STUDI TRANSFER ELEKTRON DALAM DNA DENGAN MENGGUNAKAN PENDEKATAN FEYNMAN PATH INTEGRAL PADA MEDAN GAUGE

SKRIPSI

Oleh:
HUSNUL FUAD ZEIN
NIM. 10640011

JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014

**STUDI TRANSFER ELEKTRON PADA DNA
DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS FEYNMAN
DALAM KERANGKA ACUAN TEORI MEDAN GAUGE**

SKRIPSI

**Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh:
HUSNUL FUAD ZEIN
NIM.10640011**

**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2014**

HALAMAN PERSETUJUAN

STUDI TRANSFER ELEKTRON PADA DNA DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS FEYNMAN DALAM KERANGKA ACUAN TEORI MEDAN GAUGE

SKRIPSI

Oleh:
HUSNUL FUAD ZEIN
NIM.10640011

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji:
Tanggal: 05 November 2014

Pembimbing I	Pembimbing II
Erika Rani, M.Si	Drs. Abdul Basid, M.Si
NIP. 19810613 200604 2 002	NIP.19650504 199003 1 003

Mengetahui,
Ketua Jurusan Fisika

Erna Hastuti, M.Si
NIP. 19811119 200801 2 009

HALAMAN PENGESAHAN

STUDI TRANSFER ELEKTRON PADA DNA
DENGAN PENDEKATAN INTEGRAL LINTAS FEYNMAN
DALAM KERANGKA ACUAN TEORI MEDAN GAUGE

SKRIPSI

Oleh:
HUSNUL FUAD ZEIN
NIM.10640011

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 28 November 2014

Penguji Utama :	Novi Avisena, M.Si NIP. 19761109 200604 1 004	
Ketua Penguji :	DR. H. Agus Mulyono, M.Kes NIP. 19750808 199903 1 003	
Sekretaris Penguji :	Erika Rani, M.Si NIP. 19810613 200604 2 002	
Anggota Penguji :	Drs. Abdul Basid, M.Si NIP. 19650504 199003 1 003	

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Fisika

Erna Hastuti, M.Si
NIP. 19811119 200801 2 009

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama	: Husnul Fuad Zein
NIM	: 10640011
Jurusan	: Fisika
Fakultas	: Sains dan Teknologi

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang diakui sebagai hasil tulisan atau pemikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti karya ini adalah hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 04 November 2014
Yang Membuat Pernyataan

Husnul Fuad Zein
NIM. 10640011

MOTTO

...... لا تَحْزَنْ إِنَّ اللَّهَ مَعَنَا ....

Jangan Bersedih, sesungguhnya Allah bersama kita. . . (Q.S at Taubah: 40. . .

HALAMAN PESEMBAHAN

Dengan penuh takdzim,

Skripsi ini saya persembahkan untuk semua pihak yang telah memberikan kontribusi besar dalam terselesaikannya tugas akhir ini, baik doa, tawa, duka, saran, ajaran.

Maaf, jika dalam peyelesaian skripsi ini banyak hati yang tersakiti,
Maaf, untuk segala perbuatan tidak berkenan di hati,
Maaf, untuk semua yang telah dilalui.

Terimakasih untuk semua doa, tawa dan cinta
Terimakasih untuk indahnya bersama
Terimakasih untuk semuanya...

Malang, 06 November 2014

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji syukur kepada tuhanku ialah Allah SWT. Tuhan pencipta alam semesta serta seisinya, atas segala nikmat dan anugrahnya yang telah diberikan, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan kita, Nabi besar Muhammad SAW be-serta segenap sahabat dan keluarganya serta para pengikutnya yang setia hingga hari kiamat nanti. Akhirnya setelah melalui proses panjang, berliku, dan penuh ujian. Maka atas rahmatNya serta dengan izin-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis merasa bersyukur atas rahmat-Nya, yang telah diberikan kepada penulis untuk menempuh pendidikan dijenjang universitas, khususnya program studi Fisika.

Fisika merupakan salah satu ilmu yang cukup sulit untuk dipelajari, akan tetapi mempelajari fisika mempunyai kesenangan tersendiri. Penulis sangat menyukai dunia fisika, khusunya fisika teori (Theoretical Physics). Alasan penulis memilih fisika teori dikarenakan banyak orang-orang besar yang terlahir dari bidang ini, con-tohnya: Abdussalam (ilmuwan fisika islam pertama yang telah mendapatkan hadiah nobel), Albert Einstein, dan Issac Newton. Mayoritas pemikiran-pemikiran mereka sangat berpengaruh pada dunia sain dan teknologi.

Kesukaan penulis akan keindahan sekaligus keeleganan matematikanya dalam dunia fisika inilah yang kemudian dijadikan pondasi untuk menulis skripsi ini. Skripsi dengan judul ”Studi Transfer Elektron Pada DNA Dengan Pendekatan Integral Lin-tas Feynman Dalam Kerangka Acuan Teori Medan Gauge” ini tidak lain adalah karya kecil dari penulis, yang mungkin nanti dijadikan sumber perangsang tum-buhnya ilmuwan-ilmuwan dari kalangan orang islam. Semoga dengan melihat, berfikir, dan merenungi semua ciptaan Allah ini, kita bisa mendekatkan diri lagi dan mempertebal keimanan kepada-Nya. Semoga bernilai ibadah, amin.

Dalam penulisan skripsi dan selama masa perkuliahan, terdapat banyak pihak yang terlibat serta mendukung penulis. Pada kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Mudjia Raharjo, M.Si selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. DR. drh. Hj. Bayyinatul Muchtaromah, M.Si selaku Dekan Fakultas Sainsdan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Erna Hastuti, M.Si selaku Ketua Jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Erika Rani, M.Si., selaku sebagai dosen pembimbing penulisan skripsi ini, sekaligus dosen yang sering memberikan motivasi, arahan petunjuk, dan yang mau mengajarkan ilmunya dengan penuh kegigihan serta penuh kesabaran sehingga penulisan skripsi ini bisa terselesaikan dengan baik.

Semoga ilmu yang anda berikan kepada penulis dibalas oleh Allah sebagai amalan yang baik, amin.

5. Drs. Abdul Basid, M.Si., selaku sebagai dosen pembimbing integrasi agama. Terimakasih atas segala bantuan serta nasehatnya.
6. Segenap dosen Jurusan Fisika yang tidak dapat disebutkan satu-persatu atas bimbingan, arahan, dan motivasi
7. Segenap staf admin Jurusan Fisika atas bantuan, layanan informasi, dan ker-jasamanya selama ini.
8. Ayah dan Ibu tersayang, yang telah mendukung serta membantu penulis dalam segala hal dan memberikan kasih sayang serta selalu memberikan doa yang tiada henti-hentinya kepada penulis, Serta seluruh keluarga penulis.
9. Teman-teman grup fisika teori. Candra, Bayu, Ari, dan Muhsin.
10. Teman-teman S1 angkatan 2010 atas persahabatan dan motivasi yang diberikan selama ini, terutama semua teman-teman dari jurusan fisika, terlebih lagi dari kelas fisika A.
11. Kepada pihak-pihak lain yang tidak tersebutkan satu-persatu dalam halaman ini yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini.

Semoga sebuah karya sederhana ini dapat memberikan sumbangan bagi ilmu pengetahuan di Indonesia. Penulis menyadari bahwa penulisan skripsi ini juga tidak luput dari kesalahan, untuk itulah penulis mohon maaf. Penulis juga mohon saran dan kritik untuk penyempurnaan skripsi ini.

Malang, 06 November 2014

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL .... **ii**
HALAMAN PERSETUJUAN .... **iii**
HALAMAN PENGESAHAN .... **iv**
HALAMAN PERNYATAAN .... **v**
MOTTO .... **vi**
HALAMAN PERSEMBAHAN .... **vii**
KATA PENGANTAR .... **viii**
DAFTAR ISI .... **x**
DAFTAR GAMBAR .... **xii**
ABSTRAK .... **xiii**

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Batasan masalah 3
1.4 Tujuan Penelitian 4
1.5 Manfaat Penelitian 4

BAB II DNA DAN INTEGRASINYA DALAM ISLAM
2.1 Pandangan Islam tentang DNA 5
2.2 Pengrtian DNA 12
2.2.1 Deoxyribonucleic Acid (DNA) 13
2.2.2 Struktur DNA 14
2.2.3 Isolasi DNA 16
2.2.3.1 Metode Isolasi DNA 17
2.2.3.2 Tahap Isolasi DNA 18
2.2.4 Replikasi DNA 20
2.2.4.1 Mekanisme Replikasi DNA 22
2.2.4.2 Replikasi dan Perbaikan DNA 22
2.2.5 Denaturasi dan Renaturasi DNA 23
2.2.6 Aplikasi dari Teknologi DNA 25
2.3 Transport Muatan Dalam DNA 31

BAB III MODEL HAMILTONIAN PERPINDAHAN ELEKTRON PADA DNA DAN PATH INTEGRAL
3.1 Model Perpindahan Elektron dalam DNA 34
3.2 Fungsional Vakum 38
3.3 Fungsi Pembangkit 47

BAB IV DNA DALAM PENGARUH MEDAN GAUGE
4.1 Transformasi Gauge 55
4.2 Gabungan dengan Medan Magnet: Simetri Gauge 57
4.2.1 Invarian Gauge Klasik 58
4.2.2 Invariansi Kuantum Gauge dan Kuantisasi 60
4.2.3 Invariansi Gauge dan Path Integral 61
4.3 Teori Medan 63

BAB V HASIL DAN PEMBAHASAN
5.1 Lagrangian dan Aksi 77

BAB VI PENUTUP
6.1 Kesimpulan 82
6.2 Saran 82

DAFTAR PUSTAKA
LAMPIRAN A
LAMPIRAN B
LAMPIRAN C

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Struktur DNA (prentis Steve, 1990) (a) DNA primer 15
Gambar 2.2 Struktur tersier (prentis Steve, 1990) 16
Gambar 2.3 Ilustrasi transfer elektron dalam DNA 32
Gambar 3.1 Model rantai DNA satu dimensi... 34
Gambar 4.1 two point 70
Gambar 4.2 Four-non-1 70
Gambar 4.3 Four-non-2 71
Gambar 4.4 Four-non-3 71

ABSTRAK

Zein, Husnul Fuad. 2014. **Studi Transfer Elektron Pada DNA Dengan Pendekatan Integral Lintas Feynman Dalam Kerangka Acuan Teori Medan Gauge** Skripsi. Jurusan Fisika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing: (I) Erika Rani, M.Si. (II) Drs. Abdul Basid, M.Si.

Kata Kunci : DNA, Integral Lintas Feynman, Teori Medan Gauge, Lagrangian Sistem.

DNA berkembang sejak 50 tahun terakhir ini, penelitian tidak hanya dilakukan di bidang biologi, akan tetapi berbagai bidang yang lain khususnya di bidang fisika. Kajian fisika teoritik terkait DNA dan dinamika transfer muatan akhir-akhir ini ramai untuk diteliti. Pada penelitian ini dilakukan studi transfer elektron pada DNA dengan pendekatan integral lintas Feynman dalam kerangka kerja Teori medan gauge. DNA ini dianggap berbentuk seperti silinder panjang dimana persamaan gerak DNA dideskripsikan dalam bentuk persamaan Lagrangian yang terdiri dari gerak elektron, basa nitrogen yang dianggap seperti halnya osilator harmonik dan interaksi antara elektron dan basa nitrogen. Terdapat besaran-besaran fisika yang dapat ditemukan dari kasus ini yaitu terdapat perbedaan Lagrangian dan aksi antara sebelum dan sesudah terkena pengaruh medan gauge yang berdampak pada perubahan energi E, ditemukannya persamaan untuk teori gangguan yang bermula dari fungsional generasi, ditemukannya persamaan interaksi dari teori medan yang berpegang pada simetri gauge, ditandai dengan adanya propagasi ΔF yang mana mengindikasikan adanya *interchange* (perubahan susunan DNA)

ABSTRACT

Zein, Husnul Fuad. 2014. **Electron Transport Study On The DNA Feynman path integral approach in the Framework of Reference Gauge Field Theory**. Thesis. Departement of Physics. Faculty of Science and Technology. State Islamic University Maulana Malik Ibrahim, Malang

Advisor: (I) Erika Rani, M.Si. (II) Drs. Abdul Basid, M.Si.

Keywords: DNA , Feynman path integral, Gauge Field Theory, Lagrangian System.

DNA evolved since the last 50 years, not only conducted research in the biology, but a variety of other sides, especially in the physics. Study of theoretical physics associated with DNA and dynamics of charge transfer busy lately to be researched. In this research study of electron transfer in DNA Feynman path integral approach within the framework of gauge field theory. DNA is considered to be shaped like a long cylinder in which the equations of motion of DNA described in terms of the Lagrangian equations consisting of electron motion, nitrogenous bases are considered as well as the harmonic oscillator and the interaction between the electron and the nitrogen bases. There are physical quantities that can be found from this case that there is a Lagrangian and action each difference between before and after exposure to the influence of gauge fields that have an impact on the change of the energy E, the discovery of the equation for the pertubation theory from a functional generation, the discovery of the interaction equations of field theory that adhered to the gauge symmetry, characterized by the propagation ΔF which indicates interchange (changes in DNA structure)

الملخص

زين, حسن الفؤاد ٢٠١٤. **دراسة نقل الإلكترون في DNA نهج متكامل Integral Lintas Feynman في إطار المرجعية نظرية ميدان Gauge**. بحث جامعي. شعبة الفيزياء كلية العلوم و التكنولوجيا جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج.

المشرف (١)ايريكا رايي الماجستير (٢) عبد البسيط الماجستير.

الكلمة الرئيسية: DNA، Integral Lintas Feynman، **نظرية ميدان** Gauge ، **نظام لاغرانج**.

تطورت DNA منذ السنوات الخمسين الماضية، لم يتم ذلك البحث في مجال البيولوجيا فقط ، ولكن مجموعة متنوعة من المجالات الأخرى، وخاصة في مجال الفيزياء. دراسة الفيزياء النظرية المرتبطة على DNA وديناميكية نقل الإلكترون مشغول في الآونة الأخيرة أن يبحثها. في هذه الدراسة البحثية للنقل الإلكترون في DNA نهج متكامل Integral Lintas Feynman في إطار نظرية ميدان Gauge. ويعتبر DNA ليتم على شكل اسطوانة طويلة و معادلات الحركة من DNA يوصف في شكل المعادلة لاغرانج من حركة الإلكترون، وتعتبر القواعد النيتروجينية كما مذبذب التوافقي والتفاعل بين الإلكترون والقواعد النيتروجينية. هناك الكميات الفيزيائية التي يمكن العثور عليها من هذه الحالة وهي اختلافات بين اغرانج والعمل قبل وبعد التعرض لتأثير ميدان Gauge التي لها تأثير على تغيير E الطاقة, اكتشاف معادلة الاضطرابات للنظرية التي نشأت من جيل وظيفية, اكتشاف معادلات التفاعل من نظرية الميدان التي انضمت إلى التماثل Gauge، تتميز ΔF إكثار مما يدل على التبادل (تغييرات في بنية DNA)

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Manusia di dunia ini diciptakan dengan berbagai macam keragaman yang berbeda antara manusia satu dengan yang lainnya, baik mulai dari bentuk fisiknya, sifat, karakter, wataknya dan aspek-aspek yang lainnya. Walaupun ada seorang yang dilahirkan kembar, mereka juga akan mempunyai perbadaan sedikit maupun banyak. Keanekaragaman itu sangat dipengaruhi oleh perbedaan dari susuna kode genetic yang berada pada DNA. Tidak hanya manusia, semua makhluk hidup mempunyai DNA, dimana DNA tersebut merupakan pembawa informasi yang sangat penting.

Berdasarkan ayat Al Quran Surat Al Haysr ayat 24 :

هُوَ اللَّهُ الْخَالِقُ الْبَارِئُ الْمُصَوِّرُ لَهُ الْأَسْمَاءُ الْحُسْنَى يُسَبِّحُ لَهُ مَا فِي السَّمَاوَاتِ
وَالْأَرْضِ وَهُوَ الْعَزِيزُ الْحَكِيمُ (٢٤)

"*Dialah Allah Yang Menciptakan, Yang Mengadakan, Yang Membentuk Rupa, Yang Mempunyai Asmaaul Husna. Bertasbih kepadaNya apa yang di langit dan bumi. Dan Dialah Yang Maha Perkasa lagi Maha Bijaksana.*" (QS Al Hasyr [59] : 24)

Dari ayat Al Quran tersebut, dapat digaris bawahi pada kalimat "Yang membentuk rupa". Yang paling mendasari perbedaan rupa baik perbedaan bentuk, warna, ataupun perbedaan fisik antar makhluk hidup adalah susunan genetika atau kode-kode genetika yang ada pada DNA, dari pemikiran tersebutlah penulis mempunyai keinginan untuk meneliti lebih lanjut mengenai molekul yang sangat istimewa ini yaitu "DNA".

Sejak 50 tahun terakhir ini banyak penelitian yang dilakukan oleh para ahli mengenai DNA. Pemahaman yang baik mengenai fungsi DNA di dalam sel telah mengantarkan manusia untuk melakukan berbagai usaha penelitian hingga dapat mendatangkan manfaat bagi kehidupan, terutama di bidang Bioteknologi. Sebaagai contoh, sidik jari DNA atau DNA *fingerprinting* dalam analisa forensik yang mempermudah pekerjaan polisi untuk menangkap kriminal. Contoh lain yakni tanaman transgenik atau tanaman yang direkayasa DNA-nya sehingga dapat menghasilkan panen yang lebih tinggi ataupun memiliki sifat yang dikehendaki, seperti resisten terhadap herbisida ataupun dapat hidup di lahan yang kering. Bahkan, saat ini tes DNA bisa dilakukan untuk mengetahui kemungkinan kondisi anak kita nanti. Dengan begitu, kemungkinan munculnya cacat atau penyakit genetik yang langka dapat diketahui.

Banyak peneliti sebelumya yang meneliti mengenai transport muatan dalam DNA, diantaranya adalah *Elastic property of single double-stranded DNA molecules: Theoretical study and comparison with experiments* oleh Zhou Haijun pada tahun 2000, Mobilitas muatan dalam model quantum oleh oleh Lakhno D V pada tahun 2006 dan 2008 yang menjelaskan bahwa mobilitas bertambah dengan berkurangnya temperature, *Denaturation Patterns in Heterogeneous DNA* oleh Marco Zoli tahun 2010, *Stacking Interactions in Denaturation of DNA Fragments* oleh Marco Zoli tahun 2011, *Thermodynamics of Twisted DNA with Solvent Interaction* oleh Marco Zoli tahun 2011, *Wrapping Transition and Wrapping-Mediated Interactions for Discrete Binding along an Elastic Filament: An Exact Solution Modeling DNA Dynamics by Path Integrals* oleh Marco Zoli tahun 2013.

Kemudian pendekatan yang lain adalah dengan menggunakan Feynman path integrals yang mana pendekatan ini untuk energi pada keadaan dasar serta efektif massa pada electron dalam DNA oleh Natda N pada tahun 2003, serta penelitian yang dilakukan oleh Sikarin Yoo-Kong dan Watchara Liewrian pada tahun 2012 yang menjelaskan tentang Deskripsi teoritis mobilitas muatan yang bergerak sepanjang model dari satu-dimensi rantai DNA dengan menggunakan metode path integral.

Penelitian- penelitian yang telah disebutkan, ada dua penelitian yang hampir mirip dengan apa yang akan dilakukan yaitu: pertaman, penelitian yang dilakukan oleh Natda N pada tahun 2003, hasil dari penelitiannya menyebutkan bahwa dalam kopling lemah, energi pada keadaan dasar E_0 menurun secara perlahan sedangkan untuk konstanta kolpling α meningkat atau bertambah, sebaliknya ketika dalam kopling kuat. Kedua, penelitian yang dilakukan oleh Sikarin Yoo-Kong dan Watchara Liewrian pada tahun 2012, dan hasil yang didapatkan adalah pada suhu yang sangat rendah mobilitas cenderung menjadi nol mencerminkan konduktifitas yang sangat tinggi, penelitian tersebut berdasarkan penelitian teoritik akan tetapi masih banyak perdebatan dengan hasil eksperimen, karena eksperimen lebih banyak fokus pada temperatur ruang atau termasuk temperatur tinggi.

Mekanisme transport muatan dalam DNA sangat penting untuk dipelajari khususnya dalam bidang fisika, karena dengan mempelajarinya dapat mengetahui bagian dalam DNA secara partikel, dan kemungkinan juga di masa yang akan datang penyambuhan mutasi genetik dapat dilakukan dengan ini.

1.2 Rumusan Masalah

Penelitian ini merumuskan 2 permasalahan pokok sebagai berikut:

1. Bagaimana sifat-sifat fisis dari transport muatan dalam DNA dengan menggunakan menggunakan pendekatan integral lintas Feynman?

2. Bagaimana karekteristik transport DNA setelah dikenai medan Gauge dengan pendekatan Feynman *path integral*(integral lintas)?

1.3 Batasan masalah

Penelitian ini hanya mengkaji secara teoritik transport muatan pada DNA dan dengan menggunakan pendekatan integral lintas Feynman.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini antara lain:

1. Untuk mengetahui sifat-sifat fisis dari transport muatan dalam DNA dengan menggunakan menggunakan pendekatan integral lintas Feynman.

2. Untuk Mengetahui karekteristik transport DNA setelah dikenai medan Gauge dengan pendekatan Feynman *path integral*(integral lintas).

1.5 Manfaat Penelitian

Ada banyak manfaat dari penelitian ini, salah satu diantara manfaat mempelajari transfer muatan dalam DNA adalah

1. Mengetahui dinamika atau proses yang terjadi dalam DNA yang kaitannya dengan pertukaran kode basa nitrogen, di mana pertukaran tersebut bisa memungkinkan terjadinya mutasi atau kerusakan pada DNA

2. Dalam jangkan panjang, penelitian ini dimungkinkan bisa menjadi sumber informasi untuk mengkaji penyakit mutasi genetik dan penyembuhannya melalui penembakan partikel.

BAB II

DNA DAN INTEGRASINYA DALAM ISLAM

2.1 Pandangan Islam tentang DNA

Terinspirasi dari ayat Al Quran Surat Al Haysr ayat 24 :

هُوَ اللَّهُ الْخَالِقُ الْبَارِئُ الْمُصَوِّرُ لَهُ الأَسْمَاءُ الْحُسْنَى يُسَبِّحُ لَهُ مَا فِي السَّمَاوَاتِ وَالأَرْضِ وَهُوَ الْعَزِيزُ الْحَكِيمُ (٢٤)

.

"*Dialah Allah Yang Menciptakan, Yang Mengadakan, Yang Membentuk Rupa, Yang Mempunyai Asmaaul Husna. Bertasbih kepadaNya apa yang di langit dan bumi. Dan Dialah Yang Maha Perkasa lagi Maha Bijaksana.*" (QS Al Hasyr [59] : 24)

Terkadang disangka bahwa nama-nama ini mempunyai makna yang sama. Walaupun setiap nama ini kembali pada makna menciptakan dan mewujudkan, namun sebenarnya setiap nama ini mempunyai makna yang spesifik. Artinya, segala sesuatu yang muncul dan ketiadaan kepada wujud, maka ia membutuhkan ketentuan pada awalnya. Kemudian pada wujud yang sesuai dengan ketentuan pada kedua kalinya. Dan pada pembentukan rupa setelah diwujudkan pada ketiga kalinya (Mahmudin, 2008).

Allah adalah Pencipta dari segi Dia menentukan, Yang mengadakan dari segi Dia mewujudkan, dan Yang membentuk rupa dari segi Dia mengatur segala rupa ciptaan-Nya.

ذَلِكُمُ اللَّهُ رَبُّكُمْ لا إِلَهَ إِلا هُوَ خَالِقُ كُلِّ شَيْءٍ فَاعْبُدُوهُ وَهُوَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ وَكِيلٌ (١٠٢)

.

"*(yang memiliki sifat-sifat yang) demikian itu ialah Allah Tuhan kamu; tidak ada Tuhan selain dia; Pencipta segala sesuatu, Maka sembahlah dia; dan Dia adalah pemelihara segala sesuatu.*" (QS Al An′am [6] : 102)

الْعِجْلَ فَتُوبُوا إِلَى بَارِئِكُمْ(٥٤)

.

"*Maka bertaubatlah kepada Tuhan yang menjadikan kamu .....*" (QS Al Baqarah [2] : 54)

هُوَ الَّذِي يُصَوِّرُكُمْ فِي الأَرْحَامِ كَيْفَ يَشَاءُ لا إِلَهَ إِلا هُوَ الْعَزِيزُ الْحَكِيمُ (٦)

.

"*Dialah yang membentuk kamu dalam rahim sebagaimana dikehendaki-Nya. tak ada Tuhan (yang berhak disembah) melainkan Dia, yang Maha Perkasa lagi Maha Bijaksana.*" (QS Ali Imran [3] : 6)

Sebagaimana sebuah bangunan yang pertama kali membutuhkan kekuatan bahan, ukuran, luas, bahan, dan sebagainya. Kemudian kedua para insinyur dan tukang bangynan yang mengerjakan bangunannya. Dan ketiga pada orang yang menghiasi dean mengukir bangunannya. Ini adalah kebiasaan yang berlaku dalam emembuat bangunan. Namun tidak demikian dengan perbuatan Allah. Dialah yang menentukan, mewujudkan dan menghiasinya. Dialah yang menciptakan segalanya mengadakan dan membentuk rupanya (Mahmudin, 2008).

Contoh yang bisa menggambarkan hal ini adalah proses penciptaan manusia, sebagaimana diterangkan dalam firman Allah:

وَلَقَدْ خَلَقْنَا الإنْسَانَ مِنْ سُلالَةٍ مِنْ طِينٍ (١٢) ثُمَّ جَعَلْنَاهُ نُطْفَةً فِي قَرَارٍ مَكِينٍ (١٣) ثُمَّ خَلَقْنَا النُّطْفَةَ عَلَقَةً فَخَلَقْنَا الْعَلَقَةَ مُضْغَةً فَخَلَقْنَا الْمُضْغَةَ عِظَامًا فَكَسَوْنَا الْعِظَامَ لَحْمًا ثُمَّ أَنْشَأْنَاهُ خَلْقًا آخَرَ فَتَبَارَكَ اللَّهُ أَحْسَنُ الْخَالِقِينَ (١٤)

.

"*Dan Sesungguhnya Kami telah menciptakan manusia dari suatu saripati (berasal) dari tanah. Kemudian Kami jadikan saripati itu air mani (yang disimpan) dalam tempat yang kokoh (rahim). Kemudian air mani itu Kami jadikan segumpal darah, lalu segumpal darah itu Kami jadikan segumpal daging, dan segumpal daging itu Kami jadikan tulang belulang, lalu tulang belulang itu Kami bungkus dengan daging. kemudian Kami jadikan Dia makhluk yang (berbentuk) lain. Maka Maha sucilah Allah, Pencipta yang paling baik..*" (QS Al mukminun [23] : 12 – 14)

Dari segi menentukan segala hak di atas dan mewujudkannya sesuai dengan ketentuan itu, Dia adalah pembuat dan pencipta (*al Khaliq*). Dari segi hanya mewujudkan, menjadikan dari tiada menjadi ada, Dia adalah *Dzat* yang mengadakan (*Al Bari'*). Dan dari segi Dia membentuk rupa dengan sebaik-baik bentuk, Dia adalah Dzat yang membentuk rupa (*al Mushawwir*).

Al Khaaliq (menciptakan) adalah sifat Allah yang tidak dimiliki oleh siapa pun. Sifat ini mencerminkan sebuah kekuasaan mutlak tanpa batas, keagungan yang kekal dan abadi, dan juga kesempurnaan penciotaan yang benar-benar sempurna.

Al Bari' dapat berarti Dzat Yang Maha Pencipta yang dapat mewujudkan sebuah keserasian hubungan di antara para makhluk yang berada di alam semesta ini, seperti planet, bintang, angin, dan sebagainya, semua tunduk dan berjalan sesuai dengan aturan dan *sunnah*-Nya yang tidak dapat diganti oleh siapa pun.

Al Mushawwir berarti Dzat Maha Pencipta Makhluk sesuai dengan bentuknya masing-masing yang beraneka ragam.

Tiga nama ini termasuk bagian dari sifat-sifat perbuatan Allah yang tidak mengetahui hakikatnya kecuali orang yang memiliki pengetahuan tentang alam semesta. Jika kita mengetahui bagian-bagian alam ini, kemudian kita emnghitung hikaman yang terkandung di dalamnya, maka kita tentu tidak akan bisa menghitungnya. Seorang yang pengetahuannya lebih mendalam tentang alam semesta ini, maka ia lebih memahami tentang makna *Al Mushawwir*.

Bukti bahwa Allah adalah Sang Pencipta adalah keberadaan alam semesta ini. Apa yang tersebar di sekeliling kita dalam keluasan dan kompleksitasnya menjadi saksi akan keberadaan Tuhan sebagai Sang Pencipta. Setiap saat, sejumlah besar bentuk-bentuk secara kontinyu muncul, tanpa dibantu oleh manusia sama sekali. Bahkan seluruh manusia di dunia berkumpul, mereka tidak akan mampu menciptakan bahkan sebutir pasir sekalipun. Ketika kita berusaha menggambarkannya dengan kata-kata, makakita hanya mengurangi keajaibannya, sebab kita tidak dapat memperlakukannya dengan adil hanya semata-mata dengan ungkapan manusia(Mahmudin, 2008).

Kita tahu bahwa segala yang kita saksikan di alam ini adalah materi, sedangkan meteri itu pasti mati, dan sesuatu yang mati tidak dapat menciptakan yang hidup. Lalu bagaimana mungkin sesuatu yang mati bisa memberi kehidupan?

Adanya materi dan gerakannya, yakni kemampuannya adalah merupakan akibat. Maka hurus ada sebab yang diperlukan untuk pengadaannya, yaitu Tuhan yang bersifat *azali*, yang bukan materi. Sebab bila Dia tidak *azali* , maka Dia baru, jika Dia baru, maka Dia materi. Lalu bagaimana mungkin yang mati itu menciptakan yang hidup?

Lihatlah kejadian manusia, hewan yang paling mulia dan utama. Ia dijadikan dari setetes air mani atau sperma yang kemudian berproses dari satu keadaan ke keadaan yang lain sampai sempurna penciptaannya. Dalam cara-cara yang tidak dapat diketahui oleh kita, ia mengambil bentuk yang sangat bagus. Tulang-tulang yang berada di dalamnya mengambil bentuk sebuah kerangka yang berguna yang dibungkus dengan daging dan ditutupi oleh lapisan kulit yang tumbuh di atasnya bulu-bulu dan kuku. Dengan darah yang mengalir melalui saluran-saluran yang terdapat di dalam kerangka ini, kesemuanya ini bergabung menjadi seorang manusia yang dapat berjalan, memegang, mendengar, tersenyum, merasakan, memiliki pikiran untuk mengingat sesuatu, menerima informsi, menganalisanya dan kemudian mengungkapkannya dalam bentuk perkataan maupun tulisan (Mahmudin, 2008).

Terbentuknya sebuah wujud yang mengagumkan seperti itu dari benda yang lembab (tanah lumpur) adalah lebih dari sekedar keajaiban. Partikel-partikel yang menyusun manusia adalah sama dengan partikel-partikel yang menyusun tanah dan batu tetapi, pernahkah kita melihat segumpal batu berbicara, atau melihat sebongkah batu berjalan?

Sperma adalah mesin biologis yang tidak mampu berfikir, tidak memiliki kecerdasan, dan tidak dapat merasakan keadaan dirinya. Namun sel-sel pembentuk tubuh manusia itu berperilaku seolah-olah ia telah tahu tugasnya masing-masing, di mana ia harus menempatkan diri dan dengan sek mana ia harus menyambung sel lainnya. Milyaran sel-sel tersebut bergerak mengikuti rencana cerdas ini bergerak menuju titik yang ia tempati sehingga benar-benar terbentuk organ yang sungguh berbeda. Sebagian ada yang membentuk otak, sebagian ada yang membentuk hati, dan sebagian lain ada yang membentuk oragan lainnya. Lalu pertanyaannya, Bagaimana sel-sel yang tidak memiliki kesadaran itu dapat membentuk organ dalam, rangka, otak? Siapakah gerangan yang menjadikan sel-sel yang tak mampu berfikir itu mengikuti rencana cerdas ini? Siapakah yang menetapkan hukum-hukum penciptaan tersebut sehingga menjadi sempurna? Sungguh ini adalah karya ciptaan yang sangat menakjubkan, yang membuktikan adanya Pencipta Yang Kuasa. Dan tidak ada dalil satu pun yang mengingkarinya (Mahmudin, 2008).

أَفَرَأَيْتُمْ مَا تُمْنُونَ (٥٨) أَأَنْتُمْ تَخْلُقُونَهُ أَمْ نَحْنُ الْخَالِقُونَ (٥٩)

.

"*Maka Terangkanlah kepadaku tentang nutfah yang kamu pancarkan. Kamukah yang menciptakannya, atau kamikah yang menciptakannya?.*" (QS Al Waqi'ah [56] : 58 – 59)

Yang dipunyai manusia dari nama ini (*al Mushawwir*) adalah mempelajari, meneliti dan memahami gambran alam semesta, mulai dari proses penciptaan, keteraturan, susunan, sampai pada hikmah-hikmah yang terpendam di dalamnya. Firman Allah:

يَا أَيُّهَا النَّاسُ اذْكُرُوا نِعْمَةَ اللَّهِ عَلَيْكُمْ هَلْ مِنْ خَالِقٍ غَيْرُ اللَّهِ يَرْزُقُكُمْ مِنَ السَّمَاءِ
وَالأَرْضِ لا إِلَهَ إِلا هُوَ فَأَنَّى تُؤْفَكُونَ (٣)

.

"Hai manusia, ingatlah akan nikmat Allah kepadamu. Adakah Pencipta selain Allah yang dapat memberikan rezki kepada kamu dari langit dan bumi ? tidak ada Tuhan selain dia; Maka Mengapakah kamu berpaling (dari ketauhidan)?." (QS Fathir [35] : 3)

Dan mengenal, mengetahui dan memahami beragam bentuk ciptaan Allah di alam ini, maka seorang akan lebih bisa memahami Allah sebagai Dzat yang mebentuk rupa (*Al Mushawwir*). Dan dengan pengetahuannya itu ia mampu membuat gambaran alam semesta dalam hatinya.

Adapun nama *Al Khaaliq* dan *Al Bari'*, maka tiada tempat bagi manusia dalam kedua nama ini kecualihanya sebatas majaz saja. Artinya penciptaan yang dilakukan manusia- itu dikembalikan pada adanya kekuasaan yang bersumber dari ilmu. Dan Allah telah menciptakan dan memberikan ilmu serta kekuasaan pada manusia, yang dengan ilmu dan kekuasaannya itu ia mampu berkreasi dan berinovasi.

Sesungguhnya, segala wujud di alam ini terbagi menjadi dua bagian; pertama, yang tiidak ada kaitannya sama sekali dengan kemampuan manusia, seperti penciptaan langit, bintang-bintang, bumi, binatang, tumbuh-tumbuhan, dan yang lainnya. Kedua, yang berkaitan dengan kemampuan dan hasil karya manusia, seperti hal-hal yang berkaitan dengan pertukangan, bangunana,politik, ekonomi, dan lain-lain (Mahmudin, 2008).

Selain itu, Rasulullah SAW juga menjelaskan dalam hadis beliau:

عَن اَبِي هُرَيرَةَ رَضِيَ اللهُ عنه قَالَ اَنَّ رَجُلًا اَتَي النَّبِيَّ ص م فَقَالَ يَا رَسُوْلَ اللَّهِ وَلَدَ لِي غُلَا مٌ اَسْوَادٌ فَقَالَ هَلْ لَكَ مِنْ اِبِلٍ قَالَ نعَم ماَ اَلْوَانُهاَ قَالَ حُمْرٌ قَالَ هَلْ فِيْهَا مِنْ اَوْرَق قَالَ نَعَم قَالَ فَاَنِّي ذَلِكَ قَالَ لَعَلَّهُ نَزَعَهُ عِرْقٌ قَالَ فلَعَلَّ ابنَكَ هَذَا نَزَعَهُ (رواه االبخاري)

.

"Dari Abu Hurairah RA. Berkata bahwasanya seorang laki-laki datang menghadap Nabi SAW dan berkata, "Wahai Rasulullah, anak laki-laki saya lahir (berkulit) hi-

tam." Nabi SAW bertanya: "Apakah kamu mempunyai unta?" Ia menjawab: "Ya." Nabi SAW bertanya lagi: "Apa warnanya?" Ia menjawab: "Merah." Nabi SAW bertanya lagi: "apakah ada warna abu-abunya?" Ia menjawab: "Ya." Nabi SAW bertanya lagi: " Dari mana itu?" Ia menjawab: "Barang kali ia dipengaruhi gen (moyangnya)." Nabi SAW berkata: "Barangkali saja (kulit hitam) anakmu ini juga dipengaruhi gen (moyang kamu).""'(HR. Al Bukhari)

Hadis di atas merupakan fondasi ilmu genetika yang belum diketahui sebelumnya. Sebab yang dimaksud dengan *'irq* (gen leluhur) dalam hadis tersebut adalah asal-asul nasab sebagaimana ras buah-buahan. Memang keberadaan janin yang memperoleh dan mewarisi sifat-sifat kedua orangtuanya yang berbagi sumbangsih dalam sifat tersebut dalam persentase yang berlainan merupakan fakta yang dapat disaksikan bersama (empirik). Akan tetapi, pengembangan faktor gen ini hingga ke leluhur-leluhurnya baru dapat dimengerti setelah ditemukannya mekanisme pewarisan sifat pada akhir abad sembilan belas (1865-1869 M), tepatnya seorang ilmuan berkebangsaan Swiss yang bernama Mendel, berhasil meletakkan dasar hukum genetika melalui sejumlah penelitian dan eksperimen yang diuji cobakan pada kacang polong (buncis). Ia menyimpulkan bahwa proses penurunan sifat dari satu generasi ke generasi berikutnya dipengaruhi faktor-faktor yang sangat keci, yang selanjutnya dikenal dengan nama pembawa sifat turunan atau gen (An Najjar, 2011).

Hingga awal abad sembilan belas, gen-gen hanya berupa rumus-rumus yang digunakan untuk menafsirkan proses diversifikasi dalam penciptaan sampai akhirnya Morgan (1866-1945 M) mampu membuktikan bahwa sifat-sifat turunan pada lalat buah dibawa oleh partikel-partikel benang yang sangat kecil dan berada dalam inti sel hidup. Partikel ini mempunyai sensitivitas yang sangat tinggi untuk memproduksi kromosom dan mewarnainya sehingga ia kemudian disebut dengan istilah kromosom yang berfungsi untuk mengembangbiakan dan menawarkan gagasan penggambaran peta detail kromosom.

Pada tahun 1955 M, James Watson dan Francis Crick berhasil mengenali struktur kimiawi asam nukleat yang ditulis komposisinya oleh kode genetik. Mereka juga berhasil menemukan kemampuan asam nukleat untuk membalah dan menciptakan duplikasi dirinya. Jika kita tarik pembelahan ini jauh ke belakang seiring dengan perjalanan waktu, maka kode genetik milik bermiliar-miliar manusia yang memenuhi bumi sekarang ini, juga manusia yang sudah meninggal dunia dan manusia yang akan lahir setelah kita sampai hari kiamat kelak, semua berasal dari satu kode genetik, yaitu kode genetik yang ada di dalam tulang sulbi Nabi Adam AS saat mula diciptakan. Dan variasi sifat dalam kode genetik inilah yang menyebabkan manusia memiliki bermacam-macam karakter dalam berbagai ragam tingkah laku dan kewajiban (An Najjar, 2011).

Pembawaan, kecenderungan, cita rasa, tempramen, warna kulit, tinggi badan, golongan darah, dan sifat-sifat lainnya yang ada dalam diri seseorang, semuanya adalah warisan turun-temurun dari geneologi kakek buyutnya, baik dari garis ayah, maupun dari garis ibu. Sebagian sifat ini ada yang tersembunyi dan ada yang dominan. Terkadang sifat yang tersembunnyi ini muncul pada satu generasi tertentu.

Dari sini menjelaskan *magnificence* (kemukjizatan) hadis Nabi SAW: Barangkali ia dipengaruhi gen (nenek moyangnya). Ini merupakan fakta ilmiah yang belum diketahui sepenuhnya, kecuali baru pada dekade awal abad ke-20 dan itu pun baru mengkristal pada akhir abad ke-20. Sehingga ungkapan Nabi SAW terkait dengan penjelasan ini termasuk bukti otoritatif kenabian dan risakahnya (An Najjar, 2011).

2.2 Pengrtian DNA

Asam nukleat merupakan suatu polinukleotida, yaitu polimer linier yang tersusun dari monomer-monomer nukleotida yang berikatan melalui ikatan fosfodiester. Fungsi utama asam nukleat adalah sebagai tempat penyimpanan pemindahan informasi genetik. Informasi ini diteruskan dari sel induk ke sel anak melalui proses replikasi. Sel memiliki dua jenis asam nukleat yaitu asam deoksiribonukleat (deoxyribonucleic acid/DNA) dan asam ribonukleat (ribonucleic acid/RNA).

2.2.1 Deoxyribonucleic Acid (DNA)

Secara bahasa, deoxyribonucleic acid (DNA) tersusun dari kata deoxyribosa yang berarti gula pentosa, nucleic yang dalam bahasa Indonesia biasa dikenal dengan sebutan nukleat dan kata nukleat berasal dari kata nucleus yang berarti inti, serta acid yang berarti zat asam. Karena terdapat didalam nukleus sel, maka DNA juga disebut dengan asam nukleat (Ahmad Ramali dan Pamoentjak, 1996).

Secara terminologi, DNA adalah persenyawaan kimia yang membawa keterangan genetik dari sel khususnya atau dari makhluk dalam keseluruhannya dari satu generasi ke generasi berikutnya.

Menurut Stephen N. Kreitzman, DNA adalah cetak biru, kode kehidupan, di mana tiap sel hidup pasti mengandung kode kehidupan ini. Kode ini mengandung semua informasi yang diperlukan untuk membuat sel yang akan menjadi sel saraf, sel otot atau sel kulit. Selain itu kode ini mengandung informasi yang menentukan apakah sel itu akan menjadi sel tikus, sel anjing atau sel manusia.

DNA adalah unit bahan genetis. Gen terdiri dari DNA/ asam deoksiribonukleat yang diselaputi dan diikat oleh protein. Dan gen sendiri adalah unit terkecil bahan sifat keturunan. Gen-lah yang mengandung informasi yang diteruskan dari generasi ke generasi dan yang menentukan sifat-sifat suatu organisme (Wildan Yatim, 1983). Di dalam DNA terkandung informasi keturunan suatu makhluk hidup yang akan mengatur program keturunan selanjutnya (Nurcholis Bakry, 1996).

DNA sangat menarik perhatian para Biologiwan modern dalam abad ini, seperti halnya ahli kimia serta fisika tertarik pada atom. Oleh karena DNA sangat erat hubungannya dengan hampir semua aktipitas biologi, maka banyak sekali penyelidikan telah dilakukan, bahkan kini masih terus berjalan untuk mengetahui lebih banyak lagi tentang DNA. DNA menempati tempat utama dalam sitologi (ilmu hal sel), genetika, biologi molekul, mikrobiologi, biologi perkembangan, biokimia dan evolusi.

2.2.2 Struktur DNA

Ada tiga struktur DNA yang dikenal selama ini. Struktur-struktur DNA tersebut adalah sebagai berikut:

1. Struktur primer

   DNA tersusun dari monomer-monomer nukleotida. Setiap nukleotida terdiri dari satu basa nitrogen berupa senyawa purin atau pirimidin, satu gula pentosa berupa 2'-deoksi-D-ribosa dalam bentuk furanosa, dan satu molekul fosfat. Penulisan urutan basa dimulai dari kiri yaitu ujung 5' bebas (tidak terikat nukleotida lain) menuju ujung dengan gugus 3 hidroksil bebas atau dengan arah $5' \rightarrow 3'$ (Darnell, et al., dalam T. Milanda, 1994).

2. Struktur sekunder

   Salah satu sifat biokimia DNA yang menentukan fungsinya sebagai pembawa informasi genetik adalah komposisi basa penyusun. Pada tahun 1949-1953, Edwin Chargaff menggunakan metode kromatografi untuk pemisahan dan analisis kuantitatif keempat basa DNA, yang diisolasi dari berbagai 2 organisme. Kesimpulan yang diambil dari data yang terkumpul adalah sebagai berikut :

   (a) Komposisi basa DNA bervariasi antara spesies yang satu dengan spesies yang lain.

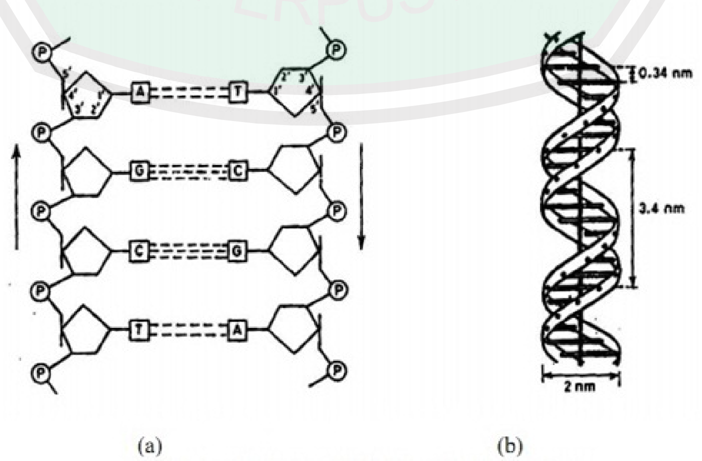
   (b) Sampel DNA yang diisolasi dari berbagai jaringan pada spesies yang sama mempunyai komposisi basa yang sama.

   (c) Komposisi DNA pada suatu spesies tidak berubah oleh perubahan usia, keadaan nutrisi maupun perubahan lingkungan.

(d) Hampir semua DNA yang diteliti mempunyai jumlah residu adenin yang sama dengan jumlah residu timin (A=T), dan jumlah residu guanin yang sama dengan jumlah residu sitosin(G=C) maka A+G = C+T, yang disebut aturan Charrgaff.

(e) DNA yang diekstraksi dari spesies-spesies dengan hubungan kekerabatan yang dekat mempunyai komposisi basa yang hampir sama.

Pada tahun 1953, James D. Watson dan Francis H.C. Crick berhasil menguraikan struktur sekunder DNA yang berbentuk heliks ganda melalui analisis pola difraksi sinar X dan membangun model strukturnya (Darnell, et al. Dalam T. Milanda, 1994). Heliks ganda tersebut tersusun dari dua untai polinukleotida secara antiparalel (arah $5' \rightarrow 3'$ saling berlawanan), berputar ke kanan dan melingkari suatu sumbu. Unit gula fosfat berada di luar molekul DNA dengan basa-basa komplementer yang berpasangan di dalam molekul. Ikatan hidrogen di antara pasangan basa memegangi kedua untai heliks ganda tersebut (Willbraham3 and Matta dalam T. Milanda, 1994). Kedua untai melingkar sedemikian rupa sehingga keduanya tidak dapat dipisahkan kembali bila putaran masing-masing untai dibuka.



Gambar 2.1: Struktur DNA (prentis Steve, 1990) (a) DNA primer (b) DNA skunder

Jarak di antara kedua untai hanya memungkinkan pemasangan basa purin (lebih besar) dengan basa pirimidin (lebih kecil). Adenin berpasangan dengan timin membentuk dua ikatan hidrogen sedangkan guanin berpasangan dengan sitosin membentuk tiga ikatan hidrogen.

Dua ikatan glikosidik yang mengikat pasangan basa pada cincin gula, tidak persis berhadapan. Akibatnya, jarak antara unit-unit gula fosfat yang berhadapan sepanjang heliks ganda tidak sama dan membentuk celah antara yang berbeda, yaitu celah mayor dan celah minor.

3. Struktur tersier

   Kebanya kan DNA virus dan DNA mitokondria merupakan molekul lingkar. Konformasi ini terjadi karena kedua untai polinukleotida membentuk struktur tertutup yang tidak berujung. Molekul DNA lingkar tertutup yang diisolasi dari bakteri, virus dan mitokondria seringkali berbentuk superkoil, selain itu DNA dapat berbentuk molekul linier dengan ujung-ujung rantai yang bebas.

Gambar 2.2: Struktur tersier (prentis Steve, 1990)
(a) Konfirmasi DNA sirkular (b) Konfirmasi DNA linier

2.2.3 Isolasi DNA

Isolasi DNA merupakan langkah mempelajari DNA. Salah satu prinsip isolasi DNA yaitu dengan sentrifugasi. Sentrifugasi merupakan teknik untuk memisahkan campuran berdasarkan berat molekul komponennya. Molekul yang mempunyai berat molekul besar akan berada di bagian bawah tabung dan molekul ringan akan berada pada bagian atas tabung (Mader, 1993).

DNA isolation is the use of DNA for analysis or manipulation usually requires that it is isolated and purified to a certain extent (Wilson, Keith and John, 2010).

2.2.3.1 Metode Isolasi DNA

1. Teknik *Random Amplified Polymorphic* DNA (RAPD)

   Teknik pengujian polimorfisme DNA berdasarkan pada amplifikasi dari segmen-segmen DNA acak yang menggunakan primer tunggal yang sekuen nukleotidanya ditentukan secara acak. Primer tunggal ini biasanya berukuran 10 basa. PCR dilakukan pada suhu anealing yang rendah yang memungkinkan primer menempel pada beberapa lokus pada DNA. Aturan sederhana untuk primer adalah terdiri atas 18- 28 susunan basa dengan persentase G+C 50 persen-60 persen (Subandiyah, 2006).

2. Metode CTAB

   Menghasilkan pita DNA yang berukuran tebal dan dapat memisahkan DNA dari polisakarida karena adanya perbedaan karakteristik kelarutan (*differensial of solubility*). Disamping deperoleh fragmen DNA, dengan metode CTAB juga akan diperoleh RNA dengan pita tipis yang terletak jauh berada di bawah pita DNA. Keberadaan pita RNA tergantung bahan yang diekstraksi (Prasetyo, 2008).

3. Phenolchloroform

   Mengunakan senyawa Phenol-choloroform-isoamyl alcohol, Metode standard untuk ekstraksi DNA, akhir-akhir ini ditinggalkan karena sifat toksik phenol.

4. *Salting Out*

   Menggunakan garam konsentrasi tinggi (NaCl 6 M), untuk medenaturisasi protein menggunakan Proteinase K untuk denaturasi protein.

5. *Guanidine isothiocyanate*

   Metode ini lebih cepat dibanding dua metode sebelumnya. Thiocyanate bersifat toksik, untuk lisis dinding sel, memerlukan chloroform untuk denaturasi protein.

6. *Silica Gel*

   Silica gel dapat mengikat DNA dengan perantaraan garam/*buffer* tertentu (NaI), cepat, tetapi recovery DNA kurang (Barnum, 2005).

7. PCR (*Polymerase Chain Reaction*)

   Merupakan suatu teknik perbanyakan (amplifikasi) potongan DNA secara in vitro pada daerah spesifik yang dibatasi oleh dua buah primer oligonukleotida. Primer yang digunakan sebagai pembatas daerah yang diperbanyak adalah DNA untai tunggal yang urutannya komplemen dengan DNA templatnya. Proses tersebut mirip dengan proses replikasi DNA secara in vivo yang bersifat semi konservatif (Giri, 2004).

2.2.3.2 Tahap Isolasi DNA

1. Isolasi jaringan

   Tahap pertama yang dilakukan yaitu mengisolasi jaringan yang ingin digunakan.

2. Pelisisan dinding dan membran sel

   Tahap selanjutnya yaitu melisiskan dinding dan membran sel dengan cara penggerusan (homogenasi), sentrifugasi dengan kecepatan lebih dari 10.000 rpm atau dengan menggunakan larutan pelisis sel atau buffer ekstraksi. Inti sel harus dilisiskan, karena substansi gen yang diinginkan ada didalamnya.

Penambahan larutan pelisis sel ini bertujuan untuk melisiskan sel yang tidak mengandung DNA agar sel yang mengandung inti sel dapat diisolasi atau dipisahkan dari komponen-komponen sel lainnya yang tidak berfungsi.

3. Pengekstraksian dalam larutan

   Selanjutnya supernatant yang terbentuk dibuang dan kemudian dilakukan ekstraksi di dalam larutan. Hal tersebut bertujuan agar didapat ekstrak.

4. Purifikasi

   Tahap ini bertujuan untuk membersihkan hasil ekstrak dari zat-zat lainnya. Pada larutan tersebut kemudian diberikan RNAse dan diinkubasi selama 10 menit pada suhu 65^oC. Hal tersebut bertujuan untuk mengoptimalkan kerja enzim yang sangat dipengaruhi oleh temperatur. Penambahan RNAse berguna untuk menyingkirkan kontaminasi RNA sehingga DNA dapat diisolasi secara utuh.

5. Presipitasi

   Tahap terakhir, yaitu presipitasi bertujuan untuk mengendapkan protein histon, sehingga untai-untai DNA tidak lagi menggulung (coiling) dan berikatan dengan protein histon, yang menyebabkan DNA menjadi terlihat. Tahap presipitasi dilakukan dengan cara meneteskan larutan presipitasi protein dan kemudian divortex yang bertujuan untuk menghomogenkan larutan. Larutan presipitasi protein terdiri atas amonium asetat yang jika berikatan dengan protein mengakibatkan terbentuknya senyawa baru dengan kelarutan lebih rendah, sehingga menyebabkan protein mengendap. Larutan tersebut kemudian disentrifugasi kembali selama 5 menit dengan kecepatan 13.000 rpm. Prinsip utama sentrifugasi adalah memisahkan substansi berdasarkan berat jenis molekul dengan cara memberikan gaya sentrifugal sehingga substansi yang lebih berat akan berada di dasar, sedangkan substansi yang lebih ringan akan terletak di atas (Fauziah, 2010).

2.2.4 Replikasi DNA

Replikasi adalah peristiwa sintesis DNA. Replikasi DNA adalah proses penggandaan rantai ganda DNA. Pada sel, replikasi DNA terjadi sebelum pembelahan sel. Prokariota terus-menerus melakukan replikasi DNA. Sedangkan pada eukariota waktu terjadinya replikasi DNA sangat teratur, yaitu pada fase S siklus sel sebelum mitosis atau meiosis I. Penggandaan tersebut memanfaatkan enzim DNA polimerase yang membantu pembentukan ikatan antara nukleotida-nukleotida penyusun polimer DNA (Cooper GM and Hausman RE, 2004).

Biosintesis DNA pada prokariot diinisiasi oleh protein (enzim) yang berikatan pada suatu daerah pada DNA yang bernama DNA A box. Terikatnya protein (dalam hal ini DNA A) pada DNA A box menyebabkan daerah tersebut terpilin sehingga daerah DNA B box meleleh (ikatan hidrogen antara basa nitrogen terlepas). Daerah tersebut kemudian diisi oleh hexameric helicase (6 protein DNAB) yang nantinya membentuk garpu replikasi. Proses tersebut bergantung pada rasio ATP pada ADP karena ATP diperlukan untuk melelehkan DnaB box.

Inisiasi biosintesis DNA pada eukariot hanya terjadi pada waktu tertentu dan lebih rumit daripada prokariot. Pra-inisiasi biosintesis DNA pada eukariot dimulai dengan tidak adanya aktivitas CDK (cyclin dependent-kinase) pada sel (Dhulipala, et all, 2006). Kemudian terbentuk pre-initiatio replication complex (pre-RC) yang awalnya akan terdiri dari origin recognition complex (ORC) yang berikatan dengan origin (daerah DNA template untuk berikatannya MCM dengan pre-RC akan menginisiasi terjadinya replikasi. Setelah inisiasi dan aktivasi, maka DNA mengalami elongasi. Pada tahap ini terjadi baru terjadi sintesis DNA. Replikasi terjadi pada kedua cabang garpu replikasi. Replikasi terjadi dengan dua jenis strand yang menunjukkan proses yang berbeda (leading strand dan lagging strand). Hal ini terjadi karena sintesis harus terjadi dari 5’ ke 3’ (5’ dan 3’ menunjukkan atom C pada gula deoxyribosa dengan posisi relative dari helicase). Leading strand adalah cabang dari garpu replikasi dimana sintesis terjadi langsung dari 5’ ke 3’ sehingga sintesis DNA baru oleh polymerase terjadi secara langsung.

Proses replikasi diperlukan ketika sel akan membelah diri. Pada setiap sel kecuali sel gamet, pembelahan diri harus disertai dengan replikasi DNA agar semua sel turunan memiliki informasi genetik yang sama. Pada dasarnya proses replikasi memanfaatkan fakta bahwa DNA terdiri dari dua rantai dan rantai yang satu merupakan konjugat dari rantai pasangannya. Dengan mengetahui susunan satu rantai maka susunan rantai pasangan dapat dengan mudah dibentuk. Ada beberapa teori yang mencoba menjelaskan bagaimana proses replikasi DNA terjadi. Salah satu teori yang paling populer menyatakan bahwa pada masing-masing DNA baru yang diperoleh pada akhir proses replikasi; satu rantai tunggal merupakan rantai DNA dari rantai DNA sebelumnya, sedangkan rantai pasangannya merupakan rantai yang baru disintesis. Rantai tunggal yang diperoleh dari DNA sebelumnya tersebut bertindak sebagai ”cetakan” untuk membuat rantai pasangannya.

Replikasi DNA hanya berlangsung sekali untuk setiap sekali pembelahan sel, replikasi DNA harus terpadu dengan pembelahan sel. Replikasi DNA harus mendahului pembelahan sel agar sebelum proses pembelahan sel berlangsung, telah tersedia material genetik untuk dialihkan kepada masing- masing gen turunan.

Kemungkinan terjadinya replikasi dapat melalui tiga model, yaitu:

1. Model konservatif, yaitu dua rantai DNA lama tetap tidak berubah, berfungsi sebagai cetakan untuk dua rantai DNA baru.

2. Model semikonservatif, yaitu dua rantai DNA lama terpisah dan rantai baru disintesis dengan prinsip komplementasi pada masing-masing rantai DNA lama tersebut.

3. Model dispersif, yaitu beberapa bagian dari kedua rantai DNA lama digunakan sebagai cetakan untuk sintesis rantai DNA baru.

2.2.4.1 Mekanisme Replikasi DNA

Proses replikasi diawali dengan pembukaan untaian ganda DNA pada titik-titik tertentu disepanjang rantai DNA. Proses pembukaan rantai DNA ini dibantu oleh enzim helikase yang dapat mengenali titik-titik tersebut dan enzim girase yang mampu membuka pilinan rantai DNA. Setelah cukup ruang terbentuk, akibat pembukaan untaian ganda ini DNA polimerase masuk dan mengikat diri pada kedua rantai DNA yang sudah terbuka secara lokal tersebut. Proses pembukaan rantai ganda tersebut berlangsung disertai dengan pergeseran DNA polimerase mengikuti arah membukanya rantai ganda. Monomer DNA ditambahkan di kedua sisi rantai yang membuka setiap kali DNA polimerase bergeser. Hal ini berlanjut sampai seluruh rantai telah benar-benar terpisah. Proses replikasi DNA merupakan proses yang rumit namun teliti. Proses sintesis rantai DNA baru memiliki suatu mekanisme yang mencegah terjadinya kesalahan pemasukan monomer yang dapat berakibat fatal. Karena mekanisme inilah kemungkinan terjadinya kesalahan sintesis amat kecil.

2.2.4.2 Replikasi dan Perbaikan DNA

Selama replikasi DNA, pemasangan basa memungkinkan untai DNA yang ada bertindak sebagai cetakan untuk untai komplementer yang baru. Berikut adalah konsep dasar replikasi DNA.

Sebelum melakukan replikasi, molekul induk mempunyai dua untai DNA komplementer. Setiap basa dipasangkan oleh ikatan hidrogen dengan pasangan spesifiknya, A-T dan G-C (Lapenna and Giordano, 2009).

Langkah pertama replikasi adalah pemisahan kedua untai DNA.Setiap untai yang ”lama” berfungsi sebagai cetakan yang menentukan uraian nukleotida di daerah yang spesifik di sepanjang permukaan cetakan berdasarkan aturan pemasangan basa. Nukleotida baru tersebut disambung satu sama lain untuk membentuk tulang belakang gula-fosfat dari untai baru. Setiap molekul DNA sekarang terdiri dari satu untai lama dan satu untai ”baru”.

Satu tim besar yang terdiri dari enzim dan protein lain menjadi pelaksana replikasi DNA. Replikasi dimulai di pangkal replikasi. Cabang replikasi bentuk Y terbentuk pada ujung-ujung berlawanan dari gelembung replikasi dimana kedua untai DNA berpisah. DNA polimerase mengkatalis sintesis untai-untai DNA baru, bekerja dalam arah $5' \rightarrow 3'$. Sintesis DNA pada cabang replikasi menghasilkan leading strand yang kontinyu dan segmen-segmen pendek, diskontinyu dari lagging strand. Fragmen-fragmen ini kemudian disambung oleh DNA ligase. Sintesis DNA harus bermula pada ujung dari suatu primer yang merupakan segmen pendek RNA. Enzim mengoreksi DNA selama replikasinya dan memperbaiki kerusakan pada DNA yang ada. Pada perbaikan salah pasang, protein mengoreksi DNA yang bereplikasi dan memperbaiki kesalahan dalam pemasangan basa. Pada perbaikan eksisi, enzim perbaikan memperbaiki DNA yang dirusak agen fisis dan kimiawi.

Ujung-ujung molekul DNA linear dari kromosom-kromosom eukaryotik disebut telomer, memendek pada setiap replikasi. Enzim telomerase, terdapat di dalam sel tertentu dapat memperpanjang kembali ujung-ujung ini.

2.2.5 Denaturasi dan Renaturasi DNA

Dua buah pita polinukleotida yang berbentuk double helix dalam molekul DNA itu dihubungkan oleh atom H yang sangat lunak. Jika suatu larutan yang mengandung DNA dipanaskan atau dibubuhi alkali yang kuat., maka hubungan nitrogen itu menjadi labil dan putus. Dua pita spiral dari molekul DNA itu terbuka. Proses ini dinamakan **denaturasi DNA**. Jika larutan tersebut kemudian didinginkan kembali atau dinetralisir secara perlahan-lahan, maka terbentuklah pasangan-pasangan basa itu kembali. Peristiwa ini dinamakan **renaturasi**. Kedua proses tersebut telah dilakukan oleh J. Marmur pada tahun 1963 (Suryo, 1984).

Renaturasi DNA mempunyai arti penting dalam Biologi Molekuler, karena antara lain dapat digunakan untuk membuat molekul-molekul hibrid antara DNA dari spesies yang berlainan, asal ada homologi dari urutan basa. Dengan demikian, maka kemampuan hibridisasi DNA ini dapat mencerminkan berapa jauh terdapatnya persamaan genetik antara berbagai spesies itu. Bahkan potongan dari sebuah pita tunggal dari molekul DNA dapat dibuat hibrid dengan RNA (asam ribonukleat) yang berasal dari sumber lain. Berhubung dengan itu dapat diperoleh hibrid DNA-DNA atau DNA-RNA. Namun tanpa adanya homologi dalam urutan basa, tidak mungkin hibridisasi dilangsungkan.

Proses denaturasi dan renaturasi molekul DNA tergantung pada banyak faktor, antara lain (Fatchiyah, 2011):

1. Suhu. Suhu leleh (*melting temperature*) yang tinggi menyebabakan untai ganda DNA akan terurai menjadi untai tunggal, tetapi jika suhu ini diturunkan secara perlahan, maka akan terjadi renaturasi menjadi intai heliks ganda DNA seperti semula.

2. Derajat keasamaan (pH) yang ekstrem (pH¡3 atau pH¿10) dapat menyebabkan DNA terdenaturasi.

3. Konsentrasi isoelektrolit seperti Na^+ dan K pada larutan ekstraksi yang digunakan.

4. Perbandingan kandungan antara basa nukleotida GC terdapat AT. Tingginya kandungan GC akan memperlambat proses denaturasi molekul DNA. Sebaliknya, kandungan AT yang tinggi akan menyebabkan pita DNA mudah patah/putus.

2.2.6 Aplikasi dari Teknologi DNA

1. Teknologi DNA membentuk-ulang kedokteran dan industri farmasi

   (a) Diagnosis Penyakit

   Bab baru dalam diagnosis penyakit infeksi telah dibuka oleh teknologi DNA, khususnya dalam pemanfaatan PCR dan probe asam nukleat berlabel untuk menelusuri pathogen-patogen tertentu. Misalnya, karena urutan DNA HIV diketahui, PCR dapat digunakan untuk memperkuat dan kemudian mendeteksi, DNA HIV dalam sampel darah atau jaringan. Hal ini merupakan cara terbaik untuk mendeteksi suatu infeksi yang tidak tampak.

   Saintis kedokteran sekarang dapat mendiagnosis ratusan kelainan genetik manusia dengan menggunakan teknologi DNA. Mereka dapat mengidentifikasi semakin banyak individu yang mempunyai penyakit genetik sebelum munculnya gejala, atau bahkan sebelum lahir. Ada juga kemungkinan juga untuk mengidentifikasi karrier (pembawa) alel resesif yang secara potensial berbahaya namun tanpa gejala-gejala. Gen-gen diklon untuk banyak penyakit manusia, termasuk hemofilia, fenilketonuria (PKU- *phenylketonuria*), fibrosis sistik, dan distrofi otot Duchenne (campbell, 2002).

   Analisis hibridisasi memungkinkan untuk mendeteksi bentuk alel abnormal dari gen yang ada di dalam sampel DNA. Bahkan dalam kasus gen yang belum diklon sekalipun, keberadaan alel abnormal dapat didiagnosis dengan akurasi yang masuk akal jika penanda RELPyang berhubungan dekat telah ditemukan. Alel untuk penyakit Huntington dan sejumlah penyakit genetik lain sebelumnyadideteksi dengan cara tak langsung ini. Begitu gen dipetakan lebih tepat, gen itu dapat diklon untuk pengkajian dan untuk digunakan sebagai probe untuk menemukan DNA yang identik atau mirip seperti yang sekarang dilakukan untuk penyakit Huntington, fibrosis sistik, dan banyak penyakit lainnya.

(b) Terapi Gen Manusia

Teknik-teknik yang disempurnakan untuk manipulasi gen yang dikombinasikan dengan pemahaman yang mendalam atas fungsi gen dalam tubuh, mungkin suatu ketika membuat para saintis kedokteran dapat memperbaiki kelainan genetik dalam suatu individu. Upaya-upaya pada terapi gen manusia belum menghasilkan manfaat pada pasien yang bisa dibuktikan, bertentangan dengan beberapa pengakuan dalam media populer. Akan tetapi, untuk setiap kelainan genetik yang bisa ditelusuri hingga ke alel rusak tunggal, seharusnya secara teoritis ada kemungkinan untuk mengganti atau melengkapi alel rusak itu dengan alel yang masih berfungsi normal dengan menggunakan teknik DNA rekombinan. Alel baru dapat diselipkan ke dalam sel somatik dari jaringan yang dipengaruhi kelainan tersebut dalam diri seorang anak atau orang dewasa, atau bahkan mungkin juga ke dalam sel germinal (lini nutfah) (penghasil gamet) atau sel embrionik.

Agar terapi gen somatik itu permanen, sel yang menerima alel normal haruslah sel yang memperbanyak diri sepanjang hidup si pasien, sehingga alel cangkokan akan bereplikasi dan terus diekspresikan. Sel sumsum tulang, termasuk stem cell yang menghasilkan semua sel darah dan sistem imun, merupakan kandidat utama, menguraikan suatu kemungkinan prosedur untuk suatu situasi dimana sel sumsum tulanggagal menghasilkan suatu enzim vital karena satu gen rusak. Beberapa sel sumsum tulang dikeluarkan dari pasien, alel normal diselipka melalui vektor virus, dan sel hasil modifikasi dikembalikan kepada pasiennya.

Dari percobaan terapi gen yang sekarang sedang dilakukan pada manusia, terapi yang paling menjanjikan ialah terapi yang melibatkan sel sumsum tulang tetapi tidak harus ditujukan untuk memperbaiki kelainan genetik. Misalnya, sejumlah peneliti sedang berusaha untuk mempertinggi kemampuan sel imun untuk melawan kanker, tujuan lain adalah untuk merekayasa sel imun yang resisten terhadap HIV. Sebagian besar percobaan saat ini masih dalam taraf pendahuluan, yang didesain untuk menguji keamanan dan kelayakan prosedur dan bukan berupaya untuk menyembuhkan.

(c) Produk-produk Farmasi

Teknologi DNA telah digunakan untuk menciptakan banyak produk farmasi yang bermanfaat, yang sebagian besar merupakan protein. Dengan mentransfer gen untuk produk protein yang dikehendaki ke dalam bakteri, ragi dan jenis sel lainnya yang mudah tumbuh dalam kultur, seseorang dapat memproduksi protein dalam jumlah besar, yang secara alami hanya terdapat dalam jumlah yang sangat sedikit.

Salah satu aplikasi praktis yang pertama dari penyambungan gen ialah produksi hormon mamalia dan protein pengaturan mamalia lain di dalam bakteri. Insulin manusia dan hormon pertumbuhan manusia merupakan contoh-contoh utama. Insulin yang dihasilkan dengan cara ini telah memberi manfaat besar kepada dua juta penderita diabetes di Amerika Serikat yang tergantung pada pengobatan insulin untuk mengontrol penyakit mereka. Sebelumnya mereka harus mengandalkan insulin dari babi dan ternak yang tidak identik dengan insulin manusia. Hormon pertumbuhan manusia (HGH-*human growth hormone*) merupakan berkat bagi anak-anak yang terlahir dengan hipopituarisme, yaitu suatu bentuk kekerdilan yang disebabkan oleh jumlah HGH yang tidak mencukupi, dan mungkin saja terbukti memiliki penggunaan lain, seperti menyembuhkan luka-luka.

Produk farmasi penting lainnya yang dihasilkan dengan rekayasa genetik ialah activator plasminogen jaringan (TPA-*tissue plasminogen activator*). Protein ini membantu melarutkan darah yang membeku dan menurunkan resiko serangan jantung berikutnya jika diberikan sesegera mungkin setelah serangan yang pertama. Akan tetapi TPA menggambarkan suatu masalah yang timbul dari produk-produk yang direkayasa genetik: karena biaya pengembangannya tinggi dan pasarnya yang relatif terbatas, produk ini menjadi mahal.

Perkembangan terakhir dalam produk farmasi melibatkan cara-cara baru untuk melawan penyakit tertentu yang tidak merespon perawatan obat tradisional. Salah satu pendekatannya dalah dengan menggunakan asam nukleat antisens (antisense nucleid acid), molekul DNA atau RNA untai tunggal yang telah dikonstruksi secara eksplisit untuk berpasanganbasa dengan molekul-molekul mRNA dan mencegah translasi mRNA tersebut. Pencampuran dengan mRNA krusial yang terlibat di dalam re-plikasi virus atau transformasi sel menjadi sel kanker. Dapat mencegah penyebaran penyakit tersebut. Pendekatan lain ialah penggunaan protein yang direkayasa secara genetik yang mencegah atau meniru reseptor permukaan pada membran sel. Salah satu obat eksperimental seperti meniru protein reseptor yang diikat oleh HIV dalam memasuki sel darah putih. Hiv sebagai gantinya mengikat molekul obat tersebut dan gagal memasuki sel darah putih itu(Campbell, 2002)

2. Teknologi DNA menawarkan aplikasi bagi kepentingan forensik, lingkungan, dan peternakan

(a) Forensik Menggunakan Teknologi DNA

Pada kriminalitas dengan kekerasan, darah atau jaringan lain dalam jumlah kecil dapat tertinggal di tempat kejadian perkara (TKP) atau pakaian atau barng-barang lain milik korban atau penyerangan. Jika ada perkosaan, air mani dalam jumlah kecil dapat ditemukan dari tubuh korban. Jika jaringan atu air mani cukup tersedia, maka laboratorium forensik dapat menentukan jenis darah atu jenis jaringan dengan menggunakan antibodi untuk menguji protein permukaan sel yang spesifik. Akan tetapi, pengujian seperti ini membutuhkan jaringan agak segar dalam jumlah yang relatif banyak.

Di lain pihak, pengujian DNA dapat mengidentifikasi pelaku dengan derajat kepastian yang jauh lebih tinggi, karena urutan DNA setiap orang itu unik (kecuali untuk kembar identik). Analisis RFLP dengan Southern blotting merupakan metode ampuh untuk pendeteksian kemiripan dan perbedaan sampel DNA dan hanya membutuhkan darah atau jaringan lain dengan jumlah yang sangat sedikit (kira-kira 1000 sel). Misalnya, dalam kasus pembunuhan. Metode ini dapat digunakan untuk sampel DNA dari tersangka, korban, dan sedikit darah yang dijumpai di TKP (Campbell, 2002).

(b) Penggunaan Teknologi DNA di Bidang Lingkungan

Rekayasa genetik semakin banyak digunakan untuk pekerjaan yang berkaitan dengan lingkungan. Kemampuan mikroorganisme untuk mentransformasi bahan kimia sangat menakjubkan, dan para saintis sekarang sedang merekayasa kemampuan metabolic ini ke dalam organism yang akan membantu menanggulangi beberapa masalah lingkungan. Misalnya, banyak bakteri mengekstraksi logam berat, seperti tembaga, timbal, dan nikel dari lingkungannya dan memasukkan logam-logam tersebut ke dalam senyawa seperti tembaga sulfat atau timbal sulfat, yang bisa dimanfaatkan. Mikroba yang direkayasa secara genetik menjadi penting dalam penambangan mineral (khususnya begitu cadangan bijinya telah habis) dan pembersihan limbah tambang yang sangat toksik.

Keragaman metabolism mikroba juga digunakan dalam menangani limbah dari sumber-sumber lain. Pabrik pengolahan air kotor mengandalkan kemampuan mikroba untuk mendegradasi berbagai senyawa organik menjadi bentuk nontoksik. Akan tetapi peningkatan jumlah senyawa yang secara potensial berbahaya yang dilepas ke lingkungan tidak lagi bisa didegradasi oleh mikroba yang tersedia secara alamiah, hidrokarbon klorinasi merupakan contoh utamanya. Para ahli bioteknologi sedang mencoba merekayasa mikrobauntuk mendegradasi senyawa-senyawa ini. Mikroba ini dapat digunakan dalam pabrik pengolahan air limbah atau digunakan oleh para manufakturer sebelum senyawa-senyawa itu dilepas ke lingkungannya.

Bidang penelitian yang terkait adalah pengidentifikasian perekayasaan mikroba yang mempunyai kemampuan sebagai penawar limbah toksik tertentu. Misalnya, strain-strain bakteri telah dikembangkan, yang dapat mendegradasi sejumlah senyawa yang dilepas selama kebocoran minyak. Kemampuan untuk memindahkan gen-gen yang bertanggung jawab atas transformasi tersebut ke dalam organisme yang berbeda telah memberi kesempatan bagi pengembangan strain yang dapat bertahan hidup pada kondisi yang keras yang muncul dari bencana lingkungan ini dan bahkan masih membantu menjadi penawar toksik limbahnya.

(c) Penggunaan Teknologi DNA di Bidang Peternakan

Selama lebih dari satu dasawarsa, hewan ternak lebih diberi perlakuan dengan produk-produk yang dihasilkan dari metode DNA rekombinan. Misalnya, beberapa sapi perah disuntik dengan hormon pertumbuhan sapi (BGH-*bovine growth hormone*), yang dibuat oleh E.*coli* untuk mena-ikkan produksi susu (vaksin ini biasanya meningkatkan sebanyak 10 persen) dan meningkatka perolehan daging ternak (Campbell, 2002).

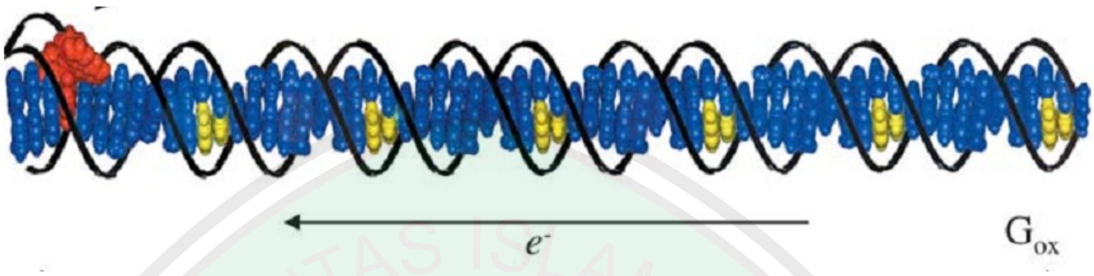
2.3 Transport Muatan Dalam DNA

Trasnportasi muatan pada DNA, bisa disebabkan baik oleh radiasi (UV) atau oleh reaksi kimia. Memahami hakikat transfer dan transportasi muatan sepanjang d*ouble heliks* sangatlah penting untuk bidang-bidang ilmu pengetahuan seperti biologi, kimia, dan nanoteknologi.

Pada tingkat dasar, hal ini juga sebuah tantangan yang menarik bagi fisikawan untuk memahami sifat elektronik DNA, yaitu dengan memahami sifat migrasi muatan. Ide dasarnya adalah DNA dapat bertindak sebagai kawat molekul, tahun 1962, diusulkan bahwa π-orbit tumpang tindih antara tumpukan pasangan basis memiliki panjang sekitar 0.34 nm sepanjang sumbu dupleks DNA, sehingga dapat memberikan dimensi jalur migrasi muatan listrik.

Kegiatan eksperimental maupun teoritis yang intens dalam dekade terakhir telah memberikan kekayaan informasi tentang karakteristik penting dari perpindahan muatan dalam DNA. Menurut Chakraburti dalam bukunya "*Charge Migration in DNA*" menjelaskan bahwa di antara empat basa umum DNA, guanin (G) memiliki energi ionisasi terendah (7,75 eV). Oleh karena itu, dalam kebanyakan kasus, G adalah situs awal oksidasi dan kation yang radikal (dibuat oleh hilangnya elektron) sering terlibat dalam reaksi oksidasi. Demikian pula, tempat berkurangnya elektron dibuat dalam rantai DNA π-tumpukan dan berakhir pada guanin, biasanya terdiri dari pasangan (GG) atau triplet (GGG) guanin, yang memiliki energi yang lebih rendah (7.28 eV dan 7.07 eV berturut-turut).

Transfer muatan melalui DNA dapat disebut dengan reaksi kimia jarak jauh yang mana kerusakan DNA oksidatif terjadi di sebuah situs terletak jauh dari oksidan terikat (Chakraborty, 2007).



Gambar 2.3: Ilustrasi transfer elektron dalam DNA
warna kuning adalah guanin sedangkan yang berwarna biru adalah basa nitrogen yang lainnya

Reaksi kimia jarak jauh dengan transfer muatan ditunjukkan oleh pembentukan kation guanin radikal di salah satu ujung untai DNA dengan GGG unit di ujung lain yang dipisahkan oleh situs adenin. Lubang diterima oleh unit GGG yang menetralkan radikal G. Migrasi muatan menunjukkan kepekaan yang unik pada A/T basis diselingi antara situs G, yang bertindak sebagai penghalang potensial karena energi ionisasi mereka lebih tinggi.

Umumnya gambaran mengenai lompatan muatan adalah untuk jarak pendek yakni loncatan lubang antara G ”melempar batu” oleh koheren tunneling melalui campur tangan jembatan A/T. Namun, ketika guanin dipisahkan oleh jarak yang lebih jauh, lubang yang dilaluinya tidak koheren, proses transfer muatan menjadi *multistep* , yang mana lubang diaktifkan ke jembatan A/T secara termal. Sekali di sana, lubang akan diloncati sepanjang adenin dengan jarak yang independen, hingga mencapai GGG (Chakraborty, 2007).

Guanin merupakan kation radikal, lubang yang dihasilkan oleh satu elektron oksidasi dari DNA dapat menyebabkan karsinogenik, radiasi ionisasi, dll, dan dapat bermigrasi menuju guanin melalui DNA π-tumpukan. Lubang dapat bereaksi dengan air dan/atau oksigen untuk menghasilkan kerusakan guanine dalam DNA yang diketahui memainkan peran penting dalam proses penuaan, karsinogenesis, dan insersional. pemahaman rencana perjalanan muatan melalui DNA akan memberikan informasi yang berharga tentang bahaya kerusakan DNA(Chakraborty, 2007).

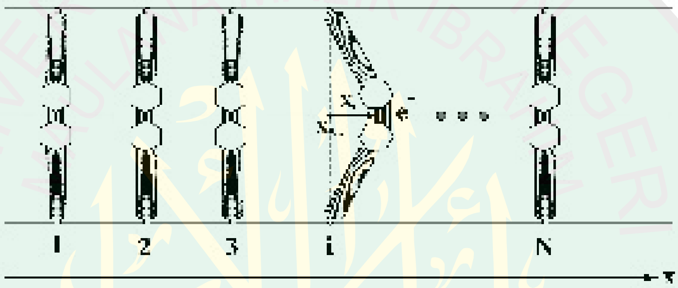
BAB III

MODEL HAMILTONIAN PERPINDAHAN ELEKTRON PADA DNA DAN PATH INTEGRAL

3.1 Model Perpindahan Elektron dalam DNA

Dalam kasus ini DNA digambarkan sebagai silinder panjang yang di dalamnya terdapat banyak sekali pasangan basa nitrogen (*base pair*) yang bervibrasi seperti halnya pada osilator harmonik.

Dalam model ini digambarkan suatu elektron berpindah disepanjang pasa-



Gambar 3.1: Model rantai DNA satu dimensi.

ngan basa nitrogen dalam DNA secara aksial dalam satu dimensi dan iteraksi terhadap pasangan basa nitrogen tersebut. Pada gambar 3.1 tampak adanya suatu partikel yang melintas diantara ikatan osilator harmonik, di mana partikel tersebut adalah elektron yang melakukan transfer dan osilator harmonik tersebut merupakan pernggambaran dari pasangan basa nitrogen sepanjang rantai DNA. Partikel yang melintas akan menyebabkan osilator harmonik bervibrasi sehingga Model Hamiltonian untuk perpindahan elektron tersebut ada tiga bagian (Nadta, 2003)

$$H = H_{el} + H_{har} + H_{int} \tag{3.1}$$

Bagian pertama adalan hamiltonian elektron H_{el} yang merepresentasikan energi kinetik elektron sepanjang basa nitrogen dalam DNA,

$$H_{el} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) \tag{3.2}$$

di mana m adalah massa elektron yang berpindah dalam DNA, $x(t)$ menunjukan koordinat perpindahan elektron dalan DNA, $\dot{x}(t)$ adalah kecepatan elektron. Bagian keduan dari model hamiltonian H_{har} menggambarkan dinamika vibrasi pasangan basa nitrogen dalam DNA sebagai osilaor harmonik,

$$H_{har} = \frac{1}{2}M' \sum[\dot{x}_k^2(t) + \Omega^2 x_k^2(t)] \tag{3.3}$$

di mana indeks k menunjukan base pair ke sekian pada osilator harmonik. M'dan Ω menunjukan massa dan vibrasi pada pasangan basa nitrogen. Pada bagian yang ketiga pada model hamiltonian H_{int} merepresentasikan interaksi antara elektron dan pasangan basa nitrogen sebagai osilator yang digambarkan dengan fungsi delta dirac,

$$H_{int} = M'\Omega^2\alpha \sum x_k(t)\delta[x(t) - x_{0,k}] \tag{3.4}$$

α adalah konstata kopling dan $x_{0,k}$ menunjukan posisi ke k suatu osilator, oleh karena itu lagrangian untuk kasus ini adalah (Yoo-Kong dan Liewrian, 2014),

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}M' \sum[\dot{x}_k^2(t) - \Omega^2 x_k^2(t)] \\ &\quad - M'\Omega^2\alpha \sum x_k(t)\delta[x(t) - x_{0,k}] \end{aligned} \tag{3.5}$$

di mana aksinya dapat ditulis

$$S = \int_0^T dt \left\{\frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}M' \sum[\dot{x}_k^2(t) - \Omega^2 x_k^2(t)]\right.$$

$$+M'\Omega^2\alpha\sum x_k(t)\delta[x(t)-x_{0,k}]\Big\} \tag{3.6}$$

dan

$$S=\int_0^T dt\left\{\frac{1}{2}M'[\dot{x}_k^2(t)-\Omega^2x_k^2(t)]+M'\Omega^2\alpha x_k(t)\delta[x(t)-x_{0,k}]\right\} \tag{3.7}$$

koordinat osilator x_k sebagai definisi fungsi transformasi untuk elektron dan osilator, dari titik awal pada saat $t=0$ ke titik akhir saat $t=T$ dengan batas kondisi $x(0)=x_a, x(T)=x_b$ dan $x_{k(0)}=x_k(T)=x_k$. Path integral osilator pada koordinat x_k dapat dituliskan dengan

$$\begin{aligned}
&< x_b, x_2, ...x_N, T; x_a, x_1....x_{N_0}, 0; > \\
&= \int_{x_a}^{x_b} Dx(t)\int_{x_1}^{x_2} Dx(t)...\int_{x_{N_0}}^{x_N} Dx(t)exp\left[i\frac{i}{\hbar}S\right], \\
&= \int_{x_a}^{x_b} Dx(t)exp\left[i\frac{i}{\hbar}\int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{x}^2(t)\right] \\
&\times\prod_k\int_{x_{k_0}}^{x_k} Dx_k(t)exp\left[\frac{i}{\hbar}\int_0^T dtS(x_k)\right]
\end{aligned} \tag{3.8}$$

untuk gaya pada osilator harmonik, di mana Lagrangiannya adalah $\frac{1}{2}M'\sum[\dot{x}_k^2(t)-\Omega^2x_k^2(t)]-f(t)x_k(t)$. Gaya yang bergantung waktu, dimana

$$f(t)x_k(t)=M'\Omega^2\alpha\sum x_k(t)\delta[x(t)-x_{0,k}]$$

sehingga integralnya dapat dituliskan (lihat lampiran A),

$$\begin{aligned}
< x_b, T; x_a, 0; > &= \int_{-\infty}^{\infty} < x_b, x_{1,N}, T; x_a, x_1\cdots x_N, 0; > dx_1dx_2dx_N, \\
&= \left[2i\sin\left(\frac{\Omega T}{2}\right)\right]^{-N}\int Dx(t)exp\{\frac{i}{\hbar}\int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) \\
&+\frac{i}{\hbar}\frac{M'\Omega^3\alpha^2}{4}\sum_k\int_0^T\int_0^T dtds\delta[x(t)-x_{0,k}]\delta[x(s)-x_{0,k}]
\end{aligned}$$

$$\times\frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2}-|t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})}\} \tag{3.9}$$

yang paling menarik adalah efek kopling antara elektron dan osilator, maka prefaktor dalam persamaan (3.9) dapat diabaikan, sehingga fungsi transformasi tanpa prefaktor adalah propagator $K(x_b, x_a; T)$. Sehingga propagator $K(x_b, x_a; T)$ dapat dituliskan,

$$K(x_b, x_a; T) \;=\; \int Dx(t)exp\left(\frac{i}{\hbar}S_D\right) \tag{3.10}$$

di mana S_D adalah model aksi yang baru.

Didefinisikan hubungan

$$\sum_k \delta[x(t)-x_{0,k}]\delta[x(s)-x_{0,k}] = \rho\delta[x(t)-x(s)]$$

di mana ρ adalah nomer osilator, maka S_D menjadi

$$\begin{aligned} S_D \;&=\; \int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{4}M'\Omega^3\alpha^2\rho\int_0^T\int_0^T dtds\delta[x(t)-x(s)] \\ &\times\frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2}-|t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})} \end{aligned} \tag{3.11}$$

dengan menggunakan hubungan integral fungsi δ

$$\delta[x(t)-x(s)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dq \exp\{iq[x(t)-x(s)]\} \tag{3.12}$$

maka aksi S_D sekarang dapat dituliskan (Yoo-Kong dan Liewrian, 2014)

$$\begin{aligned} S_D \;&=\; \int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + C\int_0^T\int_0^T dtds\int_{-\infty}^{\infty} dq \exp\{iq[x(t)-x(s)]\} \\ &\times\frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2}-|t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})} \end{aligned} \tag{3.13}$$

dengan $C = \frac{1}{8\pi} M'\Omega^3\alpha^2\rho$.

3.2 Fungsional Vakum

Dalam keadaan vakum, DNA tidak mendapatkan pengaruh atau gangguan dari luar seperti medan elektromagnet atau yang lainnya. Jadi dalam pembahasan kali ini akan lebih menjelaskan DNA dalam keadaann yang murni tanpa ada gangguan dari luar. Pembahasan ini dari persamaan Lagrangian (3.5) dapat dituliskan dengan

$$L = J + Y - M'\Omega^2\alpha \sum x_k(t)\delta[x(t) - x_{0,k}] \tag{3.14}$$

dengan $J = \frac{1}{2} m\dot{x}^2(t)$ dan $Y = \frac{1}{2} M' \sum[\dot{x}_k^2(t) - \Omega^2 x_k^2(t)]$, sehingga untuk aksinya yaitu,

$$S = S[J] + S[Y] + S_{int} \tag{3.15}$$

apabila S_{int} diabaikan terlebih dahulu, maka (Das, 2006)

$$\begin{aligned} S &= S[J] + S[Y] \\ &= S[Y, J] \end{aligned} \tag{3.16}$$

dengan menggunakan persamaan (3.10) dan (3.16), maka Amplitudo transisi untuk ruang koordinat ini adalah

$$\begin{aligned} \langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle_J &= N \int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar} S[Y, J]\right\} \\ &= N \int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar} S[Y] + \frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt J(t) x(t)\right\} \end{aligned} \tag{3.17}$$

dan kuantitas matriks elemen dari operator

$$\begin{aligned} \langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle_J &= N \int Dx \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S[Y, J] \right\} \\ &= \langle x_f, t_f | T \left(\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dtY(t)J(t) \right) | x_i, t_i \rangle \end{aligned} \tag{3.18}$$

jika diambil limit

$$t_i \to -\infty, t_f \to \infty.$$

Amplitudo transisi pada sistem dari koordinat infinite masa lampau yang diberi simbol koordinat x_i menuju koordinat infinite masa depan yang diberi simbol koordinat x_f dengan $J(t)$ bersifat adiabatik. Diasumsikan bahwa,

$$J(t) = 0, \; untuk \; |t| > \tau, \tag{3.19}$$

dan dari persamaan (3.17) untuk limit $\tau \to \infty$ dapat ditulis dengan

$$\lim_{t_i \to -\infty} \lim_{t_f \to \infty} \langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle_J = N \int Dx \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt(L(x, \dot{x}) + Jx) \right\}. \tag{3.20}$$

atau dari persamaan (3.18)

$$\begin{aligned} \lim_{t_i \to -\infty} \lim_{t_f \to \infty} \langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle_J &= \lim_{\tau \to \infty} \lim_{t_i \to -\infty} \lim_{t_f \to \infty} \langle x_f, t_f | T \left(\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{-\tau}^{\tau} dtJY \right) \right. \\ &\quad \times | x_i, t_i \rangle . \end{aligned} \tag{3.21}$$

Energi *ground state* pada normalisasi hamiltonian adalah

$$\begin{aligned} H |0\rangle &= 0, \\ H |n\rangle &= E_n |n\rangle , \; E_n > 0 \end{aligned} \tag{3.22}$$

dan didefinisikan

$$\langle m|\, x_i, t_i\, \rangle = \langle m| \exp\left\{\frac{i}{\hbar} H t_i\right\} |x_i\rangle\,,$$
$$\langle x_f, t_f|\, n\, \rangle = \langle x_f| \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H t_f\right\} |n\rangle$$

serta memanfaatkan hubungan kelengkapan $\sum_n |n\rangle\langle n| = 1$, maka energi eigenstate dalam amplitudo transisi pada persamaan (3.21) adalah

$$\begin{aligned}
\lim_{t_i\to-\infty}\lim_{t_f\to\infty}\langle x_f, t_f|x_i, t_i\rangle_J &= \lim_{\tau\to\infty}\lim_{t_i\to-\infty}\lim_{t_f\to\infty}\sum_{n,m}\langle x_f, t_f|n\rangle \\
&\quad\times\langle n|\,T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right)|m\rangle\langle m|x_i, t_i\rangle \\
&= \lim_{\tau\to\infty}\lim_{t_i\to-\infty}\lim_{t_f\to\infty}\sum_{n,m}\langle x_f|\, exp\left\{-\frac{i}{\hbar}Ht_f\right\}|n\rangle \\
&\quad\times\langle n|\,T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right)|m\rangle \\
&\quad\times\langle m|\, exp\left\{\frac{i}{\hbar}Ht_i\right\}|x_i\rangle \\
&= \lim_{\tau\to\infty}\lim_{t_i\to-\infty}\lim_{t_f\to\infty}\sum_{n,m} exp\left\{-\frac{i}{\hbar}E_n t_f + \frac{i}{\hbar}E_m t_i\right\} \\
&\quad\times\langle x_f|n\rangle\langle n|\,T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right)|m\rangle \\
&\quad\times\langle m|x_i\rangle
\end{aligned} \tag{3.23}$$

dalam limit $t_i \to -\infty$ dan $t_f \to \infty$, eksponensial pada osilator akan menuju 0 kecuali pada saat *ground state*. Hal ini dapat dianalisa melalui sumbu imajiner waktu (ruang Euclidean pada kasus teori medan). Dengan demikian, dalam asimptotik limit diperoleh,

$$\begin{aligned}
\lim_{t_i\to-\infty}\lim_{t_f\to\infty}\langle x_f, t_f|x_i, t_i\rangle_J &= \lim_{\tau\to\infty}\langle x_f|0\rangle\langle 0|\,T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right) \\
&\quad\times|0\rangle\langle 0|x_i\rangle
\end{aligned}$$

$$= \langle x_f|0\rangle \langle 0|x_i\rangle \langle 0| T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right)|0\rangle \tag{3.24}$$

sebagai konsekuensinya, dapat dituliskan,

$$\langle 0| T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right)|0\rangle = \lim_{t_i\to-\infty}\lim_{t_f\to\infty}\frac{\langle x_f, t_f|x_i, t_i\rangle_J}{\langle x_f|0\rangle\langle 0|x_i\rangle}. \tag{3.25}$$

pada suku ruas kiri dalam persamaan (3.25) tidak bergantung pada titik akhir, oleh karena itu pada suku ruas kana juga harus sama dengan sisi kiri. Selanjutnya pada persamaan ruas kanan merupakan struktur path integral dan persamaan (3.25) dapat ditulis

$$\langle 0| T\left(\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{-\tau}^{\tau} dtJY\right\}\right)|0\rangle = \langle 0|0\rangle_J = N\int Dx\exp\left\{\frac{i}{\hbar}S[Y,J]\right\}, \tag{3.26}$$

dengan

$$S[Y,J] = \int_{-\infty}^{\infty} dt\,(L(x,\dot{x}) + Jx). \tag{3.27}$$

persamaan (3.26) menunjukkan DNA pada saat keadaan *ground state* $\langle 0|0\rangle_J$, di mana pada keadaan ini DNA belum ada pengaruh gangguan. Dari persamaan (3.26) dan (3.27)

$$\begin{aligned}
\langle 0|0\rangle_J &= R(x_0,t,x_{0,k},t_0) = Z[J]\\
&= \int Dx\exp\left\{\frac{i}{\hbar}S[Y,J]\right\}\\
&= \int Dx\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{x}_k^2(t) - \Omega^2 x_k^2(t)]\right)\right\}\\
&= \int Dx\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dtS[J] + S[Y]\right\}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

dianggap $\hbar = 1$. Analisa $S[Y]$ pada lintasan klasik, dianggap ekspansi deret Taylor dari $S[Y]$ di sekitar lintasan klasik x_{cl}

$$\begin{aligned} S[Y] &= S[Y]_{cl} + \left.\frac{\delta S}{\delta x_k}\right|_{x_k = x_{cl}} (x_k(t) - x_{cl}(t)) \\ &\quad + \left.\frac{1}{2}\frac{\delta^2 S}{\delta x_k^2}\right|_{x_k = x_{cl}} (x_k(t) - x_{cl}(t))^2 + O \end{aligned} \tag{3.29}$$

oleh karena fungsi aksi $S[Y]$ memiliki orde kuadratik, maka suku ke-3 deret Taylor di atas dapat diabaikan atau dihilangkan. Sedangkan suku ke-2 nya

$$\left.\frac{\delta S}{\delta x_k}\right|_{x_k = x_{cl}} = 0 \tag{3.30}$$

hanya merupakan persamaan gera. Untuk osilator harmonik, pasangan basa nitrogen bergerak pada $(x_{0,k}, t_0)$ menuju (x_k, t), maka lintasan klasiknya adalah

$$x_{cl} = x_{0,k}\left(\frac{\sin(\Omega(t - t'))}{\sin(\Omega(t - t_0))}\right) + x_k\left(\frac{\sin(\Omega(t - t'))}{\sin(\Omega(t - t_0))}\right). \tag{3.31}$$

Karena itu suku pertama dari ekspansi deret Taylor di atas menjadi

$$S[Y]_{cl} = \frac{M'}{2}\left(\frac{\Omega}{\sin(\Omega(t - t_0))}\right)\Big((x_k^2 - x_{0,k}^2)\cos(\Omega(t - t_0)) - 2x_k x_{0,k}\Big). \tag{3.32}$$

Sedangakan untuk $S[J]$ bisa dituliskan dengan

$$R_{S[J]}(x, t, x_0, t_0) = \int DpDx \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt(p\dot{x} - \frac{1}{2m}p)\right\} \tag{3.33}$$

di mana

$$\dot{x} = \frac{x_{i+1} - x_i}{\epsilon}. \tag{3.34}$$

Dengan menggunakan persamaan (3.29), (3.32) dan kemudian disubtitusikan ke persamaan (3.28) didapatkan ekspresi R tereduksi (Lampiran C)

$$\begin{aligned} R(x_0, t, x_{0,k}, t_0) &= \exp\left\{ \frac{iM'}{2\hbar} \left(\frac{\Omega}{\sin(\Omega(t-t_0))} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \left((x_k^2 - x_{0,k}^2)\cos(\Omega(t-t_0)) - 2x_k x_{0,k} \right) \right\} \\ &\quad \int Dx(t) \exp\left\{ \frac{-iM'}{2\hbar} \int dt (x - x_{cl})(\partial_t^2 + \Omega^2)(x - x_{cl}) \right\} \end{aligned} \tag{3.35}$$

dengan menggunakan sifat integral fungsional maka (Lampiran C)

$$\begin{aligned} R(x_0, t, x_{0,k}, t_0) &= \exp\left\{ \frac{iM'}{2\hbar} \left(\frac{\Omega}{\sin(\Omega(t-t_0))} \right) \right. \\ &\quad \times \left. \left((x_k^2 - x_{0,k}^2)\cos(\Omega(t-t_0)) - 2x_k x_{0,k} \right) \right\} \\ &\quad \left(det \left(\frac{iM'}{2\pi\hbar} (\partial_t^2 + \Omega^2) \right) \right)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{3.36}$$

Determinan suatu operator akan menghasilkan nilai eigen, oleh karena lintasan yang digunakan bersifat periodik dengan periode $T = t - t_0$ dan titik akhir pada x_k, maka fungsi eigen dari $\partial_t^2 + \Omega^2$ adalah $\sin(\frac{n\pi}{T})$ dengan $n = 1, 2, 3 \cdots$
dengan nilai eigen $\lambda_n = \left(\frac{n\pi}{T}\right)^2 + \Omega^2$

$$\begin{aligned} det \left(\frac{iM'}{2\pi\hbar} (\partial_t^2 + \Omega^2) \right) &= \prod_n \left(\frac{M'}{2\pi i\hbar} \right) \left(\left(\frac{n\pi}{T} \right)^2 - \Omega^2 \right) \\ &= \prod_n \left(\frac{M'}{2\pi i\hbar} \left(\frac{n\pi}{T} \right)^2 \right) \prod_n \left(1 - \frac{\Omega^2 T^2}{(n\pi)^2} \right) \end{aligned} \tag{3.37}$$

jika $\Omega = 0$ maka

$$\prod_n \left(\frac{M'}{2\pi i\hbar} \left(\frac{n\pi}{T} \right)^2 \right) = \frac{2\pi i T}{M'} \tag{3.38}$$

sehingga persamaan (3.37) tampak seperti polinomial dalam ΩT. Jika $\Omega\pi = n\pi$ unutuk sembarang $n = 1, 2, 3...$ maka persamaan (3.37) sama dengan nol. Untuk itu, fungsi nol yang disebabkan $n\pi$ menjelaskan pada fungsi tak berhingga yang berkaitan erat dengan $\sin(\Omega\pi)$. Faktorisasi *Euler* dari $\frac{\sin(\Omega\pi)}{(\Omega\pi)}$

$$\frac{\sin(\Omega\pi)}{(\Omega\pi)} = \prod_n \left(1 - \left(\frac{\Omega T}{n\pi}\right)^2\right). \tag{3.39}$$

Dengan menggunakan persamaan (3.38) dan (3.39)

$$det\left(\frac{iM'}{2\pi\hbar}(\partial_t^2 + \Omega^2)\right) = \frac{2\pi i T}{M'\hbar}\frac{\sin(\Omega\pi)}{(\Omega\pi)} \tag{3.40}$$

untuk itu persamaan (3.36) menjadi

$$\begin{aligned} R(x_0, t, x_{0,k}, t_0) &= \exp\left\{\frac{iM'}{2\hbar}\left(\frac{\Omega}{\sin(\Omega(t-t_0)}\right)\right. \\ &\quad \left.\times\left((x_k^2 - x_{0,k}^2)\cos(\Omega(t-t_0)) - 2x_k x_{0,k}\right)\right\} \\ &\quad \left(\frac{M'\Omega}{2\pi i\hbar\sin(\Omega)(t-t_0)}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{3.41}$$

Evaluasi

$$\begin{aligned} \left(\frac{M'\Omega}{2\pi i\hbar\sin(\Omega)(t-t_0)}\right)^{\frac{1}{2}} &= \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2i\sin(\Omega)(t-t_0)}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}(2i\sin(\Omega)(t-t_0))^{-\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}(\exp\{i\Omega T\} - \exp\{-i\Omega T\})^{-\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-i\frac{\Omega T}{2}\right\}(1 - \exp\{-2i\Omega T\})^{-\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-i\frac{\Omega T}{2}\right\} \\ &\quad \left(1 + \frac{1}{2}\exp\{-2i\Omega T\} + \cdots\right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{3.42}$$

$$
\begin{aligned}
& \exp\left\{\frac{iM'}{2\hbar}\left(\frac{\Omega}{\sin(\Omega(t-t_0))}\right)\left((x_k^2-x_{0,k}^2)\cos(\Omega(t-t_0))-2x_kx_{0,k}\right)\right\} \\
= & \exp\left\{-\frac{M'\Omega}{2\hbar}\left(\frac{i\cdot 2i}{\exp\{i\Omega T\}-\exp\{-i\Omega T\}}\right)\right. \\
& \left.\left((x_k^2-x_{0,k}^2)\exp\{i\Omega T\}\left(\frac{1-\exp\{-2i\Omega T\}}{2}\right)-2x_kx_{0,k}\right)\right\} \\
= & \exp\left\{-\frac{M'\Omega}{2\hbar}\left((x_k^2-x_{0,k}^2)\frac{(1+\exp\{-2i\Omega T\})}{(1-\exp\{-2i\Omega T\})}-\frac{4x_kx_{0,k}\exp\{-i\Omega T\}}{(1-\exp\{-2i\Omega T\})}\right)\right\} \\
= & \exp\left\{-\frac{M'\Omega}{2\hbar}(x_k^2-x_{0,k}^2)\left(1+2\exp\{-2i\Omega T\}+2\exp\{-2i\Omega T\}^2+\cdots\right)\right. \\
& \left.-4x_kx_{0,k}\exp\{-i\Omega T\}\left(1+\exp\{-2i\Omega T\}+\exp\{-2i\Omega T\}^2+\cdots\right)\right\} \\
= & \exp\left\{\left(\frac{-M'\Omega}{2\hbar}(x_k^2-x_{0,k}^2)\right)\left(1-M'\Omega(x_k^2-x_{0,k}^2)\exp\{-2i\Omega T\}+\cdots\right)\right. \\
& \left.(1+2M'\Omega x_kx_{0,k}\exp\{-i\Omega T\}+\cdots)\right\}
\end{aligned}
\tag{3.43}
$$

kemudian persamaan (3.42) dan (3.43) disubtitusikan ke persamaan (3.41)

$$
\begin{aligned}
R(x_0,t,x_{0,k},t_0) = & \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-i\frac{\Omega T}{2}\right\}\left(1+\frac{1}{2}\exp\{-2i\Omega T\}+\cdots\right)^{-\frac{1}{2}} \\
& \exp\left\{\left(\frac{-M'\Omega}{2\hbar}(x_k^2-x_{0,k}^2)\right)\right. \\
& \left(1-M'\Omega(x_k^2-x_{0,k}^2)\exp\{-2i\Omega T\}+\cdots\right) \\
& \left.(1+2M'\Omega x_kx_{0,k}\exp\{-i\Omega T\}+\cdots)\right\}
\end{aligned}
\tag{3.44}
$$

jika diambil $iT \to \infty$ maka

$$
\begin{aligned}
R(x_k,T,x_{0,k},0) \to & \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-i\frac{\Omega T}{2}\right\}\exp\left\{\frac{-M'\Omega}{2\hbar}(x_k^2-x_{0,k}^2)\right\} \\
= & \exp\{-iE_0T\}\,\phi_0^*(x)\phi_{0,k}(x_{0,k})
\end{aligned}
\tag{3.45}
$$

maka

$$E_0 = \frac{\Omega}{2}$$

dan

$$\phi_0(x) = \left(\frac{M'\Omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{-M'\Omega}{2\hbar}x_k^2\right\}.$$

Bentuk ekspansi dari persamaan (3.44) akan memberikan energi eksitasi pasangan basa nitrogen pada level ke-1, ke-2 dan seterusnya. Untuk energi eksitasi pertama diberikan oleh

$$E_1 = \frac{3\Omega}{2}$$

dan

$$\phi_1^*(x)\phi_1(x_{0,k}) = 2M'x_k x_{0,k}\phi_0^*(x_k)\phi_0(x_{0,k})$$

sehingga

$$\phi_1(x) = \sqrt{2M'\Omega}x_k \left(\frac{M'\Omega}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{-M'\Omega}{2}x_k^2\right\}$$

dan untuk eksitasi ke-2

$$E_2 = \frac{5\Omega}{2}$$

sehingga untuk eksitasi ke-n didapatkan

$$E_n = \frac{(2n+1)\Omega}{2} \tag{3.46}$$

3.3 Fungsi Pembangkit

Jika didefinisikan

$$Z[J] = \langle 0|0\rangle_J = N \int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar} S[Y, J]\right\}, \tag{3.47}$$

selanjutnya, dengan mengikuti persamaan

$$\frac{(-i\hbar)^n}{Z[J]} \frac{\delta^n Z[j]}{\delta J(t_1)\cdots\delta J(t_n)}\bigg|_{J=0} = \langle T(Y(t_1)\cdots Y(t_n))\rangle \tag{3.48}$$

$Z[J]$ merupakan pembangkit waktu sebagai fungsi korelasi atau fungsi Green dalam vakum. Jika semua fungsi Green dalam vakum dapat diketahui, maka matrik S dapat dikonstruksi beserta solusinya. Dalam teori medan kuantum, fungsi korelasi atau fungsi Green vakum berperan penting.

Dalam mekanika kuantum, Simpangan rata-rata menarik untuk dikaji melalui formalisasi path integral. Didefinisikan

$$\begin{aligned} Z[J] &= exp\left\{\frac{i}{\hbar} W[J]\right\} \\ atau,\ W[J] &= -i\hbar \ln Z[J] \end{aligned} \tag{3.49}$$

$W[J]$ adalah *effective action.* Dengan mengikuti definisi pada persamaan (3.47) dan (3.48) dapat dituliskan

$$\frac{\delta W[J]}{\delta J(t_1)}\bigg|_{J=0} = (-i\hbar)\frac{1}{Z[J]}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_1)}\bigg|_{J=0} = \langle Y(t_1)\rangle\,, \tag{3.50}$$

di mana $\langle\cdots\rangle$ tempat untuk nilai harap pada vakum.

Selanjutnya, dapat dituliskan

$$
\begin{aligned}
(-i\hbar)\frac{\delta^2 W[J]}{\delta J(t_1)\delta J(t_2)}\bigg|_{J=0} &= (-i\hbar)^2\left(\frac{1}{Z[J]}\frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(t_1)\delta J(t_2)} - \frac{1}{Z^2[J]}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_1)}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_2)}\right)\bigg|_{J=0} \\
&= \langle T(Yt_1)Y(t_2))\rangle - \langle Y(t_1)\rangle\langle Y(t_2)\rangle \\
&= \langle T\{(Y(t_1)-\langle Y(t_1)\rangle)(Y(t_2)-\langle Y(t_2)\rangle)\}\rangle\,. \qquad (3.51)
\end{aligned}
$$

persamaan ini dikenal dengan deviasi orde ke dua, sedangkan untuk orde ke tiga hampir sama, didapatkan

$$
\begin{aligned}
(-i\hbar)^2\frac{\delta^3 W[J]}{\delta J(t_1)\delta J(t_2)\delta J(t_3)}\bigg|_{J=0} &= (-i\hbar)^3\left(\frac{1}{Z[J]}\frac{\delta^3 Z[J]}{\delta J(t_1)\delta J(t_2)\delta J(t_3)}\right. \\
&\quad -\frac{1}{Z^2[J]}\frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(t_1)\delta J(t_2)}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_3)} \\
&\quad -\frac{1}{Z^2[J]}\frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(t_3)\delta J(t_1)}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_2)} \\
&\quad -\frac{1}{Z^2[J]}\frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(t_2)\delta J(t_3)}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_1)} \\
&\quad \left.+\frac{2}{Z^3}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_1)}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_2)}\frac{\delta Z[J]}{\delta J(t_3)}\right)\bigg|_{J=0} \\
&= \langle T(Y(t_1)Y(t_2)Y(t_3))\rangle \\
&\quad -\langle T(Y(t_1)Y(t_2))\rangle\langle Y(t_3)\rangle \\
&\quad -\langle T(Y(t_3)Y(t_1))\rangle\langle Y(t_2)\rangle \\
&\quad -\langle T(Y(t_2)Y(t_3))\rangle\langle Y(t_1)\rangle \\
&\quad +2\langle T(Y(t_1))\langle Y(t_2)\rangle\langle Y(t_3)\rangle\rangle \\
&= \langle T\left((Y(t_1)-\langle Y(t_1)\rangle)\left(Y(t_2-\langle Y(t_2)\rangle\right)\right. \\
&\quad \times\left.\left(Y(t_3)-\langle Y(t_3)\rangle\right)\right)\rangle \qquad (3.52)
\end{aligned}
$$

dengan cara yang hampir sama, bisa diekspresikan dengan persamaan yang lebih rumit, tentunya dengan orde yang lebih tinggi.

Dalam teori medan kuantum $W[J]$ merupakan generator fungsional untuk menghubungkan vakum fungsi green

$$\left.\frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(t_1)\delta J(t_2)}\right|_{J=0} = -\frac{i}{\hbar m} G_F(t_1 - t_2) Z[0]. \tag{3.53}$$

sehingga persamaan (3.48) menjadi

$$\begin{aligned} \langle T(Y(t_1)Y(t_2))\rangle &= (-i\hbar)^2 \frac{1}{Z[J]} \left.\frac{\delta^2 Z[J]}{\delta J(t_1) J_2}\right|_{J=0} \\ &= (-i\hbar)^2 \left(-\frac{i}{\hbar m}\right) G_F(t_1 - t_2) Z[0] \\ &= \frac{i\hbar}{m} G_F(t_1 - t_2) Z[0]. \end{aligned} \tag{3.54}$$

Dengan kata lain, dua titik waktu fungsi korelasi pada vakum dapat dinyatakan dengan Feynman fungsi Green.

Pada kasus DNA ini Lagrangian yang digunakan adalah pada persamaan (3.14), dimana terdapat interaksi antara elektron yang melintas dengan osilator, sehingga osilator tersebut mendapatkan pengaruh atau gangguan dari elektron. Aksinya dapat dituliskan dengan

$$S[Y, J] = S_0[Y, J] - \int_{-\infty}^{\infty} dt M' \Omega^2 \alpha \left\{ x_k(t) \delta[x(t) - x_{0,k}] \right\} \tag{3.55}$$

di mana

$$S_0[Y, J] = \int_0^T dt \left\{ \frac{1}{2} m \dot{x}^2(t) + \frac{1}{2} M' [\dot{x}_k^2(t) - \Omega^2 x_k^2(t)] \right\} \tag{3.56}$$

$S_0[Y, J]$ adalah aksi untuk osilator harmonik yang dilalui oleh elektro, diketahui sebelumnya bahwa

$$\frac{\delta S_0[Y, J]}{\delta J(t)} = x(t) \tag{3.57}$$

atau secara operasional dapat diidentifikasi

$$\frac{\delta}{\delta J(t)} \rightarrow x(t) \tag{3.58}$$

ketika beroperasi pada $S_0[Y, J]$. Dengan mensubtitusikan persamaan (3.58) dan (3.56) ke persamaan (3.47) fungsi pembangkit dapat dinyatakan

$$\begin{aligned}
Z[J] &= N \int Dx \left(exp\left\{ -\frac{iM'\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt\Omega^2 y(t)\delta[x(t) - x_0] \right\} \right) \left(exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S_0[Y, J] \right\} \right) \\
&= N \int Dx \left(exp\left\{ -\frac{iM'\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt\Omega^2 \left(\frac{\delta}{\delta J(t)} \right) \delta[\frac{\delta}{\delta J(x)} - x_0] \right\} \right) \\
&\quad \times \left(exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S_0[Y, J] \right\} \right) \\
&= N \int Dx \left(exp\left\{ -\frac{iM'\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt\Omega^2 \delta \left(\frac{\delta^2}{\delta J(t)\delta J(x)} \right) \right\} \right) \left(exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S_0[y, J] \right\} \right) \\
&= \left(exp\left\{ -\frac{iM'\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt\Omega^2 \delta \left(\frac{\delta^2}{\delta J(t)\delta J(x)} \right) \right\} \right) N \int Dx \left(exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S_0[Y, J] \right\} \right) \\
&= \left(exp\left\{ -\frac{iM'\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt\Omega^2 \delta \left(\frac{\delta^2}{\delta J^2(t)} \right) \right\} \right) Z_0[J] \qquad (3.59)
\end{aligned}$$

di mana $Z_0[J]$ adalah fungsional vakum untuk osilator harmonik dalam pengaruh interaksi dengan elektron yang melintas. Seperti pada penjelasan yang kaitannya dengan fungsi Green(lihat lampiran B)

$$Z_0[J] = Z_0[0] \left(exp\left\{ -\frac{i}{2\hbar M'} \int\int_{-\infty}^{\infty} dt'dt'' J(t')G_F(t' - t'')J(t'') \right\} \right). \tag{3.60}$$

maka, persamaan (3.59) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
Z[J] &= Z_0[0] \left(exp\left\{ -\frac{iM'\alpha}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt\Omega^2 \delta \left(\frac{\delta^2}{\delta J^2(t)} \right) \right\} \right) \\
&\quad \times \left(exp\left\{ -\frac{i}{2\hbar M'} \int\int_{-\infty}^{\infty} dt'dt'' J(t')G_F(t' - t'')J(t'') \right\} \right) \qquad (3.61)
\end{aligned}$$

Jika α kecil, yaitu sebagai *coupling* lemah, dapat diekspansikan dengan deret Taylor dan bisa didapatkan fungsional vakum sebagai deret pangkat yang bergantung pada α. Untuk itu, semua vakum fungsi Green juga dapat dapat dihitung sebagai gangguan lemah dan dapat dikaji menggunakan teori pertubasi dalam kerangka kerja integral lintas Feynman.

Berikut ini adalah alternatif lain untuk mengkaji Lagrangian DNA dimana suku-suku interaksi diperhatikan, kopling antara partikel dan basa nitrogen dianggap lemah. Kembali ke persamaan Aksi

$$S[Y, J] = S_0[J] + \int_{t_a}^{t_b} F(x(t), t) x_k(t) dt + \int_{t_a}^{t_b} \frac{M'}{2}(\dot{x}_t^2 - \Omega^2 x_k^2) \tag{3.62}$$

di mana suku ke-2 dari persamaan (3.62) merupakan suku interaksi antara partikel dan basa nitrogen

$$F(x(t), t) x_k(t) = M' \Omega^2 \alpha \sum x_k(t) \delta[x(t) - x_k(t)] \tag{3.63}$$

dengan mengkombinasikan suku ke-2 dan ke-3 dari persamaan (3.62) fungsi $R[x_k(t)]$ dapat dinyatakan

$$\begin{aligned} R[x_k(t)] &= \int Dx_k(t) \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \left(\int_{t_a}^{t_b} F(x(t), t) x_k(t) dt + \int_{t_a}^{t_b} \frac{M'}{2}(\dot{x}_k^2 - \Omega^2 x_k^2) \right) \right\} \\ &= \int_{x_0}^{x} Dx \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} S[x(t)] \right\} \end{aligned} \tag{3.64}$$

di mana

$$S[x(t)] = \int_{t_a}^{t_b} \int_{t_a}^{t_b} dt \left(F(x(t), t) x_k(t) dt + \frac{M'}{2}(\dot{x}_t^2 - \Omega^2 x_k^2) \right) \tag{3.65}$$

unutk itu persamaan gerak integral lintas dari (x_0, t_0) ke (x, t) pada keseluruhan sistem interakif di atas adalah

$$Z[J] = \int_{x_0}^{x} \left[\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\int_{t_b}^{t_a} \frac{m}{2}\dot{x}^2 dt\right\}\right] R[x_k(t)] \tag{3.66}$$

persamaan (3.64) merupakan kasus *forced harmonic oscillatot*. Selanjutnya dilakukan analisa untuk Aksi pada persamaan (3.65). Bentuk turunan S dinyatakan dengan

$$\frac{\delta S}{\delta x_k} = M'(\partial^2 + \Omega^2)x_k - F(x(t), t) \tag{3.67}$$

dianggap $x_{cl}(t)$ merupakan lintasan klasik dengan memperhatikan gaya-gaya yang memenuhi persamaan (3.67). Syarat batas yang dipakai dalam kasus ini adalah $x^F_{cl}(t_0) = x_0$dan $x^F_{cl}(t) = x$, berikut solusi umum persamaan (3.67) dalah

$$x^F_{cl}(t) = x_{cl}(t) - \int_{t_a}^{t_b} dt' G(t, t') F(x(t), t') \tag{3.68}$$

di mana $x_{cl}(t)$ adalah lintasa klasik tanpa kehadiran gaya yang mana telah diberikan pada persamaan (3.31). Fungsi Green, $G(t, t')$ memenuhi kaidah

$$M'(\partial^2 + \Omega^2)G(t, t') = -\delta(t - t') \tag{3.69}$$

oleh karena $x_{cl}(t)$ memenuhi keadaan syarat batas, maka $G(t, t')$ harus memenuhi $G(t, t') = 0 = G(t_0, t')$. Ekspresi dari G dinyatakan sebagai berikut

$$G(t, t') = \begin{cases} \frac{\sin(\Omega(t_b - t))\sin(\Omega(t' - t_a))}{M'\Omega\sin(\Omega(t_b - t_a))}, & \text{untuk } t' \leq t, \\ \frac{\sin(\Omega(t_b - t'))\sin(\Omega(t - t_a))}{M'\Omega\sin(\Omega(t_b - t_a))}, & \text{untuk } t \neq t'. \end{cases} \tag{3.70}$$

untuk menentukan Path integral

$$
\begin{aligned}
R^F(x_k, t, x_{0,k}, t_0) &= \int Dx_k(t) \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\int_{t_a}^{t_b} F(x(t), t)x_k(t)dt \right.\right. \\
&\left.\left. + \int_{t_a}^{t_b} \frac{M'}{2}(\dot{x}_k^2 - \Omega^2 x_k^2)\right)\right\} \qquad (3.71)
\end{aligned}
$$

jiak $F = 0$, maka persamaan (3.71) dapat diekspansikan dalam deret Taylor

$$
\begin{aligned}
S[x_k(t)] &= S[x_{cl}^F] + \left.\frac{\delta S}{\delta x_k}\right|_{x_k = x_{cl}} (x_k - x_{cl}^F) + \frac{1}{2}\left.\frac{\delta^2 S}{\delta x_k^2}\right|_{x_k = x_{cl}^F} (x_k - x_{cl}^F)^2 + \cdots \\
&= S[x_{cl}^F] + \frac{1}{2}\left.\frac{\delta^2 S}{\delta x_k^2}\right|_{x_k = x_{cl}^F} (x_k - x_{cl}^F)^2 \qquad (3.72)
\end{aligned}
$$

untuk itu

$$
R^F(x_k, t, x_{0,k}, t_0) = \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\right\} \int Dx_k \exp\left\{\frac{iM'}{2\hbar}\int_{t_0}^{t} dt \left.\frac{\delta^2 S}{\delta x_k^2}\right|_{(x_k - x_{cl}^F)}^{(x_k - x_{cl}^F)^2}\right\} \qquad (3.73)
$$

karena

$$
\left.\frac{\delta^2 S(F)}{\delta x_k^2}\right|_{(x_k - x_{cl}^F)} = \left.\frac{\delta^2 S(F=0)}{\delta x_k^2}\right|_{(x_k - x_{cl}^F)} = \left.\frac{\delta^2 S(F=0)}{\delta x_k^2}\right|_{(x_k - x_{cl})} \qquad (3.74)
$$

maka

$$
\begin{aligned}
R[x_k] &= R^F(x_k, t, x_{0,k}, t_0) \\
&= \left[\det\left(-\frac{iM'}{2\pi\hbar}(\partial^2 + \Omega^2)\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}S[x_{cl}^F]\right\} \\
&= \left(\frac{M'\Omega}{2\pi i\hbar \sin(\Omega(t - t_0))}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar}S[x_{cl}^F]\right\} \\
&= \exp\left\{\frac{ix_k}{2\pi i\hbar \sin(\Omega(t - t_0))}\int_{t_0}^{t} d\bar{t} \sin(\Omega(\bar{t} - t_0))F(x, \bar{t})\right. \\
&\quad + \frac{ix_{0,k}}{\sin(\Omega(t - t_0))}\int_{t_0}^{t} d\bar{t} \sin(\Omega(t - \bar{t}))F(x, \bar{t}) \\
&\quad + \frac{i}{M'\hbar \sin(\Omega(t - t_0))}\int_{t_0}^{t} dt' \int_{t_0}^{t} d\bar{t} F(x, t')F(x, \bar{t})
\end{aligned}
$$

$$\times \sin(\Omega(t-t'))\sin(\Omega(\bar{t}-t))\} \, R(x_k,t,x_{0,},t_0) \tag{3.75}$$

di mana $R(x_k, t, x_{0,}, t_0)$ adalah Integral lintas untuk $F = 0$. Untuk kasus khusus di mana titik awal dan akhir osilator adalah titik asal, $x_k = x_{0,k} = 0$ maka

$$\begin{aligned} R^F(x_k,t,x_{0,k},t_0) = \quad & \exp\left\{\frac{i}{M'\hbar\sin(\Omega(t-t_0))}\int_{t_0}^{t}dt'\int_{t_0}^{t}d\bar{t}F(x,t')F(x,\bar{t})\right. \\ & \times \sin(\Omega(t-t'))\sin(\Omega(\bar{t}-t))\} \, R(x_k,t,x_{0,},t_0) \\ = & \left(\frac{M'\Omega}{2\pi i\hbar\sin(\Omega T)}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{\frac{iM'}{2\hbar}\left(\frac{\Omega}{\sin(\Omega T)}\right)\right. \\ & \times (x_k^2+x_{0,k}^2)\cos(\Omega T)-2x_kx_{0,k}\} \exp\left\{\frac{i}{M'\Omega\hbar\sin(\Omega T)}\right. \\ & \left.\times \int_{t_0}^{t}dt'\int_{t_0}^{t}d\bar{t}F(x,t')F(x,\bar{t})\sin(\Omega(t-t'))\sin(\Omega(\bar{t}-t))\right\}. \end{aligned} \tag{3.76}$$

Dengan demikian $Z[J]$ untuk sistem interaktif pada saat t_0 ke t adalah

$$\begin{aligned} Z[J] \;=\; & \left(\frac{M'\Omega}{2\pi i\hbar\sin(\Omega T)}\right)^{\frac{1}{2}}\int_{x_0}^{x}Dx\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\frac{m}{2}\int_{t_0}^{t}\dot{x}^2(t)dt\right.\right. \\ & \left.\left.-\frac{i}{M'\Omega\hbar\sin(\Omega T)}\int_{t_0}^{t}dt'\int_{t_0}^{t}d\bar{t}F(x,t')F(x,\bar{t})\sin(\Omega(t-t'))\sin(\Omega(\bar{t}-t))\right)\right\} \end{aligned} \tag{3.77}$$

di mana $T = t - t_0$.

BAB IV

DNA DALAM PENGARUH MEDAN GAUGE

Teori medan gauge erat hubungannya dengan teori elektromegnetik. Hal penting dalam elektromagnetisme adalah prinsip kesimetriannya. Dalam kehidupan sehari-hari, operasi simetri terkait dengan suatu operasi yang dilakukan terhadap suatu obyek dan obyek tersebut tampak sama sebelum dan sesudah operasi. O-perasi simetri ini dapat diperluasan dengan melakukan operasi matematis atau transformasi terhadap obyek dalam hukum fisika, sehingga hukum fisika tampak sama sebelum dan sesedah operasi. Transformasi tersebut disebut invarian. Dalam bab sebelumnya telah dibahas mendetail terkait DNA tanpa adanya pengaruh medan, sedangkan pada bab ini akan dibahas DNA dalam pengaruh medan gauge. Apa yang terjadi apabila DNA dalam pengaruh medan Gauge?

4.1 Transformasi Gauge

Sebelum diskusi lebih lanjut mengenai kuantisasi dalam medan magnet, terlebih dahulu mengenal Lagrangian mekanika klasik (*classical Lagrangian mechanics*)

Tranformasi gauge klasik (*Classical gauge transformation*). Persamaan sederhana dalam gerak diperolah dari persamaan aksi (Zinn-Justin,2005)

$$S(\mathbf{x}) = \int_{t_i}^{t_f} dt \mathcal{L}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}), \tag{4.1}$$

dengan menambahkan total derivatif ke dalam Lagrangian, maka

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \mapsto \mathcal{L}' = \mathcal{L}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) + \dot{\mathbf{x}} \cdot \nabla\chi(\mathbf{x}) \tag{4.2}$$

di mana $\mathcal{L}$ adalah Lagrangian sebelum transformasi, dan $\mathcal{L}'$ sesudah transformasi. Sedangkan $\dot{\mathbf{x}} \cdot \nabla\chi(\mathbf{x})$ adalah suku tambahan karena adanya transformasi. Oleh karena itu aksi pada persamaan (4.1) menjadi

$$S'(\mathbf{x}) = \int_{t_i}^{t_f} dt\mathcal{L}' = S(\mathbf{x}) + \chi(\mathbf{x}(t'')) - \chi(\mathbf{x}(t')) \tag{4.3}$$

sedangkan momentum konjugat dapat dituliskan

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \mapsto \mathbf{P} = \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{\mathbf{x}}} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} + \nabla\chi(\mathbf{x}) \tag{4.4}$$

dan Hamiltonian

$$\begin{aligned} H(\mathbf{P}, \mathbf{x}) &= \mathbf{P} \cdot \dot{\mathbf{x}} - \mathcal{L}, \\ H'(\mathbf{P}, \mathbf{x}) &= \mathbf{P} \cdot \dot{\mathbf{x}} - \mathcal{L}' = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} \cdot \dot{\mathbf{x}} - \mathcal{L} = H\left(\mathbf{P} - \nabla\chi(\mathbf{x}), \mathbf{x}\right). \end{aligned} \tag{4.5}$$

Hamiltonian yang baru sama dengan Hamiltonian yang pertama, yang di dalamnya terdapat variabel $\mathbf{P}$ yang kemudian digantikan oleh $\mathbf{P} - \nabla\chi(\mathbf{x})$. Transformasi ini disebut dengan transformasi gauge.

Dalam mekanika kuantum diperkenalkan operator kuantum $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{P}}, \hat{H}$ yang sesuai dengan kuantitas klasik $\mathbf{x}, \mathbf{P}, H$. Transformasi sederhana dalam persamaan (4.4) dan (4.5) sesuai dalam mekanika kuantum transformasi generasi unitari (*Unitary transformation generated*) oleh operator

$$U = Exp\left[\frac{i\chi(\hat{\mathbf{x}})}{\hbar}\right] \tag{4.6}$$

apabila dioperasikan pada operator momentum, maka didapatkan

$$U\hat{\mathbf{P}}U^{\dagger} = \hat{\mathbf{P}} - \nabla\chi(\hat{\mathbf{x}}), U\hat{\mathbf{x}}U^{\dagger} = \hat{\mathbf{x}} \tag{4.7}$$

Momentum konjugasi yang baru diperoleh dari transformasi uniter dari operator posisi $\hat{\mathbf{x}}$, dan hubungan komutasi antara $\hat{\mathbf{x}}$ dan $\hat{\mathbf{P}}$, invarian. Aplikasi transformasi unitari (4.7) pada Hamiltonian H

$$U\hat{H}(\hat{\mathbf{P}},\hat{\mathbf{x}})U^{\dagger} = \hat{H}\left(\hat{\mathbf{P}} - \nabla\chi, \hat{\mathbf{x}}\right) = \hat{H}'(\hat{\mathbf{P}},\hat{\mathbf{x}}),$$

di mana $\hat{H}'(\hat{\mathbf{P}},\hat{\mathbf{x}})$ adalah kuantisasi dari transformasi Hamiltonian klasik (4.5).

Dalam transformasi uniter, fungsi gelombang $\psi(\mathbf{x})$ dikalikan dengan fungsi posisi $\mathbf{x}$, modulus 1 (elemen grup U(1)):

$$\psi'(\mathbf{x}) = Exp\left[\frac{i\chi(\hat{\mathbf{x}})}{\hbar}\right]\psi(\mathbf{x}) \tag{4.8}$$

Selain itu, Operator $K(x_f, x_i, T)$ pada persamaan (3.10), berubah menjadi

$$K' = UKU^{\dagger}, \tag{4.9}$$

sehingga elemen matriksnya menjadi

$$\langle \mathbf{x}_f \left| K'(x_f, x_i, T) \right| \mathbf{x}_i \rangle = Exp\left[\frac{i(\chi(\mathbf{x}_f) - \chi(\mathbf{x}_i))}{\hbar}\right]\langle \mathbf{x}_f \left| K(x_f, x_i, T) \right| \mathbf{x}_i \rangle \tag{4.10}$$

Dalam mekanika kuantum juga, transformasi yang sudah dijelaskan yang disebut dengan transformasi gauge, di mana untuk semua konjugat momentum $\hat{\mathbf{P}}$ ekuivalen.

4.2 Gabungan dengan Medan Magnet: Simetri Gauge

Generator medan magnet yang mempunyai bukti-bukti kesimetrian yang disebut dengan simetri gauge.

4.2.1 Invarian Gauge Klasik

Lagrangian dari persamaan (3.5) disubtitusikan ke dalam persamaan (4.2) didapatkan

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \to \mathcal{L}' &= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] + \dot{\mathbf{x}}\cdot\nabla\chi(\mathbf{x}) \\ &\neq \mathcal{L} \end{aligned} \tag{4.11}$$

dan dengan cara yang sama, persamaan (3.13) yang disubtitusikan ke dalam persamaan (4.3) diperoleh

$$\begin{aligned} S'(\mathbf{x}) &= \int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{4}M'\Omega^3\alpha^2\rho \\ &\quad \times\int_0^T\int_0^T dtds\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(s)]\frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2} - |t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})} \\ &\quad +\int_{t'}^{t''} dt\dot{\mathbf{x}}\cdot\nabla\chi(\mathbf{x}). \end{aligned} \tag{4.12}$$

Persamaan Lagrangian pada persamaan (4.11) tidak invarian antara $\mathcal{L}$ dan $\mathcal{L}'$, sehingga perlu adanya modifikasi dari yaitu dengan adanya penambahan medan potensial. Untuk itu Larangian pada persamaan (3.12) menjadi

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] - e\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} \end{aligned} \tag{4.13}$$

di mana $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ adalah vektor potensial, yang diperoleh dari medan magnet $\mathbf{B}$, dan e adalah muatan elektron. dan untuk transformasi gauge pada potensial vektor adalah

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) \mapsto \mathbf{A}'(\mathbf{x}) = \mathbf{A}(\mathbf{x}) + \frac{1}{e}\nabla\chi(\mathbf{x}). \tag{4.14}$$

kemudian, dengan menggunakan persamaan (4.2), (4.13) dan (4.14) didapatkan

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} \to \mathcal{L}' &= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\
&\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] + \dot{\mathbf{x}}\cdot\nabla\chi(\mathbf{x}) \\
&\quad -e\mathbf{A}'(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} \\
&= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\
&\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] + \dot{\mathbf{x}}\cdot\nabla\chi(\mathbf{x}) \\
&\quad -e\left(\mathbf{A}(\mathbf{x}) + \frac{1}{e}\nabla\chi(\mathbf{x})\right)\cdot\dot{\mathbf{x}} \\
&= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\
&\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] + \dot{\mathbf{x}}\cdot\nabla\chi(\mathbf{x}) \\
&\quad -e\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} - \nabla\chi(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} \\
&= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\
&\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] - e\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} \\
&= \mathcal{L} \qquad (4.15)
\end{aligned}$$

Dengan adanya vektor potensial, persamaan Lagrangian menjadi invarian seperti pada persamaan (4.15). Dengan menggunakan cara yang sama dapat diperoleh Hamiltonian pada kasus ini adalah

$$\begin{aligned}
H &= \frac{[\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{x})]^2}{2m} + \frac{1}{2}\sum\left[\frac{[\mathbf{P}_k + e\mathbf{A}(\mathbf{x})]^2}{M'} + M'\Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)\right] \\
&\quad +M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{0,k}] \qquad (4.16)
\end{aligned}$$

Dalam formalisme Hamiltonian, invariansi gauge diterapkan dalam bentuk subtitusi

$$\mathbf{p} \mapsto \mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{x})$$

Prinsip simetri di sini dinamakan simetri gauge dan sangat umum. ini merupakan pendahuluan dari medan gauge, yaitu dengan adanya potensial vektor.

4.2.2 Invariansi Kuantum Gauge dan Kuantisasi

Ketika variabel klasik digantikan oleh operator kuantum dalam Hamiltonian (4.16). Dalam kasus medan magnet, kondisi hermit ditentukan dalam kuantum hamiltonian

$$\begin{aligned} H &= \frac{[\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})]^2}{2m} + \frac{1}{2}\sum\left[\frac{\left[\hat{\mathbf{P}}_k + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right]^2}{M'} + M'\Omega^2\hat{\mathbf{x}}_k^2(t)\right] \\ &\quad + M'\Omega^2\alpha\sum\hat{\mathbf{x}}_k(t)\delta[\hat{\mathbf{x}}(t) - \hat{\mathbf{x}}_{0,k}]. \end{aligned} \tag{4.17}$$

Invariansi gauge menyatakan secara tidak langsung bahwa Hamiltonian berhubungan dengan potensial vektor $\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})$ yang dihubungkan oleh transformasi gauge (4.14), dan kesemua itu adalah equivalen. Mulai dari simetri gauge, Hamiltonian dapat bergantung pada operator $\hat{\mathbf{p}}$ dengan kombinasi $\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})$. Dengan menggunakan transformasi (4.7) dan (4.14)

$$U\left[\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right]U^\dagger = \hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})$$

Kuantisasi akan dihasilkan dari bentuk proporsional menjadi komutator

$$\begin{aligned} e\left[\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right] &= e\left[\hat{\mathbf{p}}\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\hat{\mathbf{p}}\right] \\ &= e\left[(\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}))(\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{1}{e}\nabla\chi(\hat{\mathbf{x}})) \right. \\ &\quad \left. -(\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{1}{e}\nabla\chi(\hat{\mathbf{x}}))(\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}))\right] \\ &= e\left[\left(\hat{\mathbf{p}}\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{\hat{\mathbf{p}}}{e}\nabla\chi(\hat{\mathbf{x}}) + \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})}{e}\nabla\chi(\hat{\mathbf{x}})\right)\right. \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& - \left(\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{e}\nabla\chi(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{p} + \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) + \frac{1}{e}\nabla\chi(\hat{\mathbf{x}})\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right)\Big] \\
= \; & e\left[\hat{\mathbf{p}}\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\hat{\mathbf{p}}\right] \\
= \; & e\left[\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right] \\
= \; & -ie\hbar\nabla \cdot \mathbf{A}.
\end{aligned} \tag{4.18}
$$

Akhirnya, dapat diperkenalkan bahwa operator

$$
\begin{aligned}
\mathbf{D} &= \frac{i}{\hbar}\left(\hat{\mathbf{p}} + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right) \\
&= \frac{i}{\hbar}\left(-i\hbar\nabla_x + e\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})\right) \\
&= \nabla_x + \frac{ie}{\hbar}\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})
\end{aligned} \tag{4.19}
$$

Dalam situasi sederhana (dengan topology sederhana), menyatakan secara tidak langsung bahwa $\mathbf{A}(\hat{\mathbf{x}})$ adalah sebuah gradien atau gauge murni.

4.2.3 Invariansi Gauge dan Path Integral

Prinsip simetri gauge akan dijelaskan lebih meluas lagi, bentuk umum dari persamaan path integral diberikan dalam bentuk operator $K(x_b, x_a; T)$, sesuai dengan persamaan (3.17).

Sebagaimana persamaan (4.10) diberikan integral total derivatif:

$$
\chi(x_f) - \chi(x_i) = \int_{t_i}^{t_f} dt\dot{\mathbf{x}} \cdot \nabla\Xi(\mathbf{x(t)}) \tag{4.20}
$$

sehingga aksi menurut persamaan (4.3) termodifikasi menjadi

$$
\begin{aligned}
\mathcal{S}(\mathbf{x}) \mapsto \mathcal{S}'(\mathbf{x}) \; = \; & \int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) + \frac{1}{4}M'\Omega^3\alpha^2\rho \\
& \times \int_0^T\int_0^T dtds\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(s)]\frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2} - |t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})}
\end{aligned}
$$

$$-i\int_{t_i}^{t_f} dt\dot{\mathbf{x}}\cdot\nabla\chi(\mathbf{x(t)}), \tag{4.21}$$

seperti halnya pada Lagrangian (4.15), total derivatif dapat dihilangkan agar dapat invarian antara $\mathcal{S}$ dan $\mathcal{S}'$ yakni dengan penambahan vektor potensial $\mathbf{A}(\mathbf{x})$

$$\begin{aligned}\mathcal{S}(\mathbf{x}) &= \int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) - \int_0^T dte\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{4}M'\Omega^3\alpha^2\rho \\ &\times \int_0^T\int_0^T dtds\delta[\mathbf{x}(t)-\mathbf{x}(s)]\frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2}-|t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})} \\ &-i\int_{t_i}^{t_f} dte\mathbf{A}(\mathbf{x})\dot{\mathbf{x}},\end{aligned} \tag{4.22}$$

Hasil aksi euclidean pada persamaan (4.22) ini merupakan integral dari Lagrangian persamaan (4.13).

Dalam kasus tanpa medan magnet, path integral hanya menggunakan aksi euclidean klasik

$$\langle\mathbf{x}_f\,|K(t_f,t_i)|\,\mathbf{x}_t\rangle = \int_{\mathbf{X}(t_i)=\mathbf{X}_i}^{\mathbf{X}(t_f)=\mathbf{X}_f}[d\mathbf{x}(t)]\,exp\left[\frac{-\mathcal{S}(\mathbf{x})}{\hbar}\right]. \tag{4.23}$$

Catatan bahwa hasil aksi euclidean tidak selamya riil, bertanda positif. Akan tetapi juga imejiner, bertanda negatif.

$$\int dt\mathbf{A}(\mathbf{q})\cdot\dot{\mathbf{x}} = \oint d\mathbf{q}\cdot\mathbf{A}(\mathbf{x}). \tag{4.24}$$

Sifat ini mempunyai bermacam-macam konsekuensi dalam mekanika kuantum, seperti halnya kuantisasi muatan pada magnet *monopole* atau yang lebih umum kuantisasi ketika ruang sudah tidak sederhana.

4.3 Teori Medan

Pembahasan ini dimulai dengan teori ϕ^4, dalam kasus ini diberikan (Das, 2006)

$$S[\phi] = \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi), \tag{4.25}$$

di mana densitas Lagrangian diambil dari persamaan Lagrangian dari DNA (3.12)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) &= \frac{1}{2} m(\partial_\mu \phi(x) \partial^\mu \phi(x)) + \frac{1}{2} M' \sum [(\partial_\mu \phi(x_k) \partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2] \\ &\quad - M' \Omega^2 \alpha \sum \phi(x_k) \delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})] \end{aligned} \tag{4.26}$$

maka aksi dari persamaan (4.25) apabila ditulis dalam bentuk Lagrangian di dalamnya menjadi

$$S[\phi] = \int dt L, \tag{4.27}$$

di mana

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) \tag{4.28}$$

dalam kasus ini kesejajaran antara mekanika kuantum klasik dengan medan kuantum diberikan(purwanto, 2005)

$$\begin{aligned} x &\to \phi \\ p &\to \pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \end{aligned} \tag{4.29}$$

Hubungan antara momentum dan kecepatan dalam mekanika klasik, yaitu $p = \dot{x}$ (untuk $m = 1$). Dalam teori medan kuantum, dalam bahasa *operator*, ini merupakan titik awal *quantization*. Akan tetapi, dalam formalisme *path integral*, semua variabel dalam bentuk sederhana. Oleh karena itu, berbagai macam konsep diana-lisa dalam bahasa yang sederhana. Pertama, dari Lagrangian pada persamaan (4.26), didapatkan Hamiltonian dari transformasi Legendre

$$H = \int d^3x\pi(x)\dot{\phi}(x) - L. \tag{4.30}$$

Dalam kasus ini Hamiltonian dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned} H &= \int d^3x \Big(\pi(x)\dot{\phi}(x) - \frac{1}{2}m(\partial_\mu\phi(x)\partial^\mu\phi(x)) \\ &\quad -\frac{1}{2}M'\sum[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)) - \Omega^2\phi(x_k)^2] \\ &\quad +M'\Omega^2\alpha\sum\phi(x_k)\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\Big) \\ &= \int d^3x \Big(\frac{1}{2}m(\partial_\mu\phi(x)\partial^\mu\phi(x)) \\ &\quad +\frac{1}{2}M'\sum[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)) + \Omega^2\phi(x_k)^2] \\ &\quad +M'\Omega^2\alpha\sum\phi(x_k)\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\Big) \end{aligned} \tag{4.31}$$

di mana rapat Lagrangian, yang mana bergantung pada ϕ dan $\partial_\mu\phi$. Persamaan *Euler-Lagrange* untuk teori medan diberikan

$$\partial_\mu\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\partial_\mu\phi} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} = 0 \tag{4.32}$$

dengan memberikan dinamika pada sistem.

Mengacu pada persamaan (3.14), maka Lagrangian pada persamaan (4.26) menjadi

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\phi,\partial_\mu\phi) &= \frac{1}{2}m(\partial_\mu\phi(x)\partial^\mu\phi(x)) + \frac{1}{2}M'\sum[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)) - \Omega^2\phi(x_k)^2] \\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\phi(x_k)\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})] \\ &= J\phi(x) + \frac{1}{2}M'\sum[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)) - \Omega^2\phi(x_k)^2] \end{aligned}$$

$$-M'\Omega^2\alpha\sum\phi(x_k)\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})] \tag{4.33}$$

jika Lagrangian interaksi diabaikan terlebih dahulu, maka

$$\mathcal{L}(\phi,\partial_\mu\phi) = J\phi(x)+\frac{1}{2}M'[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2] \tag{4.34}$$

karena

$$\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k) = \partial_\mu\left[\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)\right]-\phi(x_k)\partial_\mu\partial^\mu\phi(x_k) \tag{4.35}$$

maka Aksi pada persamaan (4.25) menjadi

$$\begin{aligned} S[J] &= \int d^4x\left(J\phi(x)+\frac{1}{2}M'[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2]\right)\\ &= \frac{1}{2}\int d^4x\left(\partial_\mu\left[\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)\right]\right)+\int d^4x\left(J\phi(x)+\frac{1}{2}M'[\phi(x_k)\partial^2\phi(x_k)-\Omega^2\phi(x_k)^2]\right)\\ &= \frac{1}{2}\int d^4x\left(\partial_\mu\left[\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)\right]\right)+\int d^4x\left(J\phi(x)-\frac{1}{2}M'\phi(x_k)[\partial^2+\Omega^2]\phi(x_k)\right) \end{aligned} \tag{4.36}$$

suku pertama persamaan (4.36) dapat diabaikan untuk menjamin keberhinggaan pada limit $\phi\to\infty$, kemudian disisipkan juga suku

$$-\epsilon\phi^2$$

dalam bentuk

$$exp\left\{-\epsilon\int d^4x\phi^2\right\}.$$

Penambahan suku tersebut merubah Aksi menjadi

$$S[J] = -\frac{i}{2}\int d^4x \left(-2J\phi(x) + M'\phi(x_k)[\partial^2 + \Omega^2 - i\epsilon]\phi(x_k)\right) \tag{4.37}$$

Untuk evaluasi integral gausian transisi vakum dilakukan transformasi Fourier, yaitu

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^4p\tilde{\phi}\exp\{ipx\} \tag{4.38}$$

$$J(x) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^4p\tilde{J}\exp\{ipx\} \tag{4.39}$$

disubtitusikan ke dalam Aksi (4.37) didapatkan

$$\begin{aligned} S[J] &= -\frac{i}{2}\int \frac{d^4xd^4p_1d^4p_2}{(2\pi)^4}\left(M'\tilde{\phi}(p_1)[-p_2^2 + \Omega^2 - i\epsilon]\tilde{\phi}(p_2) - 2\tilde{J}(p_1)\tilde{\phi}(p_2)\right) \\ &\quad \times \exp\{i(p_1+p_2)x\} \\ &= -\frac{i}{2}\int d^4p_1d^4p_2\left(M'\tilde{\phi}(p_1)[-p_2^2 + \Omega^2 - i\epsilon]\tilde{\phi}(p_2) - 2\tilde{J}(p_1)\tilde{\phi}(p_2)\right) \\ &\quad \times\delta^4(p_1+p_2) \\ &= -\frac{i}{2}\int d^4p_1\left(M'\tilde{\phi}(p_1)[-p_1^2 + \Omega^2 - i\epsilon]\tilde{\phi}(p_1) - 2\tilde{J}(p_1)\tilde{\phi}(-p_1)\right) \\ &= \frac{i}{2}\int d^4p\left(M'\tilde{\phi}(p)[p^2 - \Omega^2 + i\epsilon]\tilde{\phi}(p) + 2\tilde{J}(p)\tilde{\phi}(-p)\right) \end{aligned} \tag{4.40}$$

dan telah digunakan representasi Fourier untuk fungsi delta

$$\int \frac{d^4x}{(2\pi)^4} = \delta^4(p_1+p_2)x. \tag{4.41}$$

Selanjutnya untuk memisahkan antara suka $\tilde{\phi}(p)$ dengan suku $\tilde{J}(p)$, maka dilakukan pergeseran variabel

$$\tilde{\phi(p)} \rightarrow \tilde{\phi}(p) = \tilde{\phi}(p) - \frac{\tilde{J}(p)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \tag{4.42}$$

serta mengingat

$$[D\tilde{\phi}] = [D\tilde{\phi}'] \underbrace{\det \left| \frac{\delta\tilde{\phi}}{\delta\tilde{\phi}'} \right|}_{=1} \tag{4.43}$$

maka didapatkan

$$\begin{aligned} S[J] &= \frac{i}{2} \int d^4p \left\{ M' \left(\tilde{\phi}(p) + \frac{\tilde{J}(p)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \right) [p^2 - \Omega^2 + i\epsilon] \left(\tilde{\phi}(-p) + \frac{\tilde{J}(-p)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \right) \right. \\ &\quad \left. + 2\tilde{J}(p) \left(\tilde{\phi}(-p) - \frac{\tilde{J}(-p)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \right) \right\} \\ &= \frac{i}{2} \int d^4p \left\{ M'\tilde{\phi}'(p)[p^2 - \Omega^2 + i\epsilon]\tilde{\phi}'(-p) + 2\tilde{J}(p)\tilde{\phi}(-p) - 2\frac{\tilde{J}(p)\tilde{J}(-p)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \right\} \\ &= \frac{i}{2} \int d^4p \left\{ M'\tilde{\phi}'(p)[p^2 - \Omega^2 + i\epsilon]\tilde{\phi}'(-p) - 2\frac{\tilde{J}(p)\tilde{J}(-p)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \right\} \end{aligned} \tag{4.44}$$

suku $2\tilde{J}(p)\tilde{\phi}(-p)$ dapat diabaikan karena antara $\tilde{J}(p)$ dengan $\tilde{\phi}(p)$ tidak terpisah. Selanjutnya dilakukan transformasi Fourier invers

$$\tilde{\phi}(p(x)) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^4x \phi \exp\{ipx\} \tag{4.45}$$

$$\tilde{J}(p(x)) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^4x J \exp\{ipx\} \tag{4.46}$$

dan disubtitusikan ke dalam Aksi (4.44)

$$\begin{aligned} S[J] &= \frac{i}{2} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \left[\left(d^4x_1 d^4x_2 M'\phi(x_1)[p^2 - \Omega^2 + i\epsilon]\phi(x_2) \right) \exp\{ip(x_1 - x_2)\} \right. \\ &\quad \left. - \left(d^4x_1 d^4x_2 2\frac{\tilde{J}(x_1)\tilde{J}(x_2)}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \right) \exp\{ip(x_1 - x_2)\} \right] \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{i}{2}\int \Big(d^4x_1 d^4x_2 M'\phi(x_1)[p^2-\Omega^2+i\epsilon]\phi(x_2)\Big)\,\delta^4(x_1-x_2) \\
&\quad -\frac{i}{2}\int \frac{d^4p d^4x_1 d^4x_2}{(2\pi)^4}\left(2\frac{J(x_1)J(x_2)}{p^2-\Omega^2+i\epsilon}\right)\exp\{ip(x_1-x_2)\} \\
&= \frac{i}{2}\int \Big(d^4x_1 d^4x_2 M'\phi(x_1)[p^2-\Omega^2+i\epsilon]\phi(x_2)\Big) \\
&\quad -\frac{i}{2}\int d^4x_1 d^4x_2 2J(x_1)\left(\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{\exp\{ip(x_1-x_2)\}}{p^2-\Omega^2+i\epsilon}\right)J(x_2) \\
&= \frac{i}{2}\int d^4y M'\phi(x)[p^2-\Omega^2+i\epsilon]\phi(x) \\
&\quad -\frac{i}{2}\int d^4x_1 d^4x_2 2J(x_1)\left(\Delta_F(x_1-x_2)\right)J(x_2)
\end{aligned}
\tag{4.47}
$$

dengan

$$
\Delta_F(x_1-x_2) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{\exp\{ip(x_1-x_2)\}}{p^2-\Omega^2+i\epsilon} \tag{4.48}
$$

yang tidak lain adalah propagator skalar. Dan transisi vakum diberikan oleh

$$
\langle 0 \mid 0\rangle \equiv W_0[J] = N'\int D\phi \exp\left\{\int d^4x\left(J\phi(x) - \frac{1}{2}M'\phi(x_k)[\partial^2+\Omega^2]\phi(x_k)\right)\right\} \tag{4.49}
$$

dengan demikian

$$
\begin{aligned}
W_o[J] &= N'\int [D\phi]\exp\left\{\frac{i}{2}\int d^4xM'\phi(x)[p^2-\Omega^2+i\epsilon]\phi(x)\right\} \\
&\quad \times \exp\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x_1 d^4x_2 2J(x_1)\left(\Delta_F(x_1-x_2)\right)J(x_2)\right\} \\
&= N'W[0]\exp\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x_1 d^4x_2 2J(x_1)\left(\Delta_F(x_1-x_2)\right)J(x_2)\right\} \\
&= N'W[0]\exp\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x d^4x' 2J(x)\left(\Delta_F(x-x')\right)J(x')\right\}
\end{aligned}
\tag{4.50}
$$

dengan

$$
W[0] = \int [D\phi]\exp\left\{\frac{i}{2}\int d^4yM'\phi(x)[p^2-\Omega^2+i\epsilon]\phi(x)\right\}. \tag{4.51}
$$

Kedua bentuk $W_0[J]$ (4.49) dan (4.51) akan digunakan sesuai kontek persoalan, dalam hal ini adalah DNA.

Turunan pertma $W_0[J]$ pada persamaan (4.49) memberikan

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{i\delta J(x)} W_0[J] &= \int [d\phi] \left\{ i \int d^4x'(\mathcal{L}_0 + \phi(x')J(x')) \right\} \int d^4x' \phi(x')\delta(x'-x) \\ &= \int [d\phi]\phi(x) \left\{ i \int d^4x'(\mathcal{L}_0 + \phi J) \right\} \end{aligned} \tag{4.52}$$

derivatif lebih lanjut dan didefinisikan fungsi korelasi dua titik

$$\begin{aligned} (-i)^2 \frac{\delta^2 W_0[J]}{\delta J(x_1)\delta J(x_2)} &= \int [d\phi]\phi(x_1)\phi(x_2) \left\{ i \int d^4x'(\mathcal{L}_0 + \phi J) \right\} \\ &= \langle 0| T(\phi(x_1)\phi(x_2)) |0\rangle_J \end{aligned} \tag{4.53}$$

bila derivatif (4.52) dan (4.53) diterapkan dalam bentuk $W_0[J]$ (4.50), maka didapatkan

$$\begin{aligned} \frac{\delta W_0[J]}{i\delta J(x_1)} &= N'W[0] \exp\left\{ -\frac{i}{2} \int d^4x d^4x' J(x) \left(\Delta_F(x-x')\right) J(x') \right\} \\ &\quad \times \int d^4x d^4x' J(x)\Delta_F(x-x')\delta^4(x'-x_1) \\ &= N'W[0] \exp\left\{ -\frac{i}{2} \int d^4x d^4x' J(x) \left(\Delta_F(x-x')\right) J(x') \right\} \\ &\quad \times \int d^4x J(x)\Delta_F(x-x_1) \\ &= W_0[J] \int d^4x J(x)\Delta_F(x-x_1) \end{aligned} \tag{4.54}$$

dan

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 W_0[J]}{i^2\delta J(x_1)\delta J(x_2)} &= W_0[J] \left(\int d^4x J(x)\Delta_F(x-x_1) \right) \left(W_0[J] \int d^4x J(x)\Delta_F(x-x_2) \right) \\ &\quad + W_0[J] \int d^4x \delta(x-x_2)\Delta_F(x-x_1) \\ &= W_0[J] \left(\int d^4x J(x)\Delta_F(x-x_1) \right) \left(W_0[J] \int d^4x J(x)\Delta_F(x-x_2) \right) \\ &\quad + W_0[J] \int d^4x \Delta_F(x_2-x_1). \end{aligned} \tag{4.55}$$

Karena itu pengambilan $J(x) = 0$ pada tahap akhir memberikan

$$\left.\frac{\partial^2 W}{\partial J(x_1)\partial J(x_2)}\right|_{J=0} \equiv \langle 0| T(\phi(x_1)\phi(x_2)) |0\rangle_{J=0}$$
$$= \Delta_F(x_1 - x_2)$$
$$= \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{\exp\{ip(x_1 - x_2)\}}{p^2 - \Omega^2 + i\epsilon} \tag{4.56}$$

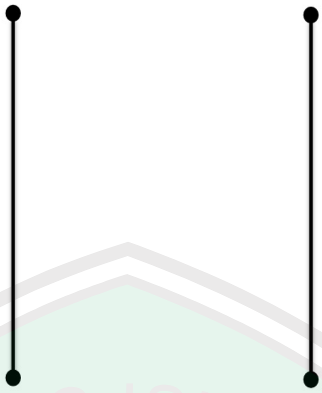
yang tidak lain adalah propagator skalar yang representasi diagramnya diberikan oleh gambar 4.1 yang merupakan interpretasi matematis dari fungsi green (Purwanto, 2005) dua titik (*two point green function*). Dengan prosedur yang saman,

Gambar 4.1: two point

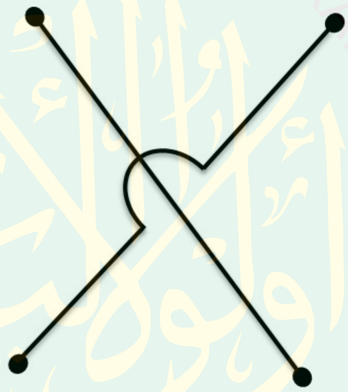
dapat diperoleh fungsi korelasi empat titik

$$\langle 0| T(\phi(x_1)\phi(x_2)\phi(x_3)\phi(x_4)) |0\rangle_{J=0} = \left.\frac{\partial^2 W}{\partial J(x_1)\partial J(x_2)\partial J(x_3)\partial J(x_4)}\right|_{J=0}$$
$$= \Delta_F(x_1 - x_2)\Delta_F(x_3 - x_4)$$
$$+\Delta_F(x_1 - x_3)\Delta_F(x_2 - x_4)$$
$$+\Delta_F(x_1 - x_4)\Delta_F(x_3 - x_3) \tag{4.57}$$

Gambar 4.2: Four-non-1



Gambar 4.3: Four-non-2



Gambar 4.4: Four-non-3

Dalam kasus DNA ini juga terdapat interaksi antara elektron yang berpindah dengan oscilator harmonik, sehingga untuk Lagrangian pada persamaan(4.35) akan menjadi

$$\begin{aligned}\mathcal{L}(\phi,\partial_\mu\phi) &= J(x)\phi(x)+\frac{1}{2}M'\sum[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2]\\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\phi(x_k)\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\\ &= \mathcal{L}_0+V(\phi) \qquad (4.58)\end{aligned}$$

di mana

$$\mathcal{L}_0 = J(x)\phi(x) + \frac{1}{2}M' \sum[(\partial_\mu \phi(x_k)\partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2] \tag{4.59}$$

dan

$$V(\phi) = -M'\Omega^2 \alpha \sum \phi(x_k)\delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})] \tag{4.60}$$

Oleh karena itu

$$\begin{aligned} W[J] &= N' \int [d\phi] \exp\left\{ i \int d^4x \left(J(x)\phi(x) + \frac{1}{2}M'[(\partial_\mu \phi(x_k)\partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2] \right.\right. \\ & \left.\left. - \ M'\Omega^2 \alpha \phi(x_k)\delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})] \right) \right\}. \end{aligned} \tag{4.61}$$

Untuk mengetahui efek potensial interaktif, kembali lagi pada persamaan bebas, tanpa adanya interaksi

$$\begin{aligned} W_0[J(x')] &= N' \int [d\phi] \exp\left\{ i \int \left(d^4x' \left(J(x')\phi(x') \right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left. + \frac{1}{2}M'[(\partial_\mu \phi(x_k)\partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2] \right) \right\} \right. \end{aligned} \tag{4.62}$$

kemudian dilakukan diferensiasi terhadap $J[x']$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\delta W_0[J(x')]}{i\delta J(x')} &= N' \int [d\phi] \exp\left\{ i \int \left(d^4x' \left(J(x')\phi(x') \right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left. + \frac{1}{2}M'[(\partial_\mu \phi(x_k)\partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2] \right) \right\} \right. \\ & \times \int d^4x \frac{i}{i}\phi(x')\delta(x' - x) \\ &= N' \int [d\phi]\phi(x') \exp\left\{ i \int \left(d^4x' \left(J(x')\phi(x') \right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left. + \frac{1}{2}M'[(\partial_\mu \phi(x_k)\partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2] \right) \right\} \right. \end{aligned} \tag{4.63}$$

selanjutnya dikalikan dengan faktor $-M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]$

$$\begin{aligned}
&\left(-M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x')}\right)W_0[J(x')] \\
=\ & N'\int[d\phi]\left(-M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\phi\exp\left\{i\int\left(d^4x'\,(J(x')\phi(x')\right.\right. \\
&\left.\left.+\frac{1}{2}M'[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2]\right)\right\}
\end{aligned} \tag{4.64}$$

kemudian diintegrasi terhadap ruang-waktu

$$\begin{aligned}
&\int d^4x\left(-M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x')}\right)W_0[J(x')] \\
=\ & N'\int[d\phi]\int d^4x\left(-M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right) \\
&\times\phi\exp\left\{i\int\left(d^4x'\,(J(x')\phi(x')\ +\frac{1}{2}M'[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2]\right)\right\}
\end{aligned} \tag{4.65}$$

setelah dilakukan penataan ulang, menghasilkan

$$\begin{aligned}
&i\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x')}\right)W_0[J(x')] \\
=\ & N'\int[d\phi]\left(-i\int d^4xV\right) \\
&\times\exp\left\{i\int\left(d^4x'\,(J(x')\phi(x')\ +\frac{1}{2}M'[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2]\right)\right\}
\end{aligned} \tag{4.66}$$

Jika langkah-langkah tersebut dilakukan sampai dengan tak hingga, maka akan diperoleh

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[i\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x')}\right)W_0[J(x')]\right]^n \\
=\ & N'\int[d\phi]\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[-i\int d^4xV\right]^n \\
&\times\exp\left\{i\int\left(d^4x'\,(J(x')\phi(x')\ +\frac{1}{2}M'[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k))-\Omega^2\phi(x_k)^2]\right)\right\}
\end{aligned}$$

(4.67)

mengingat bahwa

$$\exp\{x\} = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}x^n \tag{4.68}$$

suku kanan dari persamaan (4.67) dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned}
&= N' \int [d\phi] \exp\left\{-i \int d^4x V\right\} \\
&\quad \times \exp\left\{i \int d^4x' \left((J(x')\phi(x') \; + \frac{1}{2}M'[(\partial_\mu \phi(x_k)\partial^\mu \phi(x_k)) - \Omega^2 \phi(x_k)^2]\right)\right\} \\
&= N' \int [d\phi] \exp\left\{i \int d^4x \, [\mathcal{L}_0 - V(\phi) + J(x)\phi(x)]\right\} \\
&= W[J]
\end{aligned} \tag{4.69}$$

dengan demikian diperoleh hasil akhir

$$W[J] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[i \int d^4x \left(M'\Omega^2 \alpha \delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right) \left(\frac{\delta}{i\delta J(x')}\right) W_0[J(x')] \right]^n \tag{4.70}$$

sehingga

$$\begin{aligned}
W[J] &= W_0[J] - i \int d^4x \left(-M'\Omega^2 \alpha \delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right) \left(\frac{\delta}{i\delta J(x')}\right) W_0[J(x)] \\
&\quad + \cdots
\end{aligned} \tag{4.71}$$

agar lebih praktis lagi $W[J]$ dapat diuraikan lebih lanjut, yaitu

$$\begin{aligned}
W[J] &= \exp\left\{ i \int d^4x \left(M'\Omega^2 \alpha \delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right) \left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right) \right\} W_0[J] \\
&= W_0[J] W_0^{-1}[J] \exp\left\{ i \int d^4x \left(M'\Omega^2 \alpha \delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right) \left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right) \right\} W_0[J]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= W_0[J]W_0^{-1}[J]\left\{1+i\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right)\right. \\
&\quad +\frac{i^2}{2!}\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right) \\
&\quad \left.\times\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right)\right\}W_0[J] \\
&= W_0[J]\left\{1+iW_0^{-1}[J]\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta W_0[J]}{i\delta J(x)}\right)\right. \\
&\quad +\frac{i^2}{2!}W_0^{-1}[J]\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right) \\
&\quad \left.\times\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right)W_0[J]\right\} \\
&= W_0[J]\left\{1+\omega_1[J]+\omega_2[J]\right\} \qquad (4.72)
\end{aligned}
$$

dengan

$$
\begin{aligned}
\omega_1[J] &= iW_0^{-1}[J]\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta W_0[J]}{i\delta J(x)}\right) \\
\omega_2[J] &= +\frac{i^2}{2!}W_0^{-1}[J]\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right) \\
&\quad \left.\times\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\left(\frac{\delta}{i\delta J(x)}\right)W_0[J]\right\} \qquad (4.73)
\end{aligned}
$$

dengan proses yang digunakan pada persamaan (4.56), tetapi sedikit berbeda karena ada modifikasi, yaitu

$$
\begin{aligned}
\frac{\delta W_0[J]}{i\delta J(x)} &= N'W[0]\exp\left\{-\frac{i}{2}\int d^4x_1d^4x_2J(x_1)\left(\Delta_F(x_1-x_2)\right)J(x_2)\right\} \\
&\quad \times\frac{1}{2}\int d^4x_1d^4x_2J(x_1)\Delta_F(x_1-x_2)\delta^4(x-x_2) \\
&\quad +\Delta_F(x_1-x_2)J(x_2)\delta^4(x-x_1) \\
&= W_0[J]\frac{i}{2}\left\{\int d^4x_1J(x)\Delta_F(x_1-x)+\int d^4x_2J(x)\Delta_F(x-x_2)\right\} \\
&= W_0[J]\frac{i}{2}\left\{\left\langle J_1\Delta F_{(10)}\right\rangle+\left\langle \Delta F_{(20)}J_2\right\rangle\right\} \qquad (4.74)
\end{aligned}
$$

dengan

$$\begin{aligned}\Delta F_{(10)} &= \int d^4x_1 J(x)\Delta_F(x_1 - x)\\ \Delta F_{(20)} &= \int d^4x_2 J(x)\Delta_F(x - x_2)\end{aligned} \tag{4.75}$$

maka ω_1 pada persamaan (4.73) dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned}\omega_1[J] &= iW_0^{-1}[J]\int d^4x \left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right)\\ &\quad \times \left(W_0[J]\frac{i}{2}\left\{\left\langle J_1\Delta F_{(10)}\right\rangle + \left\langle \Delta F_{(20)}J_2\right\rangle\right\}\right)\\ &= i\int d^4x \left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right)\\ &\quad \times \left(\frac{i}{2}\left\{\left\langle J_1\Delta F_{(10)}\right\rangle + \left\langle \Delta F_{(20)}J_2\right\rangle\right\}\right)\\ &= -\frac{1}{2}\int d^4x \left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})]\right)\\ &\quad \times \left(\left\{\left\langle J_1\Delta F_{(10)}\right\rangle + \left\langle \Delta F_{(20)}J_2\right\rangle\right\}\right)\end{aligned} \tag{4.76}$$

Dari bentuk $W[J]$ pada persamaan (4.72) tampak bahwa suku pertama memberikan kontribusi tanpa adanya interaksi, sedangkan suku kedua dan ketiga merupakan kontribusi suku interaksi, akan tetapi dari $\omega_1[J]$ dan $\omega_2[J]$ yang telah ditemukan dapat dilihat, bahwa interaksi yang terjadi antar elektron yang malakukan transfer dengan osilator harmonik sangat kecil, karena potensial interaktif dari Lagrangian hanya membutuhkan satu kali diferensiasi sehingga hasil yang didapatkan seperti pada persamaan (4.76).

BAB V

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah dilakukan perhitungan yang cukup panjang, akhirnya didapatkan beberapa persamaan yang menggambarkan transfer elektron dalam DNA yang dilakukan perhitungan dengan menggunakan pendekatan path integral yang berada dalam kerangka acuan teori medan gauge yang akan lebih detail dibahas pada bab ini

5.1 Lagrangian dan Aksi

Model DNA dalam penelitian ini bisa digambarkan dalam bentuk silinder panjang yang dalam bentuk dua dimensi seperti halnya gambar 3.1. Seperti yang telah diketahui dalam DNA terdapat empat basa nitrogrn yaitu Timin (T), Guanin (G), Sitosin (S/C) dan Adenin (A), keempat basa nitrogen tersebut memiliki pasangan masing-masing, A berpasangan dengan T dan C berpasangan dengan G di mana setiap pasangan memiliki ikatan masing-masing. Apabila terdapat suatu partikel yang bermuatan dalam hal ini adalah elektron yang berjalan melintas diantara pasangan basa nitrogen, pastilah akan mengganggu ikatan antara pasangan basa nitrogen tersebut, sehingga basa nitrogen bisa saja bervibrasi akibat dari elektron tersebut. Dalam penelitian ini keempat pasangan basa nitrogen tersebut dimodelkan seperti halnya osilator harmonik yang bervibrasi dikarenakan terdapat sebuah partikel yang melintas diantara osilator harmonik (Gambar 3.1). Dari hasil pemodelan tersebut akhirnya didapatkan suatu persaam yang dapat mendiskripsikan model DNA ini yaitu dengan persamaan berikut, di mana dalam DNA tersebut terdapat elektron yang berpindah dari basa nitrogen satu ke basa nitrogen yang lainnya

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2}m\dot{x}^2(t) + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{x}_k^2(t) - \Omega^2 x_k^2(t)] \\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum x_k(t)\delta[x(t) - x_{0,k}] \end{aligned} \tag{5.1}$$

persamaan Lagrangian ini dapat mendeskripsikan model DNA di mana terdapat tiga suku utama dalam persamaan di atas. Suku pertama menggambarkan elektron yang bergerak melintas dalam DNA dalam bentuk energi kinetik elektron, m adalah massa elektron dan $\dot{x}$ adalah kecepatan elektron. Suku kedua menggambarkan pasangan basa nitrogen, dalam hal ini adalah osilator harmonik, M' adalah massa osilator, Ω adalah vibrasi dan indeks k menunjukkan pasangan basa nitrogen yang ke sekian. Suku yang terakhir menggambarkan interaksi antara elektron dan basa nitrogen, dengan α adalah konstanta kopling. Aksi dari Lagrangian tersebut didapatkan

$$S_D = \int_0^T dt \frac{1}{2} m\dot{x}^2(t) + C \int_0^T \int_0^T dtds \int_{-\infty}^{\infty} dq \exp\{iq[x(t) - x(s)]\} \frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2} - |t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})} \tag{5.2}$$

dengan $C = \frac{1}{8\pi} M'\Omega^3\alpha^2\rho$. Dapat diperhatikan pada persamaan (5.2) bahwa aksi merupakan operator pada ruang lintasan yang diperoleh dengan cara mengintegralkan Lagrangian suatu sistem, atau dengan kata lain aksi ini menggambarkan lintasan elektron diantara osilator harmonik yang dipengaruhi oleh waktu dari satu titik ke titik yang lainnya

Dalam teori medan kuantum semua informasi dinamis sistem dirumuskan melalui respon terhadap ruang vakum hingga respon terhadap sumber eksternal. Kajian terkait dengan DNA ini dipelajari mulai dari ruang vakum sampai de-ngan adanya interaksi dengan sumber eksternal. Kajian dalam ruang vakum adalah tidak adanya interaksi antara basa nitrogen dengan elektron yang melintas atau bisa dikatakan interaksinya diabaikan, sehingga didapatkan energinya adalah

$$E_n = \frac{(2n+1)\Omega}{2} \tag{5.3}$$

di mana $n = 0, 1, 2$ merupakan urutan dari susunan basa nitrogen dalam DNA. Sedangkan kajian selanjutnya yaitu anatara basa nitrogen dan elektron terdapat adanya interaksi, dan interaksi tersebut dianggap interaksi lemah. dalam Hal ini yang paling berperan adalah

$$\begin{aligned} Z[J] &= \left(\frac{M'\Omega}{2\pi i\hbar\sin(\Omega T)}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{x_0}^{x} Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\frac{m}{2}\int_{t_0}^{t}\dot{x}^2(t)dt\right.\right. \\ &\left.\left. -\frac{i}{M'\Omega\hbar\sin(\Omega T)}\int_{t_0}^{t}dt'\int_{t_0}^{t}d\bar{t}F(x,t')F(x,\bar{t})\sin(\Omega(t-t'))\sin(\Omega(\bar{t}-t))\right)\right\} \end{aligned} \quad (5.4)$$

di mana $T = t - t_0$. $Z[J]$ adalah *generating fungtion* (fungsi pembangkit) sebagai fungsi korelasi atau fungsi penghubung antara pasangan basa nitrogen dan elektron yang menujukkan adanya interaksi antara keduanya. Apabila diamati persamaan (5.3) hanya bergantung pada vibrasi dari pasangan basa nitrogen DNA akan tetapi tidak terpengaruh oleh adanya elektron yang melintas. Sebaliknya, pada persamaan (5.4) dipengaruhi oleh semua aspek baik elektron, pasangan basa nitrogen maupun suku interaktif. Selain itu, dari Fungsi pembangkit ini bisa didapatkan juga degenerasi level energinya, sehingga dapat diamati spektrum energinya.

Setelah mendapatkan pengaruh medan gauge, maka Lagrangian akan berubah dari yang sebelumnya menjadi

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) - e\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2}M'\sum[\dot{\mathbf{x}}_k^2(t) - \Omega^2\mathbf{x}_k^2(t)] \\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\mathbf{x}_k(t)\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{y}_{0,k}] \end{aligned} \quad (5.5)$$

begitu juga denyan aksinya

$$S(\mathbf{x}) = \int_0^T dt\frac{1}{2}m\dot{\mathbf{x}}^2(t) - \int_0^T dte\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{4}M'\Omega^3\alpha^2\rho$$

$$\times \int_0^T \int_0^T dtds\delta[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(s)] \frac{\cos[\Omega(\frac{T}{2} - |t-s|)]}{\sin(\Omega\frac{T}{2})} \tag{5.6}$$

dan juga terdapat beberapa transformasi invariansi yang telah dijelaskan pada bab 4.

Dapat diamati adanya perbedaan yang mendasar baik dari Lagrangian maupun aksinya sebelum dan sesudah mendapatkan pengaruh medan gauge, yaitu adanya penambahan suku vektor potensial $e\mathbf{A}(\mathbf{x})\cdot\dot{\mathbf{x}}$. Dengan adanya penambahan suku vektor potensial Lagrangian maupun Aksi sebelum mengalami transformasi itu sama dengan sesudah mengalami transformasi

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} \tag{5.7}$$

begitu juga dengan Aksinya

$$\mathcal{S} \rightarrow \mathcal{S}' = \mathcal{S} \tag{5.8}$$

atau bisa dikatakan bahwa Lagrangian dan Aksi tersebut adalah simetri yang biasa dikenal dengan simetri Gauge.

Apabila pembahasan sebalumnya hanya menggunakan koordinat kartesian, akan lebih menarik lagi jika menggunakan sistem koordinat dalam teori medan, sehingga Lagrangian dari persamaan (5.1) menjadi

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi) &= \frac{1}{2}m(\partial_\mu\phi(x)\partial^\mu\phi(x)) + \frac{1}{2}M'\sum[(\partial_\mu\phi(x_k)\partial^\mu\phi(x_k)) - \Omega^2\phi(x_k)^2] \\ &\quad -M'\Omega^2\alpha\sum\phi(x_k)\delta[\phi(x) - \phi(x_{0,k})] \end{aligned} \tag{5.9}$$

sedangkan untuk aksinya adalah

$$S[J] = \frac{i}{2}\int d^4yM'\phi(x)[p^2 - \Omega^2 + i\epsilon]\phi(x)$$

$$-\frac{i}{2}\int d^4x_1 d^4x_2 2J(x_1)\left(\Delta_F(x_1-x_2)\right)J(x_2) \tag{5.10}$$

dengan

$$\Delta_F(x_1-x_2) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4}\frac{\exp\{ip(x_1-x_2)\}}{p^2-\Omega^2+i\epsilon} \tag{5.11}$$

yang tidak lain adalah propagator skalar. Teori medan ini merupakan kelanjutan dari fungsional generasi yang bertransformasi menurut invariansi gauge, dan akhirnya memberikan sebuah persamaan

$$W[J] = W_0[J]\{1+\omega_1[J]+\omega_2[J]\} \tag{5.12}$$

di mana suku pertama menggambarkan Lagrangian bebas, sedangkan suku kedua dan ketiga menggambarkan adanya interaksi. Akan tetapi interaksi yang terjadi sangatlah kecil, dapat dilihat dari

$$\begin{aligned}\omega_1[J] &= -\frac{1}{2}\int d^4x\left(M'\Omega^2\alpha\delta[\phi(x)-\phi(x_{0,k})]\right)\\ &\quad\times\left(\left\{\left\langle J_1\Delta F_{(10)}\right\rangle+\left\langle\Delta F_{(20)}J_2\right\rangle\right\}\right)\end{aligned} \tag{5.13}$$

akan tetapi dapat dibuktikan adanya interaksi pada suku ketiga dan seterusnya. Dari persamaan $W[J]$ bisa didapatkan interpretasi dari propagator skalar ΔF di mana elektron berpindah dari satu basa nitrogen menuju basa nitrogen yang lainnya, di mana dengan adanya propagator tersebut memungkinkan adanya perpindahan urutan susunan basa nitrogen dalam DNA, yang mana hal tersebut bisa saja menyebabkan adanya mutasi genetik atau bisa saja dilakukan penyembuhan DNA yang mengalami mutasi yang susunannya berubah kembali lagi menjadi seperti semula (DNA normal).

BAB VI

PENUTUP

6.1 Kesimpulan

Terdapat besaran-besaran fisika yang dapat ditemukan dari kasus transfer elektron dalan DNA dalam pengaruh medan gauge, yaitu terdapat perbadaan Lagrangian dan aksi antara sebelum dan sesudah terkena pengaruh medan gauge yang berdampak pada perbedaan energi yang dihasilkan, ditemukannya persamaan untuk teori gangguan yang bermula dari fungsional generasi, ditemukannya persamaan interaksi dari teori medan yang berpegang pada simetri gauge, ditandai dengan adanya propagasi ΔF yang mana mengindikasikan adanya *interchange* (perubahan susunan DNA)

6.2 Saran

Penelitian ini merupakan awal atau pondasi dasar untuk melakukan penelitian selanjutnya sampai tahap pengembangan dalam bidang medis atau kedokteran yang kaitannya dengan penyakit mutasi genetik.

DAFTAR PUSTAKA

An-Najjar, Zaghlul. 2011. *Sain dalam Hadis Mengungkap Fakta Ilmiah dari Kemukjizatan Nabi*. Jakarta: Amzah

Barnum, Susan R. 2005. *Biotechnology an Introduction, 2nd edition*. USA : Thomson Brooks/Cole

Beacham, James. 2008. *An Introduction to Path Integrals*. Department Mathematics; Department of Physics University of California, Santa Cruz, CA, USA

Campbell, Neil. 2002. *Biologi Edisi kelima jilid 1*. Jakarta:Erlangga

Chakraborty, Tapash. 2007. *Charge Migration in DNA Perspectives from Physics, Chemistry, and Biology*. Spronger; Berlin

Cheng, Ta-Pei dan Ling-Fong Li. 1982. Gauge Theory of Elementary Particle Physics. New York. Oxford Clarendon Press

Cooper GM and Hausman RE. 2004. *The Cell: A Molecular Approach, Fifth Edition*, ASM Press and Sinauer Associates, Inc

Darnell J., Lodish H., and Baltimore D. 1990. *Molecular Cell Biology, 2nd edition, Scientific American Book Inc*., New York, p. 99-76

Das, Ashok. 2005. *Field Theory a Path Integral Approach Second Edition*. University of Rochester in USA: World Scientific

Dhulipala, V.C., Welshons, W.V., and Reddy, C.S., 2006. *Cell Cycle Proteins in Normal and Chemically Induced Abnormal Secondary Palate Development: a Review, Human Exp.* Toxicol. 25: 675-682

Fatchiyah, dkk. 2011. *Biologi Molekuler Prinsip dasar Analisis*. Malang: PT Penerbit Erlangga

Fauziah, L. 2010. *Isolasi DNA. Available on http://miss purplepharmacy.blogspot.com/2010/01/isolasi-dna.html*. Diakses tanggal 28 november 2012.

Giri-Rahman EA. 2004. *Regulasi Ekspresi Gen Pada Organisme Bakteri*. Bandung : KPP Bioteknologi Bandung.

HM. Nurcholis Bakry, et.al.1996. *Bioteknologi dan al-Quran.* Jakarta: Gema Insani Press

Lapenna, S., and Giordano, A. 2009. *Cell Cycle Kinases as Therapeutic Targets for Cancer*, Nat. Rev. Drug Discov. 8(7): 547-566.

Mader, S.S.1993.*Biology*.Wm.C Brown Publishers: Lowa

Mahmudin. 2008. *Rahasia di Balik Asmaul Husna*. Yogyakarta: Penerbit Mutira Medi

Med. Ahmad Ramali dan K.St. Pamoentjak. 1996. *Kamus Kedokteran Arti dan Keterangan Istilah*. Jakarta: Djambatan

Prasetyo, A. 2008. *Karakterisasi virus pada tanaman jarak pagar (Jatropha curcas L.*). Fakultas Pertanian Universitas Gadjah Mada. Skripsi.(Tidak Dipublikasikan)

Purwanto, Agus. 2005. Seri LafTiFA Teori Medan Gauge. *Catatan Kuliah* Tidak diterbitkan. Surabaya: Jurusan FMIPA ITS

Rattazi, Riccardo. 2009. *The Path Integral approach to Quantum Mechanics Lecture Notes for Quantum Mechanics IV*. Reviced Lecture Note

Stephen N. Kreitzman, *Ilmu Pengetahuan Populer (Ilmu Fisika, Biologi Umum)*, (Jakarta: Widyadara (Grolier international, inc), t.th.).

Suryo. 1984. *Genetika*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press

Wilbraham, A.C and Matta, M.S. 1986. *General Organic and Biological Chemistry, 2nd edition*, The Benjamin/Cummings Publishing Company Inc.,New york, p. 582-587

Wildan Yatim. 1983. *Genetika*. Bandung: Tarsito

Wilson, Keith and John Walker. 2010. *Principles and Techniques of Biochemistry and molecular Biology*. New York: Cambridge University Press

Yoo-Kong, Sikarin dan Watchara Liewrian. 2012. Theoretical Model of Charge Mobility in DNA I: The Path Integral Approach. arXiv:1203.5917

Zinn-Justin J. 2006. *Path Integrals in Quantum Mechanics*. New York: Oxford University Press

LAMPIRAN A

PEMBUKTIAN PERSAMAAN 3.9

Dimulai dari Lagrangian

$$\mathcal{L} = \frac{M}{2}\dot{y}^2 - \frac{M}{2}\Omega^2 y^2 - F(t)y \tag{1}$$

di mana $F(t) = M\Omega^2\alpha\delta[x(t) - y_0]$ adalah gaya dari osilator harmonik. persaman gerak pertikel di berikan

$$\ddot{y} + \Omega^2 y = \frac{F(\tau)}{M} \tag{2}$$

solusi umum dari persamaan (2) adalah $y = y_c + y_p$, di mana y_c merupakan solusi homogen

$$\ddot{y} + \Omega^2 y = 0 \tag{3}$$

yaitu

$$y_c(\tau) = A\cos(\Omega\tau) + B\sin(\Omega\tau) \tag{4}$$

di mana A dan B adalah konstanta. Sedangkan untuk solusi y_p merupakan solusi inhomogen

$$\ddot{y} + \Omega^2 y = \frac{F(\tau)}{M} \tag{5}$$

dengan menggunakan metode fungsi Green y_p didapatkan

$$y_p(\tau) = \frac{1}{M}\int_{t_a}^{t_b} G(\tau,\sigma)F(\sigma)d\sigma \tag{6}$$

di mana $G(\tau, \sigma)$ adalah fungsi Green, yaitu

$$G_+(\tau, \sigma) = b_1 y_2(\tau) + b_2 y_2(\tau) - \frac{(y_1(\tau) y_2 - y_2(\tau) y_1}{f_0 W(\sigma)}\Big) ; \tau > \sigma \tag{7}$$

$$G_-(\tau, \sigma) = b_1 y_2(\tau) + b_2 y_2 ; \tau < \sigma \tag{8}$$

dengan batas kondisi $G(t_a, \sigma) = 0 = G(t_b, \sigma)$, di mana Y_1 dan Y_2 adalah solusi homogen yang di berikan dalam persamaan (4). Fungsi $W(\sigma)$ adalah Wronskian yang didefinisikan

$$\begin{aligned} W(\sigma) &= \begin{vmatrix} y_1(\sigma) & y_2(\sigma) \\ \ddot{y}_1(\sigma) & \ddot{y}_2(\sigma) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \cos(\Omega\tau) & \sin(\Omega\tau) \\ -\Omega\sin(\Omega\tau) & \Omega\cos(\Omega\tau) \end{vmatrix} \\ &= \Omega \end{aligned} \tag{9}$$

sehingga dapat ditemukan

$$\begin{aligned} G_+(\tau\sigma) &= b_1 \cos(\Omega\tau) + b_2 \sin(\Omega\tau) \\ &\quad + \frac{1}{\Omega} \sin\Omega(\tau - \sigma) ; \tau > \sigma \\ G_-(\tau\sigma) &= b_1 \cos(\Omega\tau) + b_2 \sin(\Omega\tau) ; \tau > \sigma \end{aligned} \tag{10}$$

dengan menggunakan kondisi batas, b_1 dan b_2 dapat ditemukan.

Saat $\tau = t_a$

$$\begin{aligned} G_-(t_a\sigma) &= b_1 \cos(\Omega t_a) + b_2 \sin(\Omega t_a) = 0 \\ b_1 &= -b_2 \frac{\sin(\Omega t_a)}{\cos(\Omega t_a)} \end{aligned} \tag{11}$$

saat $\tau = t_b$

$$G_+(t_b\sigma) \quad = \quad b_1 \cos(\Omega t_b) + b_2 \sin(\Omega t_b) + \frac{1}{\Omega} \sin \Omega(t_b - \sigma) = 0 \qquad (12)$$

disubtitusikan persamaan (11) ke dalam persamaan (12) didapatkan

$$b_2 = -\frac{1}{\Omega} \frac{\sin \Omega(t_b - \sigma) \cos(\Omega t_a)}{\sin \Omega(t_b - t_a)} \qquad (13)$$

kemudian disubtitusikan persamaan (13) dalam persamaan (11)

$$b_1 = \frac{1}{\Omega} \frac{\sin(\Omega t_a) \sin \Omega(t_a - \sigma)}{\sin \Omega(t_b - t_a)} \qquad (14)$$

selanjutnya disubtitusikan b_1 dan b_1 ke dalam persamaan (12), maka fungsi Green menjadi

$$\begin{aligned} G_+(\tau, \alpha) \quad &= \quad \frac{1}{\Omega} \frac{\sin \Omega(t_b - \sigma)}{\sin \Omega(t_b - t_a)} \sin \Omega(t_b - \tau) \\ &\quad + \frac{1}{\Omega} \sin \Omega(\tau - \sigma); \tau > \sigma \end{aligned} \qquad (15)$$

$$G_-(\tau, \alpha) \quad = \quad \frac{1}{\Omega} \frac{\sin \Omega(t_b - \sigma)}{\sin \Omega(t_b - t_a)} \sin \Omega(t_b - \tau); \tau < \sigma \qquad (16)$$

solusi yang lengkap dapat ditulis dengan

$$y_{cl} = A \cos(\Omega\tau) + B \sin(\Omega\tau) + \int_{t_a}^{\tau} G_+(\Omega\tau) F(\sigma) d(\sigma) + \int_{\tau}^{t_b} G_-(\Omega\tau) F(\sigma) d(\sigma) \qquad (17)$$

di mana

$$\begin{aligned}\int_{t_a}^{\tau} G_{+}(\Omega\tau)F(\sigma)d(\sigma) &= \int_{t_a}^{\tau}\left[\frac{1}{\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\sigma)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\sin\Omega(t_a-\tau)\right. \\ &\quad \left.+\frac{1}{\Omega}\sin\Omega(\tau-\sigma)\right]\frac{F(\sigma)}{M}d(\sigma) \\ &= \frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\ &\quad +\frac{1}{M\Omega}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \qquad (18)\end{aligned}$$

dan

$$\int_{\tau}^{t_b} G_{-}(\Omega\tau)F(\sigma)d(\sigma) = \frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{\tau}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \qquad (19)$$

akhirnya didapatkan

$$\begin{aligned}y_{cl} &= A\cos(\Omega\tau)+B\sin(\Omega\tau)+\frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\ &\quad +\frac{1}{M\Omega}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\ &\quad +\frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{\tau}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \qquad (20)\end{aligned}$$

konstanta A dan B dapat di hitung dengan dua kondisi batas

$$y_{cl}(t_b) \equiv y_a \qquad (21)$$

$$y_{cl}(t_b) \equiv y_b \qquad (22)$$

dari persamaan (4) dapat ditulis dengan

$$y_a = A\cos(\Omega t_a)+B\sin(\Omega t_a) \qquad (23)$$

$$y_b = A\cos(\Omega t_b) + B\sin(\Omega t_b) \tag{24}$$

maka dapat ditemukan untuk A dan B

$$A = \frac{y_a \sin(\Omega t_b) - y_b \sin(\Omega t_a)}{\sin\Omega(t_b - t_a)} \tag{25}$$

$$B = \frac{y_b \cos(\Omega t_a) - y_a \cos(\Omega t_b)}{\sin\Omega(t_b - t_a)} \tag{26}$$

A dan B disubtitusikan ke dalam persamaan (20)

$$\begin{aligned}
y_{cl} &= \left(\frac{y_a \sin(\Omega t_b) - y_b \sin(\Omega t_a)}{\sin\Omega(t_b - t_a)}\right)\cos(\Omega\tau) \\
&\quad + \left(\frac{y_b \cos(\Omega t_a) - y_a \cos(\Omega t_b)}{\sin\Omega(t_b - t_a)}\right)\sin(\Omega\tau) \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{\tau}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&= \frac{1}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\left(y_a\sin\Omega(t_b-\tau) + y_b\sin\Omega(\tau-t_a)\right) \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{\tau}\Big[\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma)\Big] \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{\tau}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&= \frac{1}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\left(y_a\sin\Omega(t_b-\tau) + y_b\sin\Omega(\tau-t_a)\right) \\
&\quad + \frac{1}{M\Omega}\left[\frac{\sin\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma)\right. \\
&\quad \left. + \int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma)\right]
\end{aligned} \tag{27}$$

untuk mencari kecepatan, maka dapat diturunkan dari persamaan (27)

$$\begin{aligned}
\dot{y}_{cl} &= \frac{\Omega}{\sin\Omega(t_b - t_a)}\left(y_b \cos\Omega(\tau - t_a) - y_a \cos\Omega(t_b - \tau)\right) \\
&\quad -\frac{1}{M}\frac{\cos\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b} \sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&\quad +\frac{1}{M\Omega}\frac{d}{dt}\left(\int_{t_a}^{\tau} \sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma)\right) \\
&= \frac{\Omega}{\sin\Omega(t_b - t_a)}\left(y_b \cos\Omega(\tau - t_a) - y_a \cos\Omega(t_b - \tau)\right) \\
&\quad -\frac{1}{M}\frac{\cos\Omega(t_b-\tau)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b} \sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d(\sigma) \\
&\quad +\frac{1}{M}\left(\int_{t_a}^{\tau} \Omega\cos\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)d(\sigma)\right). \qquad (28)
\end{aligned}$$

Selanjutnya, aksi dari osilator harmonik dapat dihitung. dimulai dari

$$S_{cl} = \int_{t_a}^{t_b}\left(\frac{M}{2}\dot{y}_{cl}^2 - \frac{M}{2}\Omega^2 y_{cl}^2 - F(\tau)y_{cl}\right)d\tau \qquad (29)$$

persamaan pertama dari (29) dapat diintegralkan menjadi

$$\int_{t_a}^{t_b}\frac{M}{2}\dot{y}_{cl}^2 d\tau = \frac{M}{2}\left(\dot{y}_{cl}y_{cl}|_{t_a}^{t_b} - \int_{t_a}^{t_b}\ddot{y}_{cl}y_{cl}d\tau\right)$$

sehingga persamaan (29) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
S_{cl} &= \int_{t_a}^{t_b}\frac{M}{2}\dot{y}_{cl}^2 d\tau - \int_{t_a}^{t_b}\frac{M}{2}\Omega^2 y_{cl}^2 d\tau - \int_{t_a}^{t_b} F(\tau)y_{cl}d\tau \\
&= \frac{M}{2}\left(\dot{y}_{cl}y_{cl}|_{t_a}^{t_b} - \int_{t_a}^{t_b}\ddot{y}_{cl}y_{cl}d\tau\right) - \int_{t_a}^{t_b}\frac{M}{2}\Omega^2 y_{cl}^2 d\tau - \int_{t_a}^{t_b} F(\tau)y_{cl}d\tau \\
&= \frac{M}{2}\dot{y}_{cl}y_{cl}\Big|_{t_a}^{t_b} - \frac{M}{2}\int_{t_a}^{t_b}\ddot{y}_{cl}y_{cl}d\tau - \int_{t_a}^{t_b}\frac{M}{2}\Omega^2 y_{cl}^2 d\tau - \int_{t_a}^{t_b} F(\tau)y_{cl}d\tau \\
&= \frac{M}{2}\dot{y}_{cl}y_{cl}\Big|_{t_a}^{t_b} - \frac{M}{2}\int_{t_a}^{t_b} y_{cl}\left(\ddot{y}_{cl} + \Omega^2 y_{cl}\right)d\tau - \int_{t_a}^{t_b} F(\tau)y_{cl}d\tau \\
&= \frac{M}{2}\dot{y}_{cl}y_{cl}\Big|_{t_a}^{t_b} - \frac{M}{2}\int_{t_a}^{t_b} y_{cl}\frac{F(\tau)}{M}d\tau - \int_{t_a}^{t_b} F(\tau)y_{cl}d\tau \\
&= \frac{M}{2}\left(\dot{y}_{cl}(t_b)y_{cl}(t_b) - \dot{y}_{cl}(t_a)y_{cl}(t_a)\right) + \frac{1}{2}\int_{t_a}^{t_b} F(\tau)y_{cl}d\tau \qquad (30)
\end{aligned}$$

kemudian disubtitusikan persamaan (27)dan (28) ke dalam persamaan (30) didapatkan

$$
\begin{aligned}
S_{cl} &= \frac{M}{2}\left\{\left[\frac{\Omega}{\sin\Omega(t_b-t_a)}(y_b^2\cos\Omega(t_b-t_a)-y_by_a)\right.\right. \\
&\quad +\frac{y_b}{M}\int_{t_a}^{t_b}\cos\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma \\
&\quad \left. -\ \frac{y_b}{M}\frac{\sin\Omega(t_a-t_b)}{\cos\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_a-\sigma)F(\sigma)d\sigma\right] \\
&\quad -\left[\frac{\Omega}{\sin\Omega(t_b-t_a)}(-y_by_a-y_b^2\cos\Omega(t_b-t_a)\right. \\
&\quad \left.\left. -\ \frac{y_a}{M\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_a-\sigma)F(\sigma)d\sigma\right]\right\} \\
&\quad +\left\{\frac{1}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\left[y_a\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau\right.\right. \\
&\quad \left.\left. +y_b\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau\right]\right\} \\
&\quad +\left\{\frac{1}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma\right. \\
&\quad \times\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_a-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad \left. +\ \frac{1}{2M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\right\} \\
&= \frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}(y_b^2-y_a^2)(\cos\Omega(t_b-t_a)) \\
&\quad -\frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}(2y_by_a) \\
&\quad +\frac{y_a}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{y_b}{2}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma \\
&\quad -\frac{y_b}{2}\frac{\cos\Omega(t_b-t_a)}{\sin\Omega(t_a-t_b)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma \\
&\quad +\frac{y_b}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{1}{2M\Omega\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_a-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{1}{2M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau
\end{aligned}
\tag{31}
$$

suku pertama, kedua, dan ketiga pada persamaan (31) dapat ditulis dengan

$$\begin{aligned}
& \frac{y_b}{2}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma - \frac{y_b}{2}\frac{\cos\Omega(t_b-t_a)}{\sin\Omega(t_a-t_b)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma \\
& +\frac{y_b}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
= & \frac{y_b}{2\cos\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-t_a)\cos\Omega(t_b-\sigma) \\
& -\cos\Omega(t_b-t_a)\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma \\
& +\frac{y_b}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
= & \frac{y_b}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\sigma-t_a)F(\sigma)d\sigma \qquad (32)
\end{aligned}$$

begitu juga untuk dua suku persamaan terakhir

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2M\Omega\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)d\sigma\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_a-\tau)F(\tau)d\tau \\
& +\frac{1}{2M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
= & \frac{1}{2M\Omega\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(t_b-\sigma)\sin\Omega(t_a-\tau)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
& +\frac{1}{2M\Omega\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\int_{\tau}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)\sin\Omega(t_a-\tau)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
& +\frac{1}{2M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\tau-\sigma)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau. \qquad (33)
\end{aligned}$$

Integral rangkap dua pada persamaan (33) dapat ditulis kembali dengan mengganti vareabel $\tau \leftrightarrow \sigma$ menjadi

$$\begin{aligned}
& \int_{t_a}^{t_b}\int_{\tau}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\sigma)\sin\Omega(t_a-\tau)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
= & \int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\sigma}\sin\Omega(t_b-\sigma)\sin\Omega(t_a-\tau)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
= & \int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(t_b-\sigma)\sin\Omega(t_a-\tau)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau
\end{aligned}$$

sehingga persamaan (33) menjadi

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2M\Omega\sin\Omega(t_b-t_a)}\left\{\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\left[\sin\Omega(t_b-\sigma)\sin\Omega(t_a-\tau)\right.\right.\\&+\sin\Omega(t_a-\sigma)\sin\Omega(t_b-\tau)\\&\left.+\sin\Omega(\tau-\sigma)\sin\Omega(t_a-t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\}\end{aligned} \tag{34}$$

dengan menggunakan rumus trigonometri

$$\sin A\sin B=\frac{1}{2}\left[\cos(A-B)-\cos(A+B)\right]$$

suku ketiga dari persamaan (34) menjadi

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2}\left[\cos\Omega(t_b-\sigma-t_a+\tau)-\cos\Omega(t_b-\sigma+t_a-\tau)\right.\\&+\cos\Omega(t_b-\tau-t_a+\sigma)-\cos\Omega(t_b-\tau+t_a-\sigma)\\&\left.+\cos\Omega(\tau-\sigma-t_b+t_a)-\cos\Omega(t_b+t_a-\tau-\sigma)\right]\\=\;&\cos\Omega(\tau-\sigma-t_b+t_a)-\cos\Omega(t_b+t_a-\tau-\sigma)\end{aligned}$$

dengan menggunakan rumus yang lainnya

$$\cos A-\cos B=2\sin\frac{1}{2}(A+B)\sin\frac{1}{2}(A-B)$$

sehingga

$$\cos\Omega(\tau-\sigma-t_b+t_a)-\cos\Omega(t_b+t_a-\tau-\sigma)=-2\sin\Omega(\sigma-t_a)\sin\Omega(t_b-\sigma)$$

disubtitusikan ke dalam persamaan (34) menjadi

$$\frac{1}{2M\Omega\sin\Omega(t_b-t_a)}\left\{\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\sigma-t_a)\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\right\} \tag{35}$$

dan akhirnya aksi untuk osilator harmonik yaitu

$$
\begin{aligned}
S_{cl} &= \frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\Big[\cos\Omega(t_b-t_a)(y_b^2+y_a^2)-2y_by_a \\
&\quad +\frac{2y_a}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2y_b}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
&\quad -\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\sin\Omega(\sigma-t_a)\sin\Omega(t_b-\sigma)F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\Big] \\
&= \frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\Big[\cos\Omega(t_b-t_a)(y_b^2+y_a^2)-2y_by_a \\
&\quad +\frac{2y_a}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2y_b}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
&\quad -\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(\sigma-t_a-t_b+\sigma)-\cos(\sigma-t_a+t_b-\sigma)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\Big] \\
&= \frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\Big[\cos\Omega(t_b-t_a)(y_b^2+y_a^2)-2y_by_a \\
&\quad +\frac{2y_a}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2y_b}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
&\quad -\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(2\sigma-t_a-t_b)-\cos(-t_a+t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\Big] \\
&= \frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\Big[\cos\Omega(t_b-t_a)(y_b^2+y_a^2)-2y_by_a \\
&\quad +\frac{2y_a}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2y_b}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(-t_a+t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
&\quad -\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(2\sigma-t_a-t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\Big] \\
&= \left[P-\frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(2\sigma-t_a-t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\right] \qquad (36)
\end{aligned}
$$

di mana P adalah prefaktor

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\Big[\cos\Omega(t_b-t_a)(y_b^2+y_a^2)-2y_by_a \\
&\quad +\frac{2y_a}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(t_b-\tau)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2y_b}{M\Omega}\int_{t_a}^{t_b}\sin\Omega(\tau-t_a)F(\tau)d\tau \\
&\quad +\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(-t_a+t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau\Big] \qquad (37)
\end{aligned}
$$

apabila prefaktornya diabaikan maka

$$
\begin{aligned}
S_{cl} &= -\frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{1}{2}\left[\cos(2\sigma-t_a-t_b)\right]F(\sigma)F(\tau)d\sigma d\tau \\
&= -\frac{M\Omega}{2\sin\Omega(t_b-t_a)}\frac{2}{M^2\Omega^2}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\Big\{\frac{1}{2}\left[\cos(2\sigma-t_a-t_b)\right]M\Omega^2\alpha\delta[x(\sigma)-y_0] \\
&\quad \times M\Omega^2\alpha\delta[x(\tau)-y_0]d\sigma d\tau\Big\} \\
&= -\frac{2M\Omega^3\alpha^2}{4\sin\Omega(t_b-t_a)}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\cos(2\sigma-t_a-t_b)\delta[x(\sigma)-y_0]\delta[x(\tau)-y_0]d\sigma d\tau \\
&= -2M\Omega^3\alpha^2\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{\cos(2\sigma-t_a-t_b)}{4\sin\Omega(t_b-t_a)}\delta[x(\sigma)-y_0]\delta[x(\tau)-y_0]d\sigma d\tau \\
&= \frac{2M\Omega^3\alpha^2}{4}\int_{t_a}^{t_b}\int_{t_a}^{\tau}\frac{\cos(2\sigma-t_a-t_b)}{\sin\Omega(t_b-t_a)}\delta[x(\sigma)-y_0]\delta[x(\tau)-y_0]d\sigma d\tau
\end{aligned}
$$

(38)

jika σ diganti s dan τ diganti t maka

$$
S_{cl} = \frac{2M\Omega^3\alpha^2}{4}\int_0^T\int_0^T\frac{\cos(|s-t|+\frac{T}{2})}{\sin\Omega(\frac{T}{2})}\delta[x(s)-y_0]\delta[x(t)-y_0]dsdt \quad (39)
$$

LAMPIRAN B

PEMBUKTIAN PERSAMAAN 3.43

Dimulai dari persamaan (3.35)

$$
\begin{aligned}
Z[J] &= N \int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar} S[Y, J]\right\} \\
&= N \int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\frac{1}{2} M' \dot{y}^2 - \frac{1}{2} M' \Omega^2 y^2 + Jx\right]\right)\right\}
\end{aligned} \tag{1}
$$

dari persamaan diferensial

$$\frac{1}{2} M' \ddot{y}^2 - \frac{1}{2} M' \Omega^2 y^2 + J = 0 \tag{2}$$

dan didapatkan solusinya

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2\right) y = \frac{J}{M'} \tag{3}$$

solusinya terdiri dari homogen dan inhomogen, dapat dituliskan dengan

$$y(t) = y_H(t) + y_I(t) \tag{4}$$

dimana solusi homogennya

$$y_H = Ae^{i\Omega t} + Be^{-i\Omega t} \tag{5}$$

dengan A dan B adalah konstanta. Untuk menentukan solusi inhomogen, digunakan metode fungsi Green. Fungsi Green didefinisikan oleh

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2\right) G(t - t') = -\delta(t - t'). \tag{6}$$

Jika diketahui fungsi Green $G(t - t')$, selanjutnya solusi inhomogen dapat ditulis dengan

$$y_I = -\int dt' G(t-t')\frac{J(t')}{M'} \tag{7}$$

fungsi Green dapat dihitung dengan menggunakan transformasi Fourier. Didefinisikan

$$\begin{aligned} G(t-t') &= \int \frac{dk}{\sqrt{2\pi}} e^{-ik(t-t')} G(k), \\ \delta(t-t') &= \int \frac{dk}{2\pi} e^{-ik(t-t')} \end{aligned} \tag{8}$$

di mana $G(k)$ merupakan transformasi Fourier dari $G(t-t')$ dan disubtitusikan ke dalam persamaan(6), didapatkan

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2\right) G(t-t') = -\delta(t-t') \\ &atau, \frac{1}{\sqrt{2\pi}}(-k^2+\Omega^2)G(k) = -\frac{1}{2\pi} \\ &atau, G(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{k^2-\Omega^2} \end{aligned} \tag{9}$$

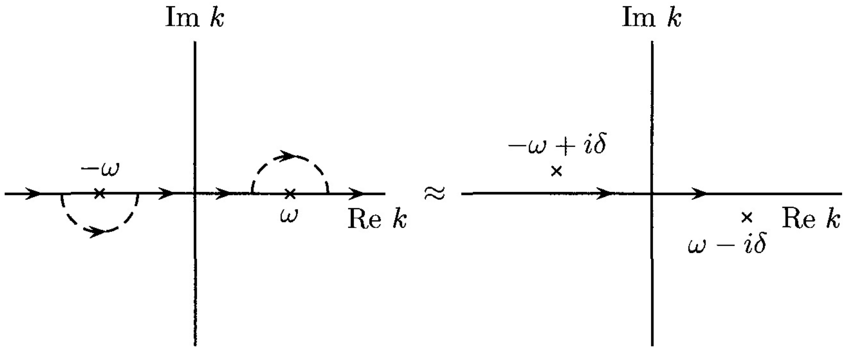
sehingga

$$G(t-t') = \int \frac{dk}{\sqrt{2\pi}} e^{-ik(t-t')} G(k) \tag{10}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dk \frac{e^{-ik(t-t')}}{k^2-\Omega^2} \tag{11}$$

Persamaan (11) menunjukan adanya kutub pada $k = \Omega$ dan $k = -\Omega$. sehingga diagram kontur untuk menggambarkannya adalah pada gambar (1) maka, persamaan (9) apabila dilimitkan ke arah +

$$G(K) = \lim_{\epsilon \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{k^2-\Omega^2+i\epsilon}$$



Gambar 1: kontur fungsi Green

$$= \lim_{\delta\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{k^2-\Omega^2-i\delta} \frac{1}{k^2-\Omega^2+i\delta} \tag{12}$$

di mana didefinisikan

$$\delta = \frac{\epsilon}{2\Omega}. \tag{13}$$

Dengan kata lain, fungsi Green pada persamaan (12) dalam bentuk transformasi Fourier sesuai dengan persamaan deferensal

$$\lim_{\epsilon\to 0^+} \left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2 - i\epsilon\right) G(t-t') = -\delta(t-t') \tag{14}$$

kembali lagi pada persamaan (1)

$$\begin{aligned} Z[J] &= N\int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar} S[Y,J]\right\} \\ &= N\int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\frac{1}{2}M'\dot{y}^2 - \frac{1}{2}M'\Omega^2 y^2 + Jx\right]\right)\right\} \\ &= \lim_{\epsilon\to 0^+} N\int Dx \exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left(\int_{-\infty}^{\infty} dt \left[y(t)\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2 - i\epsilon\right) y(t) \right.\right.\right. \\ &\quad \left.\left.\left. - \frac{2}{M'} J(t)x(t)\right]\right)\right\} \end{aligned} \tag{15}$$

dengan menggunakan persamaan (7) dapat didefinisikan

$$\tilde{y}(t) = y(t) + \frac{1}{M'} \int dt' G(t-t') J(t') \tag{16}$$

sehingga

$$\begin{aligned}
Z[J] &= \lim_{\epsilon \to 0^+} N \int Dx \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \left(\int_{-\infty}^{\infty} dt \left[\tilde{y}(t) \left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2 - i\epsilon \right) \tilde{y}(t) \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - \frac{2}{M'} J(t) x(t) \right] \right) \right\} \\
&\quad \times \exp\left\{ -\frac{i}{2\hbar M'} \int \int_{-\infty}^{\infty} dt dt' J(t) G(t-t') J(t') \right\} \\
&= \lim_{\epsilon \to 0^+} N \left[\det \left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega^2 - i\epsilon \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \\
&\quad \times \exp\left\{ -\frac{i}{2\hbar M'} \int \int_{-\infty}^{\infty} dt dt' J(t) G(t-t') J(t') \right\} \\
&= Z[0] \exp\left\{ -\frac{i}{2\hbar M'} \int \int_{-\infty}^{\infty} dt dt' J(t) G(t-t') J(t') \right\}
\end{aligned} \tag{17}$$

LAMPIRAN C

PEMBUKTIAN PERSAMAAN 3.35

Berdasarkan pesamaan (3.33) dan (3.34),

$$
\begin{aligned}
R_{S[J]}(x,t,x_0,t_0) &= \lim_{N\to\infty}\int \prod_{j=0}^{N}\frac{dp_j}{2\pi}\prod_{i=1}^{N}dx_i \exp\left\{ i\sum_{j=0}^{N}\epsilon p_j\left(\frac{x_{j+1}-x_j}{\epsilon}\right)-\frac{1}{2m}p_j^2\epsilon\right\} \\
&= \lim_{N\to\infty}\int \prod_{i=1}^{N}dx_i\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon}\right)^{\frac{N+1}{2}}\exp\left\{ i\sum_{j=0}^{N}\frac{m\epsilon}{2}\left(\frac{x_{j+1}-x_j}{\epsilon}\right)^2\right\}
\end{aligned} \tag{1}
$$

ketika diambil indeks $i = 1$,

$$
\begin{aligned}
R_{S[J]}(x,t,x_0,t_0) &= \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon}\right)^{\frac{N+1}{2}}\int \prod_{i=2}^{N}dx_i \exp\left\{ i\sum_{j=2}^{N}\frac{m\epsilon}{2}\left(\frac{x_{j+1}-x_j}{\epsilon}\right)^2\right\} \\
&\quad \int_{-\infty}^{\infty}dx_1 \exp\left\{\frac{im}{2\epsilon}\left((x_2-x_1)^2-(x_1-x_0)^2\right)\right\}
\end{aligned} \tag{2}
$$

jika

$$
\begin{aligned}
(x_2-x_1)^2-(x_1-x_0)^2 &= 2x_1^2-2x_1(x_2+x_0)+(x_2^2+x_0^2) \\
&= 2\left(x_1-\frac{1}{2}(x_2+x_0)^2\right)+\frac{1}{2}(x_2-x_0)^2
\end{aligned}
$$

maka,

$$
\begin{aligned}
&\int_{-\infty}^{\infty}dx_1 \exp\left\{\frac{im}{2\epsilon}\left((x_2-x_1)^2-(x_1-x_0)^2\right)\right\} \\
&= \exp\left\{\frac{im}{4\epsilon}(x_2-x_0)^2\right\}\int_{-\infty}^{\infty}dx_1 \exp\left\{\frac{im}{\epsilon}\left(x_1-\frac{1}{2}(x_2+x_0)^2\right)\right\} \\
&= \left(\frac{\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{\frac{im}{4\epsilon}(x_2-x_0)^2\right\}
\end{aligned} \tag{3}
$$

karena itu

$$
R_{S[J]}(x,t,x_0,t_0) = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon}\right)^{\frac{N+1}{2}}\left(\frac{\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{1}{2}}
$$

$$\int \prod_{i=2}^{N} dx_i \exp\left\{ i \sum_{j=2}^{N} \frac{m\epsilon}{2} \left(\frac{x_{j+1} - x_j}{\epsilon} \right)^2 \right\} \exp\left\{ \frac{im}{4\epsilon} (x_2 - x_0)^2 \right\}. \tag{4}$$

Selanjutnya diintegralkan sepanjang x_2

$$\begin{aligned} R_{S[J]}(x, t, x_0, t_0) &= \lim_{N\to\infty} \left(\frac{m}{2\pi i\epsilon} \right)^{\frac{N+1}{2}} \left(\frac{\pi\epsilon}{im} \right)^{\frac{1}{2}} \int \prod_{i=3}^{N} dx_i \exp\left\{ i \sum_{j=3}^{N} \frac{m\epsilon}{2} \left(\frac{x_{j+1} - x_j}{\epsilon} \right)^2 \right\} \\ &\quad \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \exp\left\{ \frac{im\epsilon}{2} \left(\frac{x_3 - x_2}{\epsilon} \right)^2 \right\} \exp\left\{ \frac{im}{4\epsilon} (x_2 - x_0)^2 \right\} \end{aligned} \tag{5}$$

dan jika

$$\begin{aligned} (x_3 - x_2)^2 + \frac{1}{2}(x_2 - x_0)^2 &= \frac{3}{2}x_2^2 - x_2(2x_3 + x_0) + x_3^2 + \frac{x_0^2}{2} \\ &= \frac{3}{2}\left(x_2 - \left(\frac{2x_3 + x_0}{3} \right) \right)^2 + \frac{1}{3}(x_3 - x_0)^2 \end{aligned} \tag{6}$$

maka

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \exp\left\{ \frac{im\epsilon}{2} \left(\frac{x_3 - x_2}{\epsilon} \right)^2 \right\} \exp\left\{ \frac{im}{4\epsilon} (x_2 - x_0)^2 \right\} \\ &= \left(\frac{2 \cdot 2\epsilon\pi}{3im} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left\{ \frac{im}{2 \cdot (3\epsilon)} (x_3 - x_0)^2 \right\} \end{aligned} \tag{7}$$

sehingga

$$\begin{aligned} R_{S[J]}(x, t, x_0, t_0) &= \lim_{N\to\infty} \left(\frac{m}{2\pi i\epsilon} \right)^{\frac{N+1}{2}} \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2\pi\epsilon}{2im} \right) \left(\left(\frac{3}{2} \right) \frac{2\pi\epsilon}{im} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \int \prod_{i=3}^{N} dx_i \exp\left\{ i \sum_{j=3}^{N} \frac{m\epsilon}{2} \left(\frac{x_{j+1} - x_j}{\epsilon} \right)^2 \right\} \\ &\quad \times \exp\left\{ \frac{im}{2 \cdot (3\epsilon)} (x_3 - x_0)^2 \right\} \end{aligned}$$

(8)

dan seterusnya dengan cara yang sama untuk integral terhadap x_4. Dengan membandingkan persamaan (6.60) dan (6.64), faktorisasi x_4 pada bentuk eksponensial di atas pada begian awal adalah

$$\left(\frac{3}{4}\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Untuk integral terhadap x_k menjadi

$$\begin{aligned} R_{S[J]}(x,t,x_0,t_0) &= \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon}\right)^{\frac{N+1}{2}}\prod_{j=1}^{k}\left(\left(\frac{j}{j+1}\right)\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \int\prod_{i=k+1}^{N}dx_i\exp\left\{i\sum_{j=k+1}^{N}\frac{m\epsilon}{2}\left(\frac{x_{j+1}-x_j}{\epsilon}\right)^2\right\} \\ &\quad \times\exp\left\{\frac{im}{2\cdot(k+1)\epsilon}(x_{k+1}-x_0)^2\right\} \end{aligned} \tag{9}$$

setelah diintegralkan pada keseluruhan N, maka

$$\begin{aligned} R_{S[J]}(x,t,x_0,t_0) &= \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon}\right)^{\frac{N+1}{2}}\prod_{j=1}^{N}\left(\left(\frac{j}{j+1}\right)\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \times\exp\left\{\frac{im}{2\cdot(N+1)\epsilon}(x_{N+1}-x_0)^2\right\}. \end{aligned} \tag{10}$$

Jika $x_{N+1}=x$, $(N+1)\epsilon=t-t_0$ dan

$$\begin{aligned} \prod_{j=1}^{N}\left(\left(\frac{j}{j+1}\right)\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{1}{2}} &= \left(\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{N}{2}}\prod_{j=1}^{N}\left(\frac{j}{j+1}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &= \left(\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{N}{2}}\left(\frac{1}{N+1}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

maka

$$\begin{aligned}
R_{S[J]}(x,t,x_0,t_0) &= \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon}\right)^{\frac{N+1}{2}}\left(\frac{2\pi\epsilon}{im}\right)^{\frac{N}{2}}\left(\frac{1}{N+1}\right)^{\frac{1}{2}} \\
&\quad \exp\left\{\frac{im}{2(t-t_0)}(x-x_0)^2\right\} \\
&= \lim_{N\to\infty}\left(\frac{m}{2\pi i\epsilon(N+1)}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{\frac{im}{2(t-t_0)}(x-x_0)^2\right\} \\
&= \left(\frac{m}{2\pi i(t-t_0)}\right)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{\frac{im}{2(t-t_0)}(x-x_0)^2\right\}. \qquad (11)
\end{aligned}$$

Integral Fungsional

$$\int Da \exp\left\{\int dx f(x) a^2(x)\right\} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{det f}} = det^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{f}{\pi}\right)$$