

ANALISIS MODEL EPIDEMI *SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTED-RECOVERED* (SEIR) MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT PADA PENYEBARAN COVID-19 DI INDONESIA

SKRIPSI

**OLEH
ANIS PUTRI RAHMADHANI
NIM. 17610098**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

ANALISIS MODEL EPIDEMI *SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTED-RECOVERED* (SEIR) MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT PADA PENYEBARAN COVID-19 DI INDONESIA

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Anis Putri Rahmadhani
NIM. 17610098**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

ANALISIS MODEL EPIDEMI *SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTED-RECOVERED* (SEIR) MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT PADA PENYEBARAN COVID-19 DI INDONESIA

SKRIPSI

Oleh
Anis Putri Rahmadhani
NIM. 17610098

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 06 Desember 2021

Pembimbing I,




Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd
NIP. 19770521 200501 2 004

Pembimbing II,



Juhari, M.Si
NIDT. 19840209 20160801 1 055

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

ANALISIS MODEL EPIDEMI *SUSCEPTIBLE-EXPOSED-INFECTED-RECOVERED* (SEIR) MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT PADA PENYEBARAN COVID-19 DI INDONESIA

SKRIPSI

Oleh
Anis Putri Rahmadhani
NIM. 17610098

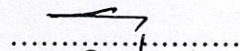
Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Srjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 14 Desember 2021

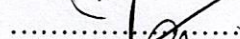
Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si



Ketua Penguji : Dr. Usman Pagalay, M.Si



Sekretaris Penguji : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si

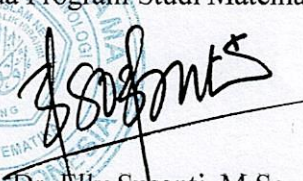


Anggota Penguji : Juhari, M.Si



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika




Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Anis Putri Rahmadhani

NIM : 1761098

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Analisis Model Epidemii *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Penyebaran Covid-19 Di Indonesia

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Pasuruan, 06 Desember 2021

Yang membuat pernyataan,



Anis Putri Rahmadhani

NIM. 17610098

MOTTO

“Berhentilah untuk istirahat bukan untuk menyerah”

**“Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan ”
(QS. Al-Insyirah Ayat 6)**

“Tapi, jika masalah tidak ada jalan keluarnya,
maka kita yang keluar jalan-jalan”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Orang Tua penulis, Bapak Abdur Rochman (Alm) dan Ibu Siti Ma'rufah, yang menjadi inspirasi penulis untuk selalu semangat menyelesaikan pendidikan.

Adik Muhammad Musa Ibrahim I.A dan Ara Azizah Nuril Ilmi, yang telah memberikan do'a serta semangat kepada penulis.

Serta diri sendiri, yang telah berjuang dan melewati banyak hal dalam menyelesaikan skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala Puji bagi Allah SWT atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul “Analisis Model Epidemik *Susceptible-Exposed-Invected-Recovered* (SEIR) pada Penyebaran COVID-19 di Indonesia ” ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta Salam selalu terlimpahkan kepada Nabi Muhammad saw yang telah menuntun manusia ke jalan keselamatan.

Dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan dan arahan dari berbagai pihak baik. Untuk itu ucapan terimakasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ari Kusumastuti, S.Pd., M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah meluangkan waktunya untuk memberikan bimbingan, arahan, nasihat, doa dan motivasi dalam menyelesaikan skripsi ini.
5. Juhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, nasihat, dan berbagai ilmunya kepada penulis.
6. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen penguji seminar proposal dan sidang skripsi yang telah memberikan kritik dan saran yang membangun kepada penulis.
7. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen penguji sidang skripsi yang telah memberikan kritik dan saran yang bermanfaat bagi penulis.
8. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terimakasih atas segala ilmu yang diberikan dan atas segala bimbingannya.

9. Orang Tua, Adik, dan seluruh keluarga yang memberikan doa, semangat, motivasi, kasih sayang, serta pengorbanan materi dan waktu kepada penulis.
10. Seluruh teman-teman di Program Studi Matematika 2017, terutama Laura Agustina dan Olivia Karinina yang telah berjuang bersama dan saling mendukung satu sama lain, terima kasih atas segala pengalaman berharga dan kenangan terindah saat menuntut ilmu bersama.
11. Seluruh teman-teman seperjuangan yang telah memberikan do'a, bantuan, dukungan kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi masih terdapat kekurangan-kekurangan. Dengan demikian, kritik dan saran yang membangun sangat penulis harapkan sehingga dapat lebih baik lagi. Selain itu, penulis juga mengharapkan semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat dan wawasan kepada para pembaca. Aamiin

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Pasuruan, 06 Desember 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Batasan Masalah.....	5
1.5 Manfaat Penelitian.....	6
1.6 Metode Penelitian.....	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Persamaan Diferensial Biasa.....	9
2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa Linear.....	9
2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear	10
2.2 Sistem Persamaan Diferensial.....	10
2.3 Titik Kesetimbangan (Ekuilibrium).....	11
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar R_0	12
2.5 Analisis Kestabilan.....	13
2.6 Nilai Eigen dan Vektor Eigen	14
2.7 Kriteria Routh-Hurwitz	14
2.8 Metode Numerik	15
2.9 Metode Runge Kutta	16
2.9.1 Metode Runge-Kutta Orde Satu	17

2.9.2 Metode Runge-Kutta Orde Dua.....	17
2.9.3 Metode Runge-Kutta Orde Tiga	19
2.9.4 Metode Runge-Kutta Orde Empat	19
2.10 Model Epidem SEIR	20
2.11 Model Epidem COVID-19	20
2.12 Kajian Islam Tentang Menghadapi Wabah	24

BAB III PEMBAHASAN

3.1 Mengidentifikasi Nilai Awal dan Parameter yang Digunakan	28
3.2 Analisis Kestabilan Lokal.....	31
3.2.1 Titik Kestimbangan (Ekuilibrium)	31
3.2.2 Bilangan Reproduksi Dasar	35
3.2.3 Analisis Kestabilan Titik Kestimbangan	37
3.2.4 Simulasi Titik Kestimbangan	43
3.3 Penyelesaian Numerik serta Penggambaran Model SEIR Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat pada Penyebaran Infeksi COVID-19 di Indonesia.	56
3.3.1 Menentukan Waktu (t) serta Jarak Langkah (h)	56
3.3.2 Menerapkan Metode Runge-Kutta Orde Empat kedalam Model Penyebaran COVID-19 di Indonesia	57
3.3.3 Perhitungan Iterasi Pertama Sampai Iterasi Terakhir.....	59
3.3.4 Interpretasi Hasil	98
3.4 Integrasi Agama dalam Mempelajari Fenomena COVID-19.....	102

BAB IV KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan.....	105
4.2 Saran	106

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Nilai Awal Variabel Model	29
Tabel 3.2	Nilai Parameter.....	30
Tabel 3.3	Hasil Perhitungan Simulasi 1 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	66
Tabel 3.4	Hasil Perhitungan Simulasi 2 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	72
Tabel 3.5	Hasil Perhitungan Simulasi 3 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	79
Tabel 3.6	Hasil Perhitungan Simulasi 1 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	85
Tabel 3.7	Hasil Perhitungan Simulasi 2 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	92
Tabel 3.8	Hasil Perhitungan Simulasi 3 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	98

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Skema Penularan Model untuk COVID-19.....	21
Gambar 3.1	Simulasi 1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	43
Gambar 3.2	Simulasi 2 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	44
Gambar 3.3	Simulasi 3 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	45
Gambar 3.4	Simulasi 1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	46
Gambar 3.5	Simulasi 2 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	47
Gambar 3.6	Simulasi 3 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	48
Gambar 3.7	Simulasi 1 Titik Kesetimbangan Endemik Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	50
Gambar 3.8	Simulasi 2 Titik Kesetimbangan Endemik Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	51
Gambar 3.9	Simulasi 3 Titik Kesetimbangan Endemik Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat	52
Gambar 3.10	Simulasi 1 Titik Kesetimbangan Endemik Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	53
Gambar 3.11	Simulasi 2 Titik Kesetimbangan Endemik Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	54
Gambar 3.12	Simulasi 3 Titik Kesetimbangan Endemik Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat	55
Gambar 3.13	Grafik Hasil Perhitungan Kasus Infeksi Simulasi 1,2,3 Sebelum Dan Setelah Dilakukan Pembatasan Interaksi Masyarakat	99
Gambar 3.14	Grafik Perbandingan Hasil Perhitungan Kasus Infeksi Simulasi 1,2,3 Sebelum Dan Setelah Dilakukan Pembatasan Interaksi Masyarakat Dengan Data Real	100
Gambar 3.15	Grafik Perhitungan Yang Menggambarkan Kasus Pertambahan Infeksi COVID-19 Bulan Juni-Agustus 2021	101

DAFTAR SIMBOL

N	: Banyaknya populasi
S	: Banyaknya individu yang rentan terkena infeksi COVID-19
E	: Banyaknya individu yang terpapar COVID-19
I	: Banyaknya individu yang terinfeksi COVID-19
R	: Banyaknya individu yang pulih dari COVID-19
μ	: Laju kelahiran atau kematian tiap kelas
α	: Laju infeksi atau laju perpindahan dari kelas S ke kelas E
β	: Laju perpindahan individu dari kelas E ke kelas I
μ_i	: Laju kematian akibat COVID-19
v	: Persentase individu kelas S yang melakukan vaksinasi
S_i	: Banyaknya individu yang rentan terkena infeksi COVID-19 pada iterasi ke i
E_i	: Banyaknya individu yang terpapar COVID-19 pada iterasi ke i
I_i	: Banyaknya individu yang terinfeksi COVID-19 pada iterasi ke i
R_i	: Banyaknya individu yang pulih dari COVID-19 pada iterasi ke i
i	: $1, 2, 3, \dots, n$
k_1, k_2, k_3, k_4	: Nilai tetapan pada rumus Runge-Kutta orde empat untuk kelas S
l_1, l_2, l_3, l_4	: Nilai tetapan pada rumus Runge-Kutta orde empat untuk kelas E
m_1, m_2, m_3, m_4	: Nilai tetapan pada rumus Runge-Kutta orde empat untuk kelas I
n_1, n_2, n_3, n_4	: Nilai tetapan pada rumus Runge-Kutta orde empat untuk kelas R
S_{i+1}	: Banyaknya individu rentan terkena infeksi COVID-19 pada iterasi selanjutnya
E_{i+1}	: Banyaknya individu terpapar COVID-19 pada iterasi selanjutnya
I_{i+1}	: Banyaknya individu terinfeksi COVID-19 pada iterasi selanjutnya
R_{i+1}	: Banyaknya individu pulih dari COVID-19 pada iterasi selanjutnya

ABSTRAK

Rahmadhani, Anis Putri. 2021. **Analisis Model Epidemii *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Penyebaran Covid-19 Di Indonesia**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si (II) Juhari, M.Si.

Kata Kunci: Model Epidemii SEIR; Runge-Kutta Orde Empat; COVID-19

Penelitian ini membahas tentang analisis model epidemii *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) menggunakan metode Runge-Kutta orde empat pada penyebaran COVID-19 di Indonesia dengan memperhatikan faktor pembatasan interaksi masyarakat dan persentase vaksinasi sebagai parameter model. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui hasil penerapan model *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19 di Indonesia. Langkah-langkah dalam menganalisis model tersebut adalah dengan menentukan kestabilan model yang menghasilkan stabil asimtotik lokal, setelah dinyatakan stabil kemudian dilakukan penerapan sekaligus simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19 di Indonesia. Hasil perhitungan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat menunjukkan pengaruh pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi dalam penurunan kasus infeksi COVID-19. Dimana, ketika melakukan pembatasan interaksi masyarakat, banyaknya kasus infeksi COVID-19 lebih rendah dari pada sebelum dilakukan pembatasan interaksi masyarakat, dan persentase vaksinasi yang semakin tinggi juga mengakibatkan kasus infeksi semakin melandai. Penelitian ini memberikan informasi bahwa jika pembatasan interaksi masyarakat terus dilakukan dengan terus meningkatkan persentase vaksinasi, maka diperkirakan grafik kasus positif harian COVID-19 akan semakin melandai dan mendekati nol. Sehingga, penambahan kasus baru akan semakin berkurang dan diharapkan pandemi COVID-19 ini segera berakhir.

ABSTRACT

Rahmadhani, Anis Putri. 2021. **Analysis of the *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) Epidemic Model on the Spread of COVID-19 in Indonesia**. Thesis. Mathematics Study Program, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Supervisor: (I) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si (II) Juhari, M.Si.

Keywords: SEIR Model of Epidemic; Runge-Kutta 4th Order; COVID-19

This study discusses the analysis of the Susceptible-Exposed-Infected-Recovered (SEIR) epidemic model using the fourth-order Runge-Kutta method on the spread of COVID-19 in Indonesia by taking into account the factors limiting community interaction and the percentage of vaccination as model parameters. The purpose of this study was to determine the results of the application of the Susceptible-Exposed-Infected-Recovered (SEIR) model using the fourth-order Runge-Kutta method in dealing with COVID-19 in Indonesia. The steps in analyzing the model are to determine the stability of the model that produces local asymptotic stability, then an implementation and simulation using the fourth-order Runge-Kutta method is carried out in dealing with COVID-19 in Indonesia. The results of calculations using the fourth-order Runge-Kutta method show the effect of limiting community interaction and vaccination in reducing cases of COVID-19 infection. Where, when limiting community interaction, the number of cases of COVID-19 infection is lower than before the restrictions on community interaction were carried out, and the higher percentage of vaccinations also resulted in more sloping infection cases. This study provides information that if restrictions on community interaction continue to be carried out by continuing to increase the percentage of vaccinations, it is estimated that the daily positive case graph of COVID-19 will be increasingly sloping and close to zero. Thus, the addition of new cases will decrease and it is hoped that the COVID-19 pandemic will end soon.

ملخص

رحمضاني ، أنيس بوتري. ٢٠٢١. تحليل النموذج الوبائي للمعرضين والمصابين والمتعافين (SEIR) باستخدام طريقة رونج-كوتا من الرتبة الرابعة (Runge-Kutta orde empat) حول انتشار كوفيد-١٩ في إندونيسيا. البحث العلمي. برنامج دراسة الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرفة: (١) أري كوسوماستوتي ، الماجستير في التربية والعلوم. المشرف: (٢) جوهرى ، ماجستير في العلوم.

الكلمات المفتاحية: نموذج الوباء (SEIR)؛ ترتيب رونج-كوتا الرابع (Runge-Kutta orde empat) ؛ كوفيد-١٩

تناقش هذه الدراسة تحليل نموذج الوباء المعرضين للإصابة والمعرضين والمصابين والمتعافين (SEIR) باستخدام طريقة رونج-كوتا من الدرجة الرابعة (Runge-Kutta orde empat) حول انتشار كوفيد-١٩ في إندونيسيا من خلال مراعاة العوامل التي تحد من تفاعل المجتمع ونسبة التطعيم كمعاملات نموذجية. كان الغرض من هذه الدراسة هو تحديد نتائج تطبيق نموذج حساس - مكشوف - مصاب - متعافي (SEIR) باستخدام طريقة رونج-كوتا من الدرجة الرابعة (Runge-Kutta orde empat) في التعامل مع كوفيد-١٩ في إندونيسيا. تتمثل خطوات تحليل النموذج في تحديد استقرار النموذج الذي ينتج عنه استقرار مقارب محلي، بعد إعلانه مستقرًا، ثم يتم تنفيذ التنفيذ والمحاكاة باستخدام طريقة رونج-كوتا من الدرجة الرابعة (Runge-Kutta orde empat) في التعامل مع كوفيد-١٩ في إندونيسيا. تظهر نتائج الحسابات باستخدام طريقة رونج-كوتا من الدرجة الرابعة (Runge-Kutta orde empat) تأثير الحد من التفاعل المجتمعي والتطعيم في تقليل حالات الإصابة بعدوى كوفيد-١٩. حيث، عند الحد من التفاعل العام ، يكون عدد حالات الإصابة بكوفيد-١٩ أقل مما كان عليه قبل تنفيذ القيود على التفاعل المجتمعي ، كما أدت النسبة الأعلى من اللقاحات إلى المزيد من حالات العدوى المنحدرة. تقدم هذه الدراسة معلومات أنه إذا استمرت القيود على التفاعل المجتمعي من خلال الاستمرار في زيادة نسبة اللقاحات، تشير التقديرات إلى أن الرسم البياني اليومي لحالات كوفيد-١٩ الإيجابية سيكون أقل وأقرب إلى الصفر. وبالتالي، ستنخفض إضافة حالات جديدة ومن المؤمل أن ينتهي جائحة كوفيد-١٩ قريبًا.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Berbagai fenomena yang ada di dunia ini dapat didekati dengan ilmu matematika, salah satunya bidang pemodelan. Pemodelan matematika sendiri merupakan bidang ilmu yang memformulasikan dan menjelaskan fenomena atau permasalahan pada dunia nyata ke dalam bentuk model matematika (Munir, 2010). Salah satu fenomena yang terjadi saat ini adalah tengah dihadapkan dengan wabah penyakit COVID-19. Jumlah kasus penyakit yang disebabkan virus korona ini terus meningkat di berbagai belahan dunia. Laju peningkatan jumlah kasus infeksi, kematian maupun kesembuhan, berbeda-beda di setiap daerah. Dan setiap daerah atau negara memiliki kebijakan sendiri untuk menahan penyebaran penyakit yang terjadi di wilayahnya (Annas, dkk, 2020).

Salah satu model matematika dalam menggambarkan penyebaran penyakit COVID-19 adalah model epidemi *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR). Model tersebut digunakan untuk memperkirakan dinamika penyebaran penyakit COVID-19 yang nantinya dapat digunakan dalam menarik kesimpulan awal tentang efektivitas tindakan masyarakat dalam menangani penyakit. Model epidemi SEIR terdiri dari empat sub populasi yaitu *Susceptible* disimbolkan dengan (*S*) merupakan kelas individu sehat tapi rentan terpapar penyakit, *Exposed* disimbolkan dengan (*E*) merupakan kelas individu terpapar penyakit, *Infected* disimbolkan dengan (*I*) merupakan kelas individu yang telah terinfeksi, *Recovered* disimbolkan dengan (*R*) merupakan kelas individu yang telah sembuh (Barham,2020).

Penelitian terkait penyebaran COVID-19 terus dilakukan sejak awal pandemi, diantaranya yaitu penelitian Suwardi Annas, dkk (2020), di mana mereka melakukan penelitian tentang memodelkan penyebaran COVID-19 di Indonesia dengan mempertimbangkan faktor isolasi dan vaksinasi sebagai parameter model. Model matematika yang diperoleh berupa model SEIR yang berbentuk sistem persamaan diferensial biasa yang terdiri dari empat persamaan diferensial bergantung waktu dalam satu sistem, dimana terdiri atas variabel *Susceptible* (S), variabel *Exposed* (E), variabel *Infected* (I) dan variabel *Recovered* (R). Dengan asumsi dilakukan isolasi selama 3, 7, 14 hari dan vaksinasi mencapai 1%, 50% dan 100%, model ini menghasilkan stabilitas global dan memberikan gambaran pengaruh isolasi dan vaksinasi terhadap model penyebaran COVID-19.

Selanjutnya penelitian Kusumo, dkk (2020) yang mempelajari tentang model berbasis SIR dalam prediksi awal penyebaran covid-19 di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). Pada penelitian ini dilakukan perumusan model matematika dalam populasi SIR untuk prediksi awal kasus COVID-19 di wilayah Daerah Istimewa Yogyakarta. Model ini terdiri atas variabel *Susceptible* (S), variabel *Infectious* (I) dan variabel *Recovered* (R). Hasil yang diperoleh yaitu diperkirakan wabah akan menurun secara signifikan pada bulan Maret 2021 dan mencapai puncak kasus sekitar pertengahan Juni 2020. Hal ini dikarenakan DIY melakukan penutupan tempat-tempat umum seperti sekolah, pasar, dan yang lainnya. Namun apabila fasilitas umum dibuka kembali, kemungkinan tingkat infeksi akan membesar. Pada penelitian tersebut, penegakan aturan pembatasan sosial seperti melakukan karantina wilayah dan peningkatan kapasitas dan fasilitas rumah sakit

di wilayah DIY, penting dilakukan untuk menurunkan tingkat infeksi dan meningkatkan tingkat kesembuhan pasien positif (Kusumo, 2020).

Kemudian ada penelitian Miftahul Jannah, dkk (2021) yang meneliti tentang model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan mempertimbangkan faktor vaksinasi pada model, dan dilakukan analisis kestabilan pada model. Pada penelitian ini dilakukan simulasi titik ekuilibrium, yang menghasilkan stabil asimtotik lokal untuk titik kesetimbangan bebas penyakit maupun titik kesetimbangan endemik.

Dari penelitian-penelitian tersebut, semuanya bertujuan untuk mencari model penyebaran COVID-19 serta menggambarkan pengaruh tindakan masyarakat yang dilakukan dalam menangani penyakit COVID-19 ini. Meskipun penyebaran COVID-19 tidak dapat diprediksi secara tepat, namun pengkajian terhadap virus ini terus dilakukan guna menemukan kebijakan yang paling baik dalam meredam serta menanggulangi wabah ini.

Sebagai seorang muslim, berpikir dengan dzikir merupakan satu kesatuan yang harus ada, agar dapat mengambil hikmah-hikmah yang terdapat pada setiap fenomena yang ada. Hal ini sesuai dengan yang ada dalam Al-Qur'an, Allah SWT berfirman:

(١٩٠) إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِأُولِي الْأَبْصَارِ
الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ
(١٩١) رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَذَا بَاطِلًا سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ

Artinya: “Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal. (Yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadaan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya

berkata): Ya Tuhan kami, tiadalah engkau menciptakan ini dengan sia-sia, maha suci Engkau, maka peliharalah kami dari siksa neraka” (QS . Ali Imran: 190-191).

Dimana pada ayat tersebut dianjurkan untuk senantiasa berdzikir dan juga memikirkan apa yang telah Allah SWT ciptakan, sehingga dapat mengambil suatu pelajaran ketika mempelajari fenomena yang ada di dunia.

Penelitian terkait COVID-19 sebelumnya yaitu mengenai perumusan model matematika dengan asumsi yang berbeda-beda, namun secara garis besar memiliki tujuan yang sama, yaitu mempelajari penyebaran COVID-19 dan penggambaran tindakan masyarakat dalam menangani kasus infeksi COVID-19. Penelitian ini akan membahas keadaan penyebaran COVID-19 di tahun 2021, dimana pada bulan Juli 2021 pemerintah melakukan perpanjangan kebijakan PPKM karena terjadi kenaikan kasus serta mencapai puncaknya yaitu sekitar 56,757 orang terinfeksi (<https://covid19.go.id/peta-sebaran-covid19>). Salah satu aturan PPKM yaitu adanya pembatasan interaksi masyarakat dengan melakukan *work from home* (WFH) 50% agar interaksi dengan individu terinfeksi berkurang (ekon.go.id). Dan persentase vaksinasi terus meningkat (<https://vaksin.kemendes.go.id/>).

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini akan mengkaji tentang penerapan model epidemi *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat pada penyebaran COVID-19 di Indonesia dengan memperhatikan pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi sebagai parameter model. Sehingga, penulis mengangkat judul penelitian “Analisis Model Epidemi *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat pada Penyebaran COVID-19 di Indonesia”.

1.2 Rumusan masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah pada penelitian ini yaitu bagaimana penerapan model *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19 di Indonesia?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang ingin dicapai berdasarkan rumusan masalah dari penelitian ini adalah untuk mengetahui hasil penerapan model *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19 di Indonesia.

1.4 Batasan Masalah

Batasan-batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model merujuk pada jurnal Suwardi Annas, dkk (2020) dengan penambahan parameter pembatasan interaksi masyarakat.
2. Data kasus yang digunakan untuk membandingkan hasil perhitungan adalah data kasus harian pertambahan infeksi COVID-19 bulan Juli-Agustus 2021 berdasar peta sebaran COVID-19 yang dapat diakses melalui <https://covid19.go.id/peta-sebaran-covid19>.
3. Persentase vaksinasi merupakan persentase vaksinasi dosis 1 berdasarkan grafik cakupan vaksinasi yang di akses melalui website kemenkes.go.id dengan mengabaikan varian vaksin yang ada.
4. Penerapan pembatasan interaksi masyarakat selama PPKM sebesar 50%.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat pada bidang pemodelan matematika mengenai analisis kestabilan lokal model epidemi *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) pada penyebaran COVID-19 serta penerapan dan simulasi model menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19, serta dapat memberikan informasi sekaligus dijadikan dasar untuk penilaian tindakan masyarakat dalam mengatasi COVID-19 di Indonesia.

1.6 Metode Penelitian

Tahapan atau langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Identifikasi nilai awal dan parameter
2. Analisis kestabilan model
 - a. Menentukan titik kesetimbangan
 - b. Menentukan bilangan reproduksi dasar
 - c. Analisis kestabilan titik kesetimbangan
 - d. Simulasi titik kesetimbangan
3. Penerapan dan simulasi model epidemi *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19 di Indonesia.
 - a. Menentukan waktu (t) serta interval waktu atau jarak langkah (h) yang digunakan.
 - b. Menentukan formulasi model dalam bentuk Runge-Kutta orde empat.

- c. Menghitung nilai tetapan yang terdapat pada rumus Runge-Kutta orde empat menggunakan formulasi yang telah diperoleh.
- d. Mensubstitusi nilai tetapan ke dalam formulasi model Runge-Kutta orde empat.
- e. Memvisualisasikan hasil perhitungan dalam bentuk grafik, kemudian dibandingkan dengan data harian infeksi COVID-19 bulan Juli-Agustus 2021.
- f. Interpretasi hasil.

1.7 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan dalam penelitian ini dijabarkan secara umum sebagai berikut:

BAB I Pendahuluan

Pada bab ini meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II Kajian Pustaka

Pada bab ini berisi konsep-konsep yang mendukung pada bagian pembahasan yang meliputi persamaan diferensial biasa, baik linear maupun nonlinear, sistem persamaan diferensial, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, nilai eigen dan vektor eigen, kriteria Routh-Hurwitz, metode numerik, metode Runge-Kutta, model epidemi SEIR, model epidemi COVID-19, kajian islam tentang menghadapi wabah.

BAB III Pembahasan

Pada bab ini membahas mengenai analisis kestabilan model SEIR pada COVID-19 dengan memperhatikan faktor pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi sebagai parameter model, kemudian penerapan serta simulasi numerik model menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dengan asumsi nilai parameter yang berbeda, serta penggambaran pengaruh pembatasan interaksi dan vaksinasi dalam menangani kasus infeksi COVID-19 menggunakan *software* Octave.

BAB IV Penutup

Pada bab ini meliputi kesimpulan dan saran terkait dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial Biasa

Menurut Pamuntjak dan Santoso (1990), persamaan diferensial merupakan persamaan yang memiliki satu peubah tak bebas atau lebih serta turunannya yaitu terhadap satu atau lebih peubah bebas. Menurut Ross (1984), persamaan diferensial merupakan suatu persamaan yang memiliki turunan dari satu atau lebih peubah tak bebas terhadap satu atau lebih peubah bebas. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang memuat turunan-turunan dari variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas. Secara umum persamaan diferensial biasa dinyatakan dalam bentuk: (Waluya, 2006).

$$F\left(t, y, \frac{dy}{dt}\right) = F(t, y, \dot{y}) = 0 \quad (2.1)$$

Persamaan (2.1) merupakan persamaan diferensial biasa orde satu bergantung waktu, maka variabel bebasnya berupa waktu (t).

2.1.1 Persamaan Diferensial Biasa Linear

Secara umum persamaan diferensial biasa linear orde- n diberikan sebagai berikut:

$$a_n(t)y^n + a_{n-1}(t)y^{n-1} + \dots + a_1(t)y' + a_0(t)y = f(t) \quad (2.2)$$

Persamaan (2.2) diatas adalah persamaan orde- n dan dapat dikatakan linear jika memenuhi beberapa ciri berikut:

- a. Variabel terikat beserta turunannya berderajat satu
- b. Antar variabel terikat tidak ada perkalian
- c. Variabel terikat bukanlah fungsi transenden

Persamaan (2.2) disebut persamaan linear homogen jika fungsi $f(x) = 0$.

Persamaan (2.2) disebut persamaan linear non homogen jika fungsi $f(x) \neq 0$.

Berikut adalah contoh persamaan diferensial biasa:

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - \delta I - \mu I - \mu_i I \quad (2.3)$$

$$\frac{dR}{dt} - \delta I - \nu S + \mu R = 0 \quad (2.4)$$

Persamaan (2.3) dan (2.4) dikatakan persamaan diferensial biasa bergantung waktu dikarenakan tidak ada perkalian antar variabel terikat. Persamaan (2.3) merupakan persamaan diferensial linear non homogen orde 1, dan persamaan (2.4) merupakan persamaan diferensial linear homogen orde 1.

2.1.2 Persamaan Diferensial Biasa Nonlinear

Jika persamaan diferensial biasa tidak memenuhi ciri linear, maka persamaan tersebut adalah persamaan diferensial biasa nonlinear.

Contoh (Annas, dkk):

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \alpha SI - \mu S \quad (2.5)$$

Persamaan (2.5) dikatakan nonlinear karena terdapat perkalian variabel terikat S dengan variabel terikat lainnya yaitu I dalam bentuk αIS .

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial sering muncul pada pemodelan berbagai bidang yang menyangkut lebih dari satu variabel terikat (misal: y_1, y_2, \dots, y_n) terhadap satu variabel bebas (misal: t). Adapun sistem persamaan diferensial adalah sebagai berikut (Munir, 2010):

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= \frac{dy_1}{dt} = f_1(t, y_1, y_2, \dots, y_n) & , y_1(t_0) &= y_{10} \\
\dot{y}_2 &= \frac{dy_2}{dt} = f_2(t, y_1, y_2, \dots, y_n) & , y_2(t_0) &= y_{20} \\
& & & \vdots \\
\dot{y}_n &= \frac{dy_n}{dt} = f_n(t, y_1, y_2, \dots, y_n) & , y_n(t_0) &= y_{n0}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Sistem persamaan diferensial diatas dapat ditulis dalam notasi berikut:

$$\frac{dy}{dt} = \mathbf{B}y(t) \tag{2.7}$$

dimana

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n(t) \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Solusi persamaan (2.7) bisa dicari dengan menentukan nilai eigen serta vektor Eigen dari matriks \mathbf{B} .

2.3 Titik Kesetimbangan (Ekuilibrium)

Titik kesetimbangan (Ekuilibrium) adalah titik yang tidak mengalami perubahan terhadap waktu. Jadi, ketika $t = 1, 2, 3, \dots, n$ nilai titik ekuilibrium tidak berubah atau tetap. Titik ekuilibrium dapat ditentukan dengan metode substitusi.

Definisi 2.1

“Titik $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*)$ disebut sebagai titik ekuilibrium sistem $\dot{x} = f(x)$ jika memenuhi $f(x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_n^*) = 0$ ” (Edwards & Penney, 2000).

Jadi, x^* merupakan titik kesetimbangan dari sistem persamaan diferensial $\dot{x} = f(x)$ jika dan hanya jika x^* di substitusi ke f hasilnya sama dengan nol.

2.4 Bilangan Reproduksi Dasar R_0

R_0 (bilangan reproduksi dasar) mewakili jumlah rata-rata infeksi baru yang dihasilkan oleh setiap orang yang terinfeksi. Semakin tinggi nilai R_0 semakin cepat laju penularan penyakit dan semakin kecil nilai R_0 semakin lambat laju penularan penyakit. Terdapat tiga pilihan nilai R_0 (Giesecke, 2002):

1. $R_0 < 1$ artinya jumlah kasus baru akan berkurang dari waktu ke waktu dan pada akhirnya wabah akan berakhir dengan sendirinya.
2. $R_0 = 1$ artinya kasus tersebut stabil.
3. $R_0 > 1$ berarti wabah itu berkelanjutan kecuali dengan menerapkan pengendalian yang efektif.

Untuk mencari R_0 , dapat dilakukan dengan menggunakan matriks *Next-Generation*. Suatu kompartemen disebut kompartemen penyakit jika individu-individu di dalamnya terinfeksi penyakit. Misal x menyatakan kelas yang terinfeksi penyakit, y menyatakan kelas yang tidak terinfeksi penyakit, \mathcal{F}_i menyatakan matriks dari laju munculnya individu baru yang terinfeksi penyakit dan \mathcal{V}_i menyatakan matriks dari laju penurunan jumlah individu terinfeksi. Model kompartemen dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \mathcal{F}_i(x, y) - \mathcal{V}_i(x, y) & i = 1, 2, \dots, n & \quad x \in \mathbb{R}^n \\ \dot{y}_j &= g_j(x, y) & j = 1, 2, \dots, m & \quad y \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (2.8)$$

Perhitungan bilangan reproduksi dasar berdasar sistem (2.9) menggunakan titik ekuilibrium bebas penyakit. Kemudian, dilakukan linearisasi dari kelas terinfeksi sebagai berikut,

$$\dot{x}_i = (\mathcal{F} - \mathcal{V})x \quad (2.9)$$

dengan \mathcal{F} dan \mathcal{V} matriks berukuran $n \times n$ yang didefinisikan oleh

$$\mathcal{F} = \left[\frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j} (0, y_0) \right] \quad \text{dan} \quad \mathcal{V} = \left[\frac{\partial \mathcal{V}_i}{\partial x_j} (0, y_0) \right] \quad (2.10)$$

dengan $(0, y_0)$ adalah titik ekuilibrium bebas penyakit, selanjutnya didefinisikan matriks K sebagai berikut:

$$K = \mathcal{F}\mathcal{V}^{-1} \quad (2.11)$$

yang disebut sebagai matriks *next generation*. Nilai dari bilangan reproduksi dasar pada populasi rentan adalah radius spektral (nilai Eigen absolut dominan) dari matriks K (van den Driessche & Watmough, 2002) sehingga

$$R_0 = \rho(\mathcal{F}\mathcal{V}^{-1}) \quad (2.12)$$

2.5 Analisis Kestabilan

Untuk menentukan kestabilan titik tetap dari sistem persamaan diferensial biasa nonlinier, terlebih dahulu melakukan linierisasi di sekitar titik tetapnya (Boyce dan DiPrima, 2000). Metode yang dapat digunakan untuk melinearisasikan salah satunya yaitu dengan deret Taylor. kemudian, kestabilan titik tetap dan jenis kestabilan ditentukan berdasarkan nilai eigen yang dihasilkan dari persamaan.

Suatu sistem stabil apabila jika perubahan terhadap pertambahan waktu menuju ke nol. Titik tetap dari suatu persamaan diferensial dapat dikatakan stabil apabila nilai eigen dari matriks Jacobian adalah negatif (Tu, 1994).

2.5.1 Analisis Kestabilan Lokal

Suatu titik kesetimbangan bebas penyakit dikatakan stabil asimtotik lokal apabila $R_0 < 1$, dan dikatakan tidak stabil apabila $R_0 > 1$. Adapun untuk titik kesetimbangan endemik dapat dikatakan stabil asimtotik lokal apabila $R_0 > 1$, dan dikatakan tidak stabil apabila $R_0 < 1$.

2.6 Nilai Eigen dan Vektor Eigen

Definisi 2.2

“Jika A merupakan matriks $n \times n$, maka vektor tak nol x pada R^n disebut vektor eigen dari A jika Ax adalah perkalian skalar dari x , dapat dinotasikan sebagai:

$$Ax = \lambda x \quad (2.13)$$

dimana λ merupakan skalar sebarang.”

Untuk mendapatkan nilai eigen dari matriks A , kita tulis persamaan (2.14) sebagai

$$Ax = \lambda Ix \quad (2.15)$$

atau

$$(A - \lambda I)x = 0 \quad (2.16)$$

dengan I merupakan suatu matriks identitas. λ merupakan nilai eigen jika terdapat solusi tak nol pada persamaan ini dan persamaan (2.16) memiliki solusi tak nol jika dan hanya jika

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2.17)$$

Persamaan tersebut merupakan persamaan karakteristik dari matriks A , dan skalar-skalar λ yang memenuhi persamaan ini disebut nilai eigen dari A (Anton and Rorres, 2004).

2.7 Kriteria Routh-Hurwitz

Nilai eigen bisa diperoleh dengan menentukan akar-akar persamaan karakteristik $\det(A - \lambda I)$. Seringkali akar-akar persamaan karakteristik tidak mudah ditemukan. Sehingga diperlukan suatu aturan yang menjamin bahwa akar-

akar persamaan karakteristik bernilai negatif atau ada persamaan karakteristik yang bernilai positif. Kriteria Routh-Hurwitz merupakan salah satu alternatif untuk menentukan nilai eigen dari suatu polinomial yang tidak mudah dikerjakan. Tanda negatif atau positif dapat digunakan untuk menentukan sifat kestabilan dari suatu titik ekuilibrium (Putra,2016).

2.8 Metode Numerik

Metode numerik merupakan metode yang diterapkan untuk memformulasikan atau menyelesaikan permasalahan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan mudah menggunakan operasi perhitungan biasa seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian (Munir, 2020). Secara bahasa, metode artinya cara sedangkan numerik artinya angka, maka metode numerik dapat diartikan suatu cara perhitungan menggunakan angka.

Metode numerik dapat diterapkan dalam menyelesaikan persoalan matematika sederhana yang bisa diselesaikan secara analitik maupun persoalan rumit dimana metode analitik belum tentu dapat menyelesaikannya. Solusi numerik disebut juga solusi hampiran (*approximation*) karena metode numerik hanya mendapatkan solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati, namun solusi dapat dibuat seteliti mungkin meskipun solusi hampiran tidak tepat dengan solusi sejati atau terdapat selisih, selisih inilah yang dinamakan galat (*error*).

Adapun tahap-tahap memecahkan persoalan secara numerik adalah sebagai berikut (Munir, 2020):

1. Pemodelan
2. Penyederhanaan Model

3. Formulasi Numerik
4. Pemrograman
5. Operasional
6. Evaluasi

2.9 Metode Runge Kutta

Metode Runge-Kutta merupakan alternatif lain dari metode deret Taylor karena tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini menghindari mencari turunan yang lebih tinggi dengan cara mengevaluasi fungsi $f(x, y)$ dalam tiap selang langkah dan berusaha mendapat derajat ketelitian yang lebih tinggi.

Bentuk umum metode Runge-Kutta orde- n adalah:

$$y_{i+1} = y_i + a_1k_1 + a_2k_2 + \dots + a_nk_n \quad (2.18)$$

dengan a_1, a_2, \dots, a_n merupakan konstanta untuk setiap k_i , dan k_i adalah sebagai berikut

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1)$$

$$k_3 = hf(x_i + p_2h, y_i + q_{21}k_1 + q_{22}k_2)$$

⋮

$$k_n = hf(x_i + p_{n-1}h, y_i + q_{n-1.1}k_1 + q_{n-1.2}k_2 + \dots + q_{n-1.n-1}k_{n-1}) \quad (2.19)$$

Nilai a_i, p_i, q_{ij} dicari dengan cara mengevaluasi persamaan (2.18) dan persamaan (2.19) ke dalam deret Taylor, dan dipilih sedemikian hingga memperkecil galat per langkah (Munir, 2020).

2.9.1 Metode Runge-Kutta Orde Satu

Metode Runge-Kutta orde satu disebut juga metode Euler. Bentuk metode ini yaitu:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ y_{i+1} &= y_i + (a_1 k_1) \end{aligned} \quad (2.20)$$

untuk $a_1 = 1$, maka persamaan (2.20) menjadi

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ y_{i+1} &= y_i + k_1 \end{aligned} \quad (2.21)$$

2.9.2 Metode Runge-Kutta Orde Dua

Bentuk metode Runge-Kutta orde dua yaitu:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ k_2 &= hf(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1) \\ y_{i+1} &= y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2) \end{aligned} \quad (2.22)$$

dimana nilai a_1, a_2, p_1 , dan q_{11} diperoleh dengan cara menguraikan y_{i+1} ke dalam deret Taylor orde dua berikut:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h + f'(x_i, y_i) \frac{h^2}{2!} + \dots \quad (2.23)$$

Mencari turunan pertama $f(x_i, y_i)$

$$f'(x_i, y_i) = f_x + f_y f$$

Untuk $f(x_i, y_i)$ dapat ditulis f kemudian substitusi ke persamaan (2.23)

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + fh + (f_x + f_y f) \frac{h^2}{2!} \\ &= y_i + fh + \frac{h^2}{2!} f_x + \frac{h^2}{2!} f_y f \\ &= y_i + fh + \frac{1}{2} h^2 (f_x + f_y f) \end{aligned}$$

Ekspansi deret Taylor untuk k_1, k_2

$$k_1 = h * f$$

$$\begin{aligned} k_2 &= h * f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1) \\ &= h * (f + p_1 h f_x + q_{11} h f_y f) \end{aligned}$$

Substitusi k_1, k_2 ke persamaan (2.22)

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + (a_1 k_1 + a_2 k_2) \\ &= y_i + \left(a_1 (h * f) + a_2 \left(h * (f + p_1 h f_x + q_{11} h f_y f) \right) \right) \\ &= y_i + h * \left(a_1 f + a_2 (f + p_1 h f_x + q_{11} h f_y f) \right) \\ &= y_i + (a_1 + a_2) f h + (a_2 p_1 + a_2 q_{11}) h^2 (f_x + f_y f) \end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_2 p_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_2 q_{11} = \frac{1}{2}$$

Jika $a_1 = \frac{1}{2}$, maka diperoleh $a_2 = \frac{1}{2}$ dan $p_1 = q_{11} = 1$. Kemudian dengan mensubstitusi nilai-nilai tersebut pada persamaan (2.22), persamaan metode Runge-Kutta orde dua dapat ditulis sebagai:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2} (k_1 + k_2) \quad (2.24)$$

dimana:

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(x_i + h, y_i + k_1)$$

2.9.3 Metode Runge-Kutta Orde Tiga

Bentuk metode Runge-Kutta orde tiga diperoleh dengan cara yang sama seperti metode Runge-Kutta orde dua untuk $n = 3$, sehingga metode Runge-Kutta orde tiga berbentuk:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3) \quad (2.25)$$

dimana:

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf(x_i + h, y_i - k_1 + 2k_2)$$

2.9.4 Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode Runge-Kutta orde empat adalah metode dengan tingkat ketelitian solusinya tinggi dibanding metode Runge-Kutta orde satu, dua, dan tiga. Bentuk metode Runge-Kutta orde empat diperoleh dengan cara yang sama seperti sebelum-sebelumnya untuk $n = 4$, sehingga metode Runge-Kutta orde empat berbentuk:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.26)$$

dimana:

$$k_1 = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1\right)$$

$$k_3 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2\right)$$

$$k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3)$$

2.10 Model Epidemi SEIR

Model Epidemi SEIR (*Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered*) merupakan model yang digunakan untuk memperkirakan dinamika penyebaran suatu penyakit sehingga dapat digunakan dalam menarik kesimpulan awal tentang efektivitas tindakan masyarakat dalam menangani penyakit. Model epidemik SEIR terdiri dari empat sub populasi yaitu *Susceptible* disimbolkan dengan (S) merupakan kelas individu sehat tapi rentan terpapar penyakit, *Exposed* disimbolkan dengan (E) merupakan kelas individu yang melakukan kontak fisik dengan individu yang terinfeksi, *Infected* disimbolkan dengan (I) merupakan kelas individu yang terinfeksi penyakit, *Recovered* disimbolkan dengan (R) merupakan kelas individu yang sembuh (Barham, 2020). Keempat sub populasi tersebut disusun menjadi suatu sistem persamaan diferensial biasa berdasarkan asumsi-asumsi yang ada.

2.11 Model Epidemi COVID-19

Model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi sebagai parameter model, terdiri dari empat variabel terikat yaitu S, E, I, R dan satu variabel bebas yaitu t . Proses formulasi model matematika penyebaran COVID-19 memperhatikan beberapa asumsi sebagai berikut:

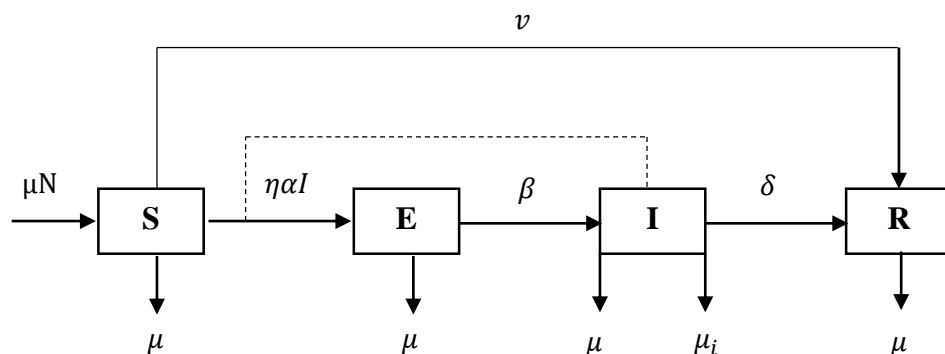
1. Besarnya jumlah penduduk diasumsikan konstan, $N = S + E + I + R$
2. Laju kelahiran dan kematian diasumsikan sama.
3. Populasi rentan masuk ke dalam kompartemen S dengan laju kelahiran μ .
4. Populasi rentan akan tertular ketika melakukan kontak langsung dengan pasien COVID-19 dan penyakit dapat ditularkan dengan laju interaksi αI

dimana I merupakan individu terinfeksi.

5. Dilakukan pembatasan interaksi masyarakat sehingga persentase orang yang melakukan kontak langsung dibatasi sebesar η .
6. Populasi terpapar bisa pindah ke kelas terinfeksi seiring masa inkubasi COVID-19 dengan laju β .
7. Populasi terinfeksi dapat sembuh setelah melakukan perawatan medis dengan laju δ .
8. Populasi yang rentan juga dapat langsung dimasukkan ke kelas sembuh setelah melakukan vaksinasi dengan laju v .
9. Populasi sembuh diasumsikan sebagai populasi yang telah memiliki kekebalan tubuh lebih kuat daripada populasi rentan, sehingga individu pada populasi sembuh tidak kembali ke populasi rentan.
10. Semua jenis populasi mengalami kematian alami dengan laju μ .
11. Populasi terinfeksi dapat meninggal akibat COVID -19 dengan laju μ_i
12. Semua parameter dalam model bernilai positif.

Adapun skema penulisan model SEIR untuk COVID-19 dapat dilihat pada

Gambar 2.1 berikut:



Gambar 2. 1 Skema Penulisan Model untuk COVID-19

Berdasarkan diagram model pada Gambar 2.1, ditunjukkan bahwa perubahan populasi rentan (S) terhadap waktu dipengaruhi oleh laju kelahiran alami dari total populasi (μN) dan akan berkurang karena adanya laju kematian alami dari populasi rentan (μS). Populasi rentan juga akan berkurang karena adanya individu dalam populasi rentan yang melakukan kontak dengan individu terinfeksi (I) sehingga mengakibatkan individu rentan pindah ke dalam populasi terpapar (E). Namun, terdapat pembatasan interaksi masyarakat yang mengakibatkan persentase orang yang melakukan kontak langsung dibatasi sebesar (η). Sehingga, perubahan individu dari populasi rentan ke dalam populasi terpapar ini dinotasikan sebagai $\eta\alpha IS$. Berikutnya yaitu pengurangan populasi rentan akibat adanya vaksinasi (v), dengan melakukan vaksinasi maka individu rentan dapat berpindah ke dalam populasi sembuh (R). Sehingga model kompartemen S dapat disajikan dalam persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - \eta\alpha IS - \mu S - vS \quad (2.27)$$

Perubahan populasi individu terpapar (E) terhadap waktu dipengaruhi oleh laju kontak individu rentan dengan individu terinfeksi yang dibatasi sebesar (η) dinotasikan sebagai $\eta\alpha IS$. Kemudian individu dalam populasi terpapar dapat berkurang karena adanya perubahan individu terpapar menjadi individu terinfeksi seiring masa inkubasi (βE). Populasi terpapar juga dapat berkurang karena adanya laju kematian alami (μE). Sehingga model kompartemen E dapat disajikan dalam persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS - \beta E - \mu E \quad (2.28)$$

Perubahan populasi individu terinfeksi (I) terhadap waktu dipengaruhi oleh laju perubahan individu terpapar menjadi individu terinfeksi seiring masa inkubasi (βE). Kemudian individu dalam populasi terinfeksi dapat berkurang setelah melakukan perawatan medis dan dinyatakan sembuh dengan laju (δI). Populasi terinfeksi juga dapat berkurang karena adanya laju kematian, baik laju kematian alami (μI) maupun laju kematian akibat COVID-19 sebesar ($\mu_i I$). Sehingga model kompartemen I dapat disajikan dalam persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - \delta I - \mu I - \mu_i I \quad (2.29)$$

Perubahan populasi individu sembuh (R) terhadap waktu dipengaruhi oleh laju perubahan individu dalam populasi terinfeksi ke dalam populasi sembuh setelah melakukan perawatan medis dan dinyatakan sembuh (δI). Populasi sembuh juga dipengaruhi karena adanya individu rentan yang telah divaksinasi dan otomatis pindah ke populasi sembuh dengan laju (vS). Kemudian populasi sembuh dapat berkurang karena adanya laju kematian alami (μR). Sehingga model kompartemen R dapat disajikan dalam persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + vS - \mu R \quad (2.30)$$

Sehingga, diperoleh sistem persamaan diferensial model penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan faktor pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi sebagai parameter model adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \eta \alpha IS - \mu S - vS \\ \frac{dE}{dt} &= \eta \alpha IS - \beta E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \beta E - \delta I - \mu I - \mu_i I \\ \frac{dR}{dt} &= \delta I + vS - \mu R \end{aligned} \quad (2.31)$$

2.12 Kajian Islam Tentang Menghadapi Wabah

Wabah merupakan salah satu fenomena yang terjadi atas kehendak Allah SWT. Dari sudut pandang islam, suatu wabah dapat diartikan sebagai musibah atau cobaan yang diberikan oleh Allah SWT kepada ummat-Nya (Mukharom dan Aravik, 2020). Dimana suatu musibah merupakan ketetapan Allah SWT guna menguji serta membedakan ketakwaan manusia.

Salah satu fenomena yang terjadi yaitu adanya wabah penyakit yang dapat menyebar dengan cepat. Sehingga, penting untuk mempelajari bagaimana cara melakukan pencegahan dan penanganan yang tepat. Al-Qur'an dan Hadits merupakan sumber ilmu pengetahuan (Shihab, 2002), dimana dapat ditemukan ayat-ayat yang menjelaskan tentang pentingnya mempelajari fenomena yang terjadi di alam semesta (Qutub, 2011). Dan ketika di pelajari lebih dalam, tentunya banyak sekali hikmah di balik setiap fenomena yang ada di dunia yang merujuk pada bukti keesaan dan kekuasaan Allah SWT (Senang, 2016).

Sebagai seorang muslim, berpikir dengan dzikir merupakan satu kesatuan yang harus ada, agar dapat mengambil hikmah-hikmah yang terdapat pada setiap fenomena yang ada. Hal ini sesuai dengan yang ada dalam Al-Qur'an, Allah SWT berfirman:

(١٩٠) إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ وَاخْتِلَافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَآيَاتٍ لِأُولِي الْأَبْصَارِ
الَّذِينَ يَذْكُرُونَ اللَّهَ قِيَامًا وَقُعُودًا وَعَلَىٰ جُنُوبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُونَ فِي خَلْقِ السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضِ
(١٩١) رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هَذَا بَاطِلًا سُبْحَانَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ

Artinya: “Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda bagi orang-orang yang berakal. (Yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri atau duduk atau dalam keadaan berbaring dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya

berkata): Ya Tuhan kami, tiadalah Engkau menciptakan ini dengan sia-sia, Maha Suci Engkau, maka peliharalah kami dari siksa neraka” (QS . Ali Imran: 190-191).

Dimana pada ayat tersebut dianjurkan untuk senantiasa berdzikir dan juga memikirkan apa yang telah Allah SWT ciptakan, agar dapat mengambil suatu pelajaran ketika mempelajari fenomena yang ada di dunia. Berpikir dan berdzikir merupakan dua unsur penting dalam ulul albab yaitu orang-orang yang berakal. Kedua unsur tersebut saling berhubungan, ketika kita berdzikir kita tidak akan terlepas dari berfikir begitupun sebaliknya ketika kita berfikir maka kita harus berdampingan dengan berdzikir kepada Allah SWT. Selama berdzikir, kita akan sungguh-sungguh berfikir mengenai ke-Esa-an Allah SWT tentang bagaimana Allah SWT memberikan kita segala kemampuan sehingga menjadi manusia yang istimewa (Sofia, 2021).

Adapun asbabun nuzul Q.S. Ali Imran ayat 190-191 ini adalah adalah “berawal dari ketika kaum Quraisy mendatangi kaum Yahudi serta bertanya kepada mereka mengenai tanda-tanda kebenaran yang dibawa nabi Musa. Kaum Yahudi menjawab bahwa tongkat dan tangan nabi Musa yang bersinar bagi orang-orang yang melihatnya. Setelah itu, kaum Quraisy itu mendatangi kaum Nasrani serta bertanya kepada mereka mengenai tanda-tanda kebenaran yang diperlihatkan nabi Isa. Mereka menjawab bahwa nabi Isa dapat menyembuhkan orang yang buta, orang yang sakit kusta dan menghidupkan orang mati. Kemudian kaum Quraisy mendatangi Nabi SAW serta berkata kepada beliau agar berdo’a kepada Allah untuk mengubah bukit shafa menjadi emas bagi kaum Quraisy. Setelah Nabi SAW berdoa, turunlah firman Allah Q.S Ali Imran ayat 190-191” diriwayatkan oleh Ath-Thabrani dan Ibnu Abi Hatim dari Ibnu Abbas (Sofi, 2021).

Pada peristiwa tersebut, terlihat bahwa kaum Quraisy belum menghayati dan mensyukuri nikmat yang telah diberikan Allah SWT kepada mereka. Mereka tidak mau berfikir tentang hikmah dari penciptaan alam semesta. Padahal mereka akan mendapatkan banyak pelajaran, manfaat dan faedah jika mau memikirkannya. Dalam penciptaan seluruh alam semesta ini, terdapat tanda-tanda yang menunjukkan kekuasaan Allah SWT. Sehingga, ketika dihadapkan dengan suatu wabah penyakit, hal yang harus dilakukan yaitu senantiasa berdzikir kepada Allah SWT, karena segala sesuatu yang terjadi di dunia ini adalah atas kehendak Allah SWT. Selain itu, penting juga mempelajari lebih baik tentang dinamika penyebaran penyakit agar dapat melakukan pencegahan dan penanganan yang tepat, salah satunya yaitu dengan menaati kebijakan-kebijakan yang ada. dari kebijakan-kebijakan tersebut dapat diambil hikmahnya yaitu lebih mendekatkan diri kepada Allah SWT, Jadi, jika dilihat dari sudut pandang islam, adanya wabah ini mengajarkan kita untuk lebih mendekatkan diri kepada Allah SWT dan mengetahui kekuasaan Allah SWT. Hal ini dikarenakan melalui akal, manusia mampu berpikir dan merenungkan segala gejala di alam raya serta dapat mengambil hikmah dan pelajaran dari Allah Swt yang terdapat di alam raya sehingga mengarah pada meningkatkan iman dan taqwa (Senang, 2016).

BAB III

PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan dibahas mengenai penerapan model SEIR dengan metode Runge-Kutta orde empat dalam menangani COVID-19 di Indonesia. Dimana model dianalisis kestabilannya dahulu, selanjutnya dilakukan penerapan serta simulasi menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam menggambarkan kasus infeksi COVID-19. Berikut adalah langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini.

3.1 Mengidentifikasi Nilai Awal dan Parameter yang Digunakan

Nilai awal yang digunakan diambil dari peta sebaran COVID-19 di Indonesia, yaitu banyaknya pertambahan kasus harian pada tanggal 1 Juli 2021, yang kemudian digunakan dalam penggambaran kondisi 62 hari berikutnya. Nilai awal ini diambil berdasarkan kesamaan tren kasus infeksi harian dengan hasil grafik infeksi pada penelitian sebelumnya dimana grafik mengalami kenaikan yang signifikan kemudian melandai kembali. Untuk tren kasus infeksi harian dapat dilihat pada Lampiran 1. Adapun nilai awal untuk total populasi (N_0) merupakan jumlah populasi penduduk Indonesia, nilai awal populasi rentan (S_0) merupakan banyaknya populasi penduduk Indonesia dikurangi dengan jumlah kasus terpapar, terinfeksi, dan sembuh dari COVID-19 di tanggal 1 Juli 2021, nilai awal populasi terpapar (E_0) adalah banyak pertambahan kasus terkonfirmasi harian di tanggal 1 Juli 2021, nilai awal populasi terinfeksi (I_0) merupakan jumlah pertambahan kasus infeksi COVID-19 harian di tanggal 1 Juli 2021, nilai awal populasi sembuh (R_0) merupakan pertambahan kasus sembuh harian di tanggal

1 Juli 2021 yang diperoleh dari peta sebaran COVID-19 melalui website covid.go.id. Berikut adalah nilai awal untuk setiap variabel:

Tabel 3. 1 Nilai Awal Variabel Model

Variabel	Nilai
N_0	270.2 juta orang
S_0	270,129,572 orang
E_0	35214 orang
I_0	24836 orang
R_0	9874 orang

Sedangkan nilai parameter yang digunakan berasal dari studi literatur dan beberapa asumsi. Laju kelahiran dan kematian penduduk diasumsikan sama yaitu $(\mu) = 6.25 \times 10^{-3}$ /hari. Laju penularan virus akibat interaksi langsung antara individu rentan dengan terinfeksi sebesar $(\alpha) = 0.62 \times 10^{-8}$ /hari. Laju perpindahan dari kelas terpapar ke kelas terinfeksi adalah $(\beta) = 1/14$ /hari dimana sesuai dengan masa inkubasi COVID-19. Laju kematian akibat infeksi COVID-19 sebesar $(\mu_i) = 7.344 \times 10^{-7}$ /hari. Tingkat kesembuhan dari COVID-19 mengalami kenaikan dibanding awal terjadinya pandemi ini. Sehingga, pada penelitian ini laju kesembuhan menjadi $(\delta) = 0.06667$ /hari. Hal ini diasumsikan bahwa kualitas pelayanan kesehatan terus meningkat dari awal pandemi yang berkisar puluhan orang sembuh menjadi ribuan orang sembuh di tahun 2021.

Di tahun 2021 mulai diberlakukan pembatasan interaksi, sehingga perlu menambahkan parameter pembatasan interaksi masyarakat (η) untuk membandingkan kondisi ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi dengan kondisi setelah dilakukan pembatasan interaksi, maka diasumsikan persentase

orang yang berinteraksi sebelum dilakukan pembatasan interaksi yaitu (η) = 100%, dan setelah dilakukan pembatasan interaksi diasumsikan (η) = 50%.

Adapun nilai-nilai asumsi parameter vaksinasi (v) merupakan nilai yang diperoleh dari grafik persentase vaksin COVID-19 pada website kemenkes, dimana sampai awal bulan Juli telah dilakukan vaksinasi sebanyak 16%, dan untuk simulasi kedua merupakan persentase vaksinasi sampai akhir bulan Agustus yaitu sebesar 31%, sedangkan simulasi ketiga merupakan persentase vaksinasi yang apabila terpenuhi akan tercipta kekebalan kelompok yaitu sebesar 75%.

Sehingga, berikut adalah nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini:

Tabel 3. 2 Nilai Parameter

Parameter	Sebelum Pembatasan Interaksi			Setelah Pembatasan Interaksi		
	Simulasi 1	Simulasi 2	Simulasi 3	Simulasi 1	Simulasi 2	Simulasi 3
μ	6.25 $\times 10^{-3}$	6.25 $\times 10^{-3}$	6.25 $\times 10^{-3}$	6.25 $\times 10^{-3}$	6.25 $\times 10^{-3}$	6.25 $\times 10^{-3}$
α	0.62 $\times 10^{-8}$	0.62 $\times 10^{-8}$	0.62 $\times 10^{-8}$	0.62 $\times 10^{-8}$	0.62 $\times 10^{-8}$	0.62 $\times 10^{-8}$
η	100%	100%	100%	50%	50%	50%
β	1/14	1/14	1/14	1/14	1/14	1/14
δ	0.06667	0.06667	0.06667	0.06667	0.06667	0.06667
μ_i	7.344 $\times 10^{-7}$	7.344 $\times 10^{-7}$	7.344 $\times 10^{-7}$	7.344 $\times 10^{-7}$	7.344 $\times 10^{-7}$	7.344 $\times 10^{-7}$
v	16%	31%	75%	16%	31%	75%

Berdasarkan Tabel 3.2, akan dilakukan enam kali simulasi, dimana tiga simulasi untuk kondisi sebelum diberlakukan pembatasan interaksi dan tiga simulasi setelah dilakukan pembatasan interaksi. Berdasarkan asumsi nilai

parameter vaksinasi (v) yang berbeda, nantinya digunakan untuk membandingkan pengaruh vaksinasi terhadap penambahan kasus positif harian COVID-19 sebelum diberlakukan pembatasan interaksi dengan setelah diberlakukan pembatasan interaksi, sehingga dapat dijadikan gambaran dalam menangani wabah ini.

3.2 Analisis Kestabilan Lokal

Diketahui bahwa jumlah keempat kelas adalah N atau $S + E + I + R = N$. Untuk mempermudah menganalisis model, maka dilakukan penyederhanaan model dengan mencari proporsi masing-masing kelas pada model. Jika dimisalkan $N = 1$, maka diperoleh proporsi banyaknya individu pada masing-masing kelas adalah $S = \frac{S}{N}$, $E = \frac{E}{N}$, $I = \frac{I}{N}$, $R = \frac{R}{N}$ sedemikian hingga $N = S + E + I + R = 1$. Oleh karena itu, sistem persamaan (2.31) dapat disederhanakan menjadi:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu - \eta\alpha IS - \mu S - vS \\ \frac{dE}{dt} &= \eta\alpha IS - \beta E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \beta E - \delta I - \mu I - \mu_i I \\ \frac{dR}{dt} &= \delta I + vS - \mu R\end{aligned}\tag{3.1}$$

3.2.1 Titik Keseimbangan (Ekuilibrium)

Berdasarkan sistem persamaan (3.1), analisis stabilitas dilakukan untuk menentukan titik keseimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

Untuk menentukan dua titik keseimbangan, setiap persamaan dalam sistem persamaan (3.1), harus sama dengan nol, atau $\frac{dS}{dt} = 0$, $\frac{dE}{dt} = 0$, $\frac{dI}{dt} = 0$, dan

$$\frac{dR}{dt} = 0,$$

sehingga persamaan (3.1) menjadi:

$$\mu - (\eta\alpha I + \mu + v)S = 0 \quad (3.2)$$

$$\eta\alpha IS - (\beta + \mu)E = 0 \quad (3.3)$$

$$\beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I = 0 \quad (3.4)$$

$$\delta I + vS - \mu R = 0 \quad (3.5)$$

Selanjutnya dapat ditemukan titik kesetimbangan $S, E, I,$ dan R sebagai berikut:

3.2.1.1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit adalah solusi kondisi dimana tidak ada penyakit dalam populasi. Maka tidak ada yang terpapar maupun terinfeksi, hal ini berarti $E = I = 0$. Jadi, untuk persamaan (3.2) diperoleh:

$$S = \frac{\mu}{(\mu + v)}$$

dari persamaan. (3.3) diperoleh:

$$R = \frac{v}{(\mu + v)}$$

Sehingga, titik ekuilibrium bebas penyakit COVID-19 adalah:

$$E_0 = (S, E, I, R) = \left(\frac{\mu}{(\mu + v)}, 0, 0, \frac{v}{(\mu + v)} \right) \quad (3.6)$$

3.2.1.2 Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik $E^*\{S^*, E^*, I^*, R^*\}$ adalah solusi kondisi tetap yang menunjukkan kemungkinan terjadinya penyebaran suatu penyakit. Hal ini mengakibatkan populasi $S \neq 0, E \neq 0, I \neq 0,$ dan $R \neq 0$. Dari Persamaan. (3.2) - (3.5) diperoleh:

$$\mu - (\eta\alpha I + \mu + v)S = 0$$

$$S = \frac{\mu}{(\eta\alpha I + \mu + v)}$$

$$\eta\alpha IS - (\beta + \mu)E = 0$$

$$E = \frac{\eta\alpha IS}{(\beta + \mu)}$$

$$\beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I = 0$$

$$I = \frac{\beta E}{(\mu_i + \delta + \mu)}$$

$$\delta I + vS - \mu R = 0$$

$$R = \frac{\delta I + vS}{\mu}$$

Karena terdapat kasus infeksi, maka $I \neq 0$, sehingga dengan mensubstitusi I ke persamaan (3.3) diperoleh:

$$\eta\alpha IS - (\beta + \mu)E = 0$$

$$\eta\alpha IS = (\beta + \mu)E$$

$$\frac{\eta\alpha\beta ES}{(\mu_i + \delta + \mu)} = (\beta + \mu)E$$

$$\eta\alpha\beta S = (\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)$$

$$S^* = \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha\beta} \quad (3.7)$$

Substitusi persamaan (3.7) ke persamaan (3.2)

$$0 = \mu - (\eta\alpha I + \mu + v)S$$

$$\frac{\mu}{(\eta\alpha I + \mu + v)} = \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha\beta}$$

$$= \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha\beta}$$

$$(\eta\alpha I + \mu + v) = \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}$$

$$\begin{aligned}
\eta\alpha I &= \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} - \mu - v \\
&= \frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \\
I^* &= \frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \tag{3.8}
\end{aligned}$$

Substitusi persamaan (3.8) ke persamaan (3.4)

$$\begin{aligned}
0 &= \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I \\
\beta E &= (\mu_i + \delta + \mu) \left(\frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) \\
&= \frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\beta + \mu)} \\
E^* &= \frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\beta + \mu)\beta} \tag{3.9}
\end{aligned}$$

Substitusi persamaan (3.7) dan (3.8) ke persamaan (3.5)

$$\begin{aligned}
0 &= \delta I + vS - \mu R \\
0 &= \delta \left(\frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \right) + v \left(\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha\beta} \right) \\
&\quad - \mu R \\
\mu R &= \frac{\delta(\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} + \frac{v(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha\beta} \\
&= \frac{\eta\alpha\beta\delta(\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)) + \eta\alpha v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{\eta^2\alpha^2\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \\
&= \frac{\eta\alpha\beta\delta(\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)) + \eta\alpha v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{\eta^2\alpha^2\beta(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \\
R^* &= \frac{\beta\delta(\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)) + v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{\eta\alpha\beta\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \\
&= \frac{\eta\alpha\beta^2\delta\mu - \beta\delta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{\eta\alpha\beta\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)} \tag{3.10}
\end{aligned}$$

Sehingga, diperoleh titik kesetimbangan endemik sebagai berikut:

$$E^* = (S^*, E^*, I^*, R^*) \quad (3.11)$$

dimana:

$$S^* = \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha\beta}$$

$$E^* = \frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\beta + \mu)\beta}$$

$$I^* = \frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}$$

$$R^* = \frac{\eta\alpha\beta^2\delta\mu - \beta\delta(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu) + v((\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu))^2}{\eta\alpha\beta\mu(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}$$

3.2.2 Bilangan Reproduksi Dasar

Matriks *Next Generation* dapat diperoleh dari model persamaan subsistem terinfeksi. Adapun langkah langkah menentukan R_0 yaitu:

1. Mengambil persamaan-persamaan yang menggambarkan kasus infeksi baru dan perubahan dalam kelas infeksi pada sistem. Sistem ini disebut subsistem terinfeksi. Pada model, subsistem terinfeksi adalah E dan I .
2. Melakukan pelinearan terhadap subsistem terinfeksi pada titik ekuilibrium bebas penyakit. Sistem linear ini direpresentasikan dengan matriks Jacobian (J) sebagai berikut:

$$J_{(E_1)} = \begin{bmatrix} \frac{dE}{dE} & \frac{dE}{dI} \\ \frac{dI}{dE} & \frac{dI}{dI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\beta + \mu) & \eta\alpha S \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) \end{bmatrix}$$

$$J_{(S,E,I,R)} = \begin{bmatrix} \frac{dE}{dE} & \frac{dE}{dI} \\ \frac{dI}{dE} & \frac{dI}{dI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\beta + \mu) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) \end{bmatrix}$$

3. Dekomposisi matriks Jacobian (J) menjadi $J = F - V$, dengan F adalah matriks Transmisi yang berisi laju penambahan kasus dan V adalah matriks Transisi yang berisi laju pengurangan kasus. Bilangan reproduksi dasar (R_0) ditentukan dengan menggunakan matriks *Next Generation*.

$$\text{dengan } F = \begin{pmatrix} 0 & \eta\alpha S \\ \beta & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu+v)} \\ \beta & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{dan } V = \begin{pmatrix} (\beta + \mu) & 0 \\ 0 & (\mu_i + \delta + \mu) \end{pmatrix}$$

maka, diperoleh:

$$\begin{aligned} V^{-1} &= \frac{1}{(\beta + \mu)(\mu_i + \delta + \mu)} \begin{pmatrix} \mu_i + \delta + \mu & 0 \\ 0 & (\beta + \mu) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{(\beta + \mu)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\mu_i + \delta + \mu)} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4. Hitung R_0 dengan $R_0 = \rho(FV^{-1})$, dimana $\rho(FV^{-1})$ merupakan radius spektral (nilai eigen absolut dominan) dari matriks *Next Generation* (FV^{-1}), maka

$$\begin{aligned} FV^{-1} &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu+v)} \\ \beta & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{(\beta + \mu)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\mu_i + \delta + \mu)} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu+v)(\mu_i + \delta + \mu)} \\ \frac{\beta}{(\beta + \mu)} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Nilai eigen yang dihasilkan adalah

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + \beta)(\mu + v)(\mu_i + \delta + \mu)}}$$

$$\lambda_2 = -\sqrt{\frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + \beta)(\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)}}$$

Karena tidak ada nilai absolut yang dominan dari nilai eigen yang dihasilkan, maka dilakukan perkalian antara $|\lambda_1|$ dan $|\lambda_2|$, sehingga

$$\begin{aligned} R_0 &= |\lambda_1||\lambda_2| \\ &= \left| \sqrt{\frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + \beta)(\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)}} \right| \left| \sqrt{\frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + \beta)(\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)}} \right| \end{aligned}$$

Berdasar perhitungan tersebut, diperoleh bilangan reproduksi dasar (R_0) adalah sebagai berikut

$$R_0 = \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + \beta)(\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)} \quad (3.12)$$

3.2.3 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan

Dalam menganalisis titik kesetimbangan, digunakan matriks jacobian untuk menghitung nilai eigen. Dimana matriks jacobian diperoleh dari persamaan

(3.2) – (3.5) Yang dimisalkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_1 &= \mu - (\eta\alpha I + \mu + \nu)S \\ f_2 &= \eta\alpha IS - (\beta + \mu)E \\ f_3 &= \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I \\ f_4 &= \delta I + \nu S - \mu R \end{aligned} \quad (3.13)$$

Kemudian persamaan tersebut diturunkan terhadap $S, E, I,$ dan R menggunakan matriks Jacobian, diperoleh

$$J_{(S,E,I,R)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial E} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial E} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial E} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial R} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial E} & \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial R} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -(\eta\alpha I + \mu + v) & 0 & -\eta\alpha S & 0 \\ \eta\alpha I & -(\beta + \mu) & \eta\alpha S & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

3.2.3.1 Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit yang telah diperoleh yaitu $E_0 = \left(\frac{\mu}{(\mu + v)}, 0, 0, \frac{v}{(\mu + v)}\right)$. Berdasarkan teorema, dapat dikatakan stabil asimtotik lokal apabila $R_0 > 1$. Dengan mensubstitusi titik kesetimbangan pada matriks di atas, diperoleh

$$J_{(E_0)} = \begin{bmatrix} -(\mu + v) & 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & -\mu \\ v & 0 & \delta & 0 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks Jacobian, dapat ditentukan persamaan karakteristiknya

$$0 = \det(J_{E_0} - \lambda I)$$

$$0 = \det \left(\begin{bmatrix} -(\mu + v) & 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$|\mathbf{A}| = \det(\mathbf{J}_0 - \lambda I)$$

$$|\mathbf{A}| = \begin{bmatrix} -(\mu + v + \lambda) & 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ v & 0 & \delta & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

Untuk menemukan nilai determinan matriks $n \times n$ dapat menggunakan metode ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama $|\mathbf{A}|$ sebagai berikut:

$$|\mathbf{A}| = -(\mu + v + \lambda)A_1 - 0A_2 + 0A_3 - vA_4$$

dengan:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} & 0 \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \end{bmatrix}$$

diperoleh

$$(\mu + \lambda)(\mu + v + \lambda) \left\{ (\beta + \mu + \lambda)(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) - \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + v)} \right\} = 0$$

Sehingga, nilai eigen yang diperoleh yaitu

$$\lambda_1 = -\mu < 0$$

$$\lambda_2 = -(\mu + v) < 0$$

untuk menentukan λ_3 dan λ_4 , yaitu

$$0 = (\beta + \mu + \lambda)(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) - \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + v)}$$

$$0 = \beta\mu_i + \beta\delta + \beta\mu + \beta\lambda + \mu\mu_i + \mu\delta + \mu^2 + \mu\lambda + \mu_i\lambda + \delta\lambda + \mu\lambda + \lambda^2 - \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + v)}$$

$$0 = \lambda^2 + (\mu_i + \delta + 2\mu + \beta)\lambda + \left((\beta + \mu)(\mu_i + \delta + \mu) - \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + v)} \right)$$

dengan:

$$a_0 = 1 > 0$$

$$a_1 = \mu_i + \delta + 2\mu + \beta > 0$$

$$a_2 = (\beta + \mu)(\mu_i + \delta + \mu) - \frac{\eta\alpha\beta\mu}{(\mu + \nu)} = (\beta + \mu)(\mu_i + \delta + \mu)(1 - R_0) > 0,$$

ketika $R_0 < 1$

Sehingga, λ_3 dan λ_4 akan bernilai negatif apabila $R_0 < 1$. Karena $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, dan λ_4 bernilai negatif, maka berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz diperoleh bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit adalah stabil asimtotik lokal dengan syarat $R_0 < 1$.

3.2.3.2 Analisis Kestabilan Lokal Titik Kesetimbangan Endemik

Selanjutnya ditentukan kestabilan lokal titik kesetimbangan endemik, dimana titik kesetimbangan endemik yang telah diperoleh yaitu pada persamaan (3.16) selanjutnya disubstitusikan pada persamaan (3.19), sehingga diperoleh

$$J_{(S^*, E^*, I^*, R^*)} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & -\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu) & \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ \nu & 0 & \delta & -\mu \end{bmatrix}$$

dengan:

$$a_{11} = -\left(\eta\alpha\left(\frac{\eta\alpha\beta\mu - (\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}\right) + \mu + \nu\right)$$

$$a_{21} = \frac{\eta^2\alpha^2\beta\mu - (\mu + \nu)(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\eta\alpha(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}$$

Berdasarkan matriks Jacobian, dapat ditentukan persamaan karakteristiknya

$$0 = \det(J_{E^*} - \lambda I)$$

$$= \det \left(\begin{array}{cccc} a_{11} & 0 & -\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu) & \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu \end{array} \right) - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|\mathbf{A}| = \det(\mathbf{J}_{E^*} - \lambda I)$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} - \lambda & 0 & -\frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta} & 0 \\ a_{21} & -(\beta + \mu) - \lambda & \frac{(\mu_i + \delta + \mu)(\beta + \mu)}{\beta} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu) - \lambda & 0 \\ v & 0 & \delta & -\mu - \lambda \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -((\mu + v)R_0 + \lambda) & 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{R_0(\mu + v)} & 0 \\ (\mu + v)(R_0 - 1) & -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{R_0(\mu + v)} & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ v & 0 & \delta & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

Untuk menemukan nilai determinan matriks $n \times n$ dapat menggunakan metode ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama $|\mathbf{A}|$ sebagai berikut:

$$0 = -((\mu + v)R_0 + \lambda)B_1 - (\mu + v)(R_0 - 1)B_2 + 0B_3 - vB_4$$

dengan:

$$B_1 = \begin{bmatrix} -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{R_0(\mu + v)} & 0 \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{R_0(\mu + v)} & 0 \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{R_0(\mu + v)} & 0 \\ -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{R_0(\mu + v)} & 0 \\ 0 & \delta & -(\mu + \lambda) \end{bmatrix}$$

$$B_4 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + \nu)} & 0 \\ -(\beta + \mu + \lambda) & \frac{\eta\alpha\mu}{(\mu + \nu)} & 0 \\ \beta & -(\mu_i + \delta + \mu + \lambda) & 0 \end{bmatrix}$$

diperoleh

$$0 = (\mu + \lambda) \left\{ [((\mu + \nu)R_0 + \lambda)(\beta + \mu + \lambda)(\mu_i + \delta + \mu + \lambda)] - \left[\frac{\eta\alpha\beta\mu}{R_0} + \frac{\eta\alpha\beta\mu\lambda}{R_0(\mu + \nu)} \right] \right\}$$

Sehingga, nilai eigen yang diperoleh yaitu

$$\lambda_1 = -\mu < 0,$$

atau

$$0 = [((\mu + \nu)R_0 + \lambda)(\beta + \mu + \lambda)(\mu_i + \delta + \mu + \lambda)] - \left[\frac{\eta\alpha\beta\mu}{R_0} + \frac{\eta\alpha\beta\mu\lambda}{R_0(\mu + \nu)} \right]$$

misal

$$A = (\mu + \nu)R_0 > 0$$

$$B = (\beta + \mu) > 0$$

$$C = \mu_i + \delta + \mu > 0$$

$$D = \frac{\eta\alpha\beta\mu}{R_0(\mu + \nu)} > 0$$

$$E = \frac{\eta\alpha\beta\mu\lambda}{R_0} > 0$$

diperoleh persamaan karakteristik berikut

$$a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$$

dengan:

$$a_0 = 1 > 0;$$

$$a_1 = (A + B + C) > 0;$$

$$a_2 = AB + AC + BC - D > 0;$$

$$a_3 = (ABC - E) > 0, \text{ jika } R_0 > 1.$$

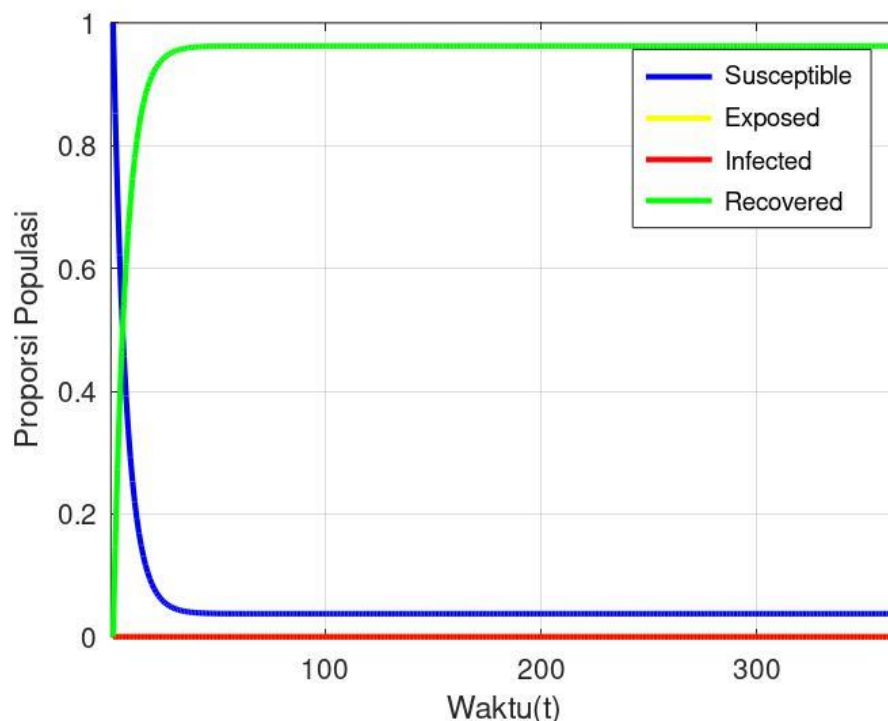
Dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz, dari persamaan karakteristik di atas, dapat diketahui bahwa nilai dari $\lambda_2, \lambda_3,$ dan λ_4 akan bernilai negatif apabila $R_0 > 1$. Sehingga, karena $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3,$ dan λ_4 bernilai negatif, maka titik kesetimbangan endemik adalah stabil asimtotik lokal dengan syarat $R_0 > 1$.

3.2.4 Simulasi Titik Kesetimbangan

Pada bagian ini, akan dibahas mengenai simulasi titik kesetimbangan dengan nilai parameter yang telah ditentukan pada Tabel 3.2 dan nilai awal yang digunakan merupakan proporsi proporsi banyaknya individu pada masing-masing kelas dimana $N = S + E + I + R = 1$. Simulasi dilakukan dari $t = 0$ sampai $t = 365$ menggunakan program octave, berikut adalah hasil simulasinya.

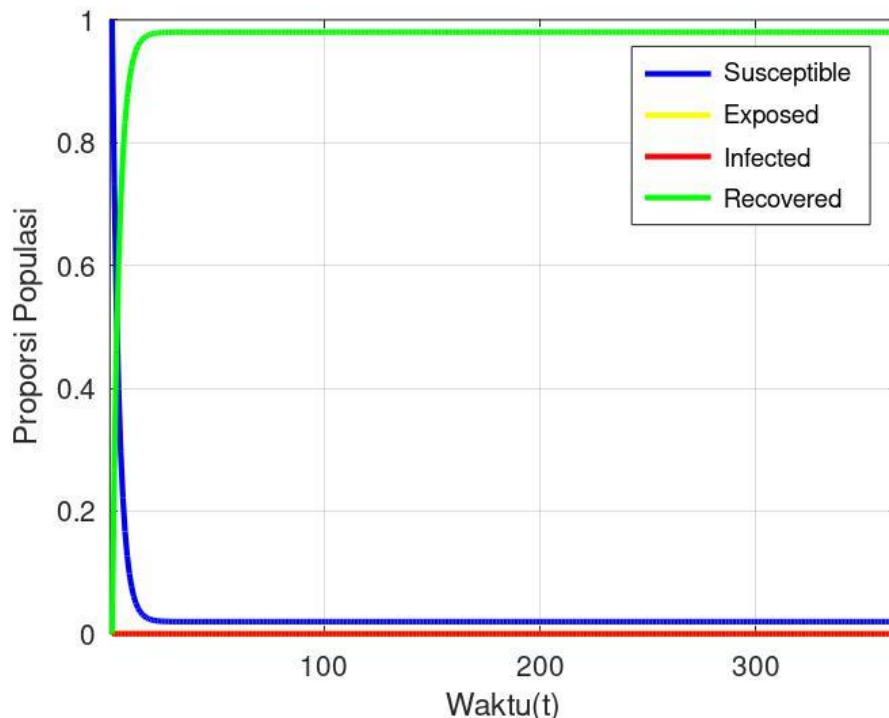
3.2.4.1 Simulasi Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

(a) Sebelum Pembatasan Interaksi



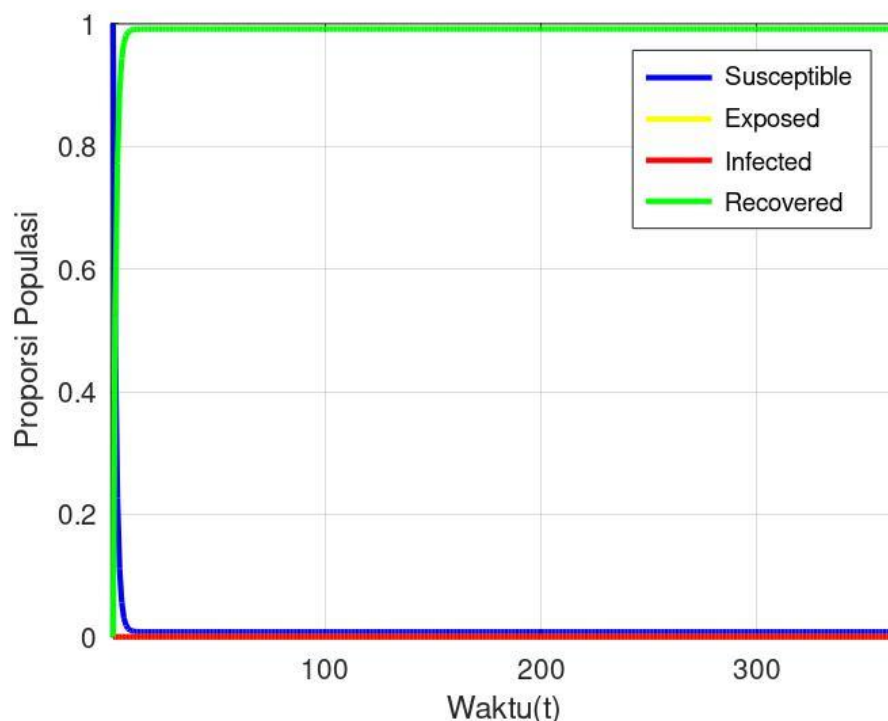
Gambar 3. 1 Simulasi 1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.1 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 16% sebelum adanya pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 100\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ yaitu $R_0 = 2.94 \times 10^{-9}$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.16625, \lambda_3 = -0.07292, \lambda_4 = -0.07768$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_0 = (0.04, 0, 0, 0.96)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E_0 = (10808000, 0, 0, 259392000)$.



Gambar 3. 2 Simulasi 2 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

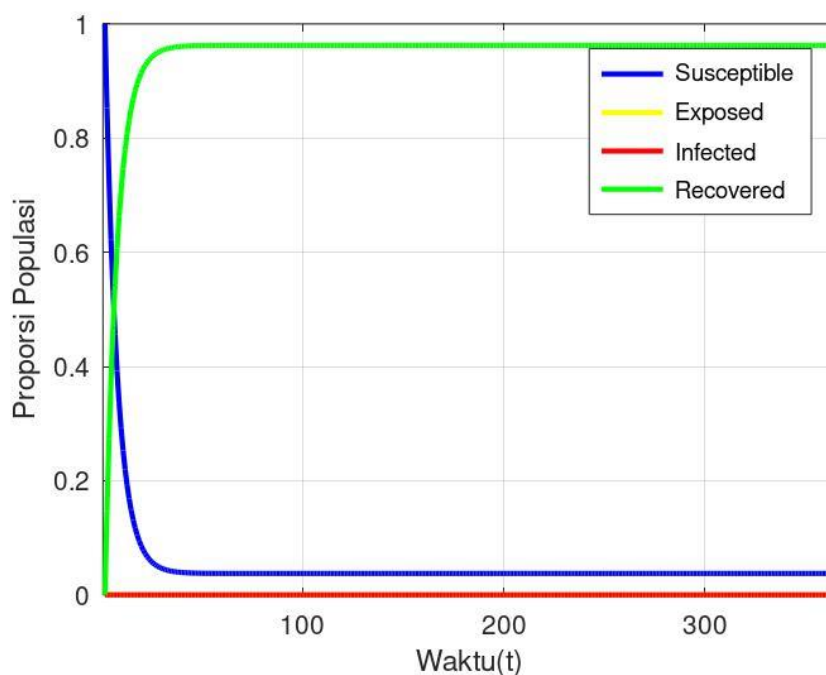
Gambar 3.2 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 31% sebelum adanya pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 100\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ yaitu $R_0 = 1.54 \times 10^{-9}$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.006250.31625, \lambda_3 = -0.07292, \lambda_4 = -0.07768$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_0 = (0.02, 0, 0, 0.98)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E_0 = (5404000, 0, 0, 264796000)$.



Gambar 3. 3 Simulasi 3 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

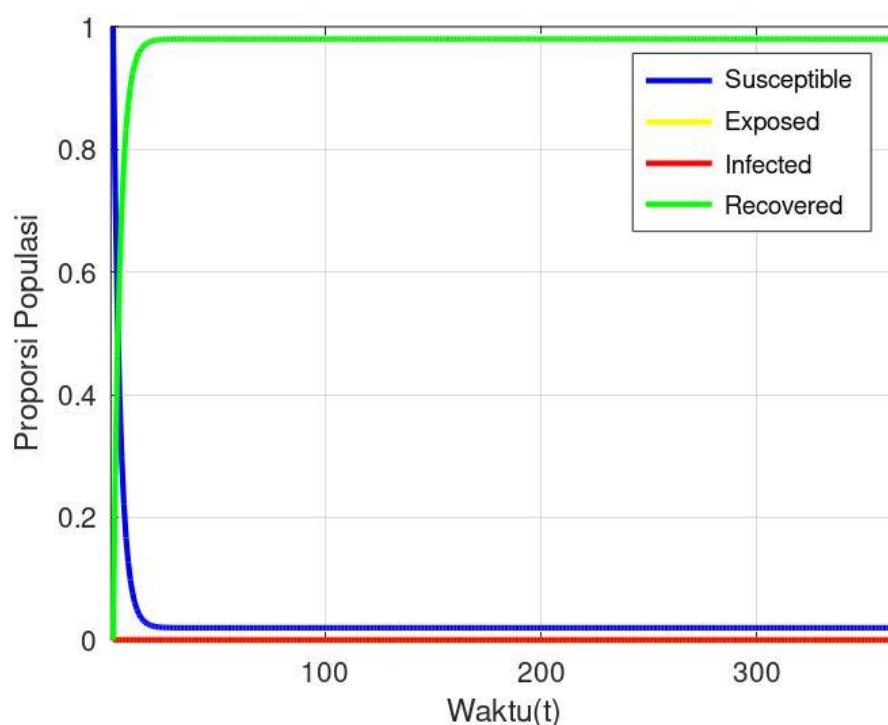
Gambar 3.3 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 75% sebelum adanya pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 100\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ yaitu $R_0 = 1.54 \times 10^{-9}$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.75625, \lambda_3 = -0.07292, \lambda_4 = -0.07768$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_0 = (0.01, 0, 0, 0.99)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E_0 = (2702000, 0, 0, 267498000)$.

(b) Setelah Pembatasan Interaksi



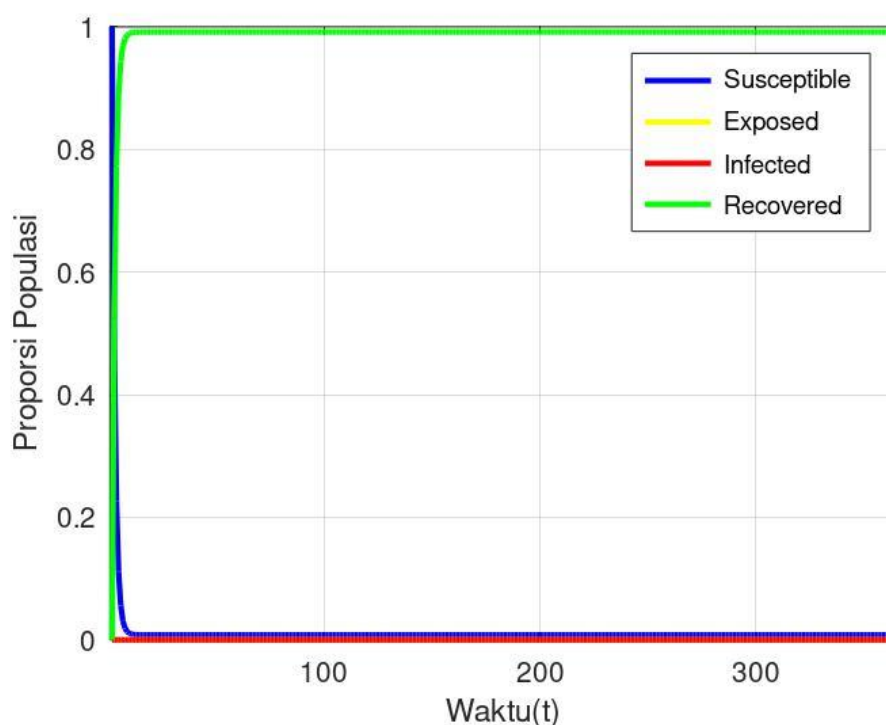
Gambar 3. 4 Simulasi 1 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.4 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 16% setelah pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 50\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ yaitu $R_0 = 1.45 \times 10^{-9}$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.16625, \lambda_3 = -0.07292, \lambda_4 = -0.07768$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_0 = (0.04, 0, 0, 0.96)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas $S, E, I,$ dan R stabil pada titik kesetimbangan $E_0 = (10808000, 0, 0, 259392000)$.



Gambar 3. 5 Simulasi 2 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.5 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 16% setelah pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 50\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ yaitu $R_0 = 7.73 \times 10^{-10}$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.31625, \lambda_3 = -0.07292, \lambda_4 = -0.07768$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_0 = (0.02, 0, 0, 0.98)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas $S, E, I,$ dan R stabil pada titik kesetimbangan $E_0 = (5404000, 0, 0, 264796000)$.



Gambar 3. 6 Simulasi 3 Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

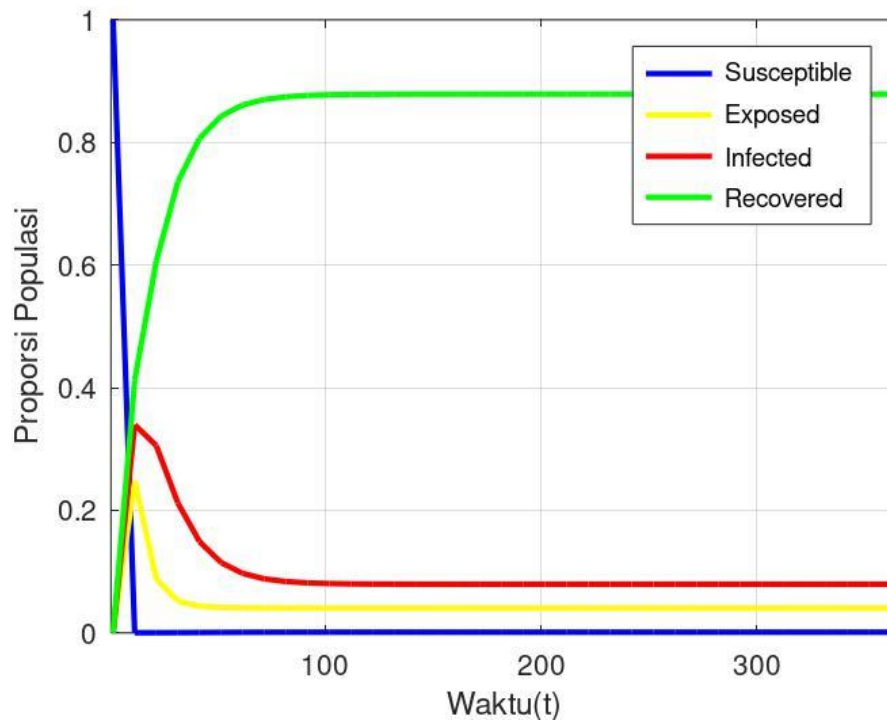
Gambar 3.6 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 16% setelah pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 50\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ yaitu $R_0 = 3.23 \times 10^{-10}$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.75625, \lambda_3 = -0.07292, \lambda_4 = -0.07768$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu $E_0 = (0.01, 0, 0, 0.99)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E_0 = (2702000, 0, 0, 267498000)$.

Sehingga, berdasarkan simulasi titik kesetimbangan bebas penyakit untuk simulasi 1, simulasi 2, simulasi 3 sebelum pembatasan interaksi masyarakat maupun setelah pembatasan interaksi masyarakat, diperoleh nilai eigen negatif ketika $R_0 < 1$. Karena $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, dan λ_4 bernilai negatif, maka diperoleh bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit adalah stabil asimtotik lokal dengan syarat $R_0 < 1$. Dari perhitungan, diperoleh bahwa bahwa grafik model epidemi SEIR akan stabil pada titik kesetimbangan bebas penyakit $E_0 = (2702000, 0, 0, 267498000)$.

3.2.4.2 Simulasi Titik Kesetimbangan Endemik

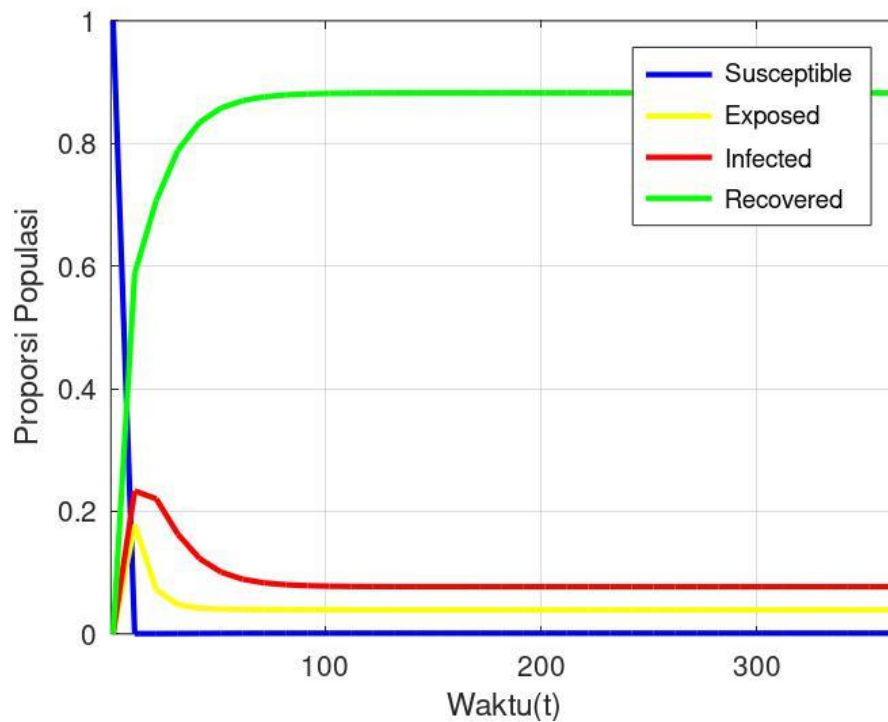
Dengan mengasumsikan laju penularan infeksi terhadap populasi rentan semakin tinggi dan laju perpindahan dari kelas terpapar ke kelas terinfeksi semakin cepat, diperoleh hasil berikut.

(a) Sebelum Pembatasan Interaksi



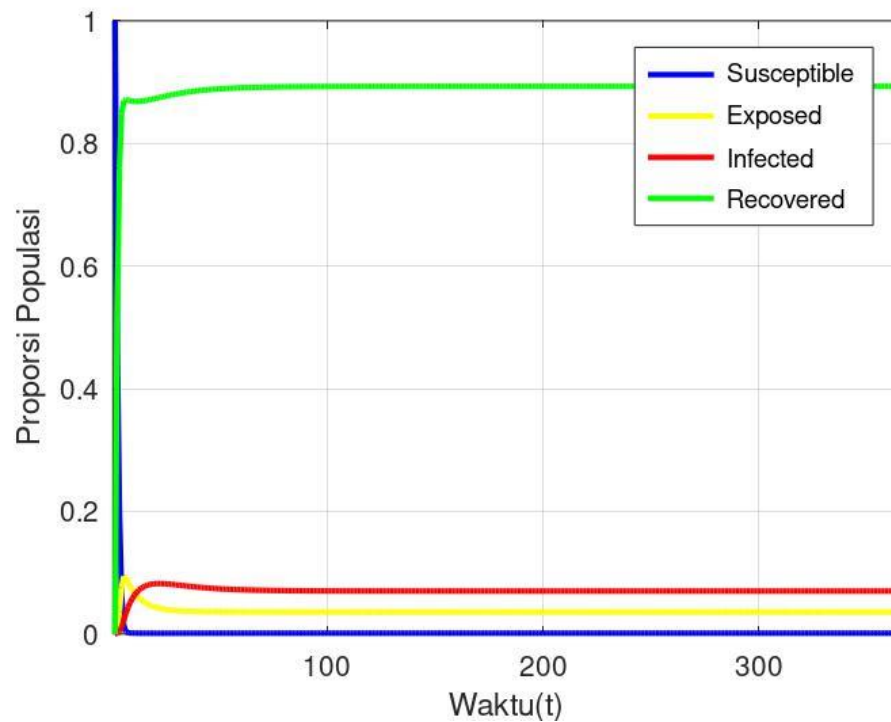
Gambar 3. 7 Simulasi 1 Titik Keseimbangan Endemik Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.7 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 16% sebelum pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 100\%$. Dengan mensubstitusikan proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ yaitu $R_0 = 30.62$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.070284, \lambda_3 = -0.14958, \lambda_4 = -5.09341$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan endemik $E^* = (0.001, 0.041, 0.079, 0.879)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E^* = (2702000, 11078200, 21345800, 237505800)$.



Gambar 3. 8 Simulasi 2 Titik Kestimbangan Endemik Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

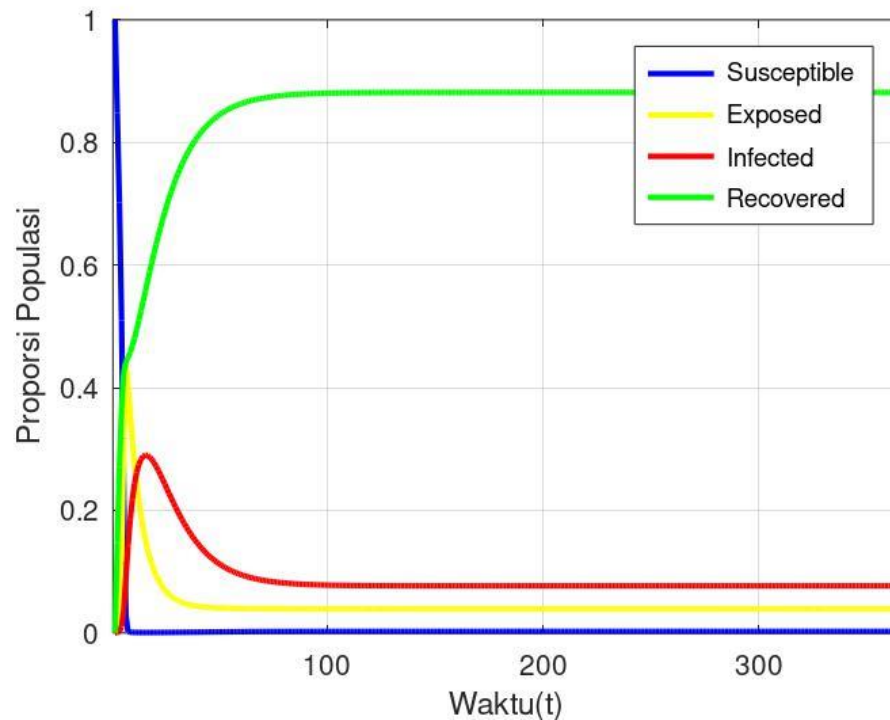
Gambar 3.8 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 31% sebelum pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 100\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ yaitu $R_0 = 16.09$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.006384, \lambda_3 = -0.15355, \lambda_4 = -5.09333$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan endemik $E^* = (0.001, 0.039, 0.077, 0.883)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E^* = (270200, 10537800, 20805400, 238586600)$.



Gambar 3. 9 Simulasi 3 Titik Keseimbangan Endemik Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

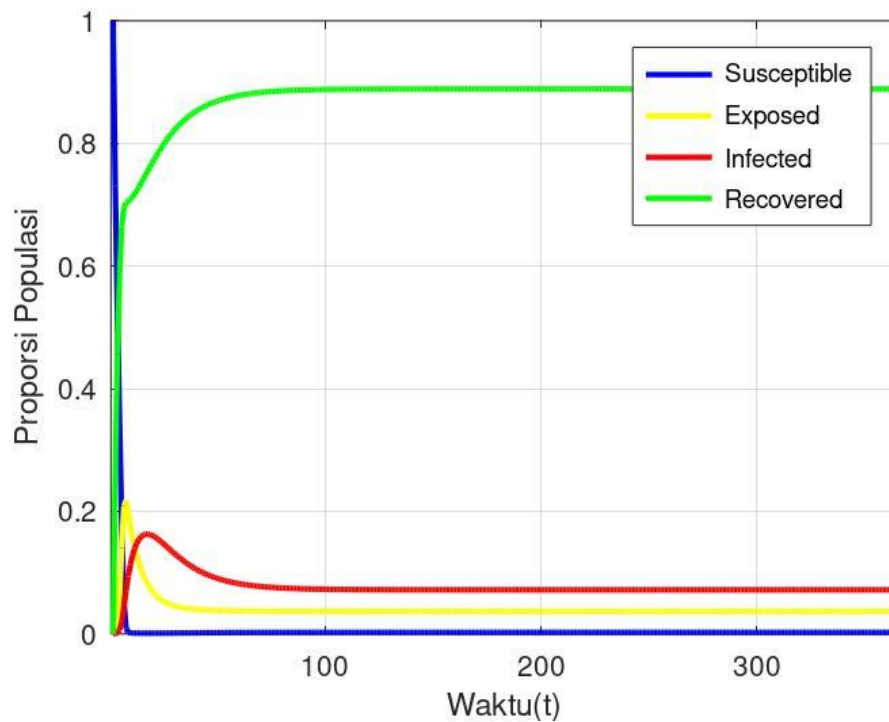
Gambar 3.9 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 75% sebelum pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 100\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ yaitu $R_0 = 6.73$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.05658, \lambda_3 = -0.16353, \lambda_4 = -5.09315$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan endemik $E^* = (0.001, 0.036, 0.070, 0.893)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E^* = (270200, 9727200, 18914000, 241288600)$.

(b) Setelah pembatasan interaksi



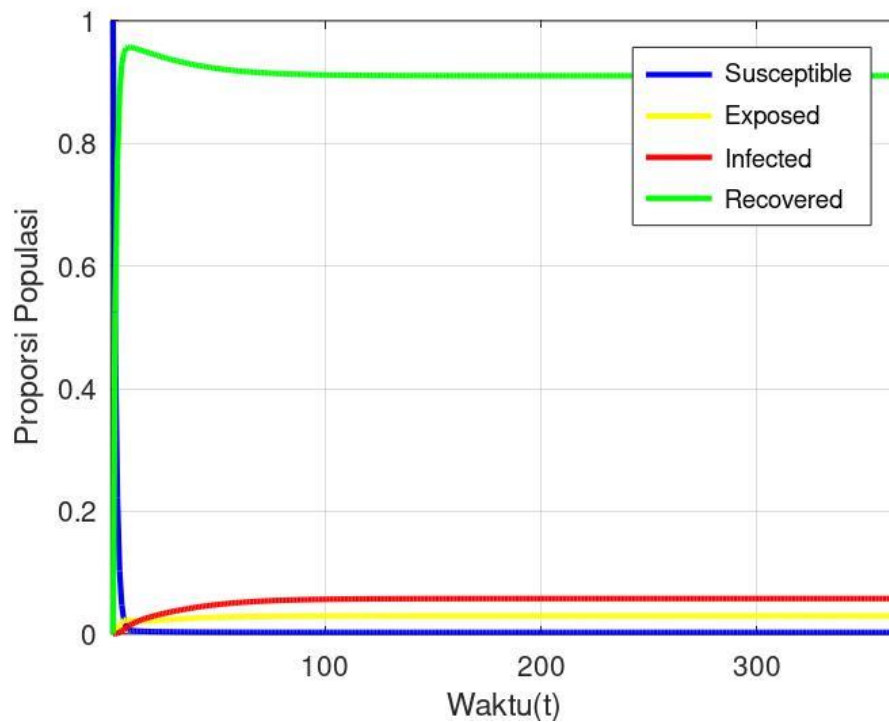
Gambar 3. 10 Simulasi 1 Titik Keseimbangan Endemik Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.10 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 16% setelah pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 50\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ yaitu $R_0 = 15.31$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.06761, \lambda_3 = -0.15006, \lambda_4 = -2.54998$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan endemik $E^* = (0.002, 0.039, 0.077, 0.882)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E^* = (540400, 10537800, 20805400, 238316400)$.



Gambar 3. 11 Simulasi 2 Titik Keseimbangan Endemik Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.11 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 31% setelah pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 50\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ yaitu $R_0 = 8.05$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.06031, \lambda_3 = -0.15763, \lambda_4 = -2.54971$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan endemik $E^* = (0.002, 0.037, 0.072, 0.889)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E^* = (540400, 9997400, 19454400, 240207800)$.



Gambar 3. 12 Simulasi 3 Titik Keseimbangan Endemik Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Gambar 3.12 merupakan grafik yang menggambarkan model epidemi SEIR pada penyebaran COVID-19 dengan vaksinasi sebesar 75% setelah pembatasan interaksi masyarakat, yaitu $\eta = 50\%$. Dengan mensubstitusi proporsi nilai awal dan parameter pada persamaan (3.13), diperoleh hasil perhitungan bilangan reproduksi dasar $R_0 > 1$ yaitu $R_0 = 3.37$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = -0.00625, \lambda_2 = -0.04357, \lambda_3 = -0.17517, \lambda_4 = -2.54890$. Gambar tersebut menunjukkan bahwa grafik model epidemi SEIR akan menuju titik kesetimbangan endemik $E^* = (0.002, 0.030, 0.058, 0.910)$. Untuk mengetahui banyaknya individu pada masing-masing kelas, maka perlu dikalikan dengan total populasi (N). Sehingga, kelas S, E, I , dan R stabil pada titik kesetimbangan $E^* = (540400, 8106000, 15671600, 245882000)$.

Sehingga, berdasarkan simulasi titik kesetimbangan endemik untuk simulasi 1, simulasi 2, simulasi 3 sebelum pembatasan interaksi masyarakat maupun setelah pembatasan interaksi masyarakat, diperoleh nilai eigen negatif ketika $R_0 > 1$. Karena $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, dan λ_4 bernilai negatif, maka titik kesetimbangan endemik adalah stabil asimtotik lokal dengan syarat $R_0 > 1$. Dari perhitungan, diperoleh bahwa bahwa grafik model epidemi SEIR pada simulasi 1 akan stabil pada titik kesetimbangan endemik $E^* = (540400, 10537800, 20805400, 238316400)$, grafik model epidemi SEIR pada simulasi 2 akan stabil pada titik kesetimbangan endemik $E^* = (540400, 9997400, 19454400, 240207800)$, grafik model epidemi SEIR pada simulasi 3 akan stabil pada titik kesetimbangan endemik $E^* = (540400, 8106000, 15671600, 245882000)$.

3.3 Penyelesaian Numerik serta Penggambaran Model SEIR Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat pada Penyebaran Infeksi COVID-19 di Indonesia.

Untuk menyelesaikan model secara numerik dengan menggunakan metode Runge-Kutta orde empat, dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

3.3.1 Menentukan Waktu (t) serta Jarak Langkah (h)

Waktu yang digunakan dalam penyelesaian model adalah selama 62 hari dengan interval waktu atau jarak langkah $h = 0.01$ hari, dimana nilai yang dipilih sekecil mungkin untuk mendapat ketelitian yang tinggi. Sehingga dalam penelitian ini akan dilakukan 6101 kali iterasi. Adapun perhitungan tiap iterasi

dilakukan menggunakan *software Octave* yang kemudian divisualisasikan dalam bentuk grafik.

3.3.2 Menerapkan Metode Runge-Kutta Orde Empat ke dalam Model Penyebaran COVID-19 di Indonesia

Seperti yang kita tahu bahwa metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang sering digunakan dalam mencari solusi numerik suatu persamaan diferensial biasa. Sehingga penyelesaian model penyebaran COVID-19 yang disajikan pada persamaan (2.31) dicari menggunakan metode Runge-Kutta orde empat seperti pada persamaan (2.26) yaitu $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ diperoleh:

$$S_{i+1} = S_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (3.15)$$

$$E_{i+1} = E_i + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4) \quad (3.16)$$

$$I_{i+1} = I_i + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4) \quad (3.17)$$

$$R_{i+1} = R_i + \frac{1}{6}(n_1 + 2n_2 + 2n_3 + n_4) \quad (3.18)$$

dengan:

$$\begin{aligned} k_1 &= h * f(t_i, S_i, E_i, I_i, R_i) \\ &= h * (\mu N - \eta \alpha I_i S_i - \mu S_i - v S_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_1 &= h * g(t_i, S_i, E_i, I_i, R_i) \\ &= h * (\eta \alpha I_i S_i - \beta E_i - \mu E_i) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= h * b(t_i, S_i, E_i, I_i, R_i) \\ &= h * (\beta E_i - \delta I_i - \mu I_i - \mu_i I_i) \end{aligned}$$

$$n_1 = h * d(t_i, S_i, E_i, I_i, R_i)$$

$$\begin{aligned}
&= h * (\delta I_i + v S_i - \mu R_i) \\
k_2 &= h * f \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1 \frac{h}{2}, E_i + l_1 \frac{h}{2}, I_i + m_1 \frac{h}{2}, R_i + n_1 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\mu N - \eta \alpha \left(I_i + m_1 \frac{h}{2} \right) \left(S_i + k_1 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(S_i + k_1 \frac{h}{2} \right) - v \left(S_i + k_1 \frac{h}{2} \right) \right) \\
l_2 &= h * g \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1 \frac{h}{2}, E_i + l_1 \frac{h}{2}, I_i + m_1 \frac{h}{2}, R_i + n_1 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\eta \alpha \left(I_i + m_1 \frac{h}{2} \right) \left(S_i + k_1 \frac{h}{2} \right) - \beta \left(E_i + l_1 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(E_i + l_1 \frac{h}{2} \right) \right) \\
m_2 &= h * b \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1 \frac{h}{2}, E_i + l_1 \frac{h}{2}, I_i + m_1 \frac{h}{2}, R_i + n_1 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\beta \left(E_i + l_1 \frac{h}{2} \right) - \delta \left(I_i + m_1 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(I_i + m_1 \frac{h}{2} \right) - \mu_i \left(I_i + m_1 \frac{h}{2} \right) \right) \\
n_2 &= h * d \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_1 \frac{h}{2}, E_i + l_1 \frac{h}{2}, I_i + m_1 \frac{h}{2}, R_i + n_1 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\delta \left(I_i + m_1 \frac{h}{2} \right) + v \left(S_i + k_1 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(R_i + n_1 \frac{h}{2} \right) \right) \\
k_3 &= h * f \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2 \frac{h}{2}, E_i + l_2 \frac{h}{2}, I_i + m_2 \frac{h}{2}, R_i + n_2 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\mu N - \eta \alpha \left(I_i + m_2 \frac{h}{2} \right) \left(S_i + k_2 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(S_i + k_2 \frac{h}{2} \right) - v \left(S_i + k_2 \frac{h}{2} \right) \right) \\
l_3 &= h * g \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2 \frac{h}{2}, E_i + l_2 \frac{h}{2}, I_i + m_2 \frac{h}{2}, R_i + n_2 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\eta \alpha \left(I_i + m_2 \frac{h}{2} \right) \left(S_i + k_2 \frac{h}{2} \right) - \beta \left(E_i + l_2 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(E_i + l_2 \frac{h}{2} \right) \right) \\
m_3 &= h * b \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2 \frac{h}{2}, E_i + l_2 \frac{h}{2}, I_i + m_2 \frac{h}{2}, R_i + n_2 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\beta \left(E_i + l_2 \frac{h}{2} \right) - \delta \left(I_i + m_2 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(I_i + m_2 \frac{h}{2} \right) - \mu_i \left(I_i + m_2 \frac{h}{2} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_3 &= h * d \left(t_i + \frac{h}{2}, S_i + k_2 \frac{h}{2}, E_i + l_2 \frac{h}{2}, I_i + m_2 \frac{h}{2}, R_i + n_2 \frac{h}{2} \right) \\
&= h * \left(\delta \left(I_i + m_2 \frac{h}{2} \right) + v \left(S_i + k_2 \frac{h}{2} \right) - \mu \left(R_i + n_2 \frac{h}{2} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= h * f(t_i + h, S_i + k_3 h, E_i + l_3 h, I_i + m_3 h, R_i + n_3 h) \\
&= h * (\mu N - \eta \alpha (I_i + m_3 h)(S_i + k_3 h) - \mu (S_i + k_3 h) - v(S_i + k_3 h))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_4 &= h * g(t_i + h, S_i + k_3 h, E_i + l_3 h, I_i + m_3 h, R_i + n_3 h) \\
&= h * (\eta \alpha (I_i + m_3 h)(S_i + k_3 h) - \beta (E_i + l_3 h) - \mu (E_i + l_3 h))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_4 &= h * b(t_i + h, S_i + k_3 h, E_i + l_3 h, I_i + m_3 h, R_i + n_3 h) \\
&= h * (\beta (E_i + l_3 h) - \delta (I_i + m_3 h) - \mu (I_i + m_3 h) - \mu_i (I_i + m_3 h))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4 &= h * d(t_i + h, S_i + k_3 h, E_i + l_3 h, I_i + m_3 h, R_i + n_3 h) \\
&= h * (\delta (I_i + m_3 h) + v(S_i + k_3 h) - \mu (R_i + n_3 h))
\end{aligned}$$

dimana, $S_{i+1}, E_{i+1}, I_{i+1}, R_{i+1}$ masing-masing merupakan persamaan yang nantinya digunakan dalam menentukan populasi rentan, populasi terpapar, populasi terinfeksi, dan populasi sembuh pada iterasi selanjutnya atau di hari berikutnya. Dan $k_1, k_2, k_3, k_4, l_1, l_2, l_3, l_4, m_1, m_2, m_3, m_4, n_1, n_2, n_3, n_4$ merupakan suatu tetapan pada rumus Runge-Kutta orde empat. k_1, k_2, k_3, k_4 merupakan tetapan dari persamaan (3.15), l_1, l_2, l_3, l_4 merupakan tetapan dari persamaan (3.16), m_1, m_2, m_3, m_4 merupakan tetapan persamaan (3.17), dan n_1, n_2, n_3, n_4 merupakan tetapan persamaan (3.18).

3.3.3 Perhitungan Iterasi Pertama Sampai Iterasi Terakhir

Penyelesaian menggunakan metode Runge-Kuta orde empat dilakukan dengan menghitung nilai-nilai tetapan yang ada pada rumus Runge-Kutta orde empat dengan nilai awal pada Tabel 3.1 serta parameter pada Tabel.3.2, kemudian

disubstitusikan pada persamaan (3.15) – (3.18). Perhitungan dilakukan berdasarkan dua kondisi yaitu sebelum diberlakukan pembatasan interaksi dan setelah diberlakukan pembatasan interaksi. Dari masing-masing asumsi tersebut, dilakukan tiga simulasi dengan nilai parameter vaksinasi yang berbeda berdasarkan Tabel 3.2. Berikut adalah hasil perhitungannya:

3.3.3.1 Ketika Sebelum Diberlakukan Pembatasan Interaksi

A. Perhitungan Simulasi 1

Pada simulasi pertama, diasumsikan bahwa persentase vaksinasi telah mencapai 16% yang merupakan total persentase di awal bulan Juli 2021. Sehingga, dilakukan perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 selama 62 hari berdasarkan model yang dibangun dari $t = 1$ hingga $t = 62$ hari dengan jarak langkah iterasi 0.01 hari. Sehingga, untuk menentukan nilai atau banyaknya individu terinfeksi pada iterasi pertama, maka terlebih dahulu mencari nilai tetapan dari rumus Runge-Kutta pada persamaan (3.15) – (3.18). Berikut adalah perhitungannya:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
 &\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(270129572) - (0.16)(270129572) \\
 &= -4.326188676 \times 10^5 \\
 l_1 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (6.25 \times 10^{-3})(35214) \\
 &= 388.6004269
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_1 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) (35214) - (0.06667)(24836) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})(24836) - (7.344 \times 10^{-7})(24836) \\
&= 7.04226354
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_1 &= (0.01)(0.06667)(24836) + (0.16)(270129572) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})(9874) \\
&= 4.322068637 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_2 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.326188676 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-4.326188676 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.16) \left((270129572) + (-4.326188676 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -4.326152687 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_2 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.326188676 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 388.5961766
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394881492
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.16) \left(((270129572)) + (-4.326188676 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9878) + (4.322232563 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 4.322182114 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.326152687 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-4.326152687 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.16) \left((270129572) + (-4.326152687 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -4.326152686 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_3 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.322591163 \times 10^7) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.3125038) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.3125038) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 388.5961223
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5961223) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394883644
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_3 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (6.394883644) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.16) \left((270129572) + (-4.326152686 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9874) + (4.322182114 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 4.322182114 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394883644)(0.01) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.326152686 \times 10^5)(0.01) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (6.25 \times 10^{-3})((270129572) + (-4.326152686 \times 10^5)(0.01)) \\
& - (0.16)((270129572) + (-4.326152686 \times 10^5)(0.01)) \\
& = -4.326116697 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_4 & = (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8})((24836) + (6.394883644)(0.01)) \\
& \quad ((270129572) + (-4.326152686 \times 10^7)(0.01)) \\
& \quad - \left(\frac{1}{14}\right)((35214) + (388.5961766)(0.01)) \\
& \quad - (6.25 \times 10^{-3})((35214) + (388.5961766)(0.01)) \\
& = 388.5918178
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_4 & = (0.01) \left(\frac{1}{14}\right) ((35214) + (388.5961223)(0.01)) \\
& \quad - (0.06667)((24836) + (6.394883644)(0.01)) \\
& \quad - (6.25 \times 10^{-3})((24836) + (6.394883644)(0.01)) \\
& \quad - (7.344 \times 10^{-7})((24836) + (6.394883644)(0.01)) \\
& = 6.396128718
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4 & = (0.01)(0.06667)((24836) + (6.394883644)(0.01)) \\
& \quad + (0.16)((270129572) + (-4.326152686 \times 10^5)(0.01)) \\
& \quad - (6.25 \times 10^{-3})((9874) + (4.322182114 \times 10^5)(0.01)) \\
& = 4.322147504 \times 10^5
\end{aligned}$$

Setelah diperoleh nilai tetapan untuk iterasi pertama dari persamaan (3.15) – (3.18), selanjutnya mencari nilai S, E, I, R untuk iterasi pertama dengan cara mensubstitusikan nilai tetapan k_1, k_2, k_3, k_4 pada persamaan (3.15), nilai l_1, l_2, l_3, l_4 pada persamaan (3.16), nilai m_1, m_2, m_3, m_4 pada persamaan (3.17), nilai n_1, n_2, n_3, n_4 pada persamaan (3.18). sehingga

diperoleh hasil penyelesaian numerik model COVID-19 ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi 16% menggunakan metode Runge-Kutta orde empat sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 S_1 &= 270129572 \\
 &+ \frac{1}{6}(-4.326188676 \times 10^5 + 2(-4.326152687 \times 10^5)) \\
 &+ 2(-4.326152686 \times 10^5) + (-4.326116697 \times 10^5) \\
 &= 2.696969568 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_1 &= 35214 + \frac{1}{6}(388.6004269 + 2(388.5961766) + 2(388.5961223) \\
 &+ (388.5918178)) \\
 &= 35602.59614
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 24836 + \frac{1}{6}(7.04226354 + 2(6.394881492) + 2(6.394883644) \\
 &+ 6.396128718) \\
 &= 24843.17835
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 9874 + \frac{1}{6}(4.322232563 \times 10^5 + 2(4.322182114 \times 10^5) \\
 &+ 2(4.322182114 \times 10^5) + 4.322147504 \times 10^5) \\
 &= 4.420924753 \times 10^5
 \end{aligned}$$

Jadi, pada saat iterasi pertama, yaitu ketika $t = 1.01$ hari, diperoleh $S_1 = 2.696969568 \times 10^5$, $E_1 = 35602.59614$, $I_1 = 24843.17835$, $R_1 = 4.420924753 \times 10^5$. Untuk iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara yang sama dalam menentukan nilai S_i, E_i, I_i, R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Namun perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software* Octave hingga $t = 62$ hari.

Untuk memperlihatkan perkembangan jumlah kasus infeksi COVID-19, maka disajikan hasil perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 untuk iterasi pertama hingga iterasi ke 6101 pada Tabel 3.3 berikut:

Tabel 3. 3 Hasil Perhitungan Simulasi 1 Kasus Infeksi Harian COVID-19
Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

Iterasi ke-	Hari ke-	Banyak Kasus Infeksi
1	1	24836
2	1.01	24843.17834767056
3	1.02	24850.62832876017
4	1.03	24858.34914462888
5	1.04	24866.34000141192
101	2	26785.81071415249
201	3	30870.11478517401
301	4	36720.97984380437
304	5	44098.19037496279
305	6	52817.83758839874
⋮	⋮	⋮
6101	62	259194.7719082803

B. Perhitungan Simulasi 2

Pada simulasi kedua, diasumsikan bahwa persentase vaksinasi telah mencapai 31% yang merupakan total persentase di awal bulan Juli 2021. Sehingga, dilakukan perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 selama 62 hari berdasarkan model yang dibangun dari $t = 1$ hingga $t = 62$ hari dengan jarak langkah iterasi 0.01 hari. Sehingga, untuk menentukan nilai atau banyaknya individu terinfeksi pada iterasi pertama, maka terlebih dahulu mencari nilai tetapan dari rumus Runge-Kutta pada persamaan (3.15) – (3.18).

Berikut adalah perhitungannya:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
 &\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(270129572) - (0.31)(270129572) \\
 &= -8.378132256 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 l_1 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (6.25 \times 10^{-3})(35214) \\
 &= 388.6004269
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &= (0.01)\left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (0.06667)(24836) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(24836) - (7.344 \times 10^{-7})(24836) \\
 &= 7.04226354
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n_1 &= (0.01)(0.06667)(24836) + (0.31)(270129572) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(9874) \\
 &= 8.374176143 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_2 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
 &\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8})\left((24836) + (7.04226354)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
 &\quad \left((270129572) + (-8.378132256 \times 10^5)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})\left((270129572) + (-8.378132256 \times 10^5)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
 &\quad - (0.31)\left((270129572) + (-8.378132256 \times 10^5)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
 &= -8.377999717 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_2 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.378132256 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 388.5930569
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394881492
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.31) \left(((270129572)) + (-8.377999717 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9878) + (8.374176143 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 8.374030442 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.377999717 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-8.377999717 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.31) \left((270129572) + (-8.377999717 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -8.377999720 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_3 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.377999717 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5930569) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.5930569) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 388.5930027
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5930569) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394883634
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_3 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (6.394883634) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.31) \left((270129572) + (-8.377999717 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9874) + (8.374030442 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 8.374030445 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394883634)(0.01) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.377999720 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-8.377999720 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&\quad - (0.31) \left((270129572) + (-8.377999720 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&= -8.377867184 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_4 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394883634)(0.01) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.326152686 \times 10^7)(0.01) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5930027)(0.01) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.5930027)(0.01) \right) \\
&= 388.5855787
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_4 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5930027)(0.01) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (6.394883634)(0.01) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394883634)(0.01) \right) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394883634)(0.01) \right) \\
&= 6.396128699
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4 &= (0.01)(0.06667)((24836) + (6.394883634)(0.01)) \\
&\quad + (0.31)((270129572) + (-8.377999720 \times 10^5)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((9874) + (8.374030445 \times 10^5)(0.01)) \\
&= 8.373900585 \times 10^5
\end{aligned}$$

Setelah diperoleh nilai tetapan untuk iterasi pertama dari persamaan (3.15) – (3.18), selanjutnya mencari nilai S, E, I, R untuk iterasi pertama dengan cara mensubstitusikan nilai tetapan k_1, k_2, k_3, k_4 pada persamaan (3.15), nilai l_1, l_2, l_3, l_4 pada persamaan (3.16), nilai m_1, m_2, m_3, m_4 pada persamaan (3.17), nilai n_1, n_2, n_3, n_4 pada persamaan (3.18). sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model COVID-19 ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi 31% menggunakan metode Runge-Kutta orde empat sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
S_1 &= 270129572 \\
&\quad + \frac{1}{6}(-8.378132256 \times 10^5 + 2(-8.377999717 \times 10^5) \\
&\quad + 2(-8.377999720 \times 10^5) + (-8.377867184 \times 10^5)) \\
&= 2.692917720 \times 10^8 \\
E_1 &= 35214 + \frac{1}{6}(388.6004269 + 2(388.5930569) + 2(388.5930027) \\
&\quad + (388.5855787)) \\
&= 35602.59302 \\
I_1 &= 24836 + \frac{1}{6}(7.04226354 + 2(6.394881492) + 2(6.394883634) \\
&\quad + 6.396128699) \\
&= 24843.17827
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 9874 + \frac{1}{6} (8.374176143 \times 10^5 + 2(8.374030442 \times 10^5) \\
 &\quad + 2(8.374030445 \times 10^5) + 8.373900585 \times 10^5) \\
 &= 8.472773085 \times 10^5
 \end{aligned}$$

Jadi, pada saat iterasi pertama, yaitu ketika $t = 1.01$ hari, diperoleh $S_1 = 2.692917720 \times 10^8$, $E_1 = 35602.59302$, $I_1 = 24843.17827$, $R_1 = 8.472773085 \times 10^5$. Untuk iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara yang sama dalam menentukan nilai S_i, E_i, I_i, R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots n$. Namun perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software* Octave hingga $t = 62$ hari. Untuk memperlihatkan perkembangan jumlah kasus infeksi COVID-19, maka disajikan hasil perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 untuk iterasi pertama hingga iterasi ke 6101 pada Tabel 3.4 berikut:

Tabel 3. 4 Hasil Perhitungan Simulasi 2 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

Iterasi ke-	Hari ke-	Banyak Kasus Infeksi
1	1	24836
2	1.01	24843.17827349887
3	1.02	24850.62773622723
4	1.03	24858.34714765655
5	1.04	24866.33527451715
101	2	26720.07891124581
201	3	30390.1129493846
301	4	35213.71874031085
304	5	40738.37756333955
305	6	46615.50631510579
⋮	⋮	⋮
6101	62	39161.81762807343

C. Perhitungan Simulasi 3

Pada simulasi ketiga, diasumsikan bahwa persentase vaksinasi telah mencapai 75% yang merupakan total persentase di awal bulan Juli 2021. Sehingga, dilakukan perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 selama 62 hari berdasarkan model yang dibangun dari $t = 1$ hingga $t = 62$ hari dengan jarak langkah iterasi 0.01 hari. Sehingga, untuk menentukan nilai atau banyaknya individu terinfeksi pada iterasi pertama, maka terlebih dahulu mencari nilai tetapan dari rumus Runge-Kutta pada persamaan (3.15) – (3.18). Berikut adalah perhitungannya:

$$\begin{aligned} k_1 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\ &\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\ &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(270129572) - (0.75)(270129572) \\ &= -2.026383342 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l_1 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\ &\quad - \left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (6.25 \times 10^{-3})(35214) \\ &= 388.6004269 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= (0.01)\left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (0.06667)(24836) \\ &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(24836) - (7.344 \times 10^{-7})(24836) \\ &= 7.04226354 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= (0.01)(0.06667)(24836) + (0.75)(270129572) \\ &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(9874) \\ &= 2.025987731 \times 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_2 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026383342 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-2.026383342 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.75) \left((270129572) + (-2.026383342 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -2.026306705 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_2 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026383342 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 388.5839060
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.6004269) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394881492
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.75) \left(((270129572)) + (-2.026383342 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9878) + (2.025987731 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 2.025910158 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026306705 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-2.026306705 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.75) \left((270129572) + (-2.026306705 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -2.026306708 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_3 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026306705 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5839060) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (388.5839060) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 388.5838524
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5839060) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394883598
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_3 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (6.394881492) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.75) \left((270129572) + (-2.026306705 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9874) + (2.025910158 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 2.025910161 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394883598)(0.01) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026306708 \times 10^6)(0.01) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-2.026306708 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&\quad - (0.75) \left((270129572) + (2.026306708 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&= -2.026230073 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_4 &= (0.01)(1)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394883598)(0.01) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026306708 \times 10^6)(0.01) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (388.5838524)(0.01) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (6.25 \times 10^{-3})((35214) + (388.5838524)(0.01)) \\
& = 388.5672777 \\
m_4 & = (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) ((35214) + (388.5838524)(0.01)) \\
& - (0.06667)((24836) + (6.394883598)(0.01)) \\
& - (6.25 \times 10^{-3})((24836) + (6.394883598)(0.01)) \\
& - (7.344 \times 10^{-7})((24836) + (6.394883598)(0.01)) \\
& = 6.396128635 \\
n_4 & = (0.01)(0.06667)((24836) + (6.394883598)(0.01)) \\
& + (0.75)((270129572) + (-2.026306708 \times 10^6)(0.01)) \\
& - (6.25 \times 10^{-3})((9874) + (2.025910161 \times 10^6)(0.01)) \\
& = 2.025834174 \times 10^6
\end{aligned}$$

Setelah diperoleh nilai tetapan untuk iterasi pertama dari persamaan (3.15) – (3.18), selanjutnya mencari nilai S, E, I, R untuk iterasi pertama dengan cara mensubstitusikan nilai tetapan k_1, k_2, k_3, k_4 pada persamaan (3.15), nilai l_1, l_2, l_3, l_4 pada persamaan (3.16), nilai m_1, m_2, m_3, m_4 pada persamaan (3.17), nilai n_1, n_2, n_3, n_4 pada persamaan (3.18). sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model COVID-19 ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi 75% menggunakan metode Runge – Kutta orde empat sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
S_1 & = 270129572 \\
& + \frac{1}{6} (-2.026383342 \times 10^6 + 2(-2.026306705 \times 10^6) \\
& + 2(-2.026306708 \times 10^6) + (-2.026230073 \times 10^6))
\end{aligned}$$

$$= 2.681032652 \times 10^8$$

$$E_1 = 35214 + \frac{1}{6}(388.6004269 + 2(388.5839060) + 2(388.5838524)$$

$$+ (388.5672777))$$

$$= 35602.58387$$

$$I_1 = 24836 + \frac{1}{6}(7.04226354 + 2(6.394881492) + 2(6.394883598)$$

$$+ 6.396128635)$$

$$= 24843.17805$$

$$R_1 = 9874 + \frac{1}{6}(2.025987731 \times 10^6 + 2(2.025910158 \times 10^6)$$

$$+ 2(2.025910161 \times 10^6) + 2.025834174 \times 10^6)$$

$$= 2.035784424 \times 10^6$$

Jadi, pada saat iterasi pertama, yaitu ketika $t = 1.01$ hari, diperoleh $S_1 = 2.681032652 \times 10^8$, $E_1 = 35602.58387$, $I_1 = 24843.17805$, $R_1 = 2.035784424 \times 10^6$. Untuk iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara yang sama dalam menentukan nilai S_i, E_i, I_i, R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Namun perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software* Octave hingga $t = 62$ hari. Untuk memperlihatkan perkembangan jumlah kasus infeksi COVID-19, maka disajikan hasil perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 untuk iterasi pertama hingga iterasi ke 6101 pada Tabel 3.5 berikut:

Tabel 3. 5 Hasil Perhitungan Simulasi 3 Kasus Infeksi Harian COVID-19
Sebelum Pembatasan Interaksi Masyarakat

Iterasi ke-	Hari ke-	Banyak Kasus Infeksi
1	1	24836
2	1.01	24843.17805625002
3	1.02	24850.6260032478
4	1.03	24850.6260032478
5	1.04	24866.32149039018
101	2	26553.03627832668
201	3	29330.56902124725
301	4	32323.52025819294
304	5	35135.8731735625
305	6	37595.73276811893
⋮	⋮	⋮
6101	62	8622.391753785585

3.3.3.2 Ketika diberlakukan pembatasan interaksi

A. Perhitungan Simulasi 1

Pada simulasi pertama, diasumsikan bahwa persentase vaksinasi telah mencapai 16% yang merupakan total persentase di awal bulan Juli 2021. Sehingga, dilakukan perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 selama 62 hari berdasarkan model yang dibangun dari $t = 1$ hingga $t = 62$ hari dengan jarak langkah iterasi 0.01 hari. Sehingga, untuk menentukan nilai atau banyaknya individu terinfeksi pada iterasi pertama, maka terlebih dahulu mencari nilai tetapan dari rumus Runge-Kutta pada persamaan (3.19) – (3.22). Berikut adalah perhitungannya:

$$\begin{aligned}
k_1 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})(270129572) - (0.16)(270129572) \\
&= -4.324108905 \times 10^5 \\
l_1 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) - \left(\frac{1}{14}\right)(35214) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})(35214) \\
&= 180.6233475 \\
m_1 &= (0.01)\left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (0.06667)(24836) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})(24836) - (7.344 \times 10^{-7})(24836) \\
&= 7.04226354 \\
n_1 &= (0.01)(0.06667)(24836) + (0.16)(270129572) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})(9874) \\
&= 4.322232563 \times 10^5 \\
k_2 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8})\left((24836) + (7.04226354)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
&\quad \left((270129572) + (-2.026383342 \times 10^5)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})\left((270129572) + (-4.324108905 \times 10^5)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
&\quad - (0.16)\left((270129572) + (-4.324108905 \times 10^5)\left(\frac{0.01}{2}\right)\right) \\
&= -4.324072946 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_2 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-4.324108905 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 180.6212762
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394203715
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.16) \left(((270129572)) + (-4.324108905 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9878) + (4.322232563 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 4.322182131 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left((270129572) + (-4.324072946 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-4.324072946 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (0.16) \left((270129572) + (-4.324072946 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = -4.324072948 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_3 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& \left((270129572) + (-4.324072946 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6212762) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (180.6212762) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 180.6212491
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6212762) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (0.06667) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 6.394205866
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_3 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& + (0.16) \left((270129572) + (-4.324072946 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$- (6.25 \times 10^{-3}) \left((9874) + (4.322182131 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right)$$

$$= 4.322182133 \times 10^5$$

$$k_4 = (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000)$$

$$- (0.5)(0.62 \times 10^{-8})((24836) + (6.394205866)(0.01))$$

$$((270129572) + (-4.324072948 \times 10^5)(0.01))$$

$$- (6.25 \times 10^{-3})((270129572) + (-4.324072948 \times 10^5)(0.01))$$

$$- (0.16)((270129572) + (-4.324072948 \times 10^5)(0.01))$$

$$= -4.324036989 \times 10^5$$

$$l_4 = (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8})((24836) + (6.394205866)(0.01))$$

$$((270129572) + (-4.324072948 \times 10^5)(0.01))$$

$$- \left(\frac{1}{14} \right) ((35214) + (180.6212491)(0.01))$$

$$- (6.25 \times 10^{-3})((35214) + (180.6212491)(0.01))$$

$$= 180.6191506$$

$$m_4 = (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) ((35214) + (180.6212491)(0.01))$$

$$- (0.06667)((24836) + (6.394205866)(0.01))$$

$$- (6.25 \times 10^{-3})((24836) + (6.394205866)(0.01))$$

$$- (7.344 \times 10^{-7})((24836) + (6.394205866)(0.01))$$

$$= 6.394773172$$

$$\begin{aligned}
n_4 &= (0.01)(0.06667)((24836) + (6.394205866)(0.01)) \\
&\quad + (0.16)((270129572) + (-4.324072948 \times 10^6)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((9874) + (4.322182133 \times 10^6)(0.01)) \\
&= 4.322147538 \times 10^5
\end{aligned}$$

Setelah diperoleh nilai tetapan untuk iterasi pertama dari persamaan (3.15) – (3.18), selanjutnya mencari nilai S, E, I, R untuk iterasi pertama dengan cara mensubstitusikan nilai tetapan k_1, k_2, k_3, k_4 pada persamaan (3.15), nilai l_1, l_2, l_3, l_4 pada persamaan (3.16), nilai m_1, m_2, m_3, m_4 pada persamaan (3.17), nilai n_1, n_2, n_3, n_4 pada persamaan (3.18). sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model COVID-19 ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi 16% menggunakan metode Runge – Kutta orde empat sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
S_1 &= 270129572 \\
&\quad + \frac{1}{6}(-4.324108905 \times 10^5 + 2(-4.324072946 \times 10^5) \\
&\quad + 2(-4.324072948 \times 10^5) + (-4.324036989 \times 10^5)) \\
&= 2.696971646 \times 10^8 \\
E_1 &= 35214 + \frac{1}{6}(180.6233475 + 2(180.6212762) + 2(180.6212491) \\
&\quad + (180.6191506)) \\
&= 35394.62125 \\
I_1 &= 24836 + \frac{1}{6}(6.394203715 + 2(6.394883598) + 2(6.394205866) \\
&\quad + 6.394773172) \\
&= 24843.10414
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 9874 + \frac{1}{6}(4.322232563 \times 10^5 + 2(4.322182131 \times 10^5) \\
 &\quad + 2(4.322182133 \times 10^5) + 2.025834174 \times 10^6) \\
 &= 4.420924772 \times 10^5
 \end{aligned}$$

Jadi, pada saat iterasi pertama, yaitu ketika $t = 1.01$ hari, diperoleh $S_1 = 2.696971646 \times 10^8$, $E_1 = 35394.62125$, $I_1 = 24843.10414$, $R_1 = 4.420924772 \times 10^5$. Untuk iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara yang sama dalam menentukan nilai S_i, E_i, I_i, R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots n$. Namun perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software* Octave hingga $t = 62$ hari. Untuk memperlihatkan perkembangan jumlah kasus infeksi COVID-19, maka disajikan hasil perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 untuk iterasi pertama hingga iterasi ke 6101 pada Tabel 3.6 berikut:

Tabel 3. 6 Hasil Perhitungan Simulasi 1 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Iterasi ke-	Hari ke-	Banyak Kasus Infeksi
1	1	24836
2	1.01	24843.10413994173
3	1.02	24850.33177593977
4	1.03	24857.6825240228
5	1.04	24865.15600171624
101	2	26100.93961531809
201	3	28289.59043659329
301	4	31167.19395808673
304	5	34554.67733425368
305	6	38307.62436485871
⋮	⋮	⋮
6101	62	43050.54103181735

B. Perhitungan Simulasi 2

Pada simulasi kedua, diasumsikan bahwa persentase vaksinasi telah mencapai 31% yang merupakan total persentase di awal bulan Juli 2021. Sehingga, dilakukan perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 selama 62 hari berdasarkan model yang dibangun dari $t = 1$ hingga $t = 62$ hari dengan jarak langkah iterasi 0.01 hari. Sehingga, untuk menentukan nilai atau banyaknya individu terinfeksi pada iterasi pertama, maka terlebih dahulu mencari nilai tetapan dari rumus Runge-Kutta pada persamaan (3.19) – (3.22). Berikut adalah perhitungannya:

$$\begin{aligned}
 k_1 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
 &\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(270129572) - (0.31)(270129572) \\
 &= -8.376052485 \times 10^5 \\
 l_1 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) - \left(\frac{1}{14}\right)(35214) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(35214) \\
 &= 180.6233475 \\
 m_1 &= (0.01)\left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (0.06667)(24836) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(24836) - (7.344 \times 10^{-7})(24836) \\
 &= 7.04226354 \\
 n_1 &= (0.01)(0.06667)(24836) + (0.31)(270129572) \\
 &\quad - (6.25 \times 10^{-3})(9874) \\
 &= 8.374176143 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_2 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.376052485 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-8.376052485 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.31) \left((270129572) + (-8.376052485 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -8.375920010 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_2 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.376052485 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 180.6197164
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_2 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394203715
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.31) \left(((270129572)) + (-8.376052485 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9878) + (8.374176143 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 8.374030477 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.31) \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= -8.375920010 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_3 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6197164) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (180.6197164) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 180.6196893
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_3 &= (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6197164) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (0.06667) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 6.394205856
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_3 &= (0.01)(0.06667) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad + (0.31) \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9874) + (8.374030477 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
&= 8.374030477 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394205856)(0.01) \right) \\
&\quad \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&\quad - (0.31) \left((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5)(0.01) \right) \\
&= -8.375787538 \times 10^5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_4 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8})((24836) + (6.394205856)(0.01)) \\
&\quad ((270129572) + (-8.375920010 \times 10^5)(0.01)) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14}\right)((35214) + (180.6196893)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((35214) + (180.6196893)(0.01)) \\
&= 180.6160310
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_4 &= (0.01) \left(\frac{1}{14}\right) ((35214) + (180.6212491)(0.01)) \\
&\quad - (0.06667)((24836) + (6.394205866)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((24836) + (6.394205866)(0.01)) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7})((24836) + (6.394205866)(0.01)) \\
&= 6.394773172
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4 &= (0.01)(0.06667)((24836) + (6.394205856)(0.01)) \\
&\quad + (0.31)((270129572) + (-8.375920010 \times 10^6)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((9874) + (8.374030477 \times 10^6)(0.01)) \\
&= 8.373900651 \times 10^5
\end{aligned}$$

Setelah diperoleh nilai tetapan untuk iterasi pertama dari persamaan (3.15) – (3.18), selanjutnya mencari nilai S, E, I, R untuk iterasi pertama dengan cara mensubstitusikan nilai tetapan k_1, k_2, k_3, k_4 pada persamaan (3.15), nilai l_1, l_2, l_3, l_4 pada persamaan (3.16), nilai m_1, m_2, m_3, m_4 pada persamaan (3.17), nilai n_1, n_2, n_3, n_4 pada persamaan (3.18). sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model COVID-19 ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi 31% menggunakan metode Runge – Kutta orde empat sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
S_1 &= 270129572 \\
&\quad + \frac{1}{6}(-8.376052485 \times 10^5 + 2(-8.375920010 \times 10^5)) \\
&\quad + 2(-4.324072948 \times 10^5) + (-2.692919800 \times 10^5) \\
&= 8.375920010 \times 10^5 \\
E_1 &= 35214 + \frac{1}{6}(180.6233475 + 2(180.6197164) + 2(180.6212491) \\
&\quad + (180.6191506)) \\
&= 35394.61969 \\
I_1 &= 24836 + \frac{1}{6}(7.04226354 + 2(6.394203715) + 2(6.394773172) \\
&\quad + 6.394773172) \\
&= 24843.10410 \\
R_1 &= 9874 + \frac{1}{6}(8.374176143 \times 10^5 + 2(8.374030477 \times 10^5) \\
&\quad + 2(8.374030477 \times 10^5) + 8.373900651 \times 10^5) \\
&= 8.472773116 \times 10^8
\end{aligned}$$

Jadi, pada saat iterasi pertama, yaitu ketika $t = 1.01$ hari, diperoleh $S_1 = 2.692919800 \times 10^8$, $E_1 = 35394.61969$, $I_1 = 24843.10410$, $R_1 = 8.472773116 \times 10^8$. Untuk iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara yang sama dalam menentukan nilai S_i, E_i, I_i, R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Namun perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software* Octave hingga $t = 62$ hari. Untuk memperlihatkan perkembangan jumlah kasus infeksi COVID-19, maka disajikan hasil perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 untuk iterasi pertama hingga iterasi ke 6101 pada Tabel 3.7 berikut:

Tabel 3. 7 Hasil Perhitungan Simulasi 2 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Iterasi ke-	Hari ke-	Banyak Kasus Infeksi
1	1	24836
2	1.01	24843.1041028559
3	1.02	24850.33147967445
4	1.03	24857.68152554615
5	1.04	24865.15363831017
101	2	26068.41635921457
201	3	28058.24201501742
301	4	30466.05226700136
304	5	33053.22024815901
305	6	35649.22465522642
⋮	⋮	⋮
6101	62	12036.7601425605

C. Perhitungan Simulasi 3

Pada simulasi ketiga, diasumsikan bahwa persentase vaksinasi telah mencapai 75% yang merupakan total persentase di awal bulan Juli 2021. Sehingga, dilakukan perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 selama 62 hari berdasarkan model yang dibangun dari $t = 1$ hingga $t = 62$ hari dengan jarak langkah iterasi 0.01 hari. Sehingga, untuk menentukan nilai atau banyaknya individu terinfeksi pada iterasi pertama, maka terlebih dahulu mencari nilai tetapan dari rumus Runge-Kutta pada persamaan (3.15) – (3.18). Berikut adalah perhitungannya:

$$\begin{aligned}
 k_1 = & (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
 & - (0.5)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836) \\
 & - (6.25 \times 10^{-3})(270129572) - (0.75)(270129572)
 \end{aligned}$$

$$= -2.026175365 \times 10^6$$

$$l_1 = (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8})(270129572)(24836)$$

$$- \left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (6.25 \times 10^{-3})(35214)$$

$$= 180.6233475$$

$$m_1 = (0.01) \left(\frac{1}{14}\right)(35214) - (0.06667)(24836)$$

$$- (6.25 \times 10^{-3})(24836) - (7.344 \times 10^{-7})(24836)$$

$$= 7.04226354$$

$$n_1 = (0.01)(0.06667)(24836) + (0.75)(270129572)$$

$$- (6.25 \times 10^{-3})(9874)$$

$$= 2.025987731 \times 10^6$$

$$k_2 = (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000)$$

$$- (0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2}\right) \right)$$

$$\left((270129572) + (-2.026175365 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2}\right) \right)$$

$$- (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-2.026175365 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2}\right) \right)$$

$$- (0.75) \left((270129572) + (-2.026175365 \times 10^5) \left(\frac{0.01}{2}\right) \right)$$

$$= -2.026098743 \times 10^6$$

$$l_2 = (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2}\right) \right)$$

$$\left((270129572) + (-2.026175365 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2}\right) \right)$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 180.6151408
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 & = (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6233475) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 6.394203715
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_2 & = (0.01)(0.06667) \left((24836) + (7.04226354) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& + (0.75) \left(((270129572)) + (-2.026175365 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9878) + (2.025987731 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 2.025910165 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_3 & = (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
& - (0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& \left((270129572) + (-2.026098743 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((270129572) + (-2.026098743 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(0.75) \left((270129572) + (-2.026098743 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = -2.026098746 \times 10^6 \\
l_3 & = (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& \left((270129572) + (-2.026098743 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6151408) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((35214) + (180.6151408) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 180.6151140 \\
m_3 & = (0.01) \left(\frac{1}{14} \right) \left((35214) + (180.6151408) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (0.06667) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (7.344 \times 10^{-7}) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 6.394205848 \\
n_3 & = (0.01)(0.06667) \left((24836) + (6.394203715) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& + (0.75) \left((270129572) + (-2.026098743 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& - (6.25 \times 10^{-3}) \left((9874) + (2.025910165 \times 10^6) \left(\frac{0.01}{2} \right) \right) \\
& = 2.025910168 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_4 &= (0.01)(6.25 \times 10^{-3})(270200000) \\
&\quad - (0.5)(0.62 \times 10^{-8})((24836) + (6.394205848)(0.01)) \\
&\quad ((270129572) + (-2.026098746 \times 10^6)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((270129572) + (-2.026098746 \times 10^6)(0.01)) \\
&\quad - (0.75)((270129572) + (-2.026098746 \times 10^6)(0.01)) \\
&= -2.026022126 \times 10^6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
l_4 &= (0.01)(0.5)(0.62 \times 10^{-8})((24836) + (6.394205848)(0.01)) \\
&\quad ((270129572) + (-2.026098746 \times 10^6)(0.01)) \\
&\quad - \left(\frac{1}{14}\right)((35214) + (180.6151140)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((35214) + (180.6151140)(0.01)) \\
&= 180.6068805
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_4 &= (0.01) \left(\frac{1}{14}\right) ((35214) + (180.6151140)(0.01)) \\
&\quad - (0.06667)((24836) + (6.394205848)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((24836) + (6.394205848)(0.01)) \\
&\quad - (7.344 \times 10^{-7})((24836) + (6.394205848)(0.01)) \\
&= 6.394773136
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_4 &= (0.01)(0.06667)((24836) + (6.394205848)(0.01)) \\
&\quad + (0.75)((270129572) + (-2.026098746 \times 10^6)(0.01)) \\
&\quad - (6.25 \times 10^{-3})((9874) + (2.025910168 \times 10^6)(0.01)) \\
&= 2.025834189 \times 10^6
\end{aligned}$$

Setelah diperoleh nilai tetapan untuk iterasi pertama dari persamaan (3.15) – (3.18), selanjutnya mencari nilai S, E, I, R untuk iterasi pertama

dengan cara mensubstitusikan nilai tetapan k_1, k_2, k_3, k_4 pada persamaan (3.15), nilai l_1, l_2, l_3, l_4 pada persamaan (3.16), nilai m_1, m_2, m_3, m_4 pada persamaan (3.17), nilai n_1, n_2, n_3, n_4 pada persamaan (3.18). sehingga diperoleh hasil penyelesaian numerik model COVID-19 ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi 75% menggunakan metode Runge – Kutta orde empat sebagai berikut:

$$S_1 = 270129572$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{6}(-2.026175365 \times 10^6 + 2(-2.026098743 \times 10^6) \\ &+ 2(-2.026098746 \times 10^6) + (-2.026022126 \times 10^6)) \\ &= 2.681034733 \times 10^8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_1 &= 35214 + \frac{1}{6}(180.6233475 + 2(180.6151408) + 2(180.6151140) \\ &+ (180.6068805)) \\ &= 35394.61513 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= 24836 + \frac{1}{6}(7.04226354 + 2(6.394203715) + 2(6.394205848) \\ &+ 6.394773136) \\ &= 24843.10399 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 9874 + \frac{1}{6}(2.025987731 \times 10^6 + 2(2.025910165 \times 10^6) \\ &+ 2(2.025910168 \times 10^5) + 2.025834189 \times 10^6) \\ &= 2.035784430 \times 10^6 \end{aligned}$$

Jadi, pada saat iterasi pertama, yaitu ketika $t = 1.01$ hari, diperoleh $S_1 = 2.681034733 \times 10^8$, $E_1 = 35394.61513$, $I_1 = 24843.10399$, $R_1 = 2.035784430 \times 10^6$. Untuk iterasi selanjutnya dilakukan dengan cara yang

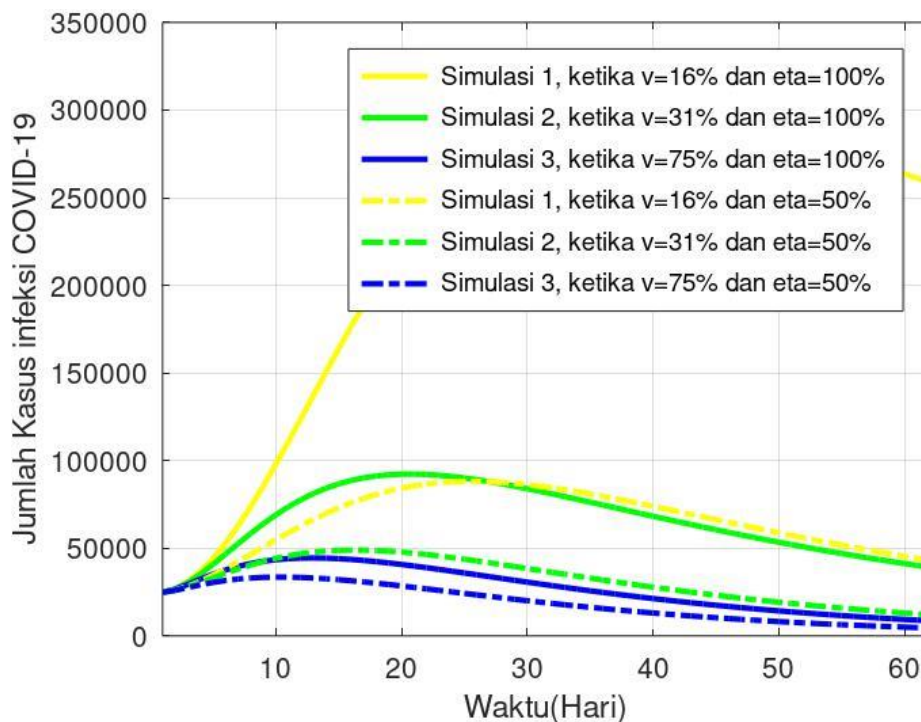
sama dalam menentukan nilai S_i, E_i, I_i, R_i dengan $i = 1, 2, 3, \dots n$. Namun perhitungan dilakukan dengan menggunakan *software* Octave hingga $t = 62$ hari. Untuk memperlihatkan perkembangan jumlah kasus infeksi COVID-19, maka disajikan hasil perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 untuk iterasi pertama hingga iterasi ke 6101 pada Tabel 3.8 berikut:

Tabel 3. 8 Hasil Perhitungan Simulasi 3 Kasus Infeksi Harian COVID-19 Setelah Pembatasan Interaksi Masyarakat

Iterasi ke-	Hari ke-	Banyak Kasus Infeksi
1	1	24836
2	1.01	24843.10399423151
3	1.02	24850.3306131881
4	1.03	24857.67860959752
5	1.04	24865.14674636652
101	2	25985.67249568035
201	3	27544.01813780321
301	4	29097.08785212127
304	5	30464.41368641178
305	6	31578.52999311432
⋮	⋮	⋮
6101	62	4503.793121904154

3.3.4 Interpretasi Hasil

Dari hasil perhitungan simulasi 1, simulasi 2, dan simulasi 3, baik sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat maupun setelah dilakukan pembatasan interaksi masyarakat, kemudian divisualisasikan dalam bentuk grafik. Adapun grafik perbandingan simulasi kasus infeksi adalah sebagai berikut:

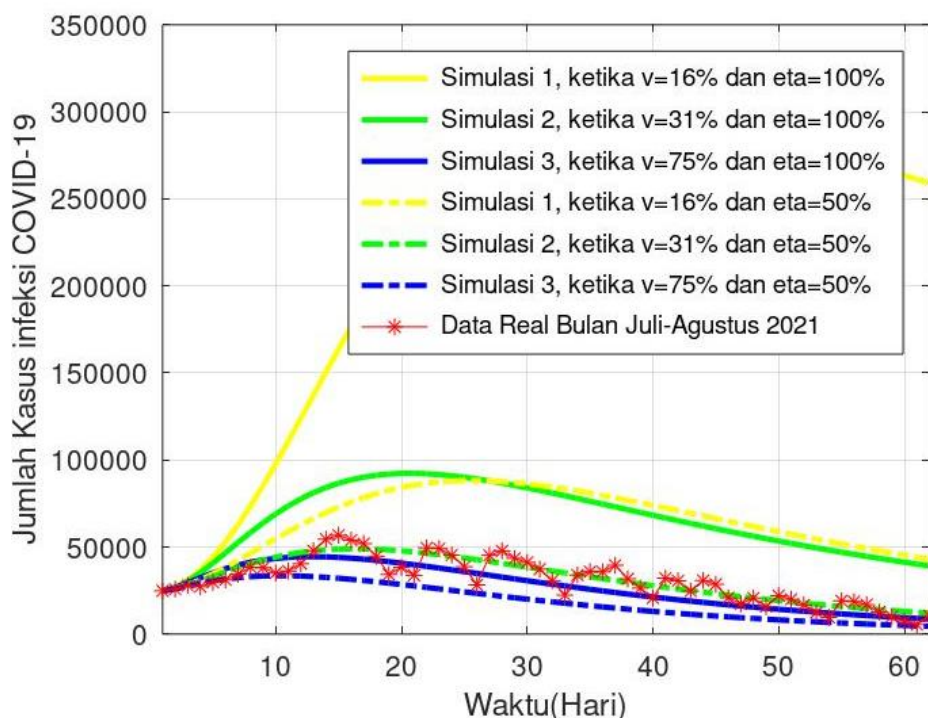


Gambar 3. 13 Grafik Hasil Perhitungan Kasus Infeksi Simulasi 1,2,3 Sebelum Dan Setelah Dilakukan Pembatasan Interaksi Masyarakat

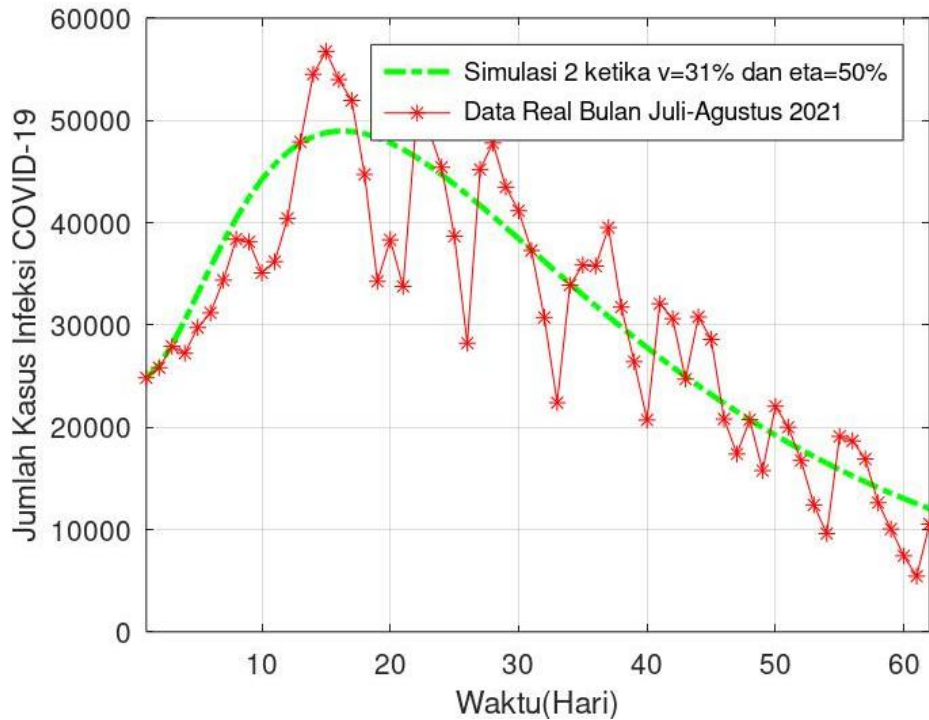
Berdasarkan Gambar 3.13, terdapat 6 grafik penyebaran infeksi COVID-19. Grafik lurus merupakan grafik ketika nilai $\eta = 100\%$ atau ketika sebelum diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat, sedangkan grafik putus-putus merupakan grafik ketika $\eta = 50\%$ atau setelah diberlakukan pembatasan interaksi masyarakat. Grafik warna kuning merupakan grafik simulasi pertama, yaitu ketika nilai parameter persentase vaksinasi sebesar 16%. Grafik warna hijau merupakan grafik simulasi 2, yaitu ketika nilai parameter persentase vaksinasi sebesar 31%. Grafik warna biru merupakan grafik simulasi 3, yaitu ketika nilai parameter persentase vaksinasi sebesar 75%. Dari keenam grafik tersebut dapat dilihat bahwa grafik ketika $\eta = 100\%$ lebih tinggi dibanding grafik ketika $\eta = 50\%$ untuk tiap-tiap simulasi. Sehingga, dapat diketahui bahwa dengan melakukan pembatasan interaksi masyarakat, lebih baik dari pada

sebelum dilakukan pembatasan interaksi masyarakat. Dan dari keenam grafik tersebut juga dapat dilihat bahwa grafik simulasi 3 lebih rendah dibanding grafik simulasi 1 dan simulasi 2 baik sebelum dilakukan pembatasan interaksi maupun setelah dilakukan pembatasan interaksi. sehingga, dapat diketahui bahwa persentase vaksinasi yang semakin tinggi mengakibatkan kasus infeksi semakin melandai.

Setelah itu, keenam grafik tersebut dibandingkan dengan data *real* pertambahan kasus infeksi harian COVID-19 di bulan Juli-Agustus 2021 yang telah diperoleh pada Lampiran 2 untuk mengetahui hasil perhitungan mana yang lebih menggambarkan kondisi pertambahan kasus harian COVID-19. Berikut adalah hasilnya:



Gambar 3. 14 Grafik Perbandingan Hasil Perhitungan Kasus Infeksi Simulasi 1,2,3 Sebelum Dan Setelah Dilakukan Pembatasan Interaksi Masyarakat Dengan Data Real



Gambar 3. 15 Grafik Perhitungan Yang Menggambarkan Kasus Pertambahan Infeksi COVID-19 Bulan Juni-Agustus 2021

Dari Gambar 3.15, hasil perhitungan tiap simulasi dibandingkan dengan grafik kasus infeksi bulan Juli-Agustus 2021, dapat dilihat bahwa grafik yang paling sesuai dengan kasus infeksi harian COVID-19 bulan Juli-Agustus 2021 adalah grafik simulasi 2 yaitu ketika dilakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi sebesar 31%. Lebih jelasnya, dapat dilihat pada Gambar 3.16, dimana terdapat kesamaan pola antara grafik perhitungan kasus infeksi harian COVID-19 pada hari pertama sampai hari ke 62 dengan grafik kasus infeksi harian COVID-19 bulan Juli-Agustus 2021. Kedua grafik tersebut, mengalami peningkatan yang sangat drastis pada $t = 15$ atau pertengahan bulan Juli, dan kemudian melandai kembali. Hasil dari perhitungan tidak bisa memprediksi pertambahan kasus harian infeksi COVID-19 secara tepat. Namun, pola yang dihasilkan dari model, sesuai dengan tren kasus infeksi di bulan Juli-

Agustus 2021. Berdasarkan perbandingan grafik tersebut, dapat disimpulkan bahwa jika pembatasan interaksi masyarakat terus dilakukan dengan terus meningkatkan persentase vaksinasi, maka diperkirakan kasus positif harian COVID-19 akan semakin mendekati nol. Mengingat kasus COVID-19 ini bergantung pada kedisiplinan masyarakat dalam menaati peraturan serta kekebalan tubuh tiap individu, maka langkah yang harus dilakukan dalam menangani wabah ini adalah dengan membatasi interaksi masyarakat yaitu melakukan aktifitas dari rumah, menjalankan protokol kesehatan seperti memakai masker, menjaga jarak, dan menghindari kerumunan ketika harus melakukan aktifitas di luar rumah, serta melakukan vaksinasi agar persentase vaksinasi semakin meningkat dan kasus infeksi COVID-19 semakin melandai sehingga mengurangi penambahan kasus baru dan diharapkan pandemi COVID-19 ini segera berakhir.

3.4 Integrasi Agama dalam Mempelajari Fenomena COVID-19

Segala fenomena yang ada di dunia ini adalah atas kehendak dari Allah SWT, diantaranya yaitu fenomena penyebaran penyakit. Saat ini, penyakit yang sedang ramai diperbincangkan adalah COVID-19. Berdasarkan kajian pada subbab 2.12, dapat diketahui bahwa suatu wabah penyakit dapat diartikan sebagai musibah atau cobaan yang diberikan oleh Allah SWT kepada umat-Nya, guna menguji serta membedakan ketakwaan manusia.

Di dalam Al-Qur'an dan Hadist, dapat ditemukan ayat-ayat yang menjelaskan tentang pentingnya mempelajari fenomena yang terjadi di alam semesta untuk memperoleh hikmah di balik setiap fenomena yang merujuk pada bukti keesaan dan

kekuasaan Allah SWT, seperti pada QS. Ali Imran ayat 190-191 sebagaimana dijelaskan pada subbab 2.12. Oleh karena itu, sebagai seorang muslim tentunya harus mampu berfikir sekaligus dzikir, agar dapat mengambil hikmah-hikmah yang terdapat pada setiap fenomena yang ada.

Wabah COVID-19 ini diketahui menyebar dengan dengan cepat dan menimbulkan kecemasan bagi sebagian orang, maka penting untuk mempelajari bagaimana cara melakukan pencegahan dan penanganan yang tepat. Dalam ilmu matematika, untuk mempelajari suatu penyebaran penyakit dapat menggunakan pemodelan matematika, salah satunya model epidemi *Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered* (SEIR). Berdasarkan hasil yang telah diperoleh, dengan mempertimbangkan pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi sebagai parameter model, ternyata ketika melakukan pembatasan interaksi masyarakat dan meningkatkan persentase vaksinasi dapat menurunkan kasus infeksi COVID-19. Sehingga, hal ini dapat dijadikan dasar dalam menangani kasus infeksi COVID-19.

Berdasarkan kajian 2.12, selain berfikir bagaimana cara menangani wabah COVID-19, tentunya diimbangi dengan senantiasa berdzikir dan juga memikirkan apa yang telah Allah SWT ciptakan, agar dapat mengambil suatu pelajaran ketika mempelajari fenomena COVID-19. Sehingga, ketika dihadapkan dengan suatu wabah seperti COVID-19, hal yang harus dilakukan yaitu senantiasa berdzikir kepada Allah SWT, karena segala sesuatu yang terjadi di dunia ini adalah atas kehendak Allah SWT.

Dari beberapa tindakan masyarakat yang dilakukan, seperti pembatasan interaksi masyarakat dengan tetap melakukan aktivitas dari rumah atau menjalankan protokol kesehatan seperti memakai masker, mencuci tangan,

menjaga jarak, dan menghindari kerumunan ketika harus melakukan aktifitas di luar rumah, serta melakukan vaksinasi, kita bisa mengambil hikmahnya yaitu dengan kita memiliki waktu yang lebih banyak dirumah, kita bisa lebih mendekatkan diri kepada Allah SWT, dengan tetap mencuci tangan dan menjaga jarak kita bisa terapkan dengan menjaga wudhu, dan dengan menghindari kerumunan kita bisa terhindar dari perbuatan seperti membicarakan keburukan orang lain. Jadi, jika dilihat dari sudut pandang islam, adanya wabah ini mengajarkan kita untuk lebih mendekatkan diri kepada Allah SWT dan mengetahui kekuasaan Allah SWT. Hal ini dikarenakan melalui akal, manusia mampu berpikir dan merenungkan segala gejala di alam raya serta dapat mengambil hikmah dan pelajaran dari Allah Swt yang terdapat di alam raya sehingga mengarah pada meningkatkan iman dan taqwa.

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang diperoleh dari penelitian ini, penerapan model epidemi *Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered* (SEIR) pada penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan faktor pembatasan interaksi masyarakat dan persentase vaksinasi sebagai parameter model menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dapat, disimpulkan bahwa pembatasan interaksi masyarakat dan vaksinasi sangat berpengaruh pada grafik infeksi COVID-19. Dimana banyaknya kasus infeksi pada hari ke 62 sebelum dilakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan vaksinasi mencapai 16% sekitar 259195 orang terinfeksi, banyaknya kasus infeksi ketika vaksinasi mencapai 31% sekitar 39162 orang, banyaknya kasus infeksi ketika vaksinasi mencapai 75% sekitar 8622 orang. Sedangkan banyaknya kasus infeksi pada hari ke 62 setelah dilakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan vaksinasi mencapai 16% sekitar 43051 orang terinfeksi, banyaknya kasus infeksi ketika vaksinasi mencapai 31% sekitar 12037 orang, banyaknya kasus infeksi ketika vaksinasi mencapai 75% sekitar 4504 orang. Sehingga, pembatasan interaksi dan banyaknya vaksinasi dapat mempercepat penurunan kasus infeksi COVID-19. Dan dari grafik perbandingan perhitungan kasus infeksi diketahui bahwa grafik yang paling menggambarkan tren kasus infeksi bulan Juli-Agustus 2021 adalah ketika dilakukan pembatasan interaksi masyarakat dengan persentase vaksinasi sebesar 31%. Dan jika pembatasan interaksi masyarakat terus dilakukan dengan terus meningkatkan persentase

vaksinasi, maka diperkirakan kasus positif harian COVID-19 akan semakin mendekati nol.

4.2 Saran

Pada penelitian ini membahas mengenai penerapan model epidemi *Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered* (SEIR) menggunakan metode Runge-Kutta orde empat dalam memantau upaya menangani kasus infeksi COVID-19 di Indonesia dengan mempertimbangkan persentase vaksinasi dan pembatasan interaksi masyarakat sebagai parameter model. Adapun penelitian selanjutnya diharapkan bisa menambahkan variabel atau asumsi baru ke dalam model dalam memantau upaya penanganan kasus infeksi harian COVID-19 menggunakan metode yang sama ataupun dengan menggunakan metode yang berbeda guna menentukan cara penanganan wabah COVID-19 ini.

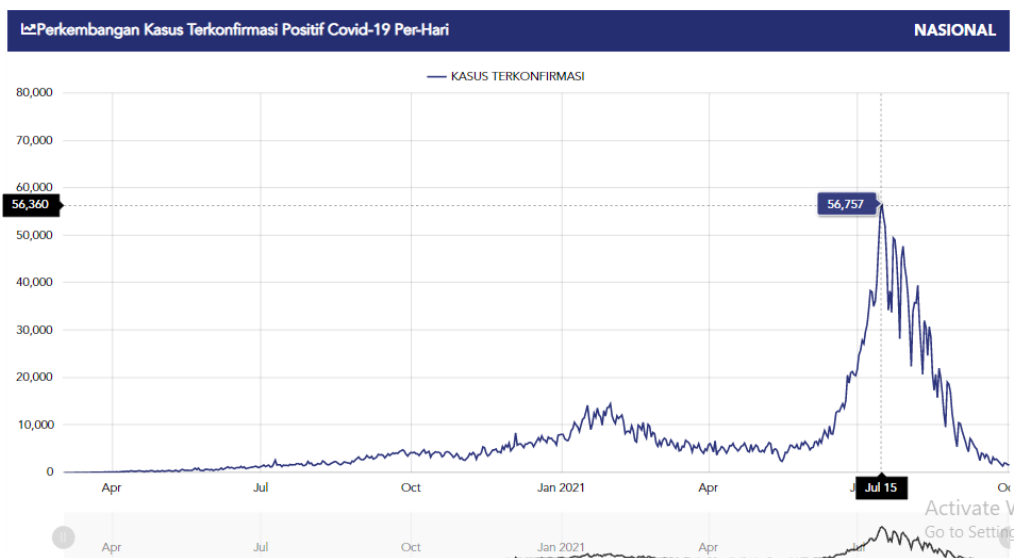
DAFTAR PUSTAKA

- Al-Qur'an dan Terjemah. 2007. *Departemen Agama RI*. Bandung: CV Penerbit Diponegoro
- Annas, S., Isbar Pratama, M., Rifandi, M., Sanusi, W., & Side, S. (2020). Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia. *Chaos, solitons, and fractals*, 139, 110072. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110072>
- Anton, H & Rorres, C. 2004. *Aljabar Linear Elementer versi Aplikasi. Edisi 8 Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Barham, S. (2020). Pemodelan Matematika Pada Penyebaran Populasi Perokok Menggunakan Tipe SEIRS. 10.31219/osf.io/wv7hs
- Bezabih, A.F. & Edessa, Geremew & Purnachandra Rao, Koya. (2020). Mathematical Epidemiology Model Analysis on the Dynamics of COVID-19 Pandemic. *American Journal of Mathematics*. 8(5): 247-256.
- Boyce, W.E. dan DiPrima, R.C..2000. *ODE Architect Companion*. New York: John Willey and sons, Inc.
- Edwards, C.H & Penney, D.E. (2000). *Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems fourth edition*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Fang, Yaqing & Nie, Yiting & Penny, Marshare. (2020). Transmission dynamics of the COVID-19 outbreak and effectiveness of government interventions: A data-driven analysis. *Journal of Medical Virology*. 92. 10.1002/jmv.25750.
- Giesecke, J. 2002. *Modern Infectious Disease Epidemiology, Second Edition*. Florida: CRC Press.
- Jannah, M., Karim, M.A., Yulida, Y., (2021). Analisis Kestabilan Model SEIR untuk Penyebaran COVID-19 dengan Parameter Vaksinasi, *Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 15(3):535-542.
- Kemkes, 2021. Peta Sebaran COVID-19. <https://covid19.go.id/>. Diakses 1 September 2021.
- Kemkes, 2021. Vaksin COVID-19 Nasional. <https://vaksin.kemkes.go.id/>. Diakses 1 September 2021.
- Kusumo, F. A., Susyanto, N., Endrayanto, I., & Meliala, A. (2020). Model Berbasis SIR dalam Prediksi Awal Penyebaran Covid-19 Di Daerah Istimewa Yogyakarta (DIY). *Jurnal Matematika Thales*, 2(1), 1–10. <https://doi.org/10.22146/jmt.55820>
- Kwuimy, C. A. K. & Nazari, Foad & Jiao, Xun & Rohani, Pejman & Nataraj, C. (2020). Nonlinear dynamic analysis of an epidemiological model for COVID-19 including public behavior and government action. 101:1545–1559. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05815-z>

- Mukharom dan Aravik, Havis. (2020). Kebijakan Nabi Muhammad Saw Menangani Wabah Penyakit Menular dan Implementasinya Dalam Konteks Menanggulangi Coronavirus Covid-19. *Jurnal Sosial & Budaya Syar-i*. 3(7): 239-246
- Munir, Rinaldi. 2010. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika Bandung
- Pamuntjak, R.J dan Susanto, Widiarti. 1990. *Persamaan Differensial Biasa*. Bandung: ITB
- Putra, R.T. (2016). Kestabilan Model Epidemi SEIR dengan Matriks Hutwitz. *Poli Rekayasa*. 11(2): 74-82
- Qutub, Sayyid. (2011). Sumber-Sumber Ilmu Pengetahuan dalam Qur'an dan Hadits. *BINUS University*. 2(2): 1339-1350.
- Ross, S.L. 1984. *Differential Equations Third Edition*. New York: John Willey & Son
- Senang. (2016). Peran Akal dalam QS. Ali Imran: 190-191 terhadap Pendidikan Islam. *Urwatul Wutsqo*, 5(2), 77-89.
- Shihab, M. Quraish. 2002. *Tafsir Al-Misbah Pesan, Kesan, dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera Hati.
- Siaran Pers. (21 Juli 2021). Penerapan PPKM untuk Mengendalikan Laju COVID-19 dan Menjaga Kehidupan Masyarakat. <https://www.ekon.go.id/>. Diakses tanggal 2 September 2021.
- Sofia, Wida Nafila. (2020). Interpretasi Imam Al-Maraghi dan Ibnu Katsir terhadap QS. Ali Imran Ayat 190-191. *Journal of Islamic Education*, 2(1), 41-57.
- Spencer, J., Shutt, D. P., Moser, S. K., Clegg, H., Wearing, H. J., Mukundan, H., & Manore, C. A. (2020). Epidemiological parameter review and comparative dynamics of influenza, respiratory syncytial virus, rhinovirus, human coronavirus, and adenovirus. *MedRxiv*
- Tu, P.N.V. 1994. *Dynamical System Equation with Application in Economics and Biology*. New York: Springer-verlag.
- Van den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical biosciences*, 180, 29–48. [https://doi.org/10.1016/s0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/s0025-5564(02)00108-6)
- Waluya, S.B. 2006. *Persamaan Differensial*. Yogyakarta: Graha Ilmu
- Yang C, Wang J. (2020). A mathematical model for the novel coronavirus epidemic in Wuhan, China. *Mathematical Bioscience and Engineering*. 17(3):2708–2724. doi: [10.3934/mbe.2020148](https://doi.org/10.3934/mbe.2020148).

LAMPIRAN

Lampiran 1 Grafik Kasus Terkonfirmasi Positif COVID-19 di Indonesia



Lampiran 2 Data Kasus Harian Infeksi COVID-19 Bulan Juli-Agustus 2021

Bulan Juli 2021		Bulan Agustus 2021	
Tanggal	Banyak Kasus	Tanggal	Banyak Kasus
1	24,836	1	30,738
2	25,830	2	22,404
3	27,913	3	33,900
4	27,233	4	35,867
5	29,745	5	35,764
6	31,189	6	39,532
7	34,379	7	31,753
8	38,391	8	26,415
9	38,124	9	20,709
10	35,094	10	32,081
11	36,197	11	30,625
12	40,427	12	24,709
13	47,899	13	30,788
14	54,517	14	28,598
15	56,757	15	20,813

16	54,000	16	17,384
17	51,952	17	20,741
18	44,721	18	15,768
19	34,257	19	22,053
20	38,325	20	20,004
21	33,772	21	16,744
22	49,509	22	12,408
23	49,071	23	9,604
24	45,416	24	19,106
25	38,679	25	18,671
26	28,228	26	16,899
27	45,203	27	12,618
28	47,791	28	10,050
29	43,479	29	7,427
30	41,168	30	5,436
31	37,284	31	10,534

Lampiran 3 Program Simulasi Numerik Metode Runge-Kutta Orde Empat

```

clc,clf,clear
format long
% Interval
dt=0.01;
t=1:dt:62;
M=length(t);
%=====SEBELUM PEMBATAKAN INTERAKSI=====
%(simulasi 1)
s1(1)=270129572;
e1(1)=35214;
in1(1)=24836;
r1(1)=9874;
n=270200000;
mu=6.25*10^(-3);
alpha=0.62*10^(-8);
delta=0.06667;
phi=7.344*10^(-7);
nu1=0.16;
beta1=1/14;

f1=@(s1,e1,in1,r1,t) mu*n-(alpha*in1*s1)-(mu*s1)-(nu1*s1);

```

```

g1=@(s1,e1,in1,r1,t) (alpha*in1*s1)-(beta1*e1)-(mu*e1);
p1=@(s1,e1,in1,r1,t) (beta1*e1)-(phi*in1)-(delta*in1)-(mu*in1);
q1=@(s1,e1,in1,r1,t) (delta*in1)+(nu1*s1)-(mu*r1);

```

```

for i=1:M-1

```

```

    k1=dt*f1(s1(i),e1(i),in1(i),r1(i),t(i));
    l1=dt*g1(s1(i),e1(i),in1(i),r1(i),t(i));
    m1=dt*p1(s1(i),e1(i),in1(i),r1(i),t(i));
    n1=dt*q1(s1(i),e1(i),in1(i),r1(i),t(i));

```

```

    k2=dt*f1(s1(i)+(k1/2),e1(i)+(l1/2),in1(i)+(m1/2),r1(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
    l2=dt*g1(s1(i)+(k1/2),e1(i)+(l1/2),in1(i)+(m1/2),r1(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
    m2=dt*p1(s1(i)+(k1/2),e1(i)+(l1/2),in1(i)+(m1/2),r1(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
    n2=dt*q1(s1(i)+(k1/2),e1(i)+(l1/2),in1(i)+(m1/2),r1(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));

```

```

    k3=dt*f1(s1(i)+(k2/2),e1(i)+(l2/2),in1(i)+(m2/2),r1(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
    l3=dt*g1(s1(i)+(k2/2),e1(i)+(l2/2),in1(i)+(m2/2),r1(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
    m3=dt*p1(s1(i)+(k2/2),e1(i)+(l2/2),in1(i)+(m2/2),r1(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
    n3=dt*q1(s1(i)+(k2/2),e1(i)+(l2/2),in1(i)+(m2/2),r1(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));

```

```

    k4=dt*f1(s1(i)+k3,e1(i)+l3,in1(i)+m3,r1(i)+n3,t(i)+dt);
    l4=dt*g1(s1(i)+k3,e1(i)+l3,in1(i)+m3,r1(i)+n3,t(i)+dt);
    m4=dt*p1(s1(i)+k3,e1(i)+l3,in1(i)+m3,r1(i)+n3,t(i)+dt);
    n4=dt*q1(s1(i)+k3,e1(i)+l3,in1(i)+m3,r1(i)+n3,t(i)+dt);

```

```

    s1(i+1)=s1(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
    e1(i+1)=e1(i)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
    in1(i+1)=in1(i)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
    r1(i+1)=r1(i)+(n1+2*n2+2*n3+n4)/6;

```

```

end

```

```

%parameter (simulasi 2)

```

```

s2(1)=270129572;
e2(1)=35214;
in2(1)=24836;
r2(1)=9874;
n=270200000;
mu=6.25*10^(-3);
alpha=0.62*10^(-8);
delta=0.06667;
phi=7.344*10^(-7);
nu2=0.31;
beta2=1/14;

```

```

f2=@(s2,e2,in2,r2,t) mu*n-(alpha*in2*s2)-(mu*s2)-(nu2*s2);
g2=@(s2,e2,in2,r2,t) (alpha*in2*s2)-(beta2*e2)-(mu*e2);
p2=@(s2,e2,in2,r2,t) (beta2*e2)-(phi*in2)-(delta*in2)-(mu*in2);
q2=@(s2,e2,in2,r2,t) (delta*in2)+(nu2*s2)-(mu*r2);

```

```

for i=1:M-1
    k1=dt*f2(s2(i),e2(i),in2(i),r2(i),t(i));
    l1=dt*g2(s2(i),e2(i),in2(i),r2(i),t(i));
    m1=dt*p2(s2(i),e2(i),in2(i),r2(i),t(i));
    n1=dt*q2(s2(i),e2(i),in2(i),r2(i),t(i));

    k2=dt*f2(s2(i)+(k1/2),e2(i)+(l1/2),in2(i)+(m1/2),r2(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
    l2=dt*g2(s2(i)+(k1/2),e2(i)+(l1/2),in2(i)+(m1/2),r2(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
    m2=dt*p2(s2(i)+(k1/2),e2(i)+(l1/2),in2(i)+(m1/2),r2(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
    n2=dt*q2(s2(i)+(k1/2),e2(i)+(l1/2),in2(i)+(m1/2),r2(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));

    k3=dt*f2(s2(i)+(k2/2),e2(i)+(l2/2),in2(i)+(m2/2),r2(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
    l3=dt*g2(s2(i)+(k2/2),e2(i)+(l2/2),in2(i)+(m2/2),r2(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
    m3=dt*p2(s2(i)+(k2/2),e2(i)+(l2/2),in2(i)+(m2/2),r2(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
    n3=dt*q2(s2(i)+(k2/2),e2(i)+(l2/2),in2(i)+(m2/2),r2(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));

    k4=dt*f2(s2(i)+k3,e2(i)+l3,in2(i)+m3,r2(i)+n3,t(i)+dt);
    l4=dt*g2(s2(i)+k3,e2(i)+l3,in2(i)+m3,r2(i)+n3,t(i)+dt);
    m4=dt*p2(s2(i)+k3,e2(i)+l3,in2(i)+m3,r2(i)+n3,t(i)+dt);
    n4=dt*q2(s2(i)+k3,e2(i)+l3,in2(i)+m3,r2(i)+n3,t(i)+dt);

    s2(i+1)=s2(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
    e2(i+1)=e2(i)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
    in2(i+1)=in2(i)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
    r2(i+1)=r2(i)+(n1+2*n2+2*n3+n4)/6;
end

% parameter (simulasi 3)
s3(1)=270129572;
e3(1)=35214;
in3(1)=24836;
r3(1)=9874;

n=270200000;
mu=6.25*10^(-3);
alpha=0.62*10^(-8);
delta=0.06667;
phi=7.344*10^(-7);
nu3=0.75;
beta3=1/14;

f3=@(s3,e3,in3,r3,t) mu*n-(alpha*in3*s3)-(mu*s3)-(nu3*s3);
g3=@(s3,e3,in3,r3,t) (alpha*in3*s3)-(beta3*e3)-(mu*e3);
p3=@(s3,e3,in3,r3,t)(beta3*e3)-(phi*in3)-(delta*in3)-(mu*in3);
q3=@(s3,e3,in3,r3,t) (delta*in3)+(nu3*s3)-(mu*r3);

for i=1:M-1

```

```

k1=dt*f3(s3(i),e3(i),in3(i),r3(i),t(i));
l1=dt*g3(s3(i),e3(i),in3(i),r3(i),t(i));
m1=dt*p3(s3(i),e3(i),in3(i),r3(i),t(i));
n1=dt*q3(s3(i),e3(i),in3(i),r3(i),t(i));

k2=dt*f3(s3(i)+(k1/2),e3(i)+(l1/2),in3(i)+(m1/2),r3(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
l2=dt*g3(s3(i)+(k1/2),e3(i)+(l1/2),in3(i)+(m1/2),r3(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
m2=dt*p3(s3(i)+(k1/2),e3(i)+(l1/2),in3(i)+(m1/2),r3(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
n2=dt*q3(s3(i)+(k1/2),e3(i)+(l1/2),in3(i)+(m1/2),r3(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));

k3=dt*f3(s3(i)+(k2/2),e3(i)+(l2/2),in3(i)+(m2/2),r3(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
l3=dt*g3(s3(i)+(k2/2),e3(i)+(l2/2),in3(i)+(m2/2),r3(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
m3=dt*p3(s3(i)+(k2/2),e3(i)+(l2/2),in3(i)+(m2/2),r3(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
n3=dt*q3(s3(i)+(k2/2),e3(i)+(l2/2),in3(i)+(m2/2),r3(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));

k4=dt*f3(s3(i)+k3,e3(i)+l3,in3(i)+m3,r3(i)+n3,t(i)+dt);
l4=dt*g3(s3(i)+k3,e3(i)+l3,in3(i)+m3,r3(i)+n3,t(i)+dt);
m4=dt*p3(s3(i)+k3,e3(i)+l3,in3(i)+m3,r3(i)+n3,t(i)+dt);
n4=dt*q3(s3(i)+k3,e3(i)+l3,in3(i)+m3,r3(i)+n3,t(i)+dt);

s3(i+1)=s3(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
e3(i+1)=e3(i)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
in3(i+1)=in3(i)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
r3(i+1)=r3(i)+(n1+2*n2+2*n3+n4)/6;
end

%=====SETELAH PEMBATAKAN INTERAKSI=====
%(simulasi 1)
s4(1)=270129572;
e4(1)=35214;
in4(1)=24836;
r4(1)=9874;
n=270200000;
mu=6.25*10^(-3);
alpha=0.62*10^(-8);
delta=0.06667;
phi=7.344*10^(-7);
nu4=0.16;
beta4=1/14;
eta=0.5;

f4=@(s4,e4,in4,r4,t) mu*n-(eta*alpha*in4*s4)-(mu*s4)-(nu4*s4);
g4=@(s4,e4,in4,r4,t) (eta*alpha*in4*s4)-(beta4*e4)-(mu*e4);
p4=@(s4,e4,in4,r4,t) (beta4*e4)-(phi*in4)-(delta*in4)-(mu*in4);
q4=@(s4,e4,in4,r4,t) (delta*in4)+(nu4*s4)-(mu*r4);

for i=1:M-1

```

```

k1=dt*f4(s4(i),e4(i),in4(i),r4(i),t(i));
l1=dt*g4(s4(i),e4(i),in4(i),r4(i),t(i));
m1=dt*p4(s4(i),e4(i),in4(i),r4(i),t(i));
n1=dt*q4(s4(i),e4(i),in4(i),r4(i),t(i));

k2=dt*f4(s4(i)+(k1/2),e4(i)+(l1/2),in4(i)+(m1/2),r4(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
l2=dt*g4(s4(i)+(k1/2),e4(i)+(l1/2),in4(i)+(m1/2),r4(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
m2=dt*p4(s4(i)+(k1/2),e4(i)+(l1/2),in4(i)+(m1/2),r4(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
n2=dt*q4(s4(i)+(k1/2),e4(i)+(l1/2),in4(i)+(m1/2),r4(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));

k3=dt*f4(s4(i)+(k2/2),e4(i)+(l2/2),in4(i)+(m2/2),r4(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
l3=dt*g4(s4(i)+(k2/2),e4(i)+(l2/2),in4(i)+(m2/2),r4(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
m3=dt*p4(s4(i)+(k2/2),e4(i)+(l2/2),in4(i)+(m2/2),r4(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
n3=dt*q4(s4(i)+(k2/2),e4(i)+(l2/2),in4(i)+(m2/2),r4(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));

k4=dt*f4(s4(i)+k3,e4(i)+l3,in4(i)+m3,r4(i)+n3,t(i)+dt);
l4=dt*g4(s4(i)+k3,e4(i)+l3,in4(i)+m3,r4(i)+n3,t(i)+dt);
m4=dt*p4(s4(i)+k3,e4(i)+l3,in4(i)+m3,r4(i)+n3,t(i)+dt);
n4=dt*q4(s4(i)+k3,e4(i)+l3,in4(i)+m3,r4(i)+n3,t(i)+dt);

s4(i+1)=s4(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
e4(i+1)=e4(i)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
in4(i+1)=in4(i)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
r4(i+1)=r4(i)+(n1+2*n2+2*n3+n4)/6;
end

%parameter (simulasi 2)
s5(1)=270129572;
e5(1)=35214;
in5(1)=24836;
r5(1)=9874;
n=270200000;
mu=6.25*10^(-3);
alpha=0.62*10^(-8);
delta=0.06667;
phi=7.344*10^(-7);
nu5=0.31;
beta5=1/14;
eta=0.5;

f5=@(s5,e5,in5,r5,t) mu*n-(eta*alpha*in5*s5)-(mu*s5)-(nu5*s5);
g5=@(s5,e5,in5,r5,t) (eta*alpha*in5*s5)-(beta5*e5)-(mu*e5);
p5=@(s5,e5,in5,r5,t) (beta5*e5)-(phi*in5)-(delta*in5)-(mu*in5);
q5=@(s5,e5,in5,r5,t) (delta*in5)+(nu5*s5)-(mu*r5);

for i=1:M-1
k1=dt*f5(s5(i),e5(i),in5(i),r5(i),t(i));
l1=dt*g5(s5(i),e5(i),in5(i),r5(i),t(i));

```

```

m1=dt*p5(s5(i),e5(i),in5(i),r5(i),t(i));
n1=dt*q5(s5(i),e5(i),in5(i),r5(i),t(i));

k2=dt*f5(s5(i)+(k1/2),e5(i)+(l1/2),in5(i)+(m1/2),r5(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
l2=dt*g5(s5(i)+(k1/2),e5(i)+(l1/2),in5(i)+(m1/2),r5(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
m2=dt*p5(s5(i)+(k1/2),e5(i)+(l1/2),in5(i)+(m1/2),r5(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
n2=dt*q5(s5(i)+(k1/2),e5(i)+(l1/2),in5(i)+(m1/2),r5(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));

k3=dt*f5(s5(i)+(k2/2),e5(i)+(l2/2),in5(i)+(m2/2),r5(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
l3=dt*g5(s5(i)+(k2/2),e5(i)+(l2/2),in5(i)+(m2/2),r5(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
m3=dt*p5(s5(i)+(k2/2),e5(i)+(l2/2),in5(i)+(m2/2),r5(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
n3=dt*q5(s5(i)+(k2/2),e5(i)+(l2/2),in5(i)+(m2/2),r5(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));

k4=dt*f5(s5(i)+k3,e5(i)+l3,in5(i)+m3,r5(i)+n3,t(i)+dt);
l4=dt*g5(s5(i)+k3,e5(i)+l3,in5(i)+m3,r5(i)+n3,t(i)+dt);
m4=dt*p5(s5(i)+k3,e5(i)+l3,in5(i)+m3,r5(i)+n3,t(i)+dt);
n4=dt*q5(s5(i)+k3,e5(i)+l3,in5(i)+m3,r5(i)+n3,t(i)+dt);

s5(i+1)=s5(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
e5(i+1)=e5(i)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
in5(i+1)=in5(i)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
r5(i+1)=r5(i)+(n1+2*n2+2*n3+n4)/6;
end

% parameter (simulasi 3)
s6(1)=270129572;
e6(1)=35214;
in6(1)=24836;
r6(1)=9874;

n=270200000;
mu=6.25*10^(-3);
alpha=0.62*10^(-8);
delta=0.06667;
phi=7.344*10^(-7);
nu6=0.75;
beta6=1/14;
eta=0.5;

f6=@(s6,e6,in6,r6,t) mu*n-(eta*alpha*in6*s6)-(mu*s6)-(nu6*s6);
g6=@(s6,e6,in6,r6,t) (eta*alpha*in6*s6)-(beta6*e6)-(mu*e6);
p6=@(s6,e6,in6,r6,t)(beta6*e6)-(phi*in6)-(delta*in6)-(mu*in6);
q6=@(s6,e6,in6,r6,t) (delta*in6)+(nu6*s6)-(mu*r6);

for i=1:M-1
k1=dt*f6(s6(i),e6(i),in6(i),r6(i),t(i));
l1=dt*g6(s6(i),e6(i),in6(i),r6(i),t(i));
m1=dt*p6(s6(i),e6(i),in6(i),r6(i),t(i));

```

```

n1=dt*q6(s6(i),e6(i),in6(i),r6(i),t(i));

k2=dt*f6(s6(i)+(k1/2),e6(i)+(l1/2),in6(i)+(m1/2),r6(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
l2=dt*g6(s6(i)+(k1/2),e6(i)+(l1/2),in6(i)+(m1/2),r6(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
m2=dt*p6(s6(i)+(k1/2),e6(i)+(l1/2),in6(i)+(m1/2),r6(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));
n2=dt*q6(s6(i)+(k1/2),e6(i)+(l1/2),in6(i)+(m1/2),r6(i)+(n1/2),t(i)+(dt/2));

k3=dt*f6(s6(i)+(k2/2),e6(i)+(l2/2),in6(i)+(m2/2),r6(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
l3=dt*g6(s6(i)+(k2/2),e6(i)+(l2/2),in6(i)+(m2/2),r6(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
m3=dt*p6(s6(i)+(k2/2),e6(i)+(l2/2),in6(i)+(m2/2),r6(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));
n3=dt*q6(s6(i)+(k2/2),e6(i)+(l2/2),in6(i)+(m2/2),r6(i)+(n2/2),t(i)+(dt/2));

k4=dt*f6(s6(i)+k3,e6(i)+l3,in6(i)+m3,r6(i)+n3,t(i)+dt);
l4=dt*g6(s6(i)+k3,e6(i)+l3,in6(i)+m3,r6(i)+n3,t(i)+dt);
m4=dt*p6(s6(i)+k3,e6(i)+l3,in6(i)+m3,r6(i)+n3,t(i)+dt);
n4=dt*q6(s6(i)+k3,e6(i)+l3,in6(i)+m3,r6(i)+n3,t(i)+dt);

s6(i+1)=s6(i)+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
e6(i+1)=e6(i)+(l1+2*l2+2*l3+l4)/6;
in6(i+1)=in6(i)+(m1+2*m2+2*m3+m4)/6;
r6(i+1)=r6(i)+(n1+2*n2+2*n3+n4)/6;
end

display('t in1(t) in2(t) in3(t) in4(t) in5(t) in6(t)');
TN=t(1:100:M)+1;

IN1=in1(1:100:M);
IN2=in2(1:100:M);
IN3=in3(1:100:M);
IN4=in4(1:100:M);
IN5=in5(1:100:M);
IN6=in6(1:100:M);

for j=1:length(TN)
    fprintf('%d      %12.1f      %12.1f      %12.1f      %12.1f      %12.1f\n',TN(j),IN1(j),IN2(j),IN3(j),IN4(j),IN5(j),IN6(j));
endfor

figure(1) %Perbandingan grafik simulasi kasus inveksi harian COVID-19
plot(TN,IN1,'-y','LineWidth',2,TN,IN2,'-g','LineWidth',2,TN,IN3,'-
b','LineWidth',2,TN,IN4,'-y','LineWidth',2,TN,IN5,'-
.g','LineWidth',2,TN,IN6,'-b','LineWidth',2);
legend('Simulasi 1 Ketika tidak diberlakukan PPKM','Simulasi 2 Ketika tidak
diberlakukan PPKM', 'Simulasi 3 Ketika tidak diberlakukan PPKM',
'Simulasi 1 Ketika diberlakukan PPKM','Simulasi 2 Ketika diberlakukan
PPKM', 'Simulasi 3 Ketika diberlakukan PPKM');
xlabel('Waktu(Hari)'); ylabel('Jumlah Kasus'); title('Grafik Simulasi Kasus Infeksi
Harian COVID-19');

```

```

grid on;

pkg load io %untuk membaca file excel
%=====Data Juli-Agustus=====
% Ireal=xlsread('Data Covid Juli-Agustus 2021.xlsx','Sheet1','B41:B102');
% [...]
% [...]];

%=====Data Juli - Agustus =====
Ireal=xlsread('Data Covid Juli-Agustus 2021.xlsx','Sheet1','B41:B102');

display('t I(t) Numerik I(t) Real i=|I(t) Numerik-I(t) Real|');
for j=1:length(TN)
    fprintf('%d %12.1f %12.1f %12.1f\n',TN(j),IN1(j),Ireal(j),abs(IN1(j)-Ireal(j)));
    fprintf('%d %12.1f %12.1f %12.1f\n',TN(j),IN2(j),Ireal(j),abs(IN2(j)-Ireal(j)));
    fprintf('%d %12.1f %12.1f %12.1f\n',TN(j),IN3(j),Ireal(j),abs(IN3(j)-Ireal(j)));
    fprintf('%d %12.1f %12.1f %12.1f\n',TN(j),IN4(j),Ireal(j),abs(IN1(j)-Ireal(j)));
    fprintf('%d %12.1f %12.1f %12.1f\n',TN(j),IN5(j),Ireal(j),abs(IN2(j)-Ireal(j)));
    fprintf('%d %12.1f %12.1f %12.1f\n',TN(j),IN6(j),Ireal(j),abs(IN3(j)-Ireal(j)));
endfor

figure(2);
plot(TN,IN1,'-y','LineWidth',2,TN,IN2,'-g','LineWidth',2,TN,IN3,'-
    b','LineWidth',2,TN,IN4,'-.y','LineWidth',2,TN,IN5,'-
    .g','LineWidth',2,TN,IN6,'-.b','LineWidth',2,1:1:62,Ireal,'-*r');
legend('Simulasi 1 Ketika tidak diberlakukan PPKM','Simulasi 2 Ketika tidak
    diberlakukan PPKM', 'Simulasi 3 Ketika tidak diberlakukan PPKM',
    'Simulasi 1 Ketika diberlakukan PPKM','Simulasi 2 Ketika diberlakukan
    PPKM', 'Simulasi 3 Ketika diberlakukan PPKM', 'Data Real Bulan Juli-
    Agustus 2021');
xlabel('Waktu(Hari)'); ylabel('Jumlah Kasus'); title('Grafik Simulasi Kasus Infeksi
    Harian COVID-19 vs Data Real Bulan Juli-Agustus 2021');
grid on;

figure(3);
plot(TN,IN5,'-.g','LineWidth',2,1:1:62,Ireal,'-*r');
legend('Simulasi 2 Ketika diberlakukan PPKM', 'Data Real Bulan Juli-Agustus
    2021');
xlabel('Waktu(Hari)'); ylabel('Jumlah Kasus'); title('Grafik Simulasi 2 Ketika tidak
    diberlakukan PPKM vs Data Real Bulan Juli-Agustus 2021');
grid on;

```

RIWAYAT HIDUP



Anis Putri Rahmadhani, lahir di Kabupaten Pasuruan pada tanggal 27 Desember 1998, bisa dipanggil Putri. Tinggal di Dusun Pohkecik RT 005 RW 007, Desa Baujeng, Kecamatan Beji, Kabupaten Pasuruan. Anak pertama dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Abdur Rochman (Alm) dan Ibu Siti Ma'rufah.

Pendidikan pertama dimulai di TK Dharmawanita Baujeng, kemudian pada tahun 2005 menempuh sekolah dasar di MI Tarbiyatus Sibyan Baujeng dan lulus pada tahun 2011. Dilanjutkan menempuh pendidikan menengah pertama di SMPN 2 Beji dan lulus pada tahun 2014. Setelah itu melanjutkan pendidikan di MAN Bangil (MAN 1 Pasuruan) dan lulus pada tahun 2017. Selanjutnya, pada tahun 2017 menempuh pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang pada Program Studi Matematika.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp/Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

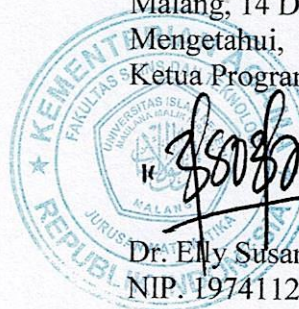
Nama : Anis Putri Rahmadhani
NIM : 17610098
Fakultas/ Program studi : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Analisis Model Epidem *Susceptible-Exposed-Infected-Recovered* (SEIR) Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat pada Penyebaran COVID-19 di Indonesia
Pembimbing I : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si
Pembimbing II : Juhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	16 Maret 2021	Konsultasi BAB I & II	1.
2.	22 Maret 2021	Revisi BAB I & II	2.
3.	30 Maret 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan BAB I	3.
4.	17 April 2021	Konsultasi BAB I, II & III	4.
5.	21 April 2021	Revisi BAB I, II & III	5.
6.	28 April 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan BAB II	6.
7.	03 Mei 2021	ACC untuk diseminarkan	7.
8.	06 Mei 2021	ACC untuk diseminarkan	8.
9.	21 Agustus 2021	Konsultasi BAB III	9.
10.	22 Agustus 2021	Konsultasi BAB III	10.
11.	23 Agustus 2021	Revisi BAB III & konsultasi BAB IV	11.
12.	28 Oktober 2021	Konsultasi Integrasi Agama dan Abstrak	12.
13.	25 November 2021	ACC keseluruhan untuk disidangkan	13.
14.	26 November 2021	ACC keseluruhan untuk disidangkan	14.

Malang, 14 Desember 2021

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika



Dr. Elly Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005