

**MODEL EPIDEMI *SUSPECTED EXPOSED INFECTED RECOVERED*
(SEIR) PADA PENYEBARAN COVID-19 ORDE-FRAKSIONAL**

SKRIPSI

**OLEH
KHOIROTUN NISA'
NIM. 17610102**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**MODEL EPIDEMI *SUSPECTED EXPOSED INFECTED RECOVERED*
(SEIR) PADA PENYEBARAN COVID-19 ORDE-FRAKSIONAL**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Khoirotun Nisa'
NIM. 17610102**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**MODEL EPIDEMI *SUSPECTED EXPOSED INFECTED RECOVERED*
(SEIR) PADA PENYEBARAN COVID-19 ORDE-FRAKSIONAL**

SKRIPSI

Oleh
Khoirotun Nisa'
NIM. 17610102

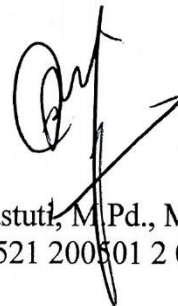
Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 03 Desember 2021

Pembimbing I,



Dr. Hairur Rahman, M.Si
NIP. 19800429 200604 1 003


Pembimbing II,



Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Program Studi




Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

**MODEL EPIDEMI *SUSPECTED EXPOSED INFECTED RECOVERED*
(SEIR) PADA PENYEBARAN COVID-19 ORDE-FRAKSIONAL**

SKRIPSI

Oleh
Khoirotun Nisa'
NIM. 17610102

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 17 Desember 2021

Penguji Utama : Juhari, M.Si
Ketua Penguji : Dr. Elly Susanti, M.Sc
Sekretaris Penguji : Dr. Hairur Rahman, M.Si
Anggota Penguji : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si



Mengetahui,
Ketua Program Studi

Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005



PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Khoirotun Nisa'

NIM : 17610102

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Model Epidemi *Suspected Exposed Infected Recovered*
(SEIR) Pada Penyebaran COVID-19 Orde-Fraksional

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 23 Desember 2021

Yang membuat pernyataan,



Khoirotun Nisa'
NIM. 17610102

MOTO

“لَقَدْ كَانَ لَكُمْ فِي رَسُولِ اللَّهِ أُسْوَةٌ حَسَنَةٌ لِّمَن كَانَ يَرْجُوا اللَّهَ وَالْيَوْمَ الْآخِرَ وَذَكَرَ اللَّهَ كَثِيرًا ۗ”

“Sesungguhnya telah ada pada (diri) Rasulullah itu suri teladan yang baik bagimu (yaitu) bagi orang yang mengharap (rahmat) Allah dan (kedatangan) hari kiamat dan dia banyak menyebut Allah. (Q.S Al-Ahzab: 21)”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua penulis, Ayahanda H. Abdul Wasi' dan Ibunda Hj. Suliha

Yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberi semangat,
memberikan semuanya bagi penulis. Ketiga kakak penulis yang senantiasa
memberikan dukungan dan semangat setiap hari.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah SWT atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi yang berjudul “Model Epidemio-*Suspected Exposed Infected Recovered* (SEIR) pada penyebaran COVID-19 Orde-Fraksional” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Sholawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah membimbing manusia dari zaman jahiliyah menuju zaman yang terang benderang yaitu agama islam.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, M.A selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Hairur Rahman, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagai pengalaman yang berharga kepada penulis.

5. Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Juhari, M.Si, selaku dosen penguji utama yang telah memberikan arahan, saran untuk penulis.
7. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku dosen ketua penguji yang telah memberikan arahan dan ilmunya kepada penulis.
8. Abah Abdul Wasi, Ummi Suliha, yang selalu memberikan doa, semangat, usaha-usaha beliau serta motivasi kepada penulis sampai saat ini yang tak akan bisa terbalaskan.
9. Abi Dr. Isroqunnajah, M.Ag dan Ummah Ismatud Diniyah yang telah memberikan dukungan pada penulis beserta semua teman-teman di PPTQ Nurul Huda yang selalu menjadi support dalam penelitian ini.

Semoga Allah SWT melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca. *Amin.*

Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, 24 November 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
ملخص	xvi
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	5
1.4 Manfaat Penelitian.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	5
1.6 Metode Penelitian.....	6
1.7 Sistematika Penulisan.....	7
BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Model Matematika SEIR penyebaran COVID-19	9
2.2 Sistem Persamaan Diferensial Fraksional Model SEIR dalam Penyebaran COVID-19	12
2.3 Metode Perturbasi Homotopi (MPH)	14
2.4 Kajian Keagamaan	16
BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN	
3.1 Solusi Model Matematika SEIR Penyebaran COVID-19 Orde- fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH)	19

3.2	Simulasi Model Matematika SEIR Penyebaran COVID-19 Orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH)	43
3.3	Kajian Integrasi Nilai Keagamaan	51

BAB IV PENUTUP

4.1	Kesimpulan.....	53
4.2	Saran.....	54

DAFTAR PUSTAKA 55

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Model Matematika Penyebaran COVID-19.....	10
Gambar 3.1 Perbandingan Simulasi Numerik SPDB nonlinear dengan SPDF pada $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$	44
Gambar 3.2 Pengaruh α_1 Terhadap Dinamika Populasi Manusia	47
Gambar 3.3 Pengaruh α_2 Terhadap Dinamika Populasi Manusia	48
Gambar 3.4 Pengaruh α_3 Terhadap Dinamika Populasi Manusia	49
Gambar 3.5 Pengaruh α_4 Terhadap Dinamika Populasi Manusia	50

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Perbandingan MPH pada (S) dan Runge-Kutta	45
Tabel 3.2 Perbandingan MPH pada (E) dan Runge-Kutta	45
Tabel 3.3 Perbandingan MPH pada (I) dan Runge-Kutta	45
Tabel 3.4 Perbandingan MPH pada (R) dan Runge-Kutta	45

ABSTRAK

Nisa, Khoirotun. 2021, **Model Epidemi Suspected Exposed Infected Recovered (SEIR) Pada Penyebaran COVID-19 Orde-Fraksional**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dr. Hairur Rahman, M.Si (2) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.

Kata Kunci: Penyebaran COVID-19, Orde-Fraksional, Metode Perturbasi Homotopi, Parameter Tambahan.

Penelitian ini difokuskan pada analisis matematika penyebaran penyakit COVID-19 di Indonesia. Model matematika SEIR penyebaran COVID-19 di Indonesia disajikan dalam sistem persamaan diferensial biasa nonlinear yang merujuk pada Annas, (2020). Dalam hal ini, variabel-variabel model adalah populasi *Suspected* (S), *Exposed* (E), *Infected* (I), dan *Recovered* (R). Tujuan penelitian ini untuk mengetahui model orde-fraksional SEIR penyebaran COVID-19 di Indonesia beserta analisis plot grafik setiap variabel dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH), yaitu mengalikan setiap persamaan dengan parameter *embedding* (parameter tambahan). Simulasi dilakukan dalam dua hal yaitu, (1) Perbandingan metode MPH dengan $\alpha = 1$ terhadap metode Runge-Kutta orde 4. (2) Simulasi kombinasi $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, dan α_4 yang bernilai antara 0 sampai 1 pada persamaan S, E, I , dan R . Hasil simulasi pertama adalah perbandingan metode MPH terhadap metode Runge-Kutta orde 4 menunjukkan bahwa *error* yang diperoleh pada beberapa selang waktu sangat kecil, sehingga metode MPH dapat digunakan untuk menyelesaikan pada penyebaran COVID-19. Pada simulasi kedua, ketika $\alpha_1 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Suspected*, *Exposed*, dan *Recovered* jika dibandingkan saat $\alpha_1 = 1$, ketika $\alpha_2 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Exposed* jika dibandingkan saat $\alpha_2 = 1$, ketika $\alpha_3 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Infected*, jika dibandingkan saat $\alpha_3 = 1$, ketika $\alpha_4 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Recovered* jika dibandingkan saat $\alpha_4 = 1$. Penelitian berikutnya dapat diarahkan kepada eksplorasi nilai $\alpha_i \neq 1$, dimana $i = 1, 2, 3, 4$ dengan menggunakan data real setiap parameter pada model matematika orde-fraksional SEIR penyebaran COVID-19 di Indonesia.

ABSTRACT

Nisa, Khoirotun. 2021, **Epidemic Model Suspected Exposed Infected Recovered (SEIR) on Fractional-Order COVID-19 Spread**. Thesis. Mathematics Department, Science and Technology Faculty, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Dr. Hairur Rahman, M.Si (2) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si.

Keywords : Spread COVID-19, Fractional Order, Homotopy Perturbation Method, Additional Parameters.

This research is focused on the mathematical analysis of the spread of the COVID-19 disease in Indonesia. The SEIR mathematical model of the spread of COVID-19 in Indonesia is presented in a system of nonlinear ordinary differential equations that refers to Annas, (2020). In this case, the model variables are the population Suspected (S), Exposed (E), Infected (I), and Recovered (R). The purpose of this study was to determine the SEIR-fractional-order model of the spread of COVID-19 in Indonesia along with graph plot analysis of each variable from the model using the Homotopy Perturbation Method (MPH), which is multiplying each equation by the embedding parameter (additional parameters). The simulation is carried out in two ways, namely, (1) Comparison of the MPH method with $\alpha = 1$ against the Runge-Kutta method of order 4. (2) Simulation of the combination of $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, and α_4 which has a value between 0 to 1 in each equation S, E, I , and R . The results of the first simulation are comparisons of the MPH method with the Runge-Kutta method of order 4, showing that the error obtained at several time intervals is very small, so the MPH method can be used to solve the spread of COVID-19. In the second simulation, when $\alpha_1 \neq 1$ it affects the Suspected, Exposed, and Recovered population values when compared to $\alpha_1 = 1$, when $\alpha_2 \neq 1$ then affects the Exposed population value, when compared to $\alpha_2 = 1$, when $\alpha_3 \neq 1$ then affects Infected population value, when compared when $\alpha_3 = 1$, when $\alpha_4 \neq 1$ then affects the Recovered population value when compared to $\alpha_4 = 1$. The next research can be directed to the exploration of the value of $\alpha_i = 1$, where $i = 1, 2, 3, 4$ by using real data for each parameter in the SEIR fractional-order mathematical model of the spread of COVID-19 in Indonesia.

ملخص

نساء ، خيرة . ٢٠٢١ ، نموذج الوبائي المُشتبه في تعافيه المصاب (SEIR) على انتشار كوفيد-١٩ ذي الترتيب الجزئي . البحث العلمي . قسم الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولانا مالك ابراهيم الاسلامية الحكومية في مالالانج . المشرف : (١) خير الرحمن الدكتور ، الماجستير (٢) آري كوسوماستوتي ، الماجستير .

الكلمات المفتاحية : انتشار كوفيد -١٩ ، ترتيب كسري ، طريقة التهجين المتماثل (Homotopy Perturbation) ، معلمات إضافية .

يركز هذا البحث على التحليل الرياضي لانتشار مرض كوفيد-19 في إندونيسيا . يتم تقديم نموذج SEIR الرياضي لانتشار كوفيد-19 في إندونيسيا في نظام المعادلات التفاضلية العادية غير الخطية التي تشير إلى أنس ، (2020) . في هذه الحالة ، فإن متغيرات النموذج هي السكان المشتبه بهم (S) والمعرضون (E) والمصابون (I) والمستردون (R) . كان الغرض من هذه الدراسة هو تحديد نموذج الترتيب الجزئي SEIR لانتشار كوفيد-19 في إندونيسيا جنبًا إلى جنب مع تحليل الرسم البياني لكل متغير من النموذج باستخدام طريقة Homotopy Perturbation (MPH) ، والتي تضاعف كل معادلة في معلمة التضمين (معلمت إضافية) . يتم إجراء المحاكاة بطريقتين ، وهما (١) مقارنة طريقة MPH مع $\alpha = 1$ مع طريقة Runge-Kutta للأمر ٤ . (٢) محاكاة مجموعة من $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ التي لها قيمة بين 0 إلى 1 في كل معادلة S و E و I و R . نتائج المحاكاة الأولى هي مقارنات لطريقة MPH مع طريقة Runge-Kutta من الترتيب 4 ، مما يدل على أن الخطأ تم الحصول عليه على فترات زمنية متعددة صغير جدًا ، لذلك يمكن استخدام طريقة MPH لحل انتشار كوفيد-19 . في المحاكاة الثانية ، عندما تؤثر $\alpha_1 \neq 1$ على قيم السكان المشتبه بها والمعرضة والمستردة عند مقارنتها ب $\alpha_1 = 1$ ، عندما تؤثر $\alpha_2 \neq 1$ عندئذٍ على قيم السكان المشتبه بها والمعرضة ، عند مقارنتها ب $\alpha_2 = 1$ ، عندما تؤثر $\alpha_3 \neq 1$ بعد ذلك على قيمة المجموعة المشتبه بها ، المكشوفة ، عند مقارنتها عندما $\alpha_3 = 1$ ، عندما تؤثر $\alpha_4 \neq 1$ على قيمة المجموعة المستردة عند مقارنتها ب $\alpha_4 = 1$. يمكن توجيه البحث التالي لاستكشاف قيمة $\alpha_i = 1$ ، حيث $i = 1, 2, 3, 4$ باستخدام بيانات حقيقية لكل معلمة في النموذج الرياضي-SEIR Fractional Order لانتشار كوفيد-19 في إندونيسيا .

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

COVID-19 adalah penyakit menular yang disebabkan oleh jenis virus SARS-COV-2 yang baru ditemukan pada akhir 2019, yaitu di Kota Wuhan, Cina. Gejala yang ditimbulkan dari COVID-19 adalah suatu infeksi saluran pernapasan baik dalam ruang lingkup yang berat atau ringan. Virus yang lebih luas baik penyebaran maupun penularannya dibandingkan SARS ini, cukup membahayakan bagi seluruh manusia baik lansia, dewasa, atau bahkan anak-anak. Namun virus corona penyebab COVID-19 merupakan jenis virus yang tidak mampu bertahan hidup lama jika berada di luar inang (makhluk hidup). Hingga pada tanggal 30 Juni 2020, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia melaporkan 56.385 kasus konfirmasi COVID-19 dengan 2.875 kasus meninggal (*case fatality rate 5,1%*) yang tersebar di 34 provinsi. Sebanyak 51,5% kasus terjadi pada laki-laki. Dengan angka kematian tertinggi ditemukan pada pasien dengan usia 55-64 tahun (Mustika, 2020).

Allah SWT. telah menyatakan dalam firman dengan artinya:

“Maka tidakkah mereka menghayati (mendalami) Al-Qur’an? Sekiranya (Al-Qur’an) itu bukan dari Allah, pastilah mereka menemukan banyak hal yang bertentangan di dalamnya.”(An-Nisa’ [4]:82).

Ayat di atas mengajak manusia untuk berfikir secara ilmiah dan saintis akan informasi-informasi yang terkandung dalam ayat-ayat Al-Qur’an. Tantangan dari Allah SWT, berlaku kepada semua generasi di berbagai tempat. Jika Al-Qur’an bukan wahyu tuhan, maka informasi Al-Qur’an akan bertentangan dengan

kebenaran saintis, yang selalu berubah dari waktu ke waktu. Karena itulah Allah SWT mengajak manusia berpikir, merenung, menganalisis, dan mencari korelasi antara informasi wahyu Al-Qur'an dan penemuan ilmiah. Allah SWT sendiri yakin bahwa Al-Qur'an tidak akan pernah bertentangan dengan kebenaran ilmiah saintis. Tetapi, hal demikian hanya bisa dibuktikan oleh orang-orang yang berpikir (Rahman, 1992).

Pandemi ini telah memperkenalkan ledakan penelitian yang terbukti ke dalam pemodelan biofisik maupun matematis dari model perluasan infeksi. Upaya utama yang telah dikaitkan dengan identifikasi beberapa faktor, yaitu dalam membantu meramalkan perkembangan pandemik yang menjadi perhatian dalam suasana kecemasan dan keterbatasan sosial. Di antara berbagai jenis model perluasan infeksi diantaranya adalah model SEIR, dimana populasi yang terinfeksi tidak dapat dibedakan dari yang sakit dengan yang tidak sakit (tidak menunjukkan suatu gejala). Di satu sisi, model tersebut secara fisiologis lebih sesuai dengan kasus COVID-19 pada kekebalan untuk pulih, tidak sama seperti tipe model SIS (rentan-infeksi-rentan) yang merupakan salah satu model paling sederhana.

Beberapa penelitian mengenai penyakit COVID-19 telah dilakukan dalam berbagai bidang keilmuan, termasuk bidang matematika yaitu dengan menggunakan suatu model persamaan. Dinamika penyebaran penyakit COVID-19 dapat diketahui dan digunakan untuk memprediksi penyebarannya melalui simulasi numerik model matematika tersebut. Penelitian mengenai penyakit COVID-19 salah satunya dilakukan oleh Annas, dkk (2020). Model yang dikembangkan merupakan model matematika *Suspected Exposed Infected Recovered* (SEIR). Dalam model tersebut menjelaskan tentang suatu proses terjadinya populasi

manusia yang rentan terinfeksi, terinfeksi tanpa gejala, dan terinfeksi disertai gejala hingga pada masa sembuh atau bahkan masa kematian. Penelitian yang dilakukan Annas, dkk (2020) membahas analisis kestabilan dan simulasi numerik pada model SEIR penyebaran COVID-19. Model tersebut mempertimbangkan faktor vaksinasi dan isolasi sebagai parameter. Analisis model tersebut menghasilkan kestabilan asimtotik secara global dan prediksi dari angka penyebaran COVID-19 dengan menggunakan faktor vaksinasi dan isolasi yang dapat memperlambat penyebaran COVID-19.

Model matematika penyebaran COVID-19 yang telah dikembangkan oleh Annas, dkk (2020) berbentuk Sistem Persamaan Diferensial Biasa (SPDB) nonlinier. SPDB nonlinear umumnya sulit dicari solusinya secara analitik, maka terdapat pemodelan matematika yang lain sehingga solusinya dapat diselesaikan secara analitik yaitu menggunakan Sistem Persamaan Diferensial Fraksional (SPDF). Hal ini telah dilakukan oleh Das dan Gupta (2011) yaitu dengan mengubah SPDB nonlinier ke dalam SPDF pada model matematika persamaan Lotka-Volterra, kemudian diselesaikan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH). Salah satu metode yang digunakan yaitu dengan mengganti turunan pertama dari SPDB nonlinier terhadap turunan fraksional orde α dengan $0 < \alpha \leq 1$. Jika $\alpha = 1$, sehingga bentuk SPDF akan sama dengan bentuk SPDB nonlinier, maka SPDF dapat dipandang sebagai perumuman dari SPDB nonlinier (Das dan Gupta, 2011).

Sebagaimana yang telah dilakukan Das dan Gupta (2011), metode yang digunakan untuk menyelesaikan SPDF yaitu menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH), yaitu dengan mengalikan setiap persamaan pada model

matematika dengan menggunakan parameter tambahan (*embedding*). Hasil penyelesaiannya berbentuk deret tak hingga yang selanjutnya diselesaikan secara numerik (Hemeda, 2012). Simulasi numerik model matematika penyebaran COVID-19 akan menggunakan model matematika yang dikembangkan oleh Annas (2020) dan nilai-nilai parameter berdasarkan data kumulatif kasus COVID-19 di Jawa Timur pada tahun 2020.

Berdasarkan uraian diatas, penulis tertarik untuk mengubah model SEIR pada penyebaran COVID-19 di Indonesia (Annas. dkk, 2020) yang merupakan Sistem Persamaan Diferensial non linier menjadi suatu model Sistem Persamaan Diferensial Fraksional (SPDF) serta menyelesaikannya dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH). Sehingga penulis akan menuliskannya dalam bentuk skripsi dengan judul “*Model Epidemi Suspected Exposed Infected Recovered (SEIR) penyebaran COVID-19 Orde-Fraksional*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, rumusan masalah pada penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana solusi dari model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) ?
2. Bagaimana simulasi dari model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menemukan solusi dari model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH).
2. Mendapatkan simulasi dari model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH).

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh pada penelitian ini yaitu:

1. Dengan mengetahui solusi dari Metode Perturbasi Homotopi (MPH) pada model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dapat dilakukan percobaan dengan berbagai macam perubahan parameter.
2. Dengan plot yang sudah dilakukan pada model SEIR berdasarkan solusi penyelesaian dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) dapat diketahui perkembangan kasus penyebaran COVID-19 pada setiap variabel dengan masing-masing orde α .

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini yaitu :

1. Model merujuk pada Annas, dkk (2020), yakni:

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha IS - (\beta + \mu)E$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + \nu S - \mu R$$

2. Orde fraksional α yang akan digunakan terletak pada interval 0 sampai 1
3. Parameter-parameter yang digunakan berdasarkan data kumulatif kasus COVID-19 di Jawa Timur bulan Maret hingga Desember tahun 2020.

1.6 Metode Penelitian

Untuk melaksanakan penelitian ini, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menerapkan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) dalam model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional untuk mencari solusi analitik. Dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan kondisi awal pada masing-masing persamaan.
 - b. Mensubstitusikan parameter tambahan (*embedding*) pada sistem persamaan diferensial orde-fraksional.
 - c. Mengasumsikan solusi merupakan deret pangkat pada q , dimana $q \in [0,1]$ merupakan parameter tambahan (*embedding*) dalam Metode Perturbasi Homotopi (MPH).
 - d. Mensubstitusikan rangkaian deret pangkat di q ke masing-masing sistem persamaan diferensial yang dihasilkan pada langkah sebelumnya.
 - e. Mencari nilai dalam parameter model persamaan SEIR menggunakan turunan Fraksional Caputo.

- f. Menggunakan definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville sebagai pengoperasian dengan setiap hasil pada langkah d terhadap kedua ruas, maka koefisien dari suku-suku pada deret yang dihasilkan pada langkah c akan didapatkan.
 - g. Mensubstitusikan koefisien terhadap suku-suku yang telah didapatkan pada deret yang sudah diperoleh di langkah c maka ditemukan solusi sistem persamaan diferensial pada langkah b.
 - h. Mensubstitusikan nilai $q = 1$ pada deret langkah g maka didapatkan solusi sistem persamaan diferensial orde-fraksional dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH).
2. Melakukan simulasi numerik dari model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) berdasarkan data kumulatif kasus COVID-19 di Jawa Timur tahun 2020.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dari penelitian ini terdiri dari empat bab antara lain:

BAB I PENDAHULUAN

Bab pendahuluan berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

Kajian pustaka berisi tentang teori-teori pendukung untuk bab pembahasan. Teori-teori tersebut berisi tentang dasar-dasar teori sebagai rujukan dalam penulisan penelitian ini.

Teori yang mendukung dalam pembahasan analisis model matematika SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional yaitu meliputi, Model Matematika SEIR, Variabel dan Parameter model matematika yang akan digunakan dalam penelitian ini, Sistem persamaan diferensial fraksional model matematika SEIR pada penyebaran COVID-19, Metode Perturbasi Homotopi atau MPH, dan Kajian keagamaan.

BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN

Bab ini meliputi hasil dari penelitian model SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan rinci. Pembahasan tersebut antara lain meliputi, Sistem Persamaan Diferensial Fraksional atau SPDF pada model matematika SEIR penyebaran COVID-19, penyelesaian model SEIR orde-fraksional dengan metode MPH, dan simulasi numerik tentang solusi matematika penyebaran COVID-19 dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH).

BAB IV PENUTUP

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dari hasil pembahasan serta saran untuk penelitian selanjutnya.

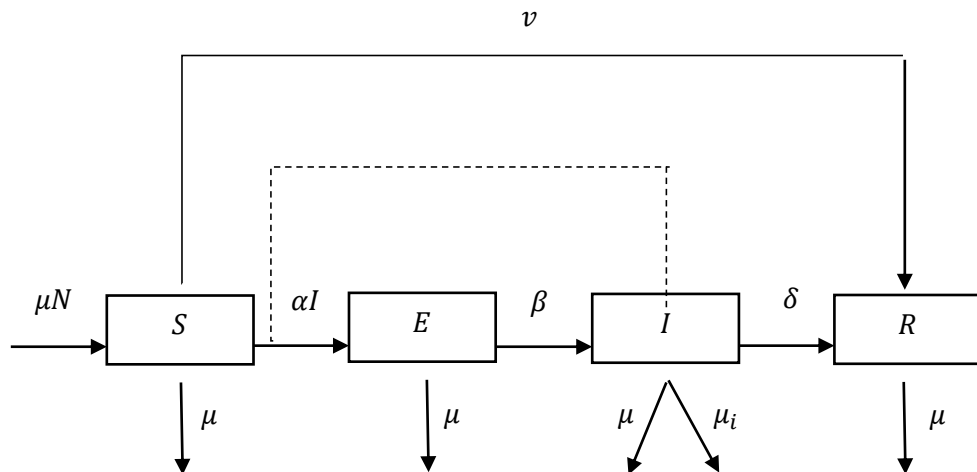
BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model Matematika SEIR penyebaran COVID-19

Model yang dikembangkan Annas, dkk (2020) pada penyebaran COVID-19 dengan model persamaan SEIR yang merupakan suatu Sistem Persamaan Diferensial Biasa (SPDB) nonlinier pada jurnalnya yang berjudul “*Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia*”. Model penyebaran ini terdiri dari empat variabel diantaranya *Susceptible (S)* yaitu variabel yang menunjukkan jumlah populasi manusia yang rentan dapat terinfeksi atau tertular, *Exposed (E)* yaitu variabel yang menunjukkan jumlah populasi manusia yang terinfeksi, dengan adanya riwayat kontak antar manusia baik secara langsung atau tidak langsung dalam rentang 7 hari terakhir dan tidak menunjukkan gejala, *Infected (I)* yaitu variabel yang menunjukkan populasi manusia terinfeksi akibat tidak adanya pengobatan secara langsung dari individu yang terpapar disertakan adanya gejala, dan *Recovered (R)* yaitu variabel yang menunjukkan populasi manusia yang sembuh dari penyakit karena adanya pengobatan yang sukses, dengan N menunjukkan banyaknya populasi manusia keseluruhan.

Diagram dari model matematika SEIR penyebaran COVID-19 dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2.1 Model Matematika penyebaran COVID-19 (Annas dkk, 2020)

Keterangan :

- : Menambah jumlah populasi yang dituju, dan mengurangi populasi asal.
- : Menunjukkan adanya interaksi antara kedua populasi namun tidak mengurangi ataupun menambah jumlah kedua populasi.

Pada model matematika SEIR penyebaran COVID-19 terdapat beberapa variabel dan parameter yang dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. N : Populasi manusia.
2. S : Populasi manusia yang rentan.
3. E : Populasi manusia yang terinfeksi tanpa gejala.
4. I : Populasi manusia yang terinfeksi.
5. R : Populasi manusia yang sembuh atau bebas dari virus.
6. μ : Laju kelahiran / Laju kematian.
7. α : Laju kemungkinan perubahan dari S ke E .

8. β : Laju kemungkinan perubahan dari E ke I .
9. μ_i : Laju kematian karena terinfeksi COVID-19.
10. δ : Laju kemungkinan perubahan dari I ke R
11. v : Laju vaksin untuk populasi S .

Berdasarkan diagram transmisi penyebaran COVID-19, model matematika SEIR di Indonesia dapat dinyatakan dalam persamaan diferensial sebagai berikut :

$$\frac{dS}{dt} = \mu N - (\alpha I + \mu + v) S \quad (2.1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha I S - (\beta + \mu) E \quad (2.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu) I \quad (2.3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta I + v S - \mu R \quad (2.4)$$

Persamaan (2.1) menunjukkan bahwa laju perubahan populasi manusia rentan meningkat karena adanya laju kelahiran dari populasi manusia (N) dan berkurang karena adanya kematian alami, adanya populasi manusia yang sembuh karena laju vaksin terhadap R , dan adanya sejumlah populasi rentan yang terinfeksi COVID-19. Persamaan (2.2) menunjukkan bahwa laju perubahan populasi manusia terinfeksi tanpa menunjukkan gejala meningkat karena adanya sejumlah populasi rentan yang terinfeksi COVID-19 tanpa menunjukkan gejala dan berkurang karena adanya populasi manusia yang terinfeksi dengan menunjukkan gejala dan adanya laju kematian.

Persamaan (2.3) menunjukkan bahwa laju perubahan populasi manusia terinfeksi COVID-19 dengan menunjukkan suatu gejala meningkat, karena adanya

sejumlah populasi yang tidak menunjukkan gejala berubah dalam populasi terinfeksi yang menunjukkan gejala, dan berkurang karena adanya sejumlah manusia terinfeksi yang sembuh dari COVID-19, adanya kematian alami dan kematian akibat terinfeksi COVID-19. Persamaan (2.4) menunjukkan bahwa laju perubahan populasi manusia sembuh bertambah karena adanya sejumlah manusia terinfeksi yang sembuh dari COVID-19 dan laju vaksin dari populasi manusia yang rentan, dan berkurang karena adanya kematian alami.

Karena N, S, E, I , dan R menyatakan banyaknya populasi manusia dapat dikatakan sebagai :

$$N, S, E, I, R \geq 0 \quad (2.5)$$

Sedemikian untuk $\mu N, \mu, v, \alpha I, \beta, \delta$ dan μ_i laju-laju yang mempengaruhi dapat diasumsikan sebagai berikut:

$$\mu N, \mu, \alpha I, \beta, \delta, v, \mu_i \geq 0 \quad (2.6)$$

2.2 Sistem Persamaan Diferensial Fraksional Model SEIR dalam Penyebaran COVID-19

Persamaan diferensial secara umum dibedakan menjadi dua bagian, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa adalah persamaan yang memuat turunan fungsi yang terdiri dari satu atau variabel tak bebas terhadap satu variabel bebas. Pada umumnya persamaan diferensial berorde bilangan asli, namun persamaan diferensial tersebut dapat berkembang menjadi bentuk orde pecahan yang kemudian disebut dengan persamaan diferensial fraksional.

Model SEIR dalam penyebaran COVID-19 menggunakan sistem persamaan diferensial nonlinier. Sehingga untuk mengubah menjadi suatu sistem persamaan diferensial fraksional memerlukan beberapa langkah, yaitu mengganti turunan pertama dari sistem persamaan yang nonlinier dengan turunan fraksional orde α dimana $0 < \alpha_i \leq 1, i = 1,2,3,4$.

$$\frac{d^{\alpha_1} S}{dt^{\alpha_1}} = \mu N - (\alpha I + \mu + \nu) S \quad (2.7)$$

$$\frac{d^{\alpha_2} E}{dt^{\alpha_2}} = \alpha I S - (\beta + \mu) E \quad (2.8)$$

$$\frac{d^{\alpha_3} I}{dt^{\alpha_3}} = \beta E - (\mu_i + \delta + \mu) I \quad (2.9)$$

$$\frac{d^{\alpha_4} R}{dt^{\alpha_4}} = \delta I + \nu S - \mu R \quad (2.10)$$

Dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial fraksional memerlukan beberapa definisi. Definisi yang dimaksud meliputi definisi tentang integral fraksional, turunan fraksional, dan fungsi gamma.

Definisi 2.1 Fungsi Gamma untuk $\alpha > 0$ dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

Dan salah satu sifat fungsi gamma adalah $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha \Gamma(\alpha)$ (Zill, 2009).

Definisi 2.2 Integral fraksional Riemann-Liouville I^α ($\alpha \geq 0$) dengan fungsi $f(t)$ dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$I^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} f(s) ds, & \alpha > 0 \\ f(t), & \alpha = 0 \end{cases}$$

Dengan $\Gamma(\alpha)$ adalah suatu fungsi Gamma (Hemeda, 2012).

Definisi 2.3 Turunan Fraksional Caputo $\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ dengan $\alpha > 0, t > 0$ dan $n \in \mathbb{N}$ untuk fungsi $f(t)$ dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t \frac{f^n(s) ds}{(t-s)^{[\alpha-n+1]}}, & n-1 < \alpha < n \\ f^n(t), & \alpha = n \end{cases}$$

Sedemikian turunan fraksional caputo memiliki salah satu sifat yaitu:

$$\left(I^\alpha \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \right) f(t) = f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0) \frac{t^k}{k!}$$

Maka untuk $n = 1$ berlaku :

$$\left(I^\alpha \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \right) f(t) = f(t) - f^{(0)}(0)$$

Dimana untuk turunan fraksional caputo $\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ merupakan suatu operasi linear

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} (\beta f(x)) = \beta \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(x) + \mu \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} g(x)$$

dengan β dan μ nya adalah konstan (Sweilam, 2012).

Definisi 2.4 Integral Riemann-Liouville $I^\alpha (\alpha \geq 0)$ untuk suatu fungsi $f(t)$ dapat didefinisikan sebagai berikut (Hemeda, 2012) :

$$I^\alpha f(t)^q = \frac{\Gamma(q+1)}{\Gamma(\alpha+q+1)} f(t)^{\alpha+q}$$

2.3 Metode Perturbasi Homotopi (MPH)

Untuk menyelesaikan suatu masalah Sistem Persamaan Diferensial Fraksional (SPDF) secara analitik, salah satunya yaitu dengan menggunakan

Metode Perturbasi Homotopi atau MPH, yang akan menunjukkan hasil dengan bentuk deret tak hingga. Adapun langkah-langkah dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial fraksional pada model SEIR penyebaran COVID-19 di Indonesia dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) adalah sebagai berikut:

- a. Menjadikan Sistem Persamaan Diferensial Fraksional Homotopi (SPDFH) dengan mengalikan ruas kanan pada masing-masing persamaan yang sudah diketahui dengan parameter tambahan yaitu q dengan $q \in [0,1]$ merupakan suatu parameter untuk mencari nilai S, E, I , dan R . Sedemikian hingga persamaan (2.7) – (2.10) menjadi:

$$\frac{d^{\alpha_1} S}{dt^{\alpha_1}} = q[\mu N - (\alpha I + \mu + \nu)S] \quad (2.11)$$

$$\frac{d^{\alpha_2} E}{dt^{\alpha_2}} = q [\alpha IS - (\beta + \mu)E] \quad (2.12)$$

$$\frac{d^{\alpha_3} I}{dt^{\alpha_3}} = q [\beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I] \quad (2.13)$$

$$\frac{d^{\alpha_4} R}{dt^{\alpha_4}} = q [\delta I + \nu S - \mu R] \quad (2.14)$$

- b. Mengasumsikan bahwa hasil dari persamaan (2.11) – (2.14) merupakan suatu deret pangkat dari q , sedemikian hingga menjadi:

$$S(t) = S_0 + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 + \dots \quad (2.15)$$

$$E(t) = E_0 + qE_1 + q^2E_2 + q^3E_3 + \dots \quad (2.16)$$

$$I(t) = I_0 + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots \quad (2.17)$$

$$R(t) = R_0 + qR_1 + q^2R_2 + q^3R_3 + \dots \quad (2.18)$$

- c. Mensubstitusi persamaan (2.15) – (2.18) pada persamaan (2.11) – (2.14) dan menyamakan koefisien q^m dengan $m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ sehingga diperoleh nilai untuk $S_0, E_0, I_0, R_0, S_1, E_1, I_1, R_1, S_2, E_2, I_2, R_2, S_3, E_3, I_3, R_3$.
- d. Mencari nilai S_0, E_0, I_0 , dan R_0 dengan menggunakan definisi Turunan Fraksional Caputo yaitu definisi 2.3.
- e. Hasil dari langkah c dioperasikan dengan operator Integral Fraksional Riemann-Liouville $I^{\alpha_1}, I^{\alpha_2}, I^{\alpha_3}$, dan I^{α_4} merupakan invers dari turunan Caputo pada kedua ruas sehingga didapatkan koefisien dari suku-suku deret yang dihasilkan pada langkah b.
- f. Mensubstitusikan koefisien dari suku-suku yang diperoleh ke dalam deret pada langkah kedua sehingga didapatkan suatu solusi SPDH.

2.4 Kajian Keagamaan

Kehidupan di dunia hanyalah perantara jalan kita untuk menuju akhirat. Semua pilihan ada di tangan hambanya yang selalu berusaha dan berdoa untuk kebaikan dalam kehidupannya masing-masing. Allah selalu punya cara untuk mengingatkan kita, agar tidak lalai pada kenikmatan dunia, bahwa dunia hanya sementara dan fana. Kehidupan itu sendiri adalah sesuatu yang selalu berubah-ubah, silih berganti, atau bahkan saling bertentangan. Ada tiga alur kehidupan manusia yang terpenting di dunia diantaranya, sehat, sakit dan mati. Keadaan-keadaan inilah yang menjadi rotasi siklus kehidupan manusia yang terkadang jauh dari segala harapan.

Islam mengenal satu konsep yang dinamik tentang kesehatan dan di dalamnya tercakup pengertian tentang “Shihah” yaitu dengan keadaan jasmani yang mengharuskan seluruh anggota tubuh berfungsi dengan baik. Selain pengertian

shihah masih ada pengertian tentang “aafiyah” ialah suatu keadaan yang lebih afdhal yang dampaknya menjangkau kebahagiaan manusia di dunia dan akhirat. Menurut Imam Ibnul-Qayyim Al-Jauzy, upaya yang dilakukan islam dalam mewujudkan kesehatan terdiri dari tiga macam kegiatan yaitu memelihara kesehatan, menjaga diri agar penyakit tidak semakin parah dan menghilangkan hal-hal yang apabila dibiarkan akan menyebabkan sakit (Boesri, 1995).

Allah berfirman:

وَإِذَا مَرِضْتُ فَهُوَ يَشْفِينِ

“Dan apabila Aku sakit, dialah yang menyembuhkan aku,” (QS. Asy-Syu’ara:80).

Ayat diatas menerangkan bahwa semua penyakit itu datangnya dari Allah SWT, maka Allah juga yang akan menyembuhkannya. Dalam Tafsir Al-Misbah menyatakan bahwa kata “*waidza maridtu*” berbeda dengan redaksi lainnya. Redaksinya menyatakan “apabila aku sakit” bukan “apabila Allah menjadikan aku sakit”. Sedangkan dalam hal penyembuhan beliau secara tegas menyatakan bahwa yang melakukannya adalah Allah (Shihab, 2002). Dengan demikian terlihat jelas bahwa segala sesuatu yang buruk seperti penyakit tidaklah pantas disandarkan kepada Allah. Sedangkan penyembuhan penyakit adalah hal yang terpuji sehingga pantas untuk disandarkan kepada Allah. Namun perlu digaris bawahi bukan berarti upaya penyembuhan itu sudah tidak diperlukan lagi seperti pada sabda Nabi yang artinya:

“diriwayatkan dari Jabir r.a, dari Rasulullah SAW: beliau bersabda, setiap penyakit itu ada obatnya. Apabila obat suatu penyakit setelah tepat, sembuhlah ia dengan izin Allah”(H.R. Muslim).

Dapat ditarik kesimpulan, bahwa kita sebagai manusia harus ikhtiar dan terus berdoa untuk dijauhkan dari segala penyakit. Harapan manusia sebagai makhluk hidup adalah agar lekas sembuh dari wabah COVID-19 ini.

BAB III

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembahasan kali ini mengenai sistem persamaan diferensial fraksional pada model SEIR penyebaran COVID-19 yang didapatkan dari sistem persamaan diferensial biasa nonlinear penyebaran COVID-19 yang dikembangkan oleh Annas, dkk (2020). Sistem persamaan diferensial fraksional penyebaran COVID-19 diselesaikan dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) dan selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan menggunakan nilai-nilai parameter berdasarkan data kumulatif kasus penyebaran COVID-19.

3.1 Solusi Model Matematika SEIR Penyebaran COVID-19 Orde-Fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH)

Berdasarkan pada **Subbab 2.2** model SEIR penyebaran COVID-19 orde-fraksional dapat dilihat pada persamaan (2.7) – (2.10) dengan kondisi awal sebagai berikut:

$$S(0) = \omega \tag{3.1a}$$

$$E(0) = \tau \tag{3.1b}$$

$$I(0) = \pi \tag{3.1c}$$

$$R(0) = \vartheta \tag{3.1d}$$

dimana $\omega, \tau, \pi, \vartheta > 0$

Persamaan yang diperoleh merupakan sistem persamaan diferensial fraksional pada model SEIR penyebaran COVID-19. Sehingga untuk mencari solusi dari sistem persamaan tersebut, akan digunakan salah satu metode yaitu dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH). Dengan langkah sebagai berikut:

1. Memasukkan parameter tambahan q pada ruas kanan pada masing-masing persamaan, sehingga menjadi:

$$\frac{d^{\alpha_1} S}{dt^{\alpha_1}} = q [\mu N - (\alpha I + \mu + v)S] \quad (3.2a)$$

$$\frac{d^{\alpha_2} E}{dt^{\alpha_2}} = q [\alpha IS - (\beta + \mu)E] \quad (3.2b)$$

$$\frac{d^{\alpha_3} I}{dt^{\alpha_3}} = q [\beta E - (\mu_i + \delta + \mu)I] \quad (3.2c)$$

$$\frac{d^{\alpha_4} R}{dt^{\alpha_4}} = q [\delta I + vS - \mu R] \quad (3.2d)$$

Dengan $q \in [0,1]$ adalah parameter *embedding* atau parameter tambahan.

2. Mengasumsikan bahwa solusi dari persamaan (3.2a) – (3.2d) berupa suatu deret pangkat dalam q yaitu sebagai berikut:

$$S(t) = S_0 + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 + \dots \quad (3.3a)$$

$$E(t) = E_0 + qE_1 + q^2E_2 + q^3E_3 + \dots \quad (3.3b)$$

$$I(t) = I_0 + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots \quad (3.3c)$$

$$R(t) = R_0 + qR_1 + q^2R_2 + q^3R_3 + \dots \quad (3.3d)$$

3. Menentukan persamaan diferensial fraksional untuk $S_0, E_0, I_0, R_0, S_1, E_1, I_1, R_1, S_2, E_2, I_2, R_2$ dengan mensubstitusikan persamaan (3.3a) – (3.3d) ke persamaan (3.2a) – (3.2d) dan menyamakan koefisien $q^m, m = 0, 1, 2, 3, \dots, n$.

Untuk mencari nilai S_0 yaitu mensubstitusikan persamaan (3.3a) dan (3.3c) ke dalam persamaan (3.2a) diperoleh:

$$\begin{aligned}
& \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} (S_0 + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 + \dots) \\
& = q\{\mu N \\
& \quad - \alpha[I_0 + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots][S_0 + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 \\
& \quad + \dots] - \mu[S_0 + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 + \dots] \\
& \quad - v[S_0 + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 + \dots]\} \\
& \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_0 + q \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_1 + q^2 \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_2 + q^3 \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_3 + \dots \\
& = q(\mu N - \alpha I_0 S_0 - \mu S_0 - v S_0) \\
& \quad + q^2(-\alpha I_1 S_0 - \alpha I_0 S_1 - \mu S_1 - v S_1) \\
& \quad + q^3(-\alpha I_0 S_2 - \alpha I_1 S_1 - \alpha I_2 S_0 - \mu S_2 - v S_2) + \dots
\end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh persamaan diferensial fraksional sebagai berikut :

$$q^0 : \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_0 = 0, \quad (3.4a)$$

$$q^1 : \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_1 = \mu N - \alpha I_0 S_0 - \mu S_0 - v S_0, \quad (3.4b)$$

$$q^2 : \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_2 = -\alpha I_1 S_0 - \alpha I_0 S_1 - \mu S_1 - v S_1, \quad (3.4c)$$

$$q^3 : \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_3 = -\alpha I_0 S_2 - \alpha I_1 S_1 - \alpha I_2 S_0 - \mu S_2 - \nu S_2, \quad (3.4d)$$

⋮

$$q^n : \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_n = -\alpha \sum_{i=0}^{n-1} I_i S_{n-1-i} - \mu S_{n-1} - \nu S_{n-1}; n \geq 2 \quad (3.4e)$$

Dengan menggunakan cara yang sama, yaitu mensubstitusikan persamaan (3.3a), (3.3b), dan (3.3c) ke persamaan (3.2b) sehingga diperoleh persamaan differensial fraksional sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} (E_0 + qE_1 + q^2E_2 + q^3E_3 + \dots) \\ = q\{[\alpha(I_0 + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots)(S_0 + qS_1 + q^2S_2 \\ + q^3S_3 + \dots) - (\beta + \mu)E_0 + qE_1 + q^2E_2 + q^3E_3 + \dots]\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_0 + q \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_1 + q^2 \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_2 + q^3 \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_3 + \dots \\ = q (\alpha I_0 S_0 - (\beta + \mu)E_0) \\ + q^2 (\alpha I_1 S_0 + \alpha I_0 S_1 - (\beta + \mu)E_1) \\ + q^3 (\alpha I_0 S_2 + \alpha I_1 S_1 + \alpha I_2 S_0 - (\beta + \mu)E_2) + \dots \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh persamaan diferensial fraksional sebagai berikut:

$$q^0 : \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_0 = 0, \quad (3.5a)$$

$$q^1 : \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_1 = \alpha I_0 S_0 - (\beta + \mu)E_0, \quad (3.5b)$$

$$q^2 : \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_2 = \alpha I_1 S_0 + \alpha I_0 S_1 - (\beta + \mu)E_1, \quad (3.5c)$$

$$q^3 : \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_3 = \alpha I_0 S_2 + \alpha I_1 S_1 + \alpha I_2 S_0 - (\beta + \mu) E_2, \quad (3.5d)$$

⋮

$$q^n : \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_n = \alpha \sum_{i=0}^{n-1} I_i S_{n-1-i} - (\beta + \mu) E_{n-1} ; n \geq 1 \quad (3.5e)$$

Dengan menggunakan cara yang sama, yaitu mensubstitusikan persamaan (3.3c) dan (3.3d) ke persamaan (3.2c) sehingga diperoleh persamaan diferensial fraksional sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} (I_0 + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots) \\ = q \{ [\beta(E_0 + qE_1 + q^2E_2 + q^3E_3 + \dots) - (\mu_i + \delta + \mu)(I_0 \\ + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots)] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_0 + q \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_1 + q^2 \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_2 + q^3 \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_3 + \dots \\ = q (\beta E_0 - (\mu_i + \delta + \mu) I_0) + q^2 (\beta E_1 - (\mu_i + \delta + \mu) I_1) \\ + q^3 (\beta E_2 - (\mu_i + \delta + \mu) I_2) + \dots \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh persamaan diferensial fraksional sebagai berikut :

$$q^0 : \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_0 = 0, \quad (3.6a)$$

$$q^1 : \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_1 = \beta E_0 - (\mu_i + \delta + \mu) I_0, \quad (3.6b)$$

$$q^2 : \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_2 = \beta E_1 - (\mu_i + \delta + \mu) I_1, \quad (3.6c)$$

$$q^3 : \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_3 = \beta E_2 - (\mu_i + \delta + \mu)I_2, \quad (3.6d)$$

⋮

$$q^n : \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_n = \beta E_{n-1} - (\mu_i + \delta + \mu)I_{n-1}; n \geq 1 \quad (3.6e)$$

Dengan menggunakan cara yang sama, yaitu mensubstitusikan persamaan (3.3a), (3.3c), dan (3.3d) ke persamaan (3.4d) sehingga diperoleh persamaan diferensial fraksional sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} (R_0 + qR_1 + q^2R_2 + q^3R_3 + \dots) \\ = q[\delta(I_0 + qI_1 + q^2I_2 + q^3I_3 + \dots) + v(S_0 + qS_1 + q^2S_2 \\ + q^3S_3 + \dots) - (\mu)(R_0 + qR_1 + q^2R_2 + q^3R_3 + \dots)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_0 + q \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_1 + q^2 \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_2 + q^3 \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_3 + \dots \\ = q(\delta I_0 + vS_0 - \mu R_0) + q^2 (\delta I_1 + vS_1 - \mu R_1) \\ + q^3 (\delta I_2 + vS_2 - \mu R_2) + \dots \end{aligned}$$

Dengan demikian diperoleh persamaan diferensial fraksional sebagai berikut :

$$q^0 : \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_0 = 0, \quad (3.7a)$$

$$q^1 : \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_1 = \delta I_0 + vS_0 - \mu R_0, \quad (3.7b)$$

$$q^2 : \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_2 = \delta I_1 + vS_1 - \mu R_1, \quad (3.7c)$$

$$q^3 : \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_3 = \delta I_2 + vS_2 - \mu R_2, \quad (3.7d)$$

⋮

$$q^n : \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_n = \delta I_{n-1} + vS_n - \mu R_n ; n \geq 1 \quad (3.7e)$$

4. Menentukan nilai dari $S_0(t), E_0(t), I_0(t)$, dan $R_0(t)$ dengan menggunakan Definisi 2.3 berdasarkan persamaan (3.4a), sehingga diperoleh:

$$\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-s)^{-\alpha} S_0^{(1)}(s) ds = 0$$

Karena $0 < \alpha < 1$, maka $\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}$ ada. Oleh karena itu $(t-s)^{-\alpha} S_0^{(1)}(s) = 0$ sehingga $S_0^{(1)}(s) = 0$. Maka $S_0(t) = c$, untuk setiap $t > 0$ dengan c adalah konstan.

Berdasarkan persamaan (3.1a) dan (3.3a) diperoleh :

$$\begin{aligned} S(0) &= S_0(0) + qS_1(0) + q^2S_2(0) + q^3S_3(0) + \dots \\ \omega &= c + qS_1 + q^2S_2 + q^3S_3 + \dots \end{aligned} \quad (3.8)$$

Karena persamaan (3.8) berlaku untuk setiap $q \in [0,1]$, sehingga

$$S_i(0) = 0 \text{ dan } S_0(t) = \omega, \text{ dengan } i = 1,2,3, \dots \quad (3.9a)$$

Dengan cara yang sama pula, dapat diperoleh:

$$E_i(0) = 0 \text{ dan } E_0(t) = \tau, \text{ dengan } i = 1,2,3, \dots \quad (3.9b)$$

$$I_i(0) = 0 \text{ dan } I_0(t) = \pi, \text{ dengan } i = 1,2,3, \dots \quad (3.9c)$$

$$R_i(0) = 0 \text{ dan } R_0(t) = \vartheta, \text{ dengan } i = 1,2,3, \dots \quad (3.9d)$$

5. Menentukan nilai dari $S_n(t), E_n(t), I_n(t)$, dan $R_n(t)$ dengan $n = 1, 2, 3$ menurut langkah 3 dengan mengoperasikan kedua ruas dengan definisi 2.4.

Mencari nilai $S_1(t), E_1(t), I_1(t)$ dan $R_1(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.9a) dan (3.9d) pada persamaan (3.4e) dengan nilai $n = 1$, sehingga diperoleh:

$$\frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_1 = M_1 \text{ dengan } M_1 = \mu N - \alpha I_0 \omega - \mu \omega - v \omega$$

Berdasarkan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat**

Turunan Fraksional Caputo ketika $n = 1$, maka diperoleh:

$$\left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} \right) S_1(t) = I^{\alpha_1} M_1 t^0$$

$$\left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} \right) S_1(t) = M_1 I^{\alpha_1} t^0$$

$$\left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} \right) S_1(t) = M_1 \frac{\Gamma(0+1)}{\Gamma(\alpha_1+0+1)} t^{\alpha_1}$$

$$\left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} \right) S_1(t) = \frac{M_1}{\Gamma(\alpha_1+1)} t^{\alpha_1}$$

$$S_1(t) = \frac{M_1}{\Gamma(\alpha_1+1)} t^{\alpha_1} \quad (3.10a)$$

Dengan cara yang sama pula, dapat diperoleh:

$$E_1(t) = \frac{M_2}{\Gamma(\alpha_2+1)} t^{\alpha_2}, \quad (3.10b)$$

$$\text{dengan } M_2 = \alpha \pi \omega - (\beta + \mu) \tau$$

$$I_1(t) = \frac{M_3}{\Gamma(\alpha_3+1)} t^{\alpha_3}, \quad (3.10c)$$

$$\text{dengan } M_3 = \beta \tau - (\mu_i + \delta + \mu) \pi$$

$$R_1(t) = \frac{M_4}{\Gamma(\alpha_4+1)} t^{\alpha_4}, \quad (3.10d)$$

$$\text{dengan } M_4 = \delta \pi + v \omega - \mu \vartheta$$

Mencari nilai $S_2(t)$, $E_2(t)$, $I_2(t)$ dan $R_2(t)$

a. Nilai $S_2(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.9a), (3.9c), (3.10a), dan (3.10c) pada persamaan (3.4e) dengan nilai $n = 2$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_2 &= -\alpha I_1 S_0 - \alpha I_0 S_1 - \mu S_1 - v S_1 \\ \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_2 &= -\frac{\alpha M_3 \omega}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} - \frac{M_1 \alpha \pi}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} - \frac{M_1 \mu}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} \\ &\quad - \frac{M_1 v}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} \end{aligned}$$

Berdasarkan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo** maka diperoleh:

$$\begin{aligned} \left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} \right) S_2 &= I^{\alpha_1} \left(-\frac{\alpha M_3 \omega}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} - \frac{M_1 \alpha \pi}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{M_1 \mu}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} - \frac{M_1 v}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} \right) \\ \left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} \right) S_2 &= -\frac{\alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \\ &\quad - \frac{\alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\ &\quad - \frac{\mu M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\ &\quad - \frac{v M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\ S_2(t) &= -\frac{\alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} - \frac{\alpha \pi M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\ &\quad - \frac{\mu M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} - \frac{v M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \end{aligned}$$

(3.11a)

b. Nilai $E_2(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.9a), (3.9c), (3.10a), (3.10b) dan (3.10c) pada persamaan (3.5e) dengan nilai $n = 2$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_2 &= \alpha I_1 S_0 + \alpha I_0 S_1 - \beta E_1 - \mu E_1 \\ \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_2 &= \frac{\alpha M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} \omega + \frac{\alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} - \frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} \\ &\quad - \mu \frac{M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} \end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned} \left(I^{\alpha_2} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} \right) E_2 &= I^{\alpha_2} \left(\frac{\alpha M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} \omega + \frac{\alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} - \mu \frac{M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(I^{\alpha_2} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} \right) E_2 &= \frac{\alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\ &\quad + \frac{\alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} \\ &\quad - \frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + 1)}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} \\ &\quad - \frac{\mu M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + 1)}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_2(t) = & \frac{\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{\alpha\pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} \\
& - \frac{\beta M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} - \frac{\mu M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2}
\end{aligned}
\tag{3.11b}$$

c. Nilai $I_2(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.10b) dan (3.10c) pada persamaan (3.6e) dengan nilai $n = 2$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_2 &= \beta E_1 - (\mu_i + \delta + \mu) I_1 \\
\frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_2 &= \beta \frac{M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} - (\mu_i + \delta + \mu) \frac{M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} \\
\frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_2 &= \frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} - \frac{\mu_i M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} - \frac{\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} \\
& \quad - \frac{\mu M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3}
\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_3} \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} \right) I_2 &= I^{\alpha_3} \left(\frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_2} - \frac{\mu_i M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} - \frac{\mu M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_3} \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}}\right) I_2 &= \frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\
&\quad - \frac{\mu_i M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&\quad - \frac{\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&\quad - \frac{\mu M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
I_2(t) &= \frac{\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{\mu_i M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&\quad - \frac{\delta M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} - \frac{\mu M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3}
\end{aligned} \tag{3.11c}$$

d. Nilai $R_2(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.10a), (3.10c) dan (3.10d) pada persamaan (3.7e) dengan nilai $n = 2$, sehingga diperoleh:

$$\frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_2 = \delta I_1 + v S_1 - \mu R_1$$

$$\frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_2 = \delta \frac{M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} + v \frac{M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} - \mu \frac{M_4}{\Gamma(\alpha_4 + 1)} t^{\alpha_4}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_4} \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}}\right) R_2 &= I^{\alpha_4} \left(\delta \frac{M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_3} + v \frac{M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1} \right. \\
&\quad \left. - \mu \frac{M_4}{\Gamma(\alpha_4 + 1)} t^{\alpha_4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_4} \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}}\right) R_2 &= \delta \frac{M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_3 + \alpha_4} \\
&+ v \frac{M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_4} \\
&- \mu \frac{M_4}{\Gamma(\alpha_4 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_4 + 1)}{\Gamma(2\alpha_4 + 1)} 2t^{\alpha_4} \\
R_2(t) &= \frac{\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_3 + \alpha_4} + \frac{v M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_4} \\
&- \frac{\mu M_4}{\Gamma(2\alpha_4 + 1)} 2t^{\alpha_4}
\end{aligned} \tag{3.11d}$$

Mencari nilai $S_3(t)$, $E_3(t)$, $I_3(t)$ dan $R_3(t)$

a. Nilai $S_3(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.9a), (3.9c), (3.10a), (3.10c), (3.11a), dan (3.11c) pada persamaan (3.4e) dengan nilai $n = 3$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_3 &= -\alpha I_0 S_2 - \alpha I_1 S_1 - \alpha I_2 S_0 - \mu S_2 - v S_2 \\
\frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}} S_3 &= \frac{\alpha^2 \pi \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} + \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + v) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\
&- \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \\
&- \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&+ \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} + \frac{\mu (\alpha \pi + \mu + v) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\
&+ \frac{v (\alpha \pi + \mu + v) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1}
\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}}\right) S_3 &= I^{\alpha_1} \left(\frac{\alpha^2 \pi \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \right. \\
&+ \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\
&- \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \\
&- \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&\left. + \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} + \frac{\mu (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_1} \frac{d^{\alpha_1}}{dt^{\alpha_1}}\right) S_3 &= \frac{\alpha^2 \pi \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_3} \\
&+ \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_1 + 1)}{\Gamma(3\alpha_1 + 1)} t^{3\alpha_1} \\
&- \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_3} \\
&- \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
&+ \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_3} \\
&+ \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_3} \\
&+ \frac{\mu (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_1 + 1)}{\Gamma(3\alpha_1 + 1)} t^{3\alpha_1} \\
&+ \frac{\nu (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_1 + 1)}{\Gamma(3\alpha_1 + 1)} t^{3\alpha_1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_3(t) &= \frac{\alpha^2 \pi \omega M_3}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_3} + \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(3\alpha_1 + 1)} t^{3\alpha_1} \\
&- \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_3} \\
&- \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
&+ \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_3} \\
&+ \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_3} + \frac{\mu (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(3\alpha_1 + 1)} t^{3\alpha_1} \\
&+ \frac{\nu (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(3\alpha_1 + 1)} t^{3\alpha_1}
\end{aligned}$$

(3.12a)

b. Nilai $E_3(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.9a), (3.9c), (3.10a), (3.10c), (3.11a), (3.11c), dan (3.11d) pada persamaan (3.5e) dengan nilai $n = 3$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_3 &= \alpha I_0 S_2 + \alpha I_1 S_1 + \alpha I_2 S_0 - (\beta + \mu) E_2 \\ \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} E_3 &= - \frac{\pi \alpha^2 \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} - \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\ &+ \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \\ &+ \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\ &- \frac{\beta \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{\beta \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} \\ &+ \frac{\beta (\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} - \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\ &- \frac{\mu \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\mu (\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} \end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_2} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} \right) E_3 = & I^{\alpha_2} \left(- \frac{\pi \alpha^2 \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \right. \\
& - \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\
& + \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \\
& + \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
& - \frac{\beta \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{\beta \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} \\
& + \frac{\beta (\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} - \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\
& \left. - \frac{\mu \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{\mu (\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(I^{\alpha_2} \frac{d^{\alpha_2}}{dt^{\alpha_2}} \right) E_3 \\
&= - \frac{\pi \alpha^2 \omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
&\quad - \frac{\alpha \pi (\alpha \pi + \mu + \nu) M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_1 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_2} \\
&\quad + \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1) \Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
&\quad + \frac{\alpha \omega \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} \\
&\quad - \frac{(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
&\quad - \frac{\beta \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} \\
&\quad - \frac{\beta \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_2} \\
&\quad + \frac{\beta(\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_2 + 1)}{\Gamma(3\alpha_2 + 1)} t^{3\alpha_2} \\
&\quad - \frac{\mu \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} \\
&\quad - \frac{\mu \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_2} \\
&\quad + \frac{\mu(\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_2 + 1)}{\Gamma(3\alpha_2 + 1)} t^{3\alpha_2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& E_3(t) \\
&= - \frac{\pi\alpha^2\omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} - \frac{\alpha\pi(\alpha\pi + \mu + \nu)M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_2} \\
&+ \frac{\alpha M_1 M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 1)\Gamma(\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
&+ \frac{\alpha\omega\beta M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
&- \frac{\beta\alpha\omega M_3}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{\beta\alpha\pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_2} \\
&+ \frac{\beta(\beta + \mu)M_2}{\Gamma(3\alpha_2 + 1)} t^{3\alpha_2} - \frac{\mu\alpha\omega M_3}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} \\
&- \frac{\mu\alpha\pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_2} + \frac{\mu(\beta + \mu)M_2}{\Gamma(3\alpha_2 + 1)} t^{3\alpha_2}
\end{aligned} \tag{3.12b}$$

c. Nilai $I_3(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.11b) dan (3.11c) pada persamaan (3.6e) dengan nilai $n = 3$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_3 &= \beta E_2 - (\mu_i + \delta + \mu)I_2 \\
\frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} I_3 &= \frac{\beta\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{\beta\alpha\pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} \\
&- \frac{\beta(\beta + \mu)M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} - \frac{\mu_i\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\
&+ \frac{\mu_i(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} - \frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\
&+ \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} - \frac{\mu\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \\
&+ \frac{\mu(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3}
\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_3} \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}} \right) I_3 &= I^{\alpha_3} \left(\frac{\beta \alpha \omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \right. \\
&+ \frac{\beta \alpha \pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2} - \frac{\beta(\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} t^{2\alpha_2} \\
&- \frac{\mu_i \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{\mu_i(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&- \frac{\delta \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&\left. - \frac{\mu \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} + \frac{\mu(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_3} \frac{d^{\alpha_3}}{dt^{\alpha_3}}\right) I_3 &= \frac{\beta\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
&+ \frac{\beta\alpha\pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + 1) \Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
&- \frac{\beta(\beta + \mu) M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_2 + 1)}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} \\
&- \frac{\mu_i \beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
&+ \frac{\mu_i(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_3 + 1)}{\Gamma(3\alpha_3 + 1)} t^{3\alpha_3} \\
&- \frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
&+ \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_3 + 1)}{\Gamma(3\alpha_3 + 1)} t^{3\alpha_3} \\
&- \frac{\mu\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
&+ \frac{\mu(\mu_i + \delta + \mu) M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_3 + 1)}{\Gamma(3\alpha_3 + 1)} t^{3\alpha_3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_3(t) = & \frac{\beta\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
& + \frac{\beta\alpha\pi M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3} \\
& - \frac{\beta(\beta + \mu)M_2}{\Gamma(2\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_2 + \alpha_3} \\
& - \frac{\mu_i\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
& + \frac{\mu_i(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(3\alpha_3 + 1)} t^{3\alpha_3} \\
& - \frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
& + \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(3\alpha_3 + 1)} t^{3\alpha_3} \\
& - \frac{\mu\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + 2\alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + 2\alpha_3} \\
& + \frac{\mu(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(3\alpha_3 + 1)} t^{3\alpha_3}
\end{aligned}
\tag{3.12c}$$

d. Nilai $R_3(t)$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.11a), (3.11c), dan (3.11d) pada persamaan (3.7e) dengan nilai $n = 3$, sehingga diperoleh:

$$\frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_3 = \delta I_2 + vS_2 - \mu R_2$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}} R_3 &= \frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} - \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} \\
&\quad - \frac{v\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} - \frac{v(\alpha\pi + \mu + v)M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} \\
&\quad - \frac{\mu\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_3 + \alpha_4} - \frac{\mu\nu M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_4} \\
&\quad + \frac{\mu^2 M_4}{\Gamma(2\alpha_4 + 1)} 2t^{\alpha_4}
\end{aligned}$$

Kemudian dengan menggunakan **Definisi Integral Fraksional Riemann-Liouville** dan **Sifat Turunan Fraksional Caputo**, diperoleh:

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_4} \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}}\right) R_3 &= I^{\alpha_4} \left(\frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3} \right. \\
&\quad - \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} t^{2\alpha_3} - \frac{v\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3} \\
&\quad - \frac{v(\alpha\pi + \mu + v)M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} t^{2\alpha_1} - \frac{\mu\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_3 + \alpha_4} \\
&\quad \left. - \frac{\mu\nu M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_4} + \frac{\mu^2 M_4}{\Gamma(2\alpha_4 + 1)} 2t^{\alpha_4} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(I^{\alpha_4} \frac{d^{\alpha_4}}{dt^{\alpha_4}}\right) R_3 &= \frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4} \\
&- \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_3 + 1)}{\Gamma(2\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{2\alpha_3 + \alpha_4} \\
&- \frac{v\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4} \\
&- \frac{v(\alpha\pi + \mu + v)M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_1 + 1)}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_4} \\
&- \frac{\mu\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_3 + \alpha_4 + 1)}{\Gamma(\alpha_3 + 2\alpha_4 + 1)} t^{\alpha_3 + 2\alpha_4} \\
&- \frac{\mu\nu M_1}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} \frac{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_4 + 1)}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_4} \\
&+ \frac{\mu^2 M_4}{\Gamma(2\alpha_4 + 1)} \frac{\Gamma(2\alpha_4 + 1)}{\Gamma(3\alpha_4 + 1)} 3t^{\alpha_4} \\
R_3(t) &= \frac{\delta\beta M_2}{\Gamma(\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4} \\
&- \frac{\delta(\mu_i + \delta + \mu)M_3}{\Gamma(2\alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{2\alpha_3 + \alpha_4} \\
&- \frac{v\alpha\omega M_3}{\Gamma(\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4} \\
&- \frac{v(\alpha\pi + \mu + v)M_1}{\Gamma(2\alpha_1 + \alpha_4 + 1)} t^{2\alpha_1 + \alpha_4} \\
&- \frac{\mu\delta M_3}{\Gamma(\alpha_3 + 2\alpha_4 + 1)} t^{\alpha_3 + 2\alpha_4} \\
&- \frac{\mu\nu M_1}{\Gamma(\alpha_1 + 2\alpha_4 + 1)} t^{\alpha_1 + 2\alpha_4} + \frac{\mu^2 M_4}{\Gamma(3\alpha_4 + 1)} 3t^{\alpha_4}
\end{aligned} \tag{3.12d}$$

Pada langkah 2 diasumsikan bahwa solusi dari persamaan (3.2a)-
(3.2d) merupakan suatu deret pangkat pada q yaitu persamaan (3.3a)-

(3.3d) dengan $q = 1$, sehingga persamaan (2.7)-(2.10) sama dengan persamaan (3.2a)-(3.2d). maka dari itu, mengakibatkan bahwa solusi dari persamaan (2.7)-(2.10) adalah suatu deret tak hingga yang dapat diperoleh dari persamaan (3.3a)-(3.3d) dengan $q = 1$. Sehingga dapat dikatakan bahwa, solusi dari persamaan (2.7)-(2.10) adalah sebagai berikut:

$$S(t) = S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + \dots \quad (3.13a)$$

$$E(t) = E_0 + E_1 + E_2 + E_3 + \dots \quad (3.13b)$$

$$I(t) = I_0 + I_1 + I_2 + I_3 + \dots \quad (3.13c)$$

$$R(t) = R_0 + R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad (3.13d)$$

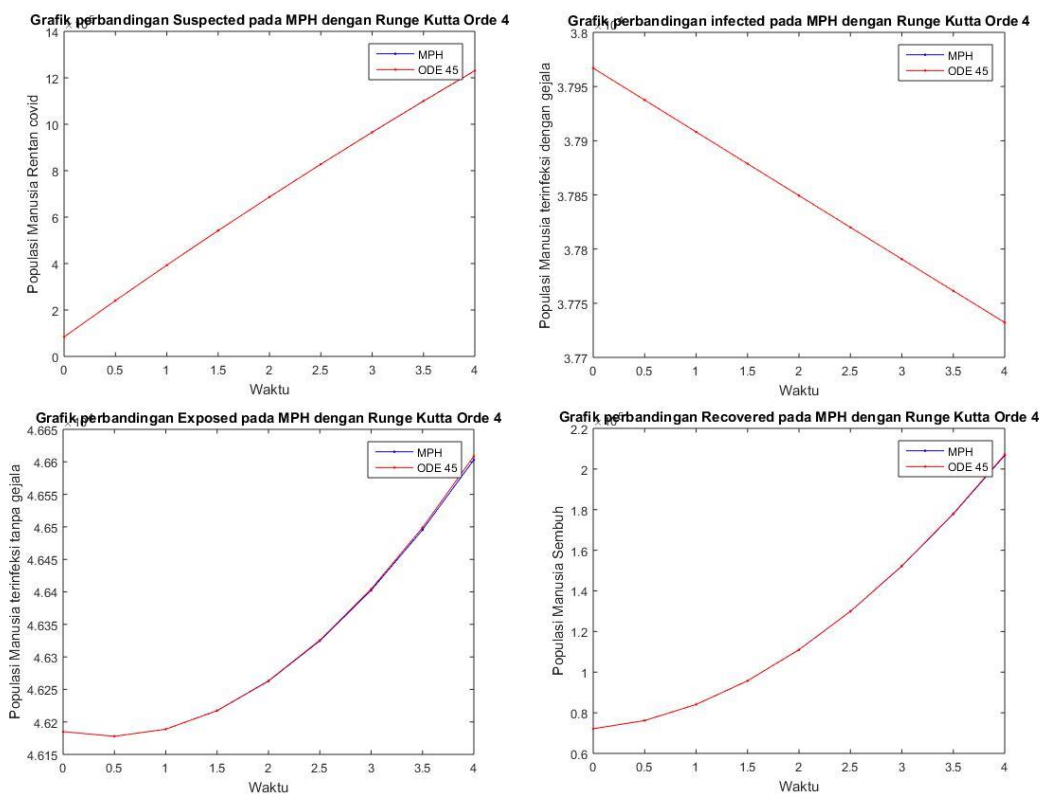
3.2 Simulasi Model Matematika SEIR Penyebaran COVID-19 Orde-fraksional dengan Metode Perturbasi Homotopi (MPH)

Pada subbab ini akan dilakukan simulasi numerik dari sistem persamaan diferensial fraksional (SPDF) yaitu menggunakan solusi dari model matematika penyebaran COVID-19 orde-fraksional dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH). Simulasi yang diberikan adalah simulasi penyebaran COVID-19 untuk wilayah Jawa Timur, yang merujuk pada penelitian yang ditulis oleh Suwardi Annas tahun 2020. Untuk parameter yang akan digunakan dapat dilihat pada lampiran 1.

Sebelum melakukan pendekatan simulasi numerik untuk kasus di Jawa Timur, akan dilakukan perbandingan simulasi numerik dari pendekatan solusi dari

sistem persamaan diferensial biasa (SPDB) nonlinear menggunakan ODE45 dan solusi dari sistem persamaan diferensial fraksional (SPDF) menggunakan MPH dengan $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$. Hal ini bertujuan untuk membandingkan dan mengetahui dapat atau tidaknya solusi menggunakan MPH sebagai cara untuk mencari solusi dari SPDF dengan orde lain antara nol dan satu.

Berikut merupakan gambar dari perbandingan simulasi numerik SPDB nonlinear dengan SPDF dalam nilai orde $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$.



Gambar 3.1 Perbandingan Simulasi Numerik SPDB Nonlinear dengan SPDF pada $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$

Adapun tabel yang menunjukkan perbandingan hasil penyelesaian dengan metode MPH dan hasil penyelesaian dengan metode Runge-Kutta orde 4 ketika $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$ adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Perbandingan MPH Pada (*S*) dan Runge Kutta

t	y_{mph}	y_{rk}	$[y_{mph} - y_{rk}]$
0	0.084152000000000	0.084152000000000	0
0.5	0.240611250944522	0.240611128518522	0.0000001
1	0.393113076787176	0.393111220871935	0.0000019
1.5	0.541761675810644	0.541752484198704	0.0000092
2	0.686661246297606	0.686632588911452	0.0000294
2.5	0.827915986530743	0.827846732900857	0.0000696
3	0.965630094792736	0.965487704160952	0.0001484
3.5	1.099907769366267	1.099645941819438	0.0002600
4	1.230853208534017	1.230409595583580	0.0004436

Tabel 3.2 Perbandingan MPH Pada (*E*) dan Runge Kutta

t	y_{mph}	y_{rk}	$[y_{mph} - y_{rk}]$
0	0.046185000000000	0.046185000000000	0
0.5	0.046177837097770	0.046177836277175	0.00000000082
1	0.046188782604619	0.046188816379771	0.00000003377
1.5	0.046217273475652	0.046217442804861	0.00000016932
2	0.046262746665977	0.046263231048572	0.00000048438
2.5	0.046324639130699	0.046325709268951	0.00000107013
3	0.046402387824926	0.046404417957271	0.00000203013
3.5	0.046495429703764	0.046498909617836	0.00000347997
4	0.046603201722320	0.046608748456216	0.00000554673

Tabel 3.3 Perbandingan MPH Pada (*I*) dan Runge Kutta

t	y_{mph}	y_{rk}	$[y_{mph} - y_{rk}]$
0	0.037967000000000	0.037967000000000	0
0.5	0.037937552760634	0.037937552759364	0.00000000001
1	0.037908130549033	0.037908130528813	0.00000000020
1.5	0.037878734417495	0.037878734315669	0.00000000101
2	0.037849365418318	0.037849365098180	0.000000000320
2.5	0.037820024603800	0.037820023826288	0.000000000775
3	0.037790713026239	0.037790711422367	0.000000001603
3.5	0.037761431737933	0.037761428781947	0.000000002955
4	0.037732181791180	0.037732176774419	0.000000005016

Tabel 3.4 Perbandingan MPH Pada (*R*) dan Runge Kutta

t	y_{mph}	y_{rk}	$[y_{mph} - y_{rk}]$
0	0.072135000000000	0.072135000000000	0
0.5	0.076176025593152	0.076177732228706	0.00000170663
1	0.084075289139432	0.084079170561375	0.00000388142
1.5	0.095729221005849	0.095739646423243	0.00001042541
2	0.111034251559412	0.111062014973855	0.00002776341
2.5	0.129886811167132	0.129951591239567	0.00006478007

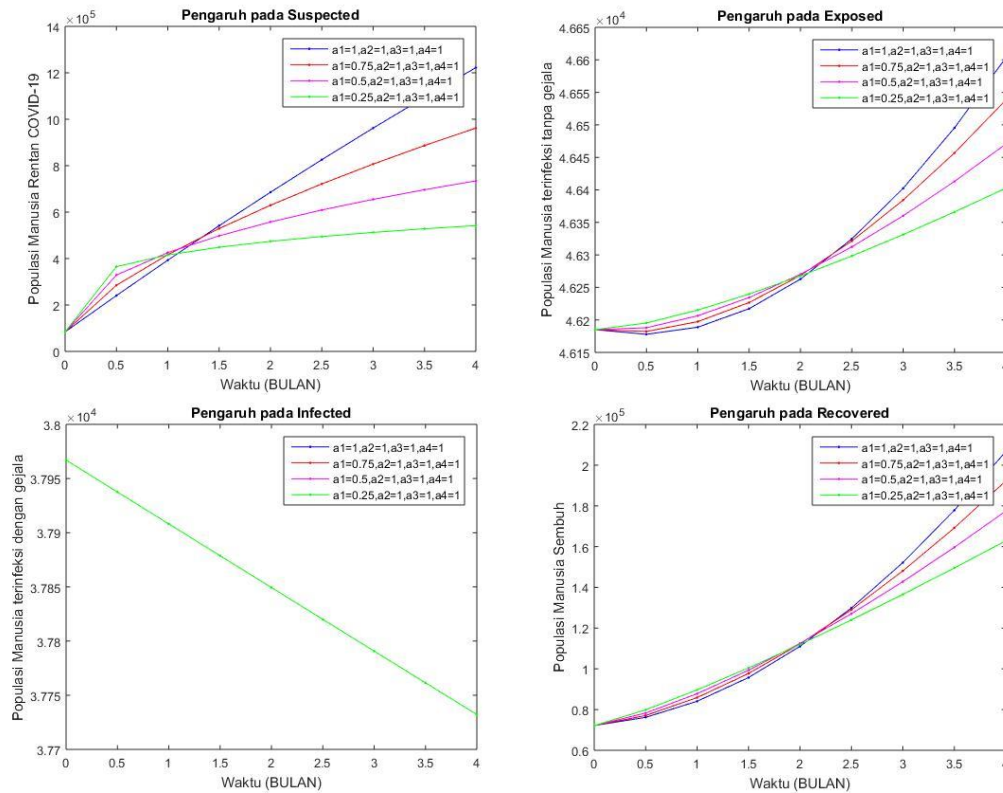
3	0.152183330196019	0.152316087816199	0.00016724238
3.5	0.177820239013082	0.178065554158213	0.00024531515
4	0.206693967985332	0.207112317443880	0.00041834946

Berdasarkan Tabel 3.1, Tabel 3.2, Tabel 3.3, dan Tabel 3.4 terlihat bahwa semakin besar t pada S, E, I , dan R maka *error* metode MPH terhadap metode Runge-Kutta semakin besar pula.

Plot pada Gambar 3.1 menunjukkan bahwa populasi manusia yang rentan terinfeksi virus COVID-19 mengalami kenaikan dari waktu ke waktu begitupula dengan kenaikan populasi manusia yang terinfeksi virus tanpa menunjukkan gejala yang berbanding terbalik dengan penurunan populasi manusia yang terinfeksi dengan gejala serta populasi manusia yang sembuh dari COVID-19 mengalami peningkatan. Hal ini dikarenakan laju populasi manusia yang sembuh dari COVID-19 lebih besar daripada laju populasi manusia yang terinfeksi virus sehingga menyebabkan populasi manusia yang terinfeksi mengalami penurunan. Selain itu, terlihat juga bahwa perbedaan pola pada simulasi numerik dari solusi SPDB nonlinear dengan solusi menggunakan MPH kecil, sehingga dapat disimpulkan bahwa SPDB nonlinear dapat diselesaikan dengan menggunakan metode MPH.

Selanjutnya simulasi numerik yang digunakan adalah simulasi dari solusi dengan menggunakan MPH dan akan dilihat pengaruh dari $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, dan α_4 terhadap dinamika populasi manusia di Jawa Timur, Indonesia.

Untuk mengetahui pengaruh dari α_1 maka akan dilakukan pendekatan simulasi numerik dengan nilai $\alpha_1 = 1$, $\alpha_1 = 0.75$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_1 = 0.25$ sementara nilai $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 1$. Berikut hasil simulasi tersebut.

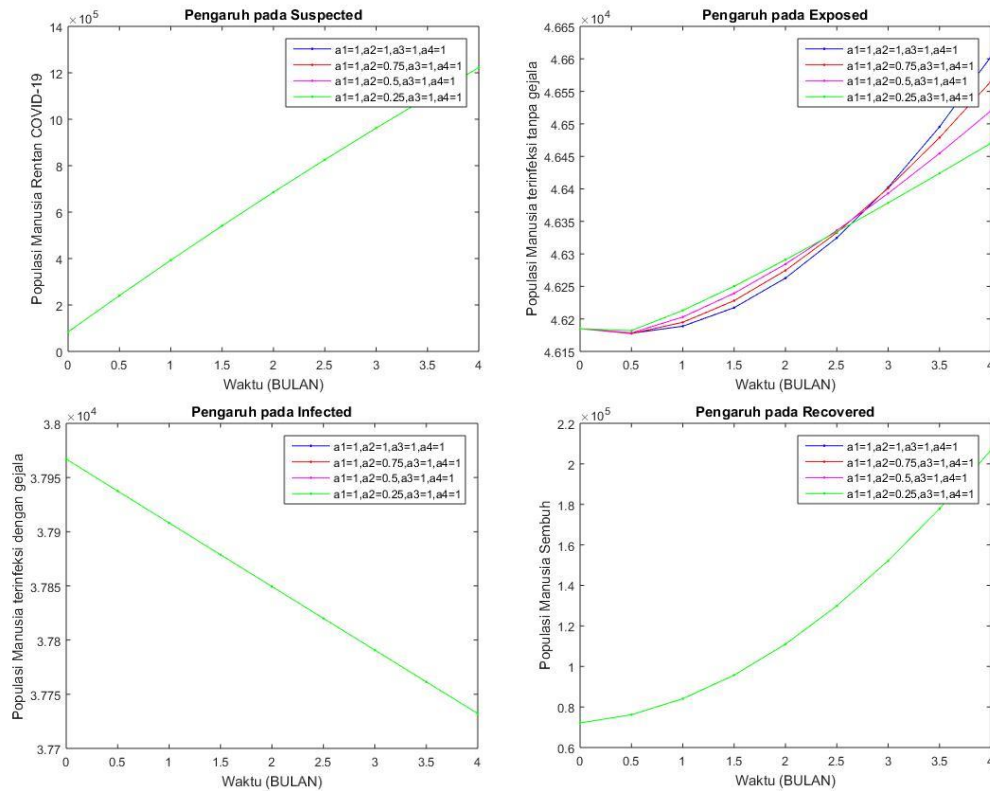


Gambar 3.2 Pengaruh α_1 Terhadap Dinamika Populasi Manusia

Adapun tabel yang menunjukkan pengaruh nilai α_1 terhadap S, E, I , dan R saat $t = 2.5$ dapat dilihat pada lampiran 2 tabel 1, sehingga perubahan nilai α_1 jika nilai $\alpha_1 \neq 1$ cukup signifikan terhadap variabel S, E , dan R seperti pada gambar.

Dari gambar 3.2 dapat dilihat bahwa nilai α_1 berpengaruh cukup besar terhadap populasi manusia yang rentan terinfeksi virus COVID-19, populasi manusia yang terinfeksi tanpa gejala, dan populasi manusia yang sembuh dari COVID-19. Semakin besar nilai α_1 maka perubahan grafiknya semakin cepat. Sebaliknya semakin kecil nilai α_1 maka perubahan grafiknya semakin lambat.

Untuk mengetahui pengaruh dari α_2 maka akan dilakukan pendekatan simulasi numerik dengan nilai $\alpha_2 = 1$, $\alpha_2 = 0.75$, $\alpha_2 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.25$ sementara nilai $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$. Berikut hasil simulasi tersebut.

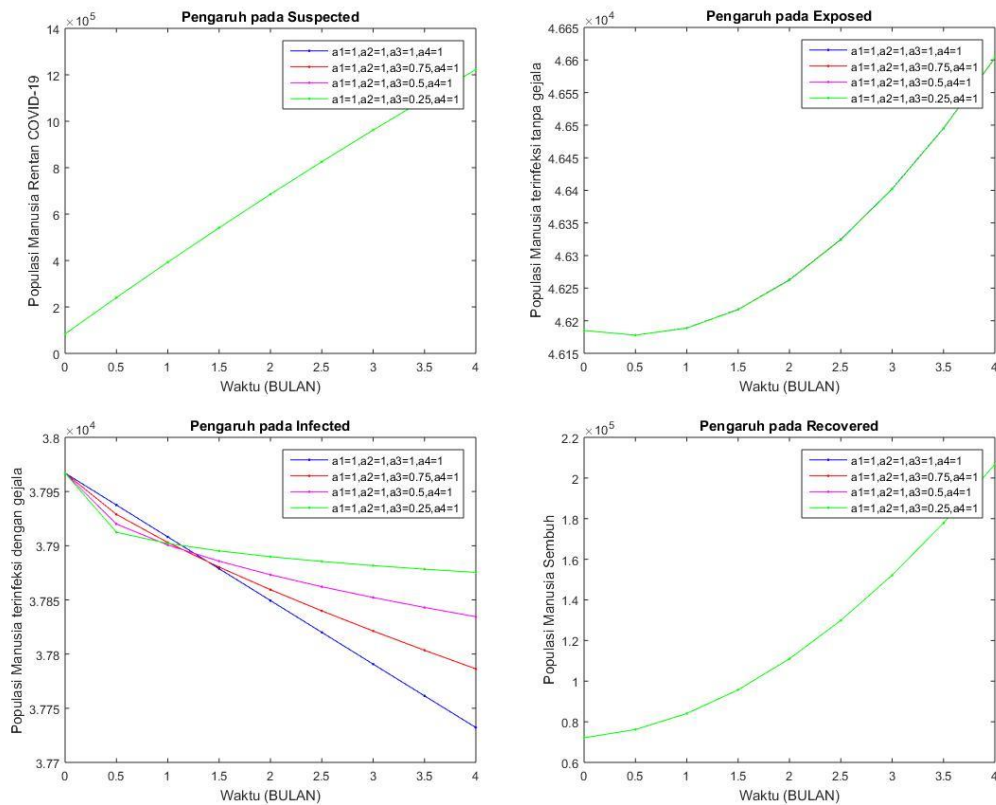


Gambar 3.3 Pengaruh α_2 Terhadap Dinamika Populasi Manusia

Adapun tabel yang menunjukkan pengaruh nilai α_2 terhadap S, E, I , dan R saat $t = 2.5$ dapat dilihat pada lampiran 2 tabel 2, sehingga perubahan nilai α_2 jika nilai $\alpha_2 \neq 1$ cukup signifikan terhadap variabel E seperti pada gambar.

Pada gambar 3.3 pengaruh α_2 cukup terlihat pada populasi manusia yang terinfeksi virus COVID-19 tanpa gejala. Semakin besar nilai α_2 maka perubahan grafiknya semakin cepat. Sebaliknya semakin kecil nilai α_2 maka perubahan grafiknya semakin lambat.

Untuk mengetahui pengaruh dari α_3 maka akan dilakukan pendekatan simulasi numerik dengan nilai $\alpha_3 = 1$, $\alpha_3 = 0.75$, $\alpha_3 = 0.5$, $\alpha_3 = 0.25$ sementara nilai $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_4 = 1$. Berikut hasil simulasi tersebut.

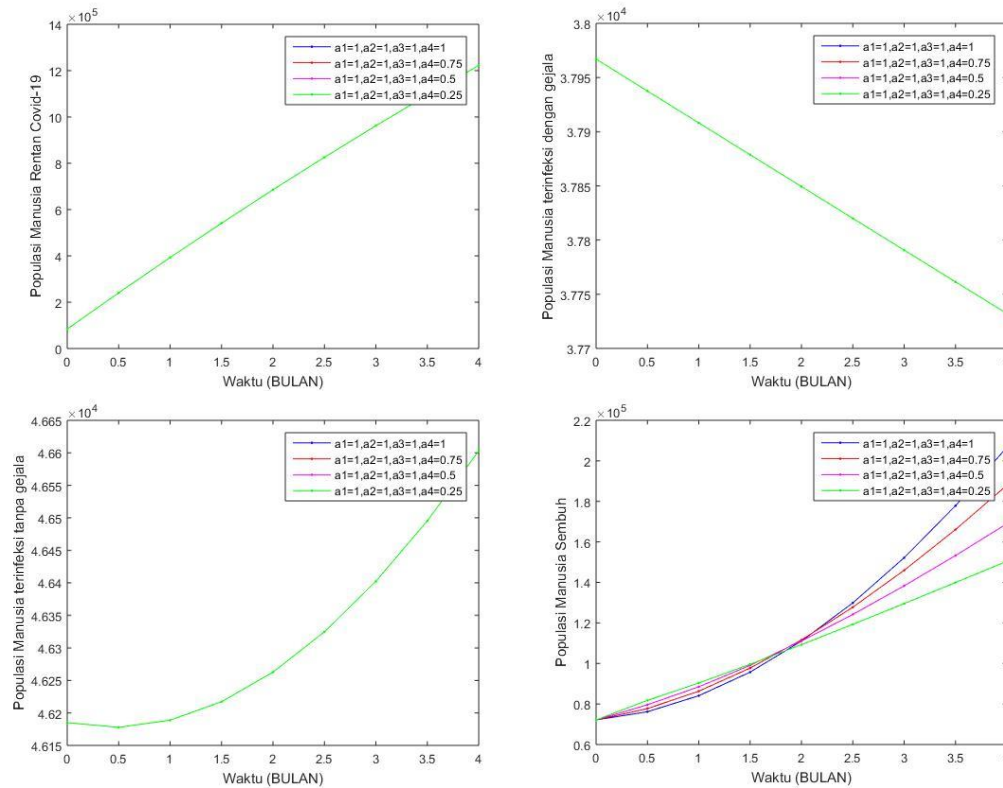


Gambar 3.4 Pengaruh α_3 Terhadap Dinamika Populasi Manusia

Adapun tabel yang menunjukkan pengaruh nilai α_3 terhadap S, E, I , dan R saat $t = 2.5$ dapat dilihat pada lampiran 2 tabel 3, sehingga perubahan nilai α_3 jika nilai $\alpha_3 \neq 1$ cukup signifikan terhadap variabel I seperti pada gambar.

Dapat dilihat dari gambar 3.4 bahwa pengaruh dari α_3 cukup besar pada populasi manusia yang terinfeksi virus COVID-19 bergejala. Semakin besar nilai α_3 maka perubahan grafiknya semakin cepat. Sebaliknya semakin kecil nilai α_3 maka perubahan grafiknya semakin lambat.

Untuk mengetahui pengaruh dari α_4 maka akan dilakukan pendekatan simulasi numerik dengan nilai $\alpha_4 = 1$, $\alpha_4 = 0.75$, $\alpha_4 = 0.5$, dan $\alpha_4 = 0.25$ sementara nilai $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$. Berikut hasil simulasi tersebut.



Gambar 3.5 Pengaruh α_4 Terhadap Dinamika Populasi Manusia

Adapun tabel yang menunjukkan pengaruh nilai α_4 terhadap S, E, I , dan R saat $t = 2.5$ dapat dilihat pada lampiran 2 tabel 4, sehingga perubahan nilai α_4 jika nilai $\alpha_4 \neq 1$ cukup signifikan terhadap variabel R seperti pada gambar.

Dapat dilihat dari gambar 3.5 bahwa pengaruh α_4 cukup besar pada populasi manusia yang sembuh dari COVID-19. Semakin besar nilai α_4 maka perubahan grafiknya semakin cepat. Sebaliknya semakin kecil nilai α_4 maka perubahan grafiknya semakin lambat.

Dari hasil simulasi numerik pada gambar 3.2, gambar 3.3, gambar 3.4, dan gambar 3.5 dapat dilihat bahwa pengaruh dari $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dan α_4 berturut-turut

cukup besar pada S, E, I dan R yaitu populasi manusia yang rentan terinfeksi virus COVID-19, populasi manusia yang terinfeksi virus tanpa gejala, populasi manusia yang terinfeksi virus bergejala, dan populasi manusia yang sembuh dari virus COVID-19. Seperti yang sudah dijelaskan sebelumnya bahwa, semakin besar nilai $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dan α_4 maka perubahan grafik dari S, E, I dan R semakin cepat, begitu pula jika semakin kecil nilai $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dan α_4 maka perubahan grafiknya semakin lambat. Hal ini menunjukkan bahwa nilai orde $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dan α_4 dapat dipilih sedemikian rupa sehingga pada nilai tertentu hasil dari kurva simulasi numeriknya semakin bagus.

3.3 Kajian Integrasi Nilai Keagamaan

Nikmat yang paling tinggi sesudah iman dan islam adalah nikmat sehat, yang harus disyukuri oleh segenap manusia dalam hidupnya. Tetapi nikmat itu hanya semata, tidak bersifat untuk selamanya. Sebab, jika manusia merasakan sehat sepanjang waktu, maka rasa nikmat itu tidak akan pernah ada. Manusia tidak merasakan sehat ketika mengalami suatu musibah yaitu penyakit. Seperti pada hadist yang artinya :

”Tidaklah Allah SWT menurunkan suatu penyakit, kecuali Dia juga yang menurunkan penawarnya”(HR. Bukhari).

Berdasarkan hadist tersebut dapat dikatakan bahwa setiap penyakit pasti ada penawarnya (obatnya), sehingga manusia akan merasakan nikmatnya sehat setelah sakit. Dalam surah *Asy-Syua'ara* ayat 80 dijelaskan hanya Allah lah yang mampu menyembuhkan segala penyakit. Dalam tafsir Al-Azhar ditegaskan bahwa manusia hanya berusaha mencari penawarnya (obat), tetapi Allah lah yang menyembuhkannya. Mengingat al-Qur'an adalah obat bagi orang yang beriman, maka ia dapat diterima, diyakini kebenarannya, dan mengandung keberkahan yang

diciptakan Allah di dalamnya. Al-Qur'an memenuhi kaidah-kaidah tentang pengobatan, seperti petunjuk untuk menjaga kesehatan, adanya keringanan dalam mengerjakan suatu amalan, dan di dalamnya juga terdapat informasi tentang pencegahan agar seseorang tidak terserang suatu penyakit (Amrullah, 1987).

Hal ini salah satu wujud dalam pengembangan ilmu matematika untuk menemukan suatu solusi dalam persamaan diferensial. Maka setiap permasalahan pada suatu persamaan, pasti ada solusinya. Salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial adalah Metode Perturbasi Homotopi (MHP). Cara penyelesaiannya dengan membuat parameter tambahan, guna membantu proses pengerjaan sehingga ditemukan suatu solusi. Seperti model matematika SEIR penyebaran COVID-19, yang dapat diselesaikan dan ditemukan solusinya dengan menggunakan metode tersebut. Hal ini bertujuan untuk melihat dan memprediksi bagaimana perkembangan kasus COVID-19 di Indonesia. Sehingga, dapat ditemukan solusinya dalam meminimalisir kasus penyebaran COVID-19 sebagai ikhtiar dan usaha kepada Allah SWT untuk dijauhkan dari segala penyakit.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Dari hasil pembahasan pada model epidemi SEIR untuk penyebaran penyakit COVID-19, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Penyelesaian dari SPDF model matematika penyebaran penyakit COVID-19 dengan menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) adalah:

$$S(t) = S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + \dots$$

$$E(t) = E_0 + E_1 + E_2 + E_3 + \dots$$

$$I(t) = I_0 + I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$R(t) = R_0 + R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

Dengan nilai dari $S_n(t)$, $E_n(t)$, $I_n(t)$, dan $R_n(t)$ dimana $n = 0,1,2,3$ berdasarkan pada persamaan (3.9a) – (3.9d), (3.10a) – (3.10d), (3.11a) – (3.11d), dan (3.12a) – (3.12d).

2. Berdasarkan hasil simulasi numerik menggunakan MATLAB terlihat bahwa pada simulasi pertama, perbandingan metode MPH terhadap metode Runge-Kutta orde 4 menunjukkan *error* pada beberapa selang waktu sangat kecil, sehingga metode MPH dapat digunakan untuk menyelesaikan pada penyebaran COVID-19. Pada simulasi kedua, ketika $\alpha_1 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Suspected*, *Exposed*, dan *Recovered* jika, ketika $\alpha_2 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Exposed*, ketika $\alpha_3 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Infected*, ketika $\alpha_4 \neq 1$ maka mempengaruhi nilai populasi *Recovered*.

4.2 Saran

Solusi yang digunakan pada penelitian ini yaitu menggunakan Metode Perturbasi Homotopi (MPH) dalam penyelesaian SPDF model matematika SEIR penyebaran virus COVID-19. Solusi itu sendiri dapat dicari menggunakan metode selain metode MPH. Pada penelitian ini suku yang dicari adalah suku pertama sampai suku keempat, sehingga pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat melanjutkan suku berikutnya atau dapat mencari solusi SPDF dengan menggunakan metode lain sehingga dapat dibandingkan hasilnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Al-Bukhari, Abu Abdullah Muhammad bin Ismail. 2011. *Ensiklopedia Hadits; Shahih al-Bukhari 1*, Terj. Masyhar dan Muhammad Suhadi, Jakarta: Almahira.
- Al-Qur'an Terjemah. 2015. *Departemen Agama RI*. Bandung: CV Darus Sunnah.
- Amrullah, Abdul Malik Abdul Karim. 1987. *Tafsir al-Azhar* jilid ke-6. Jakarta : Yayasan Nurul Islam.
- Annas, Suwardi, & dkk. 2020. Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia. *Journal of Elsevier*, vol 130.
- Badan Pusat Statistik Jawa Timur, 2020. *Pertumbuhan dan Kematian Penduduk Jawa Timur 2020*. Surabaya : Badan Pusat Statistik.
- Boesri, Hasan. 1995. Peran Agama Islam Dalam Penanggulangan Demam Berdarah Dengue. *Media Litbangkes*, 5 (4): 23-26.
- Das, S. dan Gupta, P.K. 2011. *A Mathematical Model on Fractional Lotka Volterra Equations*, In *Journal of Theoretical Biology*, vol 277 page 1-6.
- Hemeda, A. A. 2012. *Metode Pertubasi Homotopi for Solving Partial Differential Equations of Fractional Order*. In *Journal of Math, Analysis*, vol 6 page 2431 – 2448.
- Infocovid, 2020. *Peta Sebaran COVID-19 Jawa Timur*, Availablefrom: <https://infocovid19.jatimprov.go.id/> (Accesed 25 Agustus 2021).
- Mustika, Syifa. 2020. *The New Normal Life*. Malang: Satgas Peduli Covid-19 NU.
- Rahman, Afzalur. 1992. *Al-Qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Sweilam, N. H. 2012. Numerical Studies for Solving Fractional-Order Logistic Equation, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol 78 page 1199 – 1210.
- Shihab, Quraish. 2003. *Tafsir Al-Misbah: Pesan, Kesan, dan Keserasian Al-Qur'an*. Jakarta: Lentera Hati.
- Zill, D. G. Dan Cullen, M. R. 2005. *Differential Equations with Boundary-Value Problems Sixth Edition*. Nelson Education Ltd: Canada.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Nilai parameter model matematika berdasarkan kasus penyebaran COVID-19 di Jawa Timur.

PARAMETER	NILAI	KETERANGAN	SUMBER
$S(0)$	84.152 orang	Jumlah populasi manusia rentan COVID-19	Infocovid, 2020
$E(0)$	46.185 orang	Jumlah populasi manusia rentan COVID-19 tanpa gejala / sakit tidak dikatakan COVID-19	Infocovid, 2020
$I(0)$	37.967 orang	Jumlah populasi manusia terkena COVID-19 (sudah melakukan test)	Infocovid, 2020
$R(0)$	72.135 orang	Jumlah populasi manusia sembuh dari COVID-19	Infocovid, 2020
B	0.0079	Laju kelahiran manusia	BPS Jawa Timur, 2020
N	40.665.696 orang	Jumlah penduduk Jawa Timur bulan Desember tahun 2020	BPS Jawa Timur, 2020

μ	0.0010243	Laju kematian alami manusia	BPS Jawa Timur, 2020
μ_i	0.0000007344	Laju kematian manusia karena COVID-19	Annas, 2020
α	0.0000000062	Kemungkinan perubahan dari S ke E	Annas, 2020
β	0.00115	Kemungkinan perubahan dari E ke I	Annas, 2020
δ	0.0006667	Kemungkinan perubahan dari I ke R	Annas, 2020
ν	0.05	Laju vaksin	Annas, 2020

Lampiran 2. Pengaruh nilai $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ dan α_4 .

Tabel 1 Pengaruh nilai α_1 saat $t = 2.5$

	Nilai S	Nilai E	Nilai I	Nilai R
$\alpha_1 = 1$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.298868111671325
$\alpha_1 = 0.75$	0.721544247448342	4.632125901896233	3.782002636498703	1.290347977998092
$\alpha_1 = 0.5$	0.609067667480731	4.631234795365386	3.782002777297381	1.270575049720262
$\alpha_1 = 0.25$	0.494903149272690	4.629832585602820	3.782002871077650	1.240254519567337

Tabel 2 Pengaruh nilai α_2 saat $t = 2.5$

	Nilai S	Nilai E	Nilai I	Nilai R
$\alpha_2 = 1$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.298868111671325
$\alpha_2 = 0.75$	0.825800078200758	4.633266326927828	3.782002649778360	1.298868111666162
$\alpha_2 = 0.5$	0.825799746651598	4.633600800755257	3.782002834773786	1.298868111662034
$\alpha_2 = 0.25$	0.825799513256280	4.633395086862030	3.782003003597819	1.298868111659284

Tabel 3 Pengaruh nilai α_3 saat $t = 2.5$

	Nilai S	Nilai E	Nilai I	Nilai R
$\alpha_3 = 1$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.298868111671325
$\alpha_3 = 0.75$	0.825800903908118	4.632436255278616	3.783985127817201	1.298868128257411
$\alpha_3 = 0.5$	0.825801122729538	4.640185529744434	3.786214453995672	1.298868176637075
$\alpha_3 = 0.25$	0.825801133407701	4.632413307138729	3.788545663029741	1.298868256621223

Tabel 4 Pengaruh nilai α_4 saat $t = 2.5$

	Nilai S	Nilai E	Nilai I	Nilai R
$\alpha_4 = 1$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.298868111671325
$\alpha_4 = 0.75$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.277628686421202
$\alpha_4 = 0.5$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.277628686421202
$\alpha_4 = 0.25$	0.825800553681962	4.632463913069985	3.782002460380027	1.193091914229289

Lampiran 3. Kode program perbandingan simulasi numerik SPDB nonlinear dengan SPDF pada $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 1$.

```
function [dy] = covid1(t,y)
dy=zeros(4,1);
global miu alfa beta miui delta v N B;
dy(1)= (B*N)-(((alfa*y(3))+miu+v)*y(1));
dy(2)= (alfa*y(3)*y(1))-((beta+miu)*y(2));
dy(3)= (beta*y(2))-((miui + delta + miu)*y(3));
dy(4)= (delta*y(3))+ (v*y(1))- (miu*y(4));
end

global miu alfa beta miui delta v p q u w N B;
miu = 0.0010243; %laju kematian manusia
miui = 0.0000007344; %laju kematian karena covid
B = 0.0079; %laju kelahiran manusia
N = 40665696 ; %jumlah penduduk jawa timur Desember 2020
alfa = 0.0000000062; %laju perubahan S ke E (sakit)
beta = 0.000115 ; %laju perubahan E ke I (covid)
delta = 0.0006667; %laju perubahan I ke R (sembuh)
v = 0.05; %laju vaksin
p=84152; %populasi manusia rentan
q=46185; %populasi manusia sakit
u=37967; %populasi manusia terinfeksi covid
w=72135; %populasi manusia sembuh

dt = 0.5;
t =[0:dt:4];

a1=1;
a2=1;
a3=1;
a4=1;

s0=p;
e0=q;
i0=u;
r0=w;

m1=(B*N) - (alfa*i0*s0) - (miu*s0) - (v*s0);
m2=(alfa*u*s0) - (beta+miu)*e0;
m3=(beta*e0) - (miui+delta+miu)*i0;
m4=(delta*i0) + (v*s0) - (miu*r0);

s1=(m1*t.^(a1))/(gamma(a1+1));
e1=(m2*t.^(a2))/(gamma(a2+1));
i1=(m3*t.^(a3))/(gamma(a3+1));
r1=(m4*t.^(a4))/(gamma(a4+1));

d11=gamma(a1+a3+1);
d12=gamma(2*a1+1);
d22=gamma(a2+a3+1);
d23=gamma(a1+a2+1);
d24=gamma(2*a2+1);
d33=gamma(a2+a3+1);
d34=gamma(2*a3+1);
```

d44=gamma (a3+a4+1);
d45=gamma (a1+a4+1);
d46=gamma (2*a4+1);

s2=-((alfa*p*m3*t.^(a1+a3))/(d11))-((alfa*u*m1*t.^(2*a1))/(d12))-
((miu*m1*t.^(2*a1))/(d12))-((v*m1*t.^(2*a1))/(d12));
e2=((alfa*p*m3*t.^(a2+a3))/(d22))+((alfa*u*m1*t.^(a1+a2))/(d23))-
((beta*m2*t.^(2*a2))/(v*d24))-((miu*m2*t.^(2*a2))/(d24));
i2=((beta*m2*t.^(a2+a3))/(d33))-((miui*m3*t.^(2*a3))/(d34))-
((delta*m3*t.^(2*a3))/(d34))-((miu*m3*t.^(2*a3))/(d34));
r2=((delta*m3*t.^(a3+a4))/(d44))+((v*m1*t.^(a1+a4))/(d45))-
((miu*m4*2*t.^(a4))/(d46));

f1=gamma (2*a1+a3+1);
f2=gamma (3*a1+1);
f3=gamma (a3+1);
f4=gamma (a1+1);
f5=gamma (a1+a2+a3+1);
f6=gamma (a1+2*a3+1);
f7=gamma (2*a1+a2+1);
f8=gamma (2*a2+a3+1);
f9=gamma (a2+2*a3+1);
f10=gamma (a1+2*a2+1);
f11=gamma (3*a2+1);
f12=gamma (3*a3+1);
f13=gamma (a2+a3+a4+1);
f14=gamma (2*a3+a4+1);
f15=gamma (a1+a3+a4+1);
f16=gamma (2*a1+a4+1);
f17=gamma (a3+2*a4+1);
f18=gamma (a1+2*a4+1);
f19=gamma (3*a4+1);

s3=((alfa.^2)*u*p*m3*t.^(2*a1+a3))/(f1))+((alfa*u*((alfa*u)+miu+v)
)*m1*t.^(3*a1))/(f2))-((alfa*m1*m3*f7*t.^(2*a1+a3))/(f3*f4*f1))-
((alfa*p*beta*m2*t.^(a1+a2+a3))/(f5))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(a1+2*a3))/(f6))-
((miu*alfa*p*m3*t.^(2*a1+a3))/(f1))+((miu*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(
3*a1))/(f2))+((v*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*a1))/(f2));

e3=-((u*(alfa.^2)*p*m3*t.^(a1+a2+a3))/(f5))-
((alfa*u*(alfa*u+miu+v)*m1*t.^(2*a1+a2))/(f7))+((alfa*m1*m3*f7*t.^(
a1+a2+a3))/(f3*f4*f5))+((alfa*p*beta*m2*t.^(2*a2+a3))/(f8))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(a2+2*a3))/(f9))-
((beta*alfa*p*m3*t.^(2*a2+a3))/(f8))-
((beta*alfa*u*m1*t.^(a1+2*a2))/(f10))+((beta*(beta+miu)*m2*t.^(3*a
2))/(f11))-((miu*alfa*p*m3*t.^(2*a2+a3))/(f8))-
((miu*alfa*u*m1*t.^(a1+2*a2))/(f10))+
((miu*(beta+miu)*m2*t.^(3*a2))/(f11));

i3=((beta*alfa*p*m3*t.^(a2+2*a3))/(f9))+((beta*alfa*u*m1*t.^(a1+a2
+a3))/(f5))-((beta*(beta+miu)*m2*t.^(2*a2+a3))/(f8))-
((miui*beta*m2*t.^(a2+2*a3))/(f9))+((miui*(miui+delta+miu)*m3*t.^(
3*a3))/(f12))-
((delta*beta*m2*t.^(a2+2*a3))/(f9))+((delta*(miui+delta+miu)*m3*t.
^(3*a3))/(f12))-((miu*beta*m2*t.^(a2+2*a3))/(f9))
+((miu*(miui+delta+miu)*m3*t.^(3*a3))/(f12));

```

r3=((delta*beta*m2*t.^(a2+a3+a4))/(f13))+((delta*(miui+delta+miu)*
m3*t.^(2*a3+a4))/(f14))-((v*alfa*p*m3*t.^(a1+a3+a4))/(f15))-
((v*(alfa*u+miu+v)*m1*t.^(2*a1+a4))/(f16))-
((miu*delta*m3*t.^(a3+2*a4))/(f17))-
((miu*v*m1*t.^(a1+2*a4))/(f18))+((miu.^(2)*m4*3*t.^(a4))/(f19));

S=s0+s1+s2+s3;
E=e0+e1+e2+e3;
I=i0+i1+i2+i3;
R=r0+r1+r2+r3;

tint=[0:dt:4];
y0=[s0 e0 i0 r0];
[t,y]=ode45(@covid1,tint,y0);

figure(1)
plot(t,S(1,:),'.-b',t,y(:,1),'.-r')
legend('MPH','ODE 45')
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi Manusia Rentan covid');
title('Grafik perbandingan Suspected pada MPH dengan Runge Kutta
Orde 4');

figure(2)
plot(t,E(1,:),'.-b',t,y(:,2),'.-r')
legend('MPH','ODE 45')
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi Manusia terinfeksi tanpa gejala');
title('Grafik perbandingan Exposed pada MPH dengan Runge Kutta
Orde 4');

figure(3)
plot(t,I(1,:),'.-b',t,y(:,3),'.-r')
legend('MPH','ODE 45')
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi Manusia terinfeksi dengan gejala');
title('Grafik perbandingan infected pada MPH dengan Runge Kutta
Orde 4');

figure(4)
plot(t,R(1,:),'.-b',t,y(:,4),'.-r')
legend('MPH','ODE 45')
xlabel('Waktu');
ylabel('Populasi Manusia Sembuh');
title('Grafik perbandingan Recovered pada MPH dengan Runge Kutta
Orde 4');

```

Lampiran 4. Kode program pengaruh $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, dan α_4 terhadap dinamika populasi manusia.

```
clc;
global miu alfa beta miui delta v p q u w N B;
miu = 0.0010243; %laju kematian manusia
miui = 0.0000007344; %laju kematian karena covid
B = 0.0079; %laju kelahiran manusia
N = 40665696 ; %jumlah penduduk jawa timur Desember 2020
alfa = 0.0000000062; %laju perubahan S ke E (sakit)
beta = 0.000115 ; %laju perubahan E ke I (covid)
delta = 0.0006667; %laju perubahan I ke R (sembuh)
v = 0.05; %laju vaksin

dt = 0.5;
t =[0:dt:4];

a1=1;
a2=1;
a3=1;
a4=1;

b1=1;
b2=1;
b3=1;
b4=0.75;

c1=1;
c2=1;
c3=1;
c4=0.5;

d1=1;
d2=1;
d3=1;
d4=0.25;

p=84152; %populasi manusia rentan
q=46185; %populasi manusia sakit
u=37967; %populasi manusia terinfeksi covid
w=72135; %populasi manusia sembuh

s0=p;
e0=q;
i0=u;
r0=w;

m1=(B*N) - (alfa*i0*s0) - (miu*s0) - (v*s0);
m2=(alfa*u*s0) - (beta+miu)*e0;
m3=(beta*e0) - (miui+delta+miu)*i0;
m4=(delta*i0) + (v*s0) - (miu*r0);

sa1=(m1*t.^(a1))/(gamma(a1+1));
sb1=(m1*t.^(b1))/(gamma(b1+1));
sc1=(m1*t.^(c1))/(gamma(c1+1));
sd1=(m1*t.^(d1))/(gamma(d1+1));
```



```
ea1=(m2*t.^(a2))/(gamma(a2+1));
eb1=(m2*t.^(b2))/(gamma(b2+1));
ec1=(m2*t.^(c2))/(gamma(c2+1));
ed1=(m2*t.^(d2))/(gamma(d2+1));
```

```
ia1=(m3*t.^(a3))/(gamma(a3+1));
ib1=(m3*t.^(b3))/(gamma(b3+1));
ic1=(m3*t.^(c3))/(gamma(c3+1));
id1=(m3*t.^(d3))/(gamma(d3+1));
```

```
ra1=(m4*t.^(a4))/(gamma(a4+1));
rb1=(m4*t.^(b4))/(gamma(b4+1));
rc1=(m4*t.^(c4))/(gamma(c4+1));
rd1=(m4*t.^(d4))/(gamma(d4+1));
```

```
da11=gamma(a1+a3+1);
da12=gamma(2*a1+1);
da22=gamma(a2+a3+1);
da23=gamma(a1+a2+1);
da24=gamma(2*a2+1);
da33=gamma(a2+a3+1);
da34=gamma(2*a3+1);
da44=gamma(a3+a4+1);
da45=gamma(a1+a4+1);
da46=gamma(2*a4+1);
```

```
db11=gamma(b1+b3+1);
db12=gamma(2*b1+1);
db22=gamma(b2+b3+1);
db23=gamma(b1+b2+1);
db24=gamma(2*b2+1);
db33=gamma(b2+b3+1);
db34=gamma(2*b3+1);
db44=gamma(b3+b4+1);
db45=gamma(b1+b4+1);
db46=gamma(2*b4+1);
```

```
dc11=gamma(c1+c3+1);
dc12=gamma(2*c1+1);
dc22=gamma(c2+c3+1);
dc23=gamma(c1+c2+1);
dc24=gamma(2*c2+1);
dc33=gamma(c2+c3+1);
dc34=gamma(2*c3+1);
dc44=gamma(c3+c4+1);
dc45=gamma(c1+c4+1);
dc46=gamma(2*c4+1);
```

```
dd11=gamma(d1+d3+1);
dd12=gamma(2*d1+1);
dd22=gamma(d2+d3+1);
dd23=gamma(d1+d2+1);
dd24=gamma(2*d2+1);
dd33=gamma(d2+d3+1);
dd34=gamma(2*d3+1);
dd44=gamma(d3+d4+1);
```

dd45=gamma (d1+d4+1);
dd46=gamma (2*d4+1);

sa2=-((alfa*p*m3*t.^(a1+a3))/(da11))-
((alfa*u*m1*t.^(2*a1))/(da12))-((miu*m1*t.^(2*a1))/(da12))-
((v*m1*t.^(2*a1))/(da12));
sb2=-((alfa*p*m3*t.^(b1+b3))/(db11))-
((alfa*u*m1*t.^(2*b1))/(db12))-((miu*m1*t.^(2*b1))/(db12))-
((v*m1*t.^(2*b1))/(db12));
sc2=-((alfa*p*m3*t.^(c1+c3))/(dc11))-
((alfa*u*m1*t.^(2*c1))/(dc12))-((miu*m1*t.^(2*c1))/(dc12))-
((v*m1*t.^(2*c1))/(dc12));
sd2=-((alfa*p*m3*t.^(d1+d3))/(dd11))-
((alfa*u*m1*t.^(2*d1))/(dd12))-((miu*m1*t.^(2*d1))/(dd12))-
((v*m1*t.^(2*d1))/(dd12));

ea2=((alfa*p*m3*t.^(a2+a3))/(da22))+((alfa*u*m1*t.^(a1+a2))/(da23))
)-((beta*m2*t.^(2*a2))/(v*da24))-((miu*m2*t.^(2*a2))/(da24));
eb2=((alfa*p*m3*t.^(b2+b3))/(db22))+((alfa*u*m1*t.^(b1+b2))/(db23))
)-((beta*m2*t.^(2*b2))/(v*db24))-((miu*m2*t.^(2*b2))/(db24));
ec2=((alfa*p*m3*t.^(c2+c3))/(dc22))+((alfa*u*m1*t.^(c1+c2))/(dc23))
)-((beta*m2*t.^(2*c2))/(v*dc24))-((miu*m2*t.^(2*c2))/(dc24));
ed2=((alfa*p*m3*t.^(d2+d3))/(dd22))+((alfa*u*m1*t.^(d1+d2))/(dd23))
)-((beta*m2*t.^(2*d2))/(v*dd24))-((miu*m2*t.^(2*d2))/(dd24));

ia2=((beta*m2*t.^(a2+a3))/(da33))-((miu*m3*t.^(2*a3))/(da34)) -
((delta*m3*t.^(2*a3))/(da34)) - ((miu*m3*t.^(2*a3))/(da34));
ib2=((beta*m2*t.^(b2+b3))/(db33))-((miu*m3*t.^(2*b3))/(db34)) -
((delta*m3*t.^(2*b3))/(db34)) - ((miu*m3*t.^(2*b3))/(db34));
ic2=((beta*m2*t.^(c2+c3))/(dc33))-((miu*m3*t.^(2*c3))/(dc34)) -
((delta*m3*t.^(2*c3))/(dc34)) - ((miu*m3*t.^(2*c3))/(dc34));
id2=((beta*m2*t.^(d2+d3))/(dd33))-((miu*m3*t.^(2*d3))/(dd34)) -
((delta*m3*t.^(2*d3))/(dd34)) - ((miu*m3*t.^(2*d3))/(dd34));

ra2=((delta*m3*t.^(a3+a4))/(da44)) +((v*m1*t.^(a1+a4))/(da45)) -
((miu*m4*(2*t.^(a4)))/(da46));
rb2=((delta*m3*t.^(b3+b4))/(db44)) +((v*m1*t.^(b1+b4))/(db45)) -
((miu*m4*(2*t.^(b4)))/(db46));
rc2=((delta*m3*t.^(c3+c4))/(dc44)) +((v*m1*t.^(c1+c4))/(dc45)) -
((miu*m4*(2*t.^(c4)))/(dc46));
rd2=((delta*m3*t.^(d3+d4))/(dd44)) +((v*m1*t.^(d1+d4))/(dd45)) -
((miu*m4*(2*t.^(d4)))/(dd46));

fa1=gamma (2*a1+a3+1);
fa2=gamma (3*a1+1);
fa3=gamma (a3+1);
fa4=gamma (a1+1);
fa5=gamma (a1+a2+a3+1);
fa6=gamma (a1+2*a3+1);
fa7=gamma (2*a1+a2+1);
fa8=gamma (2*a2+a3+1);
fa9=gamma (a2+2*a3+1);
fa10=gamma (a1+2*a2+1);
fa11=gamma (3*a2+1);
fa12=gamma (3*a3+1);
fa13=gamma (a2+a3+a4+1);
fa14=gamma (2*a3+a4+1);
fa15=gamma (a1+a3+a4+1);

fa16=gamma (2*a1+a4+1);
fa17=gamma (a3+2*a4+1);
fa18=gamma (a1+2*a4+1);
fa19=gamma (3*a4+1);

fb1=gamma (2*b1+b3+1);
fb2=gamma (3*b1+1);
fb3=gamma (b3+1);
fb4=gamma (b1+1);
fb5=gamma (b1+b2+b3+1);
fb6=gamma (b1+2*b3+1);
fb7=gamma (2*b1+b2+1);
fb8=gamma (2*b2+b3+1);
fb9=gamma (b2+2*b3+1);
fb10=gamma (b1+2*b2+1);
fb11=gamma (3*b2+1);
fb12=gamma (3*b3+1);
fb13=gamma (b2+b3+b4+1);
fb14=gamma (2*b3+b4+1);
fb15=gamma (b1+b3+b4+1);
fb16=gamma (2*b1+b4+1);
fb17=gamma (b3+2*b4+1);
fb18=gamma (b1+2*b4+1);
fb19=gamma (3*b4+1);

fc1=gamma (2*c1+c3+1);
fc2=gamma (3*c1+1);
fc3=gamma (c3+1);
fc4=gamma (c1+1);
fc5=gamma (c1+c2+c3+1);
fc6=gamma (c1+2*c3+1);
fc7=gamma (2*c1+c2+1);
fc8=gamma (2*c2+c3+1);
fc9=gamma (c2+2*c3+1);
fc10=gamma (c1+2*c2+1);
fc11=gamma (3*c2+1);
fc12=gamma (3*c3+1);
fc13=gamma (c2+c3+c4+1);
fc14=gamma (2*c3+c4+1);
fc15=gamma (c1+c3+c4+1);
fc16=gamma (2*c1+c4+1);
fc17=gamma (c3+2*c4+1);
fc18=gamma (c1+2*c4+1);
fc19=gamma (3*c4+1);

fd1=gamma (2*d1+d3+1);
fd2=gamma (3*d1+1);
fd3=gamma (d3+1);
fd4=gamma (d1+1);
fd5=gamma (d1+d2+d3+1);
fd6=gamma (d1+2*d3+1);
fd7=gamma (2*d1+d2+1);
fd8=gamma (2*d2+d3+1);
fd9=gamma (d2+2*d3+1);
fd10=gamma (d1+2*d2+1);
fd11=gamma (3*d2+1);
fd12=gamma (3*d3+1);
fd13=gamma (d2+d3+d4+1);

```

fd14=gamma (2*d3+d4+1);
fd15=gamma (d1+d3+d4+1);
fd16=gamma (2*d1+d4+1);
fd17=gamma (d3+2*d4+1);
fd18=gamma (d1+2*d4+1);
fd19=gamma (3*d4+1);

sa3=(( (alfa.^2)*u*p*m3*t.^(2*a1+a3))/(fa1))+((alfa*u*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*a1))/(fa2))-
((alfa*m1*m3*fa7*t.^(2*a1+a3))/(fa3*fa4*fa1))-
((alfa*p*beta*m2*t.^(a1+a2+a3))/(fa5))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(a1+2*a3))/(fa6))-
((miu*alfa*p*m3*t.^(2*a1+a3))/(fa1))+((miu*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*a1))/(fa2));
sb3=(( (alfa.^2)*u*p*m3*t.^(2*b1+b3))/(fb1))+((alfa*u*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*b1))/(fb2))-
((alfa*m1*m3*fb7*t.^(2*b1+b3))/(fb3*fb4*fb1))-
((alfa*p*beta*m2*t.^(b1+b2+b3))/(fb5))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(b1+2*b3))/(fb6))-
((miu*alfa*p*m3*t.^(2*b1+b3))/(fb1))+((miu*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*b1))/(fb2));
sc3=(( (alfa.^2)*u*p*m3*t.^(2*c1+c3))/(fc1))+((alfa*u*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*c1))/(fc2))-
((alfa*m1*m3*fc7*t.^(2*c1+c3))/(fc3*fc4*fc1))-
((alfa*p*beta*m2*t.^(c1+c2+c3))/(fc5))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(c1+2*c3))/(fc6))-
((miu*alfa*p*m3*t.^(2*c1+c3))/(fc1))+((miu*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*c1))/(fc2));
sd3=(( (alfa.^2)*u*p*m3*t.^(2*d1+d3))/(fd1))+((alfa*u*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*d1))/(fd2))-
((alfa*m1*m3*fd7*t.^(2*d1+d3))/(fd3*fd4*fd1))-
((alfa*p*beta*m2*t.^(d1+d2+d3))/(fd5))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(d1+2*d3))/(fd6))-
((miu*alfa*p*m3*t.^(2*d1+d3))/(fd1))+((miu*((alfa*u)+miu+v)*m1*t.^(3*d1))/(fd2));

ea3= -((u*(alfa.^2)*p*m3*t.^(a1+a2+a3))/(fa5))-
((alfa*u*(alfa*u+miu+v)*m1*t.^(2*a1+a2))/(fa7))+((alfa*m1*m3*fa7*t.^(a1+a2+a3))/(fa3*fa4*fa5))+((alfa*p*beta*m2*t.^(2*a2+a3))/(fa8))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(a2+2*a3))/(fa9))-
((beta*alfa*p*m3*t.^(2*a2+a3))/(fa8))-
((beta*alfa*u*m1*t.^(a1+2*a2))/(fa10))+((beta*(beta+miu)*m2*t.^(3*a2))/(fa11))-((miu*alfa*p*m3*t.^(2*a2+a3))/(fa8))-
((miu*alfa*u*m1*t.^(a1+2*a2))/(fa10)) +
((miu*(beta+miu)*m2*t.^(3*a2))/(fa11));
eb3= -((u*(alfa.^2)*p*m3*t.^(b1+b2+b3))/(fb5))-
((alfa*u*(alfa*u+miu+v)*m1*t.^(2*b1+b2))/(fb7))+((alfa*m1*m3*fb7*t.^(b1+b2+b3))/(fb3*fb4*fb5))+((alfa*p*beta*m2*t.^(2*b2+b3))/(fb8))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(b2+2*b3))/(fb9))-
((beta*alfa*p*m3*t.^(2*b2+b3))/(fb8))-
((beta*alfa*u*m1*t.^(b1+2*b2))/(fb10))+((beta*(beta+miu)*m2*t.^(3*b2))/(fb11))-((miu*alfa*p*m3*t.^(2*b2+b3))/(fb8))-
((miu*alfa*u*m1*t.^(b1+2*b2))/(fb10)) +
((miu*(beta+miu)*m2*t.^(3*b2))/(fb11));
ec3= -((u*(alfa.^2)*p*m3*t.^(c1+c2+c3))/(fc5))-
((alfa*u*(alfa*u+miu+v)*m1*t.^(2*c1+c2))/(fc7))+((alfa*m1*m3*fc7*t.^(c1+c2+c3))/(fc3*fc4*fc5))+((alfa*p*beta*m2*t.^(2*c2+c3))/(fc8))-
(((miui+delta+miu)*m3*t.^(c2+2*c3))/(fc9))-

```

$$\begin{aligned}
& ((\beta \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot c_2 + c_3)}) / (fc_8)) - \\
& ((\beta \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(c_1 + 2 \cdot c_2)}) / (fc_{10})) + ((\beta \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(3 \cdot c_2)}) / (fc_{11})) - ((\mu \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot c_2 + c_3)}) / (fc_8)) - \\
& ((\mu \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(c_1 + 2 \cdot c_2)}) / (fc_{10})) + \\
& ((\mu \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(3 \cdot c_2)}) / (fc_{11})); \\
ed3 = & -((u \cdot (\alpha \cdot \alpha)^2 \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(d_1 + d_2 + d_3)}) / (fd_5)) - \\
& ((\alpha \cdot u \cdot (\alpha \cdot u + \mu + v) \cdot m^1 \cdot t^{(2 \cdot d_1 + d_2)}) / (fd_7)) + ((\alpha \cdot m^1 \cdot m^3 \cdot fd_7 \cdot t^{(d_1 + d_2 + d_3)}) / (fd_3 \cdot fd_4 \cdot fd_5)) + ((\alpha \cdot p \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(2 \cdot d_2 + d_3)}) / (fd_8)) \\
& - (((\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(d_2 + 2 \cdot d_3)}) / (fd_9)) - \\
& ((\beta \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot d_2 + d_3)}) / (fd_8)) - \\
& ((\beta \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(d_1 + 2 \cdot d_2)}) / (fd_{10})) + ((\beta \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(3 \cdot d_2)}) / (fd_{11})) - ((\mu \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot d_2 + d_3)}) / (fd_8)) - \\
& ((\mu \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(d_1 + 2 \cdot d_2)}) / (fd_{10})) + \\
& ((\mu \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(3 \cdot d_2)}) / (fd_{11}));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ia3 = & ((\beta \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(a_2 + 2 \cdot a_3)}) / (fa_9)) + ((\beta \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(a_1 + a_2 + a_3)}) / (fa_5)) - ((\beta \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(2 \cdot a_2 + a_3)}) / (fa_8)) - \\
& ((\mu + \delta + \mu) \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(a_2 + 2 \cdot a_3)}) / (fa_9)) + ((\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot a_3)}) / (fa_{12})) - \\
& ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(a_2 + 2 \cdot a_3)}) / (fa_9)) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot a_3)}) / (fa_{12})) - ((\mu \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(a_2 + 2 \cdot a_3)}) / (fa_9)) \\
& + ((\mu \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot a_3)}) / (fa_{12})); \\
ib3 = & ((\beta \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(b_2 + 2 \cdot b_3)}) / (fb_9)) + ((\beta \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(b_1 + b_2 + b_3)}) / (fb_5)) - ((\beta \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(2 \cdot b_2 + b_3)}) / (fb_8)) - \\
& ((\mu + \delta + \mu) \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(b_2 + 2 \cdot b_3)}) / (fb_9)) + ((\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot b_3)}) / (fb_{12})) - \\
& ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(b_2 + 2 \cdot b_3)}) / (fb_9)) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot b_3)}) / (fb_{12})) - ((\mu \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(b_2 + 2 \cdot b_3)}) / (fb_9)) \\
& + ((\mu \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot b_3)}) / (fb_{12})); \\
ic3 = & ((\beta \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(c_2 + 2 \cdot c_3)}) / (fc_9)) + ((\beta \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(c_1 + c_2 + c_3)}) / (fc_5)) - ((\beta \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(2 \cdot c_2 + c_3)}) / (fc_8)) - \\
& ((\mu + \delta + \mu) \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(c_2 + 2 \cdot c_3)}) / (fc_9)) + ((\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot c_3)}) / (fc_{12})) - \\
& ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(c_2 + 2 \cdot c_3)}) / (fc_9)) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot c_3)}) / (fc_{12})) - ((\mu \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(c_2 + 2 \cdot c_3)}) / (fc_9)) \\
& + ((\mu \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot c_3)}) / (fc_{12})); \\
id3 = & ((\beta \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(d_2 + 2 \cdot d_3)}) / (fd_9)) + ((\beta \cdot \alpha \cdot u \cdot m^1 \cdot t^{(d_1 + d_2 + d_3)}) / (fd_5)) - ((\beta \cdot (\beta + \mu) \cdot m^2 \cdot t^{(2 \cdot d_2 + d_3)}) / (fd_8)) - \\
& ((\mu + \delta + \mu) \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(d_2 + 2 \cdot d_3)}) / (fd_9)) + ((\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot d_3)}) / (fd_{12})) - \\
& ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(d_2 + 2 \cdot d_3)}) / (fd_9)) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot d_3)}) / (fd_{12})) - ((\mu \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(d_2 + 2 \cdot d_3)}) / (fd_9)) \\
& + ((\mu \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(3 \cdot d_3)}) / (fd_{12}));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ra3 = & ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(a_2 + a_3 + a_4)}) / (fa_{13})) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot a_3 + a_4)}) / (fa_{14})) - ((v \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(a_1 + a_3 + a_4)}) / (fa_{15})) - \\
& ((v \cdot (\alpha \cdot u + \mu + v) \cdot m^1 \cdot t^{(2 \cdot a_1 + a_4)}) / (fa_{16})) - \\
& ((\mu \cdot \delta \cdot m^3 \cdot t^{(a_3 + 2 \cdot a_4)}) / (fa_{17})) - \\
& ((\mu \cdot v \cdot m^1 \cdot t^{(a_1 + 2 \cdot a_4)}) / (fa_{18})) + ((\mu \cdot \mu^2 \cdot m^4 \cdot t^{(a_4)}) / (fa_{19})); \\
rb3 = & ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(b_2 + b_3 + b_4)}) / (fb_{13})) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot b_3 + b_4)}) / (fb_{14})) - ((v \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(b_1 + b_3 + b_4)}) / (fb_{15})) - \\
& ((v \cdot (\alpha \cdot u + \mu + v) \cdot m^1 \cdot t^{(2 \cdot b_1 + b_4)}) / (fb_{16})) - \\
& ((\mu \cdot \delta \cdot m^3 \cdot t^{(b_3 + 2 \cdot b_4)}) / (fb_{17})) - \\
& ((\mu \cdot v \cdot m^1 \cdot t^{(b_1 + 2 \cdot b_4)}) / (fb_{18})) + ((\mu \cdot \mu^2 \cdot m^4 \cdot t^{(b_4)}) / (fb_{19})); \\
rc3 = & ((\delta \cdot \beta \cdot m^2 \cdot t^{(c_2 + c_3 + c_4)}) / (fc_{13})) + ((\delta \cdot (\mu + \delta + \mu) \cdot m^3 \cdot t^{(2 \cdot c_3 + c_4)}) / (fc_{14})) - ((v \cdot \alpha \cdot p \cdot m^3 \cdot t^{(c_1 + c_3 + c_4)}) / (fc_{15})) - \\
& ((v \cdot (\alpha \cdot u + \mu + v) \cdot m^1 \cdot t^{(2 \cdot c_1 + c_4)}) / (fc_{16})) -
\end{aligned}$$

```

((miu*delta*m3*t.^(c3+2*c4))/(fc17))-
((miu*v*m1*t.^(c1+2*c4))/(fc18))+((miu.^(2)*m4*3*t.^(c4))/(fc19));
rd3=((delta*beta*m2*t.^(d2+d3+d4))/(fd13))+((delta*(miu+delta+miu)
)*m3*t.^(2*d3+d4))/(fd14)-((v*alfa*p*m3*t.^(d1+d3+d4))/(fd15))-
((v*(alfa*u+miu+v)*m1*t.^(2*d1+d4))/(fd16))-
((miu*delta*m3*t.^(d3+2*d4))/(fd17))-
((miu*v*m1*t.^(d1+2*d4))/(fd18))+((miu.^(2)*m4*3*t.^(d4))/(fd19));

```

```

Sa=s0+sa1+sa2+sa3;
Sb=s0+sb1+sb2+sb3;
Sc=s0+sc1+sc2+sc3;
Sd=s0+sd1+sd2+sd3;

```

```

Ea=e0+ea1+ea2+ea3;
Eb=e0+eb1+eb2+eb3;
Ec=e0+ec1+ec2+ec3;
Ed=e0+ed1+ed2+ed3;

```

```

Ia=i0+ia1+ia2+ia3;
Ib=i0+ib1+ib2+ib3;
Ic=i0+ic1+ic2+ic3;
Id=i0+id1+id2+id3;

```

```

Ra=r0+ra1+ra2+ra3;
Rb=r0+rb1+rb2+rb3;
Rc=r0+rc1+rc2+rc3;
Rd=r0+rd1+rd2+rd3;

```

```

figure(1)
plot(t, Sa(1,:), '-b', t, Sb(1,:), '-r', t, Sc(1,:), '-m', t, Sd(1,:), '-g')
legend('a1=1,a2=1,a3=1,a4=1', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.75', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.5', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.25')
xlabel('Waktu (BULAN)');
ylabel('Populasi Manusia Rentan COVID-19');
title('Pengaruh pada Suspected');

```

```

figure(2)
plot(t, Ea(1,:), '-b', t, Eb(1,:), '-r', t, Ec(1,:), '-m', t, Ed(1,:), '-g')
legend('a1=1,a2=1,a3=1,a4=1', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.75', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.5', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.25')
xlabel('Waktu (BULAN)');
ylabel('Populasi Manusia terinfeksi tanpa gejala');
title('Pengaruh pada Exposed');

```

```

figure(3)
plot(t, Ia(1,:), '-b', t, Ib(1,:), '-r', t, Ic(1,:), '-m', t, Id(1,:), '-g')
legend('a1=1,a2=1,a3=1,a4=1', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.75', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.5', 'a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.25')
xlabel('Waktu (BULAN)');
ylabel('Populasi Manusia terinfeksi dengan gejala');
title('Pengaruh pada Infected');

```

```

figure(4)

```

```
plot(t,Ra(1,:),'.-b',t,Rb(1,:),'.-r',t,Rc(1,:),'.-m',t,Rd(1,:),'.-g')
legend('a1=1,a2=1,a3=1,a4=1','a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.75','a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.5','a1=1,a2=1,a3=1,a4=0.25')
xlabel('Waktu (BULAN)');
ylabel('Populasi Manusia Sembuh');
title('Pengaruh pada Recovered');
```

RIWAYAT HIDUP



Khoirotun Nisa', lahir di Jakarta 24 November 2000, tinggal di Jl. Cakung Drain No. 152, Kecamatan Cakung, Jakarta Timur. Anak ke-4 dari tujuh bersaudara, putri pasangan Bapak H. Abdul Wasi' dan Ibu Hj. Suliha. Pendidikan taman kanak-kanak ditempuh di TK. Jamiyatul Khoirot, kemudian melanjutkan pendidikan dasar di MI Umdaturrashikien Jakarta dan lulus pada tahun 2012. Selanjutnya melanjutkan pendidikan sekolah menengah pertama di MTsN. Bangkalan dan lulus pada tahun 2015. Kemudian melanjutkan pendidikan sekolah menengah atas bidang Akselerasi di MAN Bangkalan dan lulus pada tahun 2017. Dan pada tahun 2017 melanjutkan pendidikan perguruan tinggi di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis dapat dihubungi melalui email: khoirotun241120.@gmail.com



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG FAKULTAS
SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Khoirotun Nisa'
NIM : 17610102
Fakultas/Program Studi : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Model Epidemii *Suspected Exposed Infected Recovered* (SEIR) Pada Penyebaran COVID-19 Orde-Fraksional
Pembimbing I : Dr. Hairur Rahman, M.Si
Pembimbing II : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	4 Januari 2021	Konsultasi Bab I	1.
2	7 Januari 2021	Revisi Bab I	2.
3	15 Januari 2021	Konsultasi Bab II	3.
4	16 Februari 2021	Konsultasi Bab I dan II	4.
5	23 Februari 2020	Konsultasi Bab III	5.
6	19 Maret 2021	Konsultasi Agama Bab I dan II	6.
7	16 April 2021	Revisi Agama Bab I dan Konsultasi Agama Bab II	7.
8	3 Mei 2021	Konsultasi Bab I, II, dan II	8.
9	17 Mei 2021	ACC untuk diseminarkan	9.
10	16 Agustus 2021	Revisi Bab I, II, dan III	10.
11	23 Agustus 2021	Revisi Bab II dan Bab III	11.
12	24 Agustus 2021	Konsultasi Bab III	12.
13	13 September 2021	Revisi Bab III dan Bab IV	13.
14	11 Oktober 2021	Revisi Agama Bab I, II, dan III	14.
15	15 Oktober 2021	ACC Keseluruhan untuk disidangkan	15.

Malang, 20 Desember 2021

Mengetahui,
Ketua Program Studi

Dr. Ely Susanti, M.Sc

NIP. 19741129 200012 2 005

