

**ANALISIS NUMERIK METODE BEDA HINGGA SKEMA EKSPLISIT
UNTUK MODEL MATEMATIKA ANGIOGENESIS PADA MASALAH
PENYAKIT TUMOR**

SKRIPSI

Oleh :
AYNIN RIZQI ANGGRAINI
NIM.14610024



**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2021**

**ANALISIS NUMERIK METODE BEDA HINGGA SKEMA EKSPLISIT
UNTUK MODEL MATEMATIKA ANGIOGENESIS PADA MASALAH
PENYAKIT TUMOR**

SKRIPSI

Diajukan kepada :
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

**OLEH
AYNIN RIZQI ANGGRAINI
NIM.14610024**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
2021**

**ANALISIS NUMERIK METODE BEDA HINGGA SKEMA EKSPLISIT
UNTUK MODEL MATEMATIKA ANGIOGENESIS PADA MASALAH
PENYAKIT TUMOR**

SKRIPSI

**Oleh :
AYNIN RIZQI ANGGRAINI
NIM. 14610024**

**Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji :
Tanggal : 29 Mei 2021**

Pembimbing I



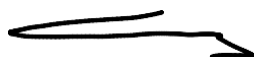
Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

Pembimbing II



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 0011

**ANALISIS NUMERIK METODE BEDA HINGGA SKEMA EKSPLISIT
UNTUK MODEL MATEMATIKA ANGIOGENESIS PADA MASALAH
PENYAKIT TUMOR**

SKRIPSI

Oleh :

AYNIN RIZQI ANGGRAINI

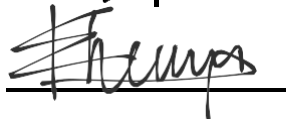
NIM. 14610024

Skripsi ini Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji dan Dinyatakan
Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan dalam Memperoleh Gelar Sarjana
Matematika (S.Mat)
Tanggal : 19 Juni 2021

Penguji Utama : Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd
NIP. 19770521 200501 2 004



Ketua Penguji : Dr. Heni Widayani, M.Si
NIDT. 19901006 20180201 2 229



Sekretaris Penguji : Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001



Anggota Penguji : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005



Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 0011

PERNYATAAN KEASLIAN PENULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Aynin Rizqi Anggraini

NIM : 14610024

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul skripsi : Analisis Numerik Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk

Model Matematika Angiogenesis pada Masalah Penyakit Tumor

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 14 Juni 2021

Yang membuat pernyataan,



Aynin Rizqi Anggraini

NIM. 14610099

MOTTO

"Tiada hal yang tidak berlalu, maka bertahanlah saat melaluinya!!"

Kesabaran adalah kekuatanmu

Bekerja keras adalah usahamu

PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
أَحْمَدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ

Segala puji bagi Allah atas rahmat-Nya

sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini hanya untuk dipersembahkan

kepada kedua orang tua tercinta ayahanda Abdul Munir

dan ibunda Amaniyah yang telah memberikan

dorongan, kekuatan, kesabaran dan kasih sayang sangat besar.

Terimakasih telah menjadi orang tua yang sangat luar biasa untuk saya.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah puji syukur kepada Allah SWT, atas berkat limpahan rahmat, taufiq, hidayah, dan inayah-Nya kepada penulis sehingga penyusunan skripsi dengan judul “Analisis Numerik Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk Model Matematika Angiogenesis pada Masalah Penyakit Tumor” ini dapat diselesaikan dengan baik.

Shalawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah menginspirasi umat manusia terutama penulis, untuk mengembangkan karya yang berlandaskan keagungan moral dan spiritual.

Pada penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan dalam kelancaran pengerjaan, sehingga dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.si, selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi sekaligus pembimbing 1 skripsi atas arahan dan ilmu yang diberikan untuk penulis.
4. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd selaku pembimbing 2 skripsi atas saran dan arahan kepada penulis.

5. Ari Kusumastuti, S.Si, M.Pd selaku penguji utama skripsi atas kritik dan saran yang diberikan pada skripsi ini.
6. Dr. Heni Widayani, M.Si selaku ketua penguji skripsi atas kritik, saran serta dukungan selama pengerjaan skripsi ini.
7. Mohammad Jamhuri, M. Si selaku penguji seminar proposal atas kritik dan ilmu yang diberikan kepada penulis.

Semoga skripsi ini dapat memberikan hal yang bermanfaat bagi penulis dan pembaca sekalian.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 14 Juni 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR GAMBAR.....	xii
DAFTAR TABEL	xiii
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xv
المخلص	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian	4
1.4 Batasan Masalah.....	4
1.5 Metode Penelitian.....	5
1.6 Manfaat penelitian.....	5
1.7 Sistematika Penulisan	6
BAB II KAJIAN PUSTAKA	8
2.1 Induksi Angiogenesis pada Tumor	8
2.2 Operator Grad (∇)	13
2.3 Persamaan Diferensial Parsial.....	15
2.4 Deret Taylor	16
2.5 Metode Beda Hingga Skema Eksplisit.....	18
2.6 Kajian Penyakit Tumor pada Pandangan Islam	22
BAB III PEMBAHASAN	24
3.1 Analisis dan Diskritisasi Model Persamaan Angiogenesis Pada tumor ..	24
3.1.1 Analisis Operator <i>Grad</i> (∇).....	25
3.1.2 Diskritisasi Menggunakan Metode Beda Hingga Eksplisit	27
3.1.3 Penyelesaian Numerik Model Angiogenesis Tumor.....	36

3.2	Simulasi Numerik Persamaan Angiogenesis pada Tumor.....	52
3.3	Induksi Angiogenesis Tumor dari Sudut Pandang Islam.....	57
BAB IV PENUTUP		60
4.1	Kesimpulan	60
4.2	Saran.....	61
DAFTAR PUSTAKA		63
LAMPIRAN		

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1	Jaringan titik hitung dalam sistem dua dimensi (x-y)	18
Gambar 2. 2	Jaringan titik hitung dalam bidang x-y.....	19
Gambar 2. 3	Jaringan titik hitung dalam bidang x-t.....	20
Gambar 2. 4	Skema Eksplisit	21
Gambar 3. 1	Simulasi kondisi migrasi sel endotel ke tumor saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$	53
Gambar 3. 2	Simulasi fibronektin saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$	55
Gambar 3. 3	Simulasi konsentrasi TAF saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$	56

DAFTAR TABEL

Tabel 3. 1	Tabel turunan pertama fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$...	28
Tabel 3. 2	Tabel turunan pertama fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$...	28
Tabel 3. 3	Tabel turunan kedua fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$	29

ABSTRAK

Rizqi A., Aynin.2021. **Analisis Numerik Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk Model Matematika Angiogenesis pada Masalah Penyakit Tumor**. Skripsi. Program Studi Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
Pembimbing : (I) Dr. Usman Pagalay, M,Si. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Kata kunci : model matematika angiogenesis pada tumor, persamaan diferensial parsial non linier kartesian dua dimensi, metode beda hingga eksplisit, simulasi numerik dua dimensi.

Model matematika angiogenesis pada tumor membentuk sistem persamaan diferensial parsial non linier dua dimensi spasial. Model tersebut terdiri dari persamaan pertumbuhan kepadatan sel endotel, fibronectin, dan TAF. Tahap dikritisasi model menggunakan metode beda hingga eksplisit serta dilakukan simulasi numerik untuk beberapa variasi waktu.

Hasil menunjukkan adanya peningkatan dan penurunan pada pertumbuhan sel endotel, fibronectin, dan TAF pada setiap waktu dan iterasi yang ditentukan. Peningkatan pertumbuhan sel tumor dipengaruhi oleh proses *chemotaxis* dan *haptotaxis* yang terjadi pada pertumbuhan sel endotel. Pada pertumbuhan fibronectin terjadi penurunan karena kondisi awal tinggi mengalami kerusakan oleh pertumbuhan fibronectin itu sendiri. Saat waktu yang diberikan semakin besar pada proses angiogenesis membuat pertumbuhan sel tumor tumbuh semakin cepat.

ABSTRACT

Rizqi A., Aynin. 2021. **Numerical Analysis of Explicit Finite Difference Methods for Mathematical Models of Angiogenesis in Tumor Diseases**. Faculty of Science and Technology. Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang.

Promotor : (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Keywords: mathematical model of angiogenesis in tumors, two-dimensional Cartesian non-linear partial differential equation, explicit finite difference method, two-dimensional numerical simulation.

The mathematical model of angiogenesis in tumors forms a two-dimensional Cartesian non-linear partial differential equation system. The model consists of growth equations of endothelial cell density spatial, fibronectin, and TAF. The discretization stage of the model uses an explicit finite difference method and numerical simulations are carried out using different times.

The results showed an increase and decrease in endothelial cell growth, fibronectin and TAF at each specified time and iteration. The increase in tumor cell growth is influenced by *chemotaxis* and *haptotaxis* processes that occur in endothelial cell growth. The growth of fibronectin decreased because the initial high conditions were damaged by the growth of fibronectin itself. The increase in TAF growth is influenced by the system *uptake*. The greater the time given to the angiogenesis process, the growth of tumor cells grows faster.

الملخص

رزقي، أعين أ.، ٢٠٢١. تحليل العددي لطرق الفروق المحدودة الصريحة للنماذج الرياضية لتكوين الأوعية الدموية في مشاكل أمراض الورم. البحث العلمي. قسم الرياضيات. في كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج.

المشرف الأول: (١) الدكتور عثمان بكلي الماجستير، والمثرف الثاني: (٢) إمام سوجورو الماجستير.

الكلمات المفتاحية: نموذج رياضي لتكوين الأوعية في الأورام ، معادلة تفاضلية جزئية غير خطية ثنائية الأبعاد ، طريقة الفروق المحدودة الصريحة ، محاكاة عددية ثنائية الأبعاد.

يشكل النموذج الرياضي لتكوين الأوعية في الأورام نظام معادلة تفاضلية جزئية غير خطية ثنائية الأبعاد. يتكون النموذج من معادلات النمو لكثافة الخلايا البطانية ، والفيبرونيكتين ، و TAF. تستخدم مرحلة الحرجية في النموذج طريقة الفروق المحدودة الصريحة ويتم إجراء عمليات المحاكاة العددية للعديد من الاختلافات الزمنية.

أظهرت النتائج زيادة وانخفاض في نمو الخلايا البطانية والفيبرونيكتين و TAF في كل وقت وتكرار محدد. تتأثر الزيادة في نمو الخلايا السرطانية بعمليات الانجذاب الكيميائي والتركيز العدسي التي تحدث في نمو الخلايا البطانية. انخفض نمو الفيبرونيكتين بسبب تضرر الظروف المرتفعة الأولية بسبب نمو الفيبرونيكتين نفسه. عندما يزداد الوقت المعطى في عملية تكوين الأوعية ، ينمو نمو الخلايا السرطانية بشكل أسرع.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kesehatan merupakan hal yang penting bagi semua orang dalam menjalannya kegiatan sehari-harinya. Tubuh sehat berawal dari menjaga pola hidup yang sehat. Makanan yang dipilih bergizi sangat berpengaruh dalam menjaga kesehatan tubuh tetap terjaga. Seperti halnya ayat yang menjelaskan pentingnya memilih makan dan minum yang baik bagi kesehatan.

يَا أَيُّهَا النَّاسُ كُلُوا مِمَّا فِي الْأَرْضِ حَلَالًا طَيِّبًا وَلَا تَتَّبِعُوا خُطُوَاتِ الشَّيْطَانِ إِنَّهُ لَكُمْ عَدُوٌّ مُّبِينٌ (١٦٨)

Artinya : “Wahai manusia! Makanlah dari (makanan) yang halal dan baik yang terdapat di bumi dan janganlah kamu mengikuti langkah-langkah setan. Sungguh, setan itu musuh yang nyata bagimu” (QS. Al Baqarah:168).

Pada ayat tersebut dijelaskan pada tafsir ibn Kathir bahwa Allah memperbolehkan memakan makanan semua apa yang ada di bumi, yaitu yang diharamkan bagi mereka lagi baik dan tidak membahayakan tubuh serta akal mereka, sebagai karunia dari Allah Swt. Al-Misbah juga menafsirkan bahwa seruan kehalalan makanan pada ayat ini ditunjukkan kepada seluruh manusia, apakah beriman kepada Allah Swt. atau tidak. Namun demikian, tidak semua makanan dan minuman yang halal otomatis baik, dan tidak semua makanan dan minuman halal sesuai dengan kondisi masing-masing. Ada yang halal dan baik untuk seseorang yang memiliki kondisi kesehatan tertentu, dan ada juga yang kurang baik untuknya, walaupun baik untuk yang lain. Ada makanan yang baik tetapi tidak bergizi, dan ada juga makanan yang bergizi namun dapat memicu kondisi kesehatannya menurun.

Seperti halnya makanan yang dapat meningkatkan pertumbuhan pembuluh darah yang terdapat pada penyakit tumor. Pembuluh darah yang diproduksi oleh proses angiogenesis sangat berpengaruh pada pertumbuhan sel tumor. Kecepatan reproduksi pembuluh darah pada proses angiogenesis yang tumbuh dari kapiler-kapiler kecil disekitarnya dapat mempengaruhi pertumbuhan sel tumor. Peningkatan dan penghambatan proses angiogenesis berasal dari faktor-faktor yang berasal dari zat makanan yang dikonsumsi. Faktor-faktor yang berpengaruh pada proses angiogenesis yaitu pertumbuhan sel endotel, fibronectin, TAF.

Skripsi ini, peneliti merujuk pada penelitian sebelumnya pada tahun 1998, penelitian Anderson dan Chaplain merumuskan model persamaan matematika angiogenesis pada tumor dengan bentuk persamaan diferensial parsial non linier cartesius dua dimensi yang melibatkan pertumbuhan sel endotel $n(x, y, t)$, fibronectin $n(x, y, t)$, dan TAF $c(x, y, t)$ dengan menggunakan turunan x dan y pada ruang dan turunan t terhadap waktu. Anderson dan Chaplain (1998) menganalisis reaksi angiogenesis pada sel tumor dengan cara melihat simulasi dari persamaan diskrit matematika angiogenesis pada tumor menggunakan metode beda hingga skema euler.

Pada penelitian tersebut menunjukkan bahwa jika ada gradien TAF dan tidak ada gradien fibronectin, maka *chemotaxis* akan mendominasi. Sedangkan jika hanya ada gradien fibronectin dan tidak ada gradien TAF, maka *haptotaxis* yang mendominasi. Ketika kedua gradien ada, interaksi kompleks antara *chemotaxis* dan *haptotaxis* akan membiaskan sesuai koefisien. Pergerakan sel individu pada ujung kapiler-kapiler diatur oleh interaksinya dengan faktor

angiogenik dan matriks makromolekul di sekitarnya. (Anderson & Chaplain, 1998).

Pada skripsi ini, peneliti ingin menganalisis persamaan yang telah dirumuskan oleh Anderson dan Chaplain (1998) dengan metode numerik yang lebih akurat. Metode yang akan dilakukan dalam penyelesaian numerik dalam persamaan angiogenesis pada tumor menggunakan metode skema beda hingga eksplisit. Penelitian ini dilakukan dengan melakukan diskritisasi dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit. Mereduksi dan menyederhanakan data menggunakan metode diskritisasi dapat menghasilkan solusi yang lebih cepat dan akurat. Selanjutnya dilakukan perbandingan perilaku setiap faktor-faktor yang terlibat dalam bentuk simulasi numerik model matematika proses angiogenesis pada sel tumor dengan waktu yang berbeda. Oleh karena itu peneliti menentukan judul **“Analisis Numerik Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk Model Matematika Angiogenesis pada Masalah Penyakit Tumor”**.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang didapatkan dalam penelitian ini adalah

1. Bagaimana transformasi model matematika angiogenesis pada tumor ke bentuk diskritisasi dengan metode beda hingga eksplisit?
2. Bagaimana simulasi numerik model diskrit angiogenesis pada tumor dengan Langkah waktu (Δt) yang bervariasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah

1. Untuk mendapatkan transformasi model matematika angiogenesis pada tumor kebentuk diskritisasi dengan metode beda hingga eksplisit.
2. Untuk mengetahui hasil simulasi numerik model diskrit angiogenesis pada tumor dengan Langkah waktu (Δt) yang bervariasi.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang diberikan pada penelitian ini adalah

1. Model matematika yang dipakai pada penelitian kali ini menggunakan model matematika yang dirumuskan oleh Anderson dan Chaplain (1998)

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = & D\nabla^2 n(x, y, t) - \nabla \cdot \left(\frac{\chi}{1 + \alpha k_0} (n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right) \\ & - \nabla \cdot (\rho(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t))) \end{aligned} \quad (1.4.1)$$

$$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = \beta n(x, y, t) - \gamma(n(x, y, t) f(x, y, t)) \quad (1.4.2)$$

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t} = -\eta(n(x, y, t) c(x, y, t)) \quad (1.4.3)$$

2. Peneliti mengambil parameter pada peneliti sebelumnya dengan $D = 0,00035$, $\chi = 0,38$, $\rho = 0,34$, $\eta = 0,1$, $\beta = 0,05$, $e_1 = 0,45$, $e_2 = 0,45$, $e_3 = 0,001$, $k = 0,75$, dan $\gamma = 0,1$ (Anderson & Chaplain, 1998).
3. Kondisi awal yang digunakan untuk persamaan

$$n(x, y, 0) = n_{i,j}^1 = e^{-\frac{x^2}{\epsilon_3}} \sin^2(6\pi y)$$

$$c(x, y, 0) = c_{i,j}^1 = e^{-\frac{(1-x)^2}{\epsilon_1}}$$

$$f(x, y, 0) = f_{i,j}^1 = ke^{-\frac{x^2}{\epsilon_2}}$$

4. Batasan yang dipakai pada simulasi adalah $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, dan $0 \leq t \leq 0,5$ dengan nilai langkah diskritisasi yang bervariasi saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$, dan $\Delta t = 0,25$.

1.5 Metode Penelitian

Pada pembahasan mengenai diskritisasi model matematika tumor dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit, peneliti menerapkan beberapa langkah berikut :

1. Metode penelitian yang dilakukan pertama dengan menjabarkan operator *Grad* (∇) pada model matematika angiogenesis pada tumor. Selanjutnya dilakukan diskritisasi model matematika angiogenesis pada tumor menggunakan metode beda hingga eksplisit.
2. Membandingkan dan menganalisa pola perkembangan hasil simulasi dengan menggunakan langkah diskritisasi yang bervariasi.

1.6 Manfaat penelitian

Sesuai dengan tujuan penelitian, maka manfaat penelitian ini dibedakan berdasarkan kepentingan beberapa pihak yaitu :

1. Bagi pembaca, penelitian ini dapat menjadi wawasan atau literatur untuk mengetahui penerapan metode beda hingga eksplisit dalam model matematika angiogenesis pada tumor, serta sebagai bahan pengembangan dalam bidang matematika terapan

2. Manfaat kedua bertujuan untuk manjadi wawasan pada bidang simulasi, khususnya pada simulasi numerik metode beda hingga eksplisit pada model matematika angiogenesis pada tumor menggunakan waktu dan iterasi yang berbeda.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan digunakan untuk mempermudah dalam memahami intisari dari skripsi ini yang terbagi menjadi empat bagian, yaitu :

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, metode penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini menjelaskan tentang gambaran umum dari teori yang mendasari pembahasan antaranya pengertian induksi angiogenesis pada tumor, operator *grad* (∇), persamaan differensial parsial, deret taylor, metode beda hingga skema eksplisit, dan kajian terkait penyakit tumor pada pandangan islam.

Bab III Pembahasan

Pada bab ini merupakan penjabaran peneliti tentang hasil atau gambaran objek dari penelitian.

Bab IV Penutup

Pada bab ini menjelaskan tentang kesimpulan yang didapat oleh peneliti dari hasil penelitian yang telah dijabarkan dalam bab pembahasan dan

dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini atau penelitian selanjutnya.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Induksi Angiogenesis pada Tumor

Angiogenesis merupakan pembentukan pembuluh darah baru dari pembuluh darah yang sudah ada sebelumnya, yaitu proses dimana kapiler-kapiler dibentuk sebagai respons terhadap rangsangan kimia yang disuplai secara eksternal. Angiogenesis terjadi selama *embryogenesis*, penyembuhan luka, radang sendi dan selama pertumbuhan sel tumor (Anderson & Chaplain.1998)..

Peristiwa pertama angiogenesis yang menginduksi tumor melibatkan sel-sel kanker dari sel tumor yang mengeluarkan sejumlah bahan kimia, secara kolektif dikenal sebagai faktor-faktor angiogenik tumor. Respon awal sel endotel terhadap faktor-faktor angiogenik ini disebut *chemotaxic*. Proses *chemotactic* ini berlangsung ketika migrasi sel endotel menuju tumor. Ketika pergerakan sel endotel menuju tumor hingga di ujung kapiler, sel endotel mulai berkembang biak dari dinding kapiler. Sel dinding kapiler tersebut membentuk untaian sel endotel di antara matriks ekstraseluler. Dan terus berjalan melalui matriks ekstraseluler yang terdiri dari jaringan interstitial serat-serat kolagen dan fibronectin serta komponen lainnya (Anderson & Chaplain.1998).

Selain respon *chemotactic*, pada sel endotel juga terdapat respon *haptotaxis*. *Haptotaxis* merupakan interaksi sel endotel terhadap gradien fibronectin yang ada dalam matriks ekstraseluler. Sel-sel endotel yang dikultur diketahui mensintesis dan mengeluarkan fibronectin. Fibronectin yang diproduksi dan disekresikan oleh sel endotel tidak berdifusi, tetapi tetap terikat pada matriks

ekstraseluler. Hasil ini menunjukkan bahwa fibronektin meningkatkan migrasi sel hingga gradien (Anderson & Chaplain.1998).

Anderson dan Chaplain (1998) mengasumsikan bahwa pergerakan sel endotel dipengaruhi oleh tiga faktor : pergerakan acak (seperti difusi molekul), *chemotaxis* dalam menanggapi gradien TAF, dan *haptotaxis* sebagai respon terhadap gradien fibronektin. Untuk menurunkan persamaan diferensial parsial yang mengatur pergerakan sel endotel, pertama-tama kan pertimbangan total fluks sel yang dilambangkn dengan J_n dan kemudian menggunakan persamaan konservasi untuk kepadatan sel. Tiga konstribusi terhadap fluks sel endotel, diberikan oleh :

$$J_n = J_{acak} + J_{chemo} + J_{hapto}$$

$$J_n = -D_n \nabla n(x, y, t) + \chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) + \rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t))$$

untuk menggambarkan pergerakan acak sel endotel pada kapliler, diasumsikan fluks dari bentuk $J_{acak} = -D_n \nabla n(x, y, t)$, dimana D_n adalah konstanta positif, koefisien pergerakan acak sel. Anderson & Chaplain (1998) menganggap fluks *chemotactic* menjadi $J_{chemo} = \chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t))$, dimana $\chi(c(x, y, t))$ adalah suatu fungsi *chemotactic*. Pada model tumor yang diinduksi angiogenesis sebelumnya, $\chi(c(x, y, t))$ diasumsikan konstan, artinya sel-sel endotel selalu menanggapi rangsangan *chemosensory* (misalnya TAF) dengan cara yang sama, tanpa memandang konsentrasi rangsangan. Anderson & Chaplain (1998) memilih suatu hukum reseptor-kinetik dalam bentuk

$$\chi(c(x, y, t)) = \chi_0 \frac{k_1}{k_1 + k_0} \quad (2.1.1)$$

Mencerminkan asumsi yang lebih realitis bahwa sensitivitas *chemotactic* berkurang dengan meningkatnya konsentrasi TAF, dimana χ_0 adalah koefisien *chemotactic*, dan k_1 adalah konstanta positif. Pengaruh fibronektin terhadap sel-sel endotel yaitu dimodelkan dengan fluks *haptotactic*, $J_{hapto} = \rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t))$ dimana $\rho_0 > 0$ adalah koefisien *haptotactic* yang konstan (Anderson & Chaplain, 1998).

Anderson dan Chaplain (1998) memfokuskan perhatian pada sel-sel endotel di ujung kapiler dan mengingat bahwa sel endotel memiliki paruh waktu yang Panjang. Anderson dan Chaplain menghilangkan semua istilah kelahiran dan kematian yang terkait dengan sel endotel. Sehingga sel endotel dapat dimodelkan, dimana sel-sel diiradiasi untuk menghentikan proliferasi, tetapi jaringan terbentuk sampai batas tertentu.

Oleh karena itu, Anderson dan Chaplain (1998) memberikan bentuk persamaan konservasi untuk kepadatan sel endotel n sebagai berikut :

$$\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} + \nabla \cdot J_n = 0 \quad (2.1.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} \\ & + \nabla \cdot \left(-D_n \nabla n(x, y, t) + \chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right. \\ & \left. + \rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t)) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

dimana J_n adalah total fluks sel dan ∇ merupakan operator gradien oleh karena itu persamaan diferensial parsial yang mengatur pergerakan sel endotel dengan tidak adanya proliferasi sel yaitu :

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} \\
& + \nabla \cdot \left(-D_n \nabla n(x, y, t) + \chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right. \\
& \quad \left. + \rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t)) \right) = 0 \\
& \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \left(-D_n \nabla n(x, y, t) \right) \\
& \quad + \nabla \cdot \left(\chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right) \\
& \quad + \nabla \cdot \left(\rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t)) \right) = 0 \\
& \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} - D_n \left(\nabla \cdot (\nabla n(x, y, t)) \right) \\
& \quad + \nabla \cdot \left(\chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right) \\
& \quad + \nabla \cdot \left(\rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t)) \right) = 0 \\
& \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = D_n \nabla^2 n(x, y, t) \\
& \quad - \nabla \cdot \left(\chi(c(x, y, t))(n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right) \\
& \quad - \nabla \cdot \left(\rho_0(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t)) \right) \tag{2.1.4}
\end{aligned}$$

Untuk menurunkan persamaan TAF, Anderson dan Chaplain (1998) mempertimbangkan kondisi awal dari tumor yang menginduksi angiogenesis yang merupakan sekresi TAF oleh sel-sel tumor. Setelah disekresi, TAF berfungsi ke dalam jaringan kornea sekitarnya dan matriks ekstraseluler dan mengatur gradien konsentrasi antara tumor dan setiap pembuluh darah yang sudah ada sebelumnya seperti pembuluh limbal. Selama tahap awal ini, dimana TAF berdifusi ke dalam jaringan sekitarnya (dengan beberapa kerusakan yang alami), Anderson dan

Chaplain (1998) mengasumsikan bahwa konsentrasi TAF (c) memenuhi persamaan sebagai berikut :

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t} = D_c \nabla^2 c(x, y, t) - \theta c(x, y, t) \quad (2.1.5)$$

dimana D_c adalah koefisien difusi TAF dan θ merupakan tingkat kerusakan yang dialami TAF. Anderson dan Chaplain (1998) mengasumsikan bahwa keadaan stabil dari persamaan ini menetapkan gradien TAF diantara tumor dengan pembuluh yang didekatnya dan memberikan suatu kondisi awal untuk konsentrasi TAF. ketika sel-sel endotel yang bermigrasi melalui matriks ekstraseluler dalam merespon keadaan stabil ini, terdapat penyerapan dan peningkatan TAF yang dipengaruhi oleh sel-sel. Anderson dan Chaplain (1998) memodelkan proses ini dengan fungsi penyerapan yang sederhana, persamaan untuk konsentrasi TAF mengikuti bentuk persamaan berikut :

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t} = \lambda(n(x, y, t)c(x, y, t)) \quad (2.1.6)$$

dimana λ adalah konstanta positif, dan kondisi awal konsentrasi TAF diperoleh dari keadaan stabil persamaan (2.2.5) (Anderson & Chaplain,1998).

Anderson dan Chaplain (1998) menyatakan bahwa fibronektin terdapat disebagian besar jaringan mamalia dan telah diidentifikasi sebagai komponen dari jaringan kornea. Selain fibronektin yang sudah ada sebelumnya, diketahui bahwa sel-sel endotel sendiri memproduksi dan mensekresi fibronektin yang kemudian terikat pada matriks ekstraseluler dan tidak berdifusi. Oleh karena itu, persamaan untuk fibronektin tidak mengandung istilah difusi. Terdapat pula penyerapan dan peningkatan fibronektin oleh sel-sel endotel karena mereka bermigrasi ke arah

tumor. Proses produksi dan penyerapan ini dimodelkan dengan persamaan berikut:

$$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = \omega n(x, y, t) - \mu(n(x, y, t)f(x, y, t)) \quad (2.1.7)$$

dimana ω dan μ adalah konstanta positif.

Oleh karena itu, Anderson dan Chaplain (1998) menyatakan bahwa sistem lengkap persamaan yang menggunakan interaksi sel-sel endotel ($n(x, y, t)$), TAF ($c(x, y, t)$) dan fibronektin ($f(x, y, t)$) seperti yang dijelaskan di atas, yaitu :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} \\ = & \underbrace{D_n \nabla^2 n(x, y, t)}_{\text{Random Motility}} - \underbrace{\nabla \cdot \left(\frac{\chi_0 k_1}{k_1 + k_0} (n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right)}_{\text{Chemotaxis}} \\ & \underbrace{- \nabla \cdot (\rho_0 (n(x, y, t) \nabla f(x, y, t)))}_{\text{Haptotaxis}} \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

$$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = \underbrace{\omega n(x, y, t)}_{\text{Production}} - \underbrace{\mu(n(x, y, t)f(x, y, t))}_{\text{Uptake}} \quad (2.1.9)$$

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t} = \underbrace{-\lambda(n(x, y, t)c(x, y, t))}_{\text{Uptake}} \quad (2.1.10)$$

2.2 Operator Grad (∇)

Soedjo (1995) menyatakan bahwa *grad* adalah singkatan daripada gradien yang dimaksudnya laju variasi terhadap tempat atau koordinat. Sedangkan ∇ adalah notasi singkat bagi *grad* dan dinamakan operator diferensial *nabla Laplace*, yang di dalam system koordinat Cartesian adalah

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \quad (2.2.1)$$

Menurut Spiegel dan Wospakrik (1999), operator diferensial vektor del, dituliskan ∇ , didefinisikan oleh

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.2.2)$$

Operator vektor ini memiliki sifat-sifat yang analog dengan vektor-vektor biasa. Operator ini bermanfaat untuk mendefinisikan tiga buah besaran berikut yang muncul dalam pemakaian praktis yang dikenal sebagai *gradien*, *divergensi*, dan *curl*.

Spiegel dan Wospakrik (1999) memisalkan $\phi(x, y, z)$ terdefiniskan dan diferensiabel pada tiap-tiap titik (x, y, z) terdefiniskan dan diferensiabel pada tiap-tiap titik (x, y, z) dalam suatu daerah tertentu dari ruang (yakni ϕ mendefinisikan sebuah medan scalar diferensial). Gradien ϕ , dituliskan $\nabla\phi$ atau *grad* ϕ , didefinisikan oleh :

$$\nabla\phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k \right) \phi = i \frac{\partial\phi}{\partial x} + j \frac{\partial\phi}{\partial y} + k \frac{\partial\phi}{\partial z} \quad (2.2.3)$$

perhatikan bahwa $\nabla\phi$ mendefinisikan sebuah medan vector.

Komponen dari $\nabla\phi$ dalam arah sebuah vektor satuan α diberikan oleh $\nabla\phi \cdot \alpha$ dan disebut turunan arah dari ϕ pada arah α . Secara fisis, ini adalah laju perubahan ϕ pada (x, y, z) dalam arah α (Spiegel dan Wospakrik, 1999).

Menurut Spiegel dan Wospakrik (1999), misalkan $V(x, y, z) = V_1i + V_2j + V_3k$ terdefiniskan dan diferensiabel dalam suatu daerah tertentu dari ruang (yakni, V mendefinisikan sebuah medan vector). Maka *divergensi* dari V , dituliskan $\nabla \cdot V$ atau *div* V , didefinisikan oleh :

$$\nabla \cdot V = \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k \right) \cdot (V_1i + V_2j + V_3k)$$

$$\nabla \cdot V = \left(\frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial y} + \frac{\partial V_3}{\partial z} \right) \quad (2.2.4)$$

perhatikan analoginya dengan $A \cdot B = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$. Juga perhatikan bahwa $\nabla \cdot V \neq V \cdot \nabla$.

Munurut Spiegel dan Wospakrik (1999), jika $V(x, y, z)$ adalah sebuah medan vektor diferensiabel maka *curl* atau *rotasi* dari V , dituliskan $\text{curl } V$, didefinisikan oleh :

$$\begin{aligned} \nabla \times V &= \left(\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k \right) \times (V_1 i + V_2 j + V_3 k) \\ &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_1 & V_2 & V_3 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_2 & V_3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_1 & V_3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ V_1 & V_2 \end{vmatrix} k \\ &= \left(\frac{\partial V_3}{\partial y} - \frac{\partial V_2}{\partial z} \right) i + \left(\frac{\partial V_1}{\partial z} - \frac{\partial V_3}{\partial x} \right) j + \left(\frac{\partial V_2}{\partial x} - \frac{\partial V_1}{\partial y} \right) k \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

perhatikan bahwa dalam penguraian determinan, operator $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ haruslah mendahului V_1, V_2 , dan V_3 .

Kreyszig (2011) menjelaskan $\nabla^2 f$ juga dilambangkan dengan Δf disebut operator *Laplace*. Operator diferensial :

$$\nabla^2 = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0 \quad (2.2.6)$$

2.3 Persamaan Diferensial Parsial

Menurut Ault dan Ayres (1992) tingkatan persamaan parsial adalah tingkat turunan tertinggi pada suatu persamaan. Seperti persamaan model persamaan

angiogenesis pada tumor yang telah ditumuskan oleh Andershon dan Chaplain (1998) mengandung lebih dari dua variable bebas. Persamaan-persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan-turunan parsial. Turunan-turunan pada persamaan diferensial parsial pada angiogenesis terdapat variable x dan y .

Persamaan diferensial parsial orde dua dengan dua variable dengan persamaan umum :

$$Af_{xx} + Bf_{xy} + Cf_{yy} + Df_x + Ef_y + Ef = G \quad (2.3.1)$$

dimana A, B, C, D, E dan F adalah fungsi dari x dan y . Didefinisikan turunan parsial sebagai berikut :

$$\begin{aligned} f_x &= \frac{\partial f}{\partial x} & f_{xx} &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \\ f_y &= \frac{\partial f}{\partial y} & f_{yy} &= \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \\ f_{xy} &= \frac{\partial^2 f}{\partial xy} \end{aligned}$$

Seperti pada persamaan diferensial biasa, di sini perlu diketahui syarat batas. Tetapi karena ada dua varibel bebas, syarat batasnya diberikan pada suatu lengkungan dalam bidang $x - y$ (Djojodiharjo,2000).

2.4 Deret Taylor

Diferensial numerik digunakan untuk memperkirakan bentuk diferensial kontinu menjadi bentuk diskrit. Derensial numerik ini banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Bentuk tersebut dapat diturunkan berdasarkan deret Taylor (Triatmodjo, 2002).

Menurut Triatmodjo (2002) deret Taylor merupakan dasar untuk menyelesaikan masalah dalam metode numerik, terutama persamaan diferensial parsial. Turunan suatu fungsi yang mengandung lebih dari satu variable bebas, seperti $f(x, y)$, maka bentuk deret Taylor menjadi :

$$f(x_{i+1}, y_{j+1}) = f(x_i, y_j) + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\Delta x}{1!} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\Delta y}{1!} + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2!} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \frac{\Delta y^2}{2!} + \dots \quad (2.4.1)$$

dengan cara yang sama seperti telah dijelaskan di atas, turunan pertama terhadap variable x dan y berturut-turut dapat ditulis dalam bentuk (diferensial maju) :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x_{i+1}, y_j) - f(x_i, y_j)}{\Delta x} \quad (2.4.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f(x_i, y_{i+1}) - f(x_i, y_j)}{\Delta y} \quad (2.4.3)$$

untuk menyederhanakan penulisan, selanjutnya bentuk $f(x_i, y_j)$ ditulis menjadi $f_{i,j}$ dengan subskrip i dan j menunjukkan komponen dalam arah sumbu x dan sumbu y . Apabila fungsi berada dalam system tiga dimensi (system koordinat x, y, z), maka $f(x_i, y_j, z_k)$ ditulis menjadi $f_{i,j,k}$. dengan cara seperti itu maka persamaan (2.4.2) dan (2.4.3) dapat ditulis menjadi :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1,j} + f_{i,j}}{\Delta x} \quad (2.4.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j}}{\Delta y} \quad (2.4.5)$$

untuk diferensial terpusat bentuk di atas menjadi :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (2.4.6)$$

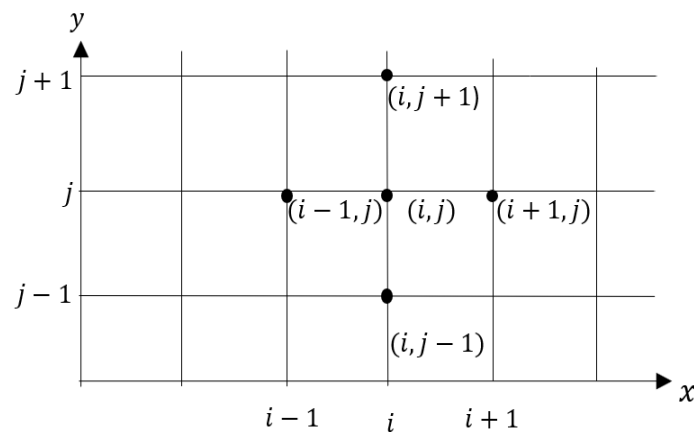
$$\frac{\partial f}{\partial y} \approx \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (2.4.7)$$

dengan cara yang sama, turunan kedua terhadap x dan y dapat ditulis menjadi :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f_{i-1,j} - 2f_{i,j} + f_{i+1,j}}{\Delta x^2} \quad (2.4.8)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \approx \frac{f_{i,j-1} - 2f_{i,j} + f_{i,j+1}}{\Delta y^2} \quad (2.4.9)$$

Gambar 2.1 menunjukkan jaringan titik hitungan untuk fungsi yang berada dalam system koordinat x dan y (dua dimensi).

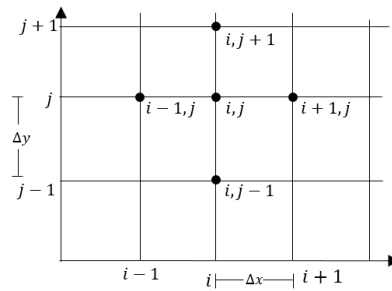


Gambar 2. 1 Jaringan titik hitung dalam sistem dua dimensi (x-y)

(Triatmodjo, 2002).

2.5 Metode Beda Hingga Skema Eksplisit

Perkiraan turunan (diferensial) dengan bentuk beda hingga telah dipelajari pada subbab diatas. Gambar 2.2 adalah jaringan titik hitungan pada bidang $x - y$ yang dapat dibagi menjadi sejumlah pias segi empat dengan sisi Δx dan Δy . Panjang pias dalam arah x adalah Δx dan dalam arah y adalah Δy . Dengan menggunakan jaringan titik hitungan dalam Gambar 2.4, semua diferensial ditulis pada titik hitungan (i, j) . Bentuk turunan pertama dan kedua didekati oleh :



Gambar 2. 2 Jaringan titik hitung dalam bidang x-y

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{\Delta x} \quad (2.5.1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{\Delta x} \quad (2.5.2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (2.5.3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \approx \frac{\varphi_{i-1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j}}{\Delta x^2} \quad (2.5.4)$$

(Triatmodjo, 2002).

Bentuk persamaan (2.5.1), (2.5.2), dan (2.5.3) disebut dengan diferensial maju, mundur dan terpusat. Diferensial terhadap y juga dapat ditulis dalam bentuk seperti di atas, yaitu :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{\Delta y} \quad (2.5.5)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i,j} - \varphi_{i-1,j}}{\Delta y} \quad (2.5.6)$$

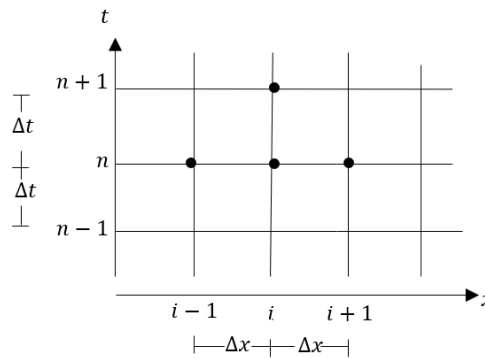
$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} \approx \frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j}}{2\Delta y} \quad (2.5.7)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \approx \frac{\varphi_{i-1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i+1,j}}{\Delta y^2} \quad (2.5.8)$$

Bentuk diferensial melintang dapat didekati dengan

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \approx \frac{\varphi_{i+1,j+1} - \varphi_{i-1,j+1} - \varphi_{i+1,j-1} + \varphi_{i-1,j-1}}{4\Delta x \Delta y} \quad (2.5.9)$$

Untuk persamaan yang mengandung variable x dan t , perkiraan beda hingga dilakukan dengan membuat jaringan titik hitungan pada bidang $x - t$ (Gambar 2.3), yang dibagi dalam sejumlah pias dengan interval ruang, dan waktu dan Δx dan Δt . Bentuk turunan pertama dan kedua terhadap waktu dan ruang adalah :



Gambar 2. 3 Jaringan titik hitung dalam bidang x-t

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx \frac{\varphi_i^{n+1} - \varphi_i^n}{\Delta t} \quad (2.5.10)$$

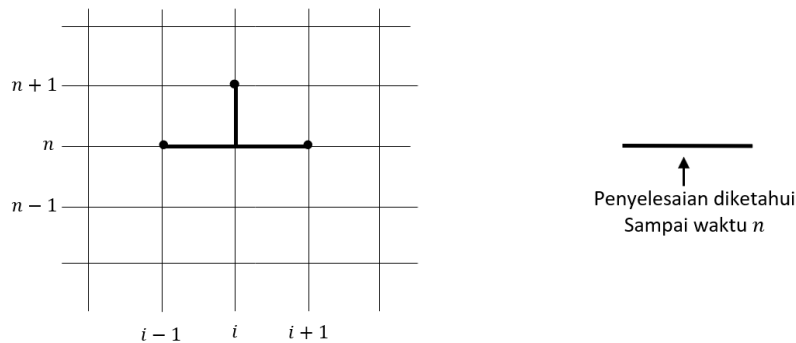
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \approx \frac{\varphi_{i-1}^n - 2\varphi_i^n + \varphi_{i+1}^n}{\Delta x^2} \quad (2.5.11)$$

Dalam bentuk beda hingga diatas superkrip n dan $n + 1$ menunjukkan nilai φ pada waktu n dan $n + 1$. Penulisan n sebagai superkrip, yang menunjukkan waktu, untuk membedakan dengan subkrip untuk i, j dan n yang menunjukkan notasi ruang (Triatmodjo, 2002).

Metode beda hingga skema eksplisit banyak digunakan dalam penyelesaian persamaan diferensial parsial. Skema ini sangat sederhana dan

mudah untuk memahaminya. Penggunaan skema tersebut untuk menurunkan persamaan diferensial parsial menjadi persamaan beda hingga juga mudah. Namun skema ini mempunyai kelemahan, yaitu langkah waktu Δt dibatasi berdasarkan bilangan Courant yaitu $Cr = \frac{U \Delta t}{\Delta x} \leq 1$. Apabila nilai $Cr > 1$ maka hitungan menjadi tidak stabil. Penggunaan langkah waktu Δt yang kecil tersebut menyebabkan prosedur dan waktu hitungan menjadi sangat panjang dan lama (Triatmodjo, 2002).

Pada skema eksplisit, variable pada waktu $n + 1$ dihitung berdasarkan variable pada waktu n yang sudah diketahui (Gambar 2.4). Dengan menggunakan skema seperti yang ditunjukkan pada (Gambar 2.4), fungsi variabel (temperatur) $T(x, t)$ dan turunannya dalam ruang dan waktu didekati oleh bentuk berikut :



Gambar 2. 4 Skema Eksplisit

$$T(x, t) = T_i \quad (2.5.12)$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (2.5.13)$$

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2} \quad (2.5.14)$$

(Triatmodjo, 2002).

2.6 Kajian Penyakit Tumor pada Pandangan Islam

Penyakit dalam pandangan islam merupakan peringatan bentuk kecintaan Allah terhadap hamba-Nya. Memiliki sebuah penyakit akan mengingatkan untuk terus mendekatkan diri dan bersyukur kepada Allah swt. Allah menurunkan penyakit untuk mengingatkan agar hidup dengan hati-hati terutama tentang pola hidup sehat. Pola hidup sehat sangat berpengaruh dalam terjaganya kesehatan. Kesehatan yang baik dapat membuat ibadah tidak terganggu. Hal ini diperkuat dalam beberapa ayat Al Qur'an dan hadist dibawah ini yang mengingatkan tentang pentingnya pola hidup sehat dalam kesehatan pada saat beribadan :

- a. Firman Allah Swt dalam surat Al Maidah ayat 88

وَكُلُوا مِمَّا رَزَقَكُمُ اللَّهُ حَلَالًا طَيِّبًا وَاتَّقُوا اللَّهَ الَّذِي أَنْتُمْ بِهِ مُؤْمِنُونَ (٨٨)

Artinya : *“Dan makanlah dari apa yang telah diberikan Allah kepadamu sebagai rezeki yang halal dan baik, dan bertakwalah kepada Allah yang kamu beriman kepada-Nya.”* (QS. Al Maidah:88).

- b. Firman Allah Swt dalam surat Al Anfal ayat 69

فَكُلُوا مِمَّا غَنِمْتُمْ حَلَالًا طَيِّبًا وَاتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ غَفُورٌ رَحِيمٌ (٦٩)

Artinya : *“Maka makanlah dari Sebagian rampasan perang yang kamu peroleh itu, sebagaimana makanan yang halal lagi baik, dan bertakwalah kepada Allah. Sungguh, Allah Maha Pengampun.”* (QS. Al Anfal:69)

- c. Firman Allah Swt dalam surat Al-Baqarah 172

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا كُلُوا مِن طَيِّبَاتِ مَا رَزَقْنَاكُمْ وَاشْكُرُوا لِلَّهِ إِن كُنتُمْ ءِيَّاهُ تَعْبُدُونَ (١٧٢)

Artinya : *“Wahai orang-orang yang beriman, makanlah dari rezeki yang baik yang kami berikan kepada kamu dan bersyukurlah kepada Allah Swt, jika kamu hanya menyembah-Nya”* (QS. Al-Baqarah:172).

d. Firman Allah Swt dalam surat Al An'am ayat 118

فَكُلُوا مِمَّا ذُكِرَ اسْمُ اللَّهِ عَلَيْهِ إِن كُنتُمْ بِآيَاتِهِ مُؤْمِنِينَ (١١٨)

Artinya : *“Maka makanlah dari apa (daging hewan) yang (ketika disembelih) disebutkan nama Allah, jika kamu beriman kepada ayat-ayat-Nya.”* (QS. Al An'am:118).

e. Hadist Rasulullah saw. bersabda :

حَدَّثَنَا الْمَكِّيُّ بْنُ بَرَاهِيَةَ أَحْبَرَنَا عَبْدُ عَبْدِ بَنُ سَعِيدٍ هُوَ ابْنُ أَبِي هِنْدٍ عَنْ أَبِيهِ عَنْ ابْنِ عَبَّاسٍ
رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمَا قَالَ قَالَ النَّبِيُّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ نِعْمَتَانِ مَغْبُوهَتَانِ هُمَا كَثْرَةُ مِنَ النَّاسِ
الصِّحَّةُ وَالْفَرَاغُ

Artinya : *“Telah menceritakan kepada kami al-Makki bin Ibrahim telah mengabarkan kepada kami Abdullah bin Sa'id yaitu Ibnu Abu Hind dari Ayahnya dari Ibnu 'Abbas radliallahu 'anhuma dia berkata; Nabi saw.bersabda: "Dua kenikmatan yang sering dilupakan oleh kebanyakan manusia adalah kesehatan dan waktu luang.”*

BAB III

PEMBAHASAN

Pembahasan pada skripsi ini menyajikan tentang proses tumor yang diinduksi oleh angiogenesis dalam bentuk persamaan model matematika non linier. Persamaan angiogenesis pada tumor non linier dideskripsikan untuk mendapatkan bentuk numerik dengan menggunakan metode beda hingga eksplisit. Untuk mengetahui proses reaksi angiogenesis pada tumor dapat dilihat dalam keakuratan model deskriptif yang berbentuk simulasi persamaan.

3.1 Analisis dan Diskritisasi Model Persamaan Angiogenesis Pada tumor

Pada tahun 1998, Anderson dan Chaplain telah memodelkan suatu persamaan diferensial parsial non linier angiogenesis pada pertumbuhan tumor dengan kartesius dua dimensi ruang x dan y . Model tersebut terdapat tiga faktor yang mempengaruhi proses angiogenesis pada pertumbuhan sel tumor. faktor yang mempengaruhi yaitu ada pertumbuhan sel endotel ($n(x, y, t)$), konsentrasi TAF ($c(x, y, t)$), dan perubahan kadar fibronektin ($f(x, y, t)$).

Pertumbuhan kepadatan sel endotel pada waktu t , dipengaruhi oleh pertumbuhan sel endotel itu sendiri sehingga mengalami peningkatan, dan mengalami penurunan karena adanya perubahan konsentrasi TAF dan perubahan fibronektin terhadap ruang x dan y . Pada laju pertumbuhan kadar fibronektin terhadap waktu t , dipengaruhi oleh oleh proses produksi fibronektin yang melibatkan kepadatan sel endotel dan dipengaruhi oleh proses *uptake* atau penyerapan yang terjadi akibat adanya interaksi antara kepadatan sel endotel dengan fibronektin yang diproduksi terhadap ruang x dan y . Pada proses pertumbuhan konsentrasi TAF mengalami penurunan akibat kerusakan

pertumbuhan konsentrasi TAF itu sendiri dan dipengaruhi oleh proses *uptake* karena adanya interaksi antara kepadatan sel endotel dengan konsentrasi TAF terhadap ruang x dan y .

Pada model persamaan terdapat operator *grad* (∇) yang melambangkan turunan parsial terhadap waktu t dan terhadap ruang x dan y . Sehingga diperlukan analisis operator *grad* (∇) untuk mempermudah tahap diskritisasi persamaan angiogenesis pada tumor.

3.1.1 Analisis Operator *Grad* (∇)

Model persamaan angiogenesis pada tumor yang dirumuskan oleh Andershon dan Chaplain (1998) sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = & D\nabla^2 n(x, y, t) - \nabla \cdot \left(\frac{\chi}{1 + \alpha k_0} (n(x, y, t) \nabla c(x, y, t)) \right) \\ & - \nabla \cdot (\rho(n(x, y, t) \nabla f(x, y, t))) \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

$$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = \beta n(x, y, t) - \gamma(n(x, y, t) f(x, y, t)) \quad (3.1.2)$$

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t} = -\eta(n(x, y, t) c(x, y, t)) \quad (3.1.3)$$

Pada persamaan (3.1.1) terdapat operator ∇ , Chaplain (1996) pada penelitian sebelumnya telah mendefinisikan bahwa operator ∇ adalah suatu turunan parsial terhadap ruang x dan y pada suatu persamaan, sehingga diperoleh:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad (3.1.4)$$

dan operator ∇^2 merupakan suatu operator *Laplace* terhadap ruang x dan y pada suatu persamaan, sehingga didapatkan :

$$\nabla^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \quad (3.1.5)$$

Mensubstitusikan (3.1.4) dan (3.1.5) ke persamaan (3.1.1), diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = & D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) n(x, y, t) \\ & - \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\chi}{1 + \alpha k_0} \left(n(x, y, t) \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) c(x, y, t) \right) \right) \\ & - \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left(\rho \left(n(x, y, t) \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x, y, t) \right) \right) \end{aligned}$$

dapat ditulis sebagai berikut menurut definisi (2.1.3), (2.1.4), dan (2.1.5)

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = & D \frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial y^2} \\ & - \frac{\chi}{1 + \alpha k_0} \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left(n(x, y, t) \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial x} + n(x, y, t) \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial y} \right) \\ & - \rho \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \cdot \left(n(x, y, t) \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial x} + n(x, y, t) \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = & D \frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial y^2} \\ & - \frac{\chi}{1 + \alpha k_0} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(n(x, y, t) \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial x} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(n(x, y, t) \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial y} \right) \right) \\ & - \rho \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(n(x, y, t) \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial x} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(n(x, y, t) \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial y} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Persamaan (3.1.6) dideferensialkan secara parsial, sehingga didapatkan persamaan baru pada persamaan (3.1.1) diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} = & D \frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial y^2} \\
& - \frac{\chi}{1 + \alpha k_0} \left(\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial x} \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial x} \right. \\
& \left. + n(x, y, t) \frac{\partial^2 c(x, y, t)}{\partial x^2} \right) \\
& - \frac{\chi}{1 + \alpha k_0} \left(\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial y} \frac{\partial c(x, y, t)}{\partial y} \right. \\
& \left. + n(x, y, t) \frac{\partial^2 c(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \\
& - \rho \left(\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial x} \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial x} + n(x, y, t) \frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial x^2} \right) \\
& - \rho \left(\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial y} \frac{\partial f(x, y, t)}{\partial y} + n(x, y, t) \frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \quad (3.1.7)
\end{aligned}$$

3.1.2 Diskritisasi Menggunakan Metode Beda Hingga Eksplisit

Diskritisasi pada persamaan diferensial parsial angiogenesis pada tumor dengan metode beda hingga eksplisit, dengan fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$ dan $c(x, y, t)$ dinotasikan sebagai berikut :

$$n(x, y, t) = n_{i,j}^q \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, N_x, \forall j = 1, 2, 3, \dots, N_y, \forall q = 1, 2, 3, \dots, N_t$$

$$f(x, y, t) = f_{i,j}^q \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, N_x, \forall j = 1, 2, 3, \dots, N_y, \forall q = 1, 2, 3, \dots, N_t$$

$$c(x, y, t) = c_{i,j}^q \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, N_x, \forall j = 1, 2, 3, \dots, N_y, \forall q = 1, 2, 3, \dots, N_t$$

Sehingga didapatkan banyaknya iterasi batas ruang $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ untuk

$\Delta x = \Delta y = 0,01$ adalah

$$N_x = \frac{1}{\Delta x} = 100$$

$$N_y = \frac{1}{\Delta y} = 100$$

untuk banyaknya iterasi batas pada waktu $0 \leq t \leq 0,5$ untuk $\Delta t = 0,25$ yaitu

$$N_t = \frac{1}{\Delta t} = 4$$

Pada diskritisasi suatu fungsi menggunakan metode beda hingga eksplisit, untuk turunan pertama fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$ diturunkan terhadap waktu t menggunakan metode beda maju, sedangkan untuk turunan pertama pada fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$ terhadap ruang x dan y menggunakan metode beda pusat sehingga didapatkan sebagai berikut :

Tabel 3. 1 Tabel turunan pertama fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$

Bentuk Kontinu	Bentuk Diskrit
$\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t}$	$\frac{n_{i,j}^{q+1} - n_{i,j}^q}{\Delta t}$
$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t}$	$\frac{f_{i,j}^{q+1} - f_{i,j}^q}{\Delta t}$
$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t}$	$\frac{c_{i,j}^{q+1} - c_{i,j}^q}{\Delta t}$
$\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial y}$	$\frac{n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q}{2\Delta y}$
$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial y}$	$\frac{f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q}{2\Delta y}$

Tabel 3. 2 Tabel turunan pertama fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$

Bentuk Kontinu	Bentuk Diskrit
$\frac{\partial n(x, y, t)}{\partial x}$	$\frac{n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q}{2\Delta x}$
$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial x}$	$\frac{f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q}{2\Delta x}$
$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial x}$	$\frac{c_{i+1,j}^q - c_{i-1,j}^q}{2\Delta x}$
$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial y}$	$\frac{c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q}{2\Delta y}$

Dan metode beda pusat untuk turunan kedua terhadap ruang x dan y sebagai berikut :

Tabel 3. 3 Tabel turunan kedua fungsi $n(x, y, t)$, $f(x, y, t)$, dan $c(x, y, t)$

Bentuk Kontinu	Bentuk Diskrit
$\frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial x^2}$	$\frac{n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q}{\Delta x^2}$
$\frac{\partial^2 n(x, y, t)}{\partial y^2}$	$\frac{n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q}{\Delta y^2}$
$\frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial x^2}$	$\frac{f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q}{\Delta x^2}$
$\frac{\partial^2 f(x, y, t)}{\partial y^2}$	$\frac{f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q}{\Delta y^2}$
$\frac{\partial^2 c(x, y, t)}{\partial x^2}$	$\frac{c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q}{\Delta x^2}$
$\frac{\partial^2 c(x, y, t)}{\partial y^2}$	$\frac{c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q}{\Delta y^2}$

Mensubtitusikan persamaan (3.2.1) dan (3.2.2) ke persamaan (3.1.7) diperoleh

$$\begin{aligned}
 \frac{n_{i,j}^{q+1} - n_{i,j}^q}{\Delta t} &= D \frac{n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q}{\Delta x^2} + D \frac{n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q}{\Delta y^2} - \\
 &\frac{\chi}{1+\alpha k_0} \left(\frac{n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q}{2\Delta x} \frac{c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q}{2\Delta y} + n_{i,j}^q \frac{c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q}{\Delta x^2} \right) - \\
 &\frac{\chi}{1+\alpha k_0} \left(\frac{n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \frac{c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q}{2\Delta y} + n_{i,j}^q \frac{c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q}{\Delta y^2} \right) - \\
 &\rho \left(\frac{n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q}{2\Delta x} \frac{f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q}{2\Delta x} + n_{i,j}^q \frac{f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q}{\Delta x^2} \right) - \\
 &\rho \left(\frac{n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \frac{f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q}{2\Delta y} + n_{i,j}^q \frac{f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q}{\Delta y^2} \right)
 \end{aligned} \tag{3.2.3}$$

Persamaan (3.2.3) disederhanakan dengan mengalikan kedua ruas dengan

Δt sehingga didapatkan :

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} - n_{i,j}^q &= D\Delta t \frac{n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q}{\Delta x^2} \\
&+ D\Delta t \frac{n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q}{\Delta y^2} \\
&- \frac{\chi\Delta t}{1 + \alpha k_0} \left(\frac{n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q}{2\Delta x} \frac{c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \right. \\
&+ n_{i,j}^q \frac{c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q}{\Delta x^2} \left. \right) \\
&- \frac{\chi\Delta t}{1 + \alpha k_0} \left(\frac{n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \frac{c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \right. \\
&+ n_{i,j}^q \frac{c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q}{\Delta y^2} \left. \right) \\
&- \rho\Delta t \left(\frac{n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q}{2\Delta x} \frac{f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q}{2\Delta x} \right. \\
&+ n_{i,j}^q \frac{f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q}{\Delta x^2} \left. \right) \\
&- \rho\Delta t \left(\frac{n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \frac{f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q}{2\Delta y} \right. \\
&+ n_{i,j}^q \frac{f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q}{\Delta y^2} \left. \right)
\end{aligned} \tag{3.2.4}$$

atau dapat disederhanakan menjadi

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} - n_{i,j}^q &= \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} (n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q) \\
&+ \frac{D\Delta t}{\Delta y^2} (n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q) \\
&- \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)4\Delta x^2} (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(c_{i+1,j}^q - c_{i-1,j}^q) \\
&- \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)\Delta x^2} n_{i,j}^q (c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q) \\
&- \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)4\Delta y^2} (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q) \\
&- \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)\Delta y^2} n_{i,j}^q (c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q) \\
&- \frac{\rho\Delta t}{4\Delta x^2} (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q) \\
&- \frac{\rho\Delta t}{\Delta x^2} n_{i,j}^q (f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q) \\
&- \frac{\rho\Delta t}{4\Delta y^2} (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q) \\
&- \frac{\rho\Delta t}{\Delta y^2} n_{i,j}^q (f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q)
\end{aligned} \tag{3.2.5}$$

dengan memisalkan

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{D\Delta t}{\Delta x^2}, & A_2 &= \frac{D\Delta t}{\Delta y^2}, & A_3 &= \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)4\Delta x^2}, \\
A_4 &= \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)\Delta x^2}, & A_5 &= \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)4\Delta y^2}, & A_6 &= \frac{\chi\Delta t}{(1 + \alpha k_0)\Delta y^2}, \\
A_7 &= \frac{\rho\Delta t}{4\Delta x^2}, & A_8 &= \frac{\rho\Delta t}{\Delta x^2}, & A_9 &= \frac{\rho\Delta t}{4\Delta y^2}, \\
A_{10} &= \frac{\rho\Delta t}{\Delta y^2},
\end{aligned}$$

Sehingga persamaan (3.2.5) dapat disederhanakan dalam bentuk berikut :

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} - n_{i,j}^q &= A_1 (n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q) \\
&+ A_2 (n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q) \\
&- A_3 (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(c_{i+1,j}^q - c_{i-1,j}^q) \\
&- A_4 n_{i,j}^q (c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q) \\
&- A_5 (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q) \\
&- A_6 n_{i,j}^q (c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q) \\
&- A_7 (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q) \\
&- A_8 n_{i,j}^q (f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q) \\
&- A_9 (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q) \\
&- A_{10} n_{i,j}^q (f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q)
\end{aligned} \tag{3.2.6}$$

Mengelompokkan indeks $(q + 1)$ di ruang kiri dan indeks q di ruans kanan sehingga didapatkan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & n_{i,j}^q - A_1 (n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q) \\
& + A_2 (n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q) \\
& - A_3 (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(c_{i+1,j}^q - c_{i-1,j}^q) \\
& - A_4 n_{i,j}^q (c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q) \\
& - A_5 (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q) \\
& - A_6 n_{i,j}^q (c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q) \\
& - A_7 (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q) \\
& - A_8 n_{i,j}^q (f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q) \\
& - A_9 (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q) \\
& - A_{10} n_{i,j}^q (f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q)
\end{aligned} \tag{3.2.7}$$

Selanjutnya, mengelompokkan persamaan linier dan persamaan non-linier pada persamaan (3.2.7). sehingga didapatkan bentuk sederhana persamaan linier pada persamaan (3.2.7) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & n_{i,j}^q - A_1 (n_{i+1,j}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i-1,j}^q) \\
& + A_2 (n_{i,j+1}^q - 2n_{i,j}^q + n_{i,j-1}^q)
\end{aligned} \tag{3.2.8}$$

atau

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & n_{i,j}^q + A_1 n_{i+1,j}^q - 2A_1 n_{i,j}^q + A_1 n_{i-1,j}^q + A_2 n_{i,j+1}^q - 2A_2 n_{i,j}^q \\
& + A_2 n_{i,j-1}^q
\end{aligned} \tag{3.2.9}$$

Untuk persamaan non linier pada persamaan (3.2.5) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & -A_3 (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(c_{i+1,j}^q - c_{i-1,j}^q) \\
& - A_4 n_{i,j}^q (c_{i+1,j}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i-1,j}^q) \\
& - A_5 (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(c_{i,j+1}^q - c_{i,j-1}^q) \\
& - A_6 n_{i,j}^q (c_{i,j+1}^q - 2c_{i,j}^q + c_{i,j-1}^q) \\
& - A_7 (n_{i+1,j}^q - n_{i-1,j}^q)(f_{i+1,j}^q - f_{i-1,j}^q) \\
& - A_8 n_{i,j}^q (f_{i+1,j}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i-1,j}^q) \\
& - A_9 (n_{i,j+1}^q - n_{i,j-1}^q)(f_{i,j+1}^q - f_{i,j-1}^q) \\
& - A_{10} n_{i,j}^q (f_{i,j+1}^q - 2f_{i,j}^q + f_{i,j-1}^q)
\end{aligned} \tag{3.2.10}$$

atau

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & -A_3 n_{i+1,j}^q c_{i+1,j}^q + A_3 n_{i+1}^q c_{i-1,j}^q + A_3 n_{i-1,j}^q c_{i+1,j}^q - A_3 n_{i-1,j}^q c_{i-1,j}^q \\
& - A_4 n_{i,j}^q c_{i+1,j}^q + 2A_4 n_{i,j}^q c_{i,j}^q - A_4 n_{i,j}^q c_{i-1,j}^q - A_5 n_{i,j+1}^q c_{i,j+1}^q \\
& + A_5 n_{i,j+1}^q c_{i,j-1}^q + A_5 n_{i,j-1}^q c_{i,j+1}^q - A_5 n_{i,j-1}^q c_{i,j-1}^q \\
& - A_6 n_{i,j}^q c_{i,j+1}^q + 2A_6 n_{i,j}^q c_{i,j}^q - A_6 n_{i,j}^q c_{i,j-1}^q - A_7 n_{i+1,j}^q f_{i+1,j}^q \\
& + A_7 n_{i+1,j}^q f_{i-1,j}^q + A_7 n_{i-1,j}^q f_{i+1,j}^q - A_7 n_{i-1,j}^q f_{i-1,j}^q \\
& - A_8 n_{i,j}^q f_{i+1,j}^q + 2A_8 n_{i,j}^q f_{i,j}^q - A_8 n_{i,j}^q f_{i-1,j}^q - A_9 n_{i,j+1}^q f_{i,j+1}^q \\
& + A_9 n_{i,j+1}^q f_{i,j-1}^q + A_9 n_{i,j-1}^q f_{i,j+1}^q - A_9 n_{i,j-1}^q f_{i,j-1}^q \\
& - A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j+1}^q + 2A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j}^q - A_{10} n_{i,j}^q f_{i-1,j}^q
\end{aligned} \tag{3.2.11}$$

Substitusikan persamaan (3.2.9) dan (3.2.11) kedalam persamaan (3.2.5).

Sehingga didapatkan bentuk diskrit dari persamaan (3.1.7) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & n_{i,j}^q + A_1 n_{i+1,j}^q - 2A_1 n_{i,j}^q + A_1 n_{i-1,j}^q + A_2 n_{i,j+1}^q - 2A_2 n_{i,j}^q \\
& + A_2 n_{i,j-1}^q - A_3 n_{i+1,j}^q c_{i+1,j}^q + A_3 n_{i+1,j}^q c_{i-1,j}^q \\
& + A_3 n_{i-1,j}^q c_{i+1,j}^q - A_3 n_{i-1,j}^q c_{i-1,j}^q - A_4 n_{i,j}^q c_{i+1,j}^q \\
& + 2A_4 n_{i,j}^q c_{i,j}^q - A_4 n_{i,j}^q c_{i-1,j}^q - A_5 n_{i,j+1}^q c_{i,j+1}^q \\
& + A_5 n_{i,j+1}^q c_{i,j-1}^q + A_5 n_{i,j-1}^q c_{i,j+1}^q - A_5 n_{i,j-1}^q c_{i,j-1}^q \\
& - A_6 n_{i,j}^q c_{i,j+1}^q + 2 A_6 n_{i,j}^q c_{i,j}^q - A_6 n_{i,j}^q c_{i,j-1}^q \\
& - A_7 n_{i+1,j}^q f_{i+1,j}^q + A_7 n_{i+1,j}^q f_{i-1,j}^q + A_7 n_{i-1,j}^q f_{i+1,j}^q \\
& - A_7 n_{i-1,j}^q f_{i-1,j}^q - A_8 n_{i,j}^q f_{i+1,j}^q + 2A_8 n_{i,j}^q f_{i,j}^q \\
& - A_8 n_{i,j}^q f_{i-1,j}^q - A_9 n_{i,j+1}^q f_{i,j+1}^q + A_9 n_{i,j+1}^q f_{i,j-1}^q \\
& + A_9 n_{i,j-1}^q f_{i,j+1}^q - A_9 n_{i,j-1}^q f_{i,j-1}^q - A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j+1}^q \\
& + 2A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j}^q - A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j-1}^q
\end{aligned} \tag{3.2.12}$$

Pada persamaan (3.1.2) didiskritisasi dengan mensubstitusikan persamaan (3.2.1) dan (3.2.2) sehingga diperoleh :

$$\frac{(f_{i,j}^{q+1} + f_{i,j}^q)}{\Delta t} = \beta n_{i,j}^q - \gamma n_{i,j}^q f_{i,j}^q \tag{3.2.13}$$

mengalikan persamaan (3.2.13) dengan Δt , sehingga didapatkan

$$f_{i,j}^{q+1} - f_{i,j}^q = \beta \Delta t n_{i,j}^q - \gamma \Delta t n_{i,j}^q f_{i,j}^q \tag{3.2.14}$$

Mengelompokkan indeks $q + 1$ di ruas kiri dan indeks q di ruas kanan, diperoleh

$$f_{i,j}^{q+1} = f_{i,j}^q + \beta \Delta t n_{i,j}^q - \gamma \Delta t n_{i,j}^q f_{i,j}^q \tag{3.2.15}$$

Persamaan (3.2.9) dapat disederhanakan menjadi

$$f_{i,j}^{q+1} = f_{i,j}^q (1 - \beta \Delta t n_{i,j}^q) + \gamma \Delta t n_{i,j}^q \tag{3.2.16}$$

Diskritisasi persamaan (3.1.3) diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (3.2.1) dan persamaan (3.2.2) ke dalam persamaan (3.1.3) sehingga didapatkan

$$\frac{(c_{i,j}^{q+1} - c_{i,j}^q)}{\Delta t} = -\eta n_{i,j}^q c_{i,j}^q \quad (3.2.17)$$

Mengalikan persamaan (3.2.17) dengan Δt , sehingga didapatkan

$$c_{i,j}^{q+1} - c_{i,j}^q = -\eta \Delta t n_{i,j}^q c_{i,j}^q \quad (3.2.18)$$

Kelompokkan indeks $q + 1$ di ruas kiri dan indeks q di ruas kanan pada persamaan (3.2.18), diperoleh

$$c_{i,j}^{q+1} = c_{i,j}^q - \eta \Delta t n_{i,j}^q c_{i,j}^q \quad (3.2.19)$$

atau disederhanakan menjadi

$$c_{i,j}^{q+1} = c_{i,j}^q (1 - \eta \Delta t n_{i,j}^q) \quad (3.2.20)$$

3.1.3 Penyelesaian Numerik Model Angiogenesis Tumor

Pada penyelesaian numerik pada diskritisasi yang dihasilkan pada persamaan Angiogenesis pada Tumor. Terdapat suatu variabel dan parameter yang telah didefinisikan oleh Anderson dan Chaplain (1998). Anderson dan Chaplain (1998) menjelaskan persamaan untuk kepadatan sel endotel pada persamaan (2.2.11) yang diperoleh dengan mengambil $\chi(c(x, y, t))$ untuk memiliki bentuk persamaan (2.2.1) dan memilih $\rho(f(x, y, t)) = \rho$. Pada penelitian sebelumnya Anderson dan Chaplain (1996) juga menjelaskan pada jurnalnya yang berjudul *Avascular Growth, Angiogenesis and Vascular Growth in Solid Tumours: The Mathematical Modeling of the Stages of Tumour Development* mendefinisikan $\chi(c(x, y, t))$ sebuah konstan χ . Sehingga didapatkan :

$$\chi(c(x, y, t)) = \frac{\chi}{1 + \alpha k_0}$$

$$\chi(c(x, y, t)) = \chi$$

Parameter yang didapatkan pada jurnal Anderson dan Chaplain (1998) ialah $D = 0,00035$, $\chi = 0,38$, $\rho = 0,34$, $\eta = 0,1$, $\beta = 0,05$, $e_1 = 0,45$, $e_2 = 0,45$, $e_3 = 0,001$, $k = 0,75$, dan $\gamma = 0,1$ sehingga persamaan (3.1.1), (3.1.2), dan (3.1.3) dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} & \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} \\ & = 0,00035 \nabla^2 n(x, y, t) \\ & - \nabla \cdot (0,38 (n(x, y, t) \nabla c(x, y, t))) \\ & - \nabla \cdot (0,34 (n(x, y, t) \nabla f(x, y, t))) \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

$$\frac{\partial f(x, y, t)}{\partial t} = 0,05 n(x, y, t) - 0,1(n(x, y, t)f(x, y, t)) \quad (3.3.2)$$

$$\frac{\partial c(x, y, t)}{\partial t} = -0,1(n(x, y, t)c(x, y, t)) \quad (3.3.3)$$

Menggunakan nilai $\Delta x = 0,1$, $\Delta y = 0,1$, $\Delta t = 0,25$ didapatkan $A_1 =$

$$\frac{D\Delta t}{\Delta x^2} = 0,00035, A_2 = \frac{D\Delta t}{\Delta y^2} = 0,00035, A_3 = \frac{\chi \Delta t}{(1+\alpha k_0)4\Delta x^2} = 0,095, A_4 =$$

$$\frac{\chi \Delta t}{(1+\alpha k_0)\Delta x^2} = 0,38, A_5 = \frac{\chi \Delta t}{(1+\alpha k_0)4\Delta y^2} = 0,095, A_6 = \frac{\chi \Delta t}{(1+\alpha k_0)\Delta y^2} = 0,38, A_7 =$$

$$\frac{\rho \Delta t}{4\Delta x^2} = 0,085, A_8 = \frac{\rho \Delta t}{\Delta x^2} = 0,34, A_9 = \frac{\rho \Delta t}{4\Delta y^2} = 0,085, A_{10} = \frac{\rho \Delta t}{\Delta y^2} = 0,34 \text{ kedalam}$$

persamaan (3.2.12), (3.2.16), dan (3.2.20). Sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
n_{i,j}^{q+1} = & n_{i,j}^q + 0,00035n_{i+1,j}^q - 2(0,00035)n_{i,j}^q + 0,00035n_{i-1,j}^q \\
& + 0,00035n_{i,j+1}^q - 2(0,00035)n_{i,j}^q + 0,00035n_{i,j-1}^q \\
& - 0,095n_{i+1,j}^q c_{i+1,j}^q + 0,095n_{i+1,j}^q c_{i-1,j}^q \\
& + 0,095n_{i-1,j}^q c_{i+1,j}^q - 0,095n_{i-1,j}^q c_{i-1,j}^q \\
& - 0,38n_{i,j}^q c_{i+1,j}^q + 2(0,38)n_{i,j}^q c_{i,j}^q - 0,38n_{i,j}^q c_{i-1,j}^q \\
& - 0,095n_{i,j+1}^q c_{i,j+1}^q + 0,095n_{i,j+1}^q c_{i,j-1}^q \\
& + 0,095n_{i,j-1}^q c_{i,j+1}^q - 0,095n_{i,j-1}^q c_{i,j-1}^q \\
& - 0,38n_{i,j}^q c_{i,j+1}^q + 2(0,38)n_{i,j}^q c_{i,j}^q - 0,38n_{i,j}^q c_{i,j-1}^q \\
& - 0,085n_{i+1,j}^q f_{i+1,j}^q + 0,085n_{i+1,j}^q f_{i-1,j}^q \\
& + 0,085n_{i-1,j}^q f_{i+1,j}^q - 0,085n_{i-1,j}^q f_{i-1,j}^q \\
& - 0,34n_{i,j}^q f_{i+1,j}^q + 2(0,34)n_{i,j}^q f_{i,j}^q - 0,34n_{i,j}^q f_{i-1,j}^q \\
& - 0,085n_{i,j+1}^q f_{i,j+1}^q + 0,085n_{i,j+1}^q f_{i,j-1}^q \\
& + 0,085n_{i,j-1}^q f_{i,j+1}^q - 0,085n_{i,j-1}^q f_{i,j-1}^q \\
& - 0,34n_{i,j}^q f_{i,j+1}^q + 2(0,34)n_{i,j}^q f_{i,j}^q - 0,34n_{i,j}^q f_{i,j-1}^q \tag{3.3.4}
\end{aligned}$$

$$f_{i,j}^{q+1} = f_{i,j}^q (1 + 0,01 n_{i,j}^q) - 0,005 n_{i,j}^q \tag{3.3.5}$$

$$c_{i,j}^{q+1} = c_{i,j}^q (1 - 0,01 n_{i,j}^q) \tag{3.3.6}$$

Pada persyarat persamaan dua dimensi dibutuhkan kondisi awal dan kondisi batas pada persamaan. Akan dilakukan diskritisasi kondisi awal, kecepatan awal, dan syarat batas yang digunakan dalam persamaan model dimana $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, dan $0 \leq t \leq 0,5$. Diketahui nilai awal sebagai berikut :

$$n(x, y, 0) = n_{i,j}^1 = e^{-\frac{x^2}{\epsilon_3}} \sin^2(6\pi y) \tag{3.3.7}$$

$$c(x, y, 0) = c_{i,j}^1 = e^{-\frac{(1-x)^2}{\epsilon_1}} \quad (3.3.8)$$

$$f(x, y, 0) = f_{i,j}^1 = ke^{-\frac{x^2}{\epsilon_2}} \quad (3.3.9)$$

untuk kecepatan awal, dilakukan diskritisasi pada kecepatan awal pembentukan sel endotel atau $n(x, y, t)$ adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial}{\partial t} n(x, y, 0) = 0$$

diketahui $n(x, y, 0) = n_{i,j}^1$, sehingga didapatkan

$$\frac{n_{i,j}^2 - n_{i,j}^1}{\Delta t} = 0$$

$$n_{i,j}^2 - n_{i,j}^1 = 0$$

$$n_{i,j}^2 = n_{i,j}^1 \quad (3.3.10)$$

Untuk diskritisasi kecepatan awal konsentrasi TAF sebagai berikut

$$\frac{\partial}{\partial t} c(x, y, 0) = 0$$

diketahui $c(x, y, 0) = c_{i,j}^1$, sehingga didapatkan

$$\frac{c_{i,j}^2 - c_{i,j}^1}{\Delta t} = 0$$

$$c_{i,j}^2 - c_{i,j}^1 = 0$$

$$c_{i,j}^2 = c_{i,j}^1 \quad (3.3.11)$$

sedangkan untuk diskretisasi kecepatan awal pada fibronektin, didapatkan sebagai berikut

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, y, 0) = 0$$

diketahui $f(x, y, 0) = f_{i,j}^1$ sehingga didapatkan

$$\begin{aligned}\frac{f_{i,j}^2 - f_{i,j}^1}{\Delta t} &= 0 \\ f_{i,j}^2 - f_{i,j}^1 &= 0 \\ f_{i,j}^2 &= f_{i,j}^1\end{aligned}\tag{3.3.12}$$

Diskretisasi untuk kondisi batas diperoleh sebagai berikut :

untuk kondisi batas kiri dari pembentukan sel endotel

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} n(0, y, t) &= 0 \\ \frac{n_{2,j}^q - n_{0,j}^q}{2\Delta x} &= 0 \\ n_{2,j}^q - n_{0,j}^q &= 0 \\ n_{2,j}^q &= n_{0,j}^q\end{aligned}\tag{3.3.13}$$

untuk kondisi batas kiri dari konsentrasi TAF adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} c(0, y, t) &= 0 \\ \frac{c_{2,j}^q - c_{0,j}^q}{2\Delta x} &= 0 \\ c_{2,j}^q - c_{0,j}^q &= 0 \\ c_{2,j}^q &= c_{0,j}^q\end{aligned}\tag{3.3.14}$$

untuk kondisi batas kiri fibronektin adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} f(0, y, t) &= 0 \\ \frac{f_{2,j}^q - f_{0,j}^q}{2\Delta x} &= 0 \\ f_{2,j}^q - f_{0,j}^q &= 0 \\ f_{2,j}^q &= f_{0,j}^q\end{aligned}\tag{3.3.15}$$

untuk kondisi batas kanan pembentukan sel endotel adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} n(x, 0, t) &= 0 \\ \frac{n_{i,2}^q - n_{i,0}^q}{2\Delta y} &= 0 \\ n_{i,2}^q - n_{i,0}^q &= 0 \\ n_{i,2}^q &= n_{i,0}^q\end{aligned}\quad (3.3.16)$$

untuk kondisi batas kanan dari konsentrasi TAF adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} c(x, 0, t) &= 0 \\ \frac{c_{i,2}^q - c_{i,0}^q}{2\Delta y} &= 0 \\ c_{i,2}^q - c_{i,0}^q &= 0 \\ c_{i,2}^q &= c_{i,0}^q\end{aligned}\quad (3.3.17)$$

Dan kondisi batas kanan fibronektin adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} f(x, 0, t) &= 0 \\ \frac{f_{i,2}^q - f_{i,0}^q}{2\Delta y} &= 0 \\ f_{i,2}^q - f_{i,0}^q &= 0 \\ f_{i,2}^q &= f_{i,0}^q\end{aligned}\quad (3.3.18)$$

Untuk kondisi batas bawah pada pembentukan sel endotel adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x} n(1, y, t) &= 2 \\ \frac{n_{K+11,j}^q - n_{K-1,j}^q}{2\Delta x} &= 2\end{aligned}\quad (3.3.19)$$

$$n_{K+1,j}^q - n_{K-1,j}^q = 4\Delta x$$

$$n_{K+1,j}^q = n_{K-1,j}^q + 4\Delta x$$

Untuk kondisi batas bawah pada konsentrasi TAF adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial}{\partial x} c(1, y, t) = 2$$

$$\frac{c_{K+1,j}^q - c_{K-1,j}^q}{2\Delta x} = 2$$

$$c_{K+1,j}^q - c_{K-1,j}^q = 4\Delta x$$

$$c_{K+1,j}^q = c_{K-1,j}^q + 4\Delta x \quad (3.3.20)$$

Dan kondisi batas bawah fibronektin adalah

$$\frac{\partial}{\partial x} f(1, y, t) = 2$$

$$\frac{f_{K+1,j}^q - f_{K-1,j}^q}{2\Delta x} = 2$$

$$f_{K+1,j}^q - f_{K-1,j}^q = 4\Delta x$$

$$f_{K+1,j}^q = f_{K-1,j}^q + 4\Delta x \quad (3.3.21)$$

Untuk kondisi batas bawah pembentukan sel endotel adalah

$$\frac{\partial}{\partial y} n(x, 1, t) = 2$$

$$\frac{n_{i,L+1}^q - n_{i,L-1}^q}{2\Delta y} = 2$$

$$n_{i,L+1}^q - n_{i,L-1}^q = 4\Delta y$$

$$n_{i,L+1}^q = n_{i,L-1}^q + 4\Delta y \quad (3.3.22)$$

untuk kondisi batas bawah dari konsentrasi TAF adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} c(x, 1, t) &= 2 \\ \frac{c_{i,L+1}^q - c_{i,L-1}^q}{2\Delta y} &= 2 \\ c_{i,L+1}^q - c_{i,L-1}^q &= 4\Delta y \\ c_{i,L+1}^q &= c_{i,L-1}^q + 4\Delta y\end{aligned}\tag{3.3.23}$$

Dan kondisi batas bawah fibronektin adalah

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial y} f(x, 1, t) &= 2 \\ \frac{f_{i,L+1}^q - f_{i,L-1}^q}{2\Delta y} &= 2 \\ f_{i,L+1}^q - f_{i,L-1}^q &= 4\Delta y \\ f_{i,L+1}^q &= f_{i,L-1}^q + 4\Delta y\end{aligned}\tag{3.3.24}$$

Selanjutnya dilakukan iterasi pada diskritisasi persamaan (3.3.13) dengan memisalkan $i = 1, 2, 3, \dots, K$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, L$ saat waktu tidak ditentukan, didapatkan hasil hitungan sebagai berikut

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 1$

$$\begin{aligned}
n_{K,1}^{q+1} = & n_{K,1}^q + A_1 n_{K+1,1}^q - 2A_1 n_{K,1}^q + A_1 n_{K-1,1}^q + A_2 n_{K,2}^q - 2A_2 n_{K,1}^q + A_2 n_{K,0}^q \\
& - A_3 n_{K+1,1}^q c_{K+1,1}^q + A_3 n_{K+1,1}^q c_{K-1,1}^q + A_3 n_{K-1,1}^q c_{K+1,1}^q \\
& - A_3 n_{K-1,1}^q c_{K-1,1}^q - A_4 n_{K,1}^q c_{K+1,1}^q + 2A_4 n_{K,1}^q c_{K,1}^q - A_4 n_{K,1}^q c_{K-1,1}^q \\
& - A_5 n_{K,2}^q c_{K,2}^q + A_5 n_{K,2}^q c_{K,0}^q + A_5 n_{K,0}^q c_{K,2}^q - A_5 n_{K,0}^q c_{K,0}^q - A_6 n_{K,1}^q c_{K,2}^q \\
& + 2A_6 n_{K,1}^q c_{K,1}^q - A_6 n_{K,1}^q c_{K,0}^q - A_7 n_{K+1,1}^q f_{K+1,1}^q + A_7 n_{K+1,1}^q f_{K-1,1}^q \\
& + A_7 n_{K-1,1}^q f_{K+1,1}^q - A_7 n_{K-1,1}^q f_{K-1,1}^q - A_8 n_{K,1}^q f_{K+1,1}^q + 2A_8 n_{K,1}^q f_{K,1}^q \\
& - A_8 n_{K,1}^q f_{K-1,1}^q - A_9 n_{K,2}^q f_{K,2}^q + A_9 n_{K,2}^q f_{K,0}^q + A_9 n_{K,0}^q f_{K,2}^q - A_9 n_{K,0}^q f_{K,0}^q \\
& - A_{10} n_{K,1}^q f_{K,2}^q + 2A_{10} n_{K,1}^q f_{K,1}^q - A_{10} n_{K,1}^q f_{K,0}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.16), (3.3.17), (3.3.18), (3.3.19), (3.3.20), (3.3.21)

diperoleh $n_{k+1,1}^q = n_{k-1,1}^q + 4\Delta x$, $n_{k,0}^q = n_{k,2}^q$, $c_{k+1,1}^q = c_{k-1,1}^q + 4\Delta x$, $c_{k,0}^q = c_{k,2}^q$,

$f_{k+1,1}^q = f_{k-1,1}^q + 4\Delta x$, $f_{k,0}^1 = f_{k,2}^1$ sehingga bentuk sederhana untuk $i = K$, $j = 1$

sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
n_{K,1}^{q+1} = & n_{K,1}^q - 2A_1 n_{K,1}^q + 2A_1 n_{K-1,1}^q + 2A_2 n_{K,2}^q - 2A_2 n_{K,1}^q - A_3 16\Delta x^2 \\
& - 2A_4 n_{K,1}^q c_{K-1,1}^q - A_4 4\Delta x n_{K,1}^q + 2A_4 n_{K,1}^q c_{K,1}^q - 2A_6 n_{K,1}^q c_{K,2}^q \\
& + 2A_6 n_{K,1}^q c_{K,1}^q - A_7 16\Delta x^2 - 2A_8 n_{K,1}^q f_{K-1,1}^q + 2A_8 n_{K,1}^q f_{K,1}^q \\
& - A_8 4\Delta x n_{K,1}^q - 2A_{10} n_{K,1}^q f_{K,2}^q + 2A_{10} n_{K,1}^q f_{K,1}^q
\end{aligned}$$

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 2$

$$\begin{aligned}
n_{K,2}^{q+1} = & n_{K,2}^q + A_1 n_{K+1,2}^q - 2A_1 n_{K,2}^q + A_1 n_{K-1,2}^q + A_2 n_{K,3}^q - 2A_2 n_{K,2}^q + A_2 n_{K,1}^q \\
& - A_3 n_{K+1,2}^q c_{K+1,2}^q + A_3 n_{K+1,2}^q c_{K-1,2}^q + A_3 n_{K-1,2}^q c_{K+1,2}^q \\
& - A_3 n_{K-1,2}^q c_{K-1,2}^q - A_4 n_{K,2}^q c_{K+1,2}^q + 2A_4 n_{K,2}^q c_{K,2}^q - A_4 n_{K,2}^q c_{K-1,2}^q \\
& - A_5 n_{K,3}^q c_{K,3}^q + A_5 n_{K,3}^q c_{K,1}^q + A_5 n_{K,1}^q c_{K,3}^q - A_5 n_{K,1}^q c_{K,1}^q - A_6 n_{K,2}^q c_{K,3}^q \\
& + 2A_6 n_{K,2}^q c_{K,2}^q - A_6 n_{K,2}^q c_{K,1}^q - A_7 n_{K+1,2}^q f_{K+1,2}^q + A_7 n_{K+1,2}^q f_{K-1,2}^q \\
& + A_7 n_{K-1,2}^q f_{K+1,2}^q - A_7 n_{K-1,2}^q f_{K-1,2}^q - A_8 n_{K,2}^q f_{K+1,2}^q + 2A_8 n_{K,2}^q f_{K,2}^q \\
& - A_8 n_{K,2}^q f_{K-1,2}^q - A_9 n_{K,3}^q f_{K,3}^q + A_9 n_{K,3}^q f_{K,1}^q + A_9 n_{K,1}^q f_{K,3}^q - A_9 n_{K,1}^q f_{K,1}^q \\
& - A_{10} n_{K,2}^q f_{K,3}^q + 2A_{10} n_{K,2}^q f_{K,2}^q - A_{10} n_{K,2}^q f_{K,1}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.19), (3.3.20), (3.3.21) diperoleh $n_{k+1,2}^q = n_{k-1,2}^q + 4\Delta x$, $c_{k+1,2}^q = c_{k-1,2}^q + 4\Delta x$, $f_{k+1,2}^q = f_{k-1,2}^q + 4\Delta x$ sehingga bentuk sederhana untuk $i = K, j = 2$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{K,2}^{q+1} = & n_{K,2}^q + 2A_1 n_{K-1,2}^q - 2A_1 n_{K,2}^q + A_1 4\Delta x + A_2 n_{K,3}^q - 2A_2 n_{K,2}^q + A_2 n_{K,1}^q \\
& - A_3 16\Delta x^2 - 2A_4 n_{K,2}^q c_{K-1,2}^q + 2A_4 n_{K,2}^q c_{K,2}^q - A_4 4\Delta x n_{K,2}^q \\
& - A_5 n_{K,3}^q c_{K,3}^q + A_5 n_{K,3}^q c_{K,1}^q + A_5 n_{K,1}^q c_{K,3}^q - A_5 n_{K,1}^q c_{K,1}^q - A_6 n_{K,2}^q c_{K,3}^q \\
& + 2A_6 n_{K,2}^q c_{K,2}^q - A_6 n_{K,2}^q c_{K,1}^q - A_7 16\Delta x^2 - 2A_8 n_{K,2}^q f_{K-1,2}^q \\
& + 2A_8 n_{K,2}^q f_{K,2}^q - A_8 4\Delta x n_{K,2}^q - A_9 n_{K,3}^q f_{K,3}^q + A_9 n_{K,3}^q f_{K,1}^q + A_9 n_{K,1}^q f_{K,3}^q \\
& - A_9 n_{K,1}^q f_{K,1}^q - A_{10} n_{K,2}^q f_{K,3}^q + 2A_{10} n_{K,2}^q f_{K,2}^q - A_{10} n_{K,2}^q f_{K,1}^q
\end{aligned}$$

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 3$

$$\begin{aligned}
n_{K,3}^{q+1} &= n_{K,3}^q + A_1 n_{K+1,3}^q - 2A_1 n_{K,3}^q + A_1 n_{K-1,3}^q + A_2 n_{K,4}^q - 2A_2 n_{K,3}^q + A_2 n_{K,2}^q \\
&\quad - A_3 n_{K+1,3}^q c_{K+1,3}^q + A_3 n_{K+1,3}^q c_{K-1,3}^q + A_3 n_{K-1,3}^q c_{K+1,3}^q \\
&\quad - A_3 n_{K-1,3}^q c_{K-1,3}^q - A_4 n_{K,3}^q c_{K+1,3}^q + 2A_4 n_{K,3}^q c_{K,3}^q - A_4 n_{K,3}^q c_{K-1,3}^q \\
&\quad - A_5 n_{K,4}^q c_{K,4}^q + A_5 n_{K,4}^q c_{K,2}^q + A_5 n_{K,2}^q c_{K,4}^q - A_5 n_{K,2}^q c_{K,2}^q - A_6 n_{K,3}^q c_{K,4}^q \\
&\quad + 2A_6 n_{K,3}^q c_{K,3}^q - A_6 n_{K,3}^q c_{K,2}^q - A_7 n_{K+1,3}^q f_{K+1,3}^q + A_7 n_{K+1,3}^q f_{K-1,3}^q \\
&\quad + A_7 n_{K-1,3}^q f_{K+1,3}^q - A_7 n_{K-1,3}^q f_{K-1,3}^q - A_8 n_{K,3}^q f_{K+1,3}^q + 2A_8 n_{K,3}^q f_{K,3}^q \\
&\quad - A_8 n_{K,3}^q f_{K-1,3}^q - A_9 n_{K,4}^q f_{K,4}^q + A_9 n_{K,4}^q f_{K,2}^q + A_9 n_{K,2}^q f_{K,4}^q - A_9 n_{K,2}^q f_{K,2}^q \\
&\quad - A_{10} n_{K,3}^q f_{K,4}^q + 2A_{10} n_{K,3}^q f_{K,3}^q - A_{10} n_{K,3}^q f_{K,2}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.13), (3.3.14), (3.3.15) diperoleh (3.3.19),

$$(3.3.20), (3.3.21) \text{ diperoleh } n_{k+1,3}^q = n_{k-1,3}^q + 4\Delta x, \quad c_{k+1,3}^q = c_{k-1,3}^q + 4\Delta x,$$

$f_{k+1,3}^q = f_{k-1,3}^q + 4\Delta x$ sehingga bentuk sederhana untuk $i = K, j = 3$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{K,3}^{q+1} &= n_{K,3}^q + 2A_1 n_{K-1,3}^q - 2A_1 n_{K,3}^q + A_1 4\Delta x + A_2 n_{K,4}^q - 2A_2 n_{K,3}^q + A_2 n_{K,2}^q \\
&\quad - A_3 16\Delta x^2 - 2A_4 n_{K,3}^q c_{K-1,3}^q + 2A_4 n_{K,3}^q c_{K,3}^q - A_4 4\Delta x n_{K,3}^q \\
&\quad - A_5 n_{K,4}^q c_{K,4}^q + A_5 n_{K,4}^q c_{K,2}^q + A_5 n_{K,2}^q c_{K,4}^q - A_5 n_{K,2}^q c_{K,2}^q - A_6 n_{K,3}^q c_{K,4}^q \\
&\quad + 2A_6 n_{K,3}^q c_{K,3}^q - A_6 n_{K,3}^q c_{K,2}^q - A_7 16\Delta x^2 - 2A_8 n_{K,3}^q f_{K-1,3}^q \\
&\quad + 2A_8 n_{K,3}^q f_{K,3}^q - A_8 4\Delta x n_{K,3}^q - A_9 n_{K,4}^q f_{K,4}^q + A_9 n_{K,4}^q f_{K,2}^q + A_9 n_{K,2}^q f_{K,4}^q \\
&\quad - A_9 n_{K,2}^q f_{K,2}^q - A_{10} n_{K,3}^q f_{K,4}^q + 2A_{10} n_{K,3}^q f_{K,3}^q - A_{10} n_{K,3}^q f_{K,2}^q
\end{aligned}$$

Untuk nilai $i = 1$ dan $j = L$

$$\begin{aligned}
n_{1,L}^{q+1} = & n_{1,L}^q + A_1 n_{2,L}^q - 2A_1 n_{1,L}^q + A_1 n_{0,L}^q + A_2 n_{1,L+1}^q - 2A_2 n_{1,L}^q + A_2 n_{1,L-1}^q \\
& - A_3 n_{2,L}^q c_{2,L}^q + A_3 n_{2,L}^q c_{0,L}^q + A_3 n_{0,L}^q c_{2,L}^q - A_3 n_{0,L}^q c_{0,L}^q - A_4 n_{1,L}^q c_{2,L}^q \\
& + 2A_4 n_{1,L}^q c_{1,L}^q - A_4 n_{1,L}^q c_{0,L}^q - A_5 n_{1,L+1}^q c_{1,L+1}^q + A_5 n_{1,L+1}^q c_{1,L-1}^q \\
& + A_5 n_{1,L-1}^q c_{1,L+1}^q - A_5 n_{1,L-1}^q c_{1,L-1}^q - A_6 n_{1,L}^q c_{1,L+1}^q + 2A_6 n_{1,L}^q c_{1,L}^q \\
& - A_6 n_{1,L}^q c_{1,L-1}^q - A_7 n_{2,L}^q f_{2,L}^q + A_7 n_{2,L}^q f_{0,L}^q + A_7 n_{0,L}^q f_{2,L}^q - A_7 n_{0,L}^q f_{0,L}^q \\
& - A_8 n_{1,L}^q f_{2,L}^q + 2A_8 n_{1,L}^q f_{1,L}^q - A_8 n_{1,L}^q f_{0,L}^q - A_9 n_{1,L+1}^q f_{1,L+1}^q \\
& + A_9 n_{1,L+1}^q f_{1,L-1}^q + A_9 n_{1,L-1}^q f_{1,L+1}^q - A_9 n_{1,L-1}^q f_{1,L-1}^q - A_{10} n_{1,L}^q f_{1,L+1}^q \\
& + 2A_{10} n_{1,L}^q f_{1,L}^q - A_{10} n_{1,L}^q f_{1,L-1}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.13), (3.3.14), (3.3.15), (3.3.22), (3.3.23), (3.3.24)

diperoleh $n_{1,L+1}^q = n_{1,L-1}^q + 4\Delta y$, $n_{0,L}^q = n_{2,L}^q$, $c_{1,L+1}^q = c_{1,L-1}^q + 4\Delta y$, $c_{0,L}^q = c_{2,L}^q$,

$f_{1,L+1}^q = f_{1,L-1}^q + 4\Delta y$, $f_{0,L}^q = f_{2,L}^q$ sehingga bentuk sederhana untuk $i = 1$, $j = L$

sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{1,L}^{q+1} = & n_{1,L}^q + 2A_1 n_{2,L}^q - 2A_1 n_{1,L}^q + 2A_2 n_{1,L-1}^q - 2A_2 n_{1,L}^q + A_2 4\Delta y - 2A_4 n_{1,L}^q c_{2,L}^q \\
& + 2A_4 n_{1,L}^q c_{1,L}^q - A_5 16\Delta y^2 - 2A_6 n_{1,L}^q c_{1,L-1}^q + 2A_6 n_{1,L}^q c_{1,L}^q - A_6 4\Delta y n_{1,L}^q \\
& - 2A_8 n_{1,L}^q f_{2,L}^q + 2A_8 n_{1,L}^q f_{1,L}^q - A_9 16\Delta y^2 - 2A_{10} n_{1,L}^q f_{1,L-1}^q \\
& + 2A_{10} n_{1,L}^q f_{1,L}^q - A_{10} 4\Delta y n_{1,L}^q
\end{aligned}$$

Untuk nilai $i = 2$ dan $j = L$

$$\begin{aligned}
n_{2,L}^{q+1} = & n_{2,L}^q + A_1 n_{3,L+1}^q - 2A_1 n_{2,L}^q + A_1 n_{1,L-1}^q + A_2 n_{2,L+1}^q - 2A_2 n_{2,L}^q + A_2 n_{2,L-1}^q \\
& - A_3 n_{3,L}^q c_{3,L}^q + A_3 n_{3,L}^q c_{1,L}^q + A_3 n_{1,L}^q c_{3,L}^q - A_3 n_{1,L}^q c_{1,L}^q - A_4 n_{2,L}^q c_{3,L}^q \\
& + 2A_4 n_{2,L}^q c_{2,L}^q - A_4 n_{2,L}^q c_{1,L}^q - A_5 n_{2,L+1}^q c_{2,L+1}^q + A_5 n_{2,L+1}^q c_{2,L-1}^q \\
& + A_5 n_{2,L-1}^q c_{2,L+1}^q - A_5 n_{2,L-1}^q c_{2,L-1}^q - A_6 n_{2,L}^q c_{2,L+1}^q + 2A_6 n_{2,L}^q c_{2,L}^q \\
& - A_6 n_{2,L}^q c_{2,L-1}^q - A_7 n_{3,L}^q f_{3,L}^q + A_7 n_{3,L}^q f_{1,L}^q + A_7 n_{1,L}^q f_{3,L}^q - A_7 n_{1,L}^q f_{1,L}^q \\
& - A_8 n_{2,L}^q f_{3,L}^q + 2A_8 n_{2,L}^q f_{2,L}^q - A_8 n_{2,L}^q f_{1,L}^q - A_9 n_{2,L+1}^q f_{2,L+1}^q \\
& + A_9 n_{2,L+1}^q f_{2,L-1}^q + A_9 n_{2,L-1}^q f_{2,L+1}^q - A_9 n_{2,L-1}^q f_{2,L-1}^q - A_{10} n_{2,L}^q f_{2,L+1}^q \\
& + 2A_{10} n_{2,L}^q f_{2,L}^q - A_{10} n_{2,L}^q f_{2,L-1}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.22), (3.3.23), (3.3.24) diperoleh $n_{2,L+1}^q = n_{2,L-1}^q + 4\Delta y$, $c_{2,L+1}^q = c_{2,L-1}^q + 4\Delta y$, $f_{2,L+1}^q = f_{2,L-1}^q + 4\Delta y$, sehingga bentuk sederhana untuk $i = 2, j = L$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{2,L}^{q+1} = & n_{2,L}^q + 2A_1 n_{3,L-1}^q - 2A_1 n_{2,L}^q + A_1 4\Delta y + 2A_2 n_{2,L-1}^q - 2A_2 n_{2,L}^q + A_2 4\Delta y \\
& - A_3 n_{3,L}^q c_{3,L}^q + A_3 n_{3,L}^q c_{1,L}^q + A_3 n_{1,L}^q c_{3,L}^q - A_3 n_{1,L}^q c_{1,L}^q - A_4 n_{2,L}^q c_{3,L}^q \\
& + 2A_4 n_{2,L}^q c_{2,L}^q - A_4 n_{2,L}^q c_{1,L}^q - A_5 16\Delta y^2 - 2A_6 n_{2,L}^q c_{2,L-1}^q + 2A_6 n_{2,L}^q c_{2,L}^q \\
& - A_6 (4\Delta y) n_{2,L}^q - A_7 n_{3,L}^q f_{3,L}^q + A_7 n_{3,L}^q f_{1,L}^q + A_7 n_{1,L}^q f_{3,L}^q - A_7 n_{1,L}^q f_{1,L}^q \\
& - A_8 n_{2,L}^q f_{3,L}^q + 2A_8 n_{2,L}^q f_{2,L}^q - A_8 n_{2,L}^q f_{1,L}^q - A_9 16\Delta y^2 - 2A_{10} n_{2,L}^q f_{2,L-1}^q \\
& + 2A_{10} n_{2,L}^q f_{2,L}^q - A_{10} (4\Delta y) n_{2,L}^q
\end{aligned}$$

Untuk nilai $i = 3$ dan $j = L$

$$\begin{aligned}
n_{3,L}^{q+1} = & n_{3,L}^q + A_1 n_{4,L+1}^q - 2A_1 n_{3,L}^q + A_1 n_{2,L-1}^q + A_2 n_{3,L+1}^q - 2A_2 n_{3,L}^q + A_2 n_{3,L-1}^q \\
& - A_3 n_{4,L}^q c_{4,L}^q + A_3 n_{4,L}^q c_{2,L}^q + A_3 n_{2,L}^q c_{4,L}^q - A_3 n_{2,L}^q c_{2,L}^q - A_4 n_{3,L}^q c_{4,L}^q \\
& + 2A_4 n_{3,L}^q c_{3,L}^q - A_4 n_{3,L}^q c_{2,L}^q - A_5 n_{3,L+1}^q c_{3,L+1}^q + A_5 n_{3,L+1}^q c_{3,L-1}^q \\
& + A_5 n_{3,L-1}^q c_{3,L+1}^q - A_5 n_{3,L-1}^q c_{3,L-1}^q - A_6 n_{3,L}^q c_{3,L+1}^q + 2A_6 n_{3,L}^q c_{3,L}^q \\
& - A_6 n_{3,L}^q c_{3,L-1}^q - A_7 n_{4,L}^q f_{4,L}^q + A_7 n_{4,L}^q f_{2,L}^q + A_7 n_{2,L}^q f_{4,L}^q - A_7 n_{2,L}^q f_{2,L}^q \\
& - A_8 n_{3,L}^q f_{4,L}^q + 2A_8 n_{3,L}^q f_{3,L}^q - A_8 n_{3,L}^q f_{2,L}^q - A_9 n_{3,L+1}^q f_{3,L+1}^q \\
& + A_9 n_{3,L+1}^q f_{3,L-1}^q + A_9 n_{3,L-1}^q f_{3,L+1}^q - A_9 n_{3,L-1}^q f_{3,L-1}^q - A_{10} n_{3,L}^q f_{3,L+1}^q \\
& + 2A_{10} n_{3,L}^q f_{3,L}^q - A_{10} n_{3,L}^q f_{3,L-1}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.22), (3.3.23), (3.3.24) diperoleh $n_{3,L+1}^q = n_{3,L-1}^q + 4\Delta y$, $c_{3,L+1}^q = c_{2,L-1}^q + 4\Delta y$, $f_{3,L+1}^q = f_{3,L-1}^q + 4\Delta y$, sehingga bentuk sederhana untuk $i = 2, j = L$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{3,L}^{q+1} = & n_{3,L}^q + 2A_1 n_{4,L-1}^q - 2A_1 n_{3,L}^q + A_1 4\Delta y + 2A_2 n_{3,L-1}^q - 2A_2 n_{3,L}^q + A_2 4\Delta y \\
& - A_3 n_{4,L}^q c_{4,L}^q + A_3 n_{4,L}^q c_{2,L}^q + A_3 n_{2,L}^q c_{4,L}^q - A_3 n_{2,L}^q c_{2,L}^q - A_4 n_{3,L}^q c_{4,L}^q \\
& + 2A_4 n_{3,L}^q c_{3,L}^q - A_4 n_{3,L}^q c_{2,L}^q - A_5 16\Delta y^2 - 2A_6 n_{3,L}^q c_{3,L-1}^q + 2A_6 n_{3,L}^q c_{3,L}^q \\
& - A_6 (4\Delta y) n_{3,L}^q - A_7 n_{4,L}^q f_{4,L}^q + A_7 n_{4,L}^q f_{2,L}^q + A_7 n_{2,L}^q f_{4,L}^q - A_7 n_{2,L}^q f_{2,L}^q \\
& - A_8 n_{3,L}^q f_{4,L}^q + 2A_8 n_{3,L}^q f_{3,L}^q - A_8 n_{3,L}^q f_{2,L}^q - A_9 16\Delta y^2 - 2A_{10} n_{3,L}^q f_{3,L-1}^q \\
& + 2A_{10} n_{3,L}^q f_{3,L}^q - A_{10} (4\Delta y) n_{3,L}^q
\end{aligned}$$

Sedangkan untuk nilai $i = K$ dan $j = L$ didapatkan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{K,L}^{q+1} = & n_{K,L}^q + A_1 n_{K+1,L}^q - 2A_1 n_{K,L}^q + A_1 n_{K-1,L}^q + A_2 n_{K,L+1}^q - 2A_2 n_{K,L}^q + A_2 n_{K,L-1}^q \\
& - A_3 n_{K+1,L}^q c_{K+1,L}^q + A_3 n_{K+1,L}^q c_{K-1,L}^q + A_3 n_{K-1,L}^q c_{K+1,L}^q \\
& - A_3 n_{K-1,L}^q c_{K-1,L}^q - A_4 n_{K,L}^q c_{K+1,L}^q + 2A_4 n_{K,L}^q c_{K,L}^q - A_4 n_{K,L}^q c_{K-1,L}^q \\
& - A_5 n_{K,L+1}^q c_{K,L+1}^q + A_5 n_{K,L+1}^q c_{K,L-1}^q + A_5 n_{K,L-1}^q c_{K,L+1}^q \\
& - A_5 n_{K,L-1}^q c_{K,L-1}^q - A_6 n_{K,L}^q c_{K,L+1}^q + 2A_6 n_{K,L}^q c_{K,L}^q - A_6 n_{K,L}^q c_{K,L-1}^q \\
& - A_7 n_{K+1,L-1}^q f_{K+1,L-1}^q + A_7 n_{K+1,L}^q f_{K-1,L}^q + A_7 n_{K-1,L}^q f_{K+1,L}^q \\
& - A_7 n_{K-1,L}^q f_{K-1,L}^q - A_8 n_{K,L}^q f_{K+1,L}^q + 2A_8 n_{K,L}^q f_{K,L}^q - A_8 n_{K,L}^q f_{K-1,L}^q \\
& - A_9 n_{K,L+1}^q f_{K,L+1}^q + A_9 n_{K,L+1}^q f_{K,L-1}^q + A_9 n_{K,L-1}^q f_{K,L+1}^q - A_9 n_{K,L-1}^q f_{K,L-1}^q \\
& - A_{10} n_{K,L}^q f_{K,L+1}^q + 2A_{10} n_{K,L}^q f_{K,L}^q - A_{10} n_{K,L}^q f_{K,L-1}^q
\end{aligned}$$

Dengan syarat kondisi batas (3.3.19), (3.3.20), (3.3.21), (3.3.22), (3.3.23),

(3.3.24) diperoleh sehingga bentuk sederhana untuk $i = K, j = L$ sebagai berikut

$$\begin{aligned}
n_{K,L}^{q+1} = & n_{K,L}^q + 2A_1 n_{K-1,L}^q - 2A_1 n_{K,L}^q + A_1 4\Delta x + 2A_2 n_{K,L-1}^q - 2A_2 n_{K,L}^q + A_2 4\Delta y \\
& - A_3 16\Delta x^2 - 2A_4 n_{K,L}^q c_{K-1,L}^q + 2A_4 n_{K,L}^q c_{K,L}^q - A_4 4\Delta x - A_5 16\Delta y^2 \\
& - 2A_6 n_{K,L}^q c_{K,L-1}^q + 2A_6 n_{K,L}^q c_{K,L}^q - A_6 4\Delta y - A_7 16\Delta x^2 - 2A_8 n_{K,L}^q f_{K-1,L}^q \\
& + 2A_8 n_{K,L}^q f_{K,L}^q - A_8 4\Delta x - A_9 16\Delta y^2 - 2A_{10} n_{K,L}^q f_{K,L-1}^q + 2A_{10} n_{K,L}^q f_{K,L}^q \\
& - A_{10} 4\Delta y
\end{aligned}$$

Selanjutnya dilakukan iterasi pada diskretasi persamaan (3.3.13) dengan memisalkan $i = 1, 2, 3, \dots, K$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, L$ saat waktu tidak ditentukan, didapatkan hasil hitungan sebagai berikut

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 1$

$$f_{K,1}^{q+1} = f_{K,1}^q (1 - \mu \Delta t n_{K,1}^q) + \omega \Delta t n_{K,1}^q$$

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 2$

$$f_{K,2}^{q+1} = f_{K,2}^q (1 - \mu \Delta t n_{K,2}^q) + \omega \Delta t n_{K,2}^q$$

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 3$

$$f_{K,3}^{q+1} = f_{K,3}^q (1 - \mu \Delta t n_{K,3}^q) + \omega \Delta t n_{K,3}^q$$

Sedangkan untuk nilai $i = 1$ dan $j = L$ didapatkan sebagai berikut

$$f_{1,L}^{q+1} = f_{1,L}^q (1 - \mu \Delta t n_{1,L}^q) + \omega \Delta t n_{1,L}^q$$

Untuk nilai $i = 2$ dan $j = L$

$$f_{2,L}^{q+1} = f_{2,L}^q (1 - \mu \Delta t n_{2,L}^q) + \omega \Delta t n_{2,L}^q$$

Untuk nilai $i = 3$ dan $j = L$

$$f_{3,L}^{q+1} = f_{3,L}^q (1 - \mu \Delta t n_{3,L}^q) + \omega \Delta t n_{3,L}^q$$

Hingga untuk nilai $i = K$ dan $j = L$ didapatkan dalam persamaan berikut

$$f_{K,L}^{q+1} = f_{K,L}^q (1 - \mu \Delta t n_{K,L}^q) + \omega \Delta t n_{K,L}^q$$

Selanjutnya dilakukan iterasi pada diskritisasi persamaan (3.3.20) dengan memisalkan $i = 1, 2, 3, \dots, K$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, L$ saat waktu tidak ditentukan, didapatkan hasil hitungan sebagai berikut

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 1$

$$c_{K,1}^{q+1} = c_{K,1}^q (1 - \eta \Delta t n_{K,1}^q)$$

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 2$

$$c_{K,2}^{q+1} = c_{K,2}^q (1 - \eta \Delta t n_{K,2}^q)$$

Untuk nilai $i = K$ dan $j = 3$

$$c_{K,3}^{q+1} = c_{K,3}^q (1 - \eta \Delta t n_{K,3}^q)$$

Sedangkan untuk nilai $i = 1$ dan $j = L$ didapatkan sebagai berikut

$$c_{1,L}^{q+1} = c_{1,L}^q (1 - \eta \Delta t n_{1,L}^q)$$

Untuk nilai $i = 2$ dan $j = L$

$$c_{2,L}^{q+1} = c_{2,L}^q (1 - \eta \Delta t n_{2,L}^q)$$

Untuk nilai $i = 3$ dan $j = L$

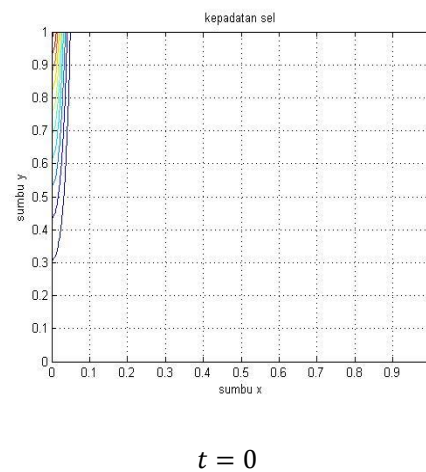
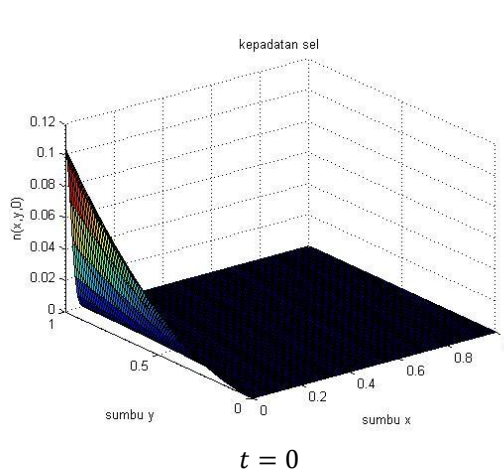
$$c_{3,L}^{q+1} = c_{3,L}^q (1 - \eta \Delta t n_{3,L}^q)$$

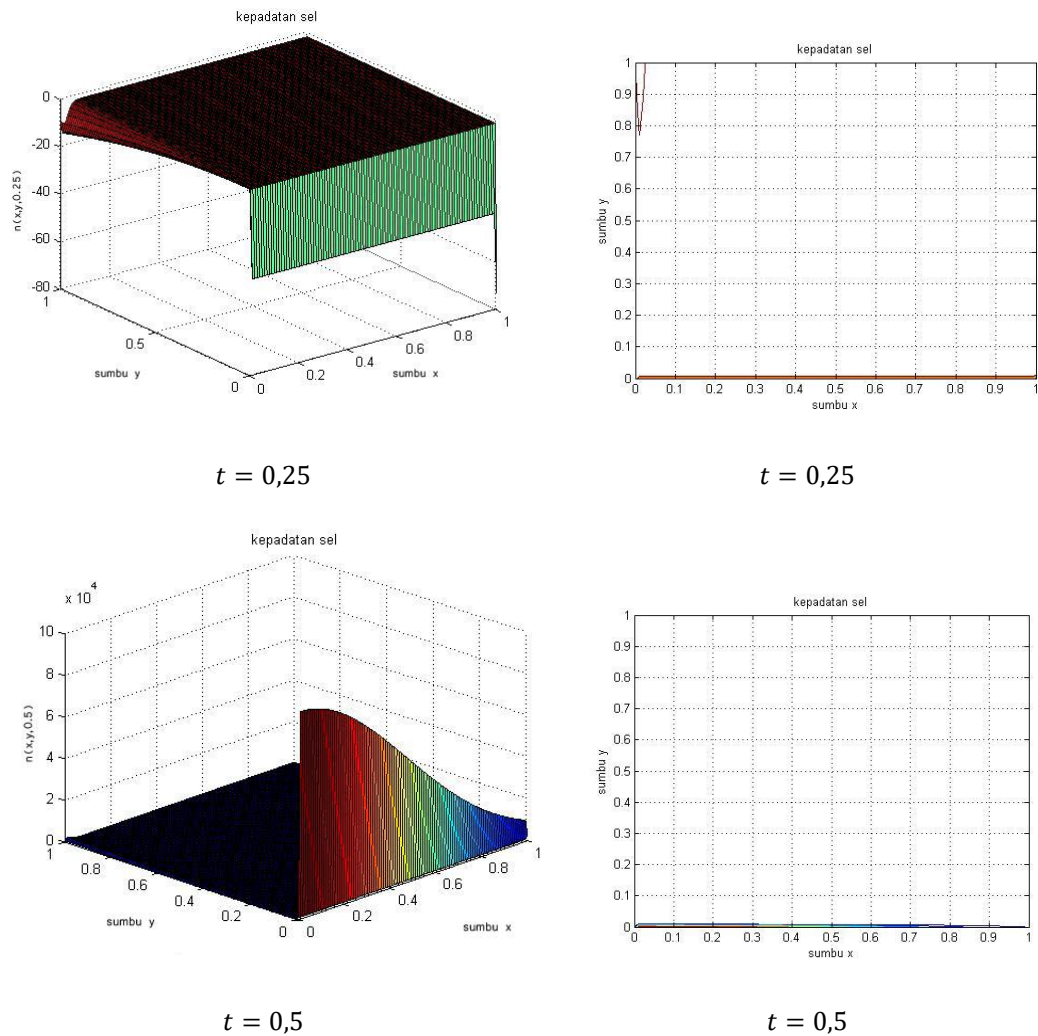
Hingga untuk nilai $i = K$ dan $j = L$ didapatkan dalam persamaan berikut

$$c_{K,L}^{q+1} = c_{K,L}^q (1 - \eta \Delta t n_{K,L}^q)$$

3.2 Simulasi Numerik Persamaan Angiogenesis pada Tumor

Setelah melakukan diskretasi pada persamaan tumor, maka akan dilakukan simulasi persamaan dengan menggunakan bentuk diskrit tersebut. Simulasi dilakukan dengan menggunakan aplikasi Matlab. Simulasi dilakukan bertujuan untuk mengetahui pengaruh proses angiogenesis terhadap pertumbuhan tumor. Adapun faktor yang mempengaruhi pertumbuhan tumor diinduksi angiogenesis adalah pertumbuhan kepadatan sel endotel, febronektin, dan konsentrasi TAF. Simulasi yang didapat pada persamaan (3.2.12) dengan menggunakan $\Delta x = 0,01$ dan $\Delta y = 0,01$ pada waktu $0 \leq t \leq 1$ sebagai berikut :





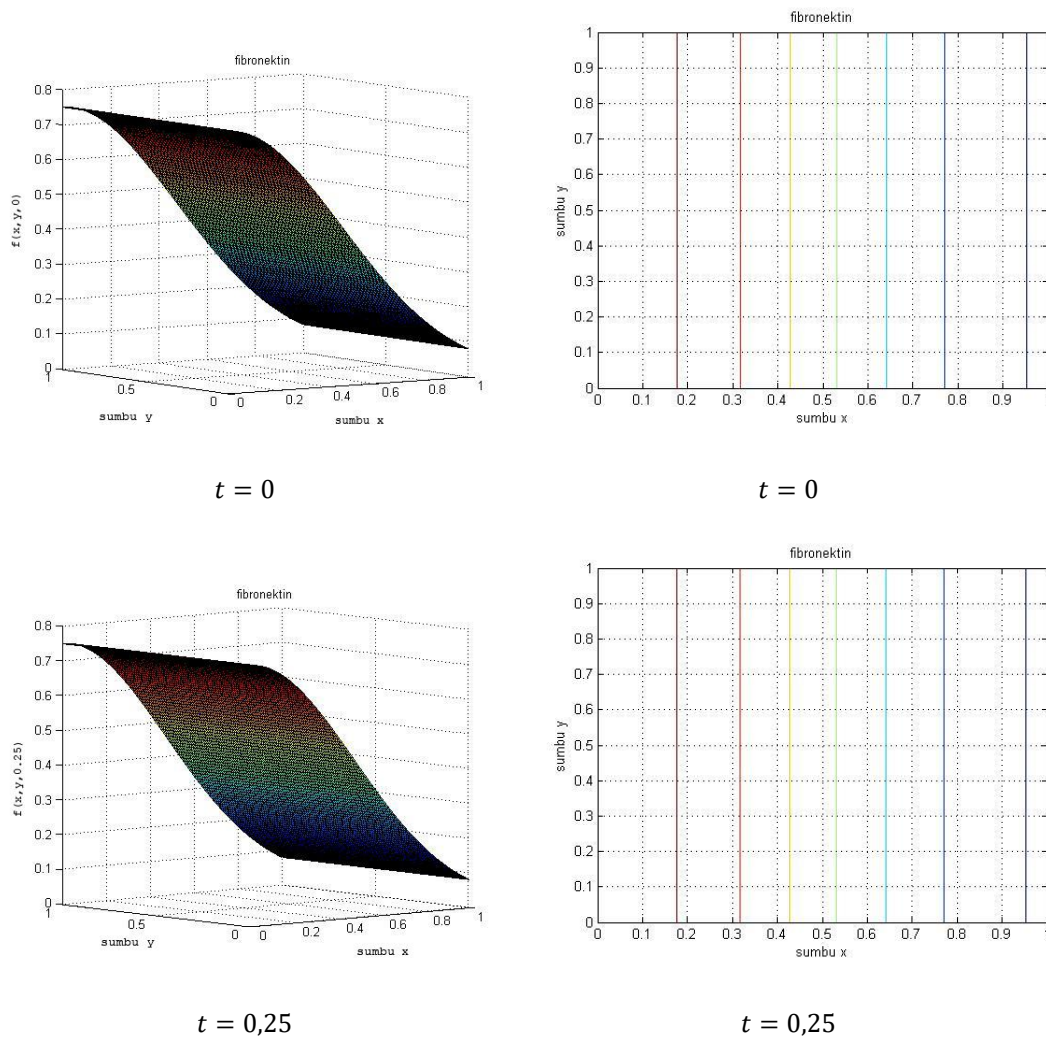
Gambar 3. 1 Simulasi kondisi migrasi sel endotel ke tumor saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$

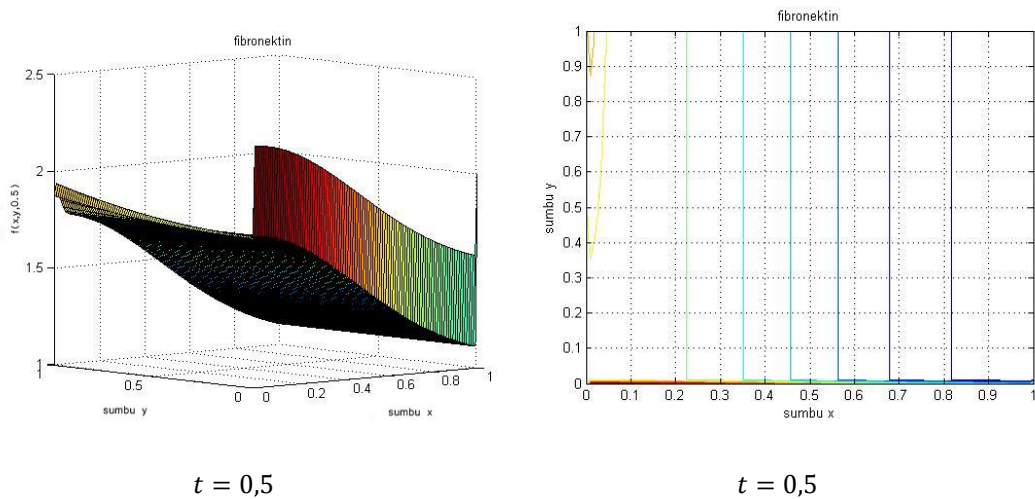
Pada simulasi Gambar 3.1 diberi keterangan oleh sumbu X dan Y . Sumbu X menunjukkan waktu t dengan menggunakan batas $0 \leq t \leq 1$. Pada sumbu Y menunjukkan suatu fungsi dari pertumbuhan faktor-faktor yang mempengaruhi proses angiogenesis yang menginduksi pertumbuhan sel tumor yaitu sel endotel (n), fibronektin (f) dan TAF (c).

Pada simulasi tersebut pertumbuhan sel endotel menunjukkan migrasi sel endotel mengalami peningkatan dan penurunan saat menuju sel tumor di ujung kapiler-kapiler. Peningkatan dan penurunan yang didapat dipengaruhi oleh proses *chemotaxis* dan *haptotaxis*. Karena Anderson dan Chaplain tidak menggunakan

istilah kelahiran dan kematian, maka dapat dikatakan sel endotel mengalami penurunan dengan cepat karena kerusakan yang terjadi pada proses *chemotaxis* dan *haptotaxis* sampai pada saat $t = 0,25$ terus mengalami penurunan. Dan mengalami perubahan peningkatan pada $t = 0,5$.

Selanjutnya merupakan simulasi pengaruh fibronektin pada pertumbuhan sel tumor dengan mengambil sampel waktu t yang berbeda

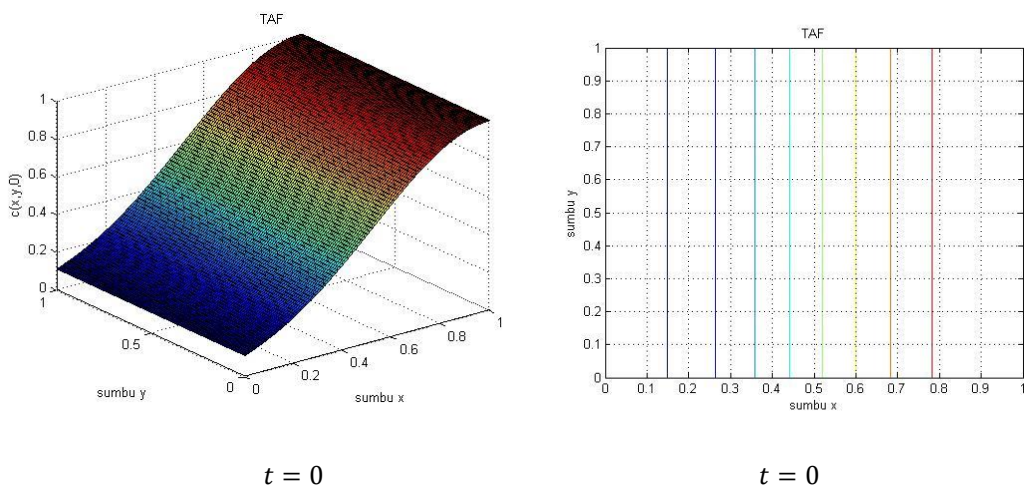


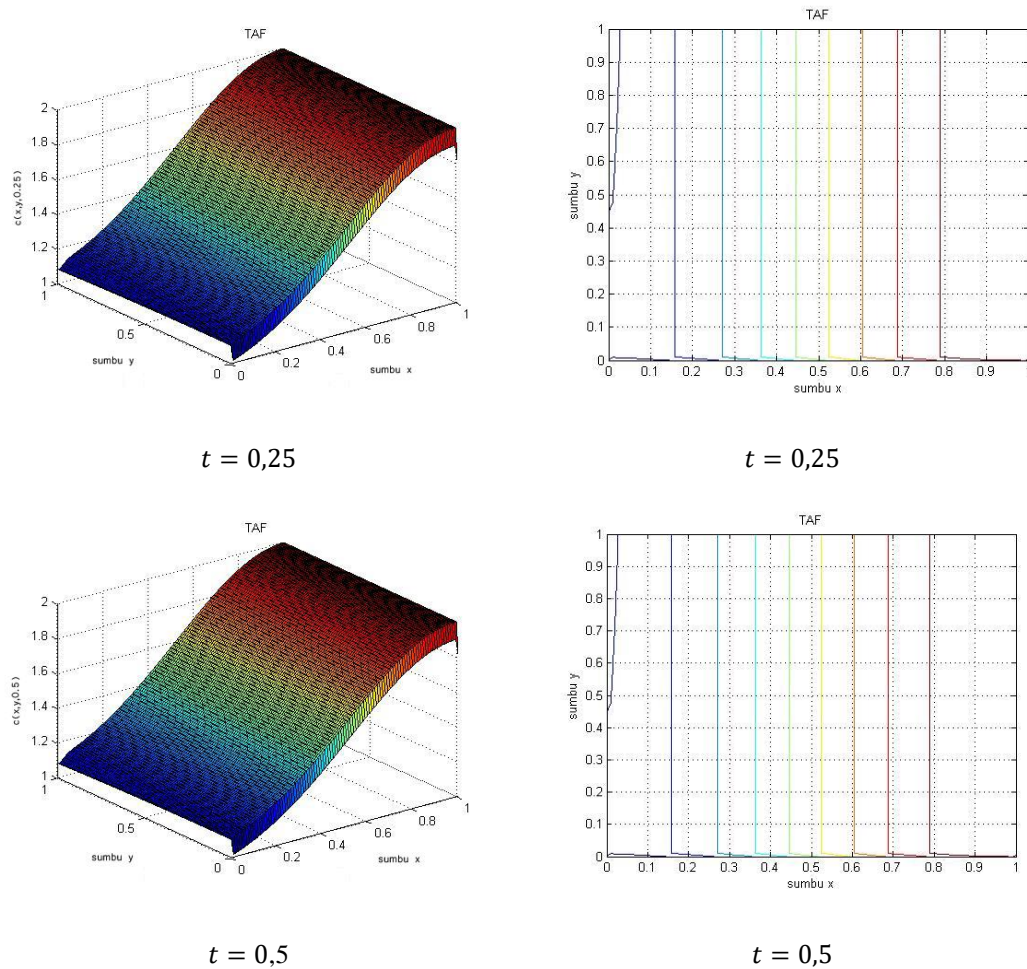


Gambar 3. 2 Simulasi fibronektin saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$

Hasil simulasi yang didapatkan menggunakan $\Delta x = 0,01$ dan $\Delta y = 0,01$ dengan menggunakan batas $0 \leq t \leq 0,5$ mengalami perubahan setiap waktunya. Sejalannya waktu, fibronektin mempunyai nilai awal yang tinggi hingga mengalami penurunan seperti saat $t = 0$ dan $t = ,25$. Pada saat $t = 0,5$ mengalami suatu perubahan pada kondisi batas yang diakibatkan oleh kerusakan pada fibronektin.

Simulasi pertumbuhan TAF pada proses angiogenesis yang menginduksi pertumbuhan sel tumor dapat dilihat hasil simulasi di bawah ini





Gambar 3. 3 Simulasi konsentrasi TAF saat $\Delta x = \Delta y = 0,01$

Hasil simulasi konsentrasi TAF menunjukkan peningkatan pertumbuhan pada $t = 0$, $t = 0,25$, dan $t = 0,5$. Dengan menggunakan $\Delta x = 0,01$ dan $\Delta y = 0,01$ pertumbuhan TAF terus meningkat. Peningkatan yang dipengaruhi oleh sel endotel dan konsentrasi TAF itu sendiri dalam sistem *uptake* karena adanya interaksi antara kepadatan sel endotel dengan konsentrasi TAF.

3.3 Induksi Angiogenesis Tumor dari Sudut Pandang Islam

Pola hidup sehat merupakan salah satu cara sederhana untuk menjaga kesehatan tubuh. Selain berolahraga menjaga makanan yang dikonsumsi juga merupakan bentuk pola hidup sehat. Mengonsumsi makan yang bergizi dapat meningkatkan daya tahan tubuh untuk menghindari penyakit yang menyerang.

Pada pandangan islam dijelaskan pada surat Al Maidah ayat 88 yang telah dijelaskan oleh Kemenag (Al Qur'an (Tafsir & Per Kata),2016) bahwa Allah memerintahkan kepada hamba-Nya agar makan makanan yang halal dan baik, yang telah dikaruniakan-Nya kepada mereka. "Halal" disini mengandung pengertian, halal bendanya dan halal cara memeperolehnya. Sedangkan "baik" adalah dari segi kemanfaatannya, yaitu mengandung manfaat dan maslahat bagi tubuh, mengandung gizi, vitamin, protein dan sebagainya. Makanan tidak baik, selain tidak mengandung gizi, juga jika dikonsumsi akan merusak kesehatan. Prinsip "halal dan baik" ini hendaknya senantiasa menjadi perhatian dalam menentukan makanan dan minuman yang akan dimakan untuk diri sendiri dan untuk keluarga, karena makanan dan minuman itu tidak hanya berpengaruh terhadap jasmani, melainkan juga terhadap rohani.

Salah satu minuman yang dapat merusak tubuh adalah alkohol. Menurut Oemiati (2011) pada penelitiannya mengungkapkan bahwa alkohol adalah salah satu faktor risiko timbulnya tumor, saluran pencernaan atas dan meningkatkan risiko kanker payudara. Pada pandangan islam menyebutkan bahwa alcohol termasuk makanan yang haram untuk dikonsumsi. Pada surat Al Baqarah ayat 168 dalam tafsir Ibn Kathir menjelaskan bahwa Allah Swt. memperbolehkan hamba-Nya makan dari semua apa yang ada di bumi, yaitu yang dihalaikan bagi hamba-

Nya lagi baik dan tidak membahayakan tubuh erta akal mereka, sebagai karunia dari Allah Swt.

Allah memperjelas lagi pada surat Al A'raf ayat 157 yang menyebutkan bahwa Allah Swt. menghalalkan makanan dan minuman yang baik bagi hamba-Nya, dan mengharamkan atas mereka hal-hal yang tidak baik bagi hamba-nya. Menurut Hamka dalam tafsir Al Azhar dijelaskan bahwa ada seruan kepada manusia agar mengkonsumsi makanan yang halal dan baik, niscaya kepada kaum yang beriman. Perintah ini lebih ditekankan lagi karena makanan sangat berpengaruh kepada jiwa dan sikap hidup. Makanan menentukan kepada kehalusan dan kekerasan budi pekerti seseorang. Maka turunlah surat Al Baqarah ayat 172 terkait makanan yang baik-baik yang disediakan oleh Allah Swt. yaitu buah-buahan, tumbuh-tumbuhan, dan binatang ternak. (Samsuddin.2020)

Selain alkohol, asupan lemak jenuh berlebih juga dapat meningkatkan penyakit tumor. Pada penelitian Tannenbaum bahwa IMT berkaitan dengan tumor dan obesitas abdominalis khususnya perempuan akan meningkatkan risiko lebih tinggi pada pasien tumor. Sulaeman (2016) menyarankan untuk menghindari timbulnya gangguan kesehatan dianjurkan mengkonsumsi lemak secara total dibatasi maksimum 30% dari total energi yang dikonsumsi. Hal ini diperkuat dalam Al Qur'an dalam surat Al A'raf ayat 31 pada tafsir ibn Kathir mengungkapkan bahwa sebagian ulama mengatakan bahwa Allah menghalalkan makan dan minum selagi dilakukan dengan tidak berlebihan-lebihan dan tidak untuk kesombongan.

Manfaat mengkonsumsi makanan yang halal dan baik adalah sebagai berikut :

1. Seseorang yang mengkonsumsi makanan hala dan baik, akan memudahkan dikabulkannya doanya, sebab di dalam tubuh terdapat makanan-makanan yang sesuai dengan kreteria diterimanya doanya oleh Allah Swt.
2. Makanan yang halal dan baik menjadi obat bagi kesehatan dan terhindar bagi penyakit-penyakit tubuh maupun penyakit hati.
3. Seseorang yang mengkonsumsi makanan halal dan baik memudahkan dan ringan dalam melaksanakan ibadah.
4. Hati menjadi tentram, tenang, dan membuat menjadi sosok muslim yang sejati.
5. Dapat menjadi keturunan-keturunan yang baik dan soleh.
6. Mendapatkan iman dan ketaqwaan kepada Allah Swt.

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang diperoleh dari hasil penelitian pada skripsi ini adalah

1. Bentuk diskrit dari persamaan angiogenesis pada penyakit tumor menggunakan metode beda hingga skema eksplisit dengan melibatkan faktor pertumbuhan kepadatan sel endotel $n(x, y, t) = n_{i,j}^q$, konsentrasi TAF $c(x, y, t) = c_{i,j}^q$, dan pertumbuhan kadar fibronektin $f(x, y, t) = f_{i,j}^q$ sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 n_{i,j}^{q+1} = & n_{i,j}^q + A_1 n_{i+1,j}^q - 2A_1 n_{i,j}^q + A_1 n_{i-1,j}^q + A_2 n_{i,j+1}^q - 2A_2 n_{i,j}^q \\
 & + A_2 n_{i,j-1}^q - A_3 n_{i+1,j}^q c_{i+1,j}^q + A_3 n_{i+1,j}^q c_{i-1,j}^q \\
 & + A_3 n_{i-1,j}^q c_{i+1,j}^q - A_3 n_{i-1,j}^q c_{i-1,j}^q - A_4 n_{i,j}^q c_{i+1,j}^q \\
 & + 2A_4 n_{i,j}^q c_{i,j}^q - A_4 n_{i,j}^q c_{i-1,j}^q - A_5 n_{i,j+1}^q c_{i,j+1}^q + A_5 n_{i,j+1}^q c_{i,j-1}^q \\
 & + A_5 n_{i,j-1}^q c_{i,j+1}^q - A_5 n_{i,j-1}^q c_{i,j-1}^q - A_6 n_{i,j}^q c_{i,j+1}^q + 2A_6 n_{i,j}^q c_{i,j}^q \\
 & - A_6 n_{i,j}^q c_{i,j-1}^q - A_7 n_{i+1,j}^q f_{i+1,j}^q + A_7 n_{i+1,j}^q f_{i-1,j}^q \\
 & + A_7 n_{i-1,j}^q f_{i+1,j}^q - A_7 n_{i-1,j}^q f_{i-1,j}^q - A_8 n_{i,j}^q f_{i+1,j}^q + 2A_8 n_{i,j}^q f_{i,j}^q \\
 & - A_8 n_{i,j}^q f_{i-1,j}^q - A_9 n_{i,j+1}^q f_{i,j+1}^q + A_9 n_{i,j+1}^q f_{i,j-1}^q \\
 & + A_9 n_{i,j-1}^q f_{i,j+1}^q - A_9 n_{i,j-1}^q f_{i,j-1}^q - A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j+1}^q \\
 & + 2A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j}^q - A_{10} n_{i,j}^q f_{i,j-1}^q
 \end{aligned}$$

$$f_{i,j}^{q+1} = f_{i,j}^q (1 - \beta \Delta t n_{i,j}^q) + \gamma \Delta t n_{i,j}^q$$

$$c_{i,j}^{q+1} = c_{i,j}^q (1 - \eta \Delta t n_{i,j}^q)$$

dengan

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{D\Delta t}{\Delta x^2}, & A_2 &= \frac{D\Delta t}{\Delta y^2}, & A_3 &= \frac{\chi \Delta t}{(1 + \alpha k_0)4\Delta x^2}, \\
 A_4 &= \frac{\chi \Delta t}{(1 + \alpha k_0)\Delta x^2}, & A_5 &= \frac{\chi \Delta t}{(1 + \alpha k_0)4\Delta y^2}, & A_6 &= \frac{\chi \Delta t}{(1 + \alpha k_0)\Delta y^2}, \\
 A_7 &= \frac{\rho \Delta t}{4\Delta x^2}, & A_8 &= \frac{\rho \Delta t}{\Delta x^2}, & A_9 &= \frac{\rho \Delta t}{4\Delta y^2}, \\
 A_{10} &= \frac{\rho \Delta t}{\Delta y^2}
 \end{aligned}$$

2. Pada hasil simulasi bentuk diskrit model matematika persamaan tumor yang diinduksi oleh angiogenesis menggunakan langkah diskrit yang bervariasi. Menunjukkan semakin besar langkah diskrit yang diberikan, maka semakin cepat pula pertumbuhan tumor yang terjadi.

4.2 Saran

Bagi penelitian selanjutnya, disarankan untuk melanjutkan penelitian pada diskretisasi model matematika persamaan angiogenesis pada pertumbuhan tumor dengan menggunakan metode yang berbeda, untuk mengetahui perbandingan hasil simulasi model matematika angiogenesis pada tumor dalam bentuk diskrit.

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, A.R.A. dan Chaplain, M.A.J.. 1998. *Continuous and Discrete Mathematical Models of Tumor-induced Angiogenesis. Ulletin of Mathematical Biology*, Vol. 60 Hal. 857-899.
- Ault, J. C dan Ayres, Frank. 1992. *Persamaan Diferensial dalam Satuan SI Metric*. Jakarta. Erlangga.
- Chaplain, M.A.J.. 1996. *Avascular Growth, Angiogenesis and Vascular Growth in Solid Tumours: The Mathematical Modeling of the Stages of Tumour Development*. Math. Comput. Model. 23,47-87.
- Djojodihardjo, Harijono. 2000. *Metode Numerik*. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama.
- Frisca, Caroline, T.S. dan Ferry, S. 2009.. *Angiogenesis Patofisiologi dan Aplikasi Klinik*. JKM. Vol. 8 No. 2 Hal. 174-187.
- Katsir. 2017. *Tafsir Ibnu Katsir*. Kairo: Muassasah Dar Al-Hilal
- Kementrian Agama RI. 2012. *Al-Qur'an dan Terjemahannya*. Bandung: Syamil Qur'an.
- Kreyszig, Erwin, dkk. 2011. *Advanced Engineering Mathematics Tenth Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Liu & Hussain, T.T., 2012. *Discretization: An Enabling Technique*. Arizona: Departemen of Computer Science and Engineering-Arizona State University.
- Maria, Ida Leida, dkk. 2017. *Risiko Gaya Hidup Terhadap Kejadian Kanker Payudara Pada Wanita*. Universitas Hasanuddin: Jurnal MKMI. Vol.13 No.2.
- Noor, W.. 2012. *Zat Perantara Kimiawi Endothelins (ET) pada Sel Endotel*.
- Rahayu, Mustika. 2019. *Pola Makan Menurut Hadis Nabi SAW (Suatu Kajian Tahlili)*. Makasar: Jurnal Diskursus Islam. Vol. 7 No.2.
- Triatmodjo, B. 2002. *Metode Numerik*. Yogyakarta: Beta Offset.
- Soedjojo, P.. 1945. *Asas-Asas Matematika Fisika dan Teknik*. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.

Spiegel, M. R. dan Wospakrik, H. J.. 1999. *Analisis Vektor dan Suatu Pengantar Analisis Tensor*. Jakarta: Erlangga.

LAMPIRAN

skrip matlab 3 dimensi

```
clc, clear

D = 0.00035;
eta = 0.01;
beta = 0.05 ;
gamma = 0.1;
chi = 0.38;
rho = 0.34;
delt = 0.25;
delx = 0.01;
dely = 0.01;
e1 = 0.45;
e2 = 0.45;
e3 = 0.001;
k = 0.75;

%interval t dan r
t=0:delt:0.5;
x=0:delx:1;
y=0:dely:1;
Mt=length(t);
Mx=length(x);
My=length(y);

u = zeros(Mx,My,Mt);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
a = X';
b = Y';

for i=1:Mx
    for j=1:My
        n(i,j,1)=(exp(
            ((x(i)^2)/e3))) * (sind(6*pi*y(j)) *sind(6*pi*y(j)));
        f(i,j,1)=k*exp(-((x(i)^2)/e2));
        c(i,j,1)=exp(-(((1-x(i))^2)/e1));
    end
end

figure(1)
surf(a,b,n(:,:,1))
grid on
pause(0.01)
title('kepadatan sel')

figure(2)
surf(a,b,f(:,:,1))
grid on
pause(0.01)
title('fibronektin')

figure(3)
```



```

surf(a,b,c(:,:,1))
grid on
pause(0.01)
title('TAF')

%pemisalan
A1=D*(delt/delx^2);
A2=D*(delt/dely^2);
A3=(chi*delt)/(4*(delx^2));
A4=chi*(delt/dely^2);
A5=(chi*delt)/(4*(dely^2));
A6=chi*(delt/dely^2);
A7=(rho*delt)/(4*(delx^2));
A8=rho*(delt/delx^2);
A9=(rho*delt)/(4*(dely^2));
A10=rho*(delt/dely^2);

for i=1:Mx
    for j=1:My
        if i==1 & j==1
            n(i,j,2)=(n(1,1,1)+(2*A1*n(2,1,1))-(2*A1*n(1,1,1))...
                +(2*A2*n(1,2,1))-(2*A2*n(1,1,1))...
                -(2*A4*(n(1,1,1)*c(2,1,1)))+(2*A4*(n(1,1,1)
                    *c(1,1,1)))...
                -(2*A6*(n(1,1,1)*c(1,2,1)))+(2*A6*(n(1,1,1)
                    *c(1,1,1)))...
                -(2*A8*(n(1,1,1)*f(2,1,1)))+(2*A8*(n(1,1,1)
                    *c(1,1,1)))...
                -(2*A10*(n(1,1,1)*f(1,2,1)))+(2*A10*(n(1,1,1)
                    *f(1,1,1))))
            f(i,j,2)=(f(1,1,1)+(1+(beta*delt*(n(1,1,1)))-(gamma*
                delt*(n(1,1,1))))))
            c(i,j,2)=(c(1,1,1)+(1+(eta*delt*(n(1,1,1))))))
        elseif i==Mx & j==1
            n(i,j,2)=(n(Mx,1,1)+(2*A1*(n(Mx-1,1,1)))-(2*A1*
                n(Mx,1,1))+(A1*4*delx)...
                +(2*A2*(n(Mx,2,1)))-(2*A2*n(Mx,1,1))-(A3*16*
                (delx^2))...
                -(2*A4*(n(Mx,1,1)*c(Mx-1,1,1)))+(2*A4*(n(Mx,1,1)
                    *c(Mx,1,1)))-(A4*4*delx)...
                -(2*A6*(n(Mx,1,1)*c(Mx,2,1)))+(2*A6*(n(Mx,1,1)
                    *c(Mx,1,1)))-(A7*16*(delx^2))...
                -(2*A8*(n(Mx,1,1)*f(Mx-1,1,1)))+(2*A8*(n(Mx,1,1)
                    *f(Mx,1,1)))-(A8*4*delx)...
                -(2*A10*(n(Mx,1,1)*f(Mx,2,1)))+(2*A10*(n(Mx,1,1)
                    *f(Mx,1,1))))
            f(i,j,2)=(f(Mx,1,1)+(1+(beta*delt*(n(Mx,1,1)))-(gamma*
                delt*(n(Mx,1,1))))))
            c(i,j,2)=(c(Mx,1,1)+(1+(eta*delt*(n(Mx,1,1))))))
        elseif i==1 & j==My
            n(i,j,2)=(n(1,My,1)+(2*A1*(n(2,My,1)))-(2*A1*
                (n(1,My,1)))...
                +(2*A2*(n(1,My-1,1)))-(2*A2*(n(1,My,1)))+(A2*(4*
                dely))...
                -(2*A4*(n(1,My,1)*c(2,My,1)))+(2*A4*(n(1,My,1)*
                c(1,My,1)))-(A5*16*(dely^2))...

```

```

- (2*A6* (n (1, My, 1) *c (1, My-1, 1))) + (2*A6* (n (1, My, 1)
*c (1, My, 1))) - (A6*4*dely* (n (1, My, 1))) ...
- (2*A8* (n (1, My, 1) *f (2, My, 1))) + (2*A8* (n (1, My, 1) *
f (1, My, 1))) - (A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (1, My, 1) *f (1, My-1, 1))) + (2*A10*
(n (1, My, 1) *f (1, My, 1))) - (A10*4*dely* (n (1, My, 1)))
f (i, j, 2) = (f (1, My, 1) + (1 + (beta*delt* (n (1, My, 1))) - (gamma*
delt* (n (1, My, 1))))
c (i, j, 2) = (c (1, My, 1) + (1 + (eta*delt* (n (1, My, 1))))
elseif i==Mx & j==My
n (i, j, 2) = (n (Mx, My, 1) + (2*A1* (n (Mx-1, My, 1))) - (2*A1*
(n (Mx, My, 1))) - (A1*4*delx) ...
+ (2*A2* (n (Mx, My-1, 1))) - (2*A2* (n (Mx, My, 1)))
+ (A2*4*dely) - (A3*16* (delx^2)) ...
- (2*A4* (n (Mx, My, 1) *c (Mx-1, My, 1))) + (2*A4*
(n (Mx, My, 1) *c (Mx, My, 1))) - (A4*4*delx*
(n (Mx, My, 1))) - (A5*16* (dely^2)) ...
- (2*A6* (n (Mx, My, 1) *c (Mx, My-1, 1))) + (2*A6*
(n (Mx, My, 1) *c (Mx, My, 1))) - (A6*4*dely*
(n (Mx, My, 1))) - (A7*16* (delx^2)) ...
- (2*A8* (n (Mx, My, 1) *f (Mx-1, My, 1))) + (2*A8*
(n (Mx, My, 1) *f (Mx, My, 1))) - (A8*4*delx*
(n (Mx, My, 1))) - (A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (Mx, My, 1) *f (Mx, My-1, 1))) + (2*A10*
(n (Mx, My, 1) *f (Mx, My, 1))) - (A10*4*dely*
(n (Mx, My, 1)))
f (Mx, My, 2) = (f (Mx, My, 1) + (1 + (beta*delt* (n (Mx, My, 1))) -
(gamma*delt* (n (Mx, My, 1))))
c (Mx, My, 2) = (c (Mx, My, 1) + (1 + (eta*delt* (n (Mx, My, 1))))
elseif i==1
n (i, j, 2) = (n (1, j, 1) + (2*A1* (n (2, j, 1))) - (2*A1*
(n (1, j, 1))) ...
+ (2*A2* (n (1, j-1, 1))) - (2*A2* (n (1, j, 1))) + (A2*4*
(dely)) ...
- (2*A4* (n (1, j, 1) *c (2, j, 1))) + (2*A4* (n (1, j, 1) *
c (1, j, 1))) - (A5*16* (dely^2)) ...
- (2*A6* (n (1, j, 1) *c (1, j-1, 1))) + (2*A6* (n (i, j, 1)
*c (i, j, 1))) - (A6*4* (dely) * (n (1, j, 1))) ...
- (2*A8* (n (1, j, 1) *f (2, j, 1))) + (2*A8* (n (1, j, 1)
*f (1, j, 1))) - (A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (1, j, 1) *f (1, j-1, 1))) + (2*A10* (n (i, j, 1)
*f (i, j, 1))) - (A10*4* (dely) * (n (1, j, 1)))
f (i, j, 2) = (f (1, j, 1) + (1 + (beta*delt* (n (1, j, 1))) - (gamma*
delt* (n (1, j, 1))))
c (i, j, 2) = (c (1, j, 1) + (1 + (eta*delt* (n (1, j, 1))))
elseif j==1
n (i, j, 2) = (n (i, 1, 1) + (2*A1* (n (i-1, 1, 1))) - (2*A1*
(n (i, 1, 1))) + (A1*4*delx) ...
+ (2*A2* (n (i, 2, 1))) - (2*A2* (n (i, 1, 1))) - (A3*16*
(delx^2)) ...
- (2*A4* (n (i, 1, 1) *c (i-1, 1, 1))) + (2*A4* (n (i, 1, 1)
*c (i, 1, 1))) - (A4*4* (delx)) ...
- (2*A6* (n (i, 1, 1) *c (i, 2, 1))) + (2*A6* (n (i, 1, 1)
*c (i, 1, 1))) - (A7*16* (delx^2)) ...
- (2*A8* (n (i, 1, 1) *f (i-1, 1, 1))) + (2*A8* (n (i, 1, 1)
*f (i, 1, 1))) - (A8*4*delx* (n (i, 1, 1))) ...
- (2*A10* (n (i, 1, 1) *f (i, 2, 1))) + (2*A10* (n (i, 1, 1)
*f (i, 1, 1)))

```

```

f(i,j,2)=(f(i,1,1)+(1+(beta*delt*(n(i,1,1)))-(gamma*
delt*(n(i,1,1))))
c(i,j,2)=(c(i,1,1)+(1+(eta*delt*(n(i,1,1))))
elseif i==Mx
n(i,j,2)=(n(Mx,j,1)+(2*A1*(n(Mx-1,j,1)))-(2*A1*
(n(Mx,j,1)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(Mx,j-1,1)))-(2*A2*(n(Mx,j,1))
+(A2*4*dely)-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(Mx,j,1)*c(Mx-1,j,1)))+(2*A4*
(n(Mx,j,1)*c(Mx,j,1)))-(A4*4*delx*(n(Mx,j,1)))-
(A5*16*(dely^2))...
-(2*A6*(n(Mx,j,1)*c(Mx,j-1,1)))+(2*A6*(n(Mx,j,1)
*c(Mx,j,1)))-(A6*4*dely*(n(Mx,j,1)))-(A7*16*
(delx^2))...
-(2*A8*(n(Mx,j,1)*f(Mx-1,j,1)))+(2*A8*(n(Mx,j,1)
*f(Mx,j,1)))-(A8*4*delx*(n(Mx,j,1)))-
(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(Mx,j,1)*f(Mx,j-1,1)))+(2*A10*(n(Mx,j,1)
*f(Mx,j,1)))-(A10*4*dely*(n(Mx,j,1)))
f(i,j,2)=(f(Mx,j,1)+(1+(beta*delt*(n(Mx,j,1)))-(gamma*
delt*(n(Mx,j,1))))
c(i,j,2)=(c(Mx,j,1)+(1+(eta*delt*(n(Mx,j,1))))
elseif j==My
n(i,j,2)=(n(i,My,1)+(2*A1*(n(i-1,My,1)))-(2*A1*
(n(i,My,1)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(i,My-1,1)))-(2*A2*(n(i,My,1))
+(A2*4*dely)-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(i,My,1)*c(i-1,My,1)))+(2*A4*(n(i,My,1)
*c(i,My,1)))-(A4*4*delx*(n(i,My,1)))-(A5*16*
(dely^2))...
-(2*A6*(n(i,My,1)*c(i,My-1,1)))+(2*A6*(n(i,My,1)
*c(i,My,1)))-(A6*4*dely*(n(i,My,1)))-(A7*16*
(delx^2))...
-(2*A8*(n(i,My,1)*f(i-1,My,1)))+(2*A8*(n(i,My,1)
*f(i,My,1)))-(A8*4*delx*(n(i,My,1)))-(A9*16*
(dely^2))...
-(2*A10*(n(i,My,1)*f(i,My-1,1)))+(2*A10*
(n(i,My,1)*f(i,My,1)))-(A10*4*dely*(n(i,My,1)))
f(i,j,2)=(f(i,My,1)+(1+(beta*delt*(n(i,My,1)))-(gamma*
delt*(n(i,My,1))))
c(i,j,2)=(c(i,My,1)+(1+(eta*delt*(n(i,My,1))))
else
n(i,j,2)=(n(i,j,1)+(2*A1*(n(i-1,j,1)))-(2*A1*
(n(i,j,1)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(i,j-1,1)))-(2*A2*(n(i,j,1)))+(A2*4*
dely)-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(i,j,1)*c(i-1,j,1)))+(2*A4*(n(i,j,1)
*c(i,j,1)))-(A4*4*delx*(n(i,j,1)))-(A5*16*
(dely^2))...
-(2*A6*(n(i,j,1)*c(i,j-1,1)))+(2*A6*(n(i,j,1)
*c(i,j,1)))-(A6*4*dely*(n(i,j,1)))-(A7*16*
(delx^2))...
-(2*A8*(n(i,j,1)*f(i-1,j,1)))+(2*A8*(n(i,j,1)
*f(i,j,1)))-(A8*4*delx*(n(i,j,1)))-(A9*16*
(dely^2))...
-(2*A10*(n(i,j,1)*f(i,j-1,1)))+(2*A10*(n(i,j,1)
*f(i,j,1)))-(A10*4*dely*(n(i,j,1)))

```

```

        f(i,j,2)=(f(i,j,1)+(1+(beta*delt*(n(i,j,1)))-(gamma*
            delt*(n(i,j,1))))
        c(i,j,2)=(c(i,j,1)+(1+(eta*delt*(n(i,j,1))))
    end
end
end

figure(4)
surf(a,b,n(:,:,2))
grid on
pause(0.01)
title('kepadatan sel')

figure(5)
surf(a,b,f(:,:,2))
grid on
pause(0.01)
title('fibronektin')

figure(6)
surf(a,b,c(:,:,2))
grid on
pause(0.01)
title('TAF')

for i=1:Mx
    for j=1:My
        for t=2:Mt-1
            if i==1 & j==1
                n(i,j,t+1)=(n(1,1,t)+(2*A1*(n(2,1,t)))-(2*A1*
                    (n(1,1,t)))...
                    +(2*A2*(n(1,2,t)))-(2*A2*(n(1,1,t)))...
                    -(2*A4*(n(1,1,t)*c(2,1,t)))+(2*A4*(n(1,1,t)
                        *c(1,1,t)))...
                    -(2*A6*(n(1,1,t)*c(1,2,t)))+(2*A6*(n(1,1,t)
                        *c(1,1,t)))...
                    -(2*A8*(n(1,1,t)*f(2,1,t)))+(2*A8*(n(1,1,t)
                        *c(1,1,t)))...
                    -(2*A10*(n(1,1,t)*f(1,2,t)))+(2*A10*(n(1,1,t)
                        *f(1,1,t))))
                f(i,j,t+1)=(f(1,1,t)+(1+(beta*delt*(n(1,1,t)))-(
                    gamma*delt*(n(1,1,t))))
                c(i,j,t+1)=(c(1,1,t)+(1+(eta*delt*(n(1,1,t))))
            elseif i==Mx & j==1
                n(i,j,t+1)= (n(Mx,1,t)+(2*A1*n(Mx-1,1,t))-(2*A1*
                    n(Mx,1,t))+(A1*4*delx)...
                    +(2*A2*(n(Mx,2,t)))-(2*A2*(n(Mx,1,t)))-(A3*
                        16*(delx^2))...
                    -(2*A4*(n(Mx,1,t)*c(Mx-1,1,t)))+(2*A4*
                        (n(Mx,1,t)*c(Mx,1,t)))-(A4*(4*delx))...
                    -(2*A6*(n(Mx,1,t)*c(Mx,2,t)))+(2*A6*
                        (n(Mx,1,t)*c(Mx,1,t)))-(A7*16*(delx^2))...
                    -(2*A8*(n(Mx,1,t)*f(Mx-1,1,t)))+(2*A8*
                        (n(Mx,1,t)*f(Mx,1,t)))-(A8*4*delx*
                        (n(Mx,1,t)))...
            end
        end
    end
end

```

```

- (2*A10* (n (Mx, 1, t) * f (Mx, 2, t))) + (2*A10*
(n (Mx, 1, t) * f (Mx, 1, t)))
f (i, j, t+1) = (f (Mx, 1, t) + (1 + (beta*delt* (n (Mx, 1, t))) -
(gamma*delt* (n (Mx, 1, t)))))
c (i, j, t+1) = (c (Mx, 1, t) + (1 + (eta*delt* (n (Mx, 1, t)))))
elseif i==1 & j==My
n (i, j, t+1) = (n (1, My, t) + (2*A1* (n (2, My, t))) - (2*A1*
(n (1, My, t))) ...
+ (2*A2* (n (1, My-1, t))) - (2*A2* (n (1, My, t)))
+ (A2*4*dely) ...
- (2*A4* (n (1, My, t) * c (2, My, t))) + (2*A4*
(n (1, My, t) * c (1, My, t))) - (A5*16* (dely^2)) ...
- (2*A6* (n (1, My, t) * c (1, My-1, t))) + (2*A6*
(n (1, My, t) * c (1, My, t))) - (A6*4*dely*
(n (1, My, t))) ...
- (2*A8* (n (1, My, t) * f (2, My, t))) + (2*A8*
(n (1, My, t) * f (1, My, t))) - (A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (1, My, t) * f (1, My-1, t))) + (2*A10*
(n (1, My, t) * f (1, My, t))) + (A10*4*dely* (n (1, My
, t))))
f (i, j, t+1) = (f (1, My, t) + (1 + (beta*delt* (n (1, My, t))) -
(gamma*delt* (n (1, My, t)))))
c (i, j, t+1) = (c (1, My, t) + (1 + (eta*delt* (n (1, My, t)))))
elseif i==Mx & j==My
n (i, j, t+1) = (n (Mx, My, t) + (2*A1* (n (Mx-1, My, t))) -
(2*A1* (n (Mx, My, t))) + (A1*4*delx) ...
+ (2*A2* (n (Mx, My-1, t))) - (2*A2* (n (Mx, My, t)))
+ (A2*4*dely) - (A3*16* (delx^2)) ...
- (2*A4* (n (Mx, My, t) * c (Mx-1, My, t))) + (2*A4*
(n (Mx, My, t) * c (Mx, My, t))) - (A4* (4*delx*
n (Mx, My, t))) - (A5*16* (dely^2)) ...
- (2*A6* (n (Mx, My, t) * c (Mx, My-1, t))) + (2*A6*
(n (Mx, My, t) * c (Mx, My, t))) - (A6* (4*dely*
n (Mx, My, t))) - (A7*16* (delx^2)) ...
- (2*A8* (n (Mx, My, t) * f (Mx-1, My, t))) + (2*A8*
(n (Mx, My, t) * f (Mx, My, t))) - (A8* (4*delx*
n (Mx, My, t))) - (A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (Mx, My, t) * f (Mx, My-1, t))) + (2*A10*
(n (Mx, My, t) * f (Mx, My, t))) - (A10* (4*dely*
n (Mx, My, t))))
f (Mx, My, t+1) = (f (Mx, My, t) + (1 + (beta*delt* (n (Mx, My, t))) -
(gamma*delt* (n (Mx, My, t)))))
c (Mx, My, t+1) = (c (Mx, My, t) + (1 + (eta*delt* (n (Mx, My, t)))))
elseif i==1
n (i, j, t+1) = (n (1, j, t) + (2*A1* (n (2, j, t))) - (2*A1*
(n (1, j, t))) ...
+ (2*A2* (n (1, j-1, t))) - (2*A2* (n (1, j, t)))
+ (A2* (4*dely)) ...
- (2*A4* (n (1, j, t) * c (2, j, t))) + (2*A4* (n (1, j, t)
*c (1, j, t))) - (A5*16* (dely)) ...
- (2*A6* (n (1, j, t) * c (1, j-1, t))) + (2*A6* (n (1, j, t)
*c (1, j, t))) - (A6*4*dely* (n (1, j, t))) ...
- (2*A8* (n (1, j, t) * f (2, j, t))) + (2*A8* (n (1, j, t)
*f (1, j, t))) - (A9*16* (dely)) ...
- (2*A10* (n (1, j, t) * f (1, j-1, t))) + (2*A10*
(n (1, j, t) * f (1, j, t))) - (A10* (4* (dely) * n (1, j, t))))
f (i, j, t+1) = (f (1, j, t) + (1 + (beta*delt* (n (1, j, t))) -
(gamma*delt* (n (1, j, t)))))
c (i, j, t+1) = (c (1, j, t) + (1 + (eta*delt* (n (1, j, t)))))

```

```

elseif j==1
n(i,j,t+1)=(n(i,1,t)+(2*A1*(n(i-1,1,t)))-(2*A1*(n(i,1,t)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(i,2,t)))-(2*A2*(n(i,1,t)))-(A3*16*delx)...
-(2*A4*(n(i,1,t)*c(i-1,1,t)))+(2*A4*(n(i,1,t)*c(i,1,t)))-(A4*2*delx)...
-(2*A6*(n(i,1,t)*c(i,2,t)))+(2*A6*(n(i,1,t)*c(i,1,t)))-(A7*16*delx)...
-(2*A8*(n(i,1,t)*f(i-1,1,t)))+(2*A8*(n(i,1,t)*f(i,1,t)))+(A8*4*delx*(n(i,1,t)))...
-(2*A10*(n(i,1,t)*f(i,2,t)))-(2*A10*(n(i,1,t)*f(i,1,t))))
f(i,j,t+1)=(f(i,1,t)+(1+(beta*delt*(n(i,1,t))-(gamma*delt*(n(i,1,t))))))
c(i,j,t+1)=(c(i,1,t)+(1+(eta*delt*(n(i,1,t))))))
elseif i==Mx
n(i,j,t+1)=(n(Mx,j,t)+(2*A1*(n(Mx-1,j,t)))-(2*A1*n(Mx,j,t)+(2*(delx^2)))...
+(2*A2*(n(Mx,j-1,t)))-(2*A2*n(Mx,j,t))+(A2*(4*dely))-(A3*16*delx)...
-(2*A4*(n(Mx,j,t)*c(Mx-1,j,t)))+(2*A4*(n(Mx,j,t)*c(Mx,j,t)))-(A4*(4*delx*n(Mx,j,t)))-(A5*16*(dely^2))...
-(2*A6*(n(Mx,j,t)*c(Mx,j-1,t)))+(2*A6*(n(Mx,j,t)*c(Mx,j,t)))-(A6*(4*dely*n(Mx,j,t)))-(A7*16*(delx^2))...
-(2*A8*(n(Mx,j,t)*f(Mx-1,j,t)))+(2*A8*(n(Mx,j,t)*f(Mx,j,t)))-(A8*(4*delx*n(Mx,j,t)))-(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(Mx,j,t)*f(Mx,j-1,t)))+(2*A10*(n(Mx,j,t)*f(Mx,j,t)))-(A10*(4*dely*n(Mx,j,t))))
f(i,j,t+1)=(f(Mx,j,t)+(1+(beta*delt*(n(Mx,j,t))-(gamma*delt*(n(Mx,j,t))))))
c(i,j,t+1)=(c(Mx,j,t)+(1+(eta*delt*(n(Mx,j,t))))))
elseif j==My
n(i,j,t+1)=(n(i,My,t)+(2*A1*n(i-1,My,t))-(2*A1*n(i,My,t)))+(A1*(4*delx))...
+(2*A2*n(i,My-1,t))-(2*A2*n(i,My,t)))+(A2*(4*dely))-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(i,My,t)*c(i-1,My,t)))+(2*A4*(n(i,My,t)*c(i,My,t)))-(A4*(4*delx*n(i,My,t)))-(A5*16*(dely^2))...
-(2*A6*(n(i,My,t)*c(i,My-1,t)))+(2*A6*(n(i,My,t)*c(i,My,t)))-(A6*(4*dely*n(i,My,t)))-(A7*16*(delx^2))...
-(2*A8*(n(i,My,t)*f(i-1,My,t)))+(2*A8*(n(i,My,t)*f(i,My,t)))-(A8*(4*delx*n(i,My,t)))-(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(i,My,t)*f(i,My-1,t)))+(2*A10*(n(i,My,t)*f(i,My,t)))-(A10*(4*dely*n(i,My,t))))
f(i,j,t+1)=(f(i,My,t)+(1+(beta*delt*(n(i,My,t))-(gamma*delt*(n(i,My,t))))))
c(i,j,t+1)=(c(i,My,t)+(1+(eta*delt*(n(i,My,t))))))
else
n(i,j,t+1)=(n(i,j,t)+(2*A1*(n(i-1,j,t)))-(2*A1*n(i,j,t)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(i,j-1,t)))-(2*A2*n(i,j,t))+(A2*4*dely)-(A3*16*(delx^2))...

```

```

        - (2*A4*(n(i,j,t)*c(i-1,j,t)))+(2*A4*(n(i,j,t)
        *c(i,j,t)))-(A4*(4*delx*n(i,j,t)))-(A5*16*
        (dely^2))...
        - (2*A6*(n(i,j,t)*c(i,j-1,t)))+(2*A6*
        (n(i,j,t)*c(i,j,t)))-(A6*(4*dely*n(i,j,t)))-
        (A7*16*(delx^2))...
        - (2*A8*(n(i,j,t)*f(i-1,j,t)))+(2*A8*(n(i,j,t)
        *f(i,j,t)))-(A8*(4*delx*n(i,j,t)))-
        (A9*16*(dely^2))...
        - (2*A10*(n(i,j,t)*f(i,j-1,t)))+(2*A10*
        (n(i,j,t)*f(i,j,t)))-(A10*(4*dely*n(i,j,t)))
f(i,j,t+1)=(f(i,j,t)+(1+(beta*delt*(n(i,j,t)))-
(gamma*delt*(n(i,j,t))))
c(i,j,t+1)=(c(i,j,t)+(1+(eta*delt*(n(i,j,t))))
    end
end
end
surf(a,b,n(:,:,t+1))
grid on

surf(a,b,f(:,:,t+1))
grid on

surf(a,b,c(:,:,t+1))
grid on
end

figure(7)
surf(a,b,n(:,:,3))
grid on
title('kepadatan sel')
xlabel('Distance x'),ylabel('time t')

figure(8)
surf(a,b,f(:,:,3))
grid on
title('fibronektin')
xlabel('Distance x'),ylabel('time t')

figure(9)
surf(a,b,c(:,:,3))
grid on
title('TAF')

```

skrip matlab contour 2 dimensi

```

clc, clear

D = 0.00035;
eta = 0.01;
beta = 0.05 ;
gamma = 0.1;
chi = 0.38;
rho = 0.34;

```

```

delt = 0.25;
delx = 0.01;
dely = 0.01;
e1 = 0.45;
e2 = 0.45;
e3 = 0.001;
k = 0.75;

%interval t dan r
t=0:delt:0.5;
x=0:delx:1;
y=0:dely:1;
Mt=length(t);
Mx=length(x);
My=length(y);

u = zeros(Mx,My,Mt);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
a = X';
b = Y';

for i=1:Mx
    for j=1:My
        n(i,j,1)=(exp(
            ((x(i)^2)/e3)))*(sind(6*pi*y(j))*sind(6*pi*y(j)));
        f(i,j,1)=k*exp(-((x(i)^2)/e2));
        c(i,j,1)=exp(-(((1-x(i))^2)/e1));
    end
end

figure(1)
contour (a,b,n(:,:,1))
grid on
pause(0.01)
title('kepadatan sel')

figure(2)
contour (a,b,f(:,:,1))
grid on
pause(0.01)
title('fibronektin')

figure(3)
contour (a,b,c(:,:,1))
grid on
pause(0.01)
title('TAF')

%pemisalan
A1=D*(delt/delx^2);
A2=D*(delt/dely^2);
A3=(chi*delt)/(4*(delx^2));
A4=chi*(delt/dely^2);
A5=(chi*delt)/(4*(dely^2));
A6=chi*(delt/dely^2);
A7=(rho*delt)/(4*(delx^2));

```



```

A8=rho*(delt/delx^2);
A9=(rho*delt)/(4*(dely^2));
A10=rho*(delt/dely^2);

for i=1:Mx
    for j=1:My
        if i==1 & j==1
            n(i,j,2)=(n(1,1,1)+(2*A1*n(2,1,1))-(2*A1*n(1,1,1))...
                +(2*A2*n(1,2,1))-(2*A2*n(1,1,1))...
                -(2*A4*(n(1,1,1)*c(2,1,1)))+(2*A4*(n(1,1,1)
                    *c(1,1,1)))...
                -(2*A6*(n(1,1,1)*c(1,2,1)))+(2*A6*(n(1,1,1)
                    *c(1,1,1)))...
                -(2*A8*(n(1,1,1)*f(2,1,1)))+(2*A8*(n(1,1,1)
                    *c(1,1,1)))...
                -(2*A10*(n(1,1,1)*f(1,2,1)))+(2*A10*(n(1,1,1)
                    *f(1,1,1))))
            f(i,j,2)=(f(1,1,1)+(1+(beta*delt*(n(1,1,1)))-(gamma*
                delt*(n(1,1,1))))
            c(i,j,2)=(c(1,1,1)+(1+(eta*delt*(n(1,1,1))))
        elseif i==Mx & j==1
            n(i,j,2)=(n(Mx,1,1)+(2*A1*(n(Mx-1,1,1)))-(2*A1*
                n(Mx,1,1))+(A1*4*delx)...
                +(2*A2*(n(Mx,2,1)))-(2*A2*n(Mx,1,1))-(A3*16*
                    (delx^2))...
                -(2*A4*(n(Mx,1,1)*c(Mx-1,1,1)))+(2*A4*(n(Mx,1,1)
                    *c(Mx,1,1)))-(A4*4*delx)...
                -(2*A6*(n(Mx,1,1)*c(Mx,2,1)))+(2*A6*(n(Mx,1,1)
                    *c(Mx,1,1)))-(A7*16*(delx^2))...
                -(2*A8*(n(Mx,1,1)*f(Mx-1,1,1)))+(2*A8*(n(Mx,1,1)
                    *f(Mx,1,1)))-(A8*4*delx)...
                -(2*A10*(n(Mx,1,1)*f(Mx,2,1)))+(2*A10*(n(Mx,1,1)
                    *f(Mx,1,1))))
            f(i,j,2)=(f(Mx,1,1)+(1+(beta*delt*(n(Mx,1,1)))-(gamma*
                delt*(n(Mx,1,1))))
            c(i,j,2)=(c(Mx,1,1)+(1+(eta*delt*(n(Mx,1,1))))
        elseif i==1 & j==My
            n(i,j,2)=(n(1,My,1)+(2*A1*(n(2,My,1)))-(2*A1*
                (n(1,My,1)))...
                +(2*A2*(n(1,My-1,1)))-(2*A2*(n(1,My,1)))+(A2*(4*
                    dely))...
                -(2*A4*(n(1,My,1)*c(2,My,1)))+(2*A4*(n(1,My,1)*
                    c(1,My,1)))-(A5*16*(dely^2))...

                -(2*A6*(n(1,My,1)*c(1,My-1,1)))+(2*A6*(n(1,My,1)
                    *c(1,My,1)))-(A6*4*dely*(n(1,My,1)))...
                -(2*A8*(n(1,My,1)*f(2,My,1)))+(2*A8*(n(1,My,1)*
                    f(1,My,1)))-(A9*16*(dely^2))...
                -(2*A10*(n(1,My,1)*f(1,My-1,1)))+(2*A10*
                    (n(1,My,1)*f(1,My,1)))-(A10*4*dely*(n(1,My,1)))
            f(i,j,2)=(f(1,My,1)+(1+(beta*delt*(n(1,My,1)))-(gamma*
                delt*(n(1,My,1))))
            c(i,j,2)=(c(1,My,1)+(1+(eta*delt*(n(1,My,1))))
        elseif i==Mx & j==My
            n(i,j,2)=(n(Mx,My,1)+(2*A1*(n(Mx-1,My,1)))-(2*A1*
                (n(Mx,My,1)))-(A1*4*delx)...
                +(2*A2*(n(Mx,My-1,1)))-(2*A2*(n(Mx,My,1))
                    +(A2*4*dely)-(A3*16*(delx^2))...

```

```

- (2*A4* (n (Mx, My, 1) *c (Mx-1, My, 1))) + (2*A4*
  (n (Mx, My, 1) *c (Mx, My, 1))) - (A4*4*delx*
  (n (Mx, My, 1))) - (A5*16* (dely^2)) ...
- (2*A6* (n (Mx, My, 1) *c (Mx, My-1, 1))) + (2*A6*
  (n (Mx, My, 1) *c (Mx, My, 1))) - (A6*4*dely*
  (n (Mx, My, 1))) - (A7*16* (delx^2)) ...
- (2*A8* (n (Mx, My, 1) *f (Mx-1, My, 1))) + (2*A8*
  (n (Mx, My, 1) *f (Mx, My, 1))) - (A8*4*delx*
  (n (Mx, My, 1))) - (A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (Mx, My, 1) *f (Mx, My-1, 1))) + (2*A10*
  (n (Mx, My, 1) *f (Mx, My, 1))) - (A10*4*dely*
  (n (Mx, My, 1)))
f (Mx, My, 2) = (f (Mx, My, 1) + (1 + (beta*delt* (n (Mx, My, 1))) -
  (gamma*delt* (n (Mx, My, 1))))
c (Mx, My, 2) = (c (Mx, My, 1) + (1 + (eta*delt* (n (Mx, My, 1))))
elseif i==1
n (i, j, 2) = (n (1, j, 1) + (2*A1* (n (2, j, 1))) - (2*A1*
  (n (1, j, 1))) ...
  + (2*A2* (n (1, j-1, 1))) - (2*A2* (n (1, j, 1))) + (A2*4*
  (dely)) ...
  - (2*A4* (n (1, j, 1) *c (2, j, 1))) + (2*A4* (n (1, j, 1) *
  c (1, j, 1))) - (A5*16* (dely^2)) ...
  - (2*A6* (n (1, j, 1) *c (1, j-1, 1))) + (2*A6* (n (i, j, 1)
  *c (i, j, 1))) - (A6*4* (dely) * (n (1, j, 1))) ...
  - (2*A8* (n (1, j, 1) *f (2, j, 1))) + (2*A8* (n (1, j, 1)
  *f (1, j, 1))) - (A9*16* (dely^2)) ...
  - (2*A10* (n (1, j, 1) *f (1, j-1, 1))) + (2*A10* (n (i, j, 1)
  *f (i, j, 1))) - (A10*4* (dely) * (n (1, j, 1)))
f (i, j, 2) = (f (1, j, 1) + (1 + (beta*delt* (n (1, j, 1))) - (gamma*
  delt* (n (1, j, 1))))
c (i, j, 2) = (c (1, j, 1) + (1 + (eta*delt* (n (1, j, 1))))
elseif j==1
n (i, j, 2) = (n (i, 1, 1) + (2*A1* (n (i-1, 1, 1))) - (2*A1*
  (n (i, 1, 1))) + (A1*4*delx) ...
  + (2*A2* (n (i, 2, 1))) - (2*A2* (n (i, 1, 1))) - (A3*16*
  (delx^2)) ...
  - (2*A4* (n (i, 1, 1) *c (i-1, 1, 1))) + (2*A4* (n (i, 1, 1)
  *c (i, 1, 1))) - (A4*4* (delx)) ...
  - (2*A6* (n (i, 1, 1) *c (i, 2, 1))) + (2*A6* (n (i, 1, 1)
  *c (i, 1, 1))) - (A7*16* (delx^2)) ...
  - (2*A8* (n (i, 1, 1) *f (i-1, 1, 1))) + (2*A8* (n (i, 1, 1)
  *f (i, 1, 1))) - (A8*4*delx* (n (i, 1, 1))) ...
  - (2*A10* (n (i, 1, 1) *f (i, 2, 1))) + (2*A10* (n (i, 1, 1)
  *f (i, 1, 1)))

f (i, j, 2) = (f (i, 1, 1) + (1 + (beta*delt* (n (i, 1, 1))) - (gamma*
  delt* (n (i, 1, 1))))
c (i, j, 2) = (c (i, 1, 1) + (1 + (eta*delt* (n (i, 1, 1))))
elseif i==Mx
n (i, j, 2) = (n (Mx, j, 1) + (2*A1* (n (Mx-1, j, 1))) - (2*A1*
  (n (Mx, j, 1))) + (A1*4*delx) ...
  + (2*A2* (n (Mx, j-1, 1))) - (2*A2* (n (Mx, j, 1)))
  + (A2*4*dely) - (A3*16* (delx^2)) ...
  - (2*A4* (n (Mx, j, 1) *c (Mx-1, j, 1))) + (2*A4*
  (n (Mx, j, 1) *c (Mx, j, 1))) - (A4*4*delx* (n (Mx, j, 1))) -
  (A5*16* (dely^2)) ...
  - (2*A6* (n (Mx, j, 1) *c (Mx, j-1, 1))) + (2*A6* (n (Mx, j, 1)
  *c (Mx, j, 1))) - (A6*4*dely* (n (Mx, j, 1))) - (A7*16*
  (delx^2)) ...

```

```

- (2*A8* (n (Mx, j, 1) *f (Mx-1, j, 1))) + (2*A8* (n (Mx, j, 1)
*f (Mx, j, 1))) - (A8*4*delx* (n (Mx, j, 1))) -
(A9*16* (dely^2)) ...
- (2*A10* (n (Mx, j, 1) *f (Mx, j-1, 1))) + (2*A10* (n (Mx, j, 1)
*f (Mx, j, 1))) - (A10*4*dely* (n (Mx, j, 1)))
f (i, j, 2) = (f (Mx, j, 1) + (1 + (beta*delt* (n (Mx, j, 1))) - (gamma*
delt* (n (Mx, j, 1))))))
c (i, j, 2) = (c (Mx, j, 1) + (1 + (eta*delt* (n (Mx, j, 1))))))
elseif j==My
n (i, j, 2) = (n (i, My, 1) + (2*A1* (n (i-1, My, 1))) - (2*A1*
(n (i, My, 1))) + (A1*4*delx) ...
+ (2*A2* (n (i, My-1, 1))) - (2*A2* (n (i, My, 1)))
+ (A2*4*dely) - (A3*16* (delx^2)) ...
- (2*A4* (n (i, My, 1) *c (i-1, My, 1))) + (2*A4* (n (i, My, 1)
*c (i, My, 1))) - (A4*4*delx* (n (i, My, 1))) - (A5*16*
(dely^2)) ...
- (2*A6* (n (i, My, 1) *c (i, My-1, 1))) + (2*A6* (n (i, My, 1)
*c (i, My, 1))) - (A6*4*dely* (n (i, My, 1))) - (A7*16*
(delx^2)) ...
- (2*A8* (n (i, My, 1) *f (i-1, My, 1))) + (2*A8* (n (i, My, 1)
*f (i, My, 1))) - (A8*4*delx* (n (i, My, 1))) - (A9*16*
(dely^2)) ...
- (2*A10* (n (i, My, 1) *f (i, My-1, 1))) + (2*A10*
(n (i, My, 1) *f (i, My, 1))) - (A10*4*dely* (n (i, My, 1)))
f (i, j, 2) = (f (i, My, 1) + (1 + (beta*delt* (n (i, My, 1))) - (gamma*
delt* (n (i, My, 1))))))
c (i, j, 2) = (c (i, My, 1) + (1 + (eta*delt* (n (i, My, 1))))))
else
n (i, j, 2) = (n (i, j, 1) + (2*A1* (n (i-1, j, 1))) - (2*A1*
(n (i, j, 1))) + (A1*4*delx) ...
+ (2*A2* (n (i, j-1, 1))) - (2*A2* (n (i, j, 1))) + (A2*4*
dely) - (A3*16* (delx^2)) ...
- (2*A4* (n (i, j, 1) *c (i-1, j, 1))) + (2*A4* (n (i, j, 1)
*c (i, j, 1))) - (A4*4*delx* (n (i, j, 1))) - (A5*16*
(dely^2)) ...
- (2*A6* (n (i, j, 1) *c (i, j-1, 1))) + (2*A6* (n (i, j, 1)
*c (i, j, 1))) - (A6*4*dely* (n (i, j, 1))) - (A7*16*
(delx^2)) ...
- (2*A8* (n (i, j, 1) *f (i-1, j, 1))) + (2*A8* (n (i, j, 1)
*f (i, j, 1))) - (A8*4*delx* (n (i, j, 1))) - (A9*16*
(dely^2)) ...
- (2*A10* (n (i, j, 1) *f (i, j-1, 1))) + (2*A10* (n (i, j, 1)
*f (i, j, 1))) - (A10*4*dely* (n (i, j, 1)))

f (i, j, 2) = (f (i, j, 1) + (1 + (beta*delt* (n (i, j, 1))) - (gamma*
delt* (n (i, j, 1))))))
c (i, j, 2) = (c (i, j, 1) + (1 + (eta*delt* (n (i, j, 1))))))
end
end
end
end

```

```

figure(4)
contour (a,b,n(:, :, 2))
grid on
pause(0.01)
title('kepadatan sel')

```

```

figure(5)
contour (a,b,f(:, :, 2))
grid on
pause(0.01)
title('fibronektin')

```

```

figure(6)
contour (a,b,c(:, :, 2))
grid on
pause(0.01)
title('TAF')

```

```

for i=1:Mx
    for j=1:My
        for t=2:Mt-1
            if i==1 & j==1
                n(i,j,t+1)=(n(1,1,t)+(2*A1*(n(2,1,t)))-(2*A1*(n(1,1,t)))...
                    +(2*A2*(n(1,2,t)))-(2*A2*(n(1,1,t)))...
                    -(2*A4*(n(1,1,t)*c(2,1,t)))+(2*A4*(n(1,1,t)*c(1,1,t)))...
                    -(2*A6*(n(1,1,t)*c(1,2,t)))+(2*A6*(n(1,1,t)*c(1,1,t)))...
                    -(2*A8*(n(1,1,t)*f(2,1,t)))+(2*A8*(n(1,1,t)*c(1,1,t)))...
                    -(2*A10*(n(1,1,t)*f(1,2,t)))+(2*A10*(n(1,1,t)*f(1,1,t))))
                f(i,j,t+1)=(f(1,1,t)+(1+(beta*delt*(n(1,1,t)))-(gamma*delt*(n(1,1,t))))
                c(i,j,t+1)=(c(1,1,t)+(1+(eta*delt*(n(1,1,t))))
            elseif i==Mx & j==1
                n(i,j,t+1)= (n(Mx,1,t)+(2*A1*n(Mx-1,1,t))-(2*A1*n(Mx,1,t))+(A1*4*delx)...
                    +(2*A2*(n(Mx,2,t)))-(2*A2*(n(Mx,1,t)))-(A3*16*(delx^2))...
                    -(2*A4*(n(Mx,1,t)*c(Mx-1,1,t)))+(2*A4*(n(Mx,1,t)*c(Mx,1,t)))-(A4*(4*delx))...
                    -(2*A6*(n(Mx,1,t)*c(Mx,2,t)))+(2*A6*(n(Mx,1,t)*c(Mx,1,t)))-(A7*16*(delx^2))...
                    -(2*A8*(n(Mx,1,t)*f(Mx-1,1,t)))+(2*A8*(n(Mx,1,t)*f(Mx,1,t)))-(A8*4*delx*(n(Mx,1,t)))...
                    -(2*A10*(n(Mx,1,t)*f(Mx,2,t)))+(2*A10*(n(Mx,1,t)*f(Mx,1,t))))
                f(i,j,t+1)=(f(Mx,1,t)+(1+(beta*delt*(n(Mx,1,t)))-(gamma*delt*(n(Mx,1,t))))
                c(i,j,t+1)=(c(Mx,1,t)+(1+(eta*delt*(n(Mx,1,t))))
            elseif i==1 & j==My
                n(i,j,t+1)=(n(1,My,t)+(2*A1*(n(2,My,t)))-(2*A1*(n(1,My,t)))...
                    +(2*A2*(n(1,My-1,t)))-(2*A2*(n(1,My,t)))+(A2*4*dely)...
                    -(2*A4*(n(1,My,t)*c(2,My,t)))+(2*A4*(n(1,My,t)*c(1,My,t)))-(A5*16*(dely^2))...
                    -(2*A6*(n(1,My,t)*c(1,My-1,t)))+(2*A6*(n(1,My,t)*c(1,My,t)))...
                    -(2*A8*(n(1,My,t)*f(2,My,t)))+(2*A8*(n(1,My,t)*f(1,My,t)))-(A8*4*dely*(n(1,My,t)))...
                    -(2*A10*(n(1,My,t)*f(1,My+1,t)))+(2*A10*(n(1,My,t)*f(1,My,t))))
            end
        end
    end
end

```

```

        (n(1,My,t)*c(1,My,t)))-(A6*4*dely*
        (n(1,My,t)))...
        -(2*A8*(n(1,My,t)*f(2,My,t)))+(2*A8*
        (n(1,My,t)*f(1,My,t)))-(A9*16*(dely^2))...
        -(2*A10*(n(1,My,t)*f(1,My-1,t)))+(2*A10*
        (n(1,My,t)*f(1,My,t)))+(A10*4*dely*(n(1,My
        ,t))))
f(i,j,t+1)=(f(1,My,t)+(1+(beta*delt*(n(1,My,t)))-
(gamma*delt*(n(1,My,t)))))
c(i,j,t+1)=(c(1,My,t)+(1+(eta*delt*(n(1,My,t)))))
elseif i==Mx & j==My
n(i,j,t+1)= (n(Mx,My,t)+(2*A1*(n(Mx-1,My,t)))-
(2*A1*(n(Mx,My,t)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(Mx,My-1,t)))-(2*A2*(n(Mx,My,t)))
+(A2*4*dely)-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(Mx,My,t)*c(Mx-1,My,t)))+(2*A4*
(n(Mx,My,t)*c(Mx,My,t)))-(A4*(4*delx*
n(Mx,My,t)))-(A5*16*(dely^2))...
-(2*A6*(n(Mx,My,t)*c(Mx,My-1,t)))+(2*A6*
(n(Mx,My,t)*c(Mx,My,t)))-(A6*(4*dely*
n(Mx,My,t)))-(A7*16*(delx^2))...
-(2*A8*(n(Mx,My,t)*f(Mx-1,My,t)))+(2*A8*
(n(Mx,My,t)*f(Mx,My,t)))-(A8*(4*delx*
n(Mx,My,t)))-(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(Mx,My,t)*f(Mx,My-1,t)))+(2*A10*
(n(Mx,My,t)*f(Mx,My,t)))-(A10*(4*dely*
n(Mx,My,t))))
f(Mx,My,t+1)=(f(Mx,My,t)+(1+(beta*delt*(n(Mx,My,t)))-
(gamma*delt*(n(Mx,My,t)))))
c(Mx,My,t+1)=(c(Mx,My,t)+(1+(eta*delt*(n(Mx,My,t)))))
elseif i==1
n(i,j,t+1)= (n(1,j,t)+(2*A1*(n(2,j,t)))-(2*A1*
(n(1,j,t)))...
+(2*A2*(n(1,j-1,t)))-(2*A2*(n(1,j,t)))
+(A2*(4*dely))...
-(2*A4*(n(1,j,t)*c(2,j,t)))+(2*A4*(n(1,j,t)
*c(1,j,t)))-(A5*16*(dely))...
-(2*A6*(n(1,j,t)*c(1,j-1,t)))+(2*A6*(n(1,j,t)
*c(1,j,t)))-(A6*4*dely*(n(1,j,t)))...
-(2*A8*(n(1,j,t)*f(2,j,t)))+(2*A8*(n(1,j,t)
*f(1,j,t)))-(A9*16*(dely))...
-(2*A10*(n(1,j,t)*f(1,j-1,t)))+(2*A10*
(n(1,j,t)*f(1,j,t)))-(A10*(4*(dely)*n(1,j,t))))
f(i,j,t+1)=(f(1,j,t)+(1+(beta*delt*(n(1,j,t)))-
(gamma*delt*(n(1,j,t)))))
c(i,j,t+1)=(c(1,j,t)+(1+(eta*delt*(n(1,j,t)))))
elseif j==1
n(i,j,t+1)=(n(i,1,t)+(2*A1*(n(i-1,1,t)))-(2*A1*
(n(i,1,t)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(i,2,t)))-(2*A2*(n(i,1,t)))-(A3*16
*delx)...
-(2*A4*(n(i,1,t)*c(i-1,1,t)))+(2*A4*(n(i,1,t)
*c(i,1,t)))-(A4*2*delx)...
-(2*A6*(n(i,1,t)*c(i,2,t)))+(2*A6*(n(i,1,t)
*c(i,1,t)))-(A7*16*delx)...
-(2*A8*(n(i,1,t)*f(i-1,1,t)))+(2*A8*(n(i,1,t)
*f(i,1,t)))+(A8*4*delx*(n(i,1,t)))...
-(2*A10*(n(i,1,t)*f(i,2,t)))-(2*A10*(n(i,1,t)
*f(i,1,t))))

```

```

f(i,j,t+1)=(f(i,1,t)+(1+(beta*delt*(n(i,1,t)))-
(gamma*delt*(n(i,1,t))))
c(i,j,t+1)=(c(i,1,t)+(1+(eta*delt*(n(i,1,t))))
elseif i==Mx
n(i,j,t+1)=(n(Mx,j,t)+(2*A1*(n(Mx-1,j,t)))-(2*A1*
n(Mx,j,t)+(2*(delx^2)))...
+(2*A2*(n(Mx,j-1,t)))-(2*A2*n(Mx,j,t)+(A2*
(4*dely)))-(A3*16*delx)...
-(2*A4*(n(Mx,j,t)*c(Mx-1,j,t)))+(2*A4*
(n(Mx,j,t)*c(Mx,j,t)))-(A4*(4*delx*n(Mx,j,t)))-
(A5*16*(dely^2))...
-(2*A6*(n(Mx,j,t)*c(Mx,j-1,t)))+(2*A6*
(n(Mx,j,t)*c(Mx,j,t)))-(A6*(4*dely*n(Mx,j,t)))-
(A7*16*(delx^2))...
-(2*A8*(n(Mx,j,t)*f(Mx-1,j,t)))+(2*A8*
(n(Mx,j,t)*f(Mx,j,t)))-(A8*(4*delx*n(Mx,j,t)))-
(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(Mx,j,t)*f(Mx,j-1,t)))+(2*A10*
(n(Mx,j,t)*f(Mx,j,t)))-(A10*(4*dely*n(Mx,j,t)))
f(i,j,t+1)=(f(Mx,j,t)+(1+(beta*delt*(n(Mx,j,t)))-
(gamma*delt*(n(Mx,j,t))))
c(i,j,t+1)=(c(Mx,j,t)+(1+(eta*delt*(n(Mx,j,t))))
elseif j==My
n(i,j,t+1)=(n(i,My,t)+(2*A1*n(i-1,My,t))-
(2*A1*n(i,My,t)))+(A1*(4*delx))...
+(2*A2*n(i,My-1,t))-
(2*A2*n(i,My,t)))+(A2*(4*dely))-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(i,My,t)*c(i-1,My,t)))+(2*A4*
(n(i,My,t)*c(i,My,t)))-(A4*(4*delx*n(i,My,t)))-
(A5*16*(dely^2))...
-(2*A6*(n(i,My,t)*c(i,My-1,t)))+(2*A6*
(n(i,My,t)*c(i,My,t)))-(A6*(4*dely*n(i,My,t)))-
(A7*16*(delx^2))...
-(2*A8*(n(i,My,t)*f(i-1,My,t)))+(2*A8*
(n(i,My,t)*f(i,My,t)))-(A8*(4*delx*n(i,My,t)))-
(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(i,My,t)*f(i,My-1,t)))+(2*A10*
(n(i,My,t)*f(i,My,t)))-(A10*(4*dely*n(i,My,t)))
f(i,j,t+1)=(f(i,My,t)+(1+(beta*delt*(n(i,My,t)))-
(gamma*delt*(n(i,My,t))))
c(i,j,t+1)=(c(i,My,t)+(1+(eta*delt*(n(i,My,t))))
else
n(i,j,t+1)=(n(i,j,t)+(2*A1*(n(i-1,j,t)))-(2*A1*
n(i,j,t)))+(A1*4*delx)...
+(2*A2*(n(i,j-1,t)))-(2*A2*n(i,j,t)+(A2*4*
dely)-(A3*16*(delx^2))...
-(2*A4*(n(i,j,t)*c(i-1,j,t)))+(2*A4*(n(i,j,t)
*c(i,j,t)))-(A4*(4*delx*n(i,j,t)))-(A5*16*
(dely^2))...
-(2*A6*(n(i,j,t)*c(i,j-1,t)))+(2*A6*
(n(i,j,t)*c(i,j,t)))-(A6*(4*dely*n(i,j,t)))-
(A7*16*(delx^2))...
-(2*A8*(n(i,j,t)*f(i-1,j,t)))+(2*A8*(n(i,j,t)
*f(i,j,t)))-(A8*(4*delx*n(i,j,t)))-
(A9*16*(dely^2))...
-(2*A10*(n(i,j,t)*f(i,j-1,t)))+(2*A10*
(n(i,j,t)*f(i,j,t)))-(A10*(4*dely*n(i,j,t)))
f(i,j,t+1)=(f(i,j,t)+(1+(beta*delt*(n(i,j,t)))-
(gamma*delt*(n(i,j,t))))

```

```

                c(i,j,t+1)=(c(i,j,t)+(1+(eta*delt*(n(i,j,t))))))
            end
        end
    end
    surf(a,b,n(:,:,t+1))
    grid on

    surf(a,b,f(:,:,t+1))
    grid on

    surf(a,b,c(:,:,t+1))
    grid on
end

figure(7)
contour(a,b,n(:,:,3))
grid on
title('kepadatan sel')
xlabel('Distance x'),ylabel('time t')

figure(8)
contour a,b,f(:,:,3))
grid on
title('fibronektin')
xlabel('Distance x'),ylabel('time t')

figure(9)
contour (a,b,c(:,:,3))
grid on
title('TAF')

```

RIWAYAT HIDUP



Aynin Rizqi Anggraini lahir di Sidoarjo pada tanggal 13 Mei 1996. Memiliki nama panggilan Aynin. Alamatnya berada di dusun Beciro desa Becironggor RT 01 RW 01 kecamatan Wonoayu kabupaten Sidoarjo . Merupakan anak tunggal dari Bapak Abdul Munir dan Ibu Amaniyah.

Riwayat pendidikan yang pernah ditempuh yaitu TK Darma Wanita setelah lulus melanjutkan sekolahnya di SDN Becironggor dan lulus pada tahun 2008. Menempuh pendidikan Sekolah Menengah Pertama Negeri di SMP Negeri 2 Wonoayu lulus pada tahun 2011. Melanjutkan pendidikan Sekolah Menengah Atas di SMA Negeri 1 Wonoayu lulus pada tahun 2014.

Tahun 2014 melanjutkan studi ke jenjang pendidikan strata 1 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil program studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Aktif mengikuti kegiatan pengabdian dan organisasi serta komunitas yang ada di dalam dan di luar (intra atau ekstra) kampus, seperti menjadi anggota Serambi Matematika Aktif, menjadi anggota Organisasi Daerah Putra Delta Sidoarjo, ikut serta menjadi relawan E-theses UIN Maliki Malang, hingga menjadi asisten labotarium program studi Matematika .



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAUALANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Aynin Rizqi Anggraini
NIM : 14610024
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Analisis Numerik Metode Beda Hingga Skema Eksplisit untuk Model Matematika Angiogenesis pada Masalah Penyakit Tumor
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	02 Juli 2019	Konsultasi Bab I, Bab II, dan Bab III	1.
2.	29 Agustus 2019	Revisi Bab I, Bab II, dan Bab III	
3.	24 Januari 2021	Konsultasi Bab III dan IV	3.
4.	25 Januari 2021	Revisi Bab III dan Bab IV	4.
5.	22 Februari 2021	Konsultasi Keagamaan Bab I, Bab II, dan Bab III	5.
6.	25 Februari 2021	Revisi Keagamaan Bab II dan Bab III	6.
7.	25 Februari 2021	ACC Bab I, Bab II, Bab III, dan Bab IV	7.
8.	02 Maret 2021	ACC Keagamaan Bab I, Bab II, dan Bab III	8.
9.	11 Maret 2021	Konsultasi Keseluruhan	9.
10.	11 Maret 2021	ACC Keseluruhan	10.

Malang, 14 Juni 2021
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001