

**MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI DIKENAI MASSA YANG  
BERJALAN DI ATASNYA**

**SKRIPSI**

**OLEH  
MIFTAKUL JANAH  
NIM. 17610009**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2021**

**MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI DIKENAI MASSA YANG  
BERJALAN DI ATASNYA**

**SKRIPSI**

**Diajukan kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
Untuk memenuhi salah satu persyaratan dalam  
Memperoleh gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Miftakul Janah  
NIM. 17610009**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2021**

**MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI DIKENAI MASSA YANG  
BERJALAN DI ATASNYA**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Miftakul Janah  
NIM. 17610009**

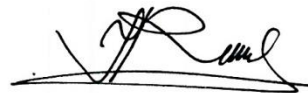
Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal, 1 Desember 2021

Pembimbing I,



Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si  
NIP. 19770521 200501 2 004

Pembimbing II,



Erna Herawati, M.Pd  
NIDT. 1976072320180212222

Mengetahui,  
Ketua Program Studi



Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005

**MODEL MATEMATIKA VIBRASI DAWAI DIKENAI MASSA YANG  
BERJALAN DI ATASNYA**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Miftakul Janah  
NIM. 17610009**

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 7 Desember 2021

Penguji Utama : Dr. Heni Widayani, M.Si  
Ketua Penguji : Dr. Imam Sujarwo, M.Pd  
Sekretaris Penguji : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si  
Anggota Penguji : Erna Herawati, M.Pd



Mengetahui,  
Ketua Program Studi



Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini :

Nama : Miftakul Janah  
NIM : 17610009  
Program Studi : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Model Matematika Vibrasi Dawai Dikenai Massa yang Berjalan di Atasnya

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pemikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan dan pemikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 25 November 2021  
Yang membuat pernyataan



Miftakul Janah  
NIM. 17610009

## MOTO

بِقَدْرِ الْكَدِّ تُعْطَى مَا تَرْوُمُ

“ Sejahmana usahamu, itulah hasil yg bisa kau peroleh “

## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta, bapak Sutarto dan ibu Supriati yang doa dan dukungannya tidak pernah berhenti, serta sahabat-sahabat yang selalu ada dikala senang maupun sedih.

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah SWT, yang telah memberikan rahmat, taufik, serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar sarjana dalam bidang ilmu Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Sholawat serta salam tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Nabi yang telah menuntun dari jaman jahiliyah menuju jaman islamiyah. Semoga kelak di yaumul qiyamah kita diakui sebagai ummat-Nya.

Selama proses penyusunan skripsi ini, banyak arahan dan bimbingan yang penulis dapatkan. Karenanya, penulis ucapkan terimakasih kepada :

1. Prof Dr. H. M. Zainuddin, MA, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Erna Herawati, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan pengalaman yang berharga kepada penulis.
6. Dr. Heni Widayani, M.Si, selaku dosen penguji Seminar Proposal dan Ujian Skripsi yang telah banyak memberikan arahan kepada penulis.



7. Dr. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen penguji Ujian Skripsi yang telah banyak memberikan arahan kepada penulis.
8. Segenap civitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama seluruh dosen, terima kasih untuk segenap ilmu dan bimbingannya.
9. Bapak Sutarto dan ibu Supriati yang selalu memberikan doa dan semangat dalam menyelesaikan penelitian ini.
10. Abi Dr. H. Isroqunnajah, M.Ag dan ummah Ismatuddiniyah yang memberikan doa dan motivasi kepada penulis.
11. Seluruh teman-teman di Bait Tahfidz Al-Qur'an (BTQ), PPTQ Nurul Huda Joyosuko metro, dan Jurusan Matematika angkatan 2017 yang selalu ada di kala senang dan sedih dalam rangka proses penyelesaian penelitian ini.

Semoga Allah Swt. melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan manfaat kepada para pembaca, khususnya bagi penulis secara pribadi.

*Wassalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Malang, 25 November 2021

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR SIMBOL.....	xiii
ABSTRAK.....	xv
ABSTRACT.....	xvi
ملخص.....	xvii

### BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Batasan Masalah.....	5
1.6 Metode Penelitian.....	5
1.7 Sistematika Penulisan.....	6

### BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika.....	8
2.2 Vibrasi Dawai ketika Dikenai Massa.....	10
2.3 Hukum-Hukum yang Terlibat pada Masalah Vibrasi Dawai.....	11
2.3.1 Hukum Newton II.....	11
2.3.2 Hukum Hooke.....	11
2.3.3 Hukum Stokes.....	12
2.4 Gaya-Gaya yang Bekerja pada Masalah Vibrasi Dawai.....	12
2.4.1 Gaya Dorong.....	12
2.4.2 Gaya Gesek.....	13
2.4.3 Gaya Berat.....	14
2.4.4 Gaya Tegangan.....	15

2.4.5	Gaya Pegas .....	16
2.5	Energi Potensial dan Energi Kinetik pada Vibrasi Dawai .....	17
2.5.1	Energi Potensial .....	17
2.5.2	Energi Kinetik .....	18
2.6	Persamaan Lagrange .....	19
2.7	Kajian Integrasi Model Matematika dengan Al-Qur'an .....	20

### **BAB III PEMBAHASAN**

3.1	Formulasi Model Vibrasi Massa pada Dawai .....	22
3.1.1	Identifikasi Masalah .....	22
3.1.2	Asumsi Dasar .....	29
3.1.3	Mengidentifikasi Gaya dan Memformulasikan Energi Potensial .....	30
3.1.4	Memformulasikan Energi Kinetik .....	45
3.1.5	Menyusun Persamaan <i>Lagrange</i> .....	46
3.1.6	Menurunkan Persamaan <i>Lagrange</i> .....	47
3.2	Plot Solusi Model Matematika Vibrasi Dawai dikenai Massa .....	52
3.3	Model Matematika Vibrasi Dawai dikenai Massa dalam Islam .....	57

### **BAB IV PENUTUP**

4.1	Kesimpulan .....	60
4.2	Saran .....	61

<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	62
-----------------------------	----

### **LAMPIRAN**

### **RIWAYAT HIDUP**

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Ilustrasi Vibrasi Dawai.....	23
Gambar 3.2	Ilustrasi Massa Berhenti di $1/2$ dari Panjang Dawai .....	24
Gambar 3.3	Ilustrasi Massa Berhenti di $1/4$ dari Panjang Dawai .....	24
Gambar 3.4	Ilustrasi Massa Berhenti di $1/8$ dari Panjang Dawai .....	24
Gambar 3.5	Pola gelombang vertikal yang terjadi pada dawai.....	25
Gambar 3.6	Ilustrasi Simpangan Dawai .....	30
Gambar 3.7	Ilustrasi Peregangan di Sisi Kiri.....	32
Gambar 3.8	Ilustrasi Peregangan di Sisi Kanan.....	32
Gambar 3.9	Gambar Perilaku Dawai yang Dikenai Gaya Dorong .....	34
Gambar 3.10	Ilustrasi Gaya Gesek .....	35
Gambar 3.11	Ilustrasi Gaya Berat pada Dawai.....	37
Gambar 3.12	Ilustrasi Gaya Berat.....	41
Gambar 3.13	Ilustrasi Gaya Pegas .....	42
Gambar 3.14	Plot Grafik Lendutan Dawai $y(t)$ ketika $mb = 0.005$ .....	53
Gambar 3.15	Plot Grafik Lendutan Dawai $y(t)$ ketika $mb = 0.05$ .....	54
Gambar 3.16	Plot Grafik Lendutan Dawai $y(t)$ ketika $mb = 0.5$ .....	54
Gambar 3.17	Plot Grafik Sudut Dawai $\theta(t)$ ketika $mb = 0.005$ .....	56
Gambar 3.18	Plot Grafik Sudut Dawai $\theta(t)$ ketika $mb = 0.05$ .....	56
Gambar 3.19	Plot Grafik Sudut Dawai $\theta(t)$ ketika $mb = 0.5$ .....	57

## DAFTAR SIMBOL

$t$	:	Variabel bebas (waktu)
$y(t)$	:	Lendutan dawai bergantung pada variabel $t$
$\frac{dy(t)}{dt}$	:	Kecepatan vibrasi dawai
$\frac{d^2y(t)}{dt^2}$	:	Percepatan vibrasi dawai
$\theta(t)$	:	Sudut dawai bergantung pada variabel $t$
$\frac{d\theta}{dt}$	:	Kecepatan sudut dawai
$\frac{d^2\theta}{dt^2}$	:	Percepatan sudut dawai
$l$	:	Panjang dawai
$m_b$	:	Massa benda yang meluncur pada dawai
$m_d$	:	Massa dawai
$E$	:	Modulus elastisitas dawai
$\mu_k$	:	Koefisien gaya gesek dawai dengan benda
$b$	:	Konstanta yang mewakili bentuk benda yang meluncur pada dawai
$\eta$	:	Koefisien kekentalan zat fluida (udara)
$g$	:	Percepatan gravitasi
$A$	:	Luas penampang dawai
$N$	:	Gaya normal benda
$EK_b$	:	Energi kinetik benda
$EK_d$	:	Energi kinetik dawai
$EK_M$	:	Energi kinetik total model pada dawai
$EP_p$	:	Energi potensial pegas dawai
$EP_W$	:	Energi potensial berat
$EP_{k1}$	:	Energi potensial gesek antara dawai dengan benda
$EP_{k2}$	:	Energi potensial gesek antara benda dengan udara
$EP_{T-}$	:	Energi potensial tegangan di sisi kiri dawai

$EP_{T^+}$	:	Energi potensial tegangan di sisi kanan dawai
$EP_T$	:	Energi potensial total tegangan dawai <i>flying fox</i>
$x_i^-$	:	Panjang mula-mula dawai di sisi kiri
$x_i^+$	:	Panjang mula-mula dawai di sisi kanan
$x_m$	:	Panjang dawai setelah dikenai massa di sisi kiri
$x_n$	:	Panjang dawai setelah dikenai massa di sisi kanan
$x^-$	:	Besar pertambahan panjang dawai di sisi kiri
$x^+$	:	Besar pertambahan panjang dawai di sisi kanan
$e^-$	:	Regangan di sisi kiri dawai
$e^+$	:	Regangan di sisi kanan dawai
$F_p$	:	Gaya pegas dawai
$F_W$	:	Gaya berat dawai
$F_k$	:	Gaya gesek kinetis dawai
$F_{k1}$	:	Gaya gesek antara benda dengan dawai
$F_{k2}$	:	Gaya gesek antara benda dengan udara
$F_{T^-}$	:	Gaya tegangan dawai di sisi kiri
$F_{T^+}$	:	Gaya tegangan dawai di sisi kanan

## ABSTRAK

Janah, Miftakul, 2021. **Model Matematika Vibrasi Dawai Dikenai Massa yang Berjalan di Atasnya**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing : (1) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si, (2) Erna Herawati, M.Pd.

**Kata Kunci** : Kontruksi Model, Lentutan, Massa Menggelinding, Model Dawai, Model Matematika, Sudut Lentutan, Vibrasi Dawai.

Pada penelitian ini dibahas tentang formulasi model matematika vibrasi dawai ketika dikenai massa yang menggelinding di sepanjang dawai. Terdapat dua variabel yang diteliti dari formulasi model tersebut, yaitu lentutan dawai  $y(t)$  dan sudut dawai  $\theta(t)$ . Model Matematika yang diteliti mempertimbangkan eksistensi gaya gesek, gaya tegangan, gaya pegas, dan gaya berat. Kemudian dilakukan formulasi energi potensial akibat gaya-gaya tersebut dan energi kinetik yang bekerja sehingga diperoleh persamaan *Lagrange* dari lentutan dan sudut dawai yang dimaksud. Berdasarkan langkah formulasi yang telah dijelaskan, model matematika yang diperoleh berupa persamaan diferensial biasa orde satu pangkat dua. Selanjutnya plot model yang dihasilkan diberikan input nilai terhadap semua parameter yang terlibat dengan tujuan agar didapatkan deskripsi secara grafis pola  $y(t)$  dan  $\theta(t)$ . Dari plot dapat dilihat bahwa pola grafik  $y(t)$  sudah mendekati kondisi yang diharapkan, sementara itu grafik  $\theta(t)$  masih perlu dianalisis lebih detail. Oleh karena itu penelitiannya selanjutnya dapat membedah ulang model sehingga didapat model yang semakin valid.

## ABSTRACT

Janah, Miftakul, 2021. **Mathematical Model of String Vibration Affected by Mass Running On The It**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors : (1) Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si, (2) Erna Herawati, M.Pd.

**Keyword** : Model Construction, Deflection, Rolling Mass, String Model, Mathematical Model, Deflection Angle, String Vibration.

This study discusses the formulation of a mathematical model of the vibration of a string when it is subjected to a mass that rolls along the string. There are two variables studied from the formulation of the model, namely the deflection of the string  $y(t)$  and the angle of the string  $\theta(t)$ . The mathematical model studied considers the existence of frictional force, tension force, spring force, and gravity. Then the formulation of the potential energy due to these forces and the working kinetic energy is carried out in order to obtain the Lagrange equation of the deflection and angle of the string in question. Based on the formulation steps that have been described, the mathematical model obtained is an ordinary differential equation of the order of one to the power of two. Furthermore, the resulting model plot is given input values for all the parameters involved in order to obtain a graphical description of the  $y(t)$  and  $\theta(t)$  patterns. From the plot, it can be seen that the  $y(t)$  graph pattern is close to the expected condition, meanwhile the  $\theta(t)$  graph still needs to be analyzed in more detail. Therefore, further research can dissect the model so that a more valid model is obtained.



## ملخص

الجنة، مفتاح. ٢٠٢١. نموذج رياضي لاهتزاز الخيط (*String Vibration*) الخاضع للمشي الجماعي عليه. البحث الجلامعي. قسم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرفة : (١) أري كوسوماستوتي، الماجستير، (٢) إيرنا هراواتي، الماجستير.

الكلمات الرئيسية: بناء النموذج ، الانحراف ، كتلة التدحرج ، نموذج الأوتار ، النموذج الرياضي ، زاوية الانحراف ، اهتزاز السلسلة..

تناقش هذه الدراسة صياغة نموذج رياضي لاهتزاز الخيط عند تعرضه لكتلة تتدحرج على طول الخيط. هناك متغيرين تمت دراستهما من صياغة النموذج ، وهما انحراف السلسلة  $\gamma(t)$  وزاوية السلسلة  $\theta(t)$ . يأخذ النموذج الرياضي المدروس في الاعتبار وجود قوة الاحتكاك وقوة التوتر وقوة الزنبرك والجاذبية. ثم يتم صياغة الطاقة الكامنة الناتجة عن هذه القوى والطاقة الحركية العاملة من أجل الحصول على معادلة لاغرانج لانحراف وزاوية السلسلة المعنية. بناءً على خطوات الصياغة الموضحة ، فإن النموذج الرياضي الذي تم الحصول عليه هو معادلة تفاضلية عادية من رتبة واحد إلى أس اثنين. علاوة على ذلك ، يتم إعطاء مخطط النموذج الناتج قيم إدخال لجميع المعلمات المعنية من أجل الحصول على وصف رسومي لنمطي  $\gamma(t)$  و  $\theta(t)$ . من الرسم البياني ، يمكن ملاحظة أن نمط الرسم البياني  $\gamma(t)$  قريب من الحالة المتوقعة ، وبالتالي لا يزال الرسم البياني  $\theta(t)$  بحاجة إلى التحليل بمزيد من التفصيل. لذلك ، يمكن لمزيد من البحث تشريح النموذج بحيث يتم الحصول على نموذج أكثر صحة.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Allah berfirman dalam QS. Al-Jasiyah/45:13 yang artinya :

*“Dan dia telah menundukkan untukmu apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi semuanya (sebagai rahmat) dari pada-Nya. Sesungguhnya pada demikian itu benar-benar terdapat tanda-tanda (kekuasaan Allah) bagi kaum yang berfikir.”*

Berdasarkan tafsir Ibnu Katsir, Abdullah (2007) dijelaskan bahwa Allah telah menciptakan langit dan bumi dengan segala isinya untuk dimanfaatkan oleh hamba-Nya. Lafal Jamii'an ini berkedudukan menjadi Taukid atau mengukuhkan makna lafal sebelumnya (dari-Nya), lafal Minhu ini menjadi Hal atau kata keterangan keadaan, maksudnya semuanya itu ditundukkan oleh-Nya. Dengan demikian, jika mereka berfikir atas semua itu, maka terdapat tanda-tanda kekuasaan dan keesaan Allah (Jalaluddin, 2009).

Salah satu masalah yang sulit dipahami secara langsung adalah masalah model vibrasi pada dawai yang dikenai massa dengan aksi berupa gaya dorong. Suatu dawai ketika dikenai pembebanan massa akan mengakibatkan terjadinya lendutan dan sudut dawai, sehingga muncul gaya-gaya dan energi-energi yang dapat dimanfaatkan sebagai penelitian. Untuk mengendalikan efek lendutan dawai tersebut, identifikasi gaya-gaya yang terlibat merupakan hal yang penting. Salah satu upaya untuk menganalisisnya dengan membentuk suatu ukuran yang tepat dan dapat mewakili masalah tersebut dalam keadaan riilnya. Dalam matematika, istilah ini dikenal sebagai model matematika. Untuk kasus ini, model matematika dari vibrasi pada dawai akan disajikan dalam bahasa matematika. Penyajian ini bertujuan agar masalah vibrasi pada dawai menjadi

lebih sederhana untuk dianalisis lebih lanjut.

Penelitian ini difokuskan pada masalah formulasi model matematika vibrasi pada dawai dengan massa yang berjalan di atasnya. Pendekatan pemodelan yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan secara teoritik yaitu dengan memperhatikan hukum-hukum fisika yang terlibat. Diantaranya adalah hukum Newton, hukum Stokes, dan hukum Hooke. Kemudian juga melibatkan energi potensial dorong ( $Ep_{dorong}$ ), energi potensial berat ( $Ep_{berat}$ ), energi potensial gesek ( $Ep_{gesek}$ ), energi potensial pegas ( $Ep_{pegas}$ ), energi potensial tegangan ( $Ep_{tegangan}$ ), dan energi kinetik dawai ( $Ek_{dawai}$ ). Serta variabel dan parameter yang terlibat adalah panjang dawai ( $l$ ) yang menjadi jarak antara dua buah ujung dawai, massa dawai ( $m$ ) yang didefinisikan sebagai perkalian antara massa jenis ( $\rho$ ) dan satuan panjang dawai ( $l$ ), modulus elastisitas dawai ( $E$ ) yang menyatakan kelenturan dawai, dan besar simpangan dawai ( $y$ ) yang menyatakan peregangan dawai. Dalam masalah vibrasi pada dawai tersebut diasumsikan bahwa dawai tersebut lentur, berada pada posisi kesetimbangan dan dikenai massa  $m$  yang bergerak.

Selanjutnya formulasi model matematika untuk masalah vibrasi pada dawai dimulai dari (1) mengidentifikasi masalah vibrasi pada dawai berdasarkan keadaan riilnya, (2) membangun asumsi dari hasil identifikasi masalah dengan memperhatikan akibat yang mungkin terjadi berdasarkan kondisi fisis dawai, (3) mengidentifikasi gaya-gaya yang bekerja, (4) memformulasikan energi potensial dan energi kinetik dari vibrasi pada dawai, (5) menyusun persamaan *Lagrange*, (6) menurunkan persamaan Lagrangae terhadap  $y(t)$  dan  $\theta(t)$ , (7) melakukan

simulasi model untuk melihat realistis atau tidaknya grafik  $y(t)$  dan  $\theta(t)$  sesuai kondisi riil nya.

Beberapa penelitian mengenai vibrasi dawai telah dilakukan, diantaranya oleh Ohene (2012), yang membahas model vibrasi dawai pada jembatan gantung adomi di Ghana. Solusi model tersebut dihitung dengan metode numerik Runge-Kutta orde empat, sehingga diketahui bahwa besarnya konstanta pegas dapat mempengaruhi kestabilan sudut defleksi. Anista (2015), yang meneliti tentang gerak vertikal dawai yang dipengaruhi gaya peredam. Setelah dianalisis secara dinamik, gerak vertikal dawai tersebut memiliki amplitudo yang bergerak ke arah tetap menuju stabil. Mufid dan Kusumastuti (2015), yang melakukan penelitian mengenai gerakan dua buah dawai yang menggantung pada sebuah balok. Dengan menggunakan analisis dinamik, dapat diketahui pengaruh eksternal terhadap kestabilan dan perilaku sudut defleksi. Selanjutnya kebaruan penelitian ini adalah pada formulasi model matematika vibrasi dawai dengan gaya dorong. Formulasi ini dilakukan sebagaimana langkah di atas. Jika model sudah didapatkan, langkah selanjutnya adalah plot model. Plot model ini bertujuan untuk melihat tingkat signifikan antara model dengan keadaan sesungguhnya. Jika model dirasa belum signifikan, maka dilakukan uji ulang validasi terhadap model.

Penelitian ini menjadi penting karena pengetahuan tentang besar lendutan  $y(t)$  dan sudut lendutan  $\theta(t)$  untuk berbagai macam dawai dari bahan yang berbeda-beda dapat diketahui dari hasil simulasi. Selanjutnya plot grafik ini akan memberikan saran yang berguna untuk teknologi berbasis dawai dengan massa yang berjalan di atasnya.

Berdasarkan uraian tersebut, maka penelitian ini mengangkat tema *Model Matematika Vibrasi Dawai Dikenai Massa yang Berjalan di Atasnya* sebagai judul dalam penelitian ini.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana model lendutan dawai  $y(t)$  dan sudut dawai  $\theta(t)$  yang dikenai massa berjalan?
2. Bagaimana plot solusi model lendutan dawai  $y(t)$  dan sudut dawai  $\theta(t)$  yang dikenai massa berjalan?

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui model lendutan dawai  $y(t)$  dan sudut dawai  $\theta(t)$  yang dikenai massa berjalan.
2. Untuk mengetahui plot solusi model lendutan dawai  $y(t)$  dan sudut dawai  $\theta(t)$  yang dikenai massa berjalan.

## **1.4 Manfaat Penelitian**

Manfaat dari penelitian ini adalah

1. Dengan mengetahui model matematika vibrasi dawai dengan massa berjalan di atasnya dapat dilakukan percobaan dengan berbagai macam perubahan parameter di dalam model.

2. Dengan plot model seperti yang digambarkan pada poin 1 dapat diketahui reliable atau tidaknya model untuk menggambarkan kondisi sesungguhnya.

### **1.5 Batasan Masalah**

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Dawai diasumsikan tidak miring, yakni sisi kiri dan sisi kanan dawai ditangguhkan pada penopang yang ketinggiannya sama.
2. Massa yang berjalan di atas dawai adalah massa tunggal yang mendapat gaya dorong di ujung sebelah kiri.
3. Model berupaya mengukur lendutan  $y(t)$  dan sudut lendutan  $\theta(t)$ .
4. Dawai diasumsikan lentur sehingga defleksi akibat pembebanan massa pada dawai dipertimbangkan pada proses pemodelan.
5. Gaya dorong berupa nilai dalam konstanta.
6. Fluida diasumsikan sebagai udara.

### **1.6 Metode Penelitian**

Dalam penelitian ini digunakan metode studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Memformulasi model matematika vibrasi pada dawai, dilakukan dengan :
  - a. Mendefinisikan masalah vibrasi dawai dengan massa berjalan di atasnya.
  - b. Membangun asumsi dari masalah vibrasi dawai dengan massa berjalan di atasnya.
  - c. Mengidentifikasi hukum-hukum yang berlaku.

- d. Mengidentifikasi gaya-gaya yang terjadi.
  - e. Memformulasikan semua energi potensial yang terjadi dari gaya-gaya yang mempengaruhinya.
  - f. Memformulasikan energi kinetik.
  - g. Menyusun persamaan *Lagrange*.
  - h. Menurunkan persamaan *Lagrange* terhadap  $y(t)$  dan  $\theta(t)$  sehingga diperoleh model matematika untuk perubahan  $y(t)$  dan  $\theta(t)$ .
2. Plot solusi model dilakukan dengan metode runge kutta orde 4 untuk membangkitkan profil grafik  $y(t)$  dan  $\theta(t)$ .

### 1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari empat bagian, yaitu :

#### Bab I Pendahuluan

Bab ini memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, metode penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penelitian.

#### Bab II Kajian Pustaka

Bab ini menyajikan kajian-kajian kepustakaan yang menjadi landasan dan dasar teori dalam pembahasan terkait formulasi model vibrasi massa pada dawai serta kajian keagamaan mengenai vibrasi massa pada dawai.

### Bab III Pembahasan

Bab ini menguraikan kaidah memformulasi model vibrasi massa pada dawai dan simulasi dari model vibrasi massa pada dawai yang diperoleh serta kajian keislaman mengenai model matematika masalah vibrasi massa pada dawai.

### Bab IV Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dari hasil penelitian yang dilakukan dan saran terkait penelitian selanjutnya.



## **BAB II**

### **KAJIAN PUSTAKA**

#### **2.1 Pemodelan Matematika**

Pemodelan matematika merupakan salah satu cara untuk mempresentasikan persoalan yang nyata ke bentuk matematis dalam persamaan diferensial, baik persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial (Zadrak, 2018). Model matematika merupakan abstraksi, penyederhanaan, dan konstruksi matematika terkait masalah dalam dunia nyata. Model ini dapat berupa persamaan atau sistem persamaan. Dengan demikian, model matematika yang diformulasikan harus mampu menjelaskan situasi kompleks yang sedang diamati.

Pagalay (2009) telah menjelaskan langkah-langkah dalam memformulasikan suatu model matematika sebagai berikut :

1. Mengidentifikasi masalah

Mengidentifikasi masalah merupakan tahapan untuk mengenali masalah yang dimulai dengan menjabarkan kondisi riil dari masalah tersebut. Selanjutnya adalah mengidentifikasi variabel, parameter. Jika kondisi riil yang dimaksud adalah kasus fisika, maka identifikasi tentang gaya-gaya yang terlibat serta energi-energi apa saja yang bekerja perlu dianalisa. Salah satu contohnya adalah masalah dawai yang bervibrasi.

2. Membangun asumsi

Setelah masalah berhasil diidentifikasi, tahapan selanjutnya adalah membangun asumsi dari masalah tersebut. asumsi tersebut bersifat khas terhadap

masalah yang dirujuk, selain itu asumsi yang dibangun harus lengkap. Sebagai contoh gerak partikel secara acak di udara diasumsikan bahwa partikel tersebut bertabrakan dengan partikel yang lain atau tidak.

### 3. Menentukan satuan model

Satuan model akan memberikan gambaran tentang arah deskripsi model. Oleh karena itu, perlu diperhatikan bahwa satuan yang terlibat dalam persamaan diferensial yang dibangun harus sama atau seragam. Sebagai contoh ekspresi model perubahan populasi dinyatakan dalam satuan sel dan berlaku bagi seluruh suku dalam persamaan diferensial yang dimaksud. Contoh lainnya adalah perubahan kecepatan populasi penyebaran penyakit dalam suatu sistem menggunakan satuan orang per hari atau sel per detik dan seterusnya yang berlaku pada semua suku dalam persamaan tersebut.

### 4. Formulasi matematik

Tahapan formulasi matematik adalah tahapan untuk menyusun model yang telah didapat berdasarkan identifikasi asumsi-asumsi dan hukum-hukum yang melatarbelakangi. Adakalanya untuk memformulasi model matematika diperlukan diagram kompartemen yang menggambarkan interaksi antar variabel yang satu terhadap yang lainnya. Peran parameter dalam hal ini adalah memberikan deskripsi bobot interaksi antar variabel tersebut. proses memformulasi model matematika adakalanya menggunakan teori-teori yang melatarbelakanginya. Sebagai contoh interaksi antar gen atau protein atau substrat juga harus mempertimbangkan teori tentang ikatan, enzim, dan reaksi kinetik serta persamaan kinetik dalam bentuk kesetimbangan kimia.

## 5. Validasi model

Tahapan validasi model sebenarnya adalah tahapan membandingkan model berdasarkan kondisi riilnya. Jika model belum valid maka harus dicek kembali apakah ada asumsi, teori, dan hukum-hukum yang belum lengkap sampai diperoleh profil grafik model yang kontekstual mendekati profil grafik dari kondisi riil nya.

### 2.2 Vibrasi Dawai ketika Dikenai Massa

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI), dawai adalah kawat yang memiliki bentuk halus. Suatu dawai yang lentur memiliki posisi kesetimbangan tegangan  $F$  dan besar simpangan  $\mu$ . Bila dawai digeser dari posisi setimbang, maka massa per satuan panjang akan berkurang sedikit dan ketegangannya bertambah sedikit. Jika berat dawai diabaikan sehingga dawai tersebut diam dalam posisi setimbang, maka dawai akan membentuk garis lurus sempurna. Namun jika dawai diberi massa, maka akan terjadi lendutan dawai (D.Young dkk, 2000).

Arifudin (2007) menjelaskan ketika dawai yang kedua ujungnya terikat dan dikenai massa, akan terjadi gelombang berdiri yang mempunyai simpul dan perut. Jika suatu dawai pada kedua ujungnya terdapat simpul karena ujung itu diikatkan. Diantara dua simpul tersebut terdapat satu buah perut. Akibat dari adanya simpul dan perut ini, maka terdapat sudut pada dawai. Sehingga dapat diketahui besar dari simpangan dawai yang mengalami lendutan tersebut.

## 2.3 Hukum-Hukum yang Terlibat pada Masalah Vibrasi Dawai

### 2.3.1 Hukum Newton II

Isaac Newton memformulasikan hukum-hukum Newton tentang gerak yang mendasari mekanika dalam fluida, khususnya dalam dinamika gerak. Salah satu hukum Newton yang beliau cetuskan adalah hukum Newton II (Utomo, 2007). Hukum II Newton menyatakan bahwa resultan gaya yang bekerja pada benda bermassa konstan adalah setara dengan hasil kali massa benda dengan percepatannya. Secara matematis hukum I Newton dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\sum F = m \times a \quad (2.1)$$

Dimana  $m$  adalah massa benda dalam satuan kg,  $a$  adalah percepatan benda dalam satuan  $m/s^2$ , dan  $\sum F$  adalah resultan gaya yang bekerja pada benda.

### 2.3.2 Hukum Hooke

Kamajaya (2007) menjelaskan bahwa hukum Hooke adalah teori tentang elastisitas pegas yang sampai sekarang dipakai untuk patokan. Hukum ini berlaku pada gaya pegas yang kembali pada konfigurasi awalnya setelah berubah bentuk. Ketika keadaan seperti ini diregangkan dengan jarak  $x$  (untuk  $x$  adalah negatif), gaya pemulih yang ditimbulkan pegas ditentukan oleh hukum Hooke tersebut. Tanda negatif tersebut mengindikasikan bahwa gaya pemulih selalu berlawanan arah dengan perpindahan.

Bunyi hukum Hooke adalah “ *Pertambahan panjang pegas sebanding dengan gaya tarik yang dikenakan pada pegas sebelum melampaui batas elastisitas pegas* “. Sedangkan pada sistem pegas yang berbeban, hukum Hooke

menyatakan bahwa simpangan sebuah pegas sebanding dengan gaya yang dikerjakan (Yaz, 2007).

### 2.3.3 Hukum Stokes

Arifudin (2007) menjelaskan bahwa hukum Stokes berlaku ketika sebuah benda berbentuk bola dengan jari-jari  $r$  bergerak di dalam fluida yang mempunyai koefisien kekentalan  $\eta$ . Jika suatu benda bergerak di dalam fluida, maka benda tersebut akan mengalami gaya hambat oleh zat alir. Terdapat dua kemungkinan jenis gaya hambat oleh zat alir tersebut, yaitu : pertama, gaya gesekan karena zat alir yang kental dengan permukaan benda. Kedua, gaya pengereman oleh zat alir.

## 2.4 Gaya-Gaya yang Bekerja pada Masalah Vibrasi Dawai

### 2.4.1 Gaya Dorong

Salah satu penyebab suatu massa dapat menggelinding sepanjang dawai adalah karena pengaruh gaya dorong. Pada proses perpindahan massa tersebut, gaya dorong akan melawan kekentalan fluida udara sehingga mengakibatkan gaya gesek antara massa dengan fluida. Akibat yang lain dari gaya dorong adalah massa akan bergesekan dengan dawai (Sulaiman, 2013). Gaya dorong mengikuti hukum Newton yang dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$F_r = m \times a \quad (2.3)$$

dengan

$F_r$  : Gaya dorong ( $N$ )

$m$  : Massa ( $kg$ )

$a$  : Percepatan ( $m/s^2$ )

## 2.4.2 Gaya Gesek

Gaya gesek adalah gaya yang melawan gerak benda pada suatu permukaan. Besar kecilnya gaya gesek bergantung pada kekasaran permukaan kedua benda yang bergesekan (Sutresna, 2006). Gaya gesek dibagi menjadi dua, yaitu gaya gesek statis dan gaya gesek kinetis. Gaya gesek statis adalah gaya gesek yang dibutuhkan untuk mempertahankan agar suatu benda tetap diam. Sedangkan gaya gesek kinetis adalah gaya yang bekerja pada benda yang bergerak (Kamajaya, 2007).

Suatu dawai yang dikenai massa berjalan di atasnya dipengaruhi oleh gaya gesek kinetis. Gaya gesek kinetis ini terbagi menjadi tiga. Yaitu gaya gesek antara dawai dengan benda, gaya gesek antara benda dengan udara, dan gaya gesek antara dawai dengan udara. Karena dawai dan benda berimpitan, maka gaya gesek antara benda dan udara maupun dawai dengan udara dianggap sama. Hukum yang menjelaskan tentang gesekan antara suatu benda dengan udara adalah hukum Stokes (Rosyid, 2015). Besar gaya gesek antara benda dengan dawai dinyatakan sebagai berikut.

$$F_{k1} = \mu_k N \quad (2.4)$$

dengan

$F_{k1}$  : Gaya gesek benda dengan dawai ( $N$ )

$\mu_k$  : Koefisien gesek kinetis

$N$  : Gaya normal

Sedangkan gaya gesek antara benda dengan fluida dinyatakan sebagai berikut.

$$F_{k2} = k\eta v \quad (2.5)$$

dengan

$F_{k2}$  : Gaya gesek benda dengan fluida ( $N$ )

$k$  : Konstanta yang mewakili bentuk benda ( $m$ )

$\eta$  : Koefisien kekentalan fluida ( $Ns/m^2$ )

$v$  : Kecepatan relatif benda terhadap fluida ( $m/s$ )

### 2.4.3 Gaya Berat

Gaya berat adalah gaya yang terjadi karena pengaruh berat suatu benda. Gaya berat mempunyai arah dari atas ke bawah karena dipengaruhi oleh gaya gravitasi bumi. Karena percepatan gravitasi nilainya tetap, maka perbandingan massa dan berat suatu benda selalu sama di atas permukaan bumi (Istiyono, 2009). Begitu juga jika suatu dawai dikenai massa, maka akan muncul gaya berat karena pengaruh massa tersebut. Karena terdapat pengaruh gaya gravitasi juga, maka konsep gaya berat dapat dituliskan sebagai berikut.

$$F_w = (m_d + m_b)g = m_{total}g \quad (2.6)$$

dengan

$F_w$  : Gaya berat dawai ( $N$ )

$m_d$  : Massa dawai ( $kg$ )

$m_b$  : Massa benda ( $kg$ )

$g$  : Gravitasi ( $Nm^2/kg^2$ )

#### 2.4.4 Gaya Tegangan

Gaya tegangan dawai adalah gaya pada dawai ketika dawai tersebut dalam keadaan tegang. Arah gaya tegangan dawai bergantung pada titik atau benda yang ditinjau (Saripudin, 2007). Secara matematika konsep gaya tegangan dituliskan sebagai berikut (Kanginan, 2006).

$$F_T = \sigma \times A \quad (2.7)$$

dimana  $\sigma$

$$\sigma = E \times e$$

Maka gaya tegangan dawai menjadi

$$F_T = E \times e \times A$$

dengan

$F_T$  : Gaya tegangan dawai ( $N$ )

$T$  : Tegangan ( $N/m^2$ )

$E$  : modulus elastisitas ( $N/m^2$ )

$e$  : Regangan

$A$  : Luas Penampang ( $m^2$ )

Berdasarkan persamaan (2.7) diketahui bahwa terdapat hubungan antara tegangan dan regangan. Kedua hal ini merupakan satu kesatuan yang tidak dapat dipisahkan. Karena jika dawai diberikan suatu gaya, dawai otomatis akan menegang dan meregang. Dimana untuk konsep regangan sendiri adalah sebagai berikut.

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (2.9)$$

dengan

$e$  : Regangan



$\Delta l$  : Pertambahan panjang dawai ( $m$ )

$l_0$  : Panjang mula-mula ( $m$ )

#### 2.4.5 Gaya Pegas

Kamajaya (2007) menjelaskan bahwa suatu gaya pegas yang bekerja dapat dipulihkan kembali dalam keadaan rileks. Keadaan rileks yang dimaksud adalah ketika gaya dari suatu pegas ( $F_s$ ) sebanding dengan perpindahan ( $d$ ). Dalam matematika dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$F_s = -k_p x \quad (2.10)$$

dengan

$F_s$  : Gaya pegas dawai ( $N$ )

$k_p$  : Konstanta pegas ( $N/m$ )

$x$  : Pertambahan panjang dawai

Dengan demikian persamaan (2.10) menyatakan hubungan antara gaya pegas terhadap pertambahan panjang dawai. Tanda minus pada persamaan tersebut mengindikasikan bahwa gaya pegas selalu ingin mengembalikan keadaan pegas seperti semula. Oleh karena itu gaya pegas disebut sebagai gaya pemulih. Besar gaya pemulih tersebut sebanding dengan simpangannya, sedangkan arahnya selalu menuju ke titik kesetimbangannya (Halliday dkk, 2010).

## 2.5 Energi Potensial dan Energi Kinetik pada Vibrasi Dawai

### 2.5.1 Energi Potensial

Energi potensial adalah energi yang tersimpan dalam suatu benda akibat kedudukan atau posisi benda tersebut. Jika benda tersebut mendapat gaya  $F$  yang konstan, maka besar usahanya adalah perkalian antara gaya dengan perpindahan. Namun jika  $F$  tidak konstan, maka usaha dapat dicari dengan menggunakan nilai rata-rata  $F$  atau dengan teknik integral (Daton dkk, 2007).

$$W = \int_{x_i}^{x_j} F(x) dx \quad (2.11)$$

Setiap usaha memiliki perpindahan yang sama. Setiap perpindahan terjadi perubahan energi potensial ( $\Delta Ep$ ) yang arahnya berlawanan dengan usaha yang dilakukan. Sehingga perubahan energi potensial ( $\Delta Ep$ ) dapat didefinisikan sebagai minus dari usaha (Halliday dkk, 2010).

$$\Delta Ep = -W \quad (2.12)$$

Kemudian jika persamaan (2.11) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.12), maka diperoleh bentuk umum dari perubahan energi potensial ( $\Delta Ep$ ) sebagai berikut.

$$\Delta Ep = - \int_{x_i}^{x_j} F(x) dx \quad (2.13)$$

Dengan satuan dari energi potensial adalah (*Joule*) atau ( $kg\ m^2/s^2$ ) (Halliday dkk, 2010).

### 2.5.2 Energi Kinetik

Perubahan posisi benda dipengaruhi oleh usaha yang diiringi suatu gaya sehingga menyebabkan benda tersebut bergerak. Usaha ini akan memberikan tambahan energi pada suatu benda yang disebut energi kinetik. Sehingga dapat dikatakan bahwa energi kinetik adalah energi yang dimiliki benda karena geraknya. Semakin besar kecepatan benda bergerak, maka semakin besar energi kinetiknya (Mikrajuddin dkk, 2007). Untuk menghitung besar energi kinetik dapat dilakukan dengan menggabungkan rumus usaha  $W = F \times s$ , rumus Gerak Lurus Berubah Beraturan (*GLBB*) untuk kecepatan awal  $v^2 = 2as$ , dan hukum II Newton  $F = m \times a$  sebagai berikut.

$$W = F \times s = (m \times a) \left( \frac{v^2}{2a} \right) = \frac{1}{2}mv^2$$

Usaha sebesar  $W = \frac{1}{2}mv^2$  ini merupakan usaha yang menyebabkan perubahan kelajuan benda, yang berarti sama dengan besarnya energi kinetik yang dimiliki benda pada saat kelajuannya sama dengan  $v$ . Sehingga diperoleh bentuk umum energi kinetik adalah sebagai berikut :

$$EK = \frac{1}{2}mv^2 \tag{2.14}$$

dengan

$EK$  : Energi kinetik (*Joule*)

$m$  : Massa benda (*kg*)

$v$  : Kecepatan benda (*m/s*)

Dimana untuk satuan internasional energi kinetik adalah (*Joule*) atau (*kg m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>*) (Halliday dkk, 2010).

## 2.6 Persamaan Lagrange

Persamaan *Lagrange* didefinisikan sebagai suatu sistem yang memiliki total energi kinetik ( $EK$ ) dan total energi potensial  $EP$ . Kedua energi tersebut merupakan fungsi koordinat umum  $q_i$  maupun kecepatan umum  $\dot{q}_i$  (Rinto, 2018).

$$EK = EK(q_i, \dot{q}_i), EP = EP(q_i, \dot{q}_i) \quad (2.15)$$

Secara umum persamaan *Lagrange* dapat dituliskan sebagai berikut.

$$L = EK - EP \quad (2.16)$$

Dimana  $L$  ini juga merupakan fungsi koordinat umum dan kecepatan umum (Rinto, 2018).

Jika pengamatan yang dilakukan menggunakan sistem  $u(x, t)$ , yaitu fungsi yang bergantung pada keadaan  $x$  dan waktu  $t$  maka bentuk umum fungsi *Lagrange* menjadi berikut.

$$L\left(\frac{\partial u}{\partial t}(x, t), \frac{\partial u}{\partial x}(x, t), u(x, t), x, t\right) \quad (2.17)$$

Persamaan geraknya dapat diperoleh dengan mengintegalkan persamaan *Lagrange* terhadap keadaan  $x$  dan waktu  $t$  yaitu

$$S = \int_{t_0}^{t_f} dt \int_{-\infty}^{\infty} dx L\left(\frac{\partial u}{\partial t}(x, t), \frac{\partial u}{\partial x}(x, t), u(x, t), x, t\right) \quad (2.18)$$

Sehingga diperoleh bentuk umum persamaan geraknya adalah sebagai berikut.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)} \right) = \frac{\partial L}{\partial u} \quad (2.19)$$

Perhatikan bahwa  $L$  merupakan fungsi  $\frac{\partial u}{\partial t}$  dan  $\frac{\partial u}{\partial x}$  serta terdapat bagian  $\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)} \right)$  dan  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial L}{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)} \right)$  yang menghasilkan turunan kedua untuk  $u(x, t)$ . Jadi persamaan Lagrange merupakan persamaan diferensial orde dua (Sudiarta, 2019).

## 2.7 Kajian Integrasi Model Matematika dengan Al-Qur'an

Allah menciptakan alam semesta ini tidaklah sia-sia. Alam semesta yang besar, beragam, dan menakjubkan menunjukkan luasnya kerjaan Allah. Kerapihan, keserasian, dan keindahan ciptaan-Nya menunjukkan sempurnanya nikmat Allah. Serta manfaat-manfaat yang terkait dengan agama dan dunia menunjukkan luasnya rahmat Allah. Sehingga dengan adanya bukti-bukti kekuasaan Allah tersebut menunjukkan bahwa Dia adalah satu-satunya sesembahan yang berhak disembah. Allah berfirman dalam QS. Al-Jasyah/45:13 yang artinya :

*“Dan dia telah menundukkan untukmu apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi semuanya (sebagai rahmat) dari pada-Nya. Sesungguhnya pada demikian itu benar-benar terdapat tanda-tanda (kekuasaan Allah) bagi kaum yang berfikir.”*

Menurut Syaikh Wahbah Az-Zuhaili seorang pakar fiqih dan tafsir menjelaskan bahwa apa yang ada di alam ini, baik bumi, langit, angin, maupun hujan semuanya memiliki manfaat. Manfaat tersebut akan diperoleh bagi mereka yang mempercayai kekuasaan Allah dan mau berfikir atas fenomena yang terjadi tersebut (Jalaluddin, 2009).

Menurut Syaikh Abdurrahman Bin An-Nasir, seorang ahli tafsir dari Arab menjelaskan bahwa diciptakannya langit, bumi, matahari dan lain lain tersebut adalah bentuk karunia dan kebaikan-Nya. Semua karunia dan kebaikan-Nya tersebut mengharuskan semua makhluk untuk senantiasa bersyukur atas nikmat yang telah diberikan. Selain sebagai bentuk syukur atas nikmat-Nya, merengungi ciptaan Allah juga dapat menjadi pengingat terhadap sang pencipta. Karena dengan kerapian, kesetaraan, dan keindahan ciptaan tersebut dapat menunjukkan

bahwa betapa sempurnanya Allah. Sehingga sebagai makhluk yang taat untuk senantiasa mematuhi perintah-Nya dan menjauhi larangan-Nya (Jalaluddin, 2009).

Menurut Ustadz Marwan Hadidi dalam tafsirnya dijelaskan bahwa semua benda yang ada di bumi baik yang bergerak maupun yang diam memiliki manfaat. Banyaknya manfaat yang telah Allah sediakan inilah tentunya mengharuskan makhluk-Nya untuk selalu bersyukur. Bentuk penciptaan, kekuasaan, dan penundukan terhadap bumi dan langit menunjukkan betapa luasnya kekuasaan Allah. Begitu pula dengan keserasian dan kerapian ciptaan-Nya menunjukkan bahwa betapa luas rahmat-Nya. Demikian Allah adalah satu-satunya pencipta yang berhak disembah (Jalaluddin, 2009).

## **BAB III**

### **PEMBAHASAN**

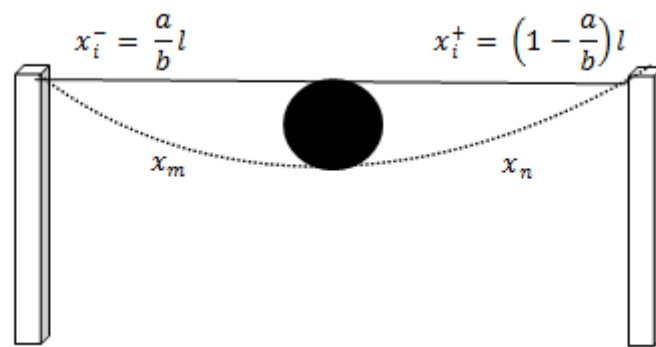
#### **3.1 Formulasi Model Vibrasi Massa pada Dawai**

Model yang akan diformulasi merupakan model matematika untuk masalah vibrasi dawai. Lebih khususnya formulasi model matematika untuk lendutan  $y(t)$  dan sudut lendutan  $\theta(t)$  pada dawai akibat dikenai massa meluncur di atasnya. Langkah-langkah dalam memformulasi model vibrasi dawai ini dimulai dari (1) mengidentifikasi masalah vibrasi pada dawai berdasarkan keadaan riilnya, (2) membangun asumsi dari hasil identifikasi masalah dengan memperhatikan akibat yang mungkin terjadi berdasarkan kondisi fisis dawai, (3) mengidentifikasi gaya-gaya yang bekerja, (4) memformulasikan energi potensial dan energi kinetik dari vibrasi pada dawai, (5) menyusun persamaan *Lagrange*, (6) menurunkan persamaan Lagrangae terhadap  $y(t)$  dan  $\theta(t)$ , (7) melakukan simulasi model untuk melihat realistis atau tidaknya grafik  $y(t)$  dan  $\theta(t)$  sesuai kondisi riil nya.

##### **3.1.1 Identifikasi Masalah**

###### **a. Pengaruh Massa yang Dikenai Gaya Dorong**

Secara umum, ilustrasi vibrasi dawai akibat dikenai massa yang meluncur di atasnya adalah sebagai berikut :

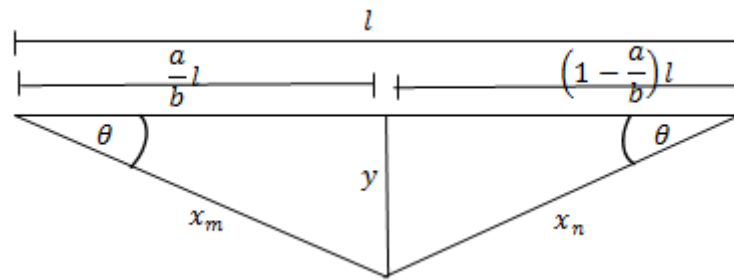


Gambar 3. 1 Ilustrasi Vibrasi Dawai

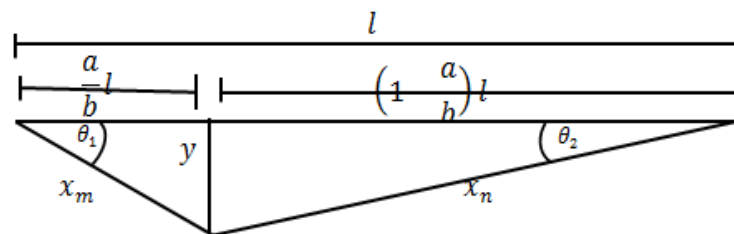
Berdasarkan ilustrasi vibrasi dawai pada Gambar 3.1 tersebut, dawai diikatkan pada dua pengait yang ketinggiannya sama dengan  $a$  dan  $b$  adalah sembarang bilangan bulat positif,  $l$  adalah panjang dawai,  $x_m$  dan  $x_n$  adalah kemuluran dawai di sisi kiri dan sisi kanan secara berturut-turut akibat sudut  $\theta$ . Merujuk pada batasan masalah dalam penelitian ini, dawai yang mengalami vibrasi adalah dawai yang lentur. Tingkat keelastisan atau kelenturan dari dawai ini termuat dalam modulus elastisitas ( $E$ ) sebesar  $1 \times 10^7 N/m^2$ . Untuk mencegah dawai agar tidak putus, besar gaya tarikan yang diberikan ketika dawai dikenai massa tidak boleh melebihi batas elastisitas dari dawai.

Dawai yang digunakan dalam penelitian ini adalah dawai dikenai massa dengan gaya dorong di sepanjang dawai. Massa tersebut dapat berhenti di beberapa kemungkinan. Berikut beberapa kemungkinan posisi massa yang di dorong di atas dawai.

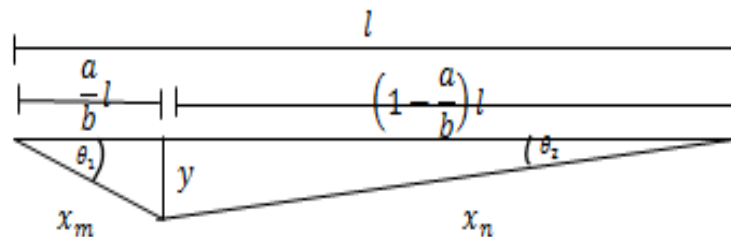




Gambar 3. 2 Ilustrasi Massa Berhenti di 1/2 dari Panjang Dawai



Gambar 3. 3 Ilustrasi Massa Berhenti di 1/4 dari Panjang Dawai

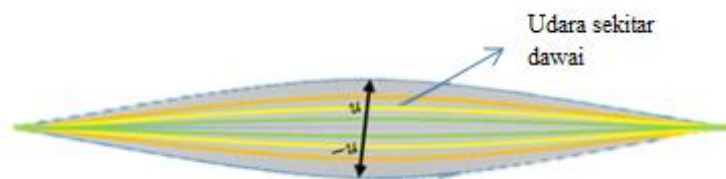


Gambar 3. 4 Ilustrasi Massa Berhenti di 1/8 dari Panjang Dawai

Dari Gambar 3.2, Gambar 3.3, dan Gambar 3.4 menunjukkan bahwa terdapat peregangan dawai ( $e$ ) akibat pembebanan massa. Karena diasumsikan dawai tersebut lentur, maka terjadilah lendutan. Lendutan ini menyebabkan adanya sudut dawai ( $\theta$ ). Selain sudut dawai, terdapat juga simpangan ( $y$ ), kemiringan dawai di sisi kiri ( $x_m$ ), dan kemiringan dawai di sisi kanan ( $x_n$ ) akibat lendutan tersebut.

Massa meluncur karena dikenai gaya dorong, sehingga selama massa berjalan terjadilah vibrasi dawai sepanjang  $l$ . Vibrasi yang dimaksud adalah

gerak bolak balik pada posisi setimbang dawai yang terjadi secara berulang-ulang. Dalam ilmu Fisika, gerak bolak balik ini disebut sebagai gerak osilasi. Selama terjadi gerak osilasi, selain terjadi gesekan antara dawai dengan massa juga terjadi gesekan antara massa dengan udara. Gesekan antara dawai dengan udara tersebut terjadi di sepanjang simpangan ( $y$ ) yang bergantung pada sudut ( $\theta$ ) dan waktu ( $t$ ). Selama gesekan tersebut berlangsung, terdapat faktor peredam ( $k_a$ ) yang mempengaruhi cepat lambatnya osilasi dawai. Faktor ini juga yang menyebabkan suatu dawai yang berosilasi dapat berhenti pada waktu ( $t$ ) tertentu. Ilustrasi gesekan antara dawai dengan udara pada dawai yang mengalami vibrasi dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar 3. 5 Pola gelombang vertikal yang terjadi pada dawai

Selain terjadi gesekan antara dawai dengan massa maupun dawai dengan udara, terjadi juga energi kinetik dan energi potensial selama dawai berosilasi. Energi kinetik ini muncul ketika benda bergerak. Semakin besar kecepatan benda bergerak atau berosilasi, maka semakin besar energi kinetiknya. Sedangkan energi potensial dipengaruhi oleh kedudukan atau posisi dawai. Ketika dawai yang diam dikenai massa, energi inilah yang akan melawan gaya tarikan dari massa tersebut. Sehingga muncul gaya-gaya dari partikel penyusun dawai yang selanjutnya dapat diidentifikasi lebih lanjut.

**b. Identifikasi Parameter, Variabel, dan Energi pada Vibrasi Dawai ketika Dikenai Massa dengan Gaya Dorong**

Setelah melakukan identifikasi masalah, langkah selanjutnya adalah melakukan identifikasi parameter, variabel, dan energi pada vibrasi dawai ketika dikenai massa dengan gaya dorong. Berdasarkan hasil identifikasi masalah, berikut adalah beberapa parameter yang terlibat.

1. Panjang dawai ( $l$ ) merupakan jarak antara dua buah ujung dawai yang diikatkan pada dua pengait yang sama dengan satuan meter ( $m$ ).
2. Massa dawai ( $m_d$ ) merupakan jumlah materi yang dimiliki oleh suatu dawai dengan satuan kilogram ( $kg$ ). Massa tersebut didefinisikan sebagai perkalian antara massa jenis ( $\rho$ ) dan satuan panjang dawai ( $l_d$ ).
3. Massa benda ( $m_b$ ) merupakan jumlah materi yang dimiliki oleh suatu benda dengan satuan kilogram ( $kg$ ). Massa tersebut didefinisikan sebagai perkalian antara massa jenis ( $\rho$ ) dan satuan panjang benda ( $l_b$ ).
4. Percepatan benda ( $a$ ) adalah perubahan kecepatan benda selama meluncur di atas dawai. Percepatan ini didefinisikan sebagai hasil dari kecepatan ( $v$ ) dibagi waktu ( $t$ ) dengan satuan  $m/s^2$ .
5. Modulus elastisitas dawai ( $E$ ) merupakan tingkat kelenturan yang dimiliki oleh dawai ketika dikenai massa dengan satuan  $N/m^2$ .
6. Konstanta  $k_p$  adalah konstanta yang menyatakan tingkat kepegasan vibrasi dawai dengan satuan  $N/m$ . Konstanta ini didefinisikan sebagai hasil dari modulus elastisitas dawai ( $E$ ) dibagi panjang dawai ( $l$ ).

7. Konstanta  $b$  adalah konstanta yang mewakili bentuk benda ketika bergesekan dengan dawai atau dengan udara dengan satuan meter ( $m$ ).
8. Koefisien  $\eta$  disebut juga koefisien viskositas, yaitu koefisien yang menyatakan tingkat kekentalan fluida (udara) dengan satuan  $Ns/m^2$ .

Setelah parameter berhasil diidentifikasi, maka dilakukan identifikasi selanjutnya pada variabel yang terlibat. Terdapat dua variabel yang terlibat dalam penelitian ini, yaitu variabel bebas dan variabel terikat. Karena vibrasi dawai pada penelitian ini bergantung pada sudut ( $\theta$ ) dan waktu ( $t$ ), maka variabel bebas nya adalah  $\theta$  dan  $t$ . Sedangkan variabel terikatnya adalah sebagai berikut :

1. Simpangan ( $y$ ) dan sudut ( $\theta$ ) yang muncul akibat massa yang meluncur di atas dawai dengan gaya dorong.
2. Kecepatan dawai ( $v$ ) didefinisikan dengan perubahan simpangan ( $y$ ) terhadap waktu ( $t$ ) atau secara matematis dapat ditulis  $\frac{dy}{dt}$  dengan satuan  $m/s$ .
3. Percepatan dawai ( $a$ ) adalah perubahan kecepatan dawai selama dikenai massa yang meluncur di atas dawai. Percepatan ini didefinisikan sebagai hasil dari kecepatan ( $v$ ) dibagi waktu ( $t$ ) atau secara matematis dapat ditulis  $\frac{d^2y}{dt^2}$  dengan satuan  $m/s^2$ .
4. Kemiringan dawai ( $\tan \theta$ ) yang merupakan perubahan simpangan ( $y$ ) terhadap keadaan ( $x$ ).

c. **Identifikasi Gaya-gaya pada Vibrasi Dawai ketika Dikenai Massa dengan Gaya Dorong**

Dalam rangka memformulasikan model vibrasi dawai yang dikenai massa dengan gaya dorong, terlebih dahulu dilakukan identifikasi terhadap gaya-gaya apa saja yang terlibat. Karena massa yang meluncur disebabkan oleh gaya dorong, maka gaya dorong inilah yang menyebabkan terbentuknya gaya-gaya yang lain. diantaranya adalah gaya gesek terjadi akibat dawai dikenai massa yang meluncur dengan gaya dorong. Ketika peristiwa ini terjadi, maka terdapat gesekan antara dawai dengan benda, dawai dengan udara, dan benda dengan udara. **Pertama**, Besar gaya gesek antara benda dengan dawai dinyatakan sebagai berikut.

$$F_{k1} = \mu_k N$$

Dimana  $\mu_k$  adalah koefisien gaya gesek dan  $N$  adalah gaya normal. **Kedua**, gaya gesek antara benda dengan udara dinyatakan sebagai berikut.

$$F_{k2} = k\eta v$$

Dimana  $k$  adalah koefisien yang menyatakan bentuk benda,  $\eta$  adalah koefisien viskositas, dan  $v$  adalah kecepatan dawai.

**Ketiga**, gaya berat; suatu dawai yang dikenai benda dengan massa  $m_b$ , maka pasti terjadi gaya berat. Karena dalam penelitian ini gaya berat tersebut dipengaruhi oleh gravitasi ( $g$ ), maka gaya berat dapat didefinisikan sebagai berikut.

$$F_{berat} = (m_d + m_b)g = m_{total}g$$

Dimana  $m_d$  dan  $m_b$  berturut-turut adalah massa dawai dan massa benda. sedangkan  $g$  adalah gravitasi yang mempengaruhi gaya berat tersebut.

**Keempat**, gaya tegangan yang bekerja saat dawai dikenai massa. Gaya tegangan didefinisikan dengan minus dari besar tegangan. Karena saat massa meluncur di atas dawai, terjadi gaya tarikan yang berlawanan dengan  $F_{tegangangan}$ . Sehingga gaya tegangan pada vibrasi dawai dapat dituliskan sebagai berikut.

$$F_{tegangangan} = \sigma \times A$$

Dimana tegangan  $\sigma$  didefinisikan sebagai perkalian antara modulus elastisitas ( $E$ ) dengan regangan ( $e$ ).

**Kelima**, gaya pegas. Gaya pegas ini berfungsi sebagai gaya yang dapat mengembalikan dawai dalam keadaan seimbang. Berdasarkan hukum Stokes, keadaan setimbang ditandai dengan tanda minus pada persamaan berikut.

$$F_s = -k_p x$$

Dimana  $k_p$  adalah koefisien pegas dan  $y$  adalah simpangan dawai.

### 3.1.2 Asumsi Dasar

Berdasarkan identifikasi masalah vibrasi dawai pada bab (3.1.1), maka asumsi-asumsi dasar yang digunakan untuk memformulasikan model vibrasi dawai yang dikenai massa dengan dorong adalah sebagai berikut.

1. Dawai yang diteliti adalah dawai elastis yang memiliki batas elastisitas sebesar  $1 \times 10^7 N/m^2$ .
2. Massa yang meluncur adalah massa yang mendapat gaya dorong di sepanjang dawai yang tegang tetapi lentur.
3. Dawai yang dikenai massa mengakibatkan lendutan dawai sehingga membentuk simpangan dan sudut dawai.

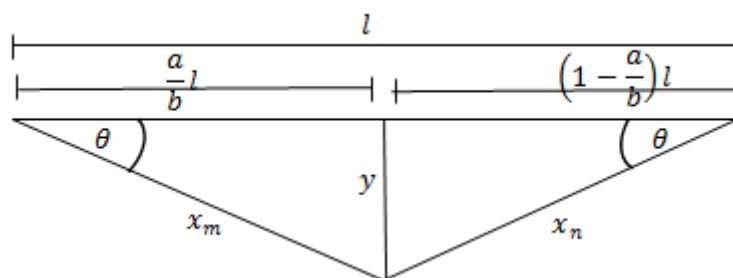
4. Terjadi gaya gesek antara dawai dengan massa, dawai dengan udara, dan massa dengan udara. Gesekan-gesekan tersebut yang memperlambat laju vibrasi dawai.
5. Vibrasi dawai berupa gerak bolak balik di sepanjang dawai yang mendapat faktor peredam, sehingga dawai akan kembali pada posisi setimbang.

### 3.1.3 Mengidentifikasi Gaya dan Memformulasikan Energi Potensial

Pembebanan massa yang berjalan sepanjang dawai menimbulkan adanya gaya-gaya yang bekerja pada dawai. gaya-gaya ini akan mengantarkan pada semua energi potensialnya ( $E_p$ ). Dalam hal ini peregangan dawai ( $e$ ) setelah dikenai beban massa mengakibatkan mulurnya dawai pada sisi kiri ( $x_m$ ) dan sisi kanan ( $x_n$ ). Sehingga dilakukan analisis terlebih dahulu terhadap besar peregangan yang terjadi akibat pembebanan massa pada dawai.

#### 1. Analisis Besar Peregangan ( $e$ ) pada Dawai

Suatu dawai yang diberi pembebanan massa akan mengakibatkan peregangan pada dawai. Posisi massa tepat di tengah-tengah dawai berikut dapat dijadikan contoh terjadinya peregangan ( $e$ ).



Gambar 3. 6 Ilustrasi Simpangan Dawai

Berdasarkan Gambar 3.4 tersebut, dapat dilihat bahwa terjadi peregangan dawai yang disebabkan oleh pembebanan massa. Peregangan tersebut terjadi di sisi kanan ( $e^+$ ) sebesar  $x_m$  dan di sisi kiri ( $e^-$ ) sebesar  $x_n$ . Dimana panjang mula-mula di sisi kiri adalah  $x_i^- = \frac{a}{b}l$  dan panjang mula-mula di sisi kanan adalah  $x_i^+ = \left(1 - \frac{a}{b}\right)l$ . Setelah terjadi peregangan, panjang di sisi kiri menjadi  $x^-$  dengan kemiringan simpangannya adalah  $x_m$  dan panjang di sisi kanan menjadi  $x^+$  dengan kemiringan simpangannya adalah  $x_n$ .

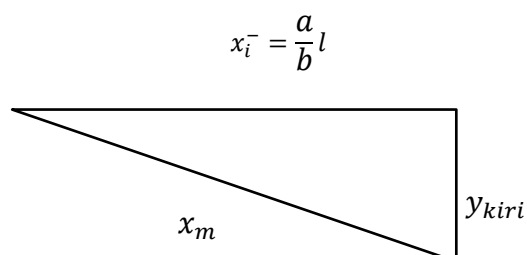
Besar simpangan ( $y$ ) yang diilustrasikan pada gambar 3.4 tersebut, berkaitan dengan sudut dawai ( $\theta$ ), panjang mula-mula dan panjang setelah pembebanan. Sehingga besar simpangan di sisi kiri adalah

$$\begin{aligned} y_{kiri} &= x_i^- \tan \theta \\ y_{kiri} &= \frac{a}{b}l \tan \theta \end{aligned} \quad (3.1)$$

Sedangkan besar simpangan di sisi kanan adalah

$$\begin{aligned} y_{kanan} &= x_i^+ \tan \theta \\ y_{kanan} &= \left(1 - \frac{a}{b}\right)l \tan \theta \end{aligned} \quad (3.2)$$

Setelah besar simpangan di sisi kiri ( $y_{kiri}$ ) dan di sisi kanan ( $y_{kanan}$ ) diketahui, maka dapat dicari besar kemiringan simpangan di sisi kiri ( $x_m$ ) dan besar kemiringan simpangan di sisi kanan ( $x_n$ ). Agar memudahkan dalam proses perhitungan, dilakukan partisi terhadap gambar 3.4 sebagai berikut.



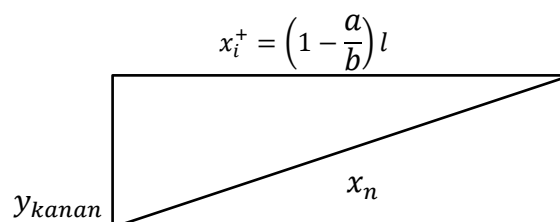


Gambar 3. 7 Ilustrasi Peregangan di Sisi Kiri

Berdasarkan Gambar 3.5, kemiringan simpangan di sisi kiri ( $x_m$ ) dapat diketahui dengan menggunakan kaidah *pythagoras*.

$$\begin{aligned}
 x_m &= \sqrt{(x_i^-)^2 + y_{kiri}^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + \left(\frac{a}{b}l \tan \theta\right)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + \left(\frac{a}{b}l\right)^2 (\tan \theta)^2} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 (1 + (\tan \theta)^2)} \\
 x_m &= \frac{a}{b}l\sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

Sedangkan besar kemiringan simpangan di sisi kanan ( $x_n$ ) adalah



Gambar 3. 8 Ilustrasi Peregangan di Sisi Kanan

$$\begin{aligned}
x_n &= \sqrt{(x_i^+)^2 + y_{kanan}^2} \\
&= \sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + \left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l \tan \theta\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + \left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 (\tan \theta)^2} \\
&= \sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 (1 + (\tan \theta)^2)} \\
x_n &= \left(1 - \frac{a}{b}\right)l \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \tag{3.4}
\end{aligned}$$

Langkah selanjutnya dihitung besar pertambahan di sisi kiri ( $x^-$ ) dimana panjang mula-mula di sisi kiri ( $x_i^- = \frac{a}{b}l$ ) dan  $x_m$  pada persamaan (3.3) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
x^- &= x_m - x_i^- \\
x^- &= \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y_{kiri}^2} - \left(\frac{a}{b}l\right) \tag{3.5}
\end{aligned}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3.1) ke dalam persamaan (3.5), diperoleh

$$x^- = \frac{a}{b}l \left( \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} - 1 \right) \tag{3.6}$$

Sedangkan besar pertambahan di sisi kanan (+) dimana panjang mula-mula di sisi kiri ( $x_i^+ = \left(1 - \frac{a}{b}\right)l$ ) dan  $x_n$  pada persamaan (3.4) sebagai berikut

$$x^+ = x_n - x_i^+$$

$$x^+ = \sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y_{kanan}^2} - \left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right) \quad (3.7)$$

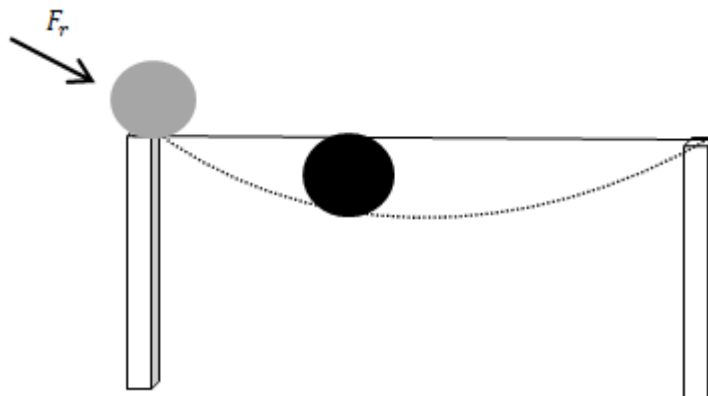
Dengan mensubstitusikan persamaan (3.2) ke dalam persamaan (3.7), diperoleh

$$x^+ = \left(1 - \frac{a}{b}\right)l \left(\sqrt{1 + (\tan \theta)^2} - 1\right) \quad (3.8)$$

## 2. Identifikasi Gaya dan formulasi Energi Potensial Vibrasi pada Vibrasi Dawai

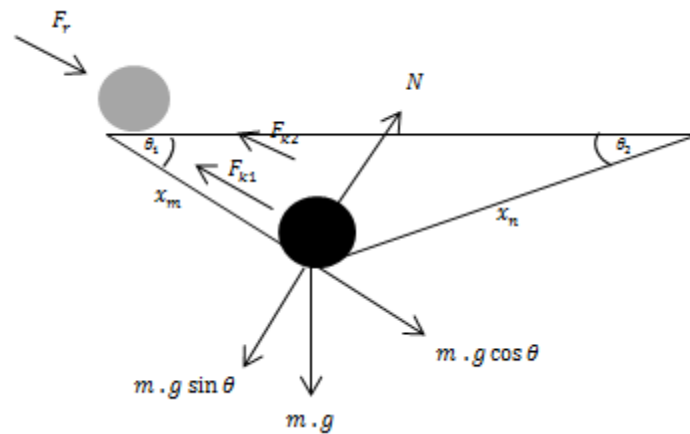
### a. Gaya-gaya Gesek dan Energi Potensial Gesek ( $E_{p_k}$ )

Salah satu gaya yang terlibat dalam masalah vibrasi dawai dikenai massa adalah gaya gesek. Berikut ilustrasi benda yang berjalan di atas dengan karena dorongan.



Gambar 3. 9 Gambar Perilaku Dawai yang Dikenai Gaya Dorong

Agar gaya gesek yang terlibat terlihat lebih jelas, dilakukan partisi terhadap Gambar 3.7 tersebut.



Gambar 3. 10 Ilustrasi Gaya Gesek

Berdasarkan Gambar 3.8, dawai yang dikenai massa dengan gaya dorong ( $F_r$ ) akan menimbulkan gaya gesek ( $F_k$ ) dengan arah yang berlawanan. Sehingga dalam menentukan energi potensial gesek ( $Ep_k$ ) melibatkan gaya dorong ( $F_r$ ) dan gaya gesek. Dalam kasus ini, untuk gaya dorong ( $F_r$ ) diberikan nilai sebesar 10 J. Sedangkan gaya gesek ( $F_k$ ) terbagi menjadi dua, yaitu gesekan antara dawai dengan benda dan gesekan antara benda dengan udara. **Pertama**, gaya gesek antara dawai dengan benda ( $F_{k1}$ ) didefinisikan dengan

$$F_{k1} = \mu_k N \quad (3.9)$$

dengan  $\mu_k$  adalah koefisien gesek kinetis dan  $N$  adalah gaya normal yang didefinisikan dengan  $N = (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta$ . Sehingga Gaya gesek antara dawai dengan benda ( $F_{k1}$ ) dapat dituliskan dengan

$$F_{k1} = \mu_k (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta \quad (3.10)$$

**Kedua**, gaya gesek antara benda dengan udara ( $F_{k2}$ ) didefinisikan dengan

$$F_{k2} = k\eta v \quad (3.11)$$

dimana  $k$  adalah koefisien gaya gesek,  $\eta$  adalah koefisien kekentalan udara, dan  $v$  adalah kecepatan relatif benda terhadap fluida (udara). Sehingga gaya gesek total dapat dituliskan dengan

$$F_k = F_r - (F_{k1} + F_{k2})$$

$$F_k = F_r - (\mu_k \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) + m g \cos \theta \quad (3.12)$$

Langkah selanjutnya menghitung energi potensial gesek total ( $Ep_k$ ) yang merupakan hitung integral untuk gaya gesek total. Diasumsikan gesekan terjadi pada sisi kiri benda, sehingga  $x$  diasumsikan sebagai  $x$  kiri.

$$\Delta Ep_k = - \int_0^{x_m} F_k(x_m) d(x_m)$$

$$Ep_k - Ep_{k \text{ setimbang}}$$

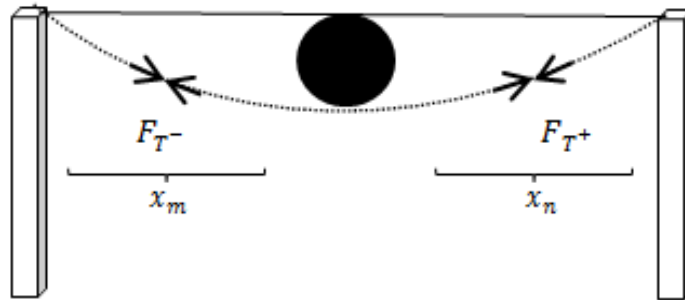
$$= - \int_0^{\frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)}} (-\mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta - k\eta v) d(x_m)$$

$$Ep_k - 0 = (\mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) [x_m]_0^{x_m}$$

$$Ep_k = F_r + (\mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} = m \cdot a \quad (3.13)$$

**b. Gaya Tegangan dan Energi Potensial Tegangan ( $E p_T$ )**

Selain gaya gesek, gaya yang muncul pada dawai yang dikenai massa adalah gaya tegang. Ilustrasi dari gaya tersebut dapat dilihat pada gambar berikut



Gambar 3. 11 Ilustrasi Gaya Berat pada Dawai

Berdasarkan Gambar 3.11, tegangan terjadi di sisi kiri ( $F_{T-}$ ) dan sisi kanan ( $F_{T+}$ ). Akibat dari adanya gaya tegang ( $F_T$ ), maka terdapat perubahan potensial tegangan ( $\Delta E p_T$ ) yang didefinisikan sebagai minus dari gaya tegang. Dimana gaya tegang ( $F_T$ ) didefinisikan dengan

$$F_T = \sigma \times A \quad (3.14)$$

dimana

$$\sigma = E \times e \quad (3.15)$$

Berdasarkan persamaan (3.20) dan (3.21), maka  $F_T$  dapat ditulis dengan

$$F_T = E \times e \times A \quad (3.16)$$

dengan  $E$  adalah modulus elastisitas dan  $e$  adalah peregangan. Besar regangan ( $e$ ) dapat ditentukan dengan konsep regangan adalah sebagai berikut :

$$e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Dimana  $\Delta l$  adalah pertambahan panjang dawai dan  $l_0$  adalah panjang mula-mula dawai. Akan tetapi, dalam penelitian ini  $\Delta l$  didefinisikan sebagai besar pertambahan panjang dawai di sisi kiri ( $x^-$ ) maupun di sisi kanan ( $x^+$ ). Sedangkan  $l_0$  didefinisikan sebagai panjang mula-mula dawai di sisi kiri ( $x_i^-$ ) maupun di sisi kanan ( $x_i^+$ ). Sehingga besar peregangan di sisi kiri ( $e^-$ ) adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 e^- &= \frac{x^-}{x_i^-} \\
 &= \frac{\left(\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} - \frac{a}{b}l\right)}{\frac{a}{b}l} \\
 &= \left(\frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}}{\frac{a}{b}l} - 1\right) \tag{3.17}
 \end{aligned}$$

Sedangkan besar peregangan di sisi kanan ( $e^+$ ) adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 e^+ &= \frac{x^+}{x_i^+} \\
 &= \frac{\left(\sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2} - \left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)l} \\
 &= \left(\frac{\sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)l} - 1\right) \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

Maka dalam menentukan perubahan potensial tegangan ( $\Delta E p_T$ ) melibatkan peregangan ( $e$ ). Baik itu peregangan di sisi kiri pada waktu setimbang

( $e_{setimbang}^-$ ) dan peregangan di sisi kanan pada waktu setimbang ( $e_{setimbang}^+$ ), maupun peregangan di sisi kiri setelah pembebanan ( $e_{setelah\ pembebanan}^-$ ) dan peregangan di sisi kanan setelah pembebanan ( $e_{setelah\ pembebanan}^+$ ). Karena sebelum pembebanan belum terjadi peregangan, maka peregangan di sisi kiri pada waktu setimbang dan peregangan di sisi kanan pada waktu setimbang bernilai nol ( $e_{setimbang}^- = 0, e_{setimbang}^+ = 0$ ). Sehingga energi potensial di sisi kiri pada waktu setimbang dan energi potensial di sisi kanan pada waktu setimbang juga bernilai nol. Dengan demikian, dapat ditentukan besar perubahan potensial tegangan di sisi kiri ( $\Delta Ep_{T^-}$ ), yaitu :

$$\begin{aligned}\Delta Ep_{T^-} &= - \int_0^{x_m} F_{T^-}(x_m) d(x_m) \\ Ep_{T^-} &= - \int_0^{x_m} E \times e^- \times A(x_m) d(x_m) \\ Ep_{T^-} &= - \int_0^{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}} \left( \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}}{\frac{a}{b}l} - 1 \right) EA d(x_m) \\ Ep_{T^-} &= - \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} \left( \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}}{\frac{a}{b}l} - 1 \right) EA\end{aligned}\tag{3.19}$$

Sedangkan perubahan potensial tegangan di sisi kanan ( $\Delta Ep_{T^+}$ ), yaitu :

$$\begin{aligned}\Delta Ep_{T^+} &= - \int_0^{x_n} F_{T^+}(x_n) d(x_n) \\ Ep_{T^+} &= - \int_0^{x_n} E \times e^+ \times A(x_n) d(x_n)\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
Ep_{T^-} &= -\int_0^{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2}} \left( \frac{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2}}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l} - 1 \right) EAd(x_n) \\
EP_{T^+} &= -\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2} \left( \frac{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2}}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l} - 1 \right) EA \quad (3.20)
\end{aligned}$$

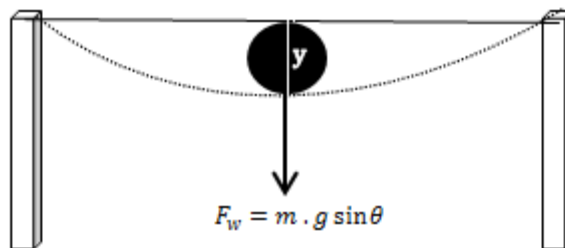
Dengan demikian,  $Ep_{T_{tot}}$  adalah penjumlahan dari persamaan (3.19) dan (3.20), yaitu

$$\begin{aligned}
Ep_{T_{tot}} &= Ep_{T^+} + (-Ep_{T^-}) \\
&= -\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2} \left( \frac{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2}}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l} - 1 \right) EA \\
&\quad + \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2+y^2} \left( \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2+y^2}}{\frac{a}{b}l} - 1 \right) EA \\
&= -\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2} \frac{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2}}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l} EA \\
&\quad + \sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2+y^2} EA + \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2+y^2} \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2+y^2}}{\frac{a}{b}l} EA \\
&\quad - \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2+y^2} EA
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2} \frac{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l} EA \\
&\quad + \sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2} EA + \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} \frac{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}}{\frac{a}{b}l} EA \\
&\quad - \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} EA \\
E p_{T \text{ tot}} &= -\frac{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l} EA + \sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2} EA \\
&\quad + \frac{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}{\frac{a}{b}l} EA - \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} EA
\end{aligned} \tag{3.20}$$

### c. Gaya Berat Energi Potensial Berat

Suatu dawai yang dikenai massa akan mengalami pembebanan. Pembebanan ini yang menimbulkan adanya gaya berat. Keadaan ini dapat diilustrasikan sebagai berikut



Gambar 3. 12 Ilustrasi Gaya Berat

Berdasarkan Gambar 3.10, diketahui bahwa gaya berat ( $F_w$ ) didefinisikan dengan

$$F_w = m \times g \times \sin \theta \quad (3.22)$$

Karena dalam vibrasi tersebut terdapat massa dawai dan massa benda, maka persamaan (3.22) menjadi

$$F_w = (m_b + m_d) \times g = m_{total} \times g \times \sin \theta \quad (3.23)$$

Karena gaya berat berada pada lintasan simpangan. Maka dalam menentukan energi potensial berat ( $Ep_w$ ) melibatkan simpangan ( $y$ ).

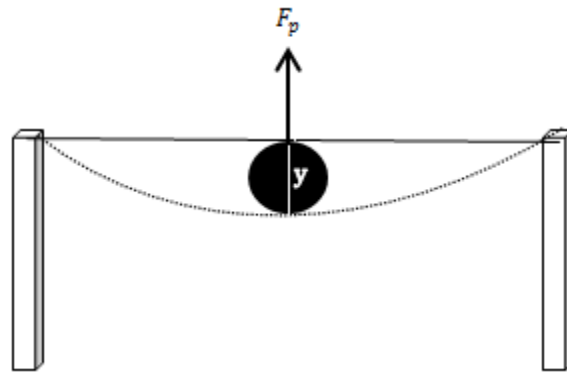
$$\Delta Ep_w = - \int_0^y F_w(y) d(y)$$

$$Ep_w - Ep_{w \text{ setimbang}} = - \int_0^{(\frac{a}{b}l) \tan \theta} m_b \cdot g \sin \theta d(y)$$

$$Ep_w = -m_b \cdot g \sin \theta \left( \frac{a}{b} l \right) \tan \theta \quad (3.24)$$

#### d. Gaya Pegas dan Energi Potensial Pegas

Gaya pegas ( $F_p$ ) yang terlibat dalam vibrasi dawai dengan massa yang berjalan di atasnya diilustrasikan sebagai berikut



Gambar 3. 13 Ilustrasi Gaya Pegas

Berdasarkan Gambar 3.11 tersebut gaya pegas didefinisikan dengan

$$F_p = -k_p y \quad (3.25)$$

dimana  $k_p$  adalah koefisien gaya pegas dan  $y$  adalah simpangan dawai.

Karena gaya pegas berada pada lintasan yang sama dengan gaya berat, maka energi potensialnya adalah

$$\Delta E p_p = - \int_0^y F_p (y) d(y)$$

$$E p_p - E p_p \text{ setimbang} = - \int_0^y -k_p y d(y)$$

$$\Delta E p_y = - \int_0^y F_p (y) d(y)$$

$$E p_p - E p_p \text{ setimbang} = - \int_0^y -k_p y d(y)$$

$$E p_p = \frac{1}{2} k_p y^2 \quad (3.25)$$

#### e. Penjumlahan Energi Potensial Berat dan Energi Potensial Pegas

Karena gaya berat ( $F_w$ ) dan gaya pegas ( $F_p$ ) berada pada berada pada sumbu  $y$ , maka kedua gaya pada persamaan (3.24) dan (3.25) dapat dijumlahkan.

$$\begin{aligned} E p_{pw} &= E p_p - E p_w \\ &= \frac{1}{2} k_p y^2 - \left( - m_b \cdot g \sin \theta \left( \frac{a}{b} l \right) \tan \theta \right) \\ &= \frac{1}{2} k_p y^2 + m_b \cdot g \sin \theta \left( \frac{a}{b} l \right) \tan \theta \end{aligned} \quad (3.26)$$

**f. Energi Potensial Total**

Setelah masing-masing energi potensial dari gaya-gaya yang muncul akibat vibrasi dawai dikenai massa dengan gaya dorong berhasil diidentifikasi, langkah selanjutnya adalah membentuk energi potensial model ( $Ep_M$ ). Energi potensial model ( $Ep_M$ ) adalah jumlahan dari seluruh energi potensial yang telah diidentifikasi. Dengan demikian, energi potensial model ( $Ep_M$ ) adalah jumlahan dari persamaan (3.13), (3.21), dan (3.24). Dikarenakan terjadi perubahan kecepatan selama massa berjalan di atas dawai, maka total dari seluruh energi potensialnya menjadi

$$Ep_M = Ep_k + Ep_T + Ep_{pW} = (m_b + m_d) \cdot a$$

$$Ep_M = F_r + (\mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)}$$

$$- \frac{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} EA + \sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2} EA \quad (3.27)$$

$$+ \frac{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2}{\frac{a}{b} l} EA - \sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2} EA + \frac{1}{2} k_p y^2$$

$$+ m_b \cdot g \sin \theta \left( \frac{a}{b} l \right) \tan \theta = (m_b + m_d) \cdot a$$

Dengan  $a$  adalah percepatan yang didefinisikan dengan  $\frac{d^2y}{dt^2}$ , sehingga persamaan (3.27) menjadi

$$\begin{aligned}
& (-F_r + (\mu_k \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) - m g \cos \theta) \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} - \\
& \frac{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)l} EA + \sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2} EA + \frac{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}{\frac{a}{b}l} EA - \\
& \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} EA + k_p y - m g \sin \theta \left(\frac{a}{b}l\right) \tan \theta = (m_b + m_d) \frac{d^2y}{dt^2} \\
& (-F_r + (\mu_k \cdot m \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) - \\
& m g \cos \theta) \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} - \frac{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}{\left(1 - \frac{a}{b}\right)l} EA + \\
& \sqrt{\left(\left(1 - \frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2} EA + \frac{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}{\frac{a}{b}l} EA - \sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2} EA + k_p y - \\
& m g \sin \theta \left(\frac{a}{b}l\right) \tan \theta - (m_b + m_d) \frac{d^2y}{dt^2} = 0
\end{aligned} \tag{3.27}$$

### 3.1.4 Memformulasikan Energi Kinetik

Setelah energi potensial dari vibrasi dawai berhasil diidentifikasi, langkah selanjutnya adalah identifikasi energi kinetiknya. Energi kinetik ini muncul karena dawai mengalami gerak osilasi. Sehingga terdapat dua energi kinetik yang terjadi, yaitu energi kinetik pada dawai dan energi kinetik pada benda. Berdasarkan persamaan (2.14) diketahui bahwa energi kinetik dawai ( $EK_d$ ) didefinisikan dengan

$$EK_d = \frac{1}{2} m_d v^2 \tag{3.28}$$

dimana  $v$  didefinisikan dengan  $\frac{dy}{dt}$ , maka persamaan (3.31) dapat dituliskan dengan

$$EK_d = \frac{1}{2}m_d \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 \quad (3.29)$$

Sedangkan energi kinetik pada benda ( $EK_b$ ) didefinisikan dengan

$$EK_b = \frac{1}{2}I\omega^2$$

Dimana kecepatan sudut ( $\omega$ ) =  $\frac{d\theta}{dt}$  dan momen inersianya ( $I$ ) =  $\frac{1}{2}mr^2$ , sehingga Energi Kinetik benda ( $EK_b$ ) menjadi

$$EK_b = \frac{1}{4}m_b r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \quad (3.30)$$

Setelah energi kinetik dawai ( $EK_d$ ) dan energi kinetik benda ( $EK_b$ ) diperoleh, maka dapat diketahui energi kinetik model ( $EK_M$ ) yang merupakan penjumlahan dari keduanya.

$$\begin{aligned} EK_M &= EK_d + EK_b \\ &= \frac{1}{2}m_d \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{4}m_b r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

### 3.1.5 Menyusun Persamaan *Lagrange*

Setelah energi potensial dan energi kinetik berhasil diidentifikasi, langkah selanjutnya adalah menyusun persamaan *Lagrange*. Berdasarkan persamaan (2.16), persamaan *Lagrange* didefinisikan dengan

$$L = EK - EP \quad (3.32)$$

Sehingga persamaan *Lagrange* pada vibrasi dawai dikenai massa dengan gaya dorong dapat dituliskan sebagai berikut

$$L = EK_M - EP_M$$

$$L = \frac{1}{2} \left( m_d \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{1}{4} m_b r^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) + F_r + (\mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta + k\eta v) \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} - \frac{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} EA + \sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2} EA + \frac{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2}{\frac{a}{b} l} EA - \sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2} EA - \frac{1}{2} k_p y^2 - m_b \cdot g \sin \theta \left( \frac{a}{b} l \right) \tan \theta - (m_b + m_d) \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad (3.33)$$

### 3.1.6 Menurunkan Persamaan *Lagrange*

Berdasarkan persamaan (3.33), gerak dawai dikenai massa dengan gaya dorong merujuk pada persamaan *Euler-Lagrange* berikut

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{d \left( \frac{dy}{dt} \right)} \right) - \frac{dL}{dy} = 0 \quad (3.34)$$

dan

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{d \left( \frac{d\theta}{dt} \right)} \right) - \frac{dL}{d\theta} = 0 \quad (3.35)$$

Langkah pertama adalah menurunkan persamaan (3.33) terhadap variabel  $y$ .

Berdasarkan persamaan (3.33), bagian yang memuat variabel  $y$  adalah

$$-\frac{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} EA + \sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2} EA + \frac{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2}{\frac{a}{b} l} EA - \sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2} EA -$$



$\frac{1}{2}k_p y^2$ . Sehingga suku yang lain dianggap konstan atau hasil dari turunannya adalah nol.

$$\frac{dL}{dy} = -\frac{2EA\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}{\left(1-\frac{a}{b}\right)l}y + \frac{2EA\left(\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2\right)}{\frac{a}{b}l}y + \frac{EA}{\sqrt{\left(\left(1-\frac{a}{b}\right)l\right)^2 + y^2}}y - \frac{EA}{\sqrt{\left(\frac{a}{b}l\right)^2 + y^2}}y - k_p y.$$

Langkah berikutnya adalah menurunkan persamaan (3.33) terhadap variabel

$\frac{dy}{dt}$ . Berdasarkan persamaan (3.33), bagian yang memuat variabel  $\frac{dy}{dt}$  adalah

$\frac{1}{2}m_d \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - (m_b + m_d) \frac{d^2 y}{dt^2}$ . Sehingga suku yang lain dianggap konstan atau

hasil dari turunannya adalah nol.

$$\frac{dL}{d\left(\frac{dy}{dt}\right)} = m_d \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) + (m_d + m_b) \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)} \right) = (2m_d + m_b) \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

Dengan demikian, diperoleh persamaan (3.33) yang memenuhi persamaan (3.34)

yaitu

$$\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0$$

$$\begin{aligned}
\frac{dL}{dy} &= -\frac{2EA \left( \left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2 \right)}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} y + \frac{2EA \left( \left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2 \right)}{\frac{a}{b} l} y \\
&\quad + \frac{EA}{\sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2}} y - \frac{EA}{\sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2}} y - k_p y \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{dL}{d \left( \frac{dy}{dt} \right)} \right) &= (2m_d + m_b) \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \\
(2m_d + m_b) \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 &+ \frac{2EA \left( \left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2 \right)}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} y - \frac{2EA \left( \left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2 \right)}{\frac{a}{b} l} y \\
&\quad - \frac{EA}{\sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2}} y + \frac{EA}{\sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2}} y + k_p y = 0 \\
\left( \frac{dy}{dt} \right)^2 &= \left( -\frac{2EA \left( \left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2 \right)}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} + \frac{2EA \left( \left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2 \right)}{\frac{a}{b} l} \right. \\
&\quad \left. + \frac{EA}{\sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y^2}} - \frac{EA}{\sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y^2}} - k_p \right) \frac{y}{(2m_d + m_b)}
\end{aligned}$$

Langkah kedua adalah menurunkan persamaan (3.33) terhadap  $\theta$ . Tujuan dari langkah ini adalah agar persamaan (3.35) terpenuhi. Berdasarkan persamaan (3.33), bagian yang memuat variabel  $\theta$  adalah  $(\mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \cdot \sin \theta +$

$k\eta v) \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} - m_b \cdot g \sin \theta \left(\frac{a}{b} l\right) \tan \theta$ . Sehingga suku yang lain dianggap konstan atau hasil dari turunannya adalah nol.

$$\begin{aligned} \frac{dL}{d\theta} &= \mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \\ &\cdot \frac{a}{b} l \left( \cos \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} + \sin \theta \tan \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \right) \\ &+ k\eta v \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \tan \theta \\ &- m_b \cdot g \left(\frac{a}{b} l\right) (\cos \theta \tan \theta + \sin \theta (1 + (\tan \theta)^2)) \end{aligned}$$

Langkah berikutnya adalah menurunkan persamaan (3.33) terhadap variabel  $\frac{d\theta}{dt}$ .

Berdasarkan persamaan (3.33), bagian yang memuat variabel  $\frac{d\theta}{dt}$  adalah

$\frac{1}{4} m_b r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ . Sehingga suku yang lain dianggap konstan atau hasil dari turunannya adalah nol.

$$\frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)} = \frac{1}{2} m_b r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)} \right) = \frac{1}{2} m_b r^2 \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)^2$$

Dengan demikian, diperoleh persamaan (3.33) yang memenuhi persamaan (3.35) yaitu

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}m_b r^2 \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 &- \left( \mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \right. \\
&\cdot \frac{a}{b} l \left( \cos \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} + \sin \theta \tan \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \right) \\
&- k\eta v \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \tan \theta \\
&\left. + m_b \cdot g \left( \frac{a}{b} l \right) (\cos \theta \tan \theta + \sin \theta (1 + (\tan \theta)^2)) \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}m_b r^2 \left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 &= \mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \\
&\cdot \frac{a}{b} l \left( \cos \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} + \sin \theta \tan \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \right) \\
&+ k\eta v \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \tan \theta \\
&- m_b \cdot g \left( \frac{a}{b} l \right) (\cos \theta \tan \theta + \sin \theta (1 + (\tan \theta)^2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)^2 &= \left( \mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \right. \\
&\cdot \frac{a}{b} l \left( \cos \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \right. \\
&\quad \left. + \sin \theta \tan \theta \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \right) \\
&+ k\eta v \frac{a}{b} l \sqrt{(1 + (\tan \theta)^2)} \tan \theta \\
&- m_b \cdot g \left( \frac{a}{b} l \right) (\cos \theta \tan \theta \\
&\quad \left. + \sin \theta (1 + (\tan \theta)^2)) \right) \frac{2}{m_b r^2}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

### 3.2 Plot Solusi Model Matematika Vibrasi Dawai dikenai Massa

Setelah mendapatkan model matematika vibrasi dawai yang dikenai massa, langkah selanjutnya adalah melakukan plot solusi model yang sudah diperoleh. Plot tersebut terdiri dari lendutan  $y(t)$  dan sudut  $\theta(t)$ . Sebelum menggambarkan plot lendutan dawai  $y(t)$ , penulis mengidentifikasi terlebih dahulu parameter-parameter yang terlibat dalam persamaan (3.36).

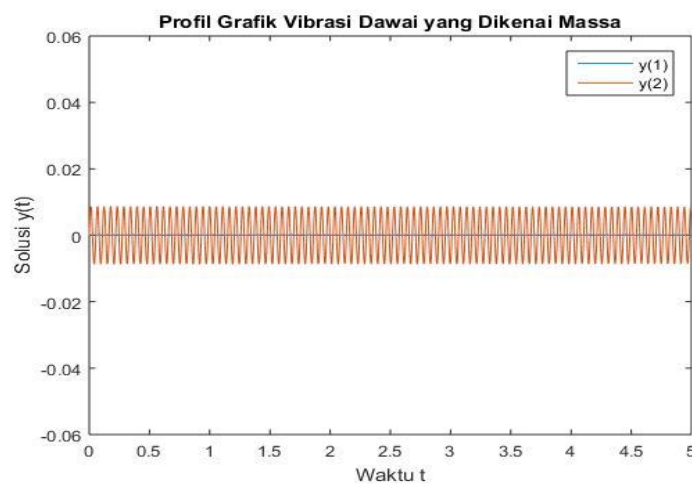
1. Luas penampang dawai,  $A = 0.00000314 \text{ m}^2$ .
2. Modulus elastisitas,  $E = 10^7 \text{ N/m}^2$ .
3. Panjang dawai,  $l = 0.803 \text{ m}$ .
4. Konstanta pegas dawai,  $k = (EA)/l$   $k = (EA)/l$ .
5. Massa dawai,  $m_d = 0.075 \text{ kg}$ .
6. Panjang dawai di sisi kiri,  $a = 1, b = 4$ .

Untuk memudahkan dalam menampilkan plot lendutan dawai  $y(t)$ , maka diubah terlebih dahulu persamaan (3.36) ke dalam sistem persamaan sebagai berikut

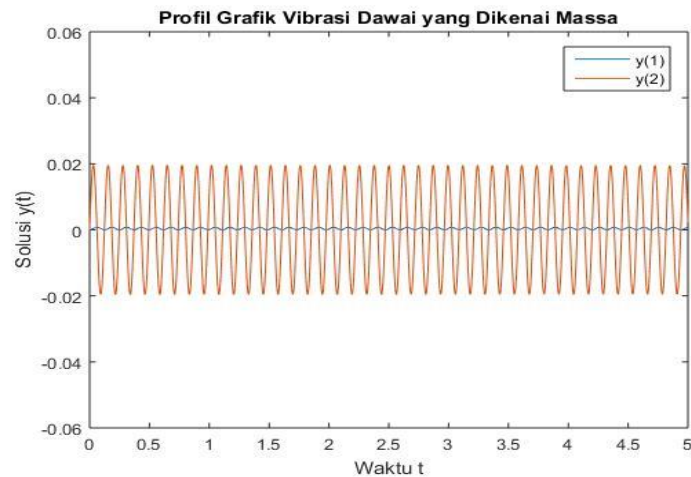
$$\frac{dy_1}{dt} = y_2$$

$$\frac{dy_2}{dt} = \left( -\frac{2EA \left( \left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y(1)^2 \right)}{\left( 1 - \frac{a}{b} \right) l} + \frac{2EA \left( \left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y(1)^2 \right)}{\frac{a}{b} l} \right. \\ \left. + \frac{EA}{\sqrt{\left( \left( 1 - \frac{a}{b} \right) l \right)^2 + y(1)^2}} - \frac{EA}{\sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y(1)^2}} \right. \\ \left. - k_p \frac{y(1)}{(2m_d + m_b)} \right)$$

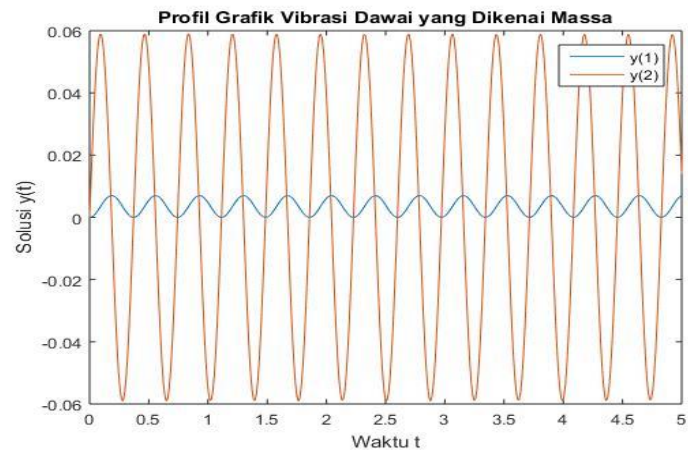
Sehingga didapatkan plot solusi dari model lendutan  $y(t)$  vibrasi dawai dikenai massa sebagai berikut



Gambar 3. 14 Plot Grafik Lendutan Dawai  $y(t)$  ketika  $m_b = 0.005$



Gambar 3. 15 Plot Grafik Lendutan Dawai  $y(t)$  ketika  $m_b = 0.05$



Gambar 3. 16 Plot Grafik Lendutan Dawai  $y(t)$  ketika  $m_b = 0.5$

Berdasarkan Gambar 3.11, 3.12, dan 3.13, telah dilakukan plot solusi lendutan  $y(t)$  dalam rentang waktu 5 detik atau  $t \in [0,5]$ . Dimana  $y(1)$  adalah kondisi ketika dawai sebelum dikenai massa dan  $y(2)$  adalah kondisi dawai setelah dikenai massa. Pada ketiga gambar tersebut diketahui bahwa kondisi dawai sebelum dikenai massa adalah setimbang atau  $y(t) = 0$ . Setelah dikenai massa benda ( $m_b$ ) sebesar 0.005 kg, 0.05 kg, 0.5 kg, dengan jari-jari benda  $r = 0.07$

m dan massa dawai  $m_d = 0.075 \text{ kg}$ , nilai lendutan dawai  $y(t)$  berturut-turut adalah 0.008 m, 0.02 m, dan 0.06 m.

Selanjutnya penulis mengidentifikasi parameter-parameter yang terlibat dalam menggambarkan plot sudut dawai  $\theta(t)$  pada persamaan (3.37) sebagai berikut :

1. Luas penampang dawai,  $A = 0.00000314 \text{ m}^2$ .
2. Modulus elastisitas,  $E = 10^7 \text{ N/m}^2$ .
3. Konstanta pegas dawai,  $k = (EA)/l$ .
4. Massa benda,  $m_b = 0.003 \text{ kg}$ .
5. Koefisien gaya gesek dawai,  $\mu = 0.47$ .
6. Kecepatan benda berjalan di atas dawai,  $h = 0.14 \text{ m/s}$ .
7. Koefisien kekentalan udara,  $\eta = 0.000018 \text{ Ns/m}^2$ .
8. Jari-jari benda,  $r = 0.07$ .
9. Panjang dawai di sisi kiri,  $a = 1$ ,  $b = 4$ .

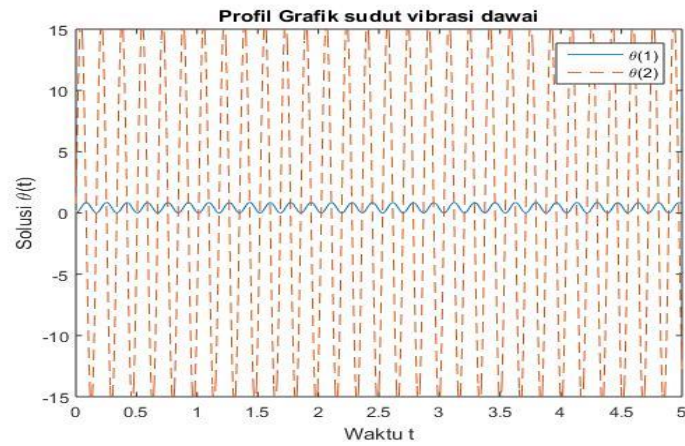
Untuk memudahkan dalam menampilkan plot sudut dawai  $\theta(t)$ , maka diubah terlebih dahulu persamaan (3.37) ke dalam sistem persamaan sebagai berikut

$$\frac{d\theta_1}{dt} = x_2$$

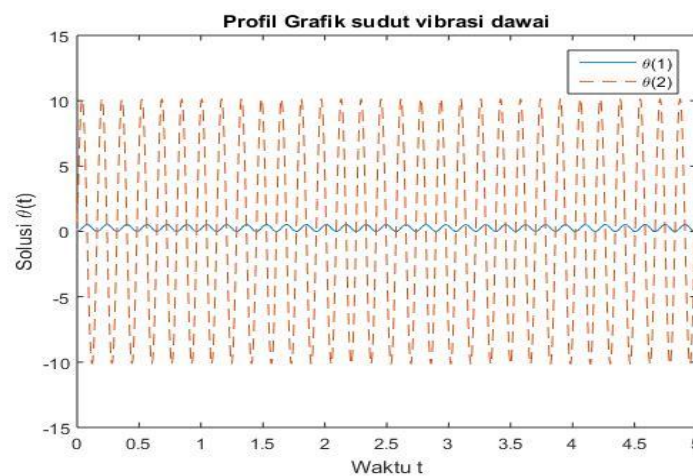
$$\begin{aligned} \frac{d\theta_2}{dt} = & \left( \mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \right. \\ & \cdot \frac{a}{b} l \left( \cos \theta \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} + \sin \theta \tan \theta \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \right) \\ & + k\eta v \frac{a}{b} l \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \tan \theta \\ & \left. - m_b \cdot g \left( \frac{a}{b} l \right) \left( \cos \theta \tan \theta + \sin \theta (1 + (\tan \theta)^2) \right) \right) \frac{2}{m_b r^2} \end{aligned}$$



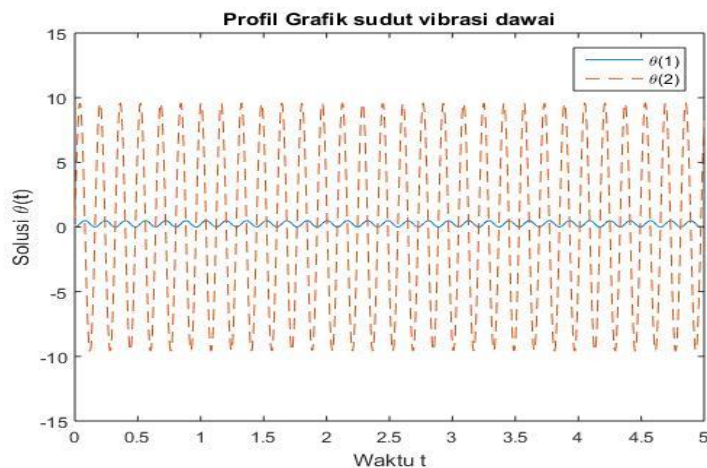
Sehingga didapatkan plot model sudut  $\theta(t)$  vibrasi dawai dikenai massa sebagai berikut



Gambar 3. 17 Plot Grafik Sudut Dawai  $\theta(t)$  ketika  $m_b = 0.005$



Gambar 3. 18 Plot Grafik Sudut Dawai  $\theta(t)$  ketika  $m_b = 0.05$



Gambar 3. 19 Plot Grafik Sudut Dawai  $\theta(t)$  ketika  $m_b = 0.5$

Berdasarkan Gambar 3.14, 3.15, dan 3.16, telah dilakukan plot solusi sudut dawai  $\theta(t)$  dalam rentang waktu 5 detik atau  $t \in [0,5]$ . Dimana  $\theta(1)$  adalah kondisi ketika dawai belum dikenai massa dan  $\theta(2)$  adalah kondisi dawai setelah dikenai massa. Pada ketiga gambar tersebut diketahui bahwa kondisi dawai sebelum dikenai massa adalah setimbang atau  $\theta(t) = 0$ . Setelah dikenai massa benda ( $m_b$ ) sebesar  $0.005 \text{ kg}$ ,  $0.05 \text{ kg}$ ,  $0.5 \text{ kg}$ , dengan jari-jari benda  $r = 0.07 \text{ m}$  dan massa dawai  $m_d = 0.075 \text{ kg}$ , nilai sudut dawai  $\theta(t)$  berturut-turut adalah  $15^\circ$ ,  $10^\circ$ , dan  $9^\circ$ .

### 3.3 Model Matematika Vibrasi Dawai dikenai Massa dalam Islam

Allah telah menciptakan manusia dengan memiliki beberapa tugas yang harus dilakukan semasa hidupnya. Diantaranya mengambil pelajaran dan memikirkan rahasia-rahasia dibalik ciptaan Allah. Allah berfirman dalam QS. Al-Jasyiah/45:13 yang artinya :

*“Dan dia telah menundukkan untukmu apa yang ada di langit dan apa yang ada di bumi semuanya (sebagai rahmat) dari pada-Nya. Sesungguhnya pada demikian itu benar-benar terdapat tanda-tanda (kekuasaan Allah) bagi kaum yang berfikir.”*

Berdasarkan tafsir Al-Muyassar dijelaskan bahwa Allah telah menciptakan semua yang ada di langit maupun di bumi, baik itu berupa manusia, hewan, bahkan binatang untuk memberikan kemanfaatan bagi makhluk-Nya. Kemanfaatan ini dapat diperoleh bagi mereka yang berusaha untuk merengungi tanda-tanda kekuasaan Allah serta meyakini bahwa Allah itu Esa.

Manfaat mengetahui ciptaan Allah adalah sebagai pengingat terhadap Allah. Seperti yang dijelaskan dalam QS. Al Baqoroh/2:152 yaitu : Artinya :

*“Karena itu, ingatlah kamu kepada-Ku niscaya Aku ingat (pula) kepadamu, dan bersyukurlah kepada-Ku, dan janganlah kamu mengingkari (nikmat)-Ku .”*

Berdasarkan tafsir Al-Mishbah, Al-Hasan Al-Basri, Abul Aliyah, As Saddi, dan Ar-Rabi’ Ibnu Anas mengatakan bahwa orang yang mengingat kekuasaan dan kebijakan Allah, maka Allah akan mengingat juga kepadanya. Banyak cara untuk mengingat Allah, diantaranya dengan melafalkan pujian, melalui hati, mensyukuri cipataan-Nya dan lain-lain. Jika beberapa cara tersebut dapat dilakukan, maka niscaya Allah akan melimpahkan pahala, pertolongan, dan kebahagiaan dunia dan akhirat.

Bagi mereka yang tidak mempercayai kekuasaan Allah, balasan yang diperoleh dijelaskan dalam QS. Surah Shad [38] : 27 yang artinya :

*“Dan kami tidak menciptakan langit dan bumi dengan sia-sia. Itu anggapan orang-orang kafir, maka celakalah orang-orang kafir itu karena mereka akan masuk neraka.”*

Menurut Syaikh Abdurrahman Bin An-Nasir, seorang ahli tafsir dari Arab mengatakan bahwa orang-orang kafir menganggap bahwa ciptaan Allah hanyalah sia-sia dan tidak memiliki tujuan. Anggapan mereka yang batil ini akan menjerumuskannya ke dalam neraka. Azab ini akan didapat jika mereka mati masih dalam keadaan kufur dan memiliki prasangka buruk terhadap Allah. .

Sebagaimana pada masalah vibrasi dawai yang akan dibahas dalam penelitian ini. Masalah vibrasi dawai merupakan masalah dasar yang berkaitan dengan getaran dan gelombang. Banyak sekali manfaat yang didapat jika fenomena ini dipelajari lebih lanjut. Mempelajarinya bisa dengan mencoba memformulasikan masalah vibrasi dawai tersebut dalam bentuk matematis. Sehingga model yang didapatkan bisa digunakan sebagai penelitian. Jika model dasarnya sudah ditemukan, maka model tersebut dapat dijadikan literasi atau rujukan untuk masalah vibrasi dawai yang lebih lanjut. Dengan demikian, semua fenomena alam yang terjadi di dunia ini bisa bermanfaat bagi manusia jika mereka mau mencari tahu dan berfikir.

Menurut Syaikh Abdurrahman Bin An-Nasir, seorang ahli tafsir dari Arab menjelaskan bahwa diciptakannya langit, bumi, matahari dan lain lain tersebut adalah bentuk karunia dan kebaikan-Nya. Semua karunia dan kebaikan-Nya tersebut mengharuskan semua makhluk untuk senantiasa bersyukur atas nikmat yang telah diberikan. Selain sebagai bentuk syukur atas nikmat-Nya, merengungi ciptaan Allah juga dapat menjadi pengingat terhadap sang pencipta. Karena dengan kerapian, kesetaraan, dan keindahan ciptaan tersebut dapat menunjukkan bahwa betapa sempurnanya Allah. Sehingga sebagai makhluk yang taat untuk senantiasa mematuhi perintah-Nya dan menjauhi larangan-Nya. Dengan begitu kita akan hidup dalam kenyamanan dan ketentraman di dunia mauoun di akhirat(Jalaluddin, 2009).

## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut :

1. Model matematika vibrasi dawai dikenai massa dengan gaya dorong berupa persamaan diferensial orde satu pangkat dua sebagai berikut

$$\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 = \left( -\frac{2EA \left( \left( \left(1 - \frac{a}{b}\right) l \right)^2 + y(1)^2 \right)}{\left(1 - \frac{a}{b}\right) l} + \frac{2EA \left( \left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y(1)^2 \right)}{\frac{a}{b} l} \right. \\ \left. + \frac{EA}{\sqrt{\left( \left(1 - \frac{a}{b}\right) l \right)^2 + y(1)^2}} - \frac{EA}{\sqrt{\left( \frac{a}{b} l \right)^2 + y(1)^2}} \right. \\ \left. - k_p \right) \frac{y(1)}{(2m_d + m_b)}$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)^2 = \left( \mu_k \cdot (m_b + m_d) \cdot g \right. \\ \cdot \frac{a}{b} l \left( \cos \theta \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \right. \\ \left. + \sin \theta \tan \theta \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \right) \\ \left. + k\eta v \frac{a}{b} l \sqrt{1 + (\tan \theta)^2} \tan \theta \right. \\ \left. - m_b \cdot g \left( \frac{a}{b} l \right) \left( \cos \theta \tan \theta + \sin \theta (1 + (\tan \theta)^2) \right) \right) \frac{2}{m_b r^2}$$

2. Setelah dilakukan plot solusi model lendutan dawai  $y(t)$  dan sudut dawai  $\theta(t)$  dengan massa dawai ( $m_d$ ) dan jari-jari benda ( $r$ ) yang sama untuk massa benda ( $m_b$ ) yang berbeda, diketahui bahwa lendutan dawai semakin besar jika massa benda semakin besar. Sedangkan sudut dawai berada dalam keadaan setimbang sebelum dikenai massa dan mengalami vibrasi setelah dikenai massa.

#### **4.2 Saran**

Berdasarkan kesimpulan yang diperoleh, maka penelitian selanjutnya disarankan untuk mencari solusi analitik dari model matematika vibrasi dawai dikenai massa, serta mengecek kembali identifikasi gaya-gaya yang masih tertinggal seperti gaya gesek di sisi kanan.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir [jilid 7]*. Jakarta : Pusat Imam Syafi'i.
- Al-Qur'an Terjemah. 2015. *Departemen Agama RI*. Bandung: CV Darus Sunnah
- Jalaluddin, Imam. 2009. *Tafsir Jalalain I*. Bandung : Sinar Baru Algensindo.
- Anista, Rurin. 2015. *Analisis gerak vertikal dawai*. Cauchy. 3(4), 188.
- Arifudin, M Achya. 2007. *Fisika untuk SMA Kelas XII*. Jakarta : Interplus.
- D. Young, Hugh. 2000. *Fisika Universitas Jilid II*. Jakarta : Erlangga.
- Daton, Goris Seran, dkk. 2017. *Fisika SMA/MA Kelas XI*. Jakarta : Grasindo.
- Giancoli, Douglas C. 2001. *Fisika*. Jakarta : Erlangga.
- Halliday, D., dkk. 2010. *Fisika Dasar Edisi Ketujuh, Jilid II*. Jakarta : Erlangga.
- Istiyono, Edi. 2009. *Fisika 2 SMP Kelas VIII*. Jakarta : Quadra.
- Kamajaya. 2007. *Ilmu Pengetahuan Alam untuk Kelas VIII*. Bandung : Grafindo Media Pratama.
- Kanginan, Marthen. 2006. *Fisika untuk SMA Kelas XI*. Jakarta : Erlangga.
- Mufid, I., & Kusumastuti, A. 2015. *Analisis Dinamik Sudut Defleksi pada Model Vibrasi Dawai*. Cauchy, 3(4), 188.
- Mikrajuddin, dkk. 2007. *IPA Terpadu Kelas VIII*. Jakarta : Esis.
- Ohene. K. R. 2012. *A mathematical model of a suspension bridge-case study : Adomi bridge, Atimpoku, Ghana*. Global Advanced Research Journal of Engineering, Technology, and Innovation. Vol 1(3). 047-062.
- Pagalay, Usman. 2009. *Mathematical Modelling*. Malang : UIN Maliki Press.
- Utomo, Pristiadi. 2007. *Fisika Interaktif untuk SMA/MA*. Jakarta : Azka Press.
- Rinto, Anugraha. 2019. *Pengantar Mekanika Klasik*. Yogyakarta : Gadjah Mada University Press.
- Rosyid, M.F. 2015. *Fisika Dasar Mekanika, Jilid I*. Yogyakarta : Periuk.

- Saripudin, Aip. 2007. *Fisika untuk Kelas X SMA/MA*. Jakarta : Visindo Media Persada.
- Sudiarta, I Wayan. 2019. *Mekanika Kuantum*. Jakarta : CV Garuda Ilmu.
- Sulaiman, Ismail. 2013. *Buku Ajar Perpindahan Massa dan Kalor*. Banda Aceh : Syiah Kuala University Press.
- Sutresna, Nana. 2006. *Ilmu Pengetahuan Alam untuk Kelas VIII*. Bandung : Grafindo Media Pratama.
- Yaz, M. Ali. 2007. *Fisika SMA Kelas XI*. Jakarta : Quadra.
- Zadrak, Meksianis. 2018. *Pemodelan Matematika*. Yogyakarta : CV Budi Utama.



## LAMPIRAN

### Lampiran 1 : Program Matlab untuk Lendutan $y(t)$ Model Matematika

#### Vibrasi Dawai Dikenai Massa

```
function dydt=lendutanvibrasidawai(t,y)

A=0.00000314;
E=10^7;
l=0.803;
k=(E*A)/l;
md=0.009;
a=1;
b=4;

u=((1*(1-(a/b)))^2)*(l^2)+(y(1))^2;
v=((a/b)^2)*(l^2)+(y(1))^2;
z=(2*E*A)/(1*(1-(a/b)));
p=(2*E*A)/(a/b);
w=y(1)/md;

dydt(1,1)=y(2);
dydt(2,1)=(10-((-z*u)+(p*v)+((E*A)/sqrt(u))-
((E*A)/sqrt(v))-k)*w);

end
clc,clear;

[t,y]=ode45(@lendutanvibrasidawai,[0 5],[0;0]);

plot(t,y(:,1),'-',t,y(:,2),'-')
title('Profil Grafik Vibrasi Dawai yang Dikenai Massa')
xlabel('Waktu t'); ylabel('Solusi y(t)');
legend('y(1)', 'y(2)')
```

## Lampiran 2 : Program Matlab untuk Sudut $\theta(t)$ Model Matematika Vibrasi

### Dawai Dikenai Massa

```
function dxdt=sudutvibrasidawai(t,x)

l=0.803;
h=0.14;
eta=0.000018;
mu=0.47;
A=0.00000314;
E=10^7;
k=E*A/l;
mb=0.075;
md=0.003;
g=9.8;
r=0.07;
a=1;
b=2;

u=mu*(mb+md)*g*(a/b)*l;
w=1+(tan(x(1)))^2;
v=mb*g*l*((a/b)*l);
z=2/(mb*(r^2));

dxdt(1,1)=x(2);
dxdt(2,1)=(u*((cos(x(1)))*sqrt(w))+(sin(x(1)))*tan(x(1))*sqrt(w))+(k*eta*h*(a/b)*l*sqrt(w)*tan(x(1))-(v*((tan(x(1)))*cos(x(1)))+(sin(x(1))*w)))*z;

end
clc,clear

[t,x]=ode45(@sudutvibrasidawai,[0 5],[0;0]);

plot(t,x(:,1),'-',t,x(:,2),'--')
title('Profil Grafik sudut vibrasi dawai')
xlabel('Waktu t'); ylabel('Solusi x(t)');
legend('x(1)', 'x(2)')
```

## RIWAYAT HIDUP



Miftakul Janah, lahir di kota Madiun pada 24 Juli 1999. Tepatnya di Dusun Oro-oro Waru RT 28 RW 04 Desa Sumberbendo Kecamatan Saradan Kabupaten Madiun. Ia merupakan anak pertama dari 2 bersaudara yakni dari pasangan bapak Sutarto dan ibu Supriati.

Pendidikan formal yang pernah ditempuh yakni SD Sumberbendo O2 Madiun, dilanjutkan ke SMP IT Subulul Huda Madiun dan MA Sunan Pandanaran Yogyakarta. Sedangkan pendidikan non formal yang pernah ditempuh yakni Pondok Pesantren Subulul Huda Kembangawit Madiun, Pondok Pesantren Sunan Pandanaran Yogyakarta, dan sekarang sedang mengenyam ilmu agama di Pondok Pesantren Tahfidzil Qur'an Nurul Huda Joyosuko Metro.

Di tahun 2017 ia mulai menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Organisasi yang diikuti adalah HTQ UIN Malang. Di tahun 2018 mulai menjadi bagian dari Musyrifah Ma'had Sunan Ampel Al-Aly tepatnya di Bait Tahfidz Al-Qur'an (BTQ).



KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG FAKULTAS  
SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Miftakul Janah  
NIM : 17610009  
Fakultas/Program Studi : Sains dan Teknologi/Matematika  
Judul Skripsi : Model Matematika Vibrasi Dawai Dikenai Massa yang Berjalan di Atasnya  
Pembimbing I : Ari Kusumastuti, M.Pd., M.Si  
Pembimbing II : Erna Herawati, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	01 Januari 2021	Konsultasi Bab I	1.
2	04 Januari 2021	Revisi Bab I	2.
3	27 Januari 2021	Konsultasi Bab II	3.
4	01 Februari 2021	Revisi Bab II	4.
5	11 Maret 2021	Konsultasi Agama Bab I & II	5.
6	14 Maret 2021	Revisi Agama Bab I & II	6.
7	29 April 2021	Konsultasi Bab III	7.
8	03 Mei 2021	Revisi Bab III	8.
9	07 Mei 2021	ACC untuk diseminarkan	9.
10	05 November 2021	Konsultasi Bab III	10.
11	10 November 2021	Revisi Bab III	11.
12	24 November 2021	Konsultasi Agama Bab III	12.
13	25 November 2021	Revisi Agama Bab III	13.
14	26 November 2021	ACC Keseluruhan untuk disidangkan	14.

Malang, 14 Desember 2021

Mengetahui,  
Ketua Program Studi



Dr. Elly Susanti, M.Sc  
NIP. 19741129 200012 2 005