum likelihood* diperoleh $\hat{\sigma} = \frac{v}{\sqrt{t}}$ dan $\hat{\mu} = \frac{u}{t} + \frac{1}{2}\sigma^2$, dengan nilai $\hat{\sigma}$ sebesar $0{,}002845$dan $\hat{\mu}$ sebesar $-0{,}000123$.
2. Berdasarkan hasil penerapan model GBM pada data nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika dengan menggunakan metode *maximum likelihood* membentuk model matematis sebagai berikut:

$$F_t = F_{t-1} e^{\left((-0{,}000123) - \frac{1}{2}(0{,}002845)^2\right)t + 0{,}002845\varepsilon\sqrt{\Delta t}}$$

   Model tersebut digunakan untuk meramalkan harga nilai tukar mata uang pada bulan selanjutnya. Berdasarkan hasil peramalan dapat diketahui bahwa model GBM adalah model yang tepat diterapkan pada data nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika. Hal ini dapat dilihat dari hasil nilai MAPE yang diperoleh sebesar 0,472%, artinya rata-rata simpangan *error* yang dihasilkan menunjukkan bahwa tingkat akurasi peramalan tinggi.

5.2. Saran

Berdasarkan hasil penelitiaan ini, maka saran untuk penelitian selanjutnya dapat menggunakan metode lain dalam melakukan estimasi model GBM.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Quran Terjemahan. 2015. Departemen Agama RI. Bandung: CV Darus Sunnah

Abidin, S.N.Z. dan Jaffar, M.M. 2014. Forecasting Share Prices of Small Size Companies in Bursa Malaysia Using Geometric Brownian Motion. *Applied Mathematics and Information Sciences*, 8(1), 107-112.

Agustini W, Farida., Ika Restu A. dan Endah R.M.P. 2018. Stock Price Prediction Using Geometric Brownian Motion. *Jurnal of Physic: conf. Series* 974.

Al-Asyqar, M. S. 2013. *Zubdat At-Tafsir*. Jordan: Dar al-Nafaes.

Au, Kelly T., Ray M. and Thurston, C.D. 1997. An Intuitive Explanation of Brownian Motion as a Limit of a Random Walk. *Journal of Financial Education*, 23(1), 91-94.

Bain, L.J. & Engelhardt, M. 1992. *Introduction to probability and mathematical statistics.* California: Brooks/Cole.

Baron, M. 2013. *Probability and statistics for computer scientists.* USA: Chapman and Hall/CRC.

Dmouj, A. 2006. *Stock price modelling:Theory and Practice*. Vrije Universiteit Faculty of sciences. Amsterdam:The Netherlands.

Hamdan, Zawin N., Siti Nur I.I. and Mohd. Shafie M. 2020. Modelling Malaysian Gold Prices Using Geometric Brownian Motion Model. *Advances in Mathematics: Scientific Journal*, 9(9), 7463–7469.

Hasan, M. Iqbal. 2002. *Pokok-Pokok Materi Statistik 2 (Statistik Deskriptif).* Jakarta: Bumi Aksara.

https://www.bi.go.id/id/statistik/informasi-kurs/jisdor/Default.aspx/ diakses pada tanggal 10 Januari 2020.

Jumingan. 2009. *Studi Kelayakan Bisnis, Teori dan Proposal Kelayakan*. Jakarta: Bumi Aksara.

Krugman, Paul R. dan Obstfeld Maurice. 1994. *Ekonomi Internasional: Teori dan Kebijakan. Penerjemah Faisal H. Bahri.* Jakarta: Universitas Indonesia – Haper Collins Publisher Inc.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C. and Hyndman, R.J. 2008. Forecasting methods and applications. John wiley & sons.

Mankiw, Gregory. 2006. *Pengantar Ekonomi Makro Edisi Ketiga.* Jakarta: Salemba Empat.

Niwiga, D.B. 2005. *Numerical Methods for the Valuation of Financial Derivatives. Tesist.* Western cape: university of western cape.

Prahmana, R. C. I. and Sumardi, M. S. 2008. *Penentuan Harga Opsi untuk Model Black-Scholes menggunakan Metode Beda Hingga Crank-Nicolson.* Skripsi tidak dipublikasikan. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

Razali, Nornadiah M. dan Yap Bee W. 2011. Power Comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling Tests. *Journal of statistical Modeling and Analytics*, 2(1), 21-33.

Ross, Sheldon M. 2010. *Introduction to Probability Models Tenth Edition*. Los Angeles: Academic Press.

Ruppert, D. 2011. *Statistics Data Analysis for Financial Enginering*. New York : Springer.

Santosa, B. 2007. *Data Mining: Teknik Pemanfaatan Data untuk Keperluan Bisnis.* Yogyakarta: Graha Ilmu.

Santoso, Singgih. 2009. *Metode Peramalan Bisnis Masa Kini dengan MINITAB dan SPSS*. Jakarta: Elex Media Komputindo.

Setyawan, George Ridho. 2009. *Model Pergerakan Harga Saham Menggunakan Random Walk dan Gerak Brown*. Skripsi tidak dipublikasikan. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma.

Shihab, M Quraish. 2002. *Tafsir Al-Misbah Pesan Kesan dan Keserasian Al-Quran.* Jakarta: Lentera Hati.

Sleeper, Andrew. 2006. *Design for Six Sigma Statistics*. United States: TheMcGraw-Hill Compnies, Inc.

Sudjana, N. 2005. *Metode statistika*. Bandung: Tarsito.

Trimono., Asih I. M. dan Dwi I. 2017. Pemodelan Harga Saham dengan Geometri Brownian Motion dan Value At Risk PT Ciputra Development Tbk. *Jurnal Gaussian,* 6(2), 261-270.

Turmudzi dan Sri Harini. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN-Maliki Press.

Widarjono, Agus. 2009. *Ekonometrika Pengantar dan Aplikasinya*. Ekonisia Fakultas Ekonomi. UII Yogyakarta.

Wiersema, Ubbo F. 2008. *Brownian Motion Calculus*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Winata, Hilma Mutiara. 2017. *Peramalan Volume Kendaraan yang Masuk ke Kota Bandung dengan Vector Autoregressive-Generalized Space Time*

Autoregressive (VAR-GSTAR). Skripsi tidak dipublikasikan: Universitas Pendidikan Indonesia.

Wulan, Yuli A. dan Dony Permana. 2018. *Penentuan Harga Opsi Jual Amerika dengan Menggunakan Metode Gerak Brown Geometri*. Padang: Universitas Negeri Padang Indonesia.

Yunita, Riska., Komang D. dan Luh Putu I.H. 2015. Menentukan Portofolio Optimal pada Pasar Saham yang Bergerak dengan Model Gerak Brown Geometri Multidimensi. *E-Jurnal Matematika*, 4(3), 127-134.

LAMPIRAN

Lampiran A: Tabel Data Nilai Tukar Rupiah dan *Return* dari Nilai Tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika

Tanggal	Nilai Kurs	*Return*	Tanggal	Nilai Kurs	*Return*
1 April 2019	Rp14.231,00		2 Mei 2019	Rp14.245,00	0,002108223
2 April 2019	Rp14.237,00	0,000421526	3 Mei 2019	Rp14.282,00	0,002594035
4 April 2019	Rp14.182,00	-0,003870655	6 Mei 2019	Rp14.308,00	0,001818818
5 April 2019	Rp14.158,00	-0,00169372	7 Mei 2019	Rp14.309,00	6,98885E-05
8 April 2019	Rp14.145,00	-0,000918631	8 Mei 2019	Rp14.305,00	-0,000279583
9 April 2019	Rp14.150,00	0,000353419	9 Mei 2019	Rp14.338,00	0,002304229
10 April 2019	Rp14.155,00	0,000353294	10 Mei 2019	Rp14.347,00	0,000627506
11 April 2019	Rp14.156,00	7,06439E-05	13 Mei 2019	Rp14.362,00	0,001044969
12 April 2019	Rp14.153,00	-0,000211947	14 Mei 2019	Rp14.444,00	0,005693274
15 April 2019	Rp14.067,00	-0,006094987	15 Mei 2019	Rp14.448,00	0,000276893
16 April 2019	Rp14.066,00	-7,10909E-05	16 Mei 2019	Rp14.458,00	0,000691898
18 April 2019	Rp14.016,00	-0,003561004	17 Mei 2019	Rp14.469,00	0,000760535
22 April 2019	Rp14.056,00	0,002849817	20 Mei 2019	Rp14.478,00	0,000621826
23 April 2019	Rp14.080,00	0,001706	21 Mei 2019	Rp14.462,00	-0,001105736
24 April 2019	Rp14.112,00	0,002270149	22 Mei 2019	Rp14.488,00	0,001796201
25 April 2019	Rp14.154,00	0,00297177	23 Mei 2019	Rp14.513,00	0,001724079
26 April 2019	Rp14.188,00	0,002399267	24 Mei 2019	Rp14.451,00	-0,004281183
29 April 2019	Rp14.188,00	0	27 Mei 2019	Rp14.360,00	-0,006317053
30 April 2019	Rp14.215,00	0,001901208	28 Mei 2019	Rp14.380,00	0,001391789
29 Mei 2019	Rp14.417,00	0,002569714	8 Juli 2019	Rp14.147,00	-7,06839E-05
31 Mei 2019	Rp14.385,00	-0,002222069	9 Juli 2019	Rp14.129,00	-0,001273165
10 Juni 2019	Rp14.231,00	-0,010763313	10 Juli 2019	Rp14.152,00	0,001626534
11 Juni 2019	Rp14.258,00	0,001895469	11 Juli 2019	Rp14.089,00	-0,004461606
12 Juni 2019	Rp14.234,00	-0,001684684	12 Juli 2019	Rp14.085,00	-0,00028395
13 Juni 2019	Rp14.270,00	0,002525963	15 Juli 2019	Rp13.970,00	-0,008198228
14 Juni 2019	Rp14.304,00	0,002379787	16 Juli 2019	Rp13.925,00	-0,003226387
17 Juni 2019	Rp14.346,00	0,002931939	17 Juli 2019	Rp13.949,00	0,001722035
18 Juni 2019	Rp14.334,00	-0,00083682	18 Juli 2019	Rp13.976,00	0,001933752

19 Juni 2019	Rp14.271,00	-0,004404831	19 Juli 2019	Rp13.913,00	-0,004517918
20 Juni 2019	Rp14.236,00	-0,002455538	22 Juli 2019	Rp13.963,00	0,003587319
21 Juni 2019	Rp14.116,00	-0,008465062	23 Juli 2019	Rp13.973,00	0,000715922
24 Juni 2019	Rp14.165,00	0,003465227	24 Juli 2019	Rp14.011,00	0,002715839
25 Juni 2019	Rp14.138,00	-0,001907926	25 Juli 2019	Rp13.986,00	-0,001785906
26 Juni 2019	Rp14.174,00	0,002543093	26 Juli 2019	Rp14.001,00	0,001071926
27 Juni 2019	Rp14.180,00	0,000423221	29 Juli 2019	Rp14.010,00	0,000642605
28 Juni 2019	Rp14.141,00	-0,002754142	30 Juli 2019	Rp14.034,00	0,001711596
1 Juli 2019	Rp14.117,00	-0,001698634	31 Juli 2019	Rp14.026,00	-0,000570207
2 Juli 2019	Rp14.140,00	0,001627916	1 Aug 2019	Rp14.098,00	0,005120193
3 Juli 2019	Rp14.160,00	0,001413428	2 Aug 2019	Rp14.203,00	0,007420267
4 Juli 2019	Rp14.106,00	-0,003820849	5 Aug 2019	Rp14.231,00	0,001969474
5 Juli 2019	Rp14.148,00	0,002973033	6 Aug 2019	Rp14.344,00	0,007909053
7 Aug 2019	Rp14.275,00	-0,004821981	6 Sep 2019	Rp14.140,00	-0,000918955
8 Aug 2019	Rp14.231,00	-0,003087072	9 Sep 2019	Rp14.092,00	-0,0034004
9 Aug 2019	Rp14.195,00	-0,002532894	10 Sep 2019	Rp14.031,00	-0,004338093
12 Aug 2019	Rp14.220,00	0,001759634	11 Sep 2019	Rp14.063,00	0,002278067
13 Aug 2019	Rp14.283,00	0,004420595	12 Sep 2019	Rp14.052,00	-0,0007825
14 Aug 2019	Rp14.234,00	-0,00343655	13 Sep 2019	Rp13.950,00	-0,007285226
15 Aug 2019	Rp14.296,00	0,004346309	16 Sep 2019	Rp14.020,00	0,005005373
16 Aug 2019	Rp14.258,00	-0,002661625	17 Sep 2019	Rp14.100,00	0,005689916
19 Aug 2019	Rp14.203,00	-0,003864943	18 Sep 2019	Rp14.080,00	-0,001419447
20 Aug 2019	Rp14.262,00	0,004145448	19 Sep 2019	Rp14.099,00	0,001348522
21 Aug 2019	Rp14.259,00	-0,000210371	20 Sep 2019	Rp14.085,00	-0,000993472
22 Aug 2019	Rp14.234,00	-0,001754817	23 Sep 2019	Rp14.077,00	-0,000568141
23 Aug 2019	Rp14.249,00	0,00105326	24 Sep 2019	Rp14.099,00	0,001561613
26 Aug 2019	Rp14.261,00	0,00084181	25 Sep 2019	Rp14.134,00	0,002479369
27 Aug 2019	Rp14.235,00	-0,001824818	26 Sep 2019	Rp14.162,00	0,001979079
28 Aug 2019	Rp14.263,00	0,001965051	27 Sep 2019	Rp14.197,00	0,002468353
29 Aug 2019	Rp14.254,00	-0,000631202	30 Sep 2019	Rp14.174,00	-0,001621374
30 Aug 2019	Rp14.237,00	-0,001193359	1 Oct 2019	Rp14.196,00	0,001550934
2 Sep 2019	Rp14.190,00	-0,003306718	2 Oct 2019	Rp14.207,00	0,000774566
3 Sep 2019	Rp14.217,00	0,00190094	3 Oct 2019	Rp14.193,00	-0,000985916
4 Sep 2019	Rp14.218,00	7,03359E-05	4 Oct 2019	Rp14.135,00	-0,004094894

5 Sep 2019	Rp14.153,00	-0,004582152	7 Oct 2019	Rp14.156,00	0,001484571
8 Oct 2019	Rp14.170,00	0,000988491	7 Nov 2019	Rp14.040,00	0,003424661
9 Oct 2019	Rp14.182,00	0,000846501	8 Nov 2019	Rp14.020,00	-0,001425517
10 Oct 2019	Rp14.157,00	-0,001764353	11 Nov 2019	Rp14.040,00	0,001425517
11 Oct 2019	Rp14.139,00	-0,001272265	12 Nov 2019	Rp14.059,00	0,001352362
14 Oct 2019	Rp14.126,00	-0,000919866	13 Nov 2019	Rp14.082,00	0,001634626
15 Oct 2019	Rp14.140,00	0,000990589	14 Nov 2019	Rp14.098,00	0,001135557
16 Oct 2019	Rp14.187,00	0,003318392	15 Nov 2019	Rp14.069,00	-0,002059148
17 Oct 2019	Rp14.172,00	-0,001057865	18 Nov 2019	Rp14.075,00	0,000426379
18 Oct 2019	Rp14.140,00	-0,002260527	19 Nov 2019	Rp14.091,00	0,001136122
21 Oct 2019	Rp14.132,00	-0,000565931	20 Nov 2019	Rp14.097,00	0,000425713
22 Oct 2019	Rp14.058,00	-0,005250101	21 Nov 2019	Rp14.112,00	0,00106349
23 Oct 2019	Rp14.051,00	-0,000498061	22 Nov 2019	Rp14.100,00	-0,000850702
24 Oct 2019	Rp13.996,00	-0,003921993	25 Nov 2019	Rp14.091,00	-0,000638502
25 Oct 2019	Rp14.064,00	0,004846766	26 Nov 2019	Rp14.081,00	-0,000709925
28 Oct 2019	Rp14.023,00	-0,002919502	27 Nov 2019	Rp14.096,00	0,001064698
29 Oct 2019	Rp14.028,00	0,000356494	28 Nov 2019	Rp14.099,00	0,000212804
30 Oct 2019	Rp14.044,00	0,001139926	29 Nov 2019	Rp14.102,00	0,000212758
31 Oct 2019	Rp14.008,00	-0,002566663	2 Dec 2019	Rp14.122,00	0,001417234
1 Nov 2019	Rp14.066,00	0,004131943	3 Dec 2019	Rp14.130,00	0,000566332
4 Nov 2019	Rp14.002,00	-0,004560361	4 Dec 2019	Rp14.125,00	-0,00035392
5 Nov 2019	Rp14.031,00	0,002068991	5 Dec 2019	Rp14.094,00	-0,002197102
6 Nov 2019	Rp13.992,00	-0,00278343	6 Dec 2019	Rp14.037,00	-0,004052474
9 Dec 2019	Rp14.021,00	-0,001140495	19 Dec 2019	Rp13.983,00	-0,001714899
10 Dec 2019	Rp14.004,00	-0,001213203	20 Dec 2019	Rp13.993,00	0,000714899
11 Dec 2019	Rp14.025,00	0,001498448	23 Dec 2019	Rp13.978,00	-0,00107254
12 Dec 2019	Rp14.042,00	0,001211387	26 Dec 2019	Rp13.982,00	0,000286123
13 Dec 2019	Rp13.982,00	-0,004282051	27 Dec 2019	Rp13.956,00	-0,001861265
16 Dec 2019	Rp14.004,00	0,001572215	30 Dec 2019	Rp13.945,00	-0,000788502
17 Dec 2019	Rp14.018,00	0,000999215	31 Dec 2019	Rp13.901,00	-0,003160241
18 Dec 2019	Rp14.007,00	-0,000785013			

Lampiran B: Tabel *Kolmogorov-Smirnov*

n	α = 0,20	α = 0,10	α = 0,05	α = 0,02	α = 0,01
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371
19	0,237	0,271	0,301	0,337	0,361
20	0,232	0,265	0,294	0,329	0,352
21	0,226	0,259	0,287	0,321	0,344
22	0,221	0,253	0,281	0,314	0,337
23	0,216	0,247	0,275	0,307	0,330
24	0,212	0,242	0,269	0,301	0,323
25	0,208	0,238	0,264	0,295	0,317
26	0,204	0,233	0,259	0,290	0,311
27	0,200	0,229	0,254	0,284	0,305
28	0,197	0,225	0,250	0,279	0,300
29	0,193	0,221	0,246	0,275	0,295

30	0,190	0,218	0,242	0,270	0,290
35	0,177	0,202	0,224	0,251	0,269
40	0,165	0,189	0,210	0,235	0,252
45	0,156	0,179	0,198	0,222	0,238
50	0,148	0,170	0,188	0,211	0,226
Over 50	$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,36/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$

Lampiran C: Skrip Peramalan Nilai Tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
import math

"Pengambilan Data"
data = pd.read_excel (r'F:\Diah\UJI KURS RUPIAH.xlsx')
df = pd.DataFrame(data, columns= ['NILAI TUKAR'])
dataBaru = []
for i in range(0,len(df),1):
    dataBaru.append(int(df.iloc[i]))

"-----------------------------------------------"
"Menghitung Nilai Return"
dataReturn =  []
for i in range(1,len(dataBaru),1):
    R = np.log(dataBaru[i]/dataBaru[i-1])
    dataReturn.append(R)

"-----------------------------------------------"
"Menghitung Rata-rata Return"
rataReturn = (sum(dataReturn))/len(dataReturn)

"-----------------------------------------------"
"Menghitung Standart Deviasi"
stdReturn = np.std(dataReturn)

"-----------------------------------------------"
"Menghitung volatilitas (sigma)"
sigma = stdReturn/1

"-----------------------------------------------"
"Menghitung nilai Drift (miu)"
miu = (rataReturn/1) + (sigma*sigma / 2)

"-----------------------------------------------"
"Proses Stokastik"
class prosesStokastik:

    def langkah(self):
        dW = np.random.normal(0,1)
        dS = self.current_price * math.exp((self.drift - (self.volatility * self.volatility
/ 2)) + self.volatility * dW )
```

```
        self.price.append(dS)
        self.current_price = dS

    def __init__(self, drift, volatility, delta_t, initial_price):
        self.drift = drift
        self.volatility = volatility
        self.delta_t = delta_t
        self.current_price = initial_price
        self.price = [initial_price]

proses = []
for i in range(0, 10000):
    proses.append(prosesStokastik(miu, sigma, 1/184, 13901))

for pros in proses:
    tte = 1
    while((tte - pros.delta_t) > 0):
        pros.langkah()
        tte = tte - pros.delta_t

x = plt.plot(np.arange(0, len(proses[0].price)), proses[0].price)
y = plt.plot(np.arange(0, len(dataBaru)), dataBaru)
plt.show
```

Lampiran D: Hasil Out Put Peramalan

```
In [25]: proses[0].price
Out[25]:
[13901,
 13891.321319712866,
 13895.57555998907,
 13886.63234457323,
 13892.07821327336,
 13916.8975466611,
 13881.841463316938,
 13842.181274458173,
 13827.358194728375,
 13868.506002629669,
 13848.722700561824,
 13875.601611546635,
 13826.995791104187,
 13818.393478976011,
 13736.491891972948,
 13688.62296201113,
 13647.870686505685,
 13607.73992727899,
 13620.217579831593,
 13642.177613214355,
 13659.881342402356,
 13663.07605215329,
 13687.727836414062,
```

RIWAYAT HIDUP

Aminatus Sa'diah, biasa dipanggil Diah lahir di Tuban tanggal 18 April 1997. Penulis tinggal di Plumpang Kabupaten Tuban. Penulis merupakan anak pertama dari pasangan Bapak Abdul Kholik dan Ibu Khusnul Wafa.

Pendidikan dasar penulis ditempuh di kampung halamanya yaitu MI Islamiyah Kebomlati dan lulus tahun 2009. Setelah itu melanjutkan ke sekolah menengah pertama di MTs Islamiyah Kebomlati dan lulus tahun 2012. Sekolah menengah atas ditempuh di MAN Rengel dan lulus tahun 2015. Pada tahun 2015, penulis melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada jurusan Matematika. Bagi pembaca dapat menghubungi penulis melalui email aminatussadiah0@gmail.com untuk memberikan saran, kritik, maupun pertanyaan yang berhubungan dengan penelitian ini.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Aminatus Sa'diah
NIM	: 15610096
Fakultas/ Program Studi	: Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi	: Penerapan *Geometric Brownian Motion* pada Peramalan Nilai Tukar Rupiah terhadap Dolar Amerika Serikat
Pembimbing I	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D
Pembimbing II	: Fachrur Rozi, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	28 November 2019	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2	5 Desember 2019	Konsultasi Integrasi Bab I dan II	2.
3	16 Januari 2020	Revisi Bab I dan Bab II	3.
4	29 Januari 2020	Revisi Integrasi Bab I dan II	4.
5	20 Februari 2020	Konsultasi Bab III dan Bab IV	5.
6	3 Februari 2021	Revisi Bab IV	6.
7	15 Maret 2021	Revisi Integrasi Bab IV	7.
8	20 April 2021	Konsultasi Bab IV dan Bab V	8.
9	3 Juni 2021	ACC Integrasi	9.
10	26 Juli 2021	ACC Keseluruhan	10.

Malang, 22 Desember 2021
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005