

**SIMULASI PERAMBATAN SUARA PADA KUBAH MASJID
DENGAN METODE BEDA HINGGA**

SKRIPSI

**OLEH
NAJMI NURUL ILLAHI
NIM. 17610064**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**SIMULASI PERAMBATAN SUARA PADA KUBAH MASJID
DENGAN METODE BEDA HINGGA**

SKRIPSI

**OLEH
NAJMI NURUL ILLAHI
NIM. 17610064**



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**SIMULASI PERAMBATAN SUARA PADA KUBAH MASJID
DENGAN METODE BEDA HINGGA**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Univeritas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Najmi Nurul Illahi
NIM. 17610064**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**SIMULASI PERAMBATAN SUARA PADA KUBAH MASJID
DENGAN METODE BEDA HINGGA**

SKRIPSI

Oleh
Najmi Nurul Illahi
NIM. 17610064

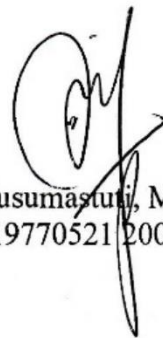
Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 25 Oktober 2021

Pembimbing I,



Dr. Heni Widayani, M.Si
NIDT. 19901006 20180201 2 229

Pembimbing II,



Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Program Studi



Dr. Elly Susanti, M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

**SIMULASI PERAMBATAN SUARA PADA KUBAH MASJID
DENGAN METODE BEDA HINGGA**

SKRIPSI

Oleh
Najmi Nurul Illahi
NIM. 17610064

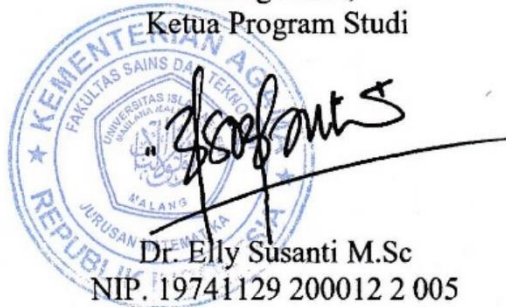
Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 16 November 2021

Penguji Utama : Dr. Hairur Rahman, M.Si
Ketua Penguji : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Sekretaris Penguji : Dr. Heni Widayani, M.Si
Anggota Penguji : Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si



Mengetahui,
Ketua Program Studi



Dr. Elly Susanti M.Sc
NIP. 19741129 200012 2 005

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Najmi Nurul Illahi

NIM : 17610064

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Simulasi Perambatan Suara Pada Kubah Masjid dengan
Metode Beda Hingga

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Oktober 2021
Yang Membuat Pernyataan,



Najmi Nurul Illahi
NIM. 17610064

MOTO

“Tumbuh, berproses, sabar, ikhlash, dan tawakal karena dengan bertawakal kepada Allah hati menjadi tenang jika hati tenang semua hal akan menjadi indah”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ibunda tercinta Jasniati dan Ayah yang selalu mendukung dan memotivasi setiap proses yang penulis jalani.

Abang Dien dan adik tersayang Zidni Ilman Nafian yang selalu ada dan siap mendengar keluh kesah penulis sebagai seorang adik dan juga kakak yang banyak kekurangannya.

Paman, Uwa, Etek, Uan, dan Bunda yang selalu siap membantu penulis untuk memenuhi kebutuhan hidup di Kota Malang untuk menyelesaikan Pendidikan Strata Satu.

Ummah Ismah dan Abi Isroqunnajah guru sekaligus Ibu dan Ayah kedua yang selalu siap di barisan terdepan dalam hal kebaikan terutama dalam bidang hafalan Al-Quran.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh,

Mengawali pengantar pada tulisan ini, penulis secara khidmat bersyukur kepada Allah swt. atas kemudahan dan pertolongan-Nya dalam penyusunan tugas akhir ini, yang berjudul “Simulasi Perambatan Suara pada Kubah Masjid dengan Metode Beda Hingga” sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana di bidang Matematika, Universitas Islam Maulana Malik Ibrahim Malang. Allahumma shalli wasallim ‘ala sayyidina Muhammad. Shalawat teriring salam selalu tercurahkan kepada manusia agung, kekasih Allah, Nabi Muhammad saw. yang syafaatnya selalu dinantikan oleh setiap ummat.

Penulis menyadari keterbatasan pengetahuan dan pengalaman yang penulis miliki. Karenanya, tanpa keterlibatan dan sumbangsih dari pihak-pihak terkait rasanya sulit bagi penulis untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Patut penulis haturkan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. M. Zainuddin, MA, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Elly Susanti, M.Sc, selaku Ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Heni Widayani, M.Si, selaku Dosen Pembimbing I yang telah memberikan banyak ilmu, arahan, masukan, dan nasihat kepada penulis.

5. Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si, selaku Dosen Pembimbing II yang telah memberikan banyak ilmu, arahan, masukan, dan nasihat kepada penulis.
6. Dr. Hairur Rahman, M.Si, selaku dosen penguji Seminar Proposal dan Ujian Skripsi yang telah banyak memberikana masukan, arahan, dan nasehat kepada penulis.
7. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen penguji Ujian Skripsi yang telah memberikan banyak masukan, arahan, dan nasehat kepada penulis.
8. Seluruh sivitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, terutama jajaran dosen yang telah memberikan pengalaman perkuliahan yang luar biasa.
9. Ibunda dan Ayahanda yang selalu memberikan semangat dan dukungan serta doa yang mampu menggetarkan langit untuk penulis.
10. Abi dan Ummah yang selalu memberikan arahan dan doa kepada penulis.

Selanjutnya, penulis mempersilahkan pembaca untuk menikmati isi dari skripsi ini layaknya hidangan yang akan segera disantap. Selamat menikmati, semoga tulisan ini bermanfaat. Aamiin.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, 10 Oktober 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xv
ABSTRACT	xvi
ملخص	xvii

BAB I PENDAHULUAN

1.1	Latar Belakang	1
1.2	Rumusan Masalah	3
1.3	Tujuan Penelitian.....	3
1.4	Manfaat Penelitian.....	3
1.5	Batasan Masalah.....	4
1.6	Metode Penelitian.....	4
1.7	Sistematika Penulisan.....	5

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1	Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara pada Kubah Masjid.....	7
2.2	Persamaan Diferensial Parsial Reaksi-Difusi Perambatan Suara.....	8
2.3	Metode Beda Hingga Skema Eksplisit.....	10
2.4	Kestabilan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk Persamaan Reaksi-Difusi Perambatan Suara	16
2.5	Seruan untuk Sholat Berjamaah	18

BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1	Metode Beda Hingga Skema Eksplisit Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara	20
3.2	Analisis Kestabilan Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara	23
3.3	Penyelesaian Numerik Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara	25
3.4	Analisis Penyelesaian Numerik Persamaan Reaksi-Difusi Perambatan Suara pada Kubah Masjid.....	30
3.5	Interpretasi Hasil Diskritisasi Persamaan Reaksi-Difusi Perambatan Suara Pada Kubah Masjid	32
3.6	Kondisi Suara saat Shalat Berjamaah.....	33

BAB VI PENUTUP

4.1	Kesimpulan.....	34
4.2	Saran.....	35

DAFTAR PUSTAKA	36
-----------------------------	-----------

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Hasil Perhitungan Manual w_i^{n+1}	27
Tabel 3.2	Penyelesaian Persamaan Difusi dan Persamaan Reaksi saat $\Delta r = 0.1$ dan $\Delta t = 0.01$	31
Tabel 3.3	Penyelesaian Persamaan Difusi dan Persamaan Reaksi saat $\Delta r = 0.2$ dan $\Delta t = 0.1$	31
Tabel 3.4	Penyelesaian Persamaan Difusi dan Persamaan Reaksi saat $\Delta r = 1$ dan $\Delta t = 1$	32

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Gambaran Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial dengan Metode Beda Hingga	11
Gambar 2.2	Jaringan Titik Hitungan (<i>grid</i>) pada Bidang $x - t$	11
Gambar 3.1	Jaringan titik hitung skema beda hingga eksplisit untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara.....	21
Gambar 3.2	Stensil skema beda hingga eksplisit untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara	26
Gambar 3.3	Plot <i>contour</i> ketika $\Delta r = 0.1$ dan $\Delta t = 0.01$	28
Gambar 3.4	Plot <i>contour</i> ketika $\Delta r = 0.2$ dan $\Delta t = 0.1$	29
Gambar 3.5	Plot <i>contour</i> ketika $\Delta r = 1$ dan $\Delta t = 1$	29

DAFTAR SIMBOL

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$: Turunan kedua u terhadap x
$F(x, y, u_x, u_y, \dots)$: Fungsi dari variabel bebas dan variabel terikat
$ \lambda $: Nilai mutlak kondisi Courant-Friedrichs-Lewy (CFL)
$\sum_{k=0}^{J-1} B_k^n u_j^k$: Penjumlahan $B_0^n u_j^0 + B_1^n u_j^1 + \dots + B_{J-1}^n u_j^{J-1}$
∇^2	: Operator Laplace
Δt	: Selisih waktu
Δr	: Selisih jarak dalam radius

ABSTRAK

Illahi, Najmi Nurul. 2021. **Simulasi Perambatan Suara Pada Kubah Masjid Dengan Metode Beda Hingga**. Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Heni Widayani, M.Si. (II) Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd.

Kata Kunci: Model Perambatan Suara, Intensitas Suara, Beda Hingga Eksplisit

Penelitian ini difokuskan pada analisis secara matematika untuk mendeteksi perambatan suara pada masjid dengan atap berbentuk kubah. Model matematika masalah ini merujuk pada Caliskan, dkk (2016). Penelitian ini berupaya menganalisis intensitas suara $w(r, t)$ dalam satuan desibel (dB). Dalam hal ini model disajikan sebagai persamaan diferensial parsial orde dua dengan variabel bebas r dan t . Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode beda hingga skema eksplisit. Solusi numerik yang diperoleh menggunakan langkah-langkah berikut, 1) Melakukan diskritisasi model matematika kemudian mendiskritkan kondisi awal dan kondisi batas. 2) Menemukan analisis kestabilan solusi numerik untuk mengetahui solusi yang diperoleh stabil atau tidak. 3) Mensimulasikan solusi numerik kemudian dilakukan interpretasi grafik. Hasil yang diperoleh dinyatakan stabil bersyarat dengan nilai parameter D , Δt , dan Δr yang digunakan terletak diantara 0 hingga 0.5. Metode beda hingga skema eksplisit dalam penyelesaian model perambatan suara pada kubah masjid ini menunjukkan adanya perambatan suara yang bergerak ke kiri.

ABSTRACT

Illahi, Najmi Nurul. 2021. **On the Sound Propagation Simulation in the Dome of the Mosque with the Finite Difference Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University Malang. Advisor: (I) Dr. Heni Widayani, M.Sc. (II) Ari Kusumastuti, M.Sc., M.Pd.

Keywords: Model of Sound Propagation, Sound Intensity, Explicit Finite Difference

The research focused on mathematical analysis to detect sound propagation in mosques with dome-shaped roof. The mathematical model of the problem refers to Caliskan, et al (2016). The study attempts to analyze the intensity of sound $w(r, t)$ in decibels units (dB). In this case a model is presented as a partial differential equation of the order of two with independent variables r and t . The method used in this research is explicit finite difference method. Numerical solutions obtained using the following steps: 1) Making discretization of mathematical model and then disqualifying first conditions and boundary conditions. 2) Finding a stability analysis of numerical solutions to see if they are found stable or not. 3) Simulating numerical solutions and interpreting the graph. The result is conditional on the rate of the D , Δt , and Δr parameters used between 0 to 0.5. Explicit finite difference method in the completion of the sound propagation model on the mosque's dome indicate that there is sound propagation moving to the left.

ملخص

الإلهي، نجمي نور. 2021 . محاكاة انتشار الصوت في قبة المسجد بطريقة الفروق المحدودة. البحث الجامعي. قسم الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك ابراهيم الاسلامية الحكيمة مالانج. المشرفة (1): الدكتورة، هاني وداياني، الماجستير. المشرفة (2): أري كوسوماستوتي، الماجستير.

الكلمات المفتاحية : انتشار الصوت (*Model of Sound Propagation*)، شدة الصوت (*Sound Intensity*)، المتغيرين المستقلين (*Explicit Finite Difference*)

يركز هذا البحث على التحليل الرياضي للكشف عن انتشار الصوت في المسجد ذات الأسقف على شكل قبة. يشير النموذج الرياضي لهذه المشكلة إلى Caliskan وآخرون، (2016). يحاول هذا البحث تحليل شدة الصوت $w(r, t)$ بالديسيبل (dB). في هذه الحالة يتم تقديم النموذج كمعادلة تفاضلية جزئية من الدرجة الثانية مع المتغيرين المستقلين r و t . الطريقة المستخدمة في هذا البحث هي طريقة واضحة للاختلاف المحدود (*explicit finite difference method*). يتم الحصول على الحل العددي باستخدام الخطوات التالية، (١) تقدير النموذج الرياضي ثم تحديد الشروط الأولية والحدودية. (٢) يبحث عن تحليل الاستقرار للحل العددي لمعرفة ما إذا كان الحل الذي تم الحصول عليه مستقرًا أم لا. (٣) محاكاة الحل العددي ثم تفسير الرسم البياني. يتم الإعلان عن النتائج التي تم الحصول عليها مستقرة بشكل مشروط باستخدام قيم المعلمات D و Δt و Δr المستخدمة بين 0 إلى 0.5. يوضح المخطط الصريح لطريقة الفروق المحدودة في حل نموذج الانتشار الصوتي على قبة المسجد وجود انتشار صوتي (*sound propagation*) يتحرك إلى اليسار.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Adanya perintah sholat berjama'ah mengharuskan pelaku shalat untuk berkumpul di satu tempat yang sama, yaitu masjid. Dengan bentuk bangunan yang telah ditentukan oleh Nabi Muhammad saw. yang diriwayatkan oleh At-Tirmidzi dan Ibnu Majjah dalam Syarah Sunan Abu Daud No. 452, yaitu:

“... Sungguh Rasulullah saw. telah memerintahkan kita agar membangun masjid-masjid dan menjadikan semuanya di pemukiman-pemukiman kita dengan membaguskan pembuatannya dan kita harus membersihkannya.”

Perintah untuk membangun masjid adalah wajib. Sedangkan memperindah bangunan masjid adalah kesunnahan. Masjid merupakan rumah Allah yang digunakan sebagai tempat penghambaan yang terikat dengan aturan-aturan dari Allah swt. mulai dari masuk hingga keluarnya. Oleh karena itu, masjid haruslah di *design* sebagai tempat yang nyaman, tentram, tenang, dan khusyuk. Salah satu hal yang mempengaruhi kekhusyukan adalah kondisi suara di ruang masjid.

Berdasarkan perkataan Rasulullah yang diriwayatkan oleh Ibnu Majjah tersebut, fokus penelitian ini adalah melakukan interpretasi model reaksi-difusi yang dilakukan oleh Caliskan, dkk (2016) dalam menjelaskan mekanisme pertukaran energi yang menghasilkan peluruhan dan pendistribusian suara. Salah satu cara yang digunakan adalah dengan melakukan interpretasi hasil grafik numerik model matematika perambatan suara pada kubah masjid. Perambatan suara pada kubah masjid tersebut menunjukkan intensitas suara $w(r, t)$ dalam satuan desibel (dB) dengan r merupakan jari-jari kubah masjid yang bergerak terhadap waktu t .

Penelitian ini menggunakan perhitungan numerik metode beda hingga eksplisit dengan hampiran deret Taylor menggunakan metode beda maju untuk $w(r, t)$ turunan pertama terhadap waktu dan metode beda pusat untuk $w(r, t)$ turunan kedua terhadap jari-jari kubah (r). Solusi numerik $w(r, t)$ dengan skema beda hingga eksplisit menunjukkan hasil perhitungan yang konsisten dan grafik solusi yang stabil untuk Δt dan Δr bersyarat.

Perhitungan secara numerik dilakukan dengan cara mendiskritisasikan persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid menggunakan skema beda hingga eksplisit. Bentuk diskrit yang diperoleh kemudian dianalisis menggunakan analisis kestabilan *von Neumann*.

Penelitian yang dilakukan oleh Stynes, dkk (2017), menggunakan metode beda hingga untuk melihat *error* yang terjadi pada persamaan reaksi-difusi dengan turunan waktu Caputo dengan orde $\alpha \in (0,1)$. Hasil akhir konvergensi menunjukkan bagaimana keteraturan solusi dan kekonvergenan *grading mesh* yang diberikan menggunakan metode beda hingga, sehingga dapat dipilih *grading mesh* yang optimal.

Bedasarkan permasalahan tersebut, maka penelitian ini dimaksudkan untuk menganalisis persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid untuk melihat keteraturan solusi yang diberikan metode beda hingga. Manfaat dari penelitian ini yaitu untuk memperkirakan tata letak *sound system* di masjid agar suara yang tersebar merata dengan intensitas suara yang sama.

Dari pemaparan latar belakang tersebut, penulis bermaksud untuk menemukan solusi numerik perambatan suara pada kubah kubah masjid yang disusun dalam

skripsi dengan judul *Simulasi Perambatan Suara pada Kubah Masjid dengan Metode Beda Hingga*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dari penelitian ini, yaitu:

1. Bagaimana solusi numerik dari persamaan reaksi-difusi dengan metode beda hingga?
2. Bagaimana simulasi model perambatan suara di kubah masjid dengan metode beda hingga?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan dari penelitian ini, yaitu:

1. Mengetahui solusi numerik persamaan reaksi-difusi dengan metode beda hingga.
2. Mengetahui simulasi model perambatan suara di kubah masjid dengan metode beda hingga.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Solusi numerik model perambatan suara yang dihasilkan dengan skema beda hingga eksplisit dapat dijadikan bahan literatur yang bersangkutan pada model matematika perambatan suara yang lain.

2. Simulasi perambatan suara yang dihasilkan pada penelitian ini menunjukkan bahwa perambatan suara yang dihasilkan bergerak ke arah kiri sehingga dapat dikembangkan oleh yang bersangkutan untuk arah rambatan suara yang lain.

1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi agar pembahasan tidak melebar dan lebih spesifik ke satu objek. Pada penelitian ini, akan disimulasikan persamaan reaksi-difusi berikut (Caliskan dkk, 2016):

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 w(r, t)}{\partial r^2} + cmw(r, t) = 0$$

pada kubah masjid berbentuk setengah lingkaran menggunakan metode beda hingga. Dengan kondisi awal dan kondisi batas berturut-turut.

$$w(4,0) = 15 \quad \text{dan} \quad w(0, t) = 0,$$

$$w(R, t) = 0$$

1.6 Metode Penelitian

Metode yang dilakukan, yaitu dengan menelaah buku, artikel jurnal, tesis, dan referensi lain yang mendukung penyelesaian penelitian ini. Dilakukan beberapa langkah penelitian sebagai berikut:

1. Analisis model matematika perambatan suara pada kubah masjid menggunakan metode beda hingga skema eksplisit.
 - a) Diskritisasi model matematika perambatan suara dengan metode beda hingga skema eksplisit.

- b) Mengkonstruksi bentuk stensil hitung persamaan reaksi-difusi perambatan suara dari metode beda hingga skema eksplisit.
 - c) Melakukan diskritisasi pada kondisi batas dengan metode beda hingga skema eksplisit.
2. Mensimulasikan persamaan perambatan suara pada kubah masjid.
- a) Gunakan hasil pada *point* 1. kemudian dilakukan analisis kestabilan untuk perambatan suara pada kubah masjid dengan metode *von Neumann*.
 - b) Mensimulasikan solusi numerik perambatan suara pada kubah masjid dengan Δt dan Δr dari *point* 2a).

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah:

Bab I **Pendahuluan**

Bab ini berisi latar belakang penelitian yang dilakukan, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II **Kajian Pustaka**

Bab ini memberikan kajian-kajian yang menjadi landasan teori dari persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid, seperti pengertian masjid, pengertian perambatan suara, persamaan diferensial parsial, metode beda hingga, dan analisis kestabilan.

Bab III **Pembahasan**

Bab ini membahas tentang hasil penelitian yang menggunakan model

persamaan reaksi-difusi untuk perambatan suara pada kubah masjid dengan metode beda hingga.

Bab IV Penutup

Bab ini berisi kesimpulan tentang bentuk diskritisasi dan simulasi numerik dari persamaan difusi perambatan suara pada kubah masjid, serta saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara pada Kubah Masjid

Caliskan, dkk (2016) menerapkan persamaan reaksi-difusi untuk mempelajari ruang akustik di dalam masjid. Model ini efisien untuk perhitungan dan analisis kepadatan energi spasial volume suara di masjid. Intensitas suara w dengan posisi r dan waktu t didefinisikan sebagai

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = \frac{D \partial^2 w(r, t)}{\partial r^2} - cmw(r, t) \quad (2.1)$$

dengan

w : Intensitas suara dalam dB

D : Koefisien difusi

c : Kecepatan suara

m : Koefisien serap suara

Model reaksi-difusi mendeskripsikan bagaimana konsentrasi dari satu atau lebih substansi terdistribusi dalam ruang berubah karena dua pengaruh:

- 1) Persamaan 2.1 akan menunjukkan difusi murni jika suku reaksi hilang, yaitu nilai $cm = 0$ diperoleh bentuk,

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w(r, t)}{\partial r^2}$$

- 2) Persamaan 2.1 akan menunjukkan reaksi saja jika suku difusi hilang, yaitu nilai $D = 0$ diperoleh bentuk,

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = cmw(r, t).$$

2.2 Persamaan Diferensial Parsial Reaksi-Difusi Perambatan Suara

Persamaan diferensial parsial dari fungsi $u(x, y)$ adalah relasi antara u dan turunan parsialnya, yaitu $u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}$ atau dapat ditulis

$$F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy}) = 0$$

Dengan F adalah fungsi dari variabel (x, y) yang merupakan variabel bebas dan u adalah variabel terikat (Debnath, 2012). Dengan begitu, persamaan yang memuat dua atau lebih fungsi variabel bebas beserta turunan parsialnya disebut sebagai persamaan diferensial (Evans, 1997).

Menurut Purcell (1987), misalkan u adalah fungsi dua peubah x dan y . Turunan parsial u terhadap x di (x_0, y_0) yang ditulis sebagai $u_x(x_0, y_0)$ adalah

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0) - u(x_0, y_0)}{\Delta x} \quad (2.2)$$

Demikian pula untuk turunan parsial u terhadap y di (x_0, y_0) yang ditulis sebagai $u_y(x_0, y_0)$ adalah

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{u(x_0, y_0 + \Delta y) - u(x_0, y_0)}{\Delta y} \quad (2.3)$$

Linier, nonlinier, dan kuasi linier merupakan klasifikasi dari persamaan diferensial. Berikut merupakan persamaan diferensial orde dua (Zauderer, 1998).

$$A \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + D \frac{\partial u}{\partial x} + E \frac{\partial u}{\partial t} + Fu = G \quad (2.4)$$

Sasongko (2010) menyatakan kondisi-kondisi berikut:

1. Persamaan tersebut disebut linier, jika koefisien A, B, C, D, F, G pada persamaan (2.4) merupakan fungsi yang terdiri dari variabel bebas saja, maka

2. Persamaan tersebut disebut kuasilinear, jika koefisien A, B, C, D, F, G pada persamaan (2.4) terdiri dari fungsi variabel yang tak bebas ($f(u)$) dan atau merupakan turunan dengan orde yang lebih rendah daripada persamaan diferensialnya ($\partial u/\partial x, \partial u/\partial t$).
3. Persamaan tersebut akan menjadi nonlinier, jika koefisien A, B, C, D, F, G pada persamaan (2.4) merupakan fungsi dengan orde turunan yang sama dengan orde persamaan diferensialnya ($\partial^2 u/\partial x^2, \partial^2 u/\partial t^2, \partial^2 u/\partial x\partial t$).

Sebagai contoh diberikan persamaan reaksi-difusi berikut (Griffiths dan William, 2010).

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

Misalkan $D = 0.15$ yang merupakan bilangan konstanta, maka persamaan diatas berbentuk,

$$\frac{\partial w}{\partial t} = 0.15 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

sehingga persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial parsial linier. Jika $D = f(w) = w(x, t) - 1$ yang merupakan fungsi dari variable tak bebas, maka persamaan reaksi-difusi tersebut akan berbentuk,

$$\frac{\partial w}{\partial t} = (w(x, t)) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

sehingga persamaan tersebut merupakan persamaan diferensial parsial kuasilinear. Jika persamaan reaksi-difusi tersebut memiliki nilai $D = \partial^2 w/\partial t^2$ yang merupakan turunan pangkat yang sama dengan orde persamaan diferensialnya, maka persamaan reaksi-difusi menjadi,

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

yang merupakan persamaan diferensial parsial nonlinier.

Berikut merupakan orde kedua dari persamaan diferensial parsial dengan dua variabel bebas, kemudian dibedakan menjadi tiga bentuk yaitu eliptik, parabolik, dan hiperbolik. Bentuk umum orde kedua dari persamaan diferensial parsial adalah

$$a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + c \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + d \frac{\partial u}{\partial x} + e \frac{\partial u}{\partial t} + fu + g = 0 \quad (2.5)$$

dengan a, b, c, d, e, f , dan g merupakan fungsi dari variabel x, t , dan u . Ketiga bentuk tersebut didapatkan berdasarkan kriteria berikut:

- i. Eliptik jika $b^2 - ac < 0$
- ii. Parabolik jika $b^2 - ac = 0$
- iii. Hiperbolik jika $b^2 - ac > 0$

Selanjutnya, akan ditinjau persamaan reaksi-difusi perambatan suara sebagai berikut:

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 w(r, t)}{\partial r^2} + cmw(r, t) = 0 \quad (2.6)$$

$w_t(r, t)$ merupakan turunan parsial fungsi $w(r, t)$ pada t , persamaan (2.6) dapat ditulis sebagai

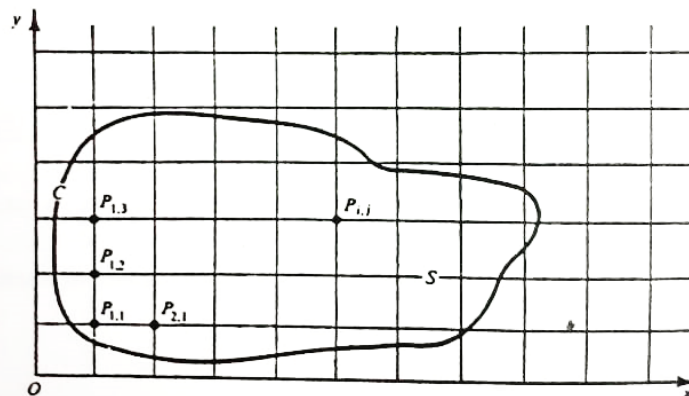
$$F(q, r, t, w, w_t) = 0 \quad (2.7)$$

sehingga persamaan reaksi-difusi perambatan suara merupakan persamaan diferensial parsial yang terdiri dari dua variabel bebas yaitu r dan t .

2.3 Metode Beda Hingga Skema Eksplisit

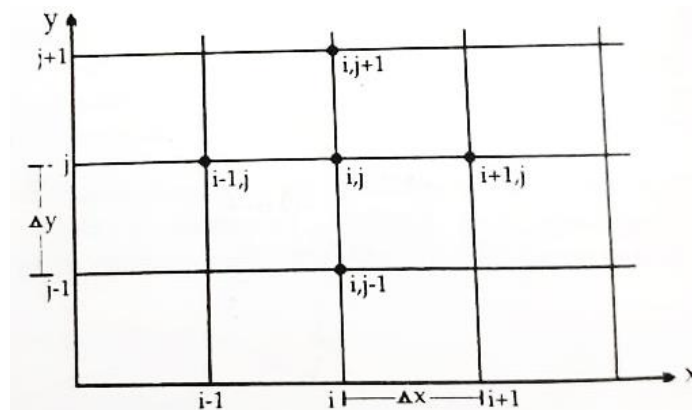
Causon dan Mingham (2010) berpendapat bahwa pendekatan yang dilakukan untuk mendekati variabel terikat dengan mendefinisikan suatu wilayah yang memiliki *grid* terbatas pada variabel bebasnya disebut sebagai metode beda hingga.

Sebagai contoh, dilakukan penyelesaian untuk persamaan eliptik pada daerah S yang dibatasi oleh kurva C seperti gambar 2.3.1 terlihat bahwa daerah tinjauan S dibagi menjadi beberapa titik hitungan P dengan jarak antar titik hitungan P adalah Δr dan Δt . Keadaan di mana variabel terikat w harus memenuhi kurva C disebut sebagai kondisi batas. Perkiraan nilai w pada titik-titik hitungan $P_{11}, P_{12}, \dots, P_{ij}$ merupakan penyelesaian dari persamaan diferensial (Triatmodjo, 2002).



Gambar 2.1 Gambaran Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial dengan Metode Beda Hingga

Skema beda hingga yang dibentuk dengan membuat jaringan titik hitungan pada bidang $y - t$ (Gambar 2.3.2) yang dibagi dalam beberapa titik hitung dengan interval ruang (Δr) dan waktu (Δt) digunakan untuk meninjau persamaan Reaksi-Difusi perambatan suara pada persamaan (2.4) yang memuat variabel bebas r untuk posisi dan t untuk waktu.



Gambar 2.2 Jaringan Titik Hitungan (*grid*) pada Bidang $x - t$

Turunan parsial dalam persamaan diferensial parsial pada setiap titik *grid* didekati dari nilai-nilai tetangga menggunakan deret Taylor. Skema beda hingga dibentuk untuk turunan parsial fungsi w yang terdiri dari dua variabel bebas r dan t . Berikut merupakan deret Taylor (Causon dan Mingham, 2010):

$$\begin{aligned} w(r_0 + \Delta r, t) = & w(r_0, t) + \Delta r w_r(r_0, t) + \frac{\Delta r^2}{2!} w_{rr}(r_0, t) + \dots \\ & + \frac{\Delta r^{n-1}}{(n-1)!} w_{(n-1)}(r_0, t) + O(\Delta x^n) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dengan $O(\Delta x^n)$ merupakan galat. Memotong persamaan (2.8) hingga turunan pertama, diperoleh:

$$w(r_i + \Delta r, t_n) = w(r_i, t_n) + \Delta r w_r(r_i, t_n) + O(\Delta x^2) \quad (2.9)$$

Sehingga skema beda hingga dalam turunan parsial menjadi:

$$w_r(r_i, t_n) = \frac{w(r_i + \Delta r, t_n) - w(r_i, t_n)}{\Delta r} - \frac{O(\Delta r^2)}{\Delta r} \quad (2.10)$$

Karena Δr konstan, $r_{i+1} = r_i + \Delta r$, persamaan (2.8) menjadi

$$w_r(r_i, t_n) = \frac{w(r_{i+1}, t_n) - w(r_i, t_n)}{\Delta r} - O(\Delta r) \quad (2.11)$$

Apabila notasi $w(r_i, t_n)$ dituliskan sebagai w_i^n , maka berikut merupakan skema beda hingga untuk turunan parsial fungsi w pada x .

$$w_r(r_i, t_n) \approx \frac{w_{i+1}^n - w_i^n}{\Delta t} \quad (2.12)$$

Persamaan (2.11) disebut persamaan beda maju untuk r . Skema beda hingga untuk turunan parsial fungsi w dan t dilakukan cara yang sama dengan menggantikan persamaan (2.8) dengan $w(r, t_0 + \Delta t)$, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
w(r, t_0 + \Delta t) &= w(r, t_0) + \Delta t w_t(r, t_0) + \frac{\Delta t^2}{2!} w_{tt}(r, t_0) + \dots \\
&+ \frac{\Delta t^{n-1}}{(n-1)!} w_{(n-1)}(r, t_0) + O(\Delta t^n)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Dengan $O(\Delta t^n)$ merupakan galat. Memotong persamaan (2.13) hingga turunan pertama, diperoleh:

$$w(r_i, t_n + \Delta t) = w(r_i, t_n) + \Delta t w_t(r_i, t_n) + O(\Delta t^2) \tag{2.14}$$

Sehingga skema beda hingga dalam turunan parsial menjadi:

$$w_t(r_i, t_n) = \frac{w(r_i, t_n + \Delta t) - w(r_i, t_n)}{\Delta t} - \frac{O(\Delta t^2)}{\Delta t} \tag{2.15}$$

Karena Δt konstan, $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, persamaan (2.15) menjadi

$$w_t(x_i, t_n) = \frac{w(r_i, t_{n+1}) - w(r_i, t_n)}{\Delta t} - O(\Delta t) \tag{2.16}$$

Apabila notasi $w(r_i, t_n)$ dituliskan sebagai w_i^n , maka berikut merupakan skema beda hingga untuk turunan parsial fungsi w pada t .

$$w_t(r_i, t_n) \approx \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\Delta t} \tag{2.17}$$

Kemudian digunakan deret Taylor orde empat untuk membentuk skema beda hingga dari turunan kedua fungsi w terhadap x , untuk persamaan metode beda hingga skema eksplisit sebagai berikut,

$$\begin{aligned}
w(r_0 + \Delta r, t) &= w(r_0, t) + \Delta r w_r(r_0, t) + \frac{\Delta r^2}{2!} w_{rr}(r_0, t) \\
&+ \frac{\Delta r^3}{3!} w_{rrr}(r_0, t) + O(\Delta r^4)
\end{aligned} \tag{2.18}$$

dan untuk persamaan dengan metode beda hingga implisit, diperoleh:

$$\begin{aligned}
w(r_0 - \Delta r, t) &= w(r_0, t) - \Delta r w_r(r_0, t) + \frac{\Delta r^2}{2!} w_{rr}(r_0, t) \\
&\quad - \frac{\Delta r^3}{3!} w_{rrr}(r_0, t) + O(\Delta r^4)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Selanjutnya, jumlahkan persamaan (2.18) dan (2.19) maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
w(r_0 + \Delta r, t) + w(r_0 - \Delta r, t) \\
= 2w(r_0, t) + \Delta r^2 w_{rr}(r_0, t) + O(\Delta r^4)
\end{aligned} \tag{2.20}$$

dengan $O(\Delta r^4)$ merupakan galat, maka diperoleh:

$$w(r_i + \Delta r, t_n) + w(r_i - \Delta r, t_n) = 2w(r_i, t_n) + \Delta r^2 w_{rr}(r_i, t_n) \tag{2.21}$$

karena Δr konstan, sehingga $r_{i+1} = r_i + \Delta r$ dan $r_{i-1} = r_i - \Delta r$, persamaan (2.21) menjadi:

$$w(w_{i+1}, t_n) + w(r_{i-1}, t_n) = 2w(r_i, t_n) + \Delta r^2 w_{rr}(r_i, t_n) \tag{2.22}$$

Apabila notasi $w(r_i, t_n)$ dituliskan sebagai w_i^n , maka persamaan (2.22) dapat dituliskan menjadi:

$$w_{i+1}^n + w_{i-1}^n = 2w_i^n + \Delta r^2 w_{rr}(r_i, t_n) + O(\Delta r^4) \tag{2.23}$$

$$w_{rr}(r_i, t_n) = \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} - O(\Delta r^2) \tag{2.24}$$

$$w_{rr}(r_i, t_n) \approx \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} \tag{2.25}$$

Persamaan (2.25) merupakan persamaan beda pusat untuk r . Untuk skema beda hingga turunan parsial kedua fungsi w pada t , dilakukan cara yang sama dengan mengganti (2.15) dan (2.16) menjadi $w(r, t_0 + \Delta t)$ dan $w(r, t_0 - \Delta t)$. Sehingga, didapatkan persamaan berikut yang merupakan skema beda pusat (simetrik) untuk t .

$$w_{tt}(r_i, t_n) \approx \frac{w_i^{n+1} - 2w_i^n + w_i^{n-1}}{\Delta t^2} \tag{2.26}$$

Skema eksplisit dan implisit adalah skema dasar yang digunakan sebagai penyelesaian persamaan tipe parabolik menggunakan metode beda hingga. Nilai pada suatu titik dihitung secara langsung dari nilai di beberapa titik disekitarnya pada waktu sebelumnya dengan nilai yang sudah diketahui disebut dengan skema eksplisit. Dengan metode ini, penurunan persamaan diferensial parsial ke bentuk beda hingga menjadi lebih mudah. Namun, kendala utamanya adalah kemungkinan terjadinya ketidakstabilan hitungan, apabila digunakan Langkah waktu yang besar (Triatmodjo, 2002).

Adapun algoritma dari penyelesaian persamaan reaksi-difusi dengan metode beda hingga skema eksplisit adalah sebagai berikut:

1. Ditentukan skema beda hingga eksplisit untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara.
2. Ditentukan parameter-parameter, Δr , Δt , dan batas daerah yang akan diselesaikan.
3. Ditentukan bilangan Courant.
4. Substitusi parameter-parameter, Δr , Δt , dan bilangan Courant pada skema beda hingga eksplisit persamaan reaksi-difusi perambatan suara.
5. Dilakukan iterasi untuk kondisi batas.
6. Dilakukan iterasi untuk kondisi awal.
7. Dilakukan iterasi menggunakan skema beda hingga bentuk eksplisit untuk memperoleh w_i^n pada setiap nilai r dari waktu ke waktu.

2.4 Kestabilan Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk Persamaan Reaksi-Difusi Perambatan Suara

Metode beda hingga disebut konvergen jika solusi numeriknya mendekati solusi analitiknya. Metode beda hingga disebut stabil apabila solusinya tidak terlalu sensitif dengan adanya perubahan kecil (Flaherty dkk, 1989). Skema beda hingga yang tidak stabil mengakibatkan solusi numerik yang dihasilkan kurang mendekati solusi eksak, dikarenakan ada kesalahan dalam proses pendekatan untuk mendapatkan solusi numerik terhadap solusi nilai sebenarnya dari masalah yang diberikam.

Salah satu metode untuk menganalisis kestabilan skema beda hingga adalah stabilitas *von Neumann* atau yang dikenal sebagai stabilitas Fourier. Untuk menunjukkan prosedur deret Fourier diberikan interval $0 \leq r \leq R$, kemudian dipartisi sebanyak N , dengan menentukan $r_n = \frac{nR}{N}$, $n = 0, 1, \dots, N$. Kenaikan r didefinisikan sebagai $h = \frac{R}{N}$, kenaikan t didefinisikan sebagai k sehingga didapatkan $t_m = mk$. Maka $w_{n,m}$ sesuai dengan $w(r_n, t_m)$. Berlaku juga $r_n \pm h = r_{n\pm 1}$ dan $t_m \pm k = t_{m\pm 1}$ (Zauderer, 2009).

Pada *grid* nilai r , didefinisikan deret Fourier $w(r_n, t_m)$ sebagai

$$c_s(m) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} w(r_n, t_m) e^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)}, s = 0, 1, \dots, N - 1$$

dengan $c_s(m)$ adalah koefisien Fourier. Invers dari deret Fourier diberikan

$$w(r_n, t_m) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{s=0}^{N-1} c_s(m) e^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)}, s = 0, 1, \dots, N - 1$$

Fungsi $w(r_n, t_m)$ yang didapatkan dari koefisien Fourier $c_s(m)$, perhatikan bahwa $w(r_n, t_m) = w(r_0, t_m)$, sehingga $w(r_n, t_m)$ adalah periodik. Deret Fourier

dari $w(r_n \pm h, t_m)$ dan $w(r_n, t_m \pm k)$ diberikan sebagai $c_s(m) e^{\left(\pm \frac{2i\pi sr_n}{R}\right)}$ dan $c_s(m+1)$, dengan hal serupa untuk setiap kenaikan r dan t . Sebagai hasil, jika dipertimbangkan persamaan beda hingga

$$w(r_n, t_m \pm k) = aw(r_n \pm h, t_m) + bw(r_n, t_m) + cw(r_n - h, t_m)$$

Deret Fourier yang menghasilkan rekursi

$$c_s(m+1) = c_s(m) \left[ae^{\left(\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} + b + ce^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} \right]$$

Solusi dari hubungan rekursi, yaitu

$$c_s(m+1) = c_s(0) \left[ae^{\left(\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} + b + ce^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} \right]^m$$

dengan $c_s(0)$ adalah kondisi awal dari deret Fourier untuk masalah tersebut.

Solusi dari persamaan beda adalah

$$w(r_n, t_m) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} c_s(0) \left[ae^{\left(\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} + b + ce^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} \right]^m e^{\left(\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)}, \quad (2.27)$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1$$

Untuk syarat kestabilan $\left[ae^{\left(\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} + b + ce^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} \right]^m$ pada persamaan (2.27)

harus terbatas dan bernilai mutlak pada $m \rightarrow \infty$. Ini berarti bahwa

$$\left[ae^{\left(\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} + b + ce^{\left(-\frac{2i\pi sr_n}{R}\right)} \right] \leq 1$$

Untuk semua s yang relevan dan ini adalah kondisi kestabilan *von Neumann*.

Sebagai jumlah subdivisi $N \rightarrow \infty$, kenaikan $h = \frac{R}{N}$ mendekati nol, $\frac{2\pi sh}{R} = \frac{2\pi s}{N}$

berada pada interval $[0, 2\pi]$. Sehingga kondisi kestabilan *von Neumann* dapat

diberikan sebagai $\beta = \frac{2\pi sh}{R}$.

$$|\rho| \equiv \left| ae^{i\beta} + b + ce^{-i\beta} \right| \leq 1, 0 \leq \beta \leq 2\pi.$$

2.5 Seruan untuk Sholat Berjamaah

Dari Abdurrahman bin Abdullah bin Abdurrahman bin Abi Sha'sha'ah al-Anshari kemudian al-Mazini dari bapaknya, bahwasannya ia mengabarkan kepadanya, "Sesungguhnya aku melihat engkau menyenangi kambing dan lembah. Apabila engkau berada di (tempat) kambingmu -atau di lembahmu- maka azanlah untuk shalat dan keraskan suaramu saat mengumandangkannya, karena sesungguhnya tidak ada jin maupun manusia dan tidak pula sesuatu yang mendengar akhir suara muadzin melainkan akan menjadi saksi baginya pada hari kiamat." Abu Sa'id berkata aku mendengarnya dari Rasulullah. (HR. Bukhari, No 609)

Kata *keraskan* pada hadits ini menjelaskan bahwa adzan bagi seorang yang hendak melakukan shalat merupakan perkara yang lumrah berdasarkan dalil bahwa adzan merupakan hak waktu shalat. Disukainya melantunkan adzan dengan keras agar semakin banyak yang menghadiri shalat jamaah, selama tidak menyusahkan atau mengganggu yang lain (Amiruddin, 36:2003).

Kalimat *tidak ada yang mendengar akhir suara muadzin* yakni batas akhir dari suara adzan. Al-Baidhawi berkata, "Batas akhir suara muadzin lebih kecil dibanding permulaannya. Apabila orang yang berada di tempat yang jauh dapat menjadi saksi pada hari kiamat, apalagi orang yang lebih dekat tempatnya tentu lebih bisa menjadi saksi."

Sementara dalam riwayat Imam Abu Daud dari Abu Hurairah dari Nabi saw. "*Muadzin itu diampuni dosanya, sejauh suaranya itu (terdengar) dan semua makhluk hidup dan benda mati akan menjadi saksi baginya dan orang yang menghadiri shalat tersebut (ikut berjama'ah) dicatat baginya ganjaran dua puluh lima shalat, dan dihapus dosanya antara kedua shalat itu.*" (HR. Abu Daud, No 517).

Kata *sejauh suaranya* (mada) adalah *manshub*, karena berfungsi sebagai *dzarf*. Sedangkan yang kedua di-*rafa'*-kan, karena ia berfungsi sebagai ganti *fa'il* (subjek). Dikatakan pula bahwa artinya adalah diampuni karenanya, karena semua yang mendengarnya datang ke tempat shalat karena seruannya, maka seakan-akan ia diampuni karenanya.

Penyebaran suara yang menyeluruh di dalam dan di luar masjid merupakan hal yang sangat penting. Ketika suara imam yang memimpin shalat terdengar jelas oleh jamaah maka rasa khusyu' dan tenang akan didapatkan. Begitupun saat adzan dikumandangkan, jika suara adzan tersebar dengan baik dan menyeluruh baik di semua ruangan yang ada di masjid maupun yang berada di luar masjid, diharapkan Allah gerakkan hati hamba-hambanya untuk datang memenuhi panggilan tersebut dengan bergegas menuju masjid untuk melaksanakan perintah shalat secara berjamaah.

BAB III
HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Metode Beda Hingga Skema Eksplisit Model Reaksi-Difusi Perambatan

Suara

Berikut merupakan model dari persamaan reaksi difusi untuk perambatan suara pada persamaan 2.6.

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 w(r, t)}{\partial r^2} + cmw(r, t) = 0 \quad (3.1)$$

Dinotasikan

$$w(r, t) = w_i^n$$

Digunakan metode beda maju untuk turunan terhadap waktu (t) dan metode beda pusat untuk turunan kedua terhadap posisi (r) sebagai berikut:

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\Delta t} \quad (3.2)$$

dan

$$\frac{\partial w^2(r, t)}{\partial r^2} = \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} \quad (3.3)$$

Kemudian substitusi persamaan (3.2) dan (3.3) ke persamaan (3.1), sehingga diperoleh

$$\frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\Delta t} - D \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} + cmw_i^n = 0$$

Kemudian tambahkan kedua ruas dengan $\left(D \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} - cmw_i^n \right)$, maka didapatkan bentuk berikut

$$\frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\Delta t} = D \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} - cmw_i^n$$

Lalu kalikan kedua ruas dengan Δt , diperoleh

$$w_i^{n+1} - w_i^n = \Delta t D \frac{w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n}{\Delta r^2} - \Delta t cm w_i^n$$

$$w_i^{n+1} - w_i^n = \frac{\Delta t D}{\Delta r^2} (w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n) - \Delta t cm w_i^n$$

Didefinisikan $S = \frac{\Delta t D}{\Delta r^2}$, maka

$$w_i^{n+1} - w_i^n = S(w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n) - \Delta t cm w_i^n$$

Kemudian tambahkan kedua ruas dengan w_i^n , didapatkan

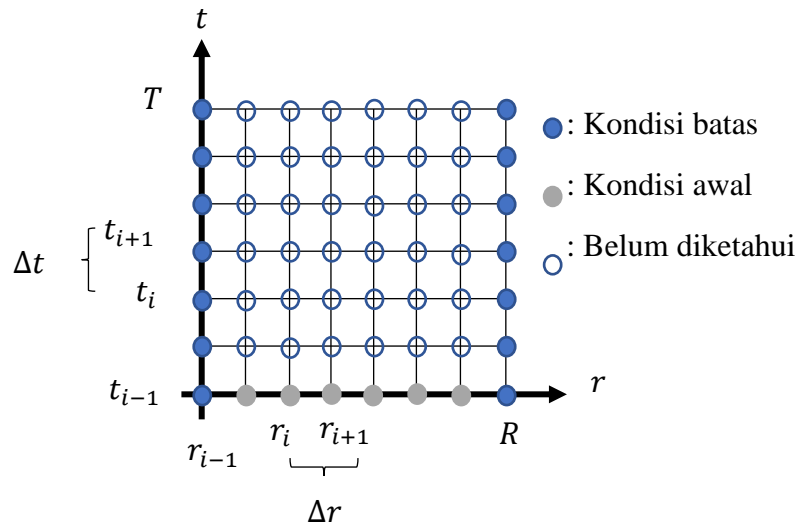
$$w_i^{n+1} = S(w_{i+1}^n - 2w_i^n + w_{i-1}^n) - \Delta t cm w_i^n + w_i^n$$

$$w_i^{n+1} = (1 - 2S)w_i^n + S(w_{i+1}^n + w_{i-1}^n) - \Delta t cm w_i^n \quad (3.4)$$

Jika iterasi n dimulai dengan $n - 1$ maka diperoleh bentuk berikut:

$$w_i^n = (1 - 2S)w_i^{n-1} + S(w_{i+1}^{n-1} + w_{i-1}^{n-1}) - \Delta t cm w_i^{n-1} \quad (3.5)$$

Gambar 3.1 tersebut merupakan jaringan titik hitung beda hingga eksplisit



Gambar 3.1 Jaringan titik hitung skema beda hingga eksplisit untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara

untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada daerah $r_0 < r < L$ dan $t_0 < t < T$ dengan $n = 1$ dan $i = 1$

Didefinisikan $l = R/\Delta r$ sehingga banyak titik *grid* untuk r adalah $l + 1$ dan $k = T/\Delta t$ sehingga banyak titik *grid* untuk t adalah $k + 1$. Selanjutnya, dilakukan iterasi pada kondisi awal. Digunakan kondisi awal sebagai berikut.

$$J(r, 0) = -D\nabla w(r, t)$$

$$J(r, 0) = -D \frac{\partial w(r, 0)}{\partial r}$$

$$0 = -D \frac{w_{i+1}^n - w_{i-1}^n}{2\Delta r}$$

Kemudian kalikan kedua ruas dengan $2\Delta r$, diperoleh

$$0 = -Dw_{i+1}^n + Dw_{i-1}^n$$

$$w_{i+1}^n = w_{i-1}^n$$

Setelah nilai awal dan nilai batas diketahui, dilakukan iterasi pada persamaan (3.1) sesuai dengan jaringan titik hitung pada Gambar 3.1. Iterasi dalam suatu titik *grid* untuk sembarang waktu, dinyatakan sebagai berikut.

Untuk $i = 1$ dan $n = 1$

$$w_1^1 = (1 - 2S)w_1^0 + S(w_2^0 + w_0^0) - \Delta t \text{ cm } w_1^0$$

$$w_2^1 = (1 - 2S)w_2^0 + S(w_3^0 + w_1^0) - \Delta t \text{ cm } w_2^0$$

$$w_3^1 = (1 - 2S)w_3^0 + S(w_4^0 + w_2^0) - \Delta t \text{ cm } w_3^0$$

$$w_4^1 = (1 - 2S)w_4^0 + S(w_5^0 + w_3^0) - \Delta t \text{ cm } w_4^0$$

⋮

$$w_{i-1}^1 = (1 - 2S)w_{i-1}^0 + S(w_i^0 + w_{i-2}^0) - \Delta t \text{ cm } w_{i-1}^0$$

Untuk $i = 1$ dan $n = 2$

$$w_1^2 = (1 - 2S)w_1^1 + S(w_2^1 + w_0^1) - \Delta t \text{ cm } w_1^1$$

$$w_2^2 = (1 - 2S)w_2^1 + S(w_3^1 + w_1^1) - \Delta t \text{ cm } w_2^1$$

$$w_3^2 = (1 - 2S)w_3^1 + S(w_4^1 + w_2^1) - \Delta t \text{ cm } w_3^1$$

$$w_4^2 = (1 - 2S)w_4^1 + S(w_5^1 + w_3^1) - \Delta t \text{ cm } w_4^1$$

⋮

$$w_{i-1}^2 = (1 - 2S)w_{i-1}^1 + S(w_i^1 + w_{i-2}^1) - \Delta t \text{ cm } w_{i-1}^1$$

Untuk $i = 1$ dan $n = 3$

$$w_1^3 = (1 - 2S)w_1^2 + S(w_2^2 + w_0^2) - \Delta t \text{ cm } w_1^2$$

$$w_2^3 = (1 - 2S)w_2^2 + S(w_3^2 + w_1^2) - \Delta t \text{ cm } w_2^2$$

$$w_3^3 = (1 - 2S)w_3^2 + S(w_4^2 + w_2^2) - \Delta t \text{ cm } w_3^2$$

$$w_4^3 = (1 - 2S)w_4^2 + S(w_5^2 + w_3^2) - \Delta t \text{ cm } w_4^2$$

⋮

$$w_{i-1}^3 = (1 - 2S)w_{i-1}^2 + S(w_i^2 + w_{i-2}^2) - \Delta t \text{ cm } w_{i-1}^2$$

Untuk $i = 1$ dan $n = k$

$$w_i^k = (1 - 2S)w_i^{k-1} + S(w_{i+1}^{k-1} + w_{i-1}^{k-1}) - \Delta t \text{ cm } w_i^{k-1}$$

$$w_{i+1}^k = (1 - 2S)w_{i+1}^{k-1} + S(w_{i+2}^{k-1} + w_i^{k-1}) - \Delta t \text{ cm } w_{i+1}^{k-1}$$

$$w_{i+2}^k = (1 - 2S)w_{i+2}^{k-1} + S(w_{i+3}^{k-1} + w_{i+1}^{k-1}) - \Delta t \text{ cm } w_{i+2}^{k-1}$$

$$w_{i+3}^k = (1 - 2S)w_{i+3}^{k-1} + S(w_{i+4}^{k-1} + w_{i+2}^{k-1}) - \Delta t \text{ cm } w_{i+3}^{k-1}$$

⋮

$$w_{i-1}^k = (1 - 2S)w_{i-1}^{k-1} + S(w_i^{k-1} + w_{i-2}^{k-1}) - \Delta t \text{ cm } w_{i-1}^{k-1}$$

3.2 Analisis Kestabilan Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara

Skema beda hingga eksplisit untuk model reaksi-difusi perambatan suara pada

(3.4) dapat dituliskan kembali sebagai berikut.

$$w_i^{n+1} = (1 - 2S)w_i^n + S(w_{i+1}^n + w_{i-1}^n) - \Delta t \text{ cm } w_i^n$$

dengan

$$S = D \frac{\Delta t}{\Delta r^2}$$

merupakan bilangan Courant untuk model reaksi-difusi perambatan suara.

Kemudian didefinisikan

$$\Delta t \text{ cm } w_i^n = K$$

sehingga persamaan (3.4) menjadi,

$$w_i^{n+1} = (1 - 2S)w_i^n + S(w_{i+1}^n + w_{i-1}^n) - \Delta t \text{ mc } w_i^n$$

$$w_i^{n+1} = (1 - 2S) w_i^n + S(w_{i+1}^n + w_{i-1}^n) - K \quad (3.6)$$

diasumsikan bahwa $\Delta t \rightarrow 0$ sehingga berlaku $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta t \text{ mc } w_i^n = 0$ atau $K = 0$.

Persamaan (3.6) menjadi persamaan berikut:

$$w_i^{n+1} = (1 - 2S) w_i^n + S(w_{i+1}^n + w_{i-1}^n) \quad (3.7)$$

Substitusi $w_i^n = w_j^n = \rho^n e^{iaj}$ ke persamaan (3.7) diperoleh,

$$\rho^n e^{iaj} = (1 - 2S) \rho^n e^{iaj} + S(\rho^n e^{ia(j+1)} + \rho^n e^{ia(j-1)})$$

$$\rho = 1 - 2S + S(e^{ia} + e^{-ia})$$

$$= 1 - 2S + S(\cos a + i \sin a + \cos a - i \sin a)$$

$$= 1 - 2S + 2S \cos a$$

$$= 1 + 2S(\cos a - 1)$$

gunakan identitas trigonometri, bahwa $\cos 2a = 1 - \sin^2 a$, sehingga

$$\rho = 1 + 2S \left(-2 \sin^2 \frac{a}{2} \right)$$

$$= 1 - 2S \sin^2 \frac{a}{2}$$

syarat kestabilan *von Neumann* menyatakan bahwa agar skema stabil, maka haruslah $|\rho| \leq 1$, yakni

$$|\rho| = \left| 1 - 4S \sin^2 \frac{a}{2} \right| \leq 1$$

$$-1 \leq 1 - 4S \sin^2 \frac{a}{2} \leq 1$$

$$-2 \leq -4S \sin^2 \frac{a}{2} \leq 0$$

$$2 \geq 4S \sin^2 \frac{a}{2} \geq 0$$

$$1 \geq 2S \sin^2 \frac{a}{2} \geq 0$$

karena $0 \leq \sin^2 \frac{a}{2} \leq 1$, maka syarat kestabilan untuk S adalah $2S \leq 1$ atau

$$S = D \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \leq \frac{1}{2}$$

Sehingga syarat kestabilan perambatan suara pada kubah masjid, yaitu

$$0 \leq S \leq \frac{1}{2}.$$

3.3 Penyelesaian Numerik Model Reaksi-Difusi Perambatan Suara

Diselesaikan contoh persamaan reaksi-difusi pada daerah batas $1.5 < r < 6.5$ dan $0 < t < 2$. Nilai untuk koefisien difusi $D = 0.14$, kecepatan suara $c = 1$, dan koefisien serap $m = 1$ sehingga persamaan (2.6) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{\partial w(r, t)}{\partial t} = 0.14 \frac{\partial^2 w(r, t)}{\partial r^2} + w(r, t)$$

Dipilih nilai $\Delta t = 0.1$, dan $\Delta r = 0.2$. Sehingga bilangan Courant adalah

$$\begin{aligned} \lambda = S &= D \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \\ &= 0.14 \frac{0.1}{0.2^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{0.014}{0.04} \\
&= 0.35 < 0.50
\end{aligned}$$

Substitusi nilai λ tersebut untuk persamaan (3.6) sebagai berikut:

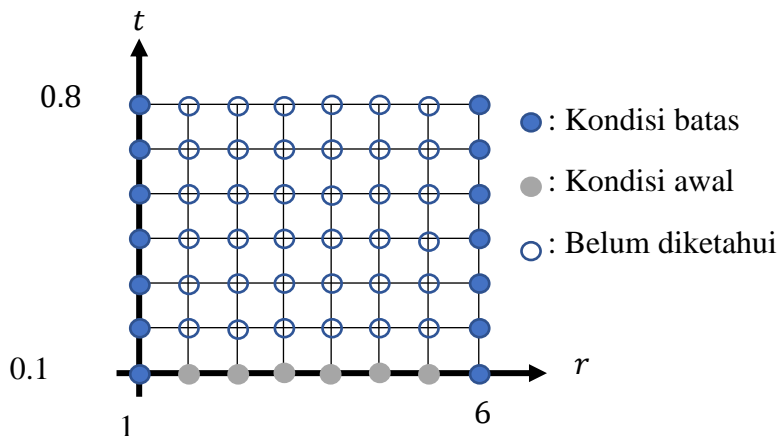
$$\begin{aligned}
w_i^n &= (1 - 2S)w_i^{n-1} + S(w_{i+1}^{n-1} + w_{i-1}^{n-1}) - \Delta t \text{ cm } w_i^{n-1} \\
w_i^n &= (1 - 2(0.35))w_i^{n-1} + (0.35)(w_{i+1}^{n-1} + w_{i-1}^{n-1}) - 0.1 w_i^{n-1} \\
w_i^n &= (1 - 0.7)w_i^{n-1} + 0.35(2w_{i+1}^{n-1}) - 0.1 w_i^{n-1} \\
w_i^n &= 0.2 w_i^{n-1} + 0.7 w_{i+1}^{n-1} \\
w_i^{n+1} &= 0.2 w_i^n + 0.7 w_{i+1}^n \tag{3.16}
\end{aligned}$$

Banyak titik *grid* yang digunakan di sumbu- r adalah $l + 1$ dengan nilai l sebagai berikut:

$$l = \frac{R - r_0}{\Delta r} = \frac{6 - 1}{0.2} = \frac{5}{0.2} = 25$$

secara analog banyaknya titik *grid* yang digunakan di sumbu- t adalah $k + 1$ dengan nilai k sebagai berikut:

$$k = \frac{T - t_0}{\Delta t} = \frac{4 - 1}{0.1} = \frac{3}{0.1} = 30$$



Gambar 3.2 Stensil skema beda hingga eksplisit untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara

Selanjutnya dilakukan iterasi untuk persamaan (3.16) sebagai berikut:

$$w(r, t) = w(0, t) = 0,$$

$$w(20, 1) = 15, \quad w(r, 1) = 0, \quad \forall r \neq 20$$

Sehingga diperoleh:

$$w_i^{n+1} = 0,2 w_i^n + 0,7 w_{i+1}^n \quad \text{untuk } i = 1, 2, 3, \dots, 20 \text{ dan } n = 1, 2, 3, 4$$

$$w(20, 1) = 15 \quad \text{untuk } i = 20 \text{ dan } n = 1$$

$$w(i, 1) = 0 \quad \text{untuk } i \neq 20$$

Tabel 3.1 Hasil Perhitungan Manual w_i^{n+1}

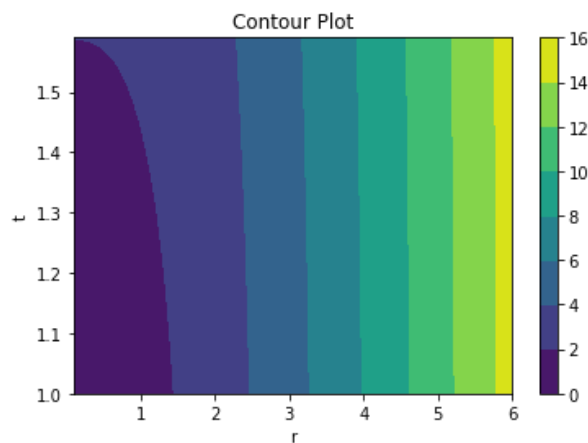
	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 2$	$n = 4$
$i = 1$	$w_1^1 = 0$	$w_1^2 = 0$	$w_1^3 = 0$	$w_1^4 = 0$	$w_1^5 = 0$
$i = 2$	$w_2^1 = 0$	$w_2^2 = 0$	$w_2^3 = 0$	$w_2^4 = 0$	$w_2^5 = 0$
$i = 3$	$w_3^1 = 0$	$w_3^2 = 0$	$w_3^3 = 0$	$w_3^4 = 0$	$w_3^5 = 0$
$i = 4$	$w_4^1 = 0$	$w_4^2 = 0$	$w_4^3 = 0$	$w_4^4 = 0$	$w_4^5 = 0$
$i = 5$	$w_5^1 = 0$	$w_5^2 = 0$	$w_5^3 = 0$	$w_5^4 = 0$	$w_5^5 = 0$
$i = 6$	$w_6^1 = 0$	$w_6^2 = 0$	$w_6^3 = 0$	$w_6^4 = 0$	$w_6^5 = 0$
$i = 7$	$w_7^1 = 0$	$w_7^2 = 0$	$w_7^3 = 0$	$w_7^4 = 0$	$w_7^5 = 0$
$i = 8$	$w_8^1 = 0$	$w_8^2 = 0$	$w_8^3 = 0$	$w_8^4 = 0$	$w_8^5 = 0$
$i = 9$	$w_9^1 = 0$	$w_9^2 = 0$	$w_9^3 = 0$	$w_9^4 = 0$	$w_9^5 = 0$
$i = 10$	$w_{10}^1 = 0$	$w_{10}^2 = 0$	$w_{10}^3 = 0$	$w_{10}^4 = 0$	$w_{10}^5 = 0$
$i = 11$	$w_{11}^1 = 0$	$w_{11}^2 = 0$	$w_{11}^3 = 0$	$w_{11}^4 = 0$	$w_{11}^5 = 0$
$i = 12$	$w_{12}^1 = 0$	$w_{12}^2 = 0$	$w_{12}^3 = 0$	$w_{12}^4 = 0$	$w_{12}^5 = 0$
$i = 13$	$w_{13}^1 = 0$	$w_{13}^2 = 0$	$w_{13}^3 = 0$	$w_{13}^4 = 0$	$w_{13}^5 = 0$
$i = 14$	$w_{14}^1 = 0$	$w_{14}^2 = 0$	$w_{14}^3 = 0$	$w_{14}^4 = 0$	$w_{14}^5 = 0$
$i = 15$	$w_{15}^1 = 0$	$w_{15}^2 = 0$	$w_{15}^3 = 0$	$w_{15}^4 = 0$	$w_{15}^5 = 0$
$i = 16$	$w_{16}^1 = 0$	$w_{16}^2 = 0$	$w_{16}^3 = 0$	$w_{16}^4 = 0$	$w_{16}^5 = 3.6015$
$i = 17$	$w_{17}^1 = 0$	$w_{17}^2 = 0$	$w_{17}^3 = 0$	$w_{17}^4 = 5.145$	$w_{17}^5 = 4.116$
$i = 18$	$w_{18}^1 = 0$	$w_{18}^2 = 0$	$w_{18}^3 = 7.35$	$w_{18}^4 = 4.41$	$w_{18}^5 = 1.764$
$i = 19$	$w_{19}^1 = 0$	$w_{19}^2 = 10.5$	$w_{19}^3 = 4.2$	$w_{19}^4 = 1.26$	$w_{19}^5 = 0.336$
$i = 20$	$w_{20}^1 = 15$	$w_{20}^2 = 3$	$w_{20}^3 = 0.6$	$w_{20}^4 = 0.12$	$w_{20}^5 = 0.024$

Karena titik r berada di koordinat kartesius maka titik r ditransformasi ke koordinat polar agar terbaca nilai x_k dan y_k sebagai berikut.

$$\begin{aligned} w(r, t) & \quad w(x, y, t) \\ r_i = i \Delta r & \quad x_k = r_i \cos \theta, \quad 0 < \theta < \pi \\ t = j \Delta t & \quad y_k = r_i \sin \theta, \quad 0 < \theta < \pi \\ & \quad t = j \Delta t \end{aligned}$$

diperoleh nilai x_k, y_k , ketika $k = 1, 2, 3, \dots, 20$ dan $\theta = 0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}, \frac{4\pi}{5}, \pi$. Hasil perhitungan dapat dilihat di Lampiran 2.

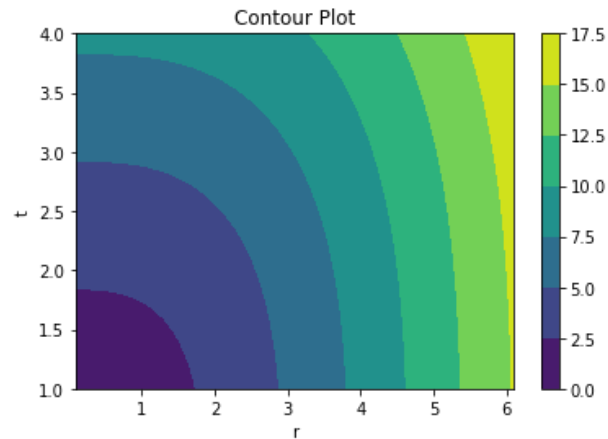
Setelah dilakukan perhitungan untuk persamaan reaksi difusi perambatan suara pada kubah masjid dengan hasil seperti Tabel 3.1 selanjutnya, dilakukan simulasi menggunakan *software* python dengan titik-titik x_k dan y_k pada interval $0 \leq r < 7$ dengan $\Delta r = 0.1, 0.2$, dan 1 diperoleh grafik *contour* berikut.



Gambar 3.3 Plot *contour* ketika $\Delta r = 0.1$ dan $\Delta t = 0.01$

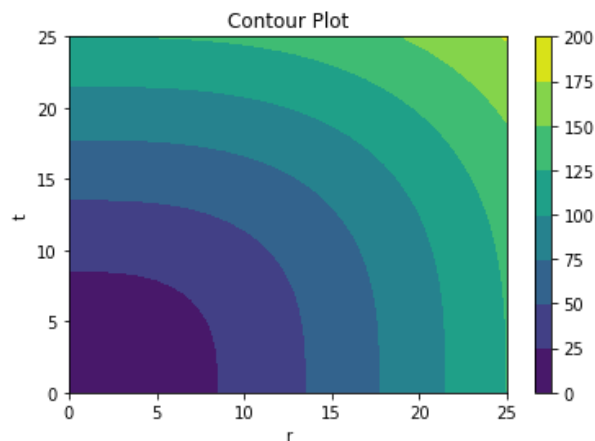
Gambar 3.3 diatas menunjukkan bahwa terjadi perambatan suara dari pusat suara ke titik yang telah ditentukan pada rentang waktu 0.6 detik. Pada detik pertama sumber suara didengarkan, terjadi perambatan suara sebesar 10 – 12 dB.

Sedangkan, pada waktu berikutnya suara yang terdengar di detik 1.6 juga sebesar 10 – 12 dB. Sehingga perubahan waktu sebesar 0.1 detik tidak begitu berpengaruh.



Gambar 3.4 Plot *contour* ketika $\Delta r = 0.2$ dan $\Delta t = 0.1$

Gambar 3.4 diatas menunjukkan bahwa suara yang terdengar lebih besar di 0.5 detik berikutnya dibandingkan dengan Gambar 3.3. Ketika suara merambat di titik kelima pada waktu 1.5 detik suara yang terdengar sebesar 10 – 12.5 dB dan suara semakin terdengar di waktu 4 detik, yaitu sebesar 12.5 – 15 dB.



Gambar 3.5 Plot *contour* ketika $\Delta r = 1$ dan $\Delta t = 1$

Gambar 3.5 diatas menunjukkan bahwa waktu yang diperlukan untuk mengalirkan energi suara ke titik tertentu semakin lebih panjang dibandingkan Gambar 3.3 dan Gambar 3.4 yaitu sekitar 25 detik dari saat sumber suara pertama kali didengarkan. Perambatan suara terjadi setiap 5 detik yang semakin memanjang

menuju titik yang telah ditentukan dengan suara tertinggi sebesar 200 dB. Ini menunjukkan bahwa persamaan yang digunakan tidak stabil.

Dari ketiga gambar tersebut dapat diketahui bahwa semakin kecil waktu yang diperlukan untuk merambatkan suara ke titik tertentu maka semakin kecil perbedaan antar suara asli yang dipantulkan dengan suara yang didengar setelah dipantulkan. Sedangkan Gambar 3.5 menunjukkan bahwa waktu yang diperlukan untuk merambatkan suara lebih lama, maka suara yang tersampaikan kepada pendengar menjadi tidak jelas karena intensitas suara yang dihasilkan menjadi lebih tinggi dari suara aslinya. Hal ini dapat menyebabkan tidak meratanya energi suara yang dialirkan pada kubah masjid.

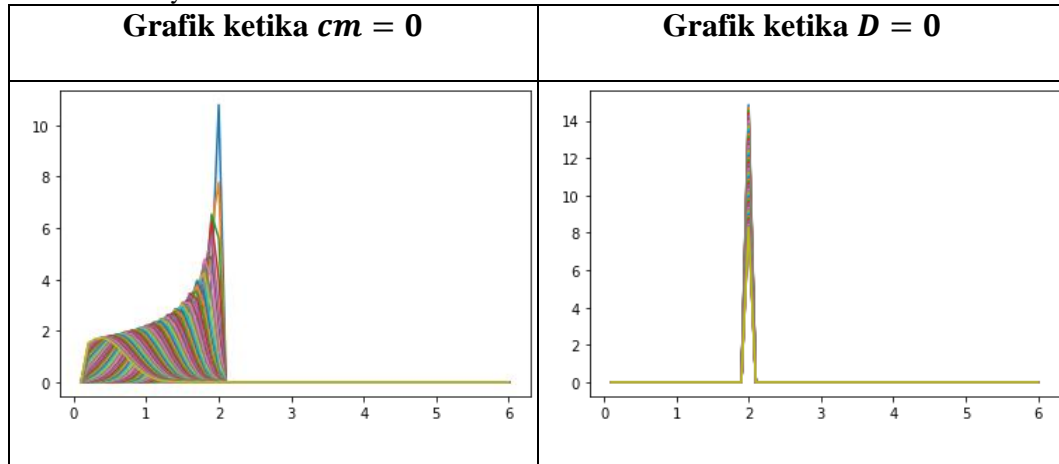
3.4 Analisis Penyelesaian Numerik Persamaan Reaksi-Difusi Perambatan Suara pada Kubah Masjid

Skema beda hingga dikatakan konvergen jika solusi beda hingga tidak terlalu sensitif terhadap perubahan sekecil apapun (Flaherty dkk, 1989). Pada persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid terdapat dua suku persamaan, yaitu persamaan difusi saat $cm = 0$ dan persamaan reaksi saat $D = 0$. Berikut grafik dari persamaan difusi dan persamaan reaksi.

Dari Tabel 3.2 dapat terlihat bahwa persamaan difusi memberikan efek perambatan suara bergerak ke kanan atau ke kiri. Hal ini menunjukkan bahwa persamaan difusi berperan untuk menunjukkan arah perambatan suara. Jika koefisien difusi (D) bernilai negatif mengakibatkan grafik bergerak ke arah kiri namun, jika koefisien difusi (D) bernilai positif akan mengakibatkan grafik bergerak ke arah kanan. Sedangkan persamaan reaksi menunjukkan perubahan dari setiap

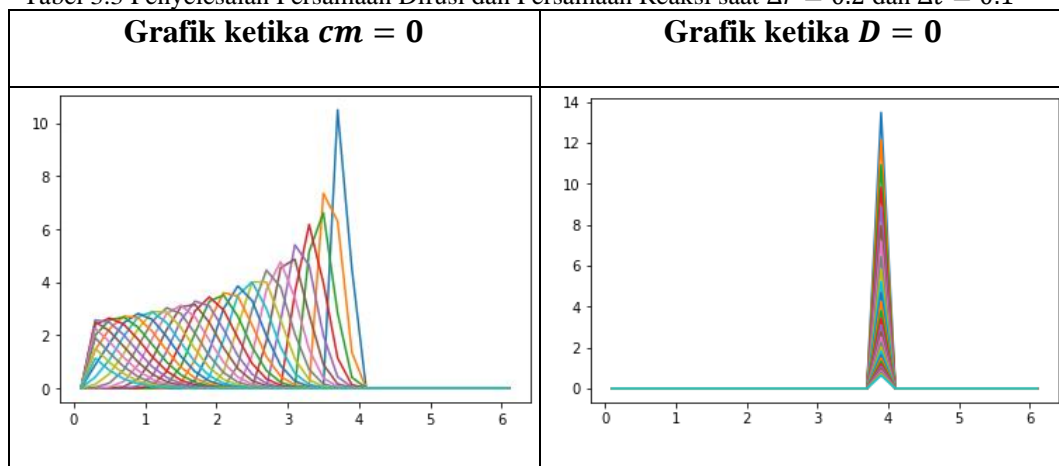
waktu di titik yang sama dengan perubahan yang kecil sehingga perubahan grafik menjadi lebih halus.

Tabel 3.2 Penyelesaian Persamaan Difusi dan Persamaan Reaksi saat $\Delta r = 0.1$ dan $\Delta t = 0.01$

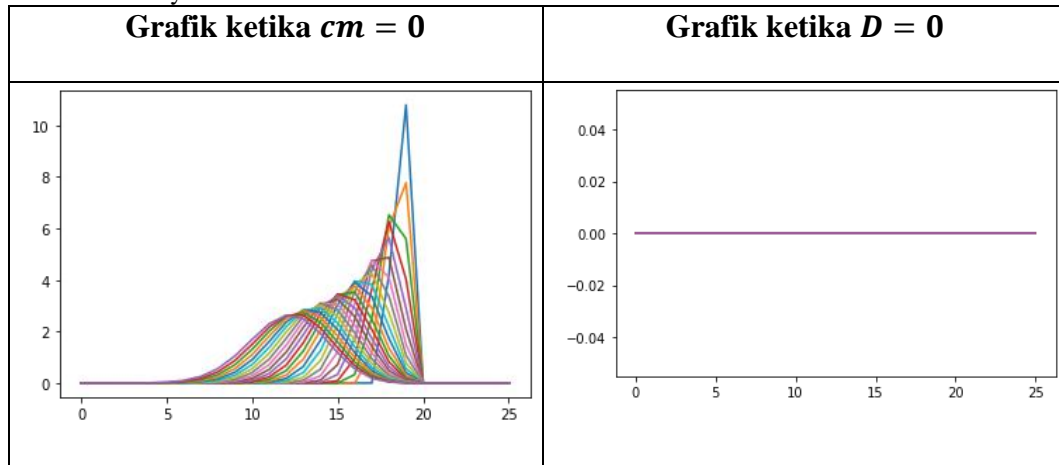


Untuk Tabel 3.3 terlihat bahwa perubahan yang terjadi pada grafik persamaan difusi dan persamaan reaksi lebih terlihat karena waktu yang diperlukan untuk merambat lebih lama dan jarak antar titik satu dengan yang lainnya lebih besar dibandingkan dengan gambar persamaan difusi dan persamaan reaksi pada Tabel 3.2.

Tabel 3.3 Penyelesaian Persamaan Difusi dan Persamaan Reaksi saat $\Delta r = 0.2$ dan $\Delta t = 0.1$



Pada Tabel 3.4 terlihat bahwa metode beda hingga yang digunakan tidak stabil karena nilai $S > 0.5$ yang menyebabkan persamaan difusi dan persamaan reaksi tidak stabil dan sensitif terhadap perubahan kecil.

Tabel 3.4 Penyelesaian Persamaan Difusi dan Persamaan Reaksi saat $\Delta r = 1$ dan $\Delta t = 1$ 

3.5 Interpretasi Hasil Diskritisasi Persamaan Reaksi-Difusi Perambatan Suara Pada Kubah Masjid

Kondisi batas yang digunakan pada bahasan ini adalah $w(r_0, t) = 0$ dan $w(R, t) = 0$. Hal tersebut menginterpretasi bahwa r_0 dan R merupakan batas daerah jari-jari lingkaran kubah masjid yang diselesaikan. Nilai batas nol dapat dimaknai bahwa tidak ada pengaruh suara dari luar kubah masjid yang berada pada titik r_0 dan R di area kubah masjid pada semua waktu. Dengan adanya kondisi batas yang diberikan, maka dapat memperkecil daerah yang akan diselesaikan.

Parameter-parameter yang digunakan dalam model reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid yaitu koefisien difusi $D = 0.14$, kecepatan suara $c = 1$, dan koefisien serap $m = 1$.

Kondisi awal yang digunakan dalam pembahasan model reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid, yaitu

$$w_{20}^1 = 15$$

Kondisi tersebut dapat dimaknai bahwa, ketika $r = 4$ dan $t = 1$ terjadi perambatan suara sebesar 15 dB dan terus merambat hingga titik R yang telah ditentukan.

3.6 Kondisi Suara saat Shalat Berjamaah

Seruan untuk shalat berjamaah yang telah dijelaskan pada bab 2.5 menunjukkan bahwa kondisi suara yang baik dapat mempengaruhi jumlah jamaah yang akan melaksanakan shalat berjamaah di masjid. Bangunan masjid yang memiliki atap berbentuk kubah, memiliki reaksi-difusi suara yang dapat diselesaikan dengan metode numerik beda hingga untuk melihat penyebaran suara yang terjadi di kubah masjid. Merujuk pada penjelasan di bab 2.5 yang berbunyi *“batas akhir suara muadzin lebih kecil dibanding permulaannya”* menandakan bahwa perambatan suara yang merambat akan semakin mengecil dan menghilang disetiap waktunya. Dengan intensitas suara sebesar 15dB pada model reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid, kita dapat melihat bahwa terjadi penyebaran suara pada kubah masjid disetiap waktunya yang semakin lama semakin mengecil dan kemudian menghilang.

Penyebaran suara di dalam masjid menjadi penting untuk dibahas karena pada hari berbangkit nanti, orang-orang yang mendengar suara dari masjid akan dimintai kesaksiannya, jika saksi semakin banyak maka kesaksian tersebut menjadi valid. Agar saksi semakin banyak maka intensitas suara yang didengarkan harus besar dan menyebar secara luas dan merata.

BAB VI

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan keseluruhan deskripsi metode beda hingga skema eksplisit untuk persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid, dapat disimpulkan bahwa:

1. Transformasi persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid dalam bentuk skema beda hingga eksplisit menggunakan metode beda maju untuk turunan pertama terhadap waktu dan metode beda pusat untuk turunan kedua terhadap posisi, diperoleh bentuk diskrit persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid sebagai berikut.

$$w_i^{n+1} = (1 - 2S)w_i^n + S(w_{i+1}^n + w_{i-1}^n) - \Delta t \text{ cm } w_i^n$$

2. Bentuk diskrit persamaan reaksi-difusi perambatan suara pada kubah masjid yang dihasilkan diselesaikan dengan daerah batas $0 \leq r \leq 6$ dan $1 < t < 4$ dengan nilai koefisien difusi $D = 0.14$, kecepatan suara $c = 1$, dan koefisien serap $m = 1$. Dilakukan simulasi pada saat kondisi awal $w_{20}^1 = 15$, sehingga diperoleh hasil bahwa terjadi perambatan suara ke titik yang telah ditentukan dalam jangka waktu tertentu. Semakin kecil waktu yang diperlukan untuk merambatkan suara maka semakin stabil suara yang di sebarakan.

4.2 Saran

Peneliti selanjutnya, diharapkan dapat membandingkan bentuk analitik dan bentuk numerik simulasi perambatan suara pada kubah masjid dengan metode beda hingga menggunakan reaksi-difusi konveksi. Peneliti selanjutnya, juga dapat menggunakan nilai kondisi awal, nilai kondisi batas, nilai koefisien serap, nilai koefisien difusi, dan nilai kecepatan suara yang berbeda, untuk melihat kekurangan model diskrit yang telah dibangun. Peneliti selanjutnya, juga dapat mengembangkan persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid menggunakan metode diskritisasi yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

- Abadi, Abu ath-Thayib Muhammad Syamsul Haq Al Azim. 2008. *Aunul Ma'bud Syarah Sunan Abu Daud*. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Al Asqalani, Ibnu Hajar. 1997. *Fathul Baari Syarah Shahih Al Bukhari*. Riyadh: Maktabah Darussalam.
- Amiruddin. 2003. *Fathul Baari Syarah Shahih Al Bukhari Buku 4*. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Caliskan, Mehmet, Ning Xiang, dan Zuhre Su Gul. 2016. *Investigations on Sound Energy Decays and Flows in a Monumental Mosque*. Journal Acoustical Society of America.
- Causon, D.M, dan Mingham, C.G. 2010. *Introductory Finite Difference Methods for PDEs*. United Kingdom: Ventus Publishing ApS.
- Debnath, Lokenath. 2012. *Nonlinear Partial Differential Equations for Scientist and Engineers Third Edition*. Springer Science. Bussiness Media: New York.
- Evans, Lawrence. 1997. *Partial Differential Equation*. Barkeley: American Mathematical Society.
- Flaherty, Joseph E. dkk. 1989. *Adaptive Methods for Partial Differential Equations*. New York: Defense Technical Information Center.
- Griffiths, Graham W. dan William E. Schiesser. 2010. *Traveling Wave Analysis of Partial Differential Equations*. USA: Academic Press is an imprint of Elsevier.
- Purcell, E. J. dan Varberg D. 1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 2*. Penj. Nyoman Susila. Jakarta: Erlangga.
- Sasongko, Setia Budi. 2010. *Metode Numerik dengan Scilab*. Yogyakarta: C.V Andi Offset.
- Stynes, Martin, Eugene O'riordan, dan Jose Luis Gracia. 2017. *Error Analysis of A Finite Difference Method on Graded Meshes For A Time-Fractional Diffusion Equation*. China: SIAM.

Triatmodjo, Bambang. 2002. *Metode Numerik Dilengkapi Dengan Program Komputer*. Yogyakarta: Beta Offset.

Zauderer, Erich. 1998. *Partial Differential Equations of Applied Mathematics, Second Edition*. New York: Wiley Interscience Publication.

LAMPIRAN

Lampiran 1

Perhitungan manual untuk

$$w_i^{n+1} = 0.2 w_i^n + 0.7 w_{i+1}^n, \quad 1 \leq i \leq 20 \text{ dan } 1 \leq n \leq 4$$

Untuk $i = 1$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_1^2 &= 0.2 w_1^1 + 0.7 w_2^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_1^2 = 0$$

Untuk $i = 3$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_3^2 &= 0.2 w_3^1 + 0.7 w_4^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_3^2 = 0$$

Untuk $i = 5$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_5^2 &= 0.2 w_5^1 + 0.7 w_6^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_5^2 = 0$$

Untuk $i = 7$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_7^2 &= 0.2 w_7^1 + 0.7 w_8^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_7^2 = 0$$

Untuk $i = 9$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_9^2 &= 0.2 w_9^1 + 0.7 w_{10}^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_9^2 = 0$$

Untuk $i = 11$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_{11}^2 &= 0.2 w_{11}^1 + 0.7 w_{12}^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{11}^2 = 0$$

Untuk $i = 13$ dan $n = 1$

$$w_{13}^2 = 0.2 w_{13}^1 + 0.7 w_{14}^1$$

Untuk $i = 2$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_2^2 &= 0.2 w_2^1 + 0.7 w_3^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_2^2 = 0$$

Untuk $i = 4$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_4^2 &= 0.2 w_4^1 + 0.7 w_5^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_4^2 = 0$$

Untuk $i = 6$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_6^2 &= 0.2 w_6^1 + 0.7 w_7^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_6^2 = 0$$

Untuk $i = 8$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_8^2 &= 0.2 w_8^1 + 0.7 w_9^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_8^2 = 0$$

Untuk $i = 10$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_{10}^2 &= 0.2 w_{10}^1 + 0.7 w_{11}^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{10}^2 = 0$$

Untuk $i = 12$ dan $n = 1$

$$\begin{aligned} w_{12}^2 &= 0.2 w_{12}^1 + 0.7 w_{13}^1 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{12}^2 = 0$$

Untuk $i = 14$ dan $n = 1$

$$w_{14}^2 = 0.2 w_{14}^1 + 0.7 w_{15}^1$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{13}^2 = 0$$

Untuk $i = 15$ dan $n = 1$

$$w_{15}^2 = 0.2 w_{15}^1 + 0.7 w_{16}^1$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{15}^2 = 0$$

Untuk $i = 17$ dan $n = 1$

$$w_{17}^2 = 0.2 w_{17}^1 + 0.7 w_{18}^1$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{17}^2 = 0$$

Untuk $i = 19$ dan $n = 1$

$$w_{19}^2 = 0.2 w_{19}^1 + 0.7 w_{20}^1$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (15)$$

$$w_{19}^2 = 10.5$$

Untuk $i = 1$ dan $n = 2$

$$w_1^3 = 0.2 w_1^2 + 0.7 w_2^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_1^3 = 0$$

Untuk $i = 3$ dan $n = 2$

$$w_3^3 = 0.2 w_3^2 + 0.7 w_4^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_3^3 = 0$$

Untuk $i = 5$ dan $n = 2$

$$w_5^3 = 0.2 w_5^2 + 0.7 w_6^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_5^3 = 0$$

Untuk $i = 7$ dan $n = 2$

$$w_7^3 = 0.2 w_7^2 + 0.7 w_8^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_7^3 = 0$$

Untuk $i = 9$ dan $n = 2$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{14}^2 = 0$$

Untuk $i = 16$ dan $n = 1$

$$w_{16}^2 = 0.2 w_{16}^1 + 0.7 w_{17}^1$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{16}^2 = 0$$

Untuk $i = 18$ dan $n = 1$

$$w_{18}^2 = 0.2 w_{18}^1 + 0.7 w_{19}^1$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{18}^2 = 0$$

Untuk $i = 20$ dan $n = 1$

$$w_{20}^2 = 0.2 w_{20}^1 + 0.7 w_{21}^1$$

$$= 0.2 (15) + 0.7 (0)$$

$$w_{20}^2 = 3$$

Untuk $i = 2$ dan $n = 2$

$$w_2^3 = 0.2 w_2^2 + 0.7 w_3^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_2^3 = 0$$

Untuk $i = 4$ dan $n = 2$

$$w_4^3 = 0.2 w_4^2 + 0.7 w_5^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_4^3 = 0$$

Untuk $i = 6$ dan $n = 2$

$$w_6^3 = 0.2 w_6^2 + 0.7 w_7^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_6^3 = 0$$

Untuk $i = 8$ dan $n = 2$

$$w_8^3 = 0.2 w_8^2 + 0.7 w_9^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_8^3 = 0$$

Untuk $i = 10$ dan $n = 2$

$$w_9^3 = 0.2 w_9^2 + 0.7 w_{10}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_9^3 = 0$$

Untuk $i = 11$ dan $n = 2$

$$w_{11}^3 = 0.2 w_{11}^2 + 0.7 w_{12}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{11}^3 = 0$$

Untuk $i = 13$ dan $n = 2$

$$w_{13}^3 = 0.2 w_{13}^2 + 0.7 w_{14}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{13}^3 = 0$$

Untuk $i = 15$ dan $n = 2$

$$w_{15}^3 = 0.2 w_{15}^2 + 0.7 w_{16}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{15}^3 = 0$$

Untuk $i = 17$ dan $n = 2$

$$w_{17}^3 = 0.2 w_{17}^2 + 0.7 w_{18}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{17}^3 = 0$$

Untuk $i = 19$ dan $n = 2$

$$w_{19}^3 = 0.2 w_{19}^2 + 0.7 w_{20}^2$$

$$= 0.2 (10.5) + 0.7 (3)$$

$$w_{19}^3 = 4.2$$

Untuk $i = 1$ dan $n = 3$

$$w_1^4 = 0.2 w_1^3 + 0.7 w_2^3$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_1^4 = 0$$

Untuk $i = 3$ dan $n = 3$

$$w_3^4 = 0.2 w_3^3 + 0.7 w_4^3$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_3^4 = 0$$

$$w_{10}^3 = 0.2 w_{10}^2 + 0.7 w_{11}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{10}^3 = 0$$

Untuk $i = 12$ dan $n = 2$

$$w_{12}^3 = 0.2 w_{12}^2 + 0.7 w_{13}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{12}^3 = 0$$

Untuk $i = 14$ dan $n = 2$

$$w_{14}^3 = 0.2 w_{14}^2 + 0.7 w_{15}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{14}^3 = 0$$

Untuk $i = 16$ dan $n = 2$

$$w_{16}^3 = 0.2 w_{16}^2 + 0.7 w_{17}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{16}^3 = 0$$

Untuk $i = 18$ dan $n = 2$

$$w_{18}^3 = 0.2 w_{18}^2 + 0.7 w_{19}^2$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (10.5)$$

$$w_{18}^3 = 7.35$$

Untuk $i = 20$ dan $n = 2$

$$w_{20}^3 = 0.2 w_{20}^2 + 0.7 w_{21}^2$$

$$= 0.2 (3) + 0.7 (0)$$

$$w_{20}^3 = 0.6$$

Untuk $i = 2$ dan $n = 3$

$$w_2^4 = 0.2 w_2^3 + 0.7 w_3^3$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_2^4 = 0$$

Untuk $i = 4$ dan $n = 3$

$$w_4^4 = 0.2 w_4^3 + 0.7 w_5^3$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_4^4 = 0$$

Untuk $i = 5$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_5^4 &= 0.2 w_5^3 + 0.7 w_6^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_5^4 = 0$$

Untuk $i = 7$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_7^4 &= 0.2 w_7^3 + 0.7 w_8^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_7^4 = 0$$

Untuk $i = 9$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_9^4 &= 0.2 w_9^3 + 0.7 w_{10}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_9^4 = 0$$

Untuk $i = 11$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{11}^4 &= 0.2 w_{11}^3 + 0.7 w_{12}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{11}^4 = 0$$

Untuk $i = 13$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{13}^4 &= 0.2 w_{13}^3 + 0.7 w_{14}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{13}^4 = 0$$

Untuk $i = 15$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{15}^4 &= 0.2 w_{15}^3 + 0.7 w_{16}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{15}^4 = 0$$

Untuk $i = 17$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{17}^4 &= 0.2 w_{17}^3 + 0.7 w_{18}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (7.35)\end{aligned}$$

$$w_{17}^4 = 5.145$$

Untuk $i = 19$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{19}^4 &= 0.2 w_{19}^3 + 0.7 w_{20}^3 \\ &= 0.2 (4.2) + 0.7 (0.6)\end{aligned}$$

Untuk $i = 6$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_6^4 &= 0.2 w_6^3 + 0.7 w_7^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_6^4 = 0$$

Untuk $i = 8$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_8^4 &= 0.2 w_8^3 + 0.7 w_9^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_8^4 = 0$$

Untuk $i = 10$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{10}^4 &= 0.2 w_{10}^3 + 0.7 w_{11}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{10}^4 = 0$$

Untuk $i = 12$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{12}^4 &= 0.2 w_{12}^3 + 0.7 w_{13}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{12}^4 = 0$$

Untuk $i = 14$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{14}^4 &= 0.2 w_{14}^3 + 0.7 w_{15}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{14}^4 = 0$$

Untuk $i = 16$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{16}^4 &= 0.2 w_{16}^3 + 0.7 w_{17}^3 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{16}^4 = 0$$

Untuk $i = 18$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{18}^4 &= 0.2 w_{18}^3 + 0.7 w_{19}^3 \\ &= 0.2 (7.35) + 0.7 (4.2)\end{aligned}$$

$$w_{18}^4 = 4.41$$

Untuk $i = 20$ dan $n = 3$

$$\begin{aligned}w_{20}^4 &= 0.2 w_{20}^3 + 0.7 w_{21}^3 \\ &= 0.2 (0.6) + 0.7 (0)\end{aligned}$$

$$w_{19}^4 = 1.26$$

Untuk $i = 1$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_1^5 &= 0.2 w_1^4 + 0.7 w_2^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_1^5 = 0$$

Untuk $i = 3$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_3^5 &= 0.2 w_3^4 + 0.7 w_4^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_3^5 = 0$$

Untuk $i = 5$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_5^5 &= 0.2 w_5^4 + 0.7 w_6^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_5^5 = 0$$

Untuk $i = 7$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_7^5 &= 0.2 w_7^4 + 0.7 w_8^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_7^5 = 0$$

Untuk $i = 9$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_9^5 &= 0.2 w_9^4 + 0.7 w_{10}^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_9^5 = 0$$

Untuk $i = 11$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{11}^5 &= 0.2 w_{11}^4 + 0.7 w_{12}^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{11}^5 = 0$$

Untuk $i = 13$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{13}^5 &= 0.2 w_{13}^4 + 0.7 w_{14}^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{13}^5 = 0$$

Untuk $i = 15$ dan $n = 4$

$$w_{15}^5 = 0.2 w_{15}^4 + 0.7 w_{16}^4$$

$$w_{20}^4 = 0.12$$

Untuk $i = 2$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_2^5 &= 0.2 w_2^4 + 0.7 w_3^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_2^5 = 0$$

Untuk $i = 4$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_4^5 &= 0.2 w_4^4 + 0.7 w_5^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_4^5 = 0$$

Untuk $i = 6$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_6^5 &= 0.2 w_6^4 + 0.7 w_7^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_6^5 = 0$$

Untuk $i = 8$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_8^5 &= 0.2 w_8^4 + 0.7 w_9^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_8^5 = 0$$

Untuk $i = 10$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{10}^5 &= 0.2 w_{10}^4 + 0.7 w_{11}^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{10}^5 = 0$$

Untuk $i = 12$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{12}^5 &= 0.2 w_{12}^4 + 0.7 w_{13}^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{12}^5 = 0$$

Untuk $i = 14$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{14}^5 &= 0.2 w_{14}^4 + 0.7 w_{15}^4 \\ &= 0.2 (0) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{14}^5 = 0$$

Untuk $i = 16$ dan $n = 4$

$$w_{16}^5 = 0.2 w_{16}^4 + 0.7 w_{17}^4$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (0)$$

$$w_{15}^5 = 0$$

Untuk $i = 17$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{17}^5 &= 0.2 w_{17}^4 + 0.7 w_{18}^4 \\ &= 0.2 (5.145) + 0.7 (4.41) \end{aligned}$$

$$w_{17}^5 = 4.116$$

Untuk $i = 19$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{19}^5 &= 0.2 w_{19}^4 + 0.7 w_{20}^4 \\ &= 0.2 (1.26) + 0.7 (0.12) \end{aligned}$$

$$w_{19}^5 = 0.336$$

$$= 0.2 (0) + 0.7 (5.145)$$

$$w_{16}^5 = 3.6015$$

Untuk $i = 18$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{18}^5 &= 0.2 w_{18}^4 + 0.7 w_{19}^4 \\ &= 0.2 (4.41) + 0.7 (1.26) \end{aligned}$$

$$w_{18}^5 = 1.764$$

Untuk $i = 20$ dan $n = 4$

$$\begin{aligned} w_{20}^5 &= 0.2 w_{20}^4 + 0.7 w_{21}^4 \\ &= 0.2 (0.12) + 0.7 (0) \end{aligned}$$

$$w_{20}^5 = 0.024$$

Lampiran 2

Hasil Perhitungan Manual Titik x_k dan y_k saat $\Delta r = 0.1$

	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5	x_6	y_6
r_1	0.1	0.0	0.080	0.058	0.030	0.095	-0.030	0.095	-0.080	0.058	-0.1	0.0
r_2	0.2	0.0	0.161	0.117	0.061	0.190	-0.061	0.190	-0.161	0.176	-0.2	0.0
r_3	0.3	0.0	0.242	0.176	0.092	0.285	-0.092	0.285	-0.242	0.293	-0.3	0.0
r_4	0.4	0.0	0.323	0.235	0.123	0.380	-0.123	0.380	-0.323	0.411	-0.4	0.0
r_5	0.5	0.0	0.404	0.293	0.154	0.475	-0.154	0.475	-0.404	0.529	-0.5	0.0
r_6	0.6	0.0	0.485	0.352	0.185	0.570	-0.185	0.570	-0.485	0.646	-0.6	0.0
r_7	0.7	0.0	0.566	0.411	0.216	0.665	-0.216	0.665	-0.566	0.764	-0.7	0.0
r_8	0.8	0.0	0.647	0.470	0.247	0.760	-0.247	0.760	-0.647	0.881	-0.8	0.0
r_9	0.9	0.0	0.728	0.529	0.278	0.855	-0.278	0.855	-0.728	0.999	-0.9	0.0
r_{10}	1.0	0.0	0.809	0.587	0.309	0.951	-0.309	0.951	-0.809	1.116	-1.0	0.0
r_{11}	1.1	0.0	0.889	0.646	0.339	1.046	-0.339	1.046	-0.889	1.234	-1.1	0.0
r_{12}	1.2	0.0	0.970	0.705	0.370	1.141	-0.370	1.141	-0.970	1.351	-1.2	0.0
r_{13}	1.3	0.0	1.051	0.764	0.401	1.236	-0.401	1.236	-1.051	1.469	-1.3	0.0
r_{14}	1.4	0.0	1.132	0.822	0.432	1.331	-0.432	1.331	-1.132	1.587	-1.4	0.0
r_{15}	1.5	0.0	1.213	0.881	0.463	1.426	-0.463	1.426	-1.213	1.704	-1.5	0.0
r_{16}	1.6	0.0	1.294	0.940	0.494	1.521	-0.494	1.521	-1.294	1.822	-1.6	0.0
r_{17}	1.7	0.0	1.375	0.999	0.525	1.616	-0.525	1.616	-1.375	1.939	-1.7	0.0
r_{18}	1.8	0.0	1.456	1.058	0.556	1.711	-0.556	1.711	-1.456	2.057	-1.8	0.0
r_{19}	1.9	0.0	1.537	1.116	0.587	1.807	-0.587	1.807	-1.537	2.174	-1.9	0.0
r_{20}	2.0	0.0	1.618	1.175	0.618	1.902	-0.618	1.902	-1.618	2.292	-2.0	0.0

Hasil Perhitungan Manual Titik x_k dan y_k saat $\Delta r = 0.2$

	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5	x_6	y_6
r_1	0.1	0.0	0.080	0.058	0.030	0.095	-0.030	0.095	-0.080	0.058	-0.1	0.0
r_2	0.3	0.0	0.242	0.176	0.092	0.285	-0.092	0.285	-0.242	0.176	-0.3	0.0
r_3	0.5	0.0	0.404	0.293	0.154	0.475	-0.154	0.475	-0.404	0.293	-0.5	0.0
r_4	0.7	0.0	0.566	0.411	0.216	0.665	-0.216	0.665	-0.566	0.411	-0.7	0.0
r_5	0.9	0.0	0.728	0.529	0.278	0.855	-0.278	0.855	-0.728	0.529	-0.9	0.0
r_6	1.1	0.0	0.889	0.646	0.339	1.046	-0.339	1.046	-0.889	0.646	-1.1	0.0
r_7	1.3	0.0	1.051	0.764	0.401	1.236	-0.401	1.236	-1.051	0.764	-1.3	0.0
r_8	1.5	0.0	1.213	0.881	0.463	1.426	-0.463	1.426	-1.213	0.881	-1.5	0.0
r_9	1.7	0.0	1.375	0.999	0.525	1.616	-0.525	1.616	-1.375	0.999	-1.7	0.0
r_{10}	1.9	0.0	1.537	1.116	0.587	1.807	-0.587	1.807	-1.537	1.116	-1.9	0.0
r_{11}	2.1	0.0	1.698	1.234	0.648	1.997	-0.648	1.997	-1.698	1.234	-2.1	0.0
r_{12}	2.3	0.0	1.860	1.351	0.710	2.187	-0.710	2.187	-1.860	1.351	-2.3	0.0
r_{13}	2.5	0.0	2.022	1.469	0.772	2.377	-0.772	2.377	-2.022	1.469	-2.5	0.0
r_{14}	2.7	0.0	2.184	1.587	0.834	2.567	-0.834	2.567	-2.184	1.587	-2.7	0.0
r_{15}	2.9	0.0	2.346	1.704	0.896	2.758	-0.896	2.758	-2.346	1.704	-2.9	0.0
r_{16}	3.1	0.0	2.507	1.822	0.957	2.948	-0.957	2.948	-2.507	1.822	-3.1	0.0
r_{17}	3.3	0.0	2.669	1.939	1.019	3.138	-1.019	3.138	-2.669	1.939	-3.3	0.0
r_{18}	3.5	0.0	2.831	2.057	1.081	3.328	-1.081	3.328	-2.831	2.057	-3.5	0.0
r_{19}	3.7	0.0	2.993	2.174	1.143	3.518	-1.143	3.518	-2.993	2.174	-3.7	0.0
r_{20}	3.9	0.0	3.155	2.292	1.205	3.709	-1.205	3.709	-3.155	2.292	-3.9	0.0

Hasil Perhitungan Manual Titik x_k dan y_k saat $\Delta r = 1$

	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5	x_6	y_6
r_1	0	0.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.0
r_2	1	0.0	0.809	0.587	0.309	0.951	-0.309	0.951	-0.809	0.587	-1	0.0
r_3	2	0.0	2.427	1.175	0.618	1.902	-0.618	1.902	-2.427	1.175	-2	0.0
r_4	3	0.0	3.236	1.763	0.927	2.853	-0.927	2.853	-3.236	1.763	-3	0.0
r_5	4	0.0	4.045	2.351	1.236	3.804	-1.236	3.804	-4.045	2.351	-4	0.0
r_6	5	0.0	4.854	2.938	1.545	4.755	-1.545	4.755	-4.854	2.938	-5	0.0
r_7	6	0.0	5.663	3.526	1.854	5.706	-1.854	5.706	-5.663	3.526	-6	0.0
r_8	7	0.0	6.472	4.114	2.163	6.657	-2.163	6.657	-6.472	4.114	-7	0.0
r_9	8	0.0	7.281	4.702	2.472	7.608	-2.472	7.608	-7.281	4.702	-8	0.0
r_{10}	9	0.0	8.090	5.290	2.781	8.559	-2.781	8.559	-8.090	5.290	-9	0.0
r_{11}	10	0.0	8.899	5.877	3.090	9.510	-3.090	9.510	-8.899	5.877	-10	0.0
r_{12}	11	0.0	9.708	6.465	3.399	10.461	-3.399	10.461	-9.708	6.465	-11	0.0
r_{13}	12	0.0	10.517	7.053	3.708	11.412	-3.708	11.412	-10.517	7.053	-12	0.0
r_{14}	13	0.0	11.326	7.641	4.017	12.363	-4.017	12.363	-11.326	7.641	-13	0.0
r_{15}	14	0.0	12.135	8.228	4.326	13.314	-4.326	13.314	-12.135	8.228	-14	0.0
r_{16}	15	0.0	12.944	8.816	4.635	14.265	-4.635	14.265	-12.944	8.816	-15	0.0
r_{17}	16	0.0	13.753	9.404	4.944	15.216	-4.944	15.216	-13.753	9.404	-16	0.0
r_{18}	17	0.0	14.562	9.992	5.253	16.167	-5.253	16.167	-14.562	9.992	-17	0.0
r_{19}	18	0.0	15.371	10.580	5.562	17.119	-5.562	17.119	-15.371	10.580	-18	0.0
r_{20}	19	0.0	16.180	11.167	5.871	18.070	-5.871	18.070	-16.180	11.167	-19	0.0

Lampiran 3

Program python untuk grafik diskret persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid dalam bentuk *contour plot* ketika $\Delta r = 0.1$, $\Delta t = 0.01$, dan $D = 0$.

```
%matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

dr = 0.1
r = arange(0.1,6+dr,dr)

dt = 0.01
t = arange(1,1.58+dt,dt)

M = len(t)
R = len(r)

w = zeros((M,R))
w[:,1] = 0

D = 0
C = 1
m = 1
S = D*(dt/dr**2)
B = C*m*dt
```

```

w[19,0] = 15;

for j in range (18,M-1):
    w[j,1] = (1-2*S-B)*w[j,0] + 2*S*w[j+1,0]

for n in range(1,R-1):
    for k in range(1, M-1):
        w[k,n+1] = (1-2*S-B)*w[k,n] + 2*S*(w[k+1,n])

for i in range(0,181,36):
    a=radians (i)
    x1=r*cos(a)
    y1=r*sin(a)

for n in range(R-1):
    plot(r,w[:,n+1])
show()

x, y = np.meshgrid(r, t)
z = np.sqrt(x**3 + y**3)
print(x.shape)
print(y.shape)
print(z.shape)

plt.contourf(x, y, z)
plt.colorbar()
plt.title('Contour Plot')
plt.xlabel('r')
plt.ylabel('t')
plt.show

```

Program python untuk grafik diskret persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid dalam bentuk *contour plot* ketika $\Delta r = 0.1$, $\Delta t = 0.01$, dan $cm = 0$.

```
%matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

dr = 0.1
r = arange(0.1,6+dr,dr)

dt = 0.01
t = arange(1,1.58+dt,dt)

M = len(t)
R = len(r)

w = zeros((M,R))
w[:,1] = 0

D = 0.14
C = 0
m = 0
S = D*(dt/dr**2)
B = C*m*dt
```

```

w[19,0] = 15;

for j in range (18,M-1):
    w[j,1] = (1-2*S-B)*w[j,0] + 2*S*w[j+1,0]

for n in range(1,R-1):
    for k in range(1, M-1):
        w[k,n+1] = (1-2*S-B)*w[k,n] + 2*S*(w[k+1,n])

for i in range(0,181,36):
    a=radians (i)
    x1=r*cos(a)
    y1=r*sin(a)

for n in range(R-1):
    plot(r,w[:,n+1])
show()

x, y = np.meshgrid(r, t)
z = np.sqrt(x**3 + y**3)
print(x.shape)
print(y.shape)
print(z.shape)

plt.contourf(x, y, z)
plt.colorbar()
plt.title('Contour Plot')
plt.xlabel('r')
plt.ylabel('t')
plt.show

```

Lampiran 4

Program python untuk grafik diskret persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid dalam bentuk *contour plot* ketika $\Delta r = 0.2$, $\Delta t = 0.1$, dan $D = 0$.

```
%matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

dr = 0.2
r = arange(0.1,6+dr,dr)

dt = 0.1
t = arange(1,4+dt,dt)

M = len(t)
R = len(r)

w = zeros((M,R))
w[:,1] = 0

D = 0
C = 1
m = 1
S = D*(dt/dr**2)
B = C*m*dt
```

```

w[19,0] = 15;

for j in range (18,M-1):
    w[j,1] = (1-2*S-B)*w[j,0] + 2*S*w[j+1,0]

for n in range(1,R-1):
    for k in range(1, M-1):
        w[k,n+1] = (1-2*S-B)*w[k,n] + 2*S*(w[k+1,n])

for i in range(0,181,36):
    a=radians (i)
    x1=r*cos(a)
    y1=r*sin(a)

for n in range(R-1):
    plot(r,w[:,n+1])
show()

x, y = np.meshgrid(r, t)
z = np.sqrt(x**3 + y**3)
print(x.shape)
print(y.shape)
print(z.shape)

plt.contourf(x, y, z)
plt.colorbar()
plt.title('Contour Plot')
plt.xlabel('r')
plt.ylabel('t')
plt.show

```

Program python untuk grafik diskret persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid dalam bentuk *contour plot* ketika $\Delta r = 0.2$, $\Delta t = 0.1$, dan $cm = 0$.

```
%matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

dr = 0.2
r = arange(0.1,6+dr,dr)

dt = 0.1
t = arange(1,4+dt,dt)

M = len(t)
R = len(r)

w = zeros((M,R))
w[:,1] = 0

D = 0.14
C = 0
m = 0
S = D*(dt/dr**2)
B = C*m*dt
```

```

w[19,0] = 15;

for j in range (18,M-1):
    w[j,1] = (1-2*S-B)*w[j,0] + 2*S*w[j+1,0]

for n in range(1,R-1):
    for k in range(1, M-1):
        w[k,n+1] = (1-2*S-B)*w[k,n] + 2*S*(w[k+1,n])

for i in range(0,181,36):
    a=radians (i)
    x1=r*cos(a)
    y1=r*sin(a)

for n in range(R-1):
    plot(r,w[:,n+1])
show()

x, y = np.meshgrid(r, t)
z = np.sqrt(x**3 + y**3)
print(x.shape)
print(y.shape)
print(z.shape)

plt.contourf(x, y, z)
plt.colorbar()
plt.title('Contour Plot')
plt.xlabel('r')
plt.ylabel('t')
plt.show

```


Lampiran 5

Program python untuk grafik diskret persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid dalam bentuk *contour plot* ketika $\Delta r = 1$, $\Delta t = 1$, dan $D = 0$.

```
%matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

dr = 1
r = arange(0,25+dr,dr)

dt = 1
t = arange(0,25+dt,dt)

M = len(t)
R = len(r)

w = zeros((M,R))
w[:,1] = 0

D = 0
C = 1
m = 1
S = D*(dt/dr**2)
B = C*m*dt
```

```

w[19,0] = 15;

for j in range (18,M-1):
    w[j,1] = (1-2*S-B)*w[j,0] + 2*S*w[j+1,0]

for n in range(1,R-1):
    for k in range(1, M-1):
        w[k,n+1] = (1-2*S-B)*w[k,n] + 2*S*(w[k+1,n])

for i in range(0,181,36):
    a=radians (i)
    x1=r*cos(a)
    y1=r*sin(a)

for n in range(R-1):
    plot(r,w[:,n+1])
show()

x, y = np.meshgrid(r, t)
z = np.sqrt(x**3 + y**3)
print(x.shape)
print(y.shape)
print(z.shape)

plt.contourf(x, y, z)
plt.colorbar()
plt.title('Contour Plot')
plt.xlabel('r')
plt.ylabel('t')
plt.show

```

Program python untuk grafik diskret persamaan reaksi-difusi pada kubah masjid dalam bentuk *contour plot* ketika $\Delta r = 1$, $\Delta t = 1$, dan $cm = 0$.

```
%matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from matplotlib import cm
from numpy import *
from matplotlib.pyplot import *

dr = 1
r = arange(0,25+dr,dr)

dt = 1
t = arange(0,25+dt,dt)

M = len(t)
R = len(r)

w = zeros((M,R))
w[:,1] = 0

D = 0.14
C = 0
m = 0
S = D*(dt/dr**2)
B = C*m*dt
```

```

w[19,0] = 15;

for j in range (18,M-1):
    w[j,1] = (1-2*S-B)*w[j,0] + 2*S*w[j+1,0]

for n in range(1,R-1):
    for k in range(1, M-1):
        w[k,n+1] = (1-2*S-B)*w[k,n] + 2*S*(w[k+1,n])

for i in range(0,181,36):
    a=radians (i)
    x1=r*cos(a)
    y1=r*sin(a)

for n in range(R-1):
    plot(r,w[:,n+1])
show()

x, y = np.meshgrid(r, t)
z = np.sqrt(x**3 + y**3)
print(x.shape)
print(y.shape)
print(z.shape)

plt.contourf(x, y, z)
plt.colorbar()
plt.title('Contour Plot')
plt.xlabel('r')
plt.ylabel('t')
plt.show

```

RIWAYAT HIDUP



Najmi Nurul Illahi, lahir di Lumbo, 12 April 1999. Besar dan tumbuh di Kota Batam bersama kedua orang tua dan kedua saudara kandungnya. Anak kedua dari tiga bersaudara ini, mengenyam dunia pendidikan sejak tahun 2005 di salah satu sekolah dasar di Taratak Tengah, Lumbo, Painan, Sumetara Barat.

Setelah menghabiskan satu semester di sekolah tersebut, ia pindah ke salah satu sekolah dasar di Kota Batam tepatnya di Madrasah Ibtidaiyah Negeri Batam. Setelah menghabiskan waktu selama enam tahun untuk pendidikan dasarnya, ia melanjutkan pendidikan menengah pertamanya di Madrasah Tsanawiyah Unit Sekolah Baru Batam di tahun 2011 dan menghabiskan wajib belajar di SMAN 15 Batam dengan harapan dapat melanjutkan pendidikan ke tingkat yang lebih tinggi lagi. Alhamdulillah, dengan izin Allah swt. di tahun 2017 setelah lulus dari SMA namanya terdaftar di salah satu universitas islam di Indonesia yaitu Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sebagai mahasiswi di Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa, penulis berperan aktif dalam mengembangkan kemampuan akademiknya dengan menjadi anggota di komunitas Serambi Matematika Aktif (SeMatA) pada tahun ketiganya. Selain dalam bidang akademik, penulis juga berperan aktif di bidang sosial dengan menjadi relawan di Aksi Cepat Tanggap (ACT) Malang. Tak hanya dalam bidang akademik dan sosial, penulis juga memperdalam ilmu agama dengan menjadi salah satu santri di Pondok Pesantren Tahfidz Quran Nurul Huda Joyosuko Metro setelah lulus dari Ma'had di tahun keduanya hingga sekarang.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp/Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Najmi Nurul Illahi
NIM : 17610064
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Simulasi Perambatan Suara pada Kubah Masjid dengan Metode Beda Hingga
Pembimbing I : Dr. Heni Widayani, M.Si
Pembimbing II : Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	29 Januari 2021	Konsultasi Bab I & II	1.
2	30 Januari 2021	Revisi Bab I & II	2.
3	11 Pebruari 2021	Konsultasi Bab III	3.
4	21 Pebruari 2021	Revisi Bab III	4.
5	3 Mei 2021	Konsultasi kajian agama Bab I & II	5.
6	3 Mei 2021	Revisi Bab I, II & III	6.
7	10 Agustus 2021	Konsultasi Bab III serta FGD bersama dosen Telkom & UII	7.
8	2 September 2021	Konsultasi Bab III & IV	8.
9	20 September 2021	Revisi Bab III & IV	9.
10	24 September 2021	Konsultasi kajian agama Bab I, II & III	10.
11	4 Oktober 2021	Konsultasi Bab IV & Abstrak	11.
12	25 Oktober 2021	ACC Kesluruhan untuk disidangkan	12.

Malang, Desember 2021

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Elly Susanti, M.Sc.

NIP. 19741129 200012 2 005

