

**SIMULASI NUMERIK MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI
FLYING FOX MENGGUNAKAN METODE ADAMS-BASHFORTH-
MOULTON**

SKRIPSI

**OLEH
FEBRY NOORFITRIANA UTAMI
NIM. 16610044**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**SIMULASI NUMERIK MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI
FLYING FOX MENGGUNAKAN METODE ADAMS-BASHFORTH-
MOULTON**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**OLEH
FEBRY NOORFITRIANA UTAMI
NIM. 16610044**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG**

**SIMULASI NUMERIK MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI
FLYING FOX MENGGUNAKAN METODE ADAMS-BASHFORTH-
MOULTON**

SKRIPSI

Oleh

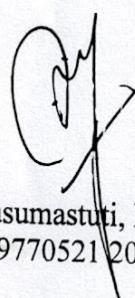
Febry Noorfitriana Utami

NIM. 16610044

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji

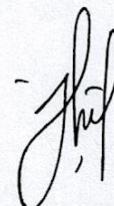
Tanggal 16 Juni 2021

Pembimbing I,



Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004

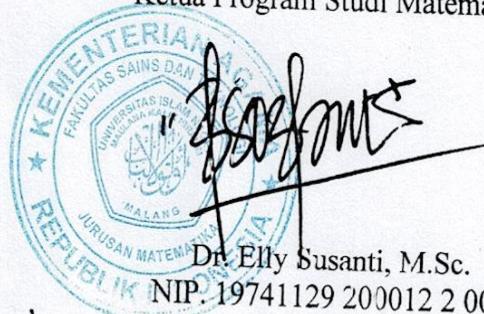
Pembimbing II,



Juhari, M.Si
NIP.19840209201608011055

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



**SIMULASI NUMERIK MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI
FLYING FOX MENGGUNAKAN METODE ADAMS-BASHFORTH-
MOULTON**

SKRIPSI

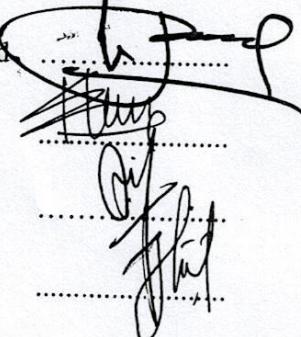
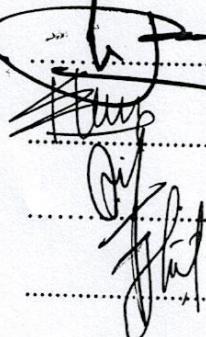
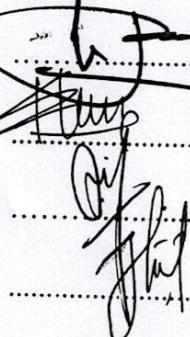
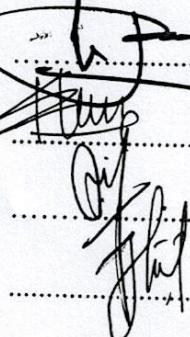
Oleh

Febry Noorfitriana Utami

NIM. 16610044

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Pengaji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Mernperoleh Gelar Sarjanæ Matematika (S.Mat)

Tanggal 16 Juni 2020

Pengaji Utama	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.d	
Ketua Pengaji	: Dr. Heni Widayani, M.Si	
Sekretaris Pengaji	: Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	
Anggota Pengaji	: Juhari, M.Si	

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



**Dr. Elly Susanti, M.Sc.
NIP. 19741129 200012 2 005**

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Febry Noorfitriana Utami

NIM : 16610044

Jurusan : Program Studi Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Simulasi Numerik Model Matematika Vibrasi Dawai *Flying Fox*

Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, Desember 2021
Yang membuat pernyataan,



Febry Noorfitriana Utami
NIM. 16610044

MOTTO

“Syukuri apa yang telah Allah SWT berikan padamu”

“Keluargamu adalah yang paling utama”

“Nikmati proses bukan hasil”

PERSEMBAHAN

Alhamdulillahi Robbil' alamin, dengan mengucap syukur kepada Allah SWT.

Penulis persembahkan skripsi ini kepada:

Kedua orang tua saya yang saya cintai dan hormati, Ibunda Istiyati Fatimah dan Ayahanda Sugeng Nashyroddin, yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan setiap langkah-langkah hidup yang saya lalu, yang senantiasa mengajarkan, mendidik, dan menasehati saya akan arti hidup, yang senantiasa mencerahkan segara kasih sayang dan cinta yang begitu besar kepada penulis. Serta kepada kakak Lailly Sufa Askawardani dan adik saya Faiz Akmal Isro Nugroho yang membantu dan memberi motivasi penulis. Serta Ibu Ari Kusumastuti, yang selalu memberikan arahan dan dukungan kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi yang berjudul “Metode *Backward Time Central Space* dalam Penyelesaian Model Matematika Vibrasi Dawai pada Alat Musik Petik”. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita Nabi Muhammad SAW yang telah membawa kita dari zaman kegelapan menuju zaman yang terang benderang yakni agama Islam. Semoga penulis dan pembaca tergolong sebagai orang-orang yang mendapat syafaat kelak di hari kiamat, aamiin.

Dalam selesaiannya skripsi ini tidak lepas dari bantuan berbagai pihak yang telah mendukung dan membantu secara langsung maupun tidak langsung, oleh karena itu penulis mengucapkan terima kasih yang ditujukan:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ibu Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si., selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasehat, pembelajaran, saran dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Bapak Juhari, M.Si., selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, nasehat dan pengalaman yang berharga kepada penulis.

6. Ibu Dr. Heni Widayani, M.Si., sebagai dosen penguji Seminar Proposal dan Ujian Skripsi yang telah banyak memberikan masukan, arahan dan nasehat kepada penulis.
7. Bapak Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph. D sebagai dosen penguji Ujian Skripsi yang telah memberikan arahan, masukan, serta nasehat kepada penulis.
8. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen, terima kasih untuk segenap ilmu dan bimbingan selama ini.
9. Kedua orang tua dan keluarga yang selalu memberikan doa dan semangat dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga rahmat dan karunia Allah selalu dilimpahkan kepada kita semua. Harapan penulis, semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca maupun bagi penulis.

Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, Desember 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR..... viii

DAFTAR ISI..... x

DAFTAR TABEL xii

DAFTAR GAMBAR..... xiii

DAFTAR SIMBOL xiv

DAFTAR LAMPIRAN xvi

ABSTARK xvii

ABSTRACT xviii

مختصر xix

BAB I PENDAHULUAN

1.1	Latar Belakang	1
1.2	Rumusan Masalah	4
1.3	Tujuan Penelitian.....	5
1.4	Manfaat Penelitian.....	5
1.5	Batasan Masalah.....	5
1.6	Metode Penelitian.....	6
1.7	Sistematika Penelitian	7

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1	Model Matematika Vibrasi Dawai <i>Flying Fox</i>	9
2.2	Metode Adams-Bashforth-Maoultin Orde 4	13
2.3	Metode Runge-Kutta Orde 4	15
2.4	Analisi Galat Sejati.....	16
2.5	Kajian Keagamaan	17

BAB III PEMBAHASAN

3.1	Simulasi ABM orde 4 untuk Model Matematika <i>Flying Fox</i>	19
3.1.1	Input 3 Nilai Awal pada ABM Menggunakan Runge-Kutta orde 4.....	22
3.1.1.1	3 Nilai Awal $y(t)$ Menggunakan RK orde 4.....	22
3.1.1.2	3 Nilai Awal $\theta(t)$ Menggunakan RK orde 4.....	25
3.1.2	Solusi Numerik Model Matemaika <i>Flying Fox</i> Menggunakan Metode Adams Bashforth-Moulton 4.....	28
3.1.2.1	Solusi Persamaan $y(t)$	28
3.1.2.2	Solusi Persamaan $\theta(t)$	31
3.1.3	Solusi Analitik Model Matematika <i>Flying Fox</i>	35
3.2	Perbandingan Solusi Runge-Kutta orde 4 dan Solusi Adams Bashforth-Moulton orde 4.....	39
3.3	Kajian Integral.....	44

BAB IV PENUTUP

4.1	Kesimpulan.....	45
4.2	Saran	46

DAFTAR PUSTAKA 47

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	3 Nilai Awal Persamaan $y(t)$	28
Tabel 3.2	3 Nilai Awal Persamaan $\theta(t)$	32
Tabel 3.3	Perbandingan Nilai Solusi Numerik Persamaan $y(t)$	40
Tabel 3.4	Perbandingan Nilai Solusi Numerik Persamaan $\theta(t)$	43

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Kerenggangan pada Dawai <i>Flying Fox</i>	12
Gambar 3.1	Profil Solusi Numerik $y(t)$ Menggunakan Metode RK orde 4.....	24
Gambar 3.2	Profil Solusi Numerik $\theta(t)$ Menggunakan Metode RK orde 4	27
Gambar 3.3	Profil Solusi Numerik $y(t)$ Menggunakan Metode ABM orde 4 .	31
Gambar 3.4	Profil Solusi Numerik $\theta(t)$ Menggunakan Metode ABM orde 4 .	34
Gambar 3.5	Profil Solusi Analitik $y(t)$ (Sari, 2018)	36
Gambar 3.6	Profil Solusi Analitik $\theta(t)$ (Sari, 2018)	38
Gambar 3.7	Grafik Perbandingan Solusi Numerik $y(t)$	39
Gambar 3.8	Galat nilai $y(t)$	41
Gambar 3.9	Perbandingan Profil Solusi $\theta(t)$ ketika $h = 1$	41
Gambar 3.10	Perbandingan Profil Solusi $\theta(t)$ ketika $h = 0.01$	42
Gambar 3.11	Galat nilai $\theta(t)$	44

DAFTAR SIMBOL

$y(t)$: Lendutan dawai bergantung pada variabel t	
$\frac{dy(t)}{dt}$: Kecepatan vibrasi dawai bergantung pada variabel t	m/s
$\frac{d^2y(t)}{dt^2}$: Percepatan vibrasi dawai bergantung pada variabel t	m/s^2
θ	: Sudut dawai bergantung pada variabel t	
$\frac{d\theta}{dt}$: Kecepatan sudut dawai bergantung pada variabel t	m/s
$\frac{d^2\theta}{dt^2}$: Percepatan sudut dawai bergantung pada variabel t	m/s^2
t	: Variabel bebas (waktu)	s
l	: Panjang dawai <i>flying fox</i>	m
m_b	: Massa benda yang meluncur pada dawai <i>flying fox</i>	Kg
m_d	: Massa dawai <i>flying fox</i>	Kg
E	: Modulus elastisitas dawai <i>flying fox</i>	N/m^2
μ_k	: Koefisien gaya gesek dawai <i>flying fox</i> dengan <i>sling</i> baja	
b	: Konstanta yang mewakili bentuk benda yang meluncur pada dawai <i>flying fox</i>	m
k	: Konstanta yang mewakili bentuk pegas dawai <i>flying fox</i>	N/m
η	: Koefisien kekentalan (viskositas) dinamis zat alir	Ns/m^2
g	: Percepatan gravitasi	m/s^2

δ	: Frekuensi gerak dawai <i>flying fox</i>	Hz
λ	: Panjang gelombang dawai <i>flying fox</i>	<i>m</i>
v	: Kecepatan benda meluncur pada dawai <i>flying fox</i>	<i>m/s</i>
A	: Luas penampang dawai <i>flying fox</i>	m^2
N	: Gaya normal benda	<i>N</i>
R	: Jari-jari pada diameter dawai <i>flying fox</i>	<i>m</i>

DAFTAR LAMPIRAN

LAMPIRAN I	49
LAMPIRAN II	52
LAMPIRAN III.....	54

ABSTARK

Utami, Febry Noorfiriana. 2021. **Simulasi Numerik Model Matematika Vibrasi Dawai Flying Fox Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si. (II) Juhari, S.Pd., M.Si.

Kata Kunci : Model Matematika Vibrasi Dawai *Flying Fox*, Adams-Bashforth-Moulton, Runge-Kutta orde 4, Profil Grafik $y(t)$ dan $\theta(t)$

Penelitian ini membahas tentang simulasi numerik dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton (ABM) orde 4 model matematika dawai *flying fox* dalam bentuk persamaan diferensial biasa bergantung waktu, yang terdiri atas dua persamaan yaitu persamaan lendutan dawai *flying fox* $y(t)$ dan persamaan sudut dawai *flying fox* $\theta(t)$. Model matematika ini merupakan model yang telah dikonstruksi oleh Kusumastuti, dkk (2017) dan telah dilakukan uji validasi dengan cara membandingkan solusi analitik terhadap solusi numeriknya oleh Sari (2018). Analisis perilaku model Kusumastuti 2017 yang dilakukan oleh Makfiroh (2020) menunjukkan bahwa grafik potret fase berbentuk spiral dengan vektor eigen yang mengarah menuju titik seimbangnya, sehingga model matematika vibrasi dawai *flying fox* dapat disimpulkan sebagai model matematika yang valid mendekati keadaan sebenarnya. Penelitian ini berupaya untuk mengetahui simulasi numerik lendutan dawai *flying fox* $y(t)$ dan simulasi numerik sudut dawai *flying fox* $\theta(t)$. Metode Runge-Kutta orde 4 digunakan untuk membangkitkan 3 nilai awal untuk ABM orde 4. Selanjutnya dilakukan perbandingan grafik solusi $y(t)$ dan $\theta(t)$ ABM orde 4 dengan grafik solusi metode Runge-Kutta orde 4 pada Sari 2018. Simulasi pertama dilakukan ketika $h = 1$, selisih nilai $y(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 fluktuatif pada kisaran $[0, 0.09]$ dengan profil grafik yang hampir sama, dan selisih nilai $\theta(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 yang cukup besar dengan profil grafik yang tidak sama. Simulasi kedua dilakukan ketika $h = 0.01$, selisih nilai $y(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 fluktuatif yang juga berkisaran $[0, 0.09]$ dengan profil grafik yang sama, dan selisih nilai $\theta(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 fluktuatif pada kisaran $[0, 1]$ dengan profil grafik yang sama. Sehingga disimpulkan ketika $h = 0.01$ perbandingan ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 adalah terbaik untuk menampilkan profil grafik $y(t)$ dan $\theta(t)$. Penelitian selanjutnya dapat dilakukan eksplorasi solusi numerik dengan metode yang lain.

ABSTRACT

Utami, Febry Noorfiriana. 2021. **On The Numerical Simulation of Mathematical Model of Flying Fox String Vibration Using the Adams-Bashforth-Moulton Method.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University Malang. Mentor: (I) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si. (II) Juhari, S.Pd., M.Si.

Keywords : Mathematical Model of String Vibration Flying Fox, Adams-Bashforth-Moulton, Runge-Kutta order 4, Graph Profile $y(t)$ and $\theta(t)$

This study discusses numerical simulation using the Adams-Bashforth-Moulton (ABM) method of order 4 the flying fox string mathematical model which in the form of ordinary differential equations depending on time, consisting of two equations, namely the equation of the flying fox string $y(t)$ and the angular equation of the flying fox string $\theta(t)$. This mathematical model is a model that has been constructed by Kusumastuti, et al (2017) and has been validated by comparing analytical solutions to its numerical solutions by Sari (2018). The analysis of the behavior of the Kusumastuti 2017 model conducted by Makfiroh (2020) shows that the phase portrait graph is in the form of a spiral with eigenvectors pointing towards the equilibrium point, so that the mathematical model of the flying fox string vibration can be concluded as a valid mathematical model that is close to the actual situation. This study attempts to determine the numerical simulation of the deflection of the flying fox string $y(t)$ and the numerical simulation of the angle of the flying fox string $\theta(t)$. The Runge-Kutta method of order 4 was used to generate 3 initial values for order 4 ABM. Next, a comparison of the $y(t)$ and $\theta(t)$ solution graphs of order 4 ABM with the solution graph with Runge-Kutta of order 4 was performed in Sari 2018. The first simulation was carried out when $h=1$, the difference in the value of $y(t)$ of order 4 ABM and Runge-Kutta order 4 fluctuated in the range of $[0,0.09]$ with almost the same graphic profile, and the difference in the value of $\theta(t)$ ABM of order 4 , and Runge-Kuta order 4 which is quite large with different graphic profiles. The second simulation was carried out when $h = 0.01$, the difference in the value of $y(t)$ of order 4 ABM and Runge-Kutta order 4 was fluctuating which also ranged from $[0,0.09]$ with the same graphic profile, and the difference in the values of $\theta(t)$ ABM of order 4 and Runge -Kutta order 4 fluctuates in the range of $[0,1]$ with the same graphic profile. So concluded that when $h = 0.01$ comparison of ABM of order 4 and Runge-Kutta order of 4 is the best for displaying the graph profiles of $y(t)$ and $\theta(t)$. Further research can exploration numerical solutions using other methods.

مختص

أوتامي، فبرى نور فطريانا 2021 . محاكاة عددية لنموذج رياضي اهتزاز سلك فلينج فوكس باستخدام طريقة ادام باسفورت مولتون. البحث. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. مشرف: (1) اري كوسوماستوتى، الماجستير (2) جوهارى، ليسانس، الماجستير.

الكلمات الرئيسية : نموذج رياضي سلك فلينج فوكس، ادام باسفورت مولتون، ترتيب رونجي كوتا 4، سرعة التكرار، ملف خطوط بيانية.

تناقش هذه الدراسة المحاكاة العددية باستخدام طريقة ادام باسفورت مولتون (*ABM*) اوردي 4 لنموذج رياضي لسلسل الثعلب الطائر في شكل معادلات تقاضلية عادية تعتمد على الوقت ، والتي تتكون من معادلتين ، وهما معادلة انحراف سلسلة الثعلب الطائى ($y(t)$) وسلسلة معادلة الزاوية ثعلب طائر($\theta(t)$). هذا النموذج الرياضي هو نموذج تم إنشاؤه بواسطة كوسوماتوتى، وأصدقاؤه (2017) وتم التتحقق من صحته من خلال مقارنة الحل التحليلي بالحل العددي بواسطة ساري (2018). يُظهر تحليل سلوك نموذج كوسوماتوتى (2017) الذي أجراه مكفرة (2020) أن الرسم البياني للطور في شكل حلزوني مع المتجهات الذاتية التي تشير إلى نقطة التوازن ، بحيث يمكن أن يكون النموذج الرياضي لا هتزاز سلسلة الثعلب الطائر اختتم كنموذج رياضي صالح يقترب من الوضع الفعلي. تحاول هذه الدراسة تحديد المحاكاة العددية لانحراف سلسلة الثعلب الطائر ($y(t)$) والمحاكاة العددية لزاوية خيط الثعلب الطائر($\theta(t)$. تم استخدام طريقة رونجي كوتا اوردي 4 لتوليد 3 قيم أولية *ABM* اوردي 4. بعد ذلك ، مقارنة الرسوم البيانية للحل ($y(t)$ و $\theta(t)$ اوردي 4 مع الرسم البياني للحل من الرتبة الرابعة تم تنفيذ طريقة رونجي كوتا اوردي 4 في ساري 2018. تم تنفيذ أول محاكاة عندما كانت $h = 1$ ، تنبذب الاختلاف في قيم ($y(t)$ اب اوردي 4 و رونجي كوتا اوردي 4 في نطاق [0.0.09] تقريرًا بنفس المظهر البياني ، والاختلاف في قيم ($\theta(t)$ اب اوردي 4 و رونجي كوتا اوردي 4 والتي كانت كبيرة جدًا مع ملف تعريف رسومي مختلف. تم إجراء المحاكاة الثانية عندما كانت $h = 0.01$ ، كان الفرق في قيم ($y(t)$ اب اوردي 4 و رونجي كوتا اوردي 4 يتقلب في النطاق [0.0.09] مع نفس المظهر البياني ، والاختلاف في قيم ($\theta(t)$ اوردي 4 او رونجي كوتا اوردي 4 في نطاق [0.1] بنفس ملف التعريف البياني. لذلك استنتج أنه عندما تكون $h = 0.01$ تكون المقارنة بين *ABM* اوردي 4 و رونجي كوتا اوردي 4 هي الأفضل لعرض ملفات تعريف الرسم البياني لـ $y(t)$ و $\theta(t)$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Rosyid, dkk (2015) menyatakan bahwa *flying fox* terdiri atas katrol yang dikaitkan pada kabel (dawai) yang terbuat dari *stainless steel* dan kedua ujungnya dikaitkan pada suatu penyangga dengan kemiringan tertentu. Hal ini bertujuan untuk memungkinkan beban didorong oleh gravitasi ke penyangga yang lebih rendah. *flying fox* dikenal dengan istilah *zip line* yang berskala kecil. Pada penelitian yang dilakukan oleh Kusumastuti, dkk (2017) tercipta sebuah model matematika persamaan pada dawai *flying fox*. Model matematika persamaan ini diperuntukkan untuk memperkirakan beban yang dapat ditampung *flying fox* dengan cara mengukur lendutan dawai dan sudut antara dawai dengan lendutannya.

Model matematika persamaan dawai *flying fox* oleh Kusumastuti, dkk (2017) terdiri atas dua persamaan, yaitu persamaan pertama untuk mengukur lendutan pada dawai, dan persamaan kedua untuk mengukur sudut antara dawai dan lendutan dawai. Persamaan untuk menghitung lendutan dawai dengan variabel y dan persamaan untuk menghitung sudut dawai dengan variabel θ melibatkan beberapa parameter, di antaranya (1) panjang dawai (l), merupakan jarak dua ujung dawai, (2) konstanta pegas (k), merupakan besaran yang mempengaruhi gaya pegas, (3) koefisien gaya gesek (μ_k), merupakan besaran yang menunjukkan interaksi berupa gesekan antara dawai *flying fox* dengan *sling* baja yang memuat beban, (4) massa benda dan massa dawai *flying*

fox masing-masing disimbolkan dengan (m_b) dan (m_d), dan (5) energi potensial dawai (EP) dan energi kinetik (EK) yang terjadi pada dawai *flying fox* (Halliday, dkk, 2010).

Persamaan model matematika dawai *flying fox* dinyatakan dalam persamaan diferensial biasa orde kedua. Untuk mengetahui nilai *error* (galat) persamaan ini dalam penyelesaiannya menggunakan metode numerik. Salah satu metode yang digunakan dalam penyelesaian numeric persamaan dawai *flying fox* adalah metode Adams-Bashforth-Moulton. Adams-Bashforth-Moulton yang digunakan adalah metode Adams-Bashforth orde 4 sebagai *predictor* (prediksi) dan Adams-Moulton orde 4 sebagai *corrector* (pembenaran).

Simulasi numerik untuk dua persamaan pada model matematika dawai *flying fox* dapat menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton. Penulis berpendapat pada metode Adams-Bashforth-Moulton dapat memberikan solusi penyelesaian yang lebih akurat. Metode Adams-Bashforth-Moulton dapat digunakan tanpa harus mencari turunan-turunan fungsinya terlebih dahulu, melainkan langsung menggunakan persamaan prediktor-korektor. Hal ini dikarenakan turunan suatu fungsi tidak dapat diperoleh menggunakan metode numerik. Galat pemotongan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat lebih kecil daripada galat pemotongan metode Adams-Bashforth-Moulton untuk orde dua dan tiga (Apriadi, dkk, 2014).

Metode Adam-Bashforth-Moulton menurut Apriadi, dkk (2014) merupakan cara mencari solusi numerik pada titik tertentu dari suatu persamaan differensial *nonlinear* dengan nilai awal yang telah diketahui.

Langkah pertama persamaan diferensial tersebut terlebih dahulu diselesaikan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat untuk memperoleh empat solusi awal yang kemudian disubstitusikan ke persamaan prediktor Adams-Bashforth orde empat. Langkah selanjutnya nilai prediksi tersebut diperbaiki menggunakan persamaan korektor Adams-Moulton orde empat.

Penelitian yang dilakukan Kusumastuti, dkk (2017) tercipta sebuah model matematika dawai *flying fox*. Pada model matematika tersebut terdiri dua persamaan. Pertama persamaan untuk mengukur lendutan, yaitu lengkungan yang tercipta saat dawai diberi beban. Kedua persamaan untuk mengukur sudut, yaitu sudut antara dawai *flying fox* dan lendutan yang tercipta saat dawai terdapat beban. Suatu model yang telah dikonstruksikan harus melalui tahap uji validasi berdasarkan kaidah-kaidah teori yang berlaku. Suatu model dikatakan valid apabila telah memenuhi syarat validasi, yang artinya model tersebut sudah relevan dan dapat mewakili fakta yang terjadi (Pagalay,2009). Persamaan model matematika dawai *flying fox* telah melalui tahapan uji validasi dengan cara membandingkan hasil antara solusi analitik terhadap solusi numeriknya yang telah dilakukan oleh Sari (2018) dalam penelitiannya “Uji Validasi Model Matematika Vibrasi Dawai *Flying Fox*”. Serta penelitian terhadap perilaku atau kestabilan model matematika dawai *flying fox* oleh Makfiroh (2020) dalam penelitian “Analisis Kestabilan Model Matematika Vibrasi Dawai *Flying Fox*”,

Penelitian ini, penulis memfokuskan pada solusi numerik pada dua persamaan pada model matematika dawai *flying fox*. Dengan menggunakan model matematika dawai *flying fox* yang telah dikembangkan oleh

Kusumastuti, dkk (2017), dan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 untuk mencari nilai *error* terkecil, serta membandingkan hasil penyelesaian dengan penyelesaian analitik. Untuk memaksimalkan model matematika yang telah dikembangkan oleh Kusumastuti, dkk (2017) untuk dapat digunakan secara maksimal.

Simulasi numerik yang dilakukan pada model matematika dawai *flying fox* diharapkan dapat bermanfaat untuk mengurangi resiko salah ukur pada percobaan yang menggunakan pemodelan tersebut. Dalam penghitungan analitik pada persamaan model matematika dawai *flying fox* memungkinkan terdapat kesalahan dalam perhitungannya. Sehingga diperlukan penghitungan secara numerik juga agar dapat mendapatkan hasil yang lebih maksimal.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis menyusunnya dalam penelitian dengan judul “Simulasi Numerik Model Matematika Vibrasi Dawai Flying Fox Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

- 1 Bagaimana simulasi numerik model vibrasi dawai *flying fox* dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton?
- 2 Bagaimana perbandingan profil grafik solusi Adams-Bashforth-Moulton dan Runge-Kutta orde 4 terhadap solusi analitik dan analisis *error*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

- 1 Melakukan simulasi numerik model vibrasi dawai *flying fox* dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton
- 2 Melakukan perbandingan profil grafik solusi Adams-Bashforth-Moulton dan Runge-Kutta orde 4 terhadap solusi analitik dan analisis *error*?

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dalam penelitian simulasi numerik model matematika pada *flying fox* menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton adalah:

1. Untuk mengetahui beban yang dapat ditampung oleh *flying fox* sehingga dapat mengurangi terjadinya kecelakaan pada saat penggunaan *flying fox*
2. Untuk meminimalisir waktu pembuatan *flying fox*

1.5 Batasan Masalah

Untuk mendekati sasaran yang diharapkan, maka perlu diadakan pembatasan permasalahan, antara lain:

1. Model yang digunakan adalah model matematika dawai *flying fox* yang telah dikonstruksikan Kusumastuti, dkk (2017) sebagai berikut:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\delta_1 \frac{dy}{dt} - \frac{(\mu_k N + b\eta v - 2EA)y}{m_d L} + \frac{m_b g}{m_d}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\delta_2 \frac{d\theta}{dt} - \frac{6k}{m_d} \left(\frac{\sin \theta}{(\cos \theta)^3} \right) + 0.05 \sin t$$

2. Membandingkan hasil solusi numerik dengan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 terhadap metode Runge-Kutta orde 4

1.6 Metode Penelitian

Dalam yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur dengan langkah-langkah penelitian sebagai berikut:

1. Simulasi numerik model vibrasi dawai *flying fox* dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton dengan langkah-langkah berikut:
 - a. Mencari 3 nilai awal dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4
 - b. Mencari nilai k_1, k_2, k_3 , dan k_4
 - c. Mensubstitusikan nilai k_1, k_2, k_3 , dan k_4 ke persamaan x_{i+1}
 - d. Menggunakan persamaan Adams Bashforth orde 4 untuk mencari hasil *predictor*
 - e. Menggunakan persamaan Adams Moulton orde 4 untuk mencari hasil *corrector*
2. Melakukan perbandingan profil grafik solusi Adams-Bashforth-Moulton dan Runge-Kutta orde 4 terhadap solusi analitik dan analisis *error* dengan langkah-langkah berikut
 - a Menampilkan grafik solusi ABM orde 4 dan RK orde 4 dan menampilkan tabel iterasi untuk menghitung error dari selisih solusi ABM orde 4 dan RK orde 4
 - b Membuat interpretasi

1.7 Sistematika Penelitian

Dalam penulisan penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bab ini meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini menyajikan kajian-kajian kepustakaan yang menjadi landasan dan dasar teori dalam pembahasan terkait simulasi numerik model matematikan dawai *flying fox*. Kajian pustaka ini berisi tentang struktur model matematika dawai *flying fox*, metode Adams-Bashforth untuk menstimulasi model matematika *flying fox*, dan analisis galat pada simulasi numerik.

Bab III Pembahasan

Bab ini membahas tentang simulasi numerik pada model matematika dawai *flying fox*. Membahas simulasi tentang lendutan dawai dan sudut antar dawai dan lendutan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dan Runge-Kutta orde 4, serta membandingkan hasil penyelesaian solusi numerik dan solusi analitik.

Bab IV Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dibahas dengan dilengkapi saran bagi pembaca yang akan melanjutkan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model Matematika Vibrasi Dawai *Flying Fox*

Menurut Kartono (2012), model matematika adalah suatu cara sederhana untuk menerjemahkan suatu masalah ke dalam bahasa matematika dengan menggunakan persamaan, pertidaksamaan, atau fungsi. Secara umum, model matematika ditulis ke dalam bentuk persamaan diferensial. Menurut Zill dan Wright (2013), persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memuat suatu fungsi yang tak diketahui derivatif-derivatifnya. Persamaan diferensial terbagi menjadi dua macam, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa hanya memiliki satu variabel bebas, sedangkan persamaan diferensial parsial memiliki dua atau lebih variabel bebas.

Sugiyono (2010) mendefinisikan dawai sebagai senar yang diikat pada dua ujung yang berbeda. Jenis gelombang yang dihasilkan dawai adalah gelombang stasioner dengan ujung terikat. Gelombang stasioner adalah gelombang yang amplitudonya berubah terhadap posisi dan terbentuk dari perpaduan atau superposisi dua gelombang yang memiliki amplitudo, panjang gelombang, dan frekuensi yang sama, tetapi arahnya berlawanan (Saripudin, 2009).

Flying fox merupakan salah satu wahana permainan yang sering ditemui di taman rekreasi. Wahana ini banyak digemari karena dapat memacu hormon

adrenalin. *Flying fox* terdiri dari katrol yang dikaitkan pada dawai dan kedua ujungnya dikaitkan pada suatu penyangga dengan kemiringan tertentu bertujuan untuk memungkinkan beban didorong oleh gravitasi ke penyangga yang lebih rendah.

Model matematika yang menggambarkan perilaku dawai *flying fox* telah dilakukan oleh Kusumastuti, dkk (2017) dengan judul penelitian “Analisis Konstruksi Model Matematika Vibrasi Dawai pada *Flying Fox*”. Konstruksi model matematika vibrasi dawai pada *flying fox* dilakukan dengan langkah-langkah berikut: (1) Identifikasi masalah meliputi: variabel, parameter, gaya, dan energy. (2) Merumuskan asumsi yang bekerja di sepanjang dawai *flying fox* dengan mempertimbangkan hukum Newton, hukum Amonton, hukum Stokes, dan hukum Hooke.

Model matematika vibrasi dawai *flying fox* yang dikonstruksikan oleh Kusumastuti, dkk (2017) berbentuk sistem persamaan diferensial dua variabel orde dua, yakni:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\delta_1 \frac{dy}{dt} - \frac{(\mu_k N + b\eta v - 2EA)y}{m_d L} + \frac{m_b g}{m_d} \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\delta_2 \frac{d\theta}{dt} - \frac{6k}{m_d} \left(\frac{\sin \theta}{(\cos \theta)^3} \right) + 0.05 \sin t \quad (2.2)$$

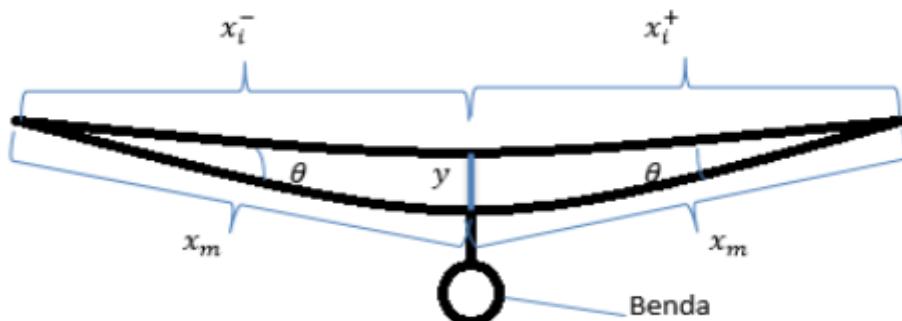
Dengan parameter yang terlibat pada persamaan di atas adalah sebagai berikut (Kusumastuti, dkk , 2017):

1. Panjang dawai *flying fox*(l), merupakan jarak antara dua buah penyangga dan dihubungkan oleh dawai *flying fox*. Satuan panjang dawai *flying fox* adalah meter(m).

2. Massa benda(m_b), merupakan besaran massa dari objek yang meluncur pada dawai *flying fox*. Satuan massa benda adalah kilogram (Kg).
3. Massa dawai *flying fox*(m_d), merupakan besaran massa dawai yang berbahan kawat baja. Satuan massa dawai *flying fox* adalah kilogram (Kg).
4. Modulus elastisitas dawai *flying fox*(E), merupakan konstanta yang menyatakan ukuran kelenturan dawai *flying fox* berbahan kawat baja. Satuan modulus elastisitas dawai *flying fox* adalah N/m^2 . Besar modulus elastisitas dawai *flying fox* yang berbahan kabel baja adalah $200 \times 10^9 N/m^2$.
5. Koefisien gaya gesek dawai *flying fox* dengan *sling* baja (μ_k), merupakan konstanta yang menyatakan besaran interaksi dawai *flying fox* dengan *sling* baja. Koefisien gaya gesek kinetis antara baja dengan baja adalah 0,57.
6. Konstanta (b), merupakan besaran yang mewakili bentuk benda yang bergesekan dengan udara. Dalam penelitian ini, benda diasumsikan sebagai sistem bundar, sehingga konstanta $b = 6\pi r_b$, dengan r_b adalah jari-jari benda. Semakin besar jari-jari benda, maka semakin besar pula gaya hambatannya dengan fluida (udara).
7. Konstanta (d), merupakan besaran yang mewakili bentuk dawai yang bergesekan dengan udara. Konstanta d dapat dicari dengan $d = 6\pi r_d$, dengan r_d merupakan jari-jari dawai *flying fox*.
8. Koefisien viskositas (η), merupakan besaran yang menunjukkan tingkat kekentalan fluida atau zat alir. Dalam penelitian ini, jenis fluida atau zat alir yang dipertimbangkan adalah udara dengan koefisien viskositas sebesar $0,000018 Ns/m^2$.

9. Percepatan gravitasi (g), merupakan percepatan yang diakibatkan oleh gaya tarik bumi. Ketentuan percepatan gravitasi adalah $9,8 \text{ m/s}^2$.
10. Frekuensi gerak dawai *flying fox* (f), merupakan jumlah kompresi yang melewati titik dawai *flying fox*. Satuan frekuensi gerak dawai *flying fox* adalah Hz atau $1/\text{s}$.
11. Panjang gelombang dawai *flying fox* (λ), merupakan jarak antara satuan berulang dari pola gelombang dawai *flying fox* yang tersusun atas satu lembah dan satu bukit. Satuan panjang gelombang dawai *flying fox* adalah meter (m).
12. Kecepatan benda meluncur pada dawai *flying fox* (v) dengan satuan m/s .
13. Luas penampang dawai *flying fox* (A) dengan satuan m^2 . Dawai *flying fox* biasanya berdiameter $10,5 \text{ mm} = 0,0105 \text{ m}$, sehingga besar jari-jarinya adalah $0,00525 \text{ m}$. Dengan demikian luas penampang dawai *flying fox* adalah sebesar $A = \pi r^2 = 8,7 \times 10^{-5} \text{ m}$, dengan $\pi = 3,14$.

Kusumastuti, dkk (2017) menyatakan bahwa dawai *flying fox* merupakan dawai kaku dan memiliki lendutan setimbang di sepanjang sumbu-x serta getaran dawai berpindah secara vertikal searah sumbu-y kemudian merambat horizontal searah sumbu-x. Sehingga ketika benda berada tepat di tengah dawai, terjadi peregangan seperti Gambar 2.1 berikut:



Gambar 2.1 Kerenggangan pada Dawai Flying Fox

Pada Gambar 2.1 menunjukkan bahwa ketika benda tepat di tengah dawai, maka dawai *flying fox* akan terbagi menjadi dua sisi, yaitu sisi kiri dan sisi kanan. Panjang dawai sisi kiri akan dimisalkan $x_i^- = -\frac{1}{2}l$ dan panjang dawai sisi kanan akan dimisalkan $x_i^+ = \frac{1}{2}l$.

2.2 Metode Adams-Bashforth-Moulton Orde 4

Metode penyelesaian persamaan differensial biasa secara numerik terbagi menjadi dua, yaitu metode *one-step* dan metode *multi-step*. Metode yang termasuk *one-step* adalah metode deret Taylor, metode Euler, metode Runge-Kutta, dan metode Heun. Sedangkan metode yang termasuk *multi-step* adalah metode Adams-Bashforth-Moulton, metode Milne-Simpson, dan metode Hamming (Apriadi dkk, 2014).

Metode Adams-Bashforth-Moulton adalah proses mencari nilai fungsi $y(x)$ pada titik x tertentu dari persamaan diferensial biasa $f(x, y)$ yang diketahui dengan melakukan prediksi dengan persamaan prediktor dan melakukan koreksi dengan persamaan korektor (Munif dan Hidayatullah, 2003). Metode Adams-Bashforth-Moulton merupakan metode *multi-step* yang dapat digunakan dengan melibatkan dua langkah. Langkah pertama adalah prediksi dan langkah kedua adalah koreksi.

Metode Adams-Bashforth-Moulton disebut juga metode prediktor-korektor (*predictor-corrector*). Metode Adams-Bashforth-Moulton melibatkan

metode Adams-Bashforth orde 4 sebagai prediksi (*predictor*) untuk memprediksi y_{n+1} dan Adams-Moulton orde 4 sebagai koreksi (*corrector*) untuk memperoleh nilai hasil koreksi y_{n+1} .

Persamaan prediksi-koreksi pada metode Adams-Bashforth-Moulton digunakan untuk nilai menghitung taksiran nilai y_{n+1} dari beberapa titik sebelumnya $y_n, y_{n-1}, y_{n-2}, \dots$ dengan persamaan prediksi, dan kemudian menggunakan persamaan koreksi untuk menghitung nilai y_{n+1} yang lebih baik.

Menurut Sahid (2004) metode Adams-Bashforth Moulton Empat Langkah untuk menghitung hampiran penyelesaian masalah nilai awal $y = f(t, y)$ dengan $y(t_0) = y_0$ pada $[t_0, b]$, sebagai berikut

1) Metode Adams-Bashforth

Pada $t_k = t_{k-1} + h$

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{24} (55f_k - 59f_{k-1} + 37f_{k-2} - 9f_{k-3}) \quad (2.3)$$

untuk setiap $k = 3, 4, 5, \dots$, dengan h adalah lebar langkah yang diberikan $f_1 = f(t_1, y_1)$. Nilai y_1, y_2 , dan y_3 dihitung dengan metode lain, misalnya RK4 (Rungu Kutta orde 4). Persamaan (2.3) dapat dinyatakan persamaan *predictor*.

2) Rumus Adams-Moulton sebagai koreksi

Pada $t_k = t_{k-1} + h$

$$y_{k+1}^{(0)} = y_k + \frac{h}{24} (f_{k-2} - 5f_{k-1} + 19f_k + 9f_{k+1}^{(0)}) \quad (2.4)$$

untuk setiap $k = 3,4,5, \dots$, dengan h adalah lebar langkah yang diberikan $f_1 = f(t_1, y_1)$. Nilai y_1, y_2 , dan y_3 dihitung dengan metode lainnya, misalnya RK4 (Runge-Kutta orde 4). Persamaan (2.4) dapat dinyatakan persamaan *corrector*.

2.3 Metode Runge-Kutta Orde 4

Menurut Triatmodjo (2002), metode Runge-Kutta merupakan metode yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turun dari fungsi. Bentuk umum dari metode Runge-Kutta adalah

$$x_{i+1} = x_i + \Phi(t_i, x_i, h) \quad (2.5)$$

Dengan $\Phi(t_i, x_i, h)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval dan digunakan untuk mengekstrapolasi dari nilai lama x_i ke nilai baru x_{i+1} sepanjang interval h .

Metode Runge-Kutta yang paling sering digunakan adalah metode Runge-Kutta orde 4. Metode runge-Kutta orde 4 merupakan metode yang paling teliti dibandingkan metode Runge-Kutta orde 2 dan orde 3. Sehingga, pada penelitian ini, untuk mencari nilai awalan pada metode Adams-Bashforth-Moulton digunakan metode Runge-Kutta orde 4.

Metode Runge-Kutta orde 4 mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (2.6)$$

dengan

$$k_1 = f(t_i, x_i)$$

$$\begin{aligned} k_2 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\ k_3 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\ k_4 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_3h\right) \end{aligned} \tag{2.7}$$

Metode Runge-Kutta orde 4 mempunyai tingkat ketelitian yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde dibawahnya. Metode Runge-Kutta orde empat juga mudah diprogramkan, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalahan pembulatan (Triatmodjo, 2002).

2.4 Analisi Galat Sejati

Aspek penting yang diperhatikan didalam komputasi numerik adalah keakuratan penyelesaian yang diperoleh. Hal ini dikarenakan penyelesaian yang diperoleh melalui suatu komputasi numerik biasanya merupakan suatu hampiran, yang memuat beberapa galat (kesalahan). Analisis galat dalam suatu hasil numerik merupakan dasar semua perhitungan yang baik.

Djoyodihardjo (2000) mendefinisikan galat *absolut* suatu bilangan adalah selisih antara nilai sebenarnya (dengan anggapan telah diketahui) dengan suatu pendekatan pada nilai sebenarnya. Dituliskan

$$e = |x - \bar{x}|$$

dimana e adalah galat *absolut*, x adalah nilai sebenarnya, dan \bar{x} adalah nilai suatu pendekatan numerik.

Galat *relatif* adalah galat absolut dibagi nilai pendekatan. Menurut Djojodihardjo (2000) definisi sebenarnya dari galat *relatif* adalah galat absolut yang dibagi nilai sebenarnya. Nilai sebenarnya biasanya diketahui, yang ada adalah nilai pendekatan dan suatu taksiran galat atau suatu batas terbesar dari ukuran galat.

2.5 Kajian Keagamaan

Hakikatnya manusia adalah makhluk ciptaan Allah SWT dengan diberikan kelebihan berupa akal dan pikiran. Dengan kelebihan ini manusia diharapkan dapat menjadi memimpin yang berilmu. Menurut Shihab (1996) dalam pandangan Al-Qur'an, ilmu adalah keistimewaan yang menjadikan manusia unggul terhadap makhluk-makhluk lainnya guna menjalankan kekhilafahan. Ini tercermin dari kisah kejadian manusia pertama yang dijelaskan Al-Qur'an dalam surat al-Baqarah ayat 31-32 berbunyi

وَعَلِمَ ادَمْ لَا سُمَاءُ كُلُّهَا شَتَّى عَرَضَتْهُمْ عَلَى الْمَلِئَةِ فَقَالَ أَنْبِيُؤُنِي بِأَسْمَاءٍ إِنْ كُنْتُمْ صَدِيقِنَ قَالُوا أَسْبَحْنَاكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلِمْنَا إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ

Artinya: 31. *Dan Dia mengajarkan kepada Adam Nama-nama (benda-benda) seluruhnya, kemudian mengemukakan-Nya kepada Para Malaikat lalu berfirman: "Sebutkan kepada-Ku nama benda-benda itu jika kamu memang benar orang-orang yang benar!"* 32. *Mereka menjawab: "Maha suci Engkau, tidak ada yang Kami ketahui selain dari apa yang telah Engkau ajarkan kepada kami; Sesungguhnya Engkaulah yang Maha mengetahui lagi Maha Bijaksana."*

Begitu juga manusia menurut Al-Qur'an memiliki potensi untuk dapat meraih ilmu dan mengembangkannya dengan seizin Allah SWT. Dengan ilmu dan perkembangannya ini, manusia dapat menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang ada dengan menggunakan berbagai cara. Sehingga permasalahan yang ada tidak hanya dapat diselesaikan dengan satu cara tapi juga dapat menggunakan dua cara atau lebih seperti pada penelitian ini, tidak hanya menggunakan satu metode numerik untuk mencari solusi numerik dari model matematika vibrasi dawai *flying fox* tetapi juga dapat menggunakan metode numerik lainnya.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Simulasi ABM orde 4 untuk Model Matematika *Flying Fox*

Sebelum menyelesaikan simulasi numerik model matematika *flying fox*, berikut merupakan model matematika vibrasi dawai *flying fox* yang telah dikonstruksikan oleh Kusumastuti, dkk (2017) :

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\delta_1 \frac{dy}{dt} - \frac{(\mu_k N + b\eta v - 2EA)y}{m_d L} + \frac{m_b g}{m_d} \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\delta_2 \frac{d\theta}{dt} - \frac{6k}{m_d} \left(\frac{\sin \theta}{(\cos \theta)^3} \right) + 0.05 \sin t \quad (3.2)$$

Dengan parameter-parameter yang telah ditetapkan oleh Kusumastuti, dkk (2017) diberikan sebagai berikut:

1. Massa dawai *flying fox*, $m_d = 50 \text{ Kg}$.
2. Massa benda yang menggantung pada dawai *flying fox*, $m_b = 50 \text{ Kg}$.
3. Jari-jari dawai *flying fox*, $r = 5,25 \text{ mm} = 0,00525 \text{ m}$.
4. Luas penampang dawai *flying fox*, $A = \pi r^2 = (3,14)(0,00525)^2 = 0,00008654625 \text{ m}^2$.
5. Modulus elastisitas dawai *flying fox* berbahan dasar kabel baja, $E = 10^7 \text{ N/m}^2$.
6. Percepatan gravitasi, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.
7. Panjang dawai *flying fox*, $l = 100 \text{ m}$.
8. Koefisien gaya gesek dawai *flying fox* dengan *sling* baja, $\mu_k = 0,57$.

9. Besar gaya normal, $N = m_b g = (50 \text{ Kg})(9,8 \text{ m/s}^2) = 490 \text{ N}$.
10. Kecepatan benda meluncur pada dawai *flying fox*, $v = 15 \text{ m/s}$.
11. Koefisien kekentalan fluida (udara), $\eta = 0,018 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$.
12. Konstanta yang menyatakan bentuk benda $b = 6\pi r$. Dengan mengasumsikan benda memiliki jari-jari $25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$, maka $b = 6(3,14)(0,25 \text{ m}) = 4,71 \text{ m}$.
13. Frekuensi gerak osilasi yang diakibatkan oleh simpangan dawai *flying fox* ketika benda meluncur, $\delta_1 = 0,01 \text{ s}^{-1}$.
14. Frekuensi gerak yang diakibatkan oleh sudut yang terbentuk pada dawai *flying fox* ketika benda meluncur, $\delta_2 = 0,01 \text{ s}^{-1}$.
15. Konstanta pegas dawai *flying fox* yang berbahan dasar kabel baja, $k = EA/l = \frac{(10^7 \text{ N/m}^2)(0,00008654625 \text{ m}^2)}{100 \text{ m}} = 8,654625 \text{ N/m}$.

Model matematika vibrasi dawai *flying fox* memiliki dua persamaan yaitu persamaan (3.1) dan persamaan (3.2), dimana persamaan-persamaan tersebut masih berupa persamaan diferensial biasa orde dua, agar dapat menjadi persamaan diferensial biasa orde satu maka perlu dilakukan reduksi. Dengan memandang persamaan (3.1) pada model matematika vibrasi dawai *flying fox* sebagai berikut:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\delta_1 \frac{dy}{dt} - \frac{(\mu_k N + b\eta v - 2EA)}{m_d L} y + \frac{m_b g}{m_d}$$

Reduksi persamaan diferensial orde dua diatas ke sistem persamaan differensial biasa orde satu yakni:

Misalkan $y = y$ dan $\frac{dy}{dt} = x$, maka:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\delta_1 x - \frac{(\mu_k N + b\eta v - 2EA)}{m_d L} y + \frac{m_b g}{m_d}$$

Sehingga diperoleh sistem pertama persamaan diferensial biasa orde satu:

$$\frac{dy}{dt} = x \quad (3.3)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\delta_1 x - \frac{(\mu_k N + b\eta v - 2EA)}{m_d L} y + \frac{m_b g}{m_d} \quad (3.4)$$

Selanjutnya, dengan memandang model matematika vibrasi dawai *flying fox* pada persamaan (3.2) sebagai berikut:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\delta_2 \frac{d\theta}{dt} - \frac{6k}{m_d} \left(\frac{\sin \theta}{(\cos \theta)^3} \right) + 0.05 \sin t$$

Reduksi persamaan orde dua diatas ke system persamaan differensial biasa orde satu yakni:

Misalkan: $\theta = \theta_1$ dan $\frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2$, maka:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta_1}{dt^2} &= \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta_1}{dt}\right) = \frac{d}{dt}(\theta_2) = \frac{d\theta_2}{dt} \\ \frac{d\theta_2}{dt} &= -\delta_2 \theta_2 - \frac{6k}{m_d} \left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3} \right) + 0.05 \sin t \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh sistem kedua persamaan diferensial biasa orde satu:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2 \quad (3.5)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\delta_2 \theta_2 - \frac{6k}{m_d} \left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3} \right) + 0.05 \sin t \quad (3.6)$$

3.1.1 Input 3 Nilai Awal pada ABM Menggunakan Runge-Kutta orde 4

Metode Runge-Kutta adalah alternatif lain dari metode-metode numerik lainnya yang tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi, dan sekaligus menghindarkan keperluan mencari turunan yang lebih tinggi. Pada sub ini akan dijabarkan solusi numerik dari model matematika vibrasi dawai *flying fox* dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 untuk mencari 3 nilai yang akan digunakan untuk merode Adams Bashfort-Moulton orde 4. Bab 3.1.1.1 akan menggambarkan solusi numerik pada persamaan $y(t)$ yaitu untuk mencari nilai lendutan dawai *flying fox* dan bab 3.1.1.2 akan menggambarkan solusi numerik pada persamaan $\theta(t)$ yaitu untuk mencari nilai sudut dawai *flying fox*.

3.1.1.1 3 Nilai Awal $y(t)$ Menggunakan RK orde 4

Pertama dengan memandang model persamaan lendutan dawai *flying fox* dalam pasangan persamaan (3.3) dan (3.4) yang telah direduksi dari persamaan (3.1), maka substitusikan persamaan (3.3) dan persamaan (3.4) dengan parameter-parameter yang diberikan Kusumastuti, dkk (2017), sehingga akan menjadi pasangan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = x \quad (3.10)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{100}x - \frac{2124}{100000}y + \frac{98}{10} \quad (3.11)$$

Selanjutnya merujuk pada metode Runge-Kutta orde 4 maka pasangan persamaan pada (3.10) dan (3.11) akan dituliskan dengan fungsi f dan g sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$f = \frac{dy}{dt} = x$$

$$g = \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{100}x - \frac{2124}{100000}y + \frac{98}{10}$$

$$k_1 = f(t_i, y_i, x_i)$$

$$= x_i$$

$$l_1 = g(t_i, y_i, x_i)$$

$$= -\frac{1}{100}x_i - \frac{2124}{100000}y_i + \frac{98}{10}$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1, x_i + \frac{1}{2}hl_1\right)$$

$$= x_i + \frac{1}{2}hl_1$$

$$l_2 = g\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1, x_i + \frac{1}{2}hl_1\right)$$

$$= -\frac{1}{100}\left(x_i + \frac{1}{2}hl_1\right) - \frac{2124}{100000}\left(y_i + \frac{1}{2}hk_1\right) + \frac{98}{10}$$

$$k_3 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2, x_i + \frac{1}{2}hl_2\right)$$

$$= x_i + \frac{1}{2}hl_2$$

$$l_3 = g\left(t_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2, x_i + \frac{1}{2}hl_2\right)$$

$$= -\frac{1}{100}\left(x_i + \frac{1}{2}hl_2\right) - \frac{2124}{100000}\left(y_i + \frac{1}{2}hk_2\right) + \frac{98}{10}$$

$$k_4 = f(t_i + h, y_i + hk_3, x_i + hl_3)$$

$$= x_i + hl_3$$

$$l_4 = g(t_i + h, y_i + hk_3, x_i + hl_3)$$

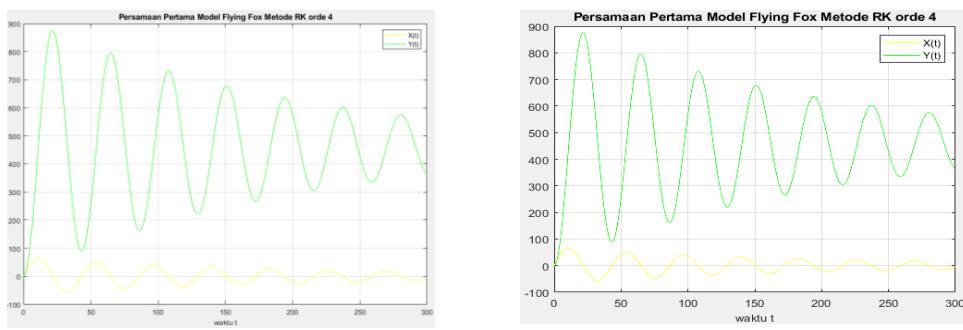
$$= -\frac{1}{100}(x_i + hl_3) - \frac{2124}{100000}(y_i + hk_3) + \frac{98}{10}$$

Sehingga,

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

Solusi numerik dari pasangan persamaan (3.10) dan (3.11) dapat digambarkan dengan grafik menggunakan program MATLAB sebagai berikut:



(a) grafik ketika $h = 1$

(b) grafik ketika $h = 0.01$

Gambar 3.1 Profil Solusi Numerik $y(t)$ Menggunakan Metode RK orde 4

Gambar 3.1 menunjukkan grafik simulasi numerik dari persamaan (3.10) dan (3.11) dalam 5 menit awal atau ketika $t \in [0,300]$ dengan diberikan kondisi awal $y(0) = 0$ dan $x(0) = 0$ sebagai syarat khusus persamaan diferensial biasa. Pada Gambar 3.1 dapat dilihat pada grafik (a) ketika $h = 1$ dan pada grafik (b) ketika $h = 0.01$, memiliki nilai maksimum yang sama pada persamaan (3.10) yaitu 900 m dan pada persamaan (3.11) kurang dari 100 m dengan panjang dawai *flying fox* sebesar 100 m dan berat beban 50 kg. Grafik diatas menggambarkan kondisi sesungguhnya bahwa lendutan dawai *flying fox* untuk waktu awal vibrasi bernilai besar dan semakin mengecil dengan bertambahnya waktu

3.1.1.2 3 Nilai Awal $\theta(t)$ Menggunakan RK orde 4

Selanjutnya, dengan memandang model persamaan sudut dawai *flying fox* dalam pasangan persamaan (3.5) dan (3.6) yang telah direduksi dari persamaan (3.2), maka substitusikan persamaan (3.5) dan persamaan (3.6) dengan parameter-parameter yang diberikan Kusumastuti, dkk (2017), sehingga akan menjadi pasangan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2 \quad (3.12)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{100}\theta_2 - 1.0386\left(\left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3}\right)\right) + 0.05 \sin t \quad (3.13)$$

Selanjutnya merujuk pada metode Runge-Kutta orde 4 maka pasangan persamaan pada (3.12) dan (3.13) akan dituliskan dengan fungsi f dan g sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$f = \frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2$$

$$g = \frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{100}\theta_2 - 1.0386\left(\left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3}\right)\right) + 0.05 \sin t$$

$$k_1 = f(t_i, \theta_{1i}, \theta_{2i})$$

$$= \theta_{2i}$$

$$l_1 = g(t_i, \theta_{1i}, \theta_{2i})$$

$$= -\frac{1}{100} \theta_{2i} - 1.0386\left(\left(\frac{\sin \theta_{1i}}{(\cos \theta_{1i})^3}\right)\right) + 0.05 \sin t$$

$$k_2 = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, \theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_1, \theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_1\right)$$

$$= \theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_1$$

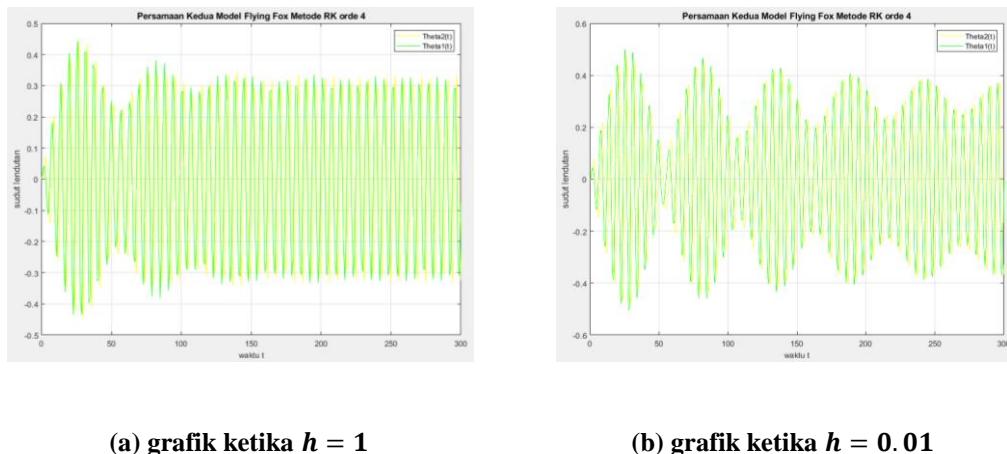
$$\begin{aligned}
l_2 &= g \left(t_i + \frac{1}{2}h, \theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_1, \theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_1 \right) \\
&= -\frac{1}{100}(\theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_1) - 1.0386 \left(\frac{\sin(\theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_1)}{\left(\cos(\theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_1)\right)^3} \right) + 0.05 \sin t \\
k_3 &= f \left(t_i + \frac{1}{2}h, \theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_2, \theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_2 \right) \\
&= \theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_2 \\
l_3 &= g \left(t_i + \frac{1}{2}h, \theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_2, \theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_2 \right) \\
&= -\frac{1}{100}(\theta_{2i} + \frac{1}{2}hl_2) - 1.0386 \left(\frac{\sin(\theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_2)}{\left(\cos(\theta_{1i} + \frac{1}{2}hk_2)\right)^3} \right) + 0.05 \sin t \\
k_4 &= f(t_i + h, \theta_{1i} + hk_3, \theta_{2i} + hl_3) \\
&= \theta_{2i} + hl_3 \\
l_4 &= g(t_i + h, \theta_{1i} + hk_3, \theta_{2i} + hl_3) \\
&= -\frac{1}{100}(\theta_{2i} + hl_3) - 1.0386 \left(\frac{\sin(\theta_{1i} + hk_3)}{\left(\cos(\theta_{1i} + hk_3)\right)^3} \right) + 0.05 \sin t
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
\theta_{1i+1} &= \theta_{1i} + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
\theta_{2i+1} &= \theta_{2i} + \frac{1}{6}h(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)
\end{aligned}$$

Sebelum menggambarkan grafik solusi numerik dari persamaan (3.12) dan (3.13) diberikan kondisi awal $\theta_1(0) = 0$ dan $\theta_2(0) = 0$. Dimana $\theta_1(0) = 0$ menyatakan besar sudut dawai *flying fox* sebelum adanya benda yang meluncur dan $\theta_2(0) = 0$ menyatakan kecepatan sudut awal dawai *flying fox* sebelum adanya benda yang meluncur. Dengan demikian terdapat sudut

sebesar 0 radian pada dawai *flying fox* dan kecepatan sudut konstan dan sama dengan nol. Dengan menggunakan program MATLAB grafik dapat digambarkan saat ketika waktu 5 menit awal atau ketika $t \in [0,300]$ dalam detik.



Gambar 3.2 Profil Solusi Numerik $\theta(t)$ Menggunakan Metode RK orde 4

Grafik menunjukkan simulasi numerik dari persamaan (3.12) dan (3.13) selama 300 detik atau selama 5 menit. Gambar 3.2 dimana grafik (a) dan grafik (b) menunjukkan semakin lama grafik dawai *flying fox* berangsur-angsur semakin kecil dan konstan pada waktu tertentu sampai $t = \infty$. Hal ini menggambarkan kondisi sesungguhnya bahwa sudut dawai *flying fox* untuk waktu awal bernilai kecil lalu bernilai besar, dengan semakin bertambahnya waktu seharusnya dawai kembali ke posisi semula.

3.1.2 Solusi Numerik Model Matematika *Flying Fox* Menggunakan Metode Adams Bashforth-Moulton 4

Pada sub bab ini akan membahas solusi numerik model matematika vibrasi dawai *flying fox* dengan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan menggunakan 3 nilai awal dari solusi numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 pada sub bab sebelumnya;

3.1.2.1 Solusi Persamaan $y(t)$

Padang persamaan (3.10) dan (3.11) sebagai persamaan yang mencari nilai lendutan dari dawai *flying fox* sebagai berikut

$$\frac{dy}{dt} = x$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{100}x - \frac{2124}{100000}y + \frac{98}{10}$$

Pertama: cari nilai batas untuk metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4, dengan menuliskan persamaan diatas dengan fungsi f dan g , kemudian dicari hasil metode Runge-Kutta orde 4 seperti pada sub bab 3.2.1.1 sehingga menghasilkan 3 nilai awal seperti Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 3 Nilai Awal Persamaan $y(t)$

t	y_{i+1}	x_{i+1}
0	0	0
1.0	4.8750345	9.7166444
2.0	19.3325577	19.1316188
3.0	42.9722179	28.0493008

Kedua: Selanjutnya untuk mencari nilai $y(j)$ dan $x(j)$ dengan $j = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, n$ untuk metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan menggunakan hasil iterasi dengan metode Runge-Kutta orde 4 sebagai berikut

Saat $n = 4$

$$t_4 = t(4) = t_3 + h = 4$$

Diketahui

- $y(j) \rightarrow \frac{dy}{dt} = x(j)$

$$\frac{dy}{dt}(0) = f(t(0), y(0), x(0)) = x(0)$$

$$\frac{dy}{dt}(1) = f(t(1), y(1), x(1)) = x(1)$$

$$\frac{dy}{dt}(2) = f(t(2), y(2), x(2)) = x(2)$$

$$\frac{dy}{dt}(3) = f(t(3), y(3), x(3)) = x(3)$$

- $x(j) \rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{100}x(j) - \frac{2124}{100000}y(j) + \frac{98}{10}$

$$\frac{dx}{dt}(0) = g(t(0), y(0), x(0)) = -\frac{1}{100}x(0) - \frac{2124}{100000}y(0) + \frac{98}{10}$$

$$\frac{dx}{dt}(1) = g(t(1), y(1), x(1)) = -\frac{1}{100}x(1) - \frac{2124}{100000}y(1) + \frac{98}{10}$$

$$\frac{dx}{dt}(2) = g(t(2), y(2), x(2)) = -\frac{1}{100}x(2) - \frac{2124}{100000}y(2) + \frac{98}{10}$$

$$\frac{dx}{dt}(3) = g(t(3), y(3), x(3)) = -\frac{1}{100}x(3) - \frac{2124}{100000}y(3) + \frac{98}{10}$$

Ketiga: mencari nilai *predictor* dan *corrector* dari persamaan pertama dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton dengan menggunakan nilai $y(j)$ dan $x(j)$ dengan $j = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, n$ yang telah dicari

- **Predictor:**

$$y(4) = y(3) + \frac{h}{24} \left(-9 \frac{dy}{dt}(0) + 37 \frac{dy}{dt}(1) - 59 \frac{dy}{dt}(2) + 55 \frac{dy}{dt}(3) \right)$$

$$x(4) = x(3) + \frac{h}{24} \left(-9 \frac{dx}{dt}(0) + 37 \frac{dx}{dt}(1) - 59 \frac{dx}{dt}(2) + 55 \frac{dx}{dt}(3) \right)$$

Sehingga untuk mencari nilai $\frac{dy}{dt}(4)$ dan $\frac{dx}{dt}(4)$

$$\frac{dy}{dt}(4) = f(t(4), y(4), x(4)) = x(4)$$

$$\frac{dx}{dt}(4) = g(t(4), y(4), x(4)) = -\frac{1}{100}x(4) - \frac{2124}{100000}y(4) + \frac{98}{10}$$

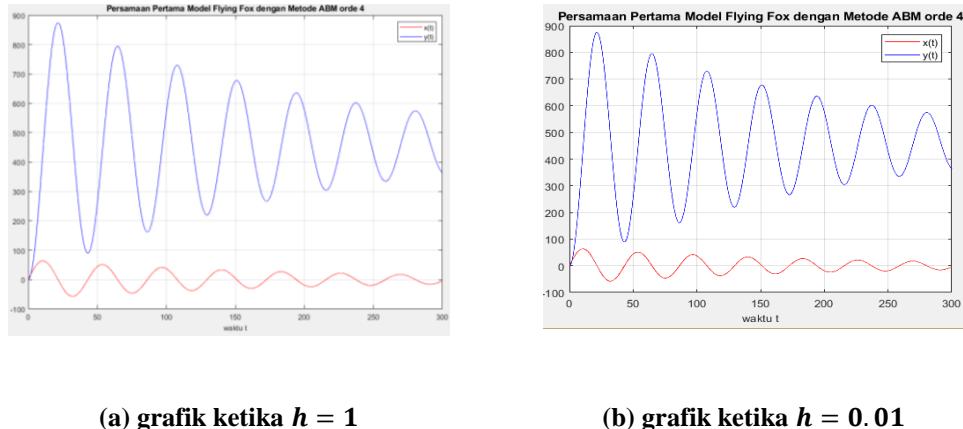
Maka dapat dicari nilai *corrector*

- **Corrector::**

$$y(4) = y(3) + \frac{h}{24} \left(\frac{dy}{dt}(1) - 5 \frac{dy}{dt}(2) + 19 \frac{dy}{dt}(3) + 9 \frac{dy}{dt}(4) \right)$$

$$x(4) = x(3) + \frac{h}{24} \left(\frac{dx}{dt}(1) - 5 \frac{dx}{dt}(2) + 19 \frac{dx}{dt}(3) + 9 \frac{dx}{dt}(4) \right)$$

Grafik yang ditampilkan dari persamaan pertama model matematika vibrasi dawai *flying fox* yang digunakan untuk mencari besarnya lendutan yang tercipta saat benda seberat 50 kg diluncurkan, dengan diberikan kondisi awal $y(0) = 0$ dan $x(0) = 0$ sebagai syarat khusus persamaan differensial biasa orde 2. Dengan program MATLAB grafik akan ditampilkan ketika dawai *flying fox* bervibrasi di waktu 5 menit atau ketika $t \in [0,300]$ dalam detik.



Gambar 3.3 Profil Solusi Numerik $y(t)$ Menggunakan Metode ABM orde 4

Grafik diatas menunjukkan simulasi numerik persamaan lendutan pada dawai *flying fox* dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4, ketika $t \in [0,300]$ dengan diberikan kondisi awal $y(0) = 0$ dan $x(0) = 0$ sebagai syarat khusus persamaan diferensial biasa. Pada Gambar 3.3 dapat dilihat nilai maksimum lendutan dawai *flying fox* dalam persamaan (3.10) sebesar 900 m dan pada persamaan (3.11) sebesar kurang dari 100 m dengan panjang dawai *flying fox* sebesar 100 m dan berat beban 50 kg.

3.1.2.2 Solusi Persamaan $\theta(t)$

Padang persamaan (3.12) dan (3.13) sebagai persamaan yang mencari nilai lendutan dari dawai *flying fox* sebagai berikut:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{100}\theta_2 - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3} \right) + 0.05 \sin t$$

Pertama: cari nilai batas untuk metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4, dengan menuliskan persamaan diatas dengan fungsi f dan g , kemudian dicari hasil metode Runge-Kutta orde 4 seperti pada sub bab 3.2.1.2 sehingga menghasilkan 3 nilai awal seperti Tabel 3.2 berikut:

Tabel 3.2 3 Nilai Awal Persamaan $\theta(t)$

t	θ_{1i+1}	θ_{2i+1}
0	0	0
1.0	0.00797045	0.02083829
2.0	0.04308281	0.04365855
3.0	0.07402393	0.00759134

Kedua: Selanjutnya untuk mencari nilai $\theta_1(j)$ dan $\theta_2(j)$ dengan $j = 0, 1, 2, 3, 4, \dots, n$ untuk metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan menggunakan hasil iterasi dengan metode Runge-Kutta orde 4 sebagai berikut

Saat $n = 4$

$$t_4 = t(4) = t_3 + h = 0.4$$

Diketahui

- $\theta_1(j) \rightarrow \frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2(j)$
 $\frac{d\theta_1}{dt}(0) = f(t(0), \theta_1(0), \theta_2(0)) = \theta_2(0)$
 $\frac{d\theta_1}{dt}(1) = f(t(1), \theta_1(1), \theta_2(1)) = \theta_2(1)$
 $\frac{d\theta_1}{dt}(2) = f(t(2), \theta_1(2), \theta_2(2)) = \theta_2(2)$
 $\frac{d\theta_1}{dt}(3) = f(t(3), \theta_1(3), \theta_2(3)) = \theta_2(3)$

- $\theta_2(j) \rightarrow \frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{100}\theta_2(j) - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1(j)}{(\cos \theta_1(j))^3} \right) + 0.05 \sin t$
 $\frac{d\theta_2}{dt}(0) = g(t(0), \theta_1(0), \theta_2(0))$
 $= -\frac{1}{100}\theta_2(0) - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1(0)}{(\cos \theta_1(0))^3} \right) + 0.05 \sin t$
 $\frac{d\theta_2}{dt}(1) = g(t(1), \theta_1(1), \theta_2(1))$
 $= -\frac{1}{100}\theta_2(1) - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1(1)}{(\cos \theta_1(1))^3} \right) + 0.05 \sin t$
 $\frac{d\theta_2}{dt}(2) = g(t(2), \theta_1(2), \theta_2(2))$
 $= -\frac{1}{100}\theta_2(2) - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1(2)}{(\cos \theta_1(2))^3} \right) + 0.05 \sin t$
 $\frac{d\theta_2}{dt}(3) = g(t(3), \theta_1(3), \theta_2(3))$
 $= -\frac{1}{100}\theta_2(3) - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1(3)}{(\cos \theta_1(3))^3} \right) + 0.05 \sin t$

Ketiga: mencari nilai *predictor* dan *corrector* dari persamaan pertama dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton dengan menggunakan nilai $\theta_1(j)$ dan $\theta_2(j)$ yang telah dicari

- Predictor:**

$$\theta_1(4) = \theta_1(3) + \frac{h}{24} \left(-9 \frac{d\theta_1}{dt}(0) + 37 \frac{d\theta_1}{dt}(1) - 59 \frac{d\theta_1}{dt}(2) + 55 \frac{d\theta_1}{dt}(3) \right)$$

$$\theta_2(4) = \theta_2(3) + \frac{h}{24} \left(-9 \frac{d\theta_2}{dt}(0) + 37 \frac{d\theta_2}{dt}(1) - 59 \frac{d\theta_2}{dt}(2) + 55 \frac{d\theta_2}{dt}(3) \right)$$

Sehingga untuk mencari nilai $\frac{d\theta_1}{dt}(4)$ dan $\frac{d\theta_2}{dt}(4)$

$$\frac{d\theta_1}{dt}(4) = f(t(4), \theta_1(4), \theta_2(4)) = \theta_2(4)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt}(4) = g(t(4), \theta_1(4), \theta_2(4))$$

$$= -\frac{1}{100}\theta_2(4) - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta_1(4)}{(\cos \theta_1(4))^3} \right) + 0.05 \sin t$$

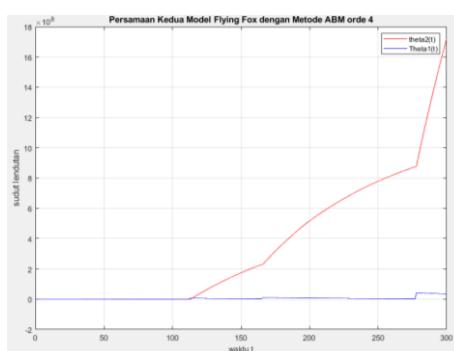
Maka dapat dicari nilai *corrector*

- *Corrector:::*

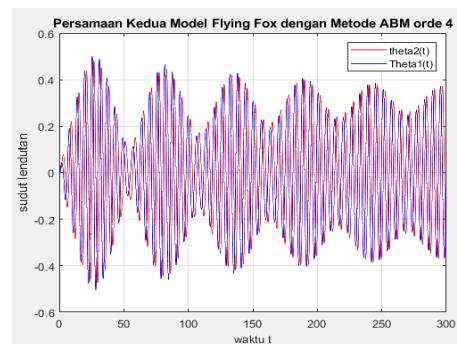
$$\theta_1(4) = \theta_1(3) + \frac{h}{24} \left(\frac{d\theta_1}{dt}(1) - 5 \frac{d\theta_1}{dt}(2) + 19 \frac{d\theta_1}{dt}(3) + 9 \frac{d\theta_1}{dt}(4) \right)$$

$$\theta_2(4) = \theta_2(3) + \frac{h}{24} \left(\frac{d\theta_2}{dt}(1) - 5 \frac{d\theta_2}{dt}(2) + 19 \frac{d\theta_2}{dt}(3) + 9 \frac{d\theta_2}{dt}(4) \right)$$

Grafik yang ditampilkan dari persamaan kedua model matematika vibrasi dawai *flying fox* saat benda seberat 50 kg akan diluncurkan, dengan diberikan kondisi awal $\theta_1(0) = 0$ dan $\theta_2(0) = 0$ sebagai syarat khusus persamaan differensial biasa orde 2. Dimana $\theta_1(0) = 0$ menyatakan besar sudut awal dawai *flying fox* sebelum adanya benda yang meluncur dan $\theta_2(0) = 0$ menyatakan besarnya kecepatan sudut awal dawai *flying fox* sebelum adanya benda meluncur. Dengan program MATLAB grafik akan ditampilkan ketika dawai *flying fox* bervibrasi dalam waktu 5 menit atau ketika $t \in [0,300]$ dalam detik.



(a) grafik ketika $h = 1$



(b) grafik ketika $h = 0.01$

Gambar 3.4 Profil Solusi Numerik $\theta(t)$ Menggunakan Metode ABM orde 4

Pada Gambar 3.4 menunjukkan profil grafik dari solusi numerik persamaan kedua model matematika *flying fox* dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4. Pada Gambar (a) menunjukkan solusi numerik ketika $h = 1$, dimana grafik pada Gambar (a) menampilkan keadaan stabil kemudian pada waktu t lebih dari 100 terjadi kenaikan yang signifikan dan terjadi secara terus menerus. Dan pada Gambar (b) menunjukkan solusi numerik ketika $h = 0.01$, dimana grafik Gambar (b) grafik dalam keadaan fluktuatif. Gambar 3.4 menunjukkan bahwa ketika nilai h diubah maka akan menunjukkan pola grafik yang berbeda, dimana ketika nilai h semakin kecil maka pola grafik menunjukkan vibrasi yang beraturan sedangkan semakin tinggi nilai h pola grafik akan menunjukkan ketidak beraturan vibrasi.

3.1.3 Solusi Analitik Model Matematika *Flying Fox*

Pada bab ini akan dibahas solusi analitik dari model matematika *flying fox* yang telah diteliti oleh Sari (2018) pada penelitiannya yang berjudul “Uji Validasi Model Matematika Vibrasi Dawai *Flying Fox*”, dalam penelitiannya Sari (2018) membahas validasi model matematika vibrasi dawai *flying fox* dengan cara membandingkan hasil solusi analitik terhadap solusi numerik dari persamaan model matematika vibrasi dawai *flying fox*. Penelitian tentang solusi analitik tersebut akan dijabarkan secara singkat pada sub bab ini.

Memandang persamaan (3.1) sebagai persamaan pertama model matematika vibrasi dawai *flying fox* yang mencari nilai lendutan dawai *flying fox*. Kemudian tanpa melakukan reduksi pada persamaan (3.1), maka

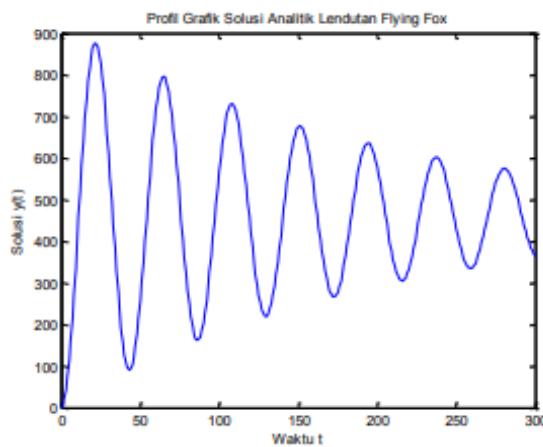
substitusikan persamaan (3.1) dengan parameter-parameter yang diberikan Kusumastuti, dkk (2017), sehingga akan menjadi persamaan berikut:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{1}{100} \frac{dy}{dt} - \frac{2124}{100000} y + \frac{98}{10} \quad (3.14)$$

Dari persamaan (3.14) diatas dapat dicari solusi analitik persamaan pertama model matematika vibrasi dawai *flying fox*, sehingga akan menghasilkan persamaan sebagai berikut

$$y(t) = -\frac{245000}{531} e^{-\frac{1}{200}t} \cos \frac{1}{200} \sqrt{\frac{4243}{5}} t - \frac{245000}{531 \sqrt{\frac{4243}{5}}} e^{-\frac{1}{200}t} \sin \frac{1}{200} \sqrt{\frac{4243}{5}} t + \frac{245000}{531} \quad (3.15)$$

Sehingga solusi analitik pada persamaan (3.15) dapat digambarkan grafiknya dengan menggunakan program MATLAB selama 5 menit awal atau ketika $t \in [0,300]$ sebagai berikut:



Gambar 3.5 Profil Solusi Analitik $y(t)$ (Sari, 2018)

Selanjutnya dengan memandang persamaan (3.2) sebagai persamaan kedua model matematika vibrasi dawai *flying fox* yang mencari besarnya sudut dawai *flying fox*. Pada persamaan (3.2) terdapat suku non linier yaitu: $\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3}$, sehingga perlu dilakukan linierisasi agar menjadi suku linier. Linierisasi dengan cara suku $\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3}$ di ekspansi dengan menggunakan deret taylor disekitar $\theta = 0$ dengan pemotongan turunan pertama sehingga didapatkan

$$f(\theta) = \frac{\sin \theta}{(\cos \theta)^3} \rightarrow f(0) = \frac{\sin 0}{(\cos 0)^3} = \frac{0}{1} = 0$$

$$f'(\theta) = \frac{3 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\cos^4 \theta} \rightarrow f'(0) = \frac{3 \sin^2 0 + \cos^2 0}{\cos^4 0} = \frac{3.0 + 1}{1} = 1$$

$$f(\theta) \approx f(0) + \frac{f'(0)(\theta - 0)}{1!}$$

$$\approx 0 + \frac{1(\theta)}{1!}$$

$$\approx \theta$$

$$\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3} \approx \theta$$

Sehingga persamaan (3.2) menjadi:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\delta_2 \frac{d\theta}{dt} - \frac{6k}{m_d}(\theta) + 0.05 \sin t \quad (3.16)$$

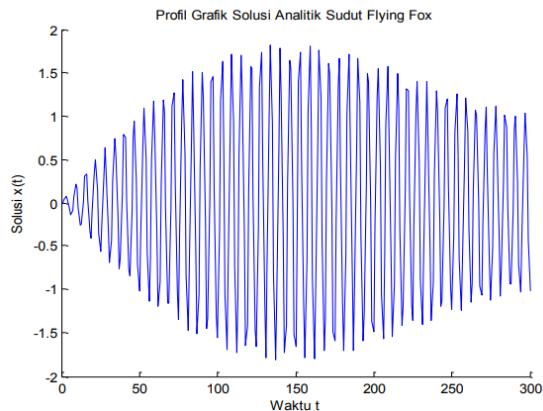
Maka substitusikan persamaan (3.16) dengan parameter-parameter yang diberikan Kusumastuti, dkk (2017), sehingga persamaan (3.16) menjadi:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{1}{100} \frac{d\theta}{dt} - 1.0386 \left(\frac{\sin \theta}{(\cos \theta)^3} \right) + 0.05 \sin t \quad (3.17)$$

Dari persamaan (3.17) diatas dapat dicari solusi analitik persamaan pertama model matematika vibrasi dawai *flying fox*, sehingga akan menghasilkan persamaan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \theta(t) &= \frac{20000000}{63459521} e^{-\frac{1}{200}t} \cos \frac{1}{100} \sqrt{\frac{103853}{10}} t \\
 &\quad - \frac{453000000}{387674213789} \sqrt{1038530} e^{-\frac{1}{200}t} \sin \frac{1}{100} \sqrt{\frac{103853}{10}} t \\
 &\quad - \frac{20000000}{63459521} \cos t + \frac{77110000}{63459521} \sin t
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

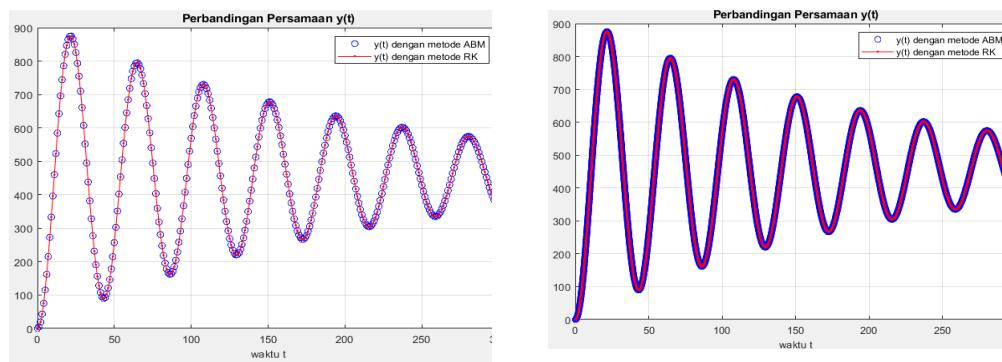
Sehingga solusi analitik pada persamaan (3.18) dapat digambarkan grafiknya dengan menggunakan program MATLAB selama 5 menit awal atau ketika $t \in [0,300]$ sebagai berikut:



Gambar 3.6 Profil Solusi Analitik $\theta(t)$ (Sari, 2018)

3.2 Perbandingan Solusi Runge-Kutta orde 4 dan Solusi Adams-Bashforth-Moulton orde 4

Hasil penyelesaian model matematika vibrasi dawai *flying fox* pada persamaan $y(t)$ dan $\theta(t)$ secara numerik dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 dengan terlebih dahulu memasukkan parameter-parameter dan nilai awal yang telah diberikan Kusumastuti, dkk (2017) sehingga penyelesaian persamaan berupa nilai-nilai iterasi, selanjutnya mencari penyelesaian secara numerik dengan menggunakan metode lain yaitu; metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan memasukkan parameter-parameter yang telah diberikan Kusumastuti, dkk (2017) dan tiga nilai batas yang diperoleh menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 maka penyelesaian juga akan berupa nilai-nilai iterasi. Perbandingan profil grafik penyelesaian persamaan $y(t)$ model matematika vibrasi dawai *flying fox* dengan metode Runge-Kutta orde 4 dan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 sebagai berikut:

(a) grafik ketika $h = 1$ (b) grafik ketika $h = 0.01$ **Gambar 3.7 Grafik Perbandingan Solusi Numerik $y(t)$**

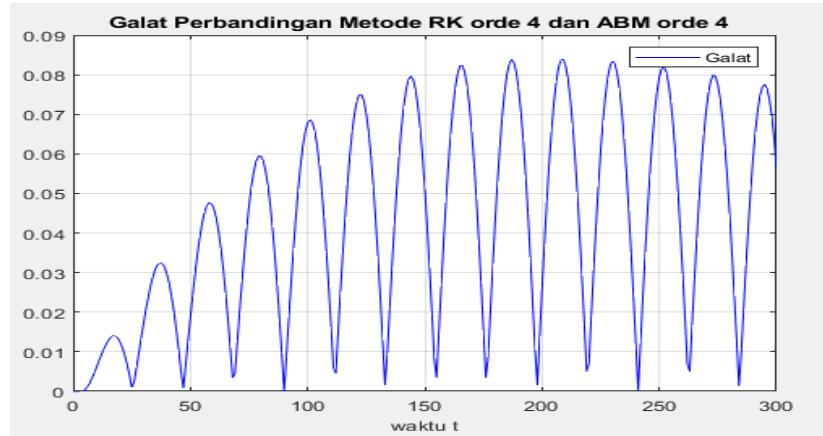
Pada Gambar 3.7 menunjukkan hasil simulasi numerik persamaan pertama model matematika vibrasi dawai *flying fox* untuk mencari nilai dari lendutan dawai saat diberikan beban sebesar 50 kg , dengan menggunakan dua metode yang berbeda. Pada Gambar 3.7 tidak terlihat perbedaan grafik secara jelas. Sehingga untuk menunjukkan perbedaan yang signifikan antara hasil numerik untuk setiap iterasi dengan menggunakan dua metode tersebut dapat dilihat dari tabel nilai hasil solusi numerik berikut:

Tabel 3.3 Perbandingan Nilai Solusi Numerik Persamaan $y(t)$

No.	t	$\bar{Y}(t)$	$y'(t)$	$ \bar{Y}(t) - y'(t) $
1	1.0000	4.87503450	4.87503450	0.00000000
2	5.0000	115.26223739	115.26264050	0.00040310
3	10.0000	396.38480596	396.39091326	0.00610730
4	20.0000	864.77886628	864.79133149	0.01246521
5	30.0000	607.71490563	607.69786125	0.01704438
6	40.0000	128.13407939	128.10447399	0.02960541
7	50.0000	256.70871876	256.72741573	0.01869697
8	100.0000	568.84409026	568.91192723	0.06783697
9	200.0000	577.01449328	576.98859987	0.02589341
10	300.0000	363.63228284	363.57552944	0.05675340

Pada Tabel 3.3 dapat ditunjukkan nilai galat dari persamaan $y(t)$, dengan tabel $|\bar{Y}(t) - y'(t)|$ sebagai nilai galat dari persamaan $y(t)$, dimana $\bar{Y}(t)$ adalah nilai dari solusi numerik $y(t)$ menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 dan $y'(t)$ adalah nilai dari solusi numerik $y(t)$ menggunakan metode

Adams-Bashforth-Moulton orde 4. Maka dapat digambarkan grafik dari nilai galat tersebut dalam Gambar 3.8



Gambar 3.8 Galat nilai $y(t)$

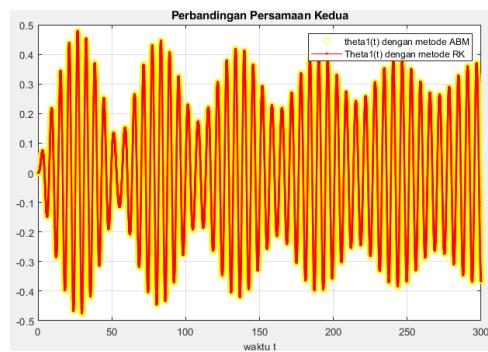
Pada Gambar 3.8 dapat dilihat bahwa profil grafik dari nilai galat $y(t)$ bersifat fluktuatif, grafik galat memiliki kenaikan dan keturunan yang teratur.

Perbandingan profil grafik penyelesaian persamaan $\theta(t)$ model matematika vibrasi dawai *flying fox* dengan metode Runge-Kutta orde 4 dan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 sebagai berikut:



Gambar 3.9 Perbandingan Profil Solusi $\theta(t)$ ketika $h = 1$

Pada Gambar 3.9 menunjukkan perbandingan solusi numerik dari metode Runge-Kutta orde 4 dan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dengan $h = 1$, dari Gambar 3.9 dapat dilihat bahwa ketika $h = 1$, grafik hasil numerik dengan metode Runge-Kutta orde 4 cenderung stabil sedangkan hasil numerik dengan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 terjadi kenaikan yang besar pada saat t lebih dari 100, sehingga terjadi perbedaan yang besar. Maka untuk menunjukkan perbedaan yang kecil dari hasil numerik dengan dua metode yang berbeda tersebut digunakan $h = 0.01$ atau ketika nilai h adalah 0.01, Gambar 3.10 akan menunjukkan perbandingan hasil numerik dengan metode Runge-Kutta orde 4 dan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 ketika nilai $h = 0.01$



Gambar 3.10 Perbandingan Profil Solusi $\theta(t)$ ketika $h = 0.01$

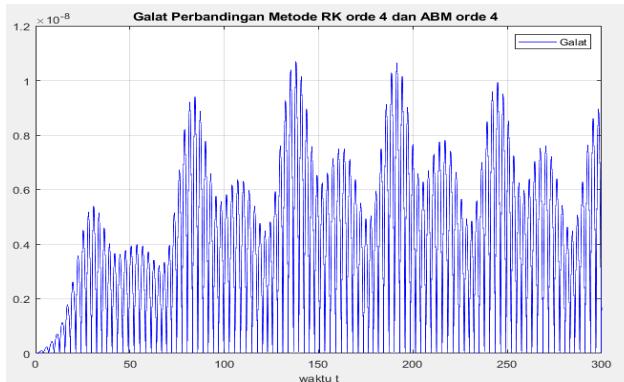
Pada Gambar 3.10 menunjukkan perbandingan hasil simulasi numerik persamaan kedua model matematika vibrasi dawai *flying fox* dengan $h = 0.01$ dan masa beban 50 kg dengan menggunakan dua metode yang berbeda. Pada Gambar 3.10 tidak terlihat perbedaan grafik secara jelas. Sehingga untuk menunjukkan perbedaan yang signifikan antara hasil numerik untuk setiap

iterasi dengan menggunakan dua metode tersebut dapat dilihat dari tabel nilai hasil solusi numerik berikut:

Tabel 3.4 Perbandingan Nilai Solusi Numerik Persamaan $\theta(t)$

no	t	$\bar{\theta}(t)$	$\theta'(t)$	$ \bar{\theta}(t) - \theta'(t) $
1	1.0000	0.00749552	0.00749552	0.00000000
2	5.0000	-0.06308657	-0.06308657	0.00000000
3	10.000	-0.15663637	0.15663637	0.00000000
4	20.0000	0.14000583	0.14000583	0.00000000
5	79.0000	-0.06027864	-0.06027864	0.00000001
6	90.0000	0.23520018	0.23520017	0.00000001
7	100.0000	0.01984917	0.01984917	0.00000000
8	140.0000	0.38443597	0.38443597	0.00000001
9	200.0000	-0.23853294	-0.23853293	0.00000001
10	300.0000	-0.36680641	-0.36680641	0.00000000

Pada Tabel 3.4 dapat ditunjukkan nilai galat dari persamaan $\theta(t)$, dengan tabel $|\bar{\theta}(t) - \theta'(t)|$ sebagai nilai galat dari persamaan $\theta(t)$, dimana $\bar{\theta}(t)$ adalah nilai dari solusi numerik $\theta(t)$ menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 dan $\theta'(t)$ adalah nilai dari solusi numerik $\theta(t)$ menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4. Maka dapat digambarkan grafik dari nilai galat tersebut dalam Gambar 3.11



Gambar 3.11 Galat nilai $\theta(t)$

Pada Gambar 3.11 dapat dilihat bahwa profil grafik dari nilai galat $\theta(t)$ bersifat fluktuatif, grafik galat memiliki kenaikan dan keturunan yang teratur

3.3 Kajian Integral

Menurut La Jidi (2013) bahwa ilmu (sains) itu disusun secara jelas yang dibarengi dengan kata pengetahuan. Dalam artian bahwa ilmu dan pengetahuan mempunyai pengertian yang berbeda secara mendasar. Pengetahuan dalam arti knowledge adalah hasil daripada aktifitas mengetahui, yaitu tersingkapnya suatu kenyataan ke dalam jiwa hingga tidak keraguan terhadapnya.

Pengetahuan yang kita peroleh dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang ada dengan menggunakan berbagai metode. Dalam penyelesaian solusi numerik dengan menggunakan 2 metode yang berbeda. Hasil solusi numerik dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton orde 4 dan hasil solusi numerik dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 memberikan tingkat kebenaran yang berbeda, namun sama-sama memiliki kebenaran yang telah diakui dan disepakati. Sejatinya kebenaran dan

keputusan yang tepat hanya miliki Allah SWT sebagaimana firman-Nya pada QS. Yusuf ayat 67 yang artinya “*... keputusan menetapkan (sesuatu) hanyalah hak Allah; kepada-Nya-lah aku bertawakal dan hendaklah kepada-Nya saja orang-orang yang bertawakal berserah diri*”. Dari ayat tersebut menjelaskan bahwa keputusan menetapkan sesuatu kebenaran hanyalah milik Allah SWT sehingga dapat ditarik kesimpulan bahwa semua metode memiliki tingkat kebenaran meskipun tidak mencapai tingkat kebenaran sejati. Padahal hal ini, penyelesaian model matematika *flying fox* dengan menggunakan 2 metode yang berbeda memiliki tingkat kebenaran yang berbeda.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dipaparkan pada bab 3 dapat disimpulkan bahwa:

- 1 Simulasi pertama dilakukan ketika $h = 1$, selisih nilai $y(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 fluktuatif pada kisaran $[0, 0.09]$ dengan profil grafik yang hampir sama, dan selisih nilai $\theta(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 yang cukup besar dengan profil grafik yang tidak sama. Simulasi kedua dilakukan ketika $h = 0.01$, selisih nilai $y(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 fluktuatif yang juga berkisaran $[0, 0.09]$ dengan profil grafik yang sama, dan selisih nilai $\theta(t)$ ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 fluktuatif pada kisaran $[0, 1]$ dengan profil grafik yang sama. Sehingga disimpulkan ketika $h = 0.01$ perbandingan ABM orde 4 dan Runge-Kutta orde 4 adalah terbaik untuk menampilkan profil grafik $y(t)$ dan $\theta(t)$. Lihat profil grafik galat pada persamaan $y(t)$ dan persamaan $\theta(t)$ menunjukan bahwa grafik bersifat fluktuatif, dimana grafik galat mengalami kenaikan dan turun secara teratur.

4.2 Saran

Pada model matematika vibrasi dawai *flying fox* menggunakan nilai $h = 1$ untuk mencari nilai simulasi dari persamaan $y(t)$ dan $\theta(t)$ dimana hasil nilai $\theta(t)$ terjadi error dan sulit untuk dianalisa sehingga digunakanlah $h = 0.01$ untuk mempermudah peneliti dalam menganalisa solusi numerik dari persamaan model matematika *flying fox*. Bagi penelitian selanjutnya, disarankan untuk melakukan penelitian selanjutnya dengan menggunakan metode yang berbeda dengan nilai $h < 1 > h$.

DAFTAR PUSTAKA

- Apriadi, Prihandono, B., dan Noviani,E. 2014. *Metode Adams-Bashforth-Moulton dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Non Linear*. Buletin Ilmiah Mat. Stat. dan Terapannya (Bimaster) Volume 03, No. 2, hal 107 – 116.
- Djoyodihardjo, H., 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Halliday, D., Resnick, R., dan Walker, J. 2010. *Fisika Dasar Edisi Ketujuh, Jilid II*. Jakarta: Erlangga.
- Jidi, La, 2013, *Peranan Sains dalam Mengenal Tuhan*, Jurnal Dakwah Tabligh, Vol. 14, No. 2.
- Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa Model Matematika Fenomena Perubahan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Kusumastuti, A., Hidayahningrum, S., dan Jahuri. 2017. *Analysis Construction of Mathematical Flying Fox String Vibration*. Laporan Penelitian. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Makfiroh, Soimatul. 2020. *Analisis Kestabilan Model Matematika Vibrasi Dawai Flying Fox*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Munif, A. dan Hidayatullah, A. P. *Cara Praktis Penggunaan dan Penggunaan Metode Numerik*. Surabaya: Guna Widya; 2003.
- Pagalay, Usman. 2009. *Mathematical Modelling*. Malang: UIN Malang Press.
- Rosyid, M.F., Prabowo, Y.D., dan Firmansyah, E. 2015. *Fisika Dasar Mekanika, Jilid I*. Yogyakarta: Periuk.
- Sahid. 2004. *Pengantar Komputer Numerik dengan MATLAB*. Yogyakarta: Andi Offset.
- Shihab, M. Quraish. 1996. *Membumikan al-Qur'an; Fungsi dan Peran Wahyu dalam Kehidupan Masyarakat* Cet XII; Bandung: Mizan.
- Sari, Dian Maulidiya. 2018. *Uji Validasi Model Matematika Vibrasi Dawai Flying Fox*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Saripudin, A. 2009. *Fisika untuk Kelas XI Semester 1 Sekolah Menengah Atas*. Bandung: Grafindo Media Pratama.

- Sugiyono, V. 2010. *Trik Supercepat Menyelesaikan Fisika SMA*. Jakarta: PT. Kawan Pustaka.
- Triatmodjo. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.
- Zill, D.G. & Wright, W.S. 2013. *Differential Equations with Boundary-Value Problem, Eight Edition, International Edition*. Boston: Brooks/Cole.

LAMPIRAN I

Program MATLAB untuk Persamaan $\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{100}x - \frac{2124}{100000}y + \frac{98}{10}$ dan $\frac{dy}{dt} = x$

```
clear all;
close all;
clc;
format long;

disp('untuk menemukan y(t)')
f = @(t,y,x)(x);
g = @(t,y,x)(-0.01*x-((2124/100000)*y)+9.8);
%Nilai-Nilai Parameter
t0 = 0;
x0 = 0;
y0 = 0;

h = 1;
n = 300/h;
t(1) = t0;
x(1) = x0;
y(1) = y0;

% Program ABM orde 4
% RK orde 4 mencari 3 nilai awal untuk ABM orde 4
for i = 1:3
    t(i+1) = t(i)+h;
    k1 = f(t(i),y(i),x(i));
    l1 = g(t(i),y(i),x(i));

    k2 = f(t(i)+(h/2), y(i)+h*(k1/2), x(i)+h*(l1/2));
    l2 = g(t(i)+(h/2), y(i)+h*(k1/2), x(i)+h*(l1/2));

    k3 = f(t(i)+(h/2), y(i)+h*(k2/2), x(i)+h*(l2/2));
    l3 = g(t(i)+(h/2), y(i)+h*(k2/2), x(i)+h*(l2/2));

    k4 = f(t(i)+h, y(i)+h*k3, x(i)+h*l3);
    l4 = g(t(i)+h, y(i)+h*k3, x(i)+h*l3);

    y(i+1)=y(i)+(h/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    x(i+1)=x(i)+(h/6)*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end
```

```
% ABM orde 4
for i = 4:n
    t(i+1)=t(i)+h;
    py(i+1) = y(i) + (h/24)*(55*f(t(i),y(i),x(i)) - 59*f(t(i-1),y(i-1),x(i-1))...
    + 37*f(t(i-2),y(i-2),x(i-2)) - 9*f(t(i-3),y(i-3),x(i-3)));
    px(i+1) = x(i) + (h/24)*(55*g(t(i),y(i),x(i)) - 59*g(t(i-1),y(i-1),x(i-1))...
    + 37*g(t(i-2),y(i-2),x(i-2)) - 9*g(t(i-3),y(i-3),x(i-3)));
    y(i+1) = y(i) + (h/24)*(9*f(t(i+1),py(i+1),px(i+1)) + 19*f(t(i),y(i),x(i))...
    - 5*f(t(i-1),y(i-1),x(i-1)) + f(t(i-2),y(i-2),x(i-2)));
    x(i+1) = x(i) + (h/24)*(9*g(t(i+1),py(i+1),px(i+1)) + 19*g(t(i),y(i),x(i))...
    - 5*g(t(i-1),y(i-1),x(i-1)) + g(t(i-2),y(i-2),x(i-2)));
end
% plott grafik ABM orde 4
figure (1)
plot(t,x,'r')
hold on
plot(t,y,'b')
hold on
title('Persamaan Pertama Model Flying Fox dengan Metode ABM orde 4');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
legend('x(t)', 'y(t)')
```

```
% Program RK orde 4
X(1)=x0;
Y(1)=y0;
for i = 1:n
    t(i+1) = t(i)+h;
    k1 = f(t(i),Y(i),X(i));
    l1 = g(t(i),Y(i),X(i));
    k2 = f(t(i)+(h/2), Y(i)+h*(k1/2), X(i)+h*(l1/2));
    l2 = g(t(i)+(h/2), Y(i)+h*(k1/2), X(i)+h*(l1/2));
    k3 = f(t(i)+(h/2), Y(i)+h*(k2/2), X(i)+h*(l2/2));
    l3 = g(t(i)+(h/2), Y(i)+h*(k2/2), X(i)+h*(l2/2));
    k4 = f(t(i)+h, Y(i)+h*k3, X(i)+h*l3);
    l4 = g(t(i)+h, Y(i)+h*k3, X(i)+h*l3);
    Y(i+1)=Y(i)+(h/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    X(i+1)=X(i)+(h/6)*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end
% plott grafik RK orde 4
figure (2)
plot(t,X,'y')
hold on
plot(t,Y,'g')
hold on
title('Persamaan Pertama Model Flying Fox Metode RK orde 4');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
legend('X(t)', 'Y(t)')
```

```

%plot grafik gabungan ABM orde 4 dan Rk orde
figure (3)
plot(t,y,'b')
hold on
plot(t,Y,'g')
hold on
title('Perbandingan Persamaan Pertama Menggunakan Metode RK orde 4 dan ABM orde 4 ');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
legend('y(t) dengan metode ABM','y(t) dengan metode RK')

%mencari perbandingan nilai RK orde 4 dan ABM orde 4 (galat)
for i=1:n
    p(i+1) = Y(i+1)-y(i+1);
    q(i+1) = X(i+1)-x(i+1);
    fprintf('%4.f %5.4f %11.8f %11.8f %11.8f\n',i,t(i+1),Y(i+1),y(i+1),p(i+1));
end
% plot galat RK orde 4 dan ABM orde 4
figure (5)
plot(t,p,'b')
hold on
title('Galat Perbandingan Metode RK orde 4 dan ABM orde 4 ');
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
legend('Galat')

```

LAMPIRAN II

Program MATLAB untuk Persamaan $\frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{100}\theta_2 - 1.0386 \left(\left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3} \right) \right) + 0.05 \sin t$ dan $\frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2$ ketika $h = 1$

```
clear all;
close all;
clc;
format long;

disp('theta2=Y theta1=X')
f = @(t,x,y)(y);
g = @(t,x,y)(-0.01*y-(1.0386*(sin(x)/(cos(x))^3))+0.05*sin(t));
%Nilai-Nilai Parameter
t0 = 0;
x0 = 0;
y0 = 0;

h = 1;
n = 300/h;
t(1) = t0;
x(1) = x0;
y(1) = y0;

% Program ABM orde 4
% RK orde 4 mencari 3 nilai awal untuk ABM orde 4
for i = 1:3
    t(i+1) = t(i)+h;
    k1 = f(t(i),x(i),y(i));
    l1 = g(t(i),x(i),y(i));
    k2 = f(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k1/2), y(i)+h*(l1/2));
    l2 = g(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k1/2), y(i)+h*(l1/2));
    k3 = f(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k2/2), y(i)+h*(l2/2));
    l3 = g(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k2/2), y(i)+h*(l2/2));
    k4 = f(t(i)+h, x(i)+h*k3, y(i)+h*l3);
    l4 = g(t(i)+h, x(i)+h*k3, y(i)+h*l3);
    x(i+1)=x(i)+(h/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    y(i+1)=y(i)+(h/6)*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end
```

```

% ABM
for i = 4:n
    t(i+1)=t(i)+h;
    px(i+1) = x(i) + (h/24)*(55*f(t(i),x(i),y(i)) - 59*f(t(i-1),x(i-1),y(i-1))...
    + 37*f(t(i-2),x(i-2),y(i-2)) - 9*f(t(i-3),x(i-3),y(i-3)));
    py(i+1) = y(i) + (h/24)*(55*g(t(i),x(i),y(i)) - 59*g(t(i-1),x(i-1),y(i-1))...
    + 37*g(t(i-2),x(i-2),y(i-2)) - 9*g(t(i-3),x(i-3),y(i-3)));
    x(i+1) = x(i) + (h/24)*(9*f(t(i+1),px(i+1),py(i+1)) + 19*f(t(i),x(i),y(i))...
    - 5*f(t(i-1),x(i-1),y(i-1)) + f(t(i-2),x(i-2),y(i-2)));
    y(i+1) = y(i) + (h/24)*(9*g(t(i+1),px(i+1),py(i+1)) + 19*g(t(i),x(i),y(i))...
    - 5*g(t(i-1),x(i-1),y(i-1)) + g(t(i-2),x(i-2),y(i-2)));
end
% plott grafik ABM orde 4
figure (1)
plot(t,x,'r')
hold on
plot(t,y,'b')
hold on
title('Persamaan Kedua Model Flying Fox dengan Metode ABM orde 4');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
ylabel('sudut lendutan')
legend('theta2(t)','theta1(t)')

```



```

% Program RK orde 4
X(1)=x0;
Y(1)=y0;
for i = 1:n
    t(i+1) = t(i)+h;
    k1 = f(t(i),X(i),Y(i));
    l1 = g(t(i),X(i),Y(i));
    k2 = f(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k1/2), Y(i)+h*(l1/2));
    l2 = g(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k1/2), Y(i)+h*(l1/2));
    k3 = f(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k2/2), Y(i)+h*(l2/2));
    l3 = g(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k2/2), Y(i)+h*(l2/2));
    k4 = f(t(i)+h, X(i)+h*k3, Y(i)+h*l3);
    l4 = g(t(i)+h, X(i)+h*k3, Y(i)+h*l3);
    X(i+1) = X(i)+(h/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    Y(i+1) = Y(i)+(h/6)*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end
% plott grafik RK orde 4
figure (2)
plot(t,X,'y')
hold on
plot(t,Y,'g')
hold on
title('Persamaan Kedua Model Flying Fox Metode RK orde 4');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
ylabel('sudut lendutan')
legend('Theta2(t)','Theta1(t)')

```

LAMPIRAN III

Program MATLAB untuk Persamaan $\frac{d\theta_2}{dt} = -\frac{1}{100}\theta_2 - 1.0386 \left(\left(\frac{\sin \theta_1}{(\cos \theta_1)^3} \right) \right) + 0.05 \sin t$ dan $\frac{d\theta_1}{dt} = \theta_2$ ketika $h = 0.01$

```
clear all;
close all;
clc;
format long;

disp('theta2=Y theta1=X')
f = @(t,x,y)(y);
g = @(t,x,y)(-0.01*y-(1.0386*(sin(x)/(cos(x))^3))+0.05*sin(t));
%Nilai-Nilai Parameter
t0 = 0;
x0 = 0;
y0 = 0;

h = 0.01;
n = 300/h;
t(1) = t0;
x(1) = x0;
y(1) = y0;

% Program ABM orde 4
% RK orde 4 mencari 3 nilai awal untuk ABM orde 4
for i = 1:3
    t(i+1) = t(i)+h;
    k1 = f(t(i),x(i),y(i));
    l1 = g(t(i),x(i),y(i));
    k2 = f(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k1/2), y(i)+h*(l1/2));
    l2 = g(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k1/2), y(i)+h*(l1/2));
    k3 = f(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k2/2), y(i)+h*(l2/2));
    l3 = g(t(i)+(h/2), x(i)+h*(k2/2), y(i)+h*(l2/2));
    k4 = f(t(i)+h, x(i)+h*k3, y(i)+h*l3);
    l4 = g(t(i)+h, x(i)+h*k3, y(i)+h*l3);
    x(i+1)=x(i)+(h/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    y(i+1)=y(i)+(h/6)*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end
```

```

% ABM
for i = 4:n
    t(i+1)=t(i)+h;
    px(i+1) = x(i) + (h/24)*(55*f(t(i),x(i),y(i)) - 59*f(t(i-1),x(i-1),y(i-1))...
    + 37*f(t(i-2),x(i-2),y(i-2)) - 9*f(t(i-3),x(i-3),y(i-3)));
    py(i+1) = y(i) + (h/24)*(55*g(t(i),x(i),y(i)) - 59*g(t(i-1),x(i-1),y(i-1))...
    + 37*g(t(i-2),x(i-2),y(i-2)) - 9*g(t(i-3),x(i-3),y(i-3)));
    x(i+1) = x(i) + (h/24)*(9*f(t(i+1),px(i+1),py(i+1)) + 19*f(t(i),x(i),y(i))...
    - 5*f(t(i-1),x(i-1),y(i-1)) + f(t(i-2),x(i-2),y(i-2)));
    y(i+1) = y(i) + (h/24)*(9*g(t(i+1),px(i+1),py(i+1)) + 19*g(t(i),x(i),y(i))...
    - 5*g(t(i-1),x(i-1),y(i-1)) + g(t(i-2),x(i-2),y(i-2)));
end
% plott grafik ABM orde 4
figure (1)
plot(t,x,'r')
hold on
plot(t,y,'b')
hold on
title('Persamaan Kedua Model Flying Fox dengan Metode ABM orde 4');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
ylabel('sudut lendutan')
legend('theta2(t)','theta1(t)')

```



```

% Program RK orde 4
X(1)=x0;
Y(1)=y0;
for i = 1:n
    t(i+1) = t(i)+h;
    k1 = f(t(i),X(i),Y(i));
    l1 = g(t(i),X(i),Y(i));
    k2 = f(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k1/2), Y(i)+h*(l1/2));
    l2 = g(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k1/2), Y(i)+h*(l1/2));
    k3 = f(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k2/2), Y(i)+h*(l2/2));
    l3 = g(t(i)+(h/2), X(i)+h*(k2/2), Y(i)+h*(l2/2));
    k4 = f(t(i)+h, X(i)+h*k3, Y(i)+h*l3);
    l4 = g(t(i)+h, X(i)+h*k3, Y(i)+h*l3);
    X(i+1) = X(i)+(h/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4);
    Y(i+1) = Y(i)+(h/6)*(l1+2*l2+2*l3+l4);
end
% plott grafik RK orde 4
figure (2)
plot(t,X,'y')
hold on
plot(t,Y,'g')
hold on
title('Persamaan Kedua Model Flying Fox Metode RK orde 4');grid on
xlabel('waktu t','Fontsize',10)
ylabel('sudut lendutan')
legend('Theta2(t)','Theta1(t)')

```

```

% plot grafik perbandingan nilai RK orde 4 dan ABM orde 4
figure (4)
plot(t,x,'r')
hold on
plot(t,X,'y')
hold on
title('Perbandingan Persamaan Kedua Menggunakan Metode RK orde 4 dan ABM orde 4');grid on
xlabel('waktu t','FontSize',10)
legend('theta1(t) dengan metode ABM','theta1(t) dengan metode RK')
%mencari selisih nilai RK orde 4 dan ABM orde 4
for i=1:n
    p(i+1) = Y(i+1)-y(i+1);
    q(i+1) = X(i+1)-x(i+1);
    fprintf('%4.f %5.4f %11.8f %11.8f %11.8f\n',i,t(i+1),X(i+1),x(i+1),q(i+1));
end
% plot galat
figure (5)
plot(t,q,'b')
hold on
title('Galat Perbandingan Metode RK orde 4 dan ABM orde 4 ');grid on
xlabel('waktu t','FontSize',10)
legend('Galat')

```

RIWAYAT HIDUP



Febry Noorfiriana Uami, lahir di Pangkalan Bun pada tanggal 11 Februari 1998. Merupakan anak kedua dari 3 bersaudara pasangan Bapak Sugeng Nashyroddin dan Ibu Istiyati Fatimah. Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN 2 Mendawai dan lulus pada tahun 2010. Setelah itu melanjutkan di SMPN 1 Arut Selatan lulus pada tahun 2013. Pendidikan selanjutnya ditempuh di SMAN 1 Pangkalan Bun lulus pada 2016. Selanjutnya pada tahun 2016 melanjutkan pendidikan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Prodi Matematika.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp/Fax.(0341)558933

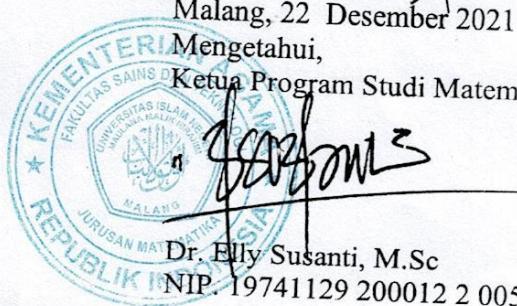
BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Febry Noorfitriana Utami
NIM : 16610044
Fakultas/ Program Studi : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Simulasi Numerik Model Matematika Vibrasi
Dawai *Flying fox* Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton
Pembimbing I : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.
Pembimbing II : Juhari, M.Si.

No	Tanggal	Hal	Tanda/Tangan
1	10 Februari 2020	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2	30 Maret 2020	Konsultasi Keagamaan Bab II	2.
3	05 April 2020	Konsultasi Bab III	3.
4	30 April 2020	Revisi Bab I dan Bab II	4.
5	10 September 2020	Revisi Bab III	5.
6	07 Juni 2021	Konsultasi Keagamaan Bab III	6.
7	01 Desember 2021	Konsultasi Bab IV dan Abstrak	7.
8	02 Desember 2021	Acc Bab I dan Bab II	8.
9	06 Desember 2021	Acc Bab II	9.
10	08 Desember 2021	Acc Keagamaan Bab II dan Bab III	10.
11	14 Desember 2021	Acc Keseluruhan	11.

Malang, 22 Desember 2021

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005