ISOMORFISMA DARI GRUP MATRIKS KE GRUP DIHEDRAL DARI PENEMPATAN BENTENG YANG TIDAK SALING MEMAKAN PADA PAPAN CATUR

SKRIPSI

OLEH
MUHAMMAD RAFLI WAHFIUDDIN
NIM. 17610112

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

ISOMORFISMA DARI GRUP MATRIKS KE GRUP DIHEDRAL DARI PENEMPATAN BENTENG YANG TIDAK SALING MEMAKAN PADA PAPAN CATUR

SKRIPSI

Diajukan kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
MUHAMMAD RAFLI WAHFIUDDIN
NIM. 17610112

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

ISOMORFISMA DARI GRUP MATRIKS KE GRUP DIHEDRAL DARI PENEMPATAN BENTENG YANG TIDAK SALING MEMAKAN PADA PAPAN CATUR

SKRIPSI

Oleh
MUHAMMAD RAFLI WAHFIUDDIN
NIM. 17610112

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 29 Juni 2021

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D
NIP. 19630502 198703 1 005	NIP. 19571005 198203 1 006

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

ISOMORFISMA DARI GRUP MATRIKS KE GRUP DIHEDRAL DARI PENEMPATAN BENTENG YANG TIDAK SALING MEMAKAN PADA PAPAN CATUR

SKRIPSI

Oleh
Muhammad Rafli Wahfiuddin
NIM. 17610112

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana (S.Mat)
Tanggal 29 Juni 2021

Penguji Utama	: Evawati Alisah, M.Pd	…………………
Ketua Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	…………………
Sekretaris Penguji	: Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	…………………
Anggota Penguji	: Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	…………………

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Muhammad Rafli Wahfiuddin
NIM	: 17610112
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Isomorfisma dari Grup Matriks ke Grup Dihedral dari Penempatan Benteng yang Tidak Saling Memakan pada Papan Catur

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan saya tersebut.

Malang, 21 Juni 2021
Yang membuat pernyataan,

Muhammad Rafli Wahfiuddin
NIM. 17610112

MOTO

“Tidak ada yang namanya salah masuk jurusan, yang ada, Allah SWT tidak pernah salah dalam menggariskan keputusan. Sabar, syukuri, dan nikmati untuk menjalani hal besar yang sudah digariskan untukmu**”**

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Ibunda tercinta Dewi Maria Ulva, S.Pd

Kakak tersayang Hafidza Auliya, S.Keb

Adek tersayang Attia Maulidiyah

Nurul Hafidhoh Anwar

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala Puji syukur kita panjatkan kepada Allah SWT, Tuhan yang Maha Esa atas rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan skripsi ini tidak lepas dari kesalahan dan jauh dari kesempurnaan. Untuk itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang bersifat membangun sehingga dapat berguna bagi penulis sendiri maupun pembaca.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan serta dukungan dari berbagai pihak. Untuk itu dalam kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing I atas segala bimbingan, arahan serta saran yang diberikan kepada penulis sehingga skripsi ini dapat di selesaikan dengan baik.

5. Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D, selaku dosen pembimbing II yang telah membimbing dan memberikan arahan dalam penyelesaian skripsi ini.
6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayahanda Dr. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, dan ibunda tercinta Dewi Maria Ulva, S.Pd yang selalu memberikan doa dan semangat dalam menyelesaikan penelitian ini.
8. Kakak Hafidza Auliya, S.Keb dan adek Attia Maulidiyah yang selalu memberikan dukungan untuk menyelesaikan penelitian ini
9. Nurul Hafidhoh Anwar yang selalu memberikan motivasi dan dukungan, serta selalu ada dalam senang & sedihnya pada proses penyelesaian penelitian ini.
10. Seluruh teman-teman HTML (Ayub, Fauzan, Excel, Ifan Ali, Bais, Habib, Nadya, Siti Maftuhah) dan teman-teman lainnya di Program Studi Matematika Angkatan 2017 yang memotivasi dalam proses penyelesaian skripsi ini.
11. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang turut membantu dalam penyelesaian penelitian ini.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 21 Juni 2021

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III PEMBAHASAN

BAB IV PENUTUP

DAFTAR RUJUKAN

LAMPIRAN 1

LAMPIRAN 2

LAMPIRAN 3

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Wahfiuddin, Muhammad Rafli. 2021. **Isomorfisma dari Grup Matriks ke Grup Dihedral dari Penempatan Benteng yang Tidak Saling Memakan pada Papan Catur.** Skripsi. Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd (II) Prof. Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D.

Kata Kunci: grup, grup matriks, grup dihedral, isomorfisma grup, penempatan benteng yang tidak saling memakan.

Grup didefinisikan sebagai himpunan tak kosong dengan suatu operasi biner yang memenuhi 4 aksioma diantaranya bersifat tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas, dan memuat invers. Matriks adalah suatu susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan atau skalar-skalar, bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut dinamakan sebagai entri atau elemen dalam matriks. Grup Matriks adalah suatu himpunan matriks $M_{n\times n}$ yang invertibel dengan operasi biner yang memenuhi 4 aksioma sebagai syarat grup. Grup dihedral-2_n adalah suatu grup yang anggotanya terdiri dari simetri-simetri pada segi n beraturan yang memuat rotasi dan refleksi dan dinyatakan dengan $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots sr^{n-1}\}$. Misalkan G dan H adalah grup, G isomorfik terhadap H jika terdapat suatu pemetaan $f : G \to H$ yang bersifat homomorfisma dimana f merupakan korespondensi 1-1 dan onto, maka f disebut isomorfisma grup. Penempatan benteng yang tidak saling memakan adalah pergerakan benteng pada posisi yang tidak sekolom dan sebaris pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

Pembahasan pada penelitian ini dibatasi pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5. Berdasarkan hasil penelitian ini diperoleh matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran 3×3 adalah sebanyak 6, 4×4 adalah sebanyak 24, dan 5×5 adalah sebanyak 120. Suatu himpunan matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5 dengan operasi perkalian memenuhi 4 aksioma grup yaitu tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas, dan memuat invers. Terdapat isomorfisma dari grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan ke grup dihedral pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5. Bagi penelitian selanjutnya diharapkan untuk dapat meneliti penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $n \times n$.

ABSTRACT

Wahfiuddin, Muhammad Rafli. 2021. **Isomorphism from a Matrix Group to a Dihedral Group of Non-Capturing Rook Placement on a Chessboard.** Thesis. Mathematics Departement, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisiors: (I) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd (II) Prof. Dr. H. Turmudi,M.Si, Ph.D.

Keywords: groups, matrix groups, dihedral groups, group isomorphisms, non-capture rooks placements.

A group is defined as a non-empty set with a binary operation that satisfies four axioms including being closed, associative, having an identity element, and containing an inverse. The matrix is a right-angled arrangement of numbers or scalars, the numbers in the array are called entries or elements in the matrix. The group matrix in this study is a set of $M_{n\times n}$ invertible matrices with binary operations that meet four axioms as group conditions. A dihedral-2_n group is a group whose members consist of symmetries in a regular n-sided which contain rotations and reflections and are denoted by $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$. Let G and H be groups, G is isomorphic to H if there is a homomorphism $f : G \to H$ mapping where f is a 1-1 and onto correspondence, then f is called a group isomorphism. The placement of rooks that do not capture each other is the placement of rooks in positions that are not in a column nor a row on $3 \times 3, 4 \times 4$, and 5×5 chessboard.

The discussion in this study is limited to a $3 \times 3, 4 \times 4,$ and 5×5 chessboard. Based on the results of this study, the matrix for the placement of rooks that did not capture each other on a chessboard of size 3×3 is 6, 4×4 is 24, and 5×5 is 120. A set of matrices for the placement of rooks that did not capture each other on chessboard of size 3×3,4×4, and 5×5 with multiplication operation fulfills four group axioms, namely closed, associative, has identity elements, and contains inverse. There was an isomorphism of the matrix group from the placement of the rooks that do not capture each other to the dihedral groups on a chessboard of size $3 \times 3, 4 \times 4$, and 5×5. For further research, it is expected to be able to examine the placement of rooks that do not capture each other on a chessboard of size $n \times n$.

ملخص

وحفي الدين، محمد رفلي. ١ ٢ ٠ ٢. **تساوي الشكل الزمرة المصفوفة إلى الزمرة الزوجية من موضعة القلعة التي لاتمسك على رقعة الشطرنج.** بحث جامعي. قسم الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة مولانا مالك إبراهم مالانج. المشرف (١) الدكتور الحاج إمام سوجارو الماجستير, المشرف (٢) الاستاذ الدكتور الحاج ترمذي الماجستير.

الكليمة المفتاحية: الزمرة, الزمرة المصفوفة, الزمرة الزوجية, تساوي الشكل الزمرة, موضعة القلعة التي لاتمسك على رقعة الشطرنج.

عرف الفرقة بصفة مجموعة التي تتضمن بعمالية الثنائية المملؤة المسلمة الأربع منها مغلق، منظمة، لديها عامل الهوية، ومعكوس. صفوف هي تركيب المربع القائم من أعداد أو عددي. العدد في هذا التركيب يسمى بمداخل أعوامل المصفوفة. فرقة المصفوفة في هذه البحث يعني مجوعة الصفوف $M_{n\times n}$ التي تمكن عكسها على عمالية الثنائية التي مملوء أربع مسلمات بصفة شرط الفرقة. فرقة الثنائية $2n-$ هي مجموعة التي عضوها تتركب على تناسقات في وجهة n منظمة التي تتضمن الدورة والمنعكس ويحقق على $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots sr^{n-1}\}$. فرقة g متشابه على H عندما ظهرت عمالية $f : G \rightarrow H$ وهو تماثل حيث تكون f هي المراسلات 1-1 وأونتو، لذلك سمي f بتماثل الفرقة المصفوفة من موضع الرخ التي غير الآكلة هو تحرك الرخ في موضوع غير عمود وصف على رقعة الشطرنج بقياس 3×3، 4×4، و5×5.

المباحث في هذا البحث محدود على رقعة الشطرنج التي قياسها 3×3، 4×4، و5×5. على أساس نتائج البحث يناله الصفوف من موضع الرخ غير الآكلة على رقعة الشطرنج قياسها 3×3 بلغ على6 ،4×4 بلغ على 24، و5×5 بلغ على 120. فرقة الصفوفة من موضع الرخ غير الآكلة في رقعة الشطرنج قياسها 3×3، 4×4 و5×5 بعمالية الضرب التي مملوء أربع مسلمات يعني مغلق، منظمة، لديها عامل الهوية، ومعكوس. هناك التشابه فرقة المصفوفة من موضع الرخ غير الآكلة إلى فرقة الثنائية في رقعة الشطرنج التي قياسها 5×5. يرجى في الباحث التالي لبحث موضع الرخ التي غير الآكلة في رقعة الشطرنج قياسها $n \times n$.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Berbagai macam permasalahan dalam kehidupan manusia memerlukan penyelesaian permasalahan yaitu melalui suatu metode dan ilmu bantu tertentu. Matematika merupakan ilmu bantu yang dapat digunakan untuk membantu memecahkan permasalahan dalam kehidupan manusia dengan cara berpikir secara logika. Ilmu matematika yang dapat digunakan untuk membantu menyelesaikan permasalahan salah satunya menggunakan ilmu aljabar. Aljabar merupakan suatu cabang ilmu matematika yang mempelajari konsep atau prinsip penyederhanaan serta pemecahan masalah dengan menggunakan simbol atau huruf tertentu. Banyak materi yang dapat dibahas dalam aljabar, salah satunya adalah materi dasar tentang Grup. Grup didefinisikan sebagai himpunan tak kosong dengan suatu operasi biner yang berlaku memenuhi beberapa aksioma-aksioma. Misalkan $(G,*)$ dinyatakan grup jika dan hanya jika operasi $*$ bersifat tertutup di G, operasi $*$ bersifat assosiatif di G, G memiliki elemen identitas terhadap operasi $*$, dan G memuat invers setiap elemen terhadap operasi $*$. Apabila salah satu aksioma tidak terpenuhi, maka bukan merupakan grup (Gilbert,2009). Salah satu grup yang terdapat pada aljabar dan banyak digunakan untuk penelitian yaitu grup dihedral. Grup Dihedral merupakan suatu grup dari himpunan yang anggotanya merupakan simetri-simetri dari segi n beraturan (poligon-n) dan dapat dinotasikan sebagai D_{2n}. Anggota grup dihedral D_{2n} dibangun dari rotasi (r) dan refleksi (s). Artinya suatu poligon-n dapat menempati bingkai simetri dengan rotasi yang dinyatakan sebagai r dan refleksi yang dinyatakan sebagai s (Dummit dan Foote, 2004).

Matriks merupakan suatu susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan atau skalar-skalar. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut sebagai entri atau elemen dalam matriks. Ukuran suatu matriks atau disebut ordo dapat dinyatakan sebagai baris (horizontal) dan kolom (vertikal). Suatu matriks dinotasikan dengan huruf kapital, seperti A, B, C, dan sebagainya. Matriks M berordo $m \times n$ artinya banyak baris sebanyak m dan banyak kolom sebanyak n atau dapat dinotasikan sebagai $M_{m\times n}$ (Kusumawati,2014). Secara umum,himpunan $M_{m\times n}$ untuk semua matriks berordo $m \times n$ dengan operasi penjumlahan matriks merupakan sebuah grup, namun himpunan $M_{n\times n}$ untuk semua matriks berordo $n \times n$ dengan operasi perkalian matriks bukan sebuah grup, karena matriks yang semua entrinya nol tidak mempunyai invers. Himpunan matriks yang invertible yaitu $M_{n\times n}$ dapat dinyatakan sebuah grup terhadap operasi $*$ atau dapat ditulis $(M_{n\times n},*)$ apabila memenuhi empat aksioma grup, diantaranya bersifat tertutup, asosiatif, memiliki elemen identitas, dan memiliki elemen invers (Dewi dkk, 2011).

Salah satu jenis fungsi yang ada pada grup yaitu isomorfisma grup. Isomorfisma grup dapat dikatakan mengawetkan operasi atau mempertahankan operasi. Misal $(G,*)$ terhadap $(H,\#)$ dikatakan isomorfik (isomorphic) dan dinotasikan dengan $G \cong H$ jika terdapat suatu pemetaan $f : G \to H$ yang homomorfisma grup dan memenuhi sifat 1-1 (satu-satu) dan onto, maka f disebut sebagai isomorfisma grup (Hidayat, 2017).

Al-Quran merupakan kitab suci umat islam yang berfungsi sebagai petunjuk atau pedoman hidup bagi manusia untuk dibaca, dipahami, dan diamalkan. Allah SWT berfirman dalam kandungan ayat al-quran surat Ali-Imran/3:190-191 yaitu berbunyi

اِنَّ فِيْ خَلْقِ السَّمٰوٰتِ وَالْاَرْضِ وَاخْتِلَافِ الَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَاٰيٰتٍ لِّاُولِى الْاَلْبَابِۙ الَّذِيْنَ يَذْكُرُوْنَ اللّٰهَ قِيَامًا
وَّقُعُوْدًا وَّعَلٰى جُنُوْبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُوْنَ فِيْ خَلْقِ السَّمٰوٰتِ وَالْاَرْضِۚ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هٰذَا بَاطِلًاۚ سُبْحٰنَكَ
فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ

Artinya: *"Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan pergantian malam dan siang terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah) bagi orang yang berakal, (yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri, duduk atau dalam keadaan berbaring, dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata), "Ya Tuhan kami, tidaklah Engkau menciptakan semua ini sia-sia; Mahasuci Engkau, lindungilah kami dari azab neraka."*

Pada QS. Ali-Imran/3:190-191 menjelaskan bahwa dalam penciptaan langit dan bumi serta silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda kekuasaan Allah SWT bagi ulul albab. Ulul Albāb yang dimaksud yaitu sebagai orang-orang yang berakal yang memiliki dua ciri utama yakni dzikir dan pikir. Berdzikir dalam segala kondisi baik saat berdiri, duduk ataupun berbaring. Mentafakkuri (memikirkan) penciptaan alam ini hingga sampai pada kesimpulan bahwa Allah SWT menciptakan alam tidak ada yang sia-sia. Maka berdoa kepada Allah SWT, memohon perlindungan dari siksa neraka. Allah SWT memerintahkan manusia untuk menggunakan akalnya dengan sebaik-baiknya. Dengan menggunakan akal, manusia akan mampu berfikir, mampu mengamati, serta mampu menganalisa terkait hal apapun yang telah diciptakan oleh Allah SWT. Karena akal yang dimiliki manusia merupakan alat untuk berfikir, maka islam memerintahkan manusia untuk menuntut ilmu, bukan hanya dalam ilmu agama tetapi juga ilmu-ilmu yang lainnya (Musfir, 2005).

Aljabar dapat berguna dalam sebuah permainan salah satunya permainan catur. Notasi aljabar yang digunakan dalam sebuah permainan catur berfungsi untuk merekam dan menjelaskan setiap langkah buah catur dalam permainan. Notasi ini disebut dengan koordinat yang merupakan system untuk mengidentifikasi setiap kotak pada papan catur. Catur merupakan permainan peperangan pikiran yang dimainkan oleh dua orang pemain dengan menggunakan dua variasi catur yang berbeda warna yaitu warna putih dan warna hitam serta dikendalikan oleh masing-masing pemain. Banyak manfaat yang didapatkan dalam memainkan permainan catur bagi manusia yaitu selain untuk hiburan dapat juga untuk olahraga. Mengingat dalam permainan catur yang banyak bergerak adalah otak dalam berfikir, sehingga mampu mempengaruhi pada perkembangan intelektual (Murray, 2012).

Dalam hal ini penulis ingin mengkaji tentang isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari masalah benteng dalam permainan catur, karena permainan catur merupakan permainan yang banyak digemari di Indonesia baik dikalangan usia muda dan tua. Dalam permainannya, catur mengandalkan analisa dan ketajaman otak para pemain, disertai keterampilan strategi dalam menentukan langkah, rencana dan resiko, serta menentukan kapan harus berkorban agar menang, sehingga adu strategi pun digunakan dalam permainan tersebut. Benteng merupakan salah satu anggota dalam permainan catur yang memiliki peran penting dalam permainan catur yaitu untuk memperkuat pertahanan. Benteng dapat bergerak dalam sejumlah petak secara horizontal dan vertical.

Penelitian tentang permainan catur sebelumnya telah dilakukan oleh (Hidayat, 2011) yang meneliti tentang deskripsi langkah benteng pada papan catur $n \times n$ dengan menggunakan algoritma backtracking. Dalam penelitian tersebut hanya menentukan langkah benteng dalam papan catur $n \times n$. Sehingga untuk penelitian selanjutnya penulis tertarik untuk meneliti tentang masalah penempatan benteng pada papan catur yang membentuk himpunan matriks menjadi sebuah grup dan menunjukkan isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan karena penelitian ini belum ada sebelumnya.

Berdasarkan paparan diatas tersebut, maka penelitian yang akan dilakukan penulis diberi judul tentang “Isomorfisma dari Grup Matriks ke Grup Dihedral dari penempatan Benteng yang tidak saling memakan pada papan catur.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan diatas, maka rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menentukan matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5?
2. Bagaimana menentukan grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5?
3. Bagaimana isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan diatas, maka tujuan dalam penelitian yang akan dibahas ini adalah:

1. Mengetahui matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.
2. Mengetahui grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.
3. Mengetahui isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat dalam penelitian ini adalah sebagai ilmu baru dan bahan kajian baru bagi peneliti selanjutnya untuk menentukan matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $n \times n$, untuk menentukan grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $n \times n$, dan untuk mengetahui isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $n \times n$.

1.5 Batasan Masalah

Agar penelitian ini fokus, maka penulis memberikan batasan masalah pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

1.6 Metode Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan metode studi literatur. Pengumpulan data dilakukan dengan mencari bahan –bahan ke perpustakaan sebagai landasan teori yang berhubungan dengan permasalahan yang dijadikan objek penelitian. Untuk menyelesaikan penelitian dalam skripsi ini, adapun langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Menentukan matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5
   - Menggambarkan penempatan benteng yang tidak saling memakan.
   - Membentuk himpunan dan merubah menjadi bentuk matriks.
2. Menentukan grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

- Membentuk tabel cayley dari himpunan matriks dengan operasi perkalian.
- Membuktikan himpunan matriks dengan operasi perkalian memenuhi syarat sebagai grup.

3. Isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.
   - Menjabarkan anggota dan membentuk tabel cayley dari grup dihedral D_6.
   - Menentukan korespondesi satu-satu (1-1) dan onto dari tabel cayley grup matriks ke grup dihedral.
   - Menunjukkan isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral menggunakan diagram panah.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari 4 bab, masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Bab ini penulis menjelaskan beberapa teori-teori yang berhubungan dengan penelitian ini, yaitu mengenai grup, grup dihedral, matriks, grup pada himpunan matriks yang invertibel, permainan catur, dan kajian agama.

Bab III Pembahasan

Bab ini berisi tentang matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4,$ dan $5 \times 5,$ himpunan matriks dengan operasi perkalian matriks membentuk struktur grup pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4,$ dan $5 \times 5,$ dan isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4,$ dan $5 \times 5.$

Bab IV Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari pembahasan hasil penelitian dan saran yang berkaitan dengan hasil penelitian

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Grup

2.1.1 Definisi Operasi Biner

Dummit dan Foote (2004) mendefinisikan operasi biner memenuhi aksioma - aksioma sebagai berikut:

a) Suatu operasi biner $*$ pada himpunan tak kosong H merupakan suatu fungsi $*: \mathrm{H} \times \mathrm{H} \rightarrow \mathrm{H}$. Untuk setiap $x, y \in H$, maka $*(x, y)$ dapat ditulis dengan $x * y$.

b) Suatu operasi biner $*$ pada himpunan H bersifat asosiatif jika untuk setiap $x, y, z \in H$, maka berlaku $x * (y * z) = (x * y) * z$.

c) Jika $*$ adalah operasi biner pada himpunan tak kosong H, maka elemen x dan y di H saling komutatif jika $x * y = y * x$. Operasi biner $*$ disebut komutatif di H jika untuk setiap $x, y \in H$, maka $x * y = y * x$.

Contoh:

Operasi $+$ penjumlahan adalah suatu operasi biner komutatif pada $\mathbb{Z}$. Himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$, $f(a + b) = a + b = b + a$ adalah operasi biner komutatif karena jumlah dari dua bilangan bulat adalah bilangan bulat.

2.1.2 Definisi Grup

Linda Gilbert dan Jamie Gilbert mendefinisikan suatu grup $(G,*)$ dimana G merupakan himpunan tak kosong dengan $*$ merupakan operasi biner yang memenuhi aksioma - aksioma sebagai berikut:

a) Operasi $*$ bersifat tertutup di G jika untuk setiap $x \in G$ dan $y \in G$, maka berlaku $x * y \in G$.

b) Operasi $*$ bersifat assosiatif di G jika untuk setiap $x, y, z \in G$, maka berlaku $x * (y * z) = (x * y) * z$.

c) G mempunyai elemen identitas e terhadap operasi $*$ jika untuk semua $x \in G$, maka berlaku $x * e = e * x = x$.

d) G memuat invers terhadap operasi $*$ jika untuk setiap $x \in G$ dan $y \in G$, maka berlaku $x * y = y * x = e$.

Contoh:

$\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat. $\mathbb{Z}$ terhadap operasi biner penjumlahan $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup karena memenuhi aksioma grup, yaitu:

1. Untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}$ maka $a + b \in \mathbb{Z}$. Sehingga dalam hal tersebut jumlah dari dua bilangan bulat adalah juga bilangan bulat.
2. Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ maka $a + (b + c) = (a + b) + c$. Sehingga $\mathbb{Z}$ dengan operasi + (penjumlahan) memenuhi sifat assosiatif.
3. Terdapat unsur identitas yaitu $0 \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + 0 = 0 + a = a$ untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$.
4. Untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$ terdapat a^{-1} maka $a + a^{-1} = I$. Sehingga elemen di $\mathbb{Z}$ memiliki invers terhadap operasi + (penjumlahan).

2.2 Grup Dihedral

Dummit dan Foote (2004) mendefinisikan grup dihedral yang merupakan grup dari segi-n beraturan (simetri-simetri) dan dinotasikan dengan D_{2n}, dimana setiap n merupakan bilangan positif untuk $n \geq 3$. Pada buku lainnya grup dihedral ditulis dengan D_n. Grup dihedral atau D_{2n} dapat didefinisikan sebagai st untuk setiap $s, t \in D_{2n}$ yang didapat pada penerapan pertama t kemudian s pada segi-n beraturan (segi-n berfungsi sebagai simetri, sehingga fungsi komposisi adalah st).

Jika s, t adalah akibat permutasi dari titik-titik yang berturut-turut yaitu σ, τ maka st adalah akibat $\sigma \circ \tau$. Operasi biner pada D_{2n} bersifat asosiatif dikarenakan fungsi komposisi merupakan asosiatif. Identitas D_{2n} yaitu identitas dari simetri dan dapat dinotasikan sebagai 1, invers dari $s \in D_{2n}$ merupakan kebalikan dari putaran simetri s (jika s akibat dari permutasi pada titik σ, s^{-1} merupakan akibat dari σ^{1}) (Dummit dan Foote, 2004:24).

Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif, maka diperlukan beberapa notasi dan beberapa perhitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati D_{2n} sebagai berikut (Dummit dan Foote, 2004:25):

1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$ dan $r^n = 1$, jadi $|r| = n$.
2. $|s| = 2$
3. $s \neq r^i, \forall i, i = 1, 2, \dots, n$
4. $sr^i \neq sr^j, 0 \leq i, j \leq n - i$ dengan $i \neq j$. Jadi $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$, yaitu untuk setiap elemen dapat dituliskan secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk $k = 0$ atau 1 dan $0 \leq i \leq n - 1$
5. $sr = r^{-1}s$
6. $sr^i = r^{-i}s, 0 \leq i \leq n$

Sebagai contoh D_6 adalah grup dihedral yang memuat semua simetri (rotasi dan refleksi) pada bagun segitiga sehingga $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$.

2.3 Matriks

2.3.1 Definisi Matriks

Matriks merupakan suatu susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan atau skalar-skalar. Bilangan-bilangan dalam jajaran tersebut disebut sebagai entri atau elemen dalam matriks. Ordo atau ukuran suatu matriks dapat dinyatakan sebagai baris (horizontal) dan kolom (vertikal). Suatu matriks dinotasikan dengan huruf kapital, seperti A, B, C, dan sebagainya.

Contoh :

$$\boldsymbol{M_{m\times n}} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Misalkan $\boldsymbol{M}$ merupakan matriks dengan $i = 1,2, \dots, m$ dan $j = 1,2, \dots, n$. Susunan diatas tersebut merupakan sebuah matriks m kali n atau biasa yang ditulis sebagai $m \times n$ karena memiliki m sebagai baris dan n sebagai kolom. Karena $\boldsymbol{M}$ adalah sebuah matriks, maka a_{ij} menyatakan entri yang terdapat dalam baris i dan kolom j dari $\boldsymbol{M}$ sehingga dapat ditulis $\boldsymbol{M} = [a_{ij}]$ (Kusumawati, 2014:9).

2.3.2 Jenis Matriks

Terdapat beberapa jenis matriks yang perlu diketahui dan digunakan yaitu:

1. Matriks Bujur Sangkar (Kusumawati, 2014:10).

   Matriks bujur sangkar merupakan matriks yang memiliki banyak baris (n-baris) sama dengan banyaknya kolom (n-kolom), dan entri-entri $a_{11}a_{22}, \dots, a_{nn}$ dikatakan berada pada diagonal utama. Jumlah dari semua entri-entri diagonal utama disebut trace (disingkat Tr) dari matriks tersebut.

   Contoh:

   $A_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$. Matriks A merupakan matriks berordo 2×2 dengan elemen-elemen diagonal utama nya adalah 3 dan 4. Maka : $Tr(A) = 3 + 4 = 7$.

2. Matriks Nol (Kusumawati, 2014:11).

Matriks nol merupakan matriks yang semua entrinya sama dengan 0, dan biasanya dinotasikan dengan O.

Contoh:

$$O_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \;;\quad O_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Matriks Segitiga (Kusumawati, 2014:11).

Matriks segitiga merupakan matriks bujur sangkar yang entri-entrinya dibawah atau diatas diagonal utama bernilai nol.

Contoh:

a. Matriks Segitiga Atas

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

b. Matriks Segitiga Bawah

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

4. Matriks Diagonal (Kusumawati, 2014:12).

Matriks diagonal merupakan matriks yang semua entri-entrinya bernilai nol, kecuali entri-entri diagonal utamanya, biasanya dinotasikan dengan D.

Contoh:

$$D = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

5. Matriks Identitas (Kusumawati, 2014:12).

Matriks identitas atau matriks satuan merupakan matriks diagonal yang entri-entri diagonal utamanya bernilai 1 dan dilambangkan dengan I.

Contoh:

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; ; \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Matriks Skalar (Kusumawati, 2014:13).

Matriks skalar merupakan matriks yang entri-entri pada diagonal utamanya bernilai sama, tetapi bukan bernilai 1.

Contoh:

$$K = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

2.3.3 Operasi Matriks

1. Operasi Penjumlahan

Jika A dan B adalah sebarang dua matriks yang ukurannya sama, maka jumlah $A + B$ merupakan matriks yang diperoleh dengan menambahkan entri yang bersesuaian dengan matriks tersebut. Matriks yang ukurannya berbeda tidak dapat dijumlahkan (Ngapiningsih dkk, 2020:56).

Contoh:

Misalkan $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

$$A + B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1+5 & 3+6 \\ 2+7 & 4+9 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

2. Operasi Perkalian

a) Perkalian matriks dengan skalar

Jika A adalah suatu matriks dan c adalah suatu skalar, maka hasil kali dari $c \times A$ adalah matriks yang diperoleh mengalikan masing-masing entri dari A dengan c. Dengan demikian hasil perkalian skalar dan matriks A berupa matriks dengan elemen-elemen ka_{ij} (Ngapiningsih dkk, 2020:57).

Contoh:

Misalkan $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $D = i$

Maka $iC = i \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1i & 2i \\ 3i & 4i \end{bmatrix}$

b) Perkalian matriks dengan matriks

Perkalian matriks dengan matriks yaitu dengan mengalikan tiap elemen pada baris matriks sebelah kiri dengan kolom matriks sebelah kanan, lalu hasilnya dijumlahkan (Kurnianingsih, 2006:133).

Contoh:

Misalkan $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan $B \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$

Maka $A \times B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \times p + b \times r & a \times q + b \times s \\ c \times p + d \times r & c \times q + d \times s \end{bmatrix}$

2.4 Grup pada Himpunan Matriks yang Invertibel

Dewi dkk (2011) mendefinisikan matriks bujur sangkar (square matrix) adalah matriks yang jumlah baris dan kolomnya sama, dan dinotasikan sebagai matriks $A_{n,n} = A_n$.

Bukti:

$A \in M_2$, A merupakan suatu matriks berukuran 2×2 yang terkandung di M_2, yaitu

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \text{ maka } \det(A) = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq$$

Menurut Arifin (2000) jika A dan B adalah matriks bujur sangkar dengan ordo yang sama, maka $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

Bukti:

$A, B \in M_2$, yaitu

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

Diberikan operasi perkalian sehingga dapat diperoleh hasil kali sebagai berikut:

$$A \times B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{pmatrix}$$

Determinan hasil kali AB memenuhi

$$\det(AB) = \det(A)\det(B)$$

Dengan demikian, untuk matriks A dan B di M_2, $A \times B$ (hasil kali) juga di M_2. Dengan kenyataan ini, pengaitan $(A, B) \to AB$ yang didefinisikan untuk semua pasang (A, B) di M_2, yaitu suatu pemetaan

$$\times : \ M_2 \times M_2 \to M_2$$

Dengan operasi kali pada M_2 telah menjadikan himpunan M_2 merupakan grup atau suatu sistem matematika (M_2,×).

Selanjutnya menurut Arifin (2000) pada suatu sistem matematika atau yang dikenal dengan sebutan grup yaitu (M_2,×) berlaku sifat sebagai berikut:

1. Setiap matriks A, B, C di M_2 memenuhi sifat asosiatif $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$.
2. Terdapat matriks kesatuan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ di M_2 dengan sifat $A \times I = I \times A = A$ untuk semua matriks A di M_2.
3. Untuk setiap matriks A di M_2 terdapat matriks A^{-1} di M_2 yang memenuhi $A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = I$. Matriks A^{-1} disebut balikan atau invers dari A.

Akan dibuktikan bahwa himpunan matriks bujur sangkar dengan ordo yang sama yaitu $M_{n\times n}$ merupakan grup terhadap operasi perkalian matriks.

Bukti:

1. Bersifat Tertutup

Jika untuk setiap matriks $A_n, B_n \in M_{n\times n}$, maka $A_n, B_n \in M_{n\times n}$ dapat dikatakan bersifat tertutup.

Bukti:

Ambil $A_n, B_n, C_n \in M_{n\times n}$

$$A_n \times B_n = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (ab)_{11} + a_{12}b_{21} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & \cdots & a_{11}b_{1n} + a_{12}b_{2n} + \cdots + a_{1n}b_{nn} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}b_{11} + a_{n2}b_{21} + \cdots + a_{nn}b_{n1} & \cdots & a_{n1}b_{1n} + a_{n2}b_{2n} + \cdots + a_{nn}b_{nn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_{i,j=1}^{n} a_{1j}b_{i1} & \cdots & \sum_{i,j=1}^{n} a_{1j}b_{in} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i,j=1}^{n} a_{nj}b_{i1} & \cdots & \sum_{i,j=1}^{n} a_{nj}b_{in} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix} \in M_{n\times n}$$

2. Bersifat Asosiatif

Jika untuk setiap matriks $A_n, B_n, C_n \in M_{n\times n}$, maka $A_n, B_n, C_n \in M_{n\times n}$ dapat dikatakan bersifat asosiatif.

Bukti:

Ambil $A_n, B_n, C_n \in M_{n\times n}$

$$[(AB)C]_{ij} = \sum_{i=1}^{n} [AB]_{ij} C_{ij}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, b_{ij} \right) c_{ij}$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{ij} c_{ij} \right)$$

$$= \left(\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} a_{ij} b_{ij} c_{ij} \right)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left(\sum_{i=1}^{n} b_{ij} c_{ij} \right)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, [bc]_{ij}$$

$$= [A(BC)]_{ij}$$

3. Untuk setiap $A_n \in M_{n\times n}$ terdapat matriks identitas $I_n \in M_{n\times n}$ sehingga $I_n A_n = A_n I_n = A_n$.

Bukti:

Matriks identitas adalah matriks bujur sangkar yang semua unsur diagonal utamanya sama dengan 1, dan semua unsur lainnya sama dengan nol. Secara umum matriks identitas dapat ditulis sebagai berikut:

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_n I_n = I_n A_n$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & \cdots & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & \cdots & i_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{n1} & i_{n2} & \cdots & i_{nn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & \cdots & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & \cdots & i_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{n1} & i_{n2} & \cdots & i_{nn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}i_{11} + a_{12}i_{21} + \cdots + a_{1n}i_{n1} & a_{11}i_{12} + a_{12}i_{22} + \cdots + a_{1n}i_{n2} & \cdots & a_{11}i_{1n} + a_{12}i_{2n} + \cdots + a_{1n}i_{nn} \\ a_{21}i_{11} + a_{22}i_{21} + \cdots + a_{2n}i_{n1} & a_{21}i_{12} + a_{22}i_{22} + \cdots + a_{2n}i_{n2} & \cdots & a_{21}i_{1n} + a_{22}i_{2n} + \cdots + a_{2n}i_{nn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1}i_{12} + a_{n2}i_{22} + \cdots + a_{nn}i_{nn} & a_{n1}i_{12} + a_{n2}i_{22} + \cdots + a_{nn}i_{n2} & \cdots & a_{n1}i_{1n} + a_{n2}i_{2n} + \cdots + a_{nn}i_{nn} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} i_{11}a_{11} + i_{12}a_{21} + \cdots + i_{1n}a_{n1} & i_{11}a_{12} + i_{12}a_{22} + \cdots + i_{1n}a_{n2} & \cdots & i_{11}a_{1n} + i_{12}a_{2n} + \cdots + i_{1n}a_{nn} \\ i_{21}a_{11} + i_{22}a_{21} + \cdots + i_{2n}a_{n1} & i_{21}a_{12} + i_{22}a_{22} + \cdots + i_{2n}a_{n2} & \cdots & i_{21}a_{1n} + i_{22}a_{2n} + \cdots + i_{2n}a_{nn} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{31}a_{12} + i_{32}a_{22} + \cdots + i_{3n}a_{n2} & i_{31}a_{12} + i_{32}a_{22} + \cdots + i_{3n}a_{n2} & \cdots & i_{n1}a_{1n} + i_{n2}a_{2n} + \cdots + i_{nn}a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sum_{i,j=1}^{n} a_{1j}i_{i1} & \sum_{i,j=1}^{n} a_{1j}i_{i2} & \cdots & \sum_{i,j=1}^{n} a_{1j}i_{in} \\ \sum_{i,j=1}^{n} a_{2j}i_{i1} & \sum_{i,j=1}^{n} a_{2j}i_{i2} & \cdots & \sum_{i,j=1}^{n} a_{2j}i_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i,j=1}^{n} a_{nj}i_{i2} & \sum_{i,j=1}^{n} a_{nj}i_{i2} & \cdots & \sum_{i,j=1}^{n} a_{nj}i_{in} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$A_n = A_n$$

4. Untuk setiap $A_n \in M_{n\times n}$ terdapat matriks invers tunggal yang dinotasikan $A^{-1} \in M_{n\times n}$, sedemikian sehingga $A^{-1}A_n = A_nA^{-1} = I_n$.

Bukti:

Misal $A_n \in M_{n\times n}$

$$A_n{}^{-1} = \frac{1}{\det(A_n)} adj(A_n)$$

$\det(A) = a_{1j}K_{1j} + a_{2j}K_{2j} + \cdots + a_{nj}K_{nj}$

$$= \sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj} \,; j = 1,2,\dots,n$$

$${A_n}^{-1} = \frac{1}{a_{1j}K_{1j} + a_{2j}K_{2j} + \cdots + a_{nj}K_{nj}} \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{pmatrix}$$

$${A_n}^{-1} = \frac{1}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{pmatrix}$$

$${A_n}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{K_{11}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} & \frac{K_{12}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} & \dots & \frac{K_{1n}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} \\ \frac{K_{21}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} & \frac{K_{22}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} & \cdots & \frac{K_{2n}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{K_{n1}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} & \frac{K_{n2}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} & \cdots & \frac{K_{nn}}{\sum_{t=1}^{n} a_{tj}K_{tj}} \end{pmatrix}$$

$${A_n}^{-1} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

Andaikan $A_nA^{-1} = I_n$

Maka $A_nA^{-1} = I_n$

$A^{-1} = {A_n}^{-1}I_n$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & \dots & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & \cdots & i_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{n1} & i_{n2} & \cdots & i_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & \dots & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & \cdots & i_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{n1} & i_{n2} & \cdots & i_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

Andaikan $A^{-1}A = I_n$

Maka $A^{-1}A = I_n$

$A^{-1} = IA^{-1}$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & \dots & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & \cdots & i_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{n1} & i_{n2} & \cdots & i_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{11} & i_{12} & \dots & i_{1n} \\ i_{21} & i_{22} & \cdots & i_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ i_{n1} & i_{n2} & \cdots & i_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nn} \end{pmatrix}$$

Terbukti bahwa $A^{-1}A_n = A_nA^{-1} = I_n$

Contoh 2.4.1

Matriks permutasi adalah matriks yang dapat diperoleh dari matriks identitas I_n dengan menukar baris satu kali atau lebih (mengubah baris). Untuk $n = 3$, maka matriks permutasinya adalah I_3 dan lima matriks lainnya sebagai berikut:

$$I_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \quad P_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \hline \end{array} \quad P_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \end{array}$$

$$P_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \end{array} \quad P_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \end{array} \quad P_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \hline \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \hline \end{array}$$

Misalkan $G = \{I_3, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$ adalah Grup dengan banyak unsur 6. Berikut adalah tabel cayley dari himpunan matriks permutasi G dengan operasi perkalian matriks.

$\times$	I_3	P_3	P_5	P_1	P_4	P_2
I_3	I_3	P_3	P_5	P_1	P_4	P_2
P_3	P_3	P_5	I_3	P_4	P_2	P_1
P_5	P_5	I_3	P_3	P_2	P_1	P_4
P_1	P_1	P_2	P_4	I_3	P_5	P_3
P_4	P_4	P_1	P_2	P_3	I_3	P_5
P_2	P_2	P_4	P_1	P_5	P_3	I_3

Dari tabel diatas dapat kita ketahui bahwa suatu himpunan matriks permutasi G dengan operasi perkalian $(G,\times)$ adalah Grup jika dan hanya jika:

1. Untuk setiap $p \in G$ dan $q \in G$ maka berlaku $p \times q \in G$, sehingga operasi $\times$ bersifat tertutup di G.
2. Untuk setiap $p, q, r \in G$ maka berlaku $p \times (q \times r) = (p \times q) \times r$, sehingga operasi $\times$ bersifat asosiatif di G.
3. G memiliki elemen identitas terhadap operasi perkalian yaitu $I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

   Untuk setiap $p \in G$ berlaku $p \times I_3 = I_3 \times p = p$

   $p \times I_3 = p$ maka I_3disebut elemen identitas kanan

   $I_3 \times p = p$ maka I_3 disebut elemen identitas kiri
4. Setiap elemen di G memiliki invers terhadap operasi perkalian, untuk setiap $p \in G$ terdapat p^{-1} maka berlaku $p \times p^{-1} = p^{-1} \times p = I_3$ (Identitas)

   $$I_3{}^{-1} = I_3, P_3 = P_5,\ P_5{}^{-1} = P_3,\ P_1{}^{-1} = P_1,\ P_4{}^{-1} = P_4,\ P_2{}^{-1} = P_2$$

2.5 Isomorfisma Grup

Definisi homomorfisma menurut Gallian (2010) adalah sebagai berikut: Misal $(G,*)$ dan $(H,\circ)$ adalah suatu grup. Fungsi pemetaan $f : G \to H$ disebut homomorfisma grup, jika fungsi f memenuhi operasi $f(x * y) = f(x) \circ f(y)$ untuk setiap $x, y \in G$.

Definisi isomorfisma grup menurut Gallian (2010) adalah sebagai berikut: Misalkan $(G,*)$ dan $(H,\circ)$ keduanya adalah grup. Jika $f : (G,*) \to (H,\circ)$ adalah suatu homomorfisma, maka f disebut isomorfisma grup apabila f merupakan korespondensi 1-1 (satu-satu) dan onto. Selanjutnya, jika $f : (G,*) \to (H,\#)$ merupakan isomorfisma grup maka $(G,*)$ disebut isomorfik terhadap $(H,\#)$ dan dapat dinotasikan dengan $G \cong H$.

Contoh:

Dengan terbuktinya contoh 2.4.1 merupakan grup, selanjutnya akan ditunjukkan bahwa dari contoh 2.4.1 tersebut isomorfik terhadap grup $S(A) = \{I_A, \rho, \rho^2, \sigma, \gamma, \delta\}$, dimana $S(A)$ adalah himpunan semua permutasi pada A. Berikut adalah tabel cayley dari himpunan semua permutasi pada A.

	I_A	ρ	ρ^2	σ	γ	δ
I_A	I_A	ρ	ρ^2	σ	γ	δ
ρ	ρ	ρ^2	I_A	γ	δ	σ
ρ^2	ρ^2	I_A	ρ	δ	σ	γ
σ	σ	δ	γ	I_A	ρ^2	ρ
γ	γ	σ	δ	ρ	I_A	ρ^2
δ	δ	γ	σ	ρ^2	ρ	I_A

$\emptyset : G \to S(A)$ merupakan pemetaan dari grup G ke $S(A)$. $\emptyset : G \to S(A)$ merupakan homomorfisma dimana terdapat $x, y \in G$ sehingga berlaku $\emptyset\,(x \times y) = \emptyset(x)\,\emptyset(y)$. Selanjutnya dari kedua tabel tersebut dapat kita tentukan korespondensi satu-satu $(1 - 1)$ dan onto yaitu

$$\emptyset(I_3) = I_A \qquad \emptyset(P_3) = \rho \qquad \emptyset(P_5) = \rho^2$$
$$\emptyset(P_1) = \sigma \qquad \emptyset(P_4) = \gamma \qquad \emptyset(P_2) = \delta$$

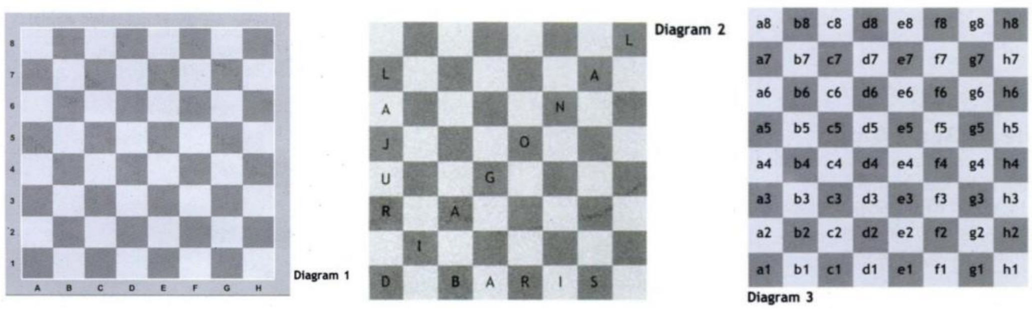
Karena $\emptyset$ merupakan fungsi satu-satu (1-1) dan onto, maka $\emptyset$ disebut isomorfisma grup. Grup G isomorfik dengan $S(A)$ dan dapat dinotasikan dengan $G \cong S(A)$.

2.6 Permainan Catur

Catur merupakan permainan yang berasal dari india dan pertama kali diketahui pada abad ke 7 Masehi dengan nama *chaturangga*. Permainan tersebut kemudian diadaptasi oleh Persia menjadi nama chatrang dan ke daerah Islam lain sampai berakhir ke Eropa. Kata catur berasal dari bahasa Sansekerta yang memiliki arti "empat". Sebenarnya kata catur ini merupakan singkatan dari chaturangga yang berarti empat sudut. Kemudian kata *chaturangga* diserap dalam bahasa Persia menjadi *shatranj*. Dalam bahasa inggris disebut “Chess” yang diambil dari bahasa Persia shah. Di India kuno, permainan catur dimainkan oleh empat orang dari empat sudut, tetapi permainan catur modern hanya dimainkan oleh dua orang saja (Murray,2012).

Permainan catur merupakan permainan suatu model perang, yaitu perang diatas papan catur. Dalam bermain catur para pemain akan mendapatkan pelajaran yang sangat berharga untuk mengembangkan keberanian, ketelitian, mental, dan nilai-nilai keputusan dalam peperangan diatas papan catur (Harun, 1985:27). Permainan catur merupakan permainan yang cukup rumit dimana setiap pemain dari tiap-tiap sisi akan memainkan 16 biji catur secara bergantian dimana setiap petak hanya ditempati oleh satu biji catur saja. Beberapa hal dalam permainan catur yang harus dipahami oleh pemain yaitu mengerti aturan gerak dalam tiap biji catur, kemudian cara menyerang atau memakan lawan, skak, skak mati, dan sebagainya (Daryanto,1981:5).

Papan catur adalah papan yang berbentuk persegi empat (bujur sangkar) berukuran 8×8 dan terdiri dari 64 petak dalam dua warna yang berbeda dengan pewarnaan selang-seling berwarna hitam dan putih. Dalam kotak papan catur yang mendatar (horizontal) diberi nama baris dengan kode huruf $A, B, C, D, E, F, G,$ dan H. Kemudian kotak papan catur yang tegak (vertical) diberi nama lajur (kolom) dengan kode angka 1,2,3,4,5,6,7 dan 8. Selanjutnya kotak papan catur yang diagonal yaitu deretan petak yang sewarna, arah diagonal dapat dari kiri atas sampai kanan bawah atau kanan atas sampai kiri bawah. Perhatikan diagram berikut (Apendi, 2007).



Gambar 2.1 Papan Catur ordo 8×8

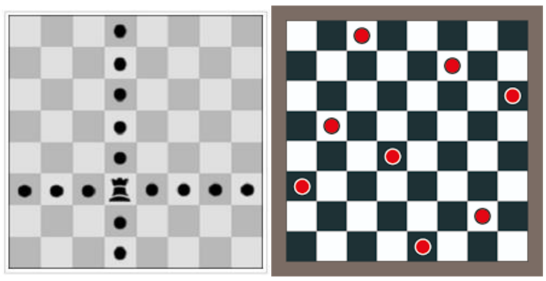
Tujuan utama peperangan dalam permainan catur ialah membunuh raja dari lawan, sehingga untuk setiap pemain harus cermat dan cepat dalam menyerang lawan. Namun, tidak boleh menjalankan dua biji catur secara bersamaan. Langkah awal dalam permainan ini diberikan pada pemain dengan biji catur berwarna putih dan dilanjutkan oleh pemain dengan biji catur berwarna hitam, terus menerus berpindah tangan hingga akhir pertandingan selesai. Setiap pemain akan memiliki biji catur dengan rincian: 1 biji raja, 1 biji menteri, 2 biji gajah, 2 biji kuda, 2 biji benteng, dan 8 bidak (pion) (Apendi, 2007).

Raja Mentri Gajah Kuda Benteng Bidak

Gambar 2.2 Biji catur

Setiap biji memiliki aturan jalan dan setiap pemain tidak boleh melakukan kecurangan dalam menjalankan aturan tersebut, sehingga setiap petak catur hanya di isi dengan 1 biji catur saja. Dalam hal ini setiap petak akan diperebutkan oleh setiap biji atau dapat diartikan saling makan-memakan atau saling pukul-memukul untuk merampas kedudukan setiap petak pada papan catur tersebut. (Apendi, 2007).

Langkah-langkah benteng dalam permainan catur hanya dapat bergerak dan saling memakan atau memukul lawan secara vertical maupun horizontal, serta tidak dapat melompati bidak lain.



Gambar 2.3 Langkah dan Penempatan Benteng

Dari gambar 2.3 diatas dapat dilihat bahwa benteng bergerak hanya secara vertical dan horizontal, sehingga titik berwarna merah dapat ditandakan sebagai posisi penempatan benteng dalam keadaan yang tidak sebaris dan tidak selajur pada papan catur, posisi tersebut dimaksudkan agar benteng tidak saling memakan. Karena hanya dalam posisi diagonal benteng tidak akan saling memakan.

2.7 Kajian Agama

2.7.1 Kajian Mengenai Teori Grup

Matematika merupakan konsep disiplin ilmu yang telah dijelaskan dalam al-quran, salah satunya adalah mengkaji tentang teori grup. Suatu himpunan dikatakan sebuah grup jika memiliki penyusun-penyusun seperti himpunan tak kosong, operasi biner, dan memenuhi beberapa sifat-sifat atau aturan untuk menjadi sebuah grup. Kajian mengenai himpunan sudah tercantum dalam al-quran seperti dalam kandungan surat Al-Fatihah ayat 7 yang berbunyi

صِرَاطَ الَّذِيْنَ اَنْعَمْتَ عَلَيْهِمْ ەۙ غَيْرِ الْمَغْضُوْبِ عَلَيْهِمْ وَلَا الضَّاۤلِّيْنَ ۝

Artinya: *"(yaitu) jalan orang-orang yang telah Engkau beri nikmat kepadanya, bukan (jalan) mereka yang dimurkai, dan bukan (pula jalan) mereka yang sesat."*

Dalam kandungan ayat yang dimaksud diatas yaitu dalam kehidupan manusia terbagi menjadi tiga golongan (kelompok), yaitu (1) kelompok orang yang mendapat nikmat dari Allah SWT, (2) kelompok yang dimurkai, dan (3) kelompok orang yang sesat (Abdussakir, 2006:47).

Sistem Aljabar dapat disebut sebagai himpunan dengan satu atau lebih operasi biner. Sistem Aljabar dengan satu operasi biner yang memenuhi sifat-sifat tertentu dapat dinyatakan sebagai grup. Kajian himpunan dengan satu operasi biner dalam konsep islam yaitu manusia diciptakan dengan berpasang-pasangan, seperti yang tercantum dalam kandungan surat An-Nur ayat 26 yang berbunyi

اَلْخَبِيْثٰتُ لِلْخَبِيْثِيْنَ وَالْخَبِيْثُوْنَ لِلْخَبِيْثٰتِۚ وَالطَّيِّبٰتُ لِلطَّيِّبِيْنَ وَالطَّيِّبُوْنَ لِلطَّيِّبٰتِۚ اُولٰۤىِٕكَ مُبَرَّءُوْنَ مِمَّا يَقُوْلُوْنَۗ لَهُمْ مَّغْفِرَةٌ وَّرِزْقٌ كَرِيْمٌ ۝

Artinya: *"Perempuan-perempuan yang keji untuk laki-laki yang keji, dan laki-laki yang keji untuk perempuan-perempuan yang keji (pula), sedangkan perempuan-perempuan yang baik untuk laki-laki yang baik dan laki-laki yang baik untuk perempuan-perempuan yang baik (pula). Mereka itu bersih dari apa yang dituduhkan orang. Mereka memperoleh ampunan dan rezeki yang mulia (surga)."*

Dalam kandungan ayat yang dimaksud diatas yaitu jodoh seseorang terletak pada setiap perbuatan manusia tersebut, yaitu manusia yang keji dari kaum lelaki dan kaum perempuan, ucapan-ucapan dan perbuatan-perbuatan akan cocok, sejalan dan sesuai dengan yang keji pula. Dan setiap yang baik dari kaum lelaki dan kaum perempuan, ucapan dan perbuatan akan cocok dan sesuai dengan yang baik-baik pula (Quraish Shihab,2002).

2.7.2 Benteng dalam kehidupan manusia

Permainan catur merupakan permainan adu pikiran dan strategi untuk saling mengalahkan lawan. Dalam permainan catur terdapat salah satu bidak catur dengan berperan sebagai pertahanan yaitu benteng. Seperti hal nya dalam dunia ini manusia diberikan akal untuk senantiasa melindungi diri dan senantiasa selalu mengingat kepada Allah SWT sebagai bentuk pertahanan yang dijelaskan dalam kandungan surat Ali-Imran Ayat 190-191 yang berbunyi

اِنَّ فِيْ خَلْقِ السَّمٰوٰتِ وَالْاَرْضِ وَاخْتِلَافِ الَّيْلِ وَالنَّهَارِ لَاٰيٰتٍ لِّاُولِى الْاَلْبَابِۙالَّذِيْنَ يَذْكُرُوْنَ اللّٰهَ قِيَامًا وَّقُعُوْدًا وَّعَلٰى جُنُوْبِهِمْ وَيَتَفَكَّرُوْنَ فِيْ خَلْقِ السَّمٰوٰتِ وَالْاَرْضِۚ رَبَّنَا مَا خَلَقْتَ هٰذَا بَاطِلًاۚ سُبْحٰنَكَ فَقِنَا عَذَابَ النَّارِ

Artinya: *"Sesungguhnya dalam penciptaan langit dan bumi, dan pergantian malam dan siang terdapat tanda-tanda (kebesaran Allah) bagi orang yang berakal, (yaitu) orang-orang yang mengingat Allah sambil berdiri, duduk atau dalam keadaan berbaring, dan mereka memikirkan tentang penciptaan langit dan bumi (seraya berkata), "Ya Tuhan kami, tidaklah Engkau menciptakan semua ini sia-sia; Mahasuci Engkau, lindungilah kami dari azab neraka."*

Pada QS. Ali-Imran ayat 190-191 menjelaskan bahwa dalam penciptaan langit dan bumi serta silih bergantinya malam dan siang terdapat tanda-tanda kekuasaan Allah swt bagi ulul albab. Konsep Ulul Albāb dalam surat tersebut memberikan penjelasan bahwa orang yang berakal adalah orang yang melakukan dua hal yaitu tadzakkur (mengingat Allah SWT) dengan cara berdzikir dan tafakkur (memikirkan ciptaan Allah SWT) tentang langit dan bumi (Nata, 2010:131). Berdzikir adalah usaha manusia untuk mendekatkan diri kepada Allah SWT dengan cara mengingat keagungan-Nya, memuji-Nya, membaca firman-Nya, serta selalu memohon kepada-Nya (Anwar & Solihin, 2002:36).

Dari tafsir yang sudah dijelaskan dapat dilihat bahwa berdzikir adalah salah satu amalan yang dapat dilakukan manusia pada setiap waktu dalam keadaan apapun dan merupakan upaya manusia untuk bisa selamat dan memenangkan peperangan terhadap setan. Semakin beristiqamah dalam berdzikir maka semakin sulit juga bagi setan untuk melancarkan serangannya sehingga senantiasa manusia selamat dari godaannya. Selanjutnya akal yang diberikan oleh Allah SWT senantiasa dipergunakan Ulul Albāb untuk memperkuat benteng atau perisai dalam diri manusia yaitu untuk selalu berdzikir dan berpikir bahwa teradapat tanda-tanda kekuasaan Allah SWT sebagaimana dijelaskan dalam kandungan surat tersebut.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Menentukan matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

Pergerakan benteng pada permainan catur hanyalah berarah horizontal dan vertical. Misalkan B mewakili bidak-bidak benteng pada papan catur yang berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5. Jika salah satu petak pada papan catur terdapat bidak benteng yang dinotasikan dengan B, maka tidak boleh ada bidak benteng lainnya yang sebaris dan sekolom sehingga tidak saling memakan. Menentukan penempatan benteng yang tidak saling memakan dimulai dari papan catur berukuran 2×2.

$n = 2 \rightarrow$

B	
	B

	B
B	

Pada gambar diatas dapat dilihat bahwa papan catur berukuran 2×2 posisi bidak benteng B tidak sebaris dan tidak sekolom, sehingga didapatkan 2 kemungkinan penempatan banteng yang tidak saling memakan.

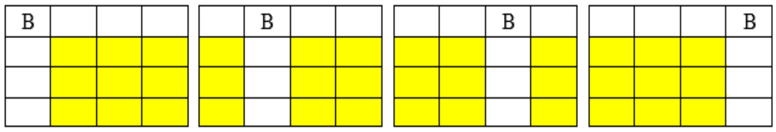
$n = 3 \rightarrow$

B		

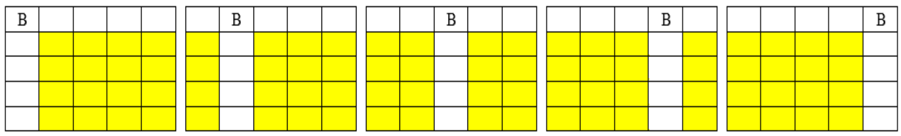
	B	

		B

Pada gambar diatas dapat dilihat bahwa papan catur berukuran 3×3 terdapat bidak benteng pada salah satu petak, sehingga kemungkinan terdapat benteng lainnya agar tidak saling memakan hanya pada setiap petak-petak papan catur yang berwarna kuning yaitu petak berukuran 2×2. Karena $2 + 2 + 2 = 6$, maka diperoleh 6 kemungkinan penempatan benteng yang tidak saling memakan.

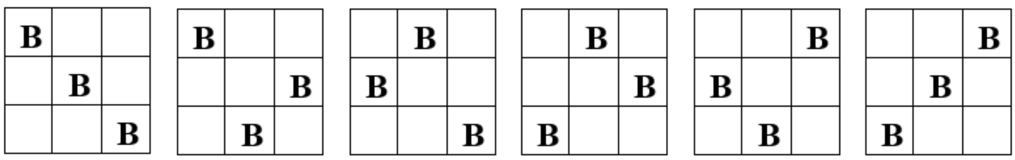
$n = 4 \rightarrow$ 

Pada gambar diatas dapat dilihat bahwa papan catur berukuran 4×4 terdapat bidak benteng pada salah satu petak, sehingga kemungkinan terdapat benteng lainnya agar tidak saling memakan hanya pada setiap petak-petak papan catur yang berwarna kuning yaitu petak berukuran 3×3. Karena $6 + 6 + 6 + 6 = 24$, maka diperoleh 24 kemungkinan penempatan benteng yang tidak saling memakan.

$n = 5 \rightarrow$ 

Pada gambar diatas dapat dilihat bahwa papan catur berukuran 5×5 terdapat bidak benteng pada salah satu petak, sehingga kemungkinan terdapat benteng lainnya agar tidak saling memakan hanya pada setiap petak-petak papan catur yang berwarna kuning yaitu petak berukuran 4×4. Karena $24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$, maka diperoleh 120 kemungkinan penempatan benteng yang tidak saling memakan.

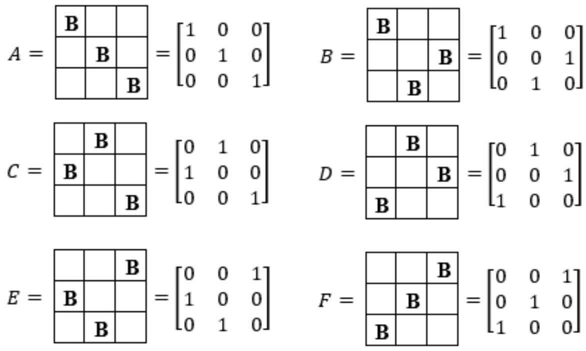
3.1.1 Papan catur 3×3



Gambar 3.1 Penempatan benteng tidak saling memakan papan catur 3×3

Dari gambar 3.1 diatas terdapat 6 kemungkinan penempatan benteng yang tidak saling memakan dari papan catur berukuran 3×3. Posisi penempatan benteng ditentukan dengan memandang baris dan kolom, selanjutnya penempatan bidak-

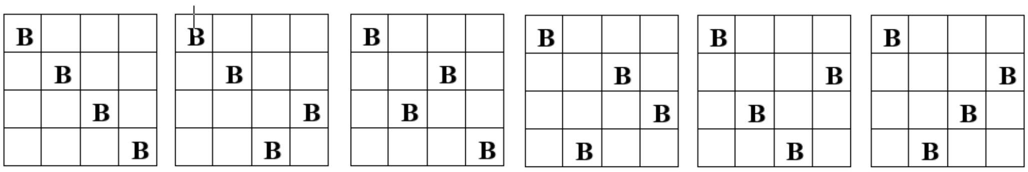
bidak benteng yang tidak saling memakan pada papan catur tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk himpunan matriks, misalkan $H = \{A, B, C, D, E, F\}$ dengan entri dalam matriks yaitu entri 1 yang melambangkan notasi posisi penempatan benteng dan entri 0 bukan notasi posisi penempatan benteng. Semua matriks dari H dapat dinyatakan sebagai berikut:



Gambar 3.2 Matriks dari penempatan benteng tidak saling memakan papan catur 3×3

Dari gambar 3.2 diatas diperoleh 6 matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran 3×3, dan dapat dilihat pada lampiran 1.

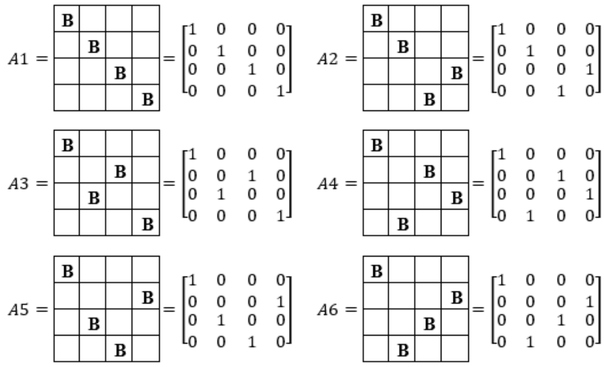
3.1.2 Papan catur 4×4



Gambar 3.3 Penempatan benteng tidak saling memakan papan catur 4×4

Dari gambar 3.1 diatas terdapat 24 kemungkinan penempatan benteng yang tidak saling memakan dari papan catur berukuran 4×4, selebihnya dapat dilihat pada lampiran 1. Posisi penempatan benteng ditentukan dengan memandang baris dan kolom, selanjutnya penempatan bidak-bidak benteng yang tidak saling memakan pada papan catur tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk himpunan matriks, misalkan $K = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, B1, B2, B3, B4, B5, B6, C1, C2, C3,$

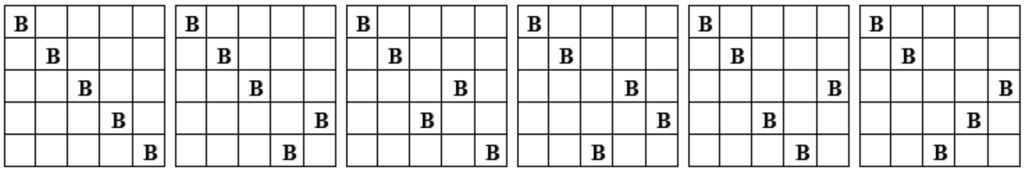
$C4, C5, C6, D1, D2, D3, D4, D5, D6\}$ dengan entri dalam matriks yaitu entri 1 yang melambangkan notasi posisi penempatan benteng dan entri 0 bukan notasi posisi penempatan benteng. Semua matriks dari K dapat dinyatakan sebagai berikut:



Gambar 3.4 Matriks dari penempatan benteng tidak saling memakan papan catur 4×4

Dari gambar 3.4 diatas diperoleh 24 matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran 4×4, selebihnya dapat dilihat pada lampiran 1.

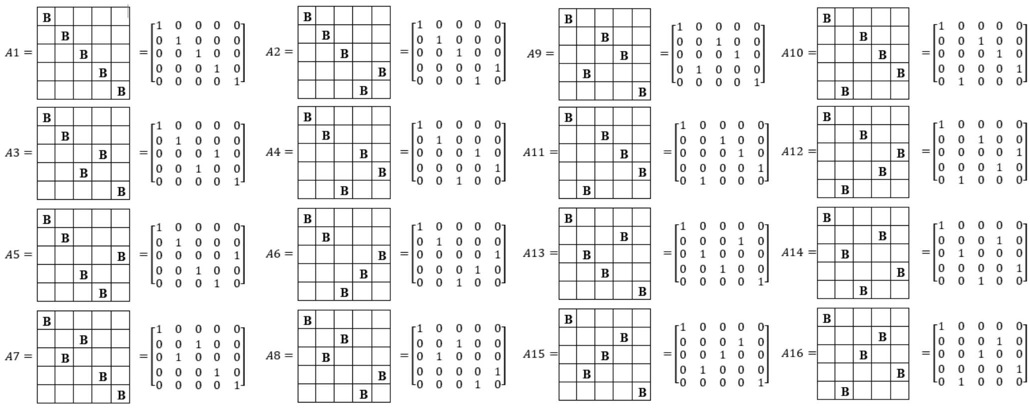
3.1.3 Papan catur 5×5



Gambar 3.5 Penempatan benteng tidak saling memakan papan catur 5×5

Dari gambar 3.3 diatas terdapat 120 kemungkinan penempatan benteng yang tidak saling memakan dari papan catur berukuran 5×5, selebihnya dapat dilihat pada lampiran 1. Posisi penempatan benteng ditentukan dengan memandang baris dan kolom, selanjutnya penempatan bidak-bidak benteng yang tidak saling memakan pada papan catur tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk himpunan matriks, misalkan $T = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13,$ $A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, B1, B2, B3, B4, B5, B6,$ $B7, B8, B9, B10, B11, B12, B13, B14, B15, B16, B17, B18, B19, B20, B21, B22,$

$B23, B24, C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20, C21, C22, C23, C24, D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, D13, D14, D15, D16, D17, D18, D19, D20, D21, D22, D23, D24\}$ dengan entri dalam matriks yaitu entri 1 yang melambangkan notasi posisi penempatan benteng dan entri 0 bukan notasi posisi penempatan benteng. Semua matriks dari T dapat dinyatakan sebagai berikut:



Gambar 3.6 Matriks dari penempatan benteng tidak saling memakan papan catur 5×5

Dari gambar 3.4 diatas diperoleh 120 matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran 5×5, selebihnya dapat dilihat pada lampiran 1.

Dari rumusan masalah pertama ini diperoleh banyak matriks dari banyaknya penempatan benteng yang tidak saling memakan dan dinyatakan kedalam tabel sebagai berikut:

Papan Catur	Banyak Penempatan	Banyak Matriks
3×3	6	6
4×4	24	24
5×5	120	120

Tabel 3.1 Banyak matriks dari banyak penempatan

3.2 Menentukan grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

Dari rumusan masalah pertama telah diperoleh matriks yang invertibel dari banyaknya penempatan-penempatan benteng yang tidak saling memakan, sehingga dapat dibentuk himpunan matriks pada papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$, dan 5×5.

3.2.1 Papan catur 3×3

Setelah membentuk matriks menjadi himpunan matriks dari penempatan benteng pada papan catur 3×3 yang tidak saling memakan. Selanjutnya pada himpunan matriks $H = \{A, B, C, D, E, F\}$ diberikan operasi perkalian $(H,\times)$ akan membentuk struktur grup. Hal ini dapat dijelaskan dengan menggunakan tabel cayley sebagai berikut:

$\times$	A	B	C	D	E	F
A	A	B	C	D	E	F
B	B	A	D	C	F	E
C	C	E	A	F	B	D
D	D	F	B	E	A	C
E	E	C	F	A	D	B
F	F	D	E	B	C	A

Tabel 3.2 Tabel Cayley dari Grup Matriks 3×3

Suatu himpunan matriks H dengan operasi perkalian $(H,\times)$ adalah Grup jika dan hanya jika:

1. Untuk setiap $p \in H$ dan $q \in H$ maka berlaku $p \times q \in H$, sehingga operasi $\times$ bersifat tertutup di H.
2. Untuk setiap $p, q, r \in H$ maka berlaku $p \times (q \times r) = (p \times q) \times r$, sehingga operasi $\times$ bersifat asosiatif di H

3. H memiliki elemen identitas terhadap operasi perkalian yaitu $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

   Untuk setiap $p \in H$ berlaku $p \times A = A \times p = p$

   $p \times A = p$ maka A disebut elemen identitas kanan

   $A \times p = p$ maka A disebut elemen identitas kiri

4. Setiap elemen di H memiliki invers terhadap operasi perkalian, untuk setiap $p \in H$ terdapat p^{-1} maka berlaku $p \times p^{-1} = p^{-1} \times p = A$ (Identitas)

   $A^{-1} = A,\ B^{-1} = B,\ C^{-1} = C,\ D^{-1} = E,\ E^{-1} = D,\ F^{-1} = F$

Jadi, $(H,\times)$ merupakan Grup (terbukti)

3.2.2 Papan catur 4×4

Setelah membentuk matriks menjadi himpunan matriks dari penempatan benteng pada papan catur 4×4 yang tidak saling memakan. Selanjutnya pada himpunan matriks $K = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, B1, B2, B3, B4, B5, B6, C1, C2, C3, C4, C5, C6, D1, D2, D3, D4, D5, D6\}$ diberikan operasi perkalian $(K,\times)$ akan membentuk struktur grup. Hal ini dapat dijelaskan dengan menggunakan tabel cayley sebagai berikut:

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
A2	A2	A1	A4	A3	A6	A5	B2	B1	B4	B3	B6	B5	C2	C1	C4	C3	C6	C5	D2	D1	D4	D3	D6	D5
A3	A3	A5	A1	A6	A2	A4	B3	B5	B1	B6	B2	B4	C3	C5	C1	C6	C2	C4	D3	D5	D1	D6	D2	D4
A4	A4	A6	A2	A5	A1	A3	B4	B6	B2	B5	B1	B3	C4	C6	C2	C5	C1	C3	D4	D6	D2	D5	D1	D3
A5	A5	A3	A6	A1	A4	A2	B5	B3	B6	B1	B4	B2	C5	C3	C6	C1	C4	C2	D5	D3	D6	D1	D4	D2
A6	A6	A4	A5	A2	A3	A1	B6	B4	B5	B2	B3	B1	C6	C4	C5	C2	C3	C1	D6	D4	D5	D2	D3	D1
B1	B1	B2	C1	C2	D1	D2	A1	A2	C3	C4	D3	D4	A3	A4	B3	B4	D5	D6	A5	A6	B5	B6	C5	C6
B2	B2	B1	C2	C1	D2	D1	A2	A1	C4	C3	D4	D3	A4	A3	B4	B3	D6	D5	A6	A5	B6	B5	C6	C5
B3	B3	B5	C3	C5	D3	D5	A3	A5	C1	C6	D1	D6	A1	A6	B1	B6	D2	D4	A2	A4	B2	B4	C2	C4
B4	B4	B6	C4	C6	D4	D6	A4	A6	C2	C5	D2	D5	A2	A5	B2	B5	D1	D3	A1	A3	B1	B3	C1	C3
B5	B5	B3	C5	C3	D5	D3	A5	A3	C6	C1	D6	D1	A6	A1	B6	B1	D4	D2	A4	A2	B4	B2	C4	C2
B6	B6	B4	C6	C4	D6	D4	A6	A4	C5	C2	D5	D2	A5	A2	B5	B2	D3	D1	A3	A1	B3	B1	C3	C1
C1	C1	D1	B1	D2	B2	C2	C3	D3	A1	D4	A2	C4	B3	D5	A3	D6	A4	B4	B5	C5	A5	C6	A6	B6
C2	C2	D2	B2	D1	B1	C1	C4	D4	A2	D3	A1	C3	B4	D6	A4	D5	A3	B3	B6	C6	A6	C5	A5	B5
C3	C3	D3	B3	D5	B5	C5	C1	D1	A3	D6	A5	C6	B1	D2	A1	D4	A6	B6	B2	C2	A2	C4	A4	B4
C4	C4	D4	B4	D6	B6	C6	C2	D2	A4	D5	A6	C5	B2	D1	A2	D3	A5	B5	B1	C1	A1	C3	A3	B3
C5	C5	D5	B5	D3	B3	C3	C6	D6	A5	D1	A3	C1	B6	D4	A6	D2	A1	B1	B4	C4	A4	C2	A2	B2
C6	C6	D6	B6	D4	B4	C4	C5	D5	A6	D2	A4	C2	B5	D3	A5	D1	A2	B2	B3	C3	A3	C1	A1	B1
D1	D1	C1	D2	B1	C2	B2	D3	C3	D4	A1	C4	A2	D5	B3	D6	A3	B4	A4	C5	B5	C6	A5	B6	A6
D2	D2	C2	D1	B2	C1	B1	D4	C4	D3	A2	C3	A1	D6	B4	D5	A4	B3	A3	C6	B6	C5	A6	B5	A5
D3	D3	C3	D5	B3	C5	B5	D1	C1	D6	A3	C6	A5	D2	B1	D4	A1	B6	A6	C2	B2	C4	A2	B4	A4
D4	D4	C4	D6	B4	C6	B6	D2	C2	D5	A4	C5	A6	D1	B2	D3	A2	B5	A5	C1	B1	C3	A1	B3	A3
D5	D5	C5	D3	B5	C3	B3	D6	C6	D1	A5	C1	A3	D4	B6	D2	A6	B1	A1	C4	B4	C2	A4	B2	A2
D6	D6	C6	D4	B6	C4	B4	D5	C5	D2	A6	C2	A4	D3	B5	D1	A5	B2	A2	C3	B3	C1	A3	B1	A1

Tabel 3.3 Tabel Cayley dari Grup Matriks 4×4

Suatu himpunan matriks K dengan operasi perkalian $(K,\times)$ adalah Grup jika dan hanya jika:

1. Untuk setiap $p \in K$ dan $q \in K$ maka berlaku $p \times q \in K$, sehingga operasi $\times$ bersifat tertutup di K.
2. Untuk setiap $p, q, r \in K$ maka berlaku $p \times (q \times r) = (p \times q) \times r$, sehingga operasi $\times$ bersifat asosiatif di K.
3. H memiliki elemen identitas terhadap operasi perkalian yaitu

   $$A1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   Untuk setiap $p \in K$ berlaku $p \times A1 = A1 \times p = p$

   $p \times A1 = p$ maka $A1$ disebut elemen identitas kanan

   $A1 \times p = p$ maka $A1$ disebut elemen identitas kiri
4. Setiap elemen di K memiliki invers terhadap operasi perkalian, untuk setiap $p \in K$ terdapat p^{-1} maka berlaku $p \times p^{-1} = p^{-1} \times p = A1$ (Identitas).

$(A1^{-1}) = A1, (A2^{-1}) = A2, (A3^{-1}) = A3, (A4^{-1}) = A5, (A5^{-1}) = A4, (A6^{-1}) = A6$

$(B1^{-1}) = B1, \left(B_2{}^{-1}\right) = B_2, (B3^{-1}) = C1, (B4^{-1}) = D1, (B5^{-1}) = C2, (B6^{-1}) = D2$

$(C1^{-1}) = B3, (C2^{-1}) = B5, (C3^{-1}) = C3, (C4^{-1}) = D3, (C5^{-1}) = C5, (C6^{-1}) = D5$

$(D1^{-1}) = B4, (D2^{-1}) = B6, (D3^{-1}) = C4, (D4^{-1}) = D4, (D5^{-1}) = C6, \left(D_6{}^{-1}\right) = D_6$

Jadi, $(K,\times)$ merupakan Grup (terbukti)

3.2.3 Papan catur 5×5

Setelah membentuk matriks dan himpunan dari penempatan benteng pada papan catur 4×4 yang tidak saling memakan. Selanjutnya pada himpunan matriks $P = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17$ $A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10, B11,$

$B12, B13, B14, B15, B16, B17, B18, B19, B20, B21, B22, B23, B24, C1, C2, C3,$ $C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20,$ $C21, C22, C23, C24, D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9, D10, D11, D12, D13,$ $D14, D15, D16, D17, D18, D19, D20, D21, D22, D23, D24\}$ diberikan operasi perkalian $(T,\times)$ akan membentuk struktur grup. Hal ini dapat dijelaskan dengan menggunakan tabel cayley pada lampiran 3.

Suatu himpunan matriks T dengan operasi perkalian $(T,\times)$ adalah Grup jika dan hanya jika:

1. Untuk setiap $p \in T$ dan $q \in T$ maka berlaku $p \times q \in T$, sehingga operasi $\times$ bersifat tertutup di K.
2. Untuk setiap $p, q, r \in T$ maka berlaku $p \times (q \times r) = (p \times q) \times r$, sehingga operasi $\times$ bersifat asosiatif di T.
3. T memiliki elemen identitas terhadap operasi perkalian yaitu

   $$A1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Untuk setiap $p \in K$ berlaku $p \times A1 = A1 \times p = p$

   $p \times A1 = p$ maka $A1$ disebut elemen identitas kanan

   $A1 \times p = p$ maka $A1$ disebut elemen identitas kiri
4. Setiap elemen di T memiliki invers terhadap operasi perkalian, untuk setiap $p \in T$ terdapat p^{-1} maka berlaku $p \times p^{-1} = p^{-1} \times p = A1$ (Identitas).

$(A1^{-1}) = A1$	$(A2^{-1}) = A2$	$(A3^{-1}) = A3$	$(A4^{-1}) = A5$
$(A5^{-1}) = A4$	$(A6^{-1}) = A6$	$(A7^{-1}) = A7$	$(A8^{-1}) = A8$
$(A9^{-1}) = A13$	$(A10^{-1}) = A19$	$(A11^{-1}) = A14$	$(A12^{-1}) = A20$
$(A13^{-1}) = A9$	$(A14^{-1}) = A11$	$(A15^{-1}) = A15$	$(A16^{-1}) = A21$

$(A17^{-1}) = A17$	$(A18^{-1}) = A23$	$(A19^{-1}) = A10$	$(A20^{-1}) = A12$
$(A21^{-1}) = A16$	$(A22^{-1}) = A22$	$(A23^{-1}) = A18$	$(A24^{-1}) = A24$
$(B1^{-1}) = B1$	$(B2^{-1}) = B2$	$(B3^{-1}) = B3$	$(B4^{-1}) = B5$
$(B5^{-1}) = B4$	$(B6^{-1}) = B6$	$(B7^{-1}) = C1$	$(B8^{-1}) = C2$
$(B9^{-1}) = D1$	$(B10^{-1}) = E1$	$(B11^{-1}) = D2$	$(B12^{-1}) = E2$
$(B13^{-1}) = C3$	$(B14^{-1}) = C5$	$(B15^{-1}) = D3$	$(B16^{-1}) = E3$
$(B17^{-1}) = D5$	$(B18^{-1}) = E5$	$(B19^{-1}) = C4$	$(B20^{-1}) = C6$
$(B21^{-1}) = D4$	$(B22^{-1}) = E4$	$(B23^{-1}) = D6$	$(B24^{-1}) = E6$
$(C1^{-1}) = B7$	$(C2^{-1}) = B8$	$(C3^{-1}) = B13$	$(C4^{-1}) = B19$
$(C5^{-1}) = B14$	$(C6^{-1}) = B20$	$(C7^{-1}) = C7$	$(C8^{-1}) = C8$
$(C9^{-1}) = D7$	$(C10^{-1}) = E7$	$(C11^{-1}) = D8$	$(C12^{-1}) = E8$
$(C13^{-1}) = C13$	$(C14^{-1}) = C19$	$(C15^{-1}) = D13$	$(C16^{-1}) = E13$
$(C17^{-1}) = D19$	$(C18^{-1}) = E19$	$(C19^{-1}) = C14$	$(C20^{-1}) = C20$
$(C21^{-1}) = D14$	$(C22^{-1}) = E14$	$(C23^{-1}) = D20$	$(C24^{-1}) = E20$
$(D1^{-1}) = B9$	$(D2^{-1}) = B11$	$(D3^{-1}) = B15$	$(D4^{-1}) = B21$
$(D5^{-1}) = B17$	$(D6^{-1}) = B23$	$(D7^{-1}) = C9$	$(D8^{-1}) = C11$
$(D9^{-1}) = D9$	$(D10^{-1}) = E9$	$(D11^{-1}) = D11$	$(D12^{-1}) = E11$
$(D13^{-1}) = C15$	$(D14^{-1}) = C21$	$(D15^{-1}) = D15$	$(D16^{-1}) = E15$
$(D17^{-1}) = D21$	$(D18^{-1}) = E21$	$(D19^{-1}) = C17$	$(D20^{-1}) = C23$
$(D21^{-1}) = D17$	$(D22^{-1}) = E17$	$(D23^{-1}) = D23$	$(D24^{-1}) = E23$
$(E1^{-1}) = B10$	$(E2^{-1}) = B12$	$(E3^{-1}) = B16$	$(E4^{-1}) = B22$
$(E5^{-1}) = B18$	$(E6^{-1}) = B24$	$(E7^{-1}) = C10$	$(E8^{-1}) = C12$
$(E9^{-1}) = D10$	$(E10^{-1}) = E10$	$(E11^{-1}) = D12$	$(E12^{-1}) = E12$
$(E13^{-1}) = C16$	$(E14^{-1}) = C22$	$(E15^{-1}) = D16$	$(E16^{-1}) = E16$
$(E17^{-1}) = D22$	$(E18^{-1}) = E22$	$(E19) = C18$	$(E20^{-1}) = C24$
$(E21^{-1}) = D18$	$(E22^{-1}) = E18$	$(E23^{-1}) = D24$	$(E24^{-1}) = E24$

Jadi, $(T,\times)$ merupakan Grup (terbukti).

3.3 Isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran $\mathbf{3 \times 3, 4 \times 4}$, dan $\mathbf{5 \times 5}$.

Dengan terbuktinya himpunan matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur $3 \times 3, 4 \times 4$ dan 5×5 membentuk struktur grup, selanjutnya perhatikan grup dihedral-6 yang memiliki elemen $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ dengan operasi komposisi " $\circ$ " maka diperoleh tabel cayley sebagai berikut:

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Tabel 3.4 Tabel Cayley dari Grup Dihedral-6

3.3.1 Papan catur $\mathbf{3 \times 3}$

Langkah selanjunya, untuk menunjukkan isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral yaitu dari H ke D_6, maka dapat dijelaskan dengan menggunakan tabel sebagai berikut:

$\times$	A	B	C	D	E	F
A	A	B	C	D	E	F
B	B	A	D	C	F	E
C	C	E	A	F	B	D
D	D	F	B	E	A	C
E	E	C	F	A	D	B
F	F	D	E	B	C	A

Tabel Cayley dari Grup Matriks 3×3

Pada tabel cayleydari grup matriks 3×3 diatas, dapat diperoleh order dari elemen grup tersebut sebagai berikut:

$$|A| = 1, \ \ |B| = 2, \ \ |C| = 2, \ \ |D| = 3, \ \ |E| = 3, \ \ |F| = 2$$

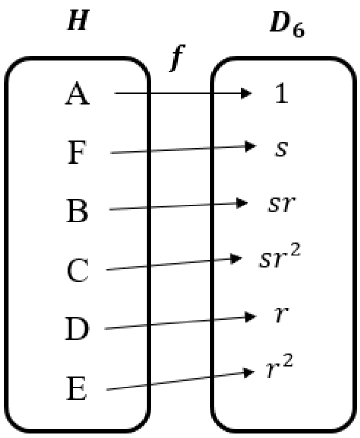
$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Tabel Cayley dari Grup Dihedral-6

Pada tabel cayley grup dihedral-6 diatas, dapat diperoleh order dari elemen grup tersebut sebagai berikut:

$$|1| = 1, \ \ |r| = 3, \ \ |r^2| = 3, \ \ |s| = 2, \ \ |sr| = 2, \ \ |sr^2| = 2$$

Dari kedua tabel diatas tersebut dapat kita tentukan korespondensi satu-satu $(1-1)$ dan onto, pengaitan dan pemasangan unsur dari himpunan matriks ke unsur grup dihedral memperhatikan order matriks dan transformasi berupa rotasi dan refleksi dari matriks tersebut, dimana fungsi $f : H \to D_6$ memenuhi sifat isomorfisma grup. Pemetaan $f : H \to D_6$ dapat dijelaskan dengan menggunakan diagram panah sebagai berikut:



Gambar 3.7 Diagram panah pemetaan $f : H \to D_6$ papan catur 3×3

Dari diagram panah diatas tersebut suatu $f : H \rightarrow D_6$ merupakan pemetaan dari grup H ke D_6. $f : (H,\times) \rightarrow (D_6,\circ)$ merupakan homomorfisma dimana terdapat $p, q \in H$ sehingga berlaku $f(p \times q) = f(p) \circ f(q)$. Karena f merupakan fungsi satu-satu (1-1) dan onto, maka f disebut isomorfisma grup. Grup H isomorfik dengan D_6 dan dapat dinotasikan dengan $H \cong D_6$.

Untuk membuktikan bahwa isomorfisma berlaku pada diagram panah tersebut dapat diberikan contoh sebagai berikut:

$$f(B \times D) = f(B) \circ f(D)$$
$$f(C) = sr \circ r$$
$$C = sr^2$$

Terbukti Isomorfisma

$$f(D \times B) = f(D) \circ f(B)$$
$$f(F) = r \circ sr$$
$$F = s$$

Terbukti Isomorfisma

3.3.2 Papan catur 4×4

Langkah selanjunya, untuk menunjukkan isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral yaitu dari K ke D_6, maka dapat dijelaskan dengan menggunakan tabel sebagai berikut:

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
A2	A2	A1	A4	A3	A6	A5	B2	B1	B4	B3	B6	B5	C2	C1	C4	C3	C6	C5	D2	D1	D4	D3	D6	D5
A3	A3	A5	A1	A6	A2	A4	B3	B5	B1	B6	B2	B4	C3	C5	C1	C6	C2	C4	D3	D5	D1	D6	D2	D4
A4	A4	A6	A2	A5	A1	A3	B4	B6	B2	B5	B1	B3	C4	C6	C2	C5	C1	C3	D4	D6	D2	D5	D1	D3
A5	A5	A3	A6	A1	A4	A2	B5	B3	B6	B1	B4	B2	C5	C3	C6	C1	C4	C2	D5	D3	D6	D1	D4	D2
A6	A6	A4	A5	A2	A3	A1	B6	B4	B5	B2	B3	B1	C6	C4	C5	C2	C3	C1	D6	D4	D5	D2	D3	D1
B1	B1	B2	C1	C2	D1	D2	A1	A2	C3	C4	D3	D4	A3	A4	B3	B4	D5	D6	A5	A6	B5	B6	C5	C6
B2	B2	B1	C2	C1	D2	D1	A2	A1	C4	C3	D4	D3	A4	A3	B4	B3	D6	D5	A6	A5	B6	B5	C6	C5
B3	B3	B5	C3	C5	D3	D5	A3	A5	C1	C6	D1	D6	A1	A6	B1	B6	D2	D4	A2	A4	B2	B4	C2	C4
B4	B4	B6	C4	C6	D4	D6	A4	A6	C2	C5	D2	D5	A2	A5	B2	B5	D1	D3	A1	A3	B1	B3	C1	C3
B5	B5	B3	C5	C3	D5	D3	A5	A3	C6	C1	D6	D1	A6	A1	B6	B1	D4	D2	A4	A2	B4	B2	C4	C2
B6	B6	B4	C6	C4	D6	D4	A6	A4	C5	C2	D5	D2	A5	A2	B5	B2	D3	D1	A3	A1	B3	B1	C3	C1
C1	C1	D1	B1	D2	B2	C2	C3	D3	A1	D4	A2	C4	B3	D5	A3	D6	A4	B4	B5	C5	A5	C6	A6	B6
C2	C2	D2	B2	D1	B1	C1	C4	D4	A2	D3	A1	C3	B4	D6	A4	D5	A3	B3	B6	C6	A6	C5	A5	B5
C3	C3	D3	B3	D5	B5	C5	C1	D1	A3	D6	A5	C6	B1	D2	A1	D4	A6	B6	B2	C2	A2	C4	A4	B4
C4	C4	D4	B4	D6	B6	C6	C2	D2	A4	D5	A6	C5	B2	D1	A2	D3	A5	B5	B1	C1	A1	C3	A3	B3
C5	C5	D5	B5	D3	B3	C3	C6	D6	A5	D1	A3	C1	B6	D4	A6	D2	A1	B1	B4	C4	A4	C2	A2	B2
C6	C6	D6	B6	D4	B4	C4	C5	D5	A6	D2	A4	C2	B5	D3	A5	D1	A2	B2	B3	C3	A3	C1	A1	B1
D1	D1	C1	D2	B1	C2	B2	D3	C3	D4	A1	C4	A2	D5	B3	D6	A3	B4	A4	C5	B5	C6	A5	B6	A6
D2	D2	C2	D1	B2	C1	B1	D4	C4	D3	A2	C3	A1	D6	B4	D5	A4	B3	A3	C6	B6	C5	A6	B5	A5
D3	D3	C3	D5	B3	C5	B5	D1	C1	D6	A3	C6	A5	D2	B1	D4	A1	B6	A6	C2	B2	C4	A2	B4	A4
D4	D4	C4	D6	B4	C6	B6	D2	C2	D5	A4	C5	A6	D1	B2	D3	A2	B5	A5	C1	B1	C3	A1	B3	A3
D5	D5	C5	D3	B5	C3	B3	D6	C6	D1	A5	C1	A3	D4	B6	D2	A6	B1	A1	C4	B4	C2	A4	B2	A2
D6	D6	C6	D4	B6	C4	B4	D5	C5	D2	A6	C2	A4	D3	B5	D1	A5	B2	A2	C3	B3	C1	A3	B1	A1

Tabel Cayley dari Grup Matriks 4×4

Pada tabel cayleydari grup matriks 4×4 diatas, dapat diperoleh order dari elemen grup tersebut sebagai berikut:

$|A1| = 1, |A2| = 2, |A3| = 2, |A6| = 2, |B1| = 2, |B2| = 2, |C3| = 2, |C5| = 2,$

$|D4| = 2, |D6| = 2, |B4| = 4, |B5| = 4, |C2| = 4, |C6| = 4, |D1| = 4, |D5| = 4$

$|A4| = 3, |A5| = 3, |B3| = 3, |B6| = 3, |C1| = 3, |C4| = 3, |D2| = 3, |D3| = 3$

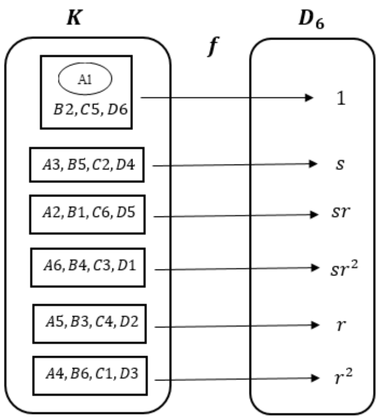
$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Tabel Cayley dari Grup Dihedral-6

Pada tabel cayley grup dihedral-6 diatas, dapat diperoleh order dari elemen grup tersebut sebagai berikut:

$$|1| = 1, \quad |r| = 3, \quad |r^2| = 3, \quad |s| = 2, \quad |sr| = 2, \quad |sr^2| = 2$$

Dari kedua tabel diatas tersebut dapat kita tentukan korespondensi satu-satu $(1-1)$ dan onto, pengaitan dan pemasangan unsur dari himpunan matriks ke unsur grup dihedral memperhatikan order matriks dan transformasi berupa rotasi dan refleksi dari matriks tersebut, dimana fungsi $f : K \to D_6$ memenuhi sifat isomorfisma grup. Pemetaan $f : K \to D_6$ dapat dijelaskan dengan menggunakan diagram panah sebagai berikut:



Gambar 3.8 Diagram panah pemetaan $f : K \to D_6$ papan catur 4×4

Dari diagram panah diatas tersebut suatu $f : K \to D_6$ merupakan pemetaan dari grup K ke D_6. $f : (K,\times) \to (D_6,\circ)$ merupakan homomorfisma dimana terdapat $p, q \in H$ sehingga berlaku $f(p \times q) = f(p) \circ f(q)$. Karena f merupakan fungsi satu-satu (1-1) dan onto, maka f disebut isomorfisma grup. Grup K isomorfik dengan D_6 dan dapat dinotasikan dengan $K \cong D_6$.

Untuk membuktikan bahwa isomorfisma berlaku pada diagram panah tersebut dapat diberikan contoh sebagai berikut:

$$f(B5 \times D1) = f(B5) \circ f(D1)$$
$$f(A4) = s \circ sr^2$$
$$A4 = r^2$$

Terbukti Isomorfisma

$$f(B3 \times C2) = f(B3) \circ f(C2)$$
$$f(A6) = r \circ s$$
$$A6 = sr^2$$

Terbukti Isomorfisma

3.3.3 Papan catur 5×5

Pada tabel cayley dari grup matriks 5×5 yang terlampir pada lampiran 3 dapat diperoleh order dari elemen grup tersebut sebagai berikut:

$|A1| = 1$ $|A2| = 2$ $|A3| = 2$ $|A6| = 2$ $|A7| = 2$ $|A8| = 2$

$\|A15\| = 2$	$\|A17\| = 2$	$\|A22\| = 2$	$\|A24\| = 2$	$\|B1\| = 2$	$\|B2\| = 2$
$\|B3\| = 2$	$\|B6\| = 2$	$\|C7\| = 2$	$\|C8\| = 2$	$\|C13\| = 2$	$\|C20\| = 2$
$\|D9\| = 2$	$\|D11\| = 2$	$\|D15\| = 2$	$\|D23\| = 2$	$\|E10\| = 2$	$\|E12\| = 2$
$\|E16\| = 2$	$\|E24\| = 2$	$\|A4\| = 3$	$\|A5\| = 3$	$\|A9\| = 3$	$\|A12\| = 3$
$\|A13\| = 3$	$\|A16\| = 3$	$\|A20\| = 3$	$\|A21\| = 3$	$\|B4\| = 3$	$\|B5\| = 3$
$\|B7\| = 3$	$\|B15\| = 3$	$\|B22\| = 3$	$\|C1\| = 3$	$\|C9\| = 3$	$\|C12\| = 3$
$\|D3\| = 3$	$\|D7\| = 3$	$\|D10\| = 3$	$\|E4\| = 3$	$\|E8\| = 3$	$\|E9\| = 3$
$\|A10\| = 4$	$\|A11\| = 4$	$\|A14\| = 4$	$\|A18\| = 4$	$\|A19\| = 4$	$\|A23\| = 4$
$\|B9\| = 4$	$\|B12\| = 4$	$\|B13\| = 4$	$\|B16\| = 4$	$\|B20\| = 4$	$\|B21\| = 4$
$\|B24\| = 4$	$\|C3\| = 4$	$\|C6\| = 4$	$\|C10\| = 4$	$\|C11\| = 4$	$\|C15\| = 4$
$\|C22\| = 4$	$\|D1\| = 4$	$\|D4\| = 4$	$\|D8\| = 4$	$\|D12\| = 4$	$\|D13\| = 4$
$\|D24\| = 4$	$\|E2\| = 4$	$\|E7\| = 4$	$\|E11\| = 4$	$\|E14\| = 4$	$\|E23\| = 4$
$\|B10\| = 5$	$\|B11\| = 5$	$\|B14\| = 5$	$\|B18\| = 5$	$\|B19\| = 5$	$\|B23\| = 5$
$\|C4\| = 5$	$\|C5\| = 5$	$\|C16\| = 5$	$\|C17\| = 5$	$\|C21\| = 5$	$\|C24\| = 5$
$\|D2\| = 5$	$\|D6\| = 5$	$\|D14\| = 5$	$\|D18\| = 5$	$\|D19\| = 5$	$\|D22\| = 5$
$\|E1\| = 5$	$\|E3\| = 5$	$\|E5\| = 5$	$\|E13\| = 5$	$\|E17\| = 5$	$\|E20\| = 5$
$\|E21\| = 5$	$\|B8\| = 6$	$\|B17\| = 6$	$\|C2\| = 6$	$\|C14\| = 6$	$\|C18\| = 6$
$\|C19\| = 6$	$\|C23\| = 6$	$\|D5\| = 6$	$\|D16\| = 6$	$\|D17\| = 6$	$\|D20\| = 6$
$\|D21\| = 6$	$\|E6\| = 6$	$\|E15\| = 6$	$\|E18\| = 6$	$\|E19\| = 6$	$\|E22\| = 6$

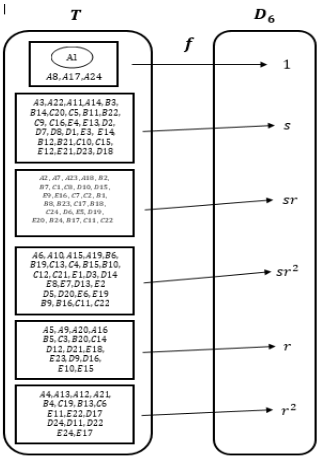
$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Tabel Cayley dari Grup Dihedral-6

Pada tabel cayley grup dihedral-6 diatas, dapat diperoleh order dari elemen grup tersebut sebagai berikut:

$$|1| = 1, \quad |r| = 3, \quad |r^2| = 3, \quad |s| = 2, \quad |sr| = 2, \quad |sr^2| = 2$$

Dari kedua tabel diatas tersebut dapat kita tentukan korespondensi satu-satu $(1 - 1)$ dan onto, pengaitan dan pemasangan unsur dari himpunan matriks ke unsur grup dihedral memperhatikan order matriks dan transformasi berupa rotasi dan refleksi dari matriks tersebut, dimana fungsi $f : T \rightarrow D_6$ memenuhi sifat isomorfisma grup. Pemetaan $f : T \rightarrow D_6$ dapat dijelaskan dengan menggunakan diagram panah sebagai berikut:



Gambar 3.9 Diagram panah pemetaan $f : T \rightarrow D_6$ papan catur 5×5

Dari diagram panah diatas tersebut suatu $f : T \rightarrow D_6$ merupakan pemetaan dari grup T ke D_6. $f : (T,\times) \rightarrow (D_6,\circ)$ merupakan homomorfisma dimana terdapat $p, q \in H$ sehingga berlaku $f(p \times q) = f(p) \circ f(q)$. Karena f merupakan fungsi satu-satu (1-1) dan onto, maka f disebut isomorfisma grup. Grup T isomorfik dengan D_6 dan dapat dinotasikan dengan $T \cong D_6$.

Untuk membuktikan bahwa isomorfisma berlaku pada diagram panah tersebut dapat diberikan contoh sebagai berikut:

$$f(B3 \times A5) = f(B3) \circ f(A5)$$
$$f(B2) = s \circ r$$
$$B2 = sr$$
Terbukti Isomorfisma
$$f(D10 \times A4) = f(D10) \circ f(A4)$$
$$f(E12) = r \circ s$$
$$E12 = s$$
Terbukti Isomorfisma

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya, maka diperoleh beberapa kesimpulan mengenai isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur yaitu:

1. Matriks yang diperoleh dari pola penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur berukuran 3×3 adalah sebanyak 6, 4×4 adalah sebanyak 24 dan 5×5 adalah sebanyak 120.
2. Himpunan matriks yang diperoleh dari penempatan benteng yang tidak saling memakan papan catur berukuran 3×3 (Misal H), 4×4 (Misal K), dan 5×5 (Misal T) dengan operasi perkalian membentuk struktur grup dengan memenuhi 4 aksioma yaitu tertutup, assosiatif, memiliki elemen identitas, dan memuat invers.
3. Isomorfisma dari grup matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan ke grup dihedral pada papan catur berukuran 3×3 yaitu pemetaan $f : (H,\times) \rightarrow (D_6,\circ)$ merupakan homomorfisma grup dimana f merupakan fungsi 1-1 dan onto, pada papan catur berukuran 4×4 yaitu pemetaan $f : (K,\times) \rightarrow (D_6,\circ)$ merupakan homomorfisma grup dimana f merupakan fungsi 1-1 dan onto, pada papan catur berukuran 5×5 yaitu pemetaan $f : (T,\times) \rightarrow (D_6,\circ)$ merupakan homomorfisma grup dimana f merupakan fungsi 1-1 dan onto.

4.2 Saran

Dalam penelitian ini, penulis hanya membahas mengenai papan catur berukuran $3 \times 3, 4 \times 4$ dan 5×5. Untuk penelitian selanjutnya dapat mengkaji lebih banyak lagi, misalnya mengkaji banyak penempatan benteng yang tidak saling memakan papan catur berukuran $n \times n$.

DAFTAR RUJUKAN

Abdussakir. 2009. *Kajian Integratif Matematika & Al-Qur'an (Matematika 1).* Malang: UIN Malang Press.

Anwar, Rosihon dan Mukhtar Solihin. *Ilmu Tasawuf*. Bandung Pustaka Setia, 2000

Arifin, Ahmad. 2000. *Aljabar.* Bandung: ITB.

Daryanto. 1981. *Teknik Bermain Catur Tingkat Permulaan.* Semarang: Aneka Ilmu.

Dewi, dkk. 2011. *Kajian Struktur Aljabar Grup pada Himpunan Matriks yang Invertibel. Universitas Sriwijaya: Jurnal Penelitian Sains. Vol.14 No.1(A).*

D.O.S, Apendi. 2007. *Dasar-dasar bermain catur : penerapan strategi klasik Cina dalam permainan catur.* Jakarta: PT. Kawan Pustaka.

Dummit, D. S., dan Foote, R. 2004. *Abstract Algebra Third Edition.* New York: John Willey and Sons, Inc.

Gallian, J. A. 2010. *Contemporary Abstract Algebra*. Canada: Nelson Education, Ltd.

Gilbert, L., dan Gilbert, J. 2009. *Elements of Modern Algebra, Seventh Edition*. Canada: Nelson Education, Ltd.

Harun, Undi. 1985. *Seri Teori Bermain Catur.* Klaten: Intan.

Hidayat, Noor. 2017. *Memahami Struktur Aljabar.* Malang: UB Press.

Kusumawati, Ririen. 2014. *Aljabar Linier & Matriks.* Malang: UIN-Maliki Press.

Murray, Harold J. R. 2012. *A History Of Chess*. New York: Skyhorse Publishing.

Musfir Az-Zahrani. 2005. *Konseling Terapi.* Jakarta: Gema Insani.

Nata, Abuddin, *Tafsir Ayat-ayat Pendidikan (Tafsir Al-Ayat Al-Tarbawiy*). Jakarta: PT. Rajagrafindo Persada. 2010

Shihab Quraish, 2002. *Tafsir Al-Mishbah, Pesan, Kesan dan Keserasian al-Qur'an*, Jakarta: Lentera Hati

LAMPIRAN 1

A. Penempatan benteng yang tidak saling memakan

1. Papan catur 3×3

B		
	B	
		B

B		
		B
	B	

	B	
B		
		B

	B	
		B
B		

		B
B		
	B	

		B
	B	
B		

2. Papan catur 4×4

B			
	B		
		B	
			B

B			
	B		
			B
		B	

B			
		B	
	B		
			B

B			
		B	
			B
	B		

B			
			B
	B		
		B	

B			
			B
		B	
	B		

	B		
B			
		B	
			B

	B		
B			
			B
		B	

	B		
		B	
B			
			B

	B		
		B	
			B
B			

	B		
			B
B			
		B	

	B		
			B
		B	
B			

		B	
B			
	B		
			B

		B	
B			
			B
	B		

		B	
	B		
B			
			B

		B	
	B		
			B
B			

		B	
			B
B			
	B		

		B	
			B
	B		
B			

			B
B			
	B		
		B	

			B
B			
		B	
	B		

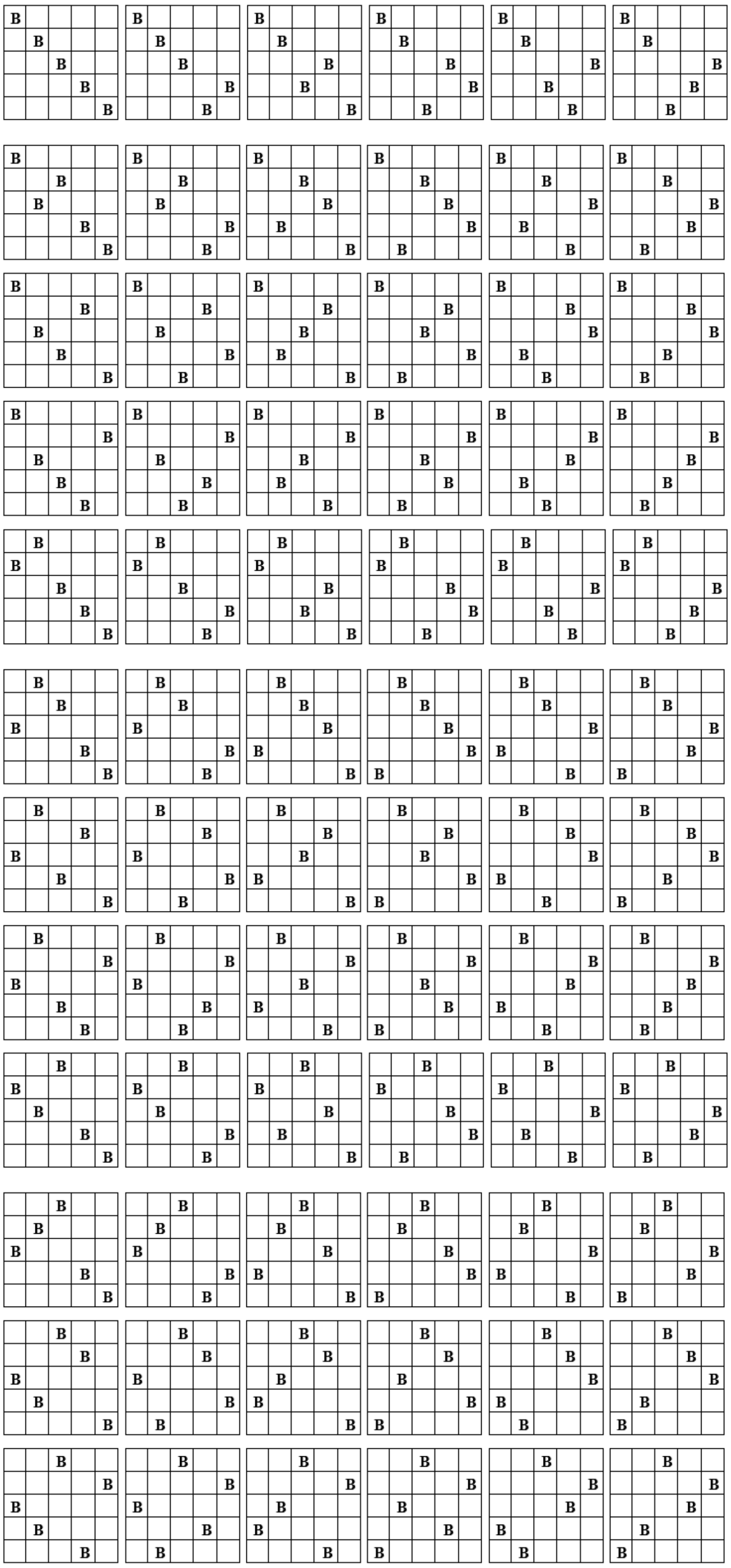
			B
	B		
B			
		B	

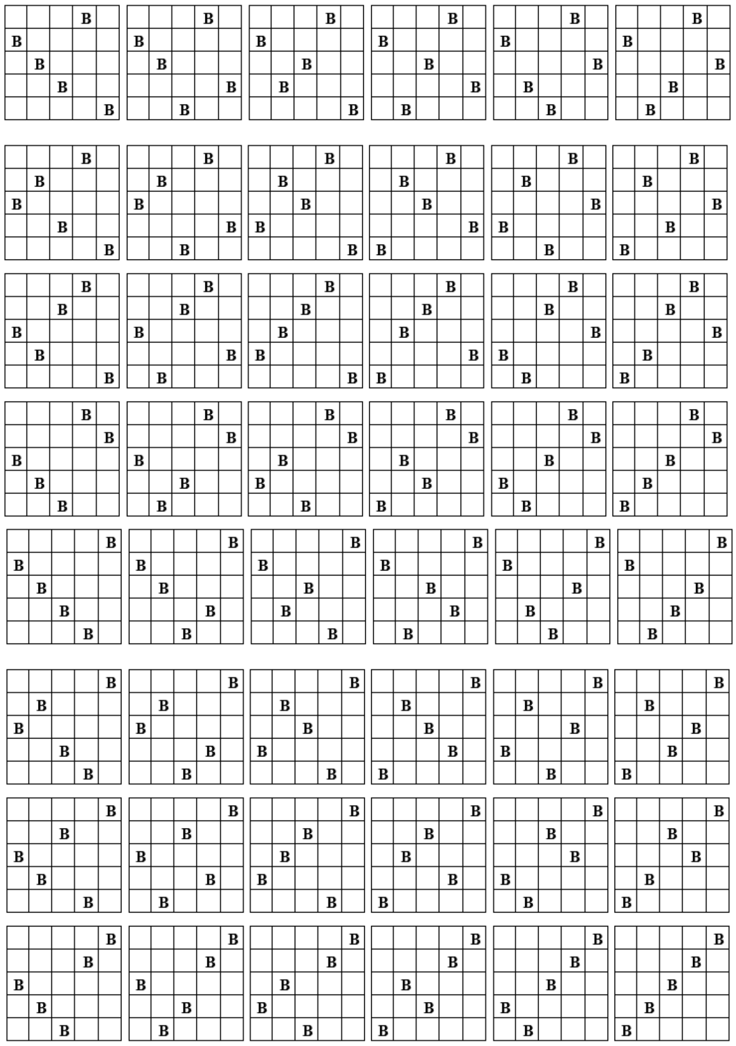
			B
	B		
		B	
B			

			B
		B	
B			
	B		

			B
		B	
	B		
B			

3. Papan catur 5×5





B. Matriks dari penempatan benteng yang tidak saling memakan

1. Papan catur 3×3

$$A = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & \\ \hline & \mathbf{B} & \\ \hline & & \mathbf{B} \\ \hline\end{array} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad B = \begin{array}{|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & \\ \hline\end{array} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$C = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} \\ \hline\end{array} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad D = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & \\ \hline & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & \\ \hline\end{array} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\\1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$E = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & \\ \hline & \mathbf{B} & \\ \hline\end{array} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\end{bmatrix} \quad F = \begin{array}{|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & \\ \hline\end{array} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\0 & 1 & 0\\1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

2. Papan catur 4×4

$$A1 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A2 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B2 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A3 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A4 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B3 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B4 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A6 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B5 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B6 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C1 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C2 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D1 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D2 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C3 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad C4 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D3 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D4 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C5 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C6 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D5 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D6 = \begin{array}{|c|c|c|c|}\hline & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & \\ \hline \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Papan catur 5×5

$$A1 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A3 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A4 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A5 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad A6 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A7 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A8 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A9 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A10 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

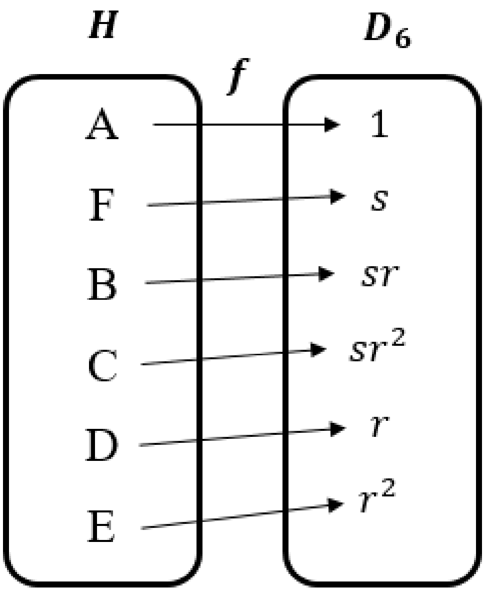
$$A11 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A12 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A13 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A14 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

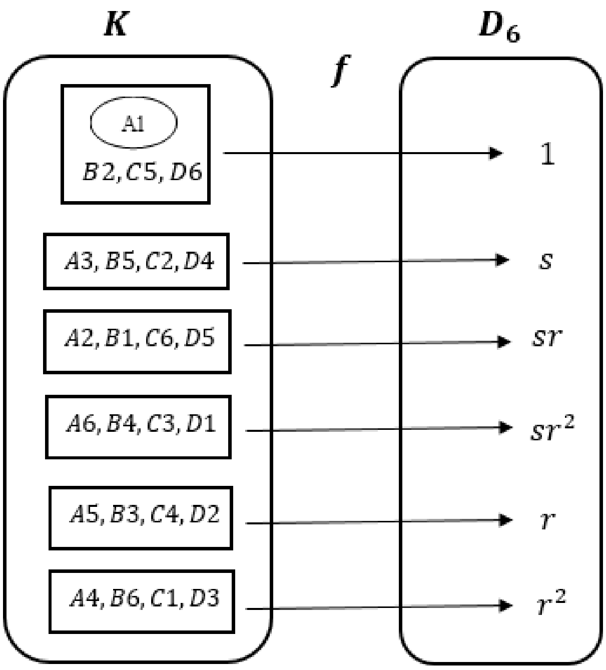
$$A15 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A16 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline \mathbf{B} & & & & \\ \hline & & & \mathbf{B} & \\ \hline & & \mathbf{B} & & \\ \hline & & & & \mathbf{B} \\ \hline & \mathbf{B} & & & \\ \hline \end{array} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

LAMPIRAN 2

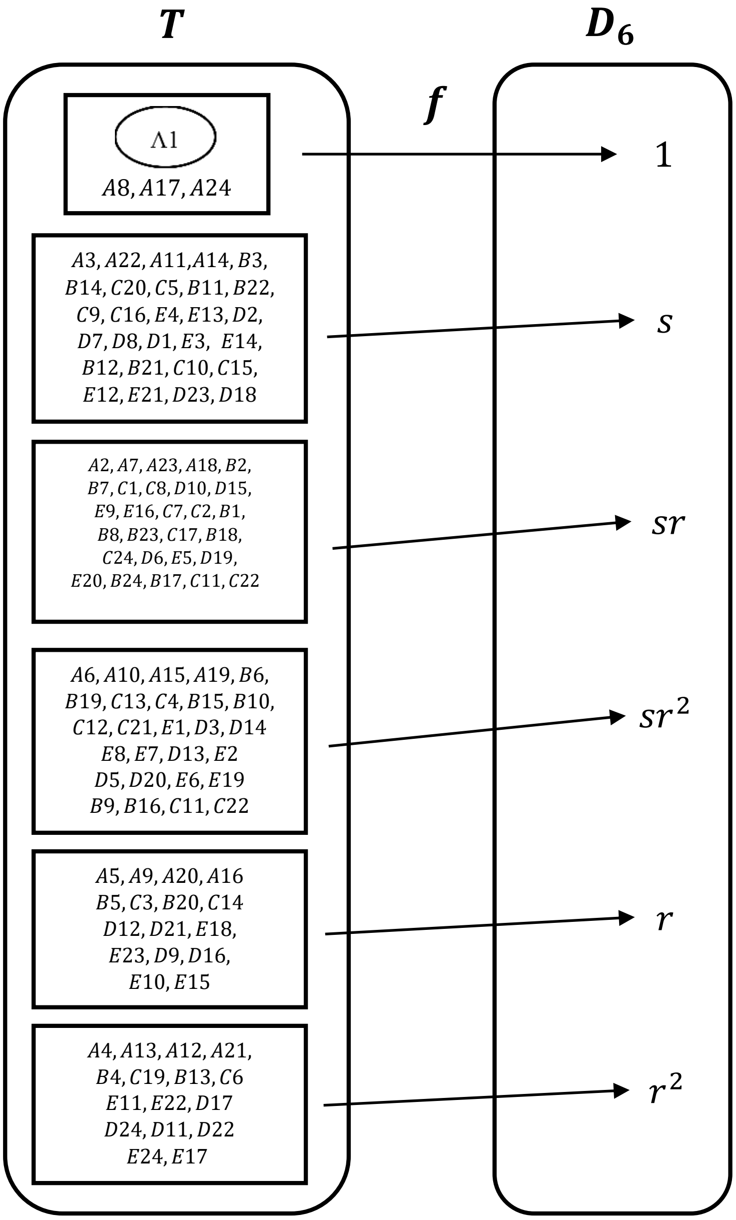
1. Papan catur 3×3



2. Papan catur 4×4



3. Papan catur 5×5



LAMPIRAN 3

1. Papan catur 4×4

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6
A2	A2	A1	A4	A3	A6	A5	B2	B1	B4	B3	B6	B5	C2	C1	C4	C3	C6	C5	D2	D1	D4	D3	D6	D5
A3	A3	A5	A1	A6	A2	A4	B3	B5	B1	B6	B2	B4	C3	C5	C1	C6	C2	C4	D3	D5	D1	D6	D2	D4
A4	A4	A6	A2	A5	A1	A3	B4	B6	B2	B5	B1	B3	C4	C6	C2	C5	C1	C3	D4	D6	D2	D5	D1	D3
A5	A5	A3	A6	A1	A4	A2	B5	B3	B6	B1	B4	B2	C5	C3	C6	C1	C4	C2	D5	D3	D6	D1	D4	D2
A6	A6	A4	A5	A2	A3	A1	B6	B4	B5	B2	B3	B1	C6	C4	C5	C2	C3	C1	D6	D4	D5	D2	D3	D1
B1	B1	B2	C1	C2	D1	D2	A1	A2	C3	C4	D3	D4	A3	A4	B3	B4	D5	D6	A5	A6	B5	B6	C5	C6
B2	B2	B1	C2	C1	D2	D1	A2	A1	C4	C3	D4	D3	A4	A3	B4	B3	D6	D5	A6	A5	B6	B5	C6	C5
B3	B3	B5	C3	C5	D3	D5	A3	A5	C1	C6	D1	D6	A1	A6	B1	B6	D2	D4	A2	A4	B2	B4	C2	C4
B4	B4	B6	C4	C6	D4	D6	A4	A6	C2	C5	D2	D5	A2	A5	B2	B5	D1	D3	A1	A3	B1	B3	C1	C3
B5	B5	B3	C5	C3	D5	D3	A5	A3	C6	C1	D6	D1	A6	A1	B6	B1	D4	D2	A4	A2	B4	B2	C4	C2
B6	B6	B4	C6	C4	D6	D4	A6	A4	C5	C2	D5	D2	A5	A2	B5	B2	D3	D1	A3	A1	B3	B1	C3	C1
C1	C1	D1	B1	D2	B2	C2	C3	D3	A1	D4	A2	C4	B3	D5	A3	D6	A4	B4	B5	C5	A5	C6	A6	B6
C2	C2	D2	B2	D1	B1	C1	C4	D4	A2	D3	A1	C3	B4	D6	A4	D5	A3	B3	B6	C6	A6	C5	A5	B5
C3	C3	D3	B3	D5	B5	C5	C1	D1	A3	D6	A5	C6	B1	D2	A1	D4	A6	B6	B2	C2	A2	C4	A4	B4
C4	C4	D4	B4	D6	B6	C6	C2	D2	A4	D5	A6	C5	B2	D1	A2	D3	A5	B5	B1	C1	A1	C3	A3	B3
C5	C5	D5	B5	D3	B3	C3	C6	D6	A5	D1	A3	C1	B6	D4	A6	D2	A1	B1	B4	C4	A4	C2	A2	B2
C6	C6	D6	B6	D4	B4	C4	C5	D5	A6	D2	A4	C2	B5	D3	A5	D1	A2	B2	B3	C3	A3	C1	A1	B1
D1	D1	C1	D2	B1	C2	B2	D3	C3	D4	A1	C4	A2	D5	B3	D6	A3	B4	A4	C5	B5	C6	A5	B6	A6
D2	D2	C2	D1	B2	C1	B1	D4	C4	D3	A2	C3	A1	D6	B4	D5	A4	B3	A3	C6	B6	C5	A6	B5	A5
D3	D3	C3	D5	B3	C5	B5	D1	C1	D6	A3	C6	A5	D2	B1	D4	A1	B6	A6	C2	B2	C4	A2	B4	A4
D4	D4	C4	D6	B4	C6	B6	D2	C2	D5	A4	C5	A6	D1	B2	D3	A2	B5	A5	C1	B1	C3	A1	B3	A3
D5	D5	C5	D3	B5	C3	B3	D6	C6	D1	A5	C1	A3	D4	B6	D2	A6	B1	A1	C4	B4	C2	A4	B2	A2
D6	D6	C6	D4	B6	C4	B4	D5	C5	D2	A6	C2	A4	D3	B5	D1	A5	B2	A2	C3	B3	C1	A3	B1	A1

2. Papan Catur 5 × 5

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24
A1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24
A2	A2	A1	A4	A3	A6	A5	A8	A7	A10	A9	A12	A11	A14	A13	A16	A15	A18	A17	A20	A19	A22	A21	A24	A23
A3	A3	A5	A1	A6	A2	A4	A9	A11	A7	A12	A8	A10	A15	A17	A13	A18	A14	A16	A21	A23	A19	A24	A20	A22
A4	A4	A6	A2	A5	A1	A3	A10	A12	A8	A11	A7	A9	A16	A18	A14	A17	A13	A15	A22	A24	A20	A23	A19	A21
A5	A5	A3	A6	A1	A4	A2	A11	A9	A12	A7	A10	A8	A17	A15	A18	A13	A16	A14	A23	A21	A24	A19	A22	A20
A6	A6	A4	A5	A2	A3	A1	A12	A10	A11	A8	A9	A7	A18	A16	A17	A14	A15	A13	A24	A22	A23	A20	A21	A19
A7	A7	A8	A13	A14	A19	A20	A1	A2	A15	A16	A21	A22	A3	A4	A9	A10	A23	A24	A5	A6	A11	A12	A17	A18
A8	A8	A7	A14	A13	A20	A19	A2	A1	A16	A15	A22	A21	A4	A3	A10	A9	A24	A23	A6	A5	A12	A11	A18	A17
A9	A9	A11	A15	A17	A21	A23	A3	A5	A13	A18	A19	A24	A1	A6	A7	A12	A20	A22	A2	A4	A8	A10	A14	A16
A10	A10	A12	A16	A18	A22	A24	A4	A6	A14	A17	A20	A23	A2	A5	A8	A11	A19	A21	A1	A3	A7	A9	A13	A15
A11	A11	A9	A17	A15	A23	A21	A5	A3	A18	A13	A24	A19	A6	A1	A12	A7	A22	A20	A4	A2	A10	A8	A16	A14
A12	A12	A10	A18	A16	A24	A22	A6	A4	A17	A14	A23	A20	A5	A2	A11	A8	A21	A19	A3	A1	A9	A7	A15	A13
A13	A13	A19	A7	A20	A8	A14	A15	A21	A1	A22	A2	A16	A9	A23	A3	A24	A4	A10	A11	A17	A5	A18	A6	A12
A14	A14	A20	A8	A19	A7	A13	A16	A22	A2	A21	A1	A15	A10	A24	A4	A23	A3	A9	A12	A18	A6	A17	A5	A11
A15	A15	A21	A9	A23	A11	A17	A13	A19	A3	A24	A5	A18	A7	A20	A1	A22	A6	A12	A8	A14	A2	A16	A4	A10
A16	A16	A22	A10	A24	A12	A18	A14	A20	A4	A23	A6	A17	A8	A19	A2	A21	A5	A11	A7	A13	A1	A15	A3	A9
A17	A17	A23	A11	A21	A9	A15	A18	A24	A5	A19	A3	A13	A12	A22	A6	A20	A1	A7	A10	A16	A4	A14	A2	A8
A18	A18	A24	A12	A22	A10	A16	A17	A23	A6	A20	A4	A14	A11	A21	A5	A19	A2	A8	A9	A15	A3	A13	A1	A7
A19	A19	A13	A20	A7	A14	A8	A21	A15	A22	A1	A16	A2	A23	A9	A24	A3	A10	A4	A17	A11	A18	A5	A12	A6
A20	A20	A14	A19	A8	A13	A7	A22	A16	A21	A2	A15	A1	A24	A10	A23	A4	A9	A3	A18	A12	A17	A6	A11	A5
A21	A21	A15	A23	A9	A17	A11	A19	A13	A24	A3	A18	A5	A20	A7	A22	A1	A12	A6	A14	A8	A16	A2	A10	A4
A22	A22	A16	A24	A10	A18	A12	A20	A14	A23	A4	A17	A6	A19	A8	A21	A2	A11	A5	A13	A7	A15	A1	A9	A3
A23	A23	A17	A21	A11	A15	A9	A24	A18	A19	A5	A13	A3	A22	A12	A20	A6	A7	A1	A16	A10	A14	A4	A8	A2
A24	A24	A18	A22	A12	A16	A10	A23	A17	A20	A6	A14	A4	A21	A11	A19	A5	A8	A2	A15	A9	A13	A3	A7	A1

X	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B24
A1	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B24
A2	B2	B1	B4	B3	B6	B5	B8	B7	B10	B9	B12	B11	B14	B13	B16	B15	B18	B17	B20	B19	B22	B21	B24	B23
A3	B3	B5	B1	B6	B2	B4	B9	B11	B7	B12	B8	B10	B15	B17	B13	B18	B14	B16	B21	B23	B19	B24	B20	B22
A4	B4	B6	B2	B5	B1	B3	B10	B12	B8	B11	B7	B9	B16	B18	B14	B17	B13	B15	B22	B24	B20	B23	B19	B21
A5	B5	B3	B6	B1	B4	B2	B11	B9	B12	B7	B10	B8	B17	B15	B18	B13	B16	B14	B23	B21	B24	B19	B22	B20
A6	B6	B4	B5	B2	B3	B1	B12	B10	B11	B8	B9	B7	B18	B16	B17	B14	B15	B13	B24	B22	B23	B20	B21	B19
A7	B7	B8	B13	B14	B19	B20	B1	B2	B15	B16	B21	B22	B3	B4	B9	B10	B23	B24	B5	B6	B11	B12	B17	B18
A8	B8	B7	B14	B13	B20	B19	B2	B1	B16	B15	B22	B21	B4	B3	B10	B9	B24	B23	B6	B5	B12	B11	B18	B17
A9	B9	B11	B15	B17	B21	B23	B3	B5	B13	B18	B19	B24	B1	B6	B7	B12	B20	B22	B2	B4	B8	B10	B14	B16
A10	B10	B12	B16	B18	B22	B24	B4	B6	B14	B17	B20	B23	B2	B5	B8	B11	B19	B21	B1	B3	B7	B9	B13	B15
A11	B11	B9	B17	B15	B23	B21	B5	B3	B18	B13	B24	B19	B6	B1	B12	B7	B22	B20	B4	B2	B10	B8	B16	B14
A12	B12	B10	B18	B16	B24	B22	B6	B4	B17	B14	B23	B20	B5	B2	B11	B8	B21	B19	B3	B1	B9	B7	B15	B13
A13	B13	B19	B7	B20	B8	B14	B15	B21	B1	B22	B2	B16	B9	B23	B3	B24	B4	B10	B11	B17	B5	B18	B6	B12
A14	B14	B20	B8	B19	B7	B13	B16	B22	B2	B21	B1	B15	B10	B24	B4	B23	B3	B9	B12	B18	B6	B17	B5	B11
A15	B15	B21	B9	B23	B11	B17	B13	B19	B3	B24	B5	B18	B7	B20	B1	B22	B6	B12	B8	B14	B2	B16	B4	B10
A16	B16	B22	B10	B24	B12	B18	B14	B20	B4	B23	B6	B17	B8	B19	B2	B21	B5	B11	B7	B13	B1	B15	B3	B9
A17	B17	B23	B11	B21	B9	B15	B18	B24	B5	B19	B3	B13	B12	B22	B6	B20	B1	B7	B10	B16	B4	B14	B2	B8
A18	B18	B24	B12	B22	B10	B16	B17	B23	B6	B20	B4	B4	B11	B21	B5	B19	B2	B8	B9	B15	B3	B13	B1	B7
A19	B19	B13	B20	B7	B14	B8	B21	B15	B22	B1	B16	B2	B23	B9	B24	B3	B10	B4	B17	B11	B18	B5	B12	B6
A20	B20	B14	B19	B8	B13	B7	B22	B16	B21	B2	B15	B1	B24	B10	B23	B4	B9	B3	B18	B12	B17	B6	B11	B5
A21	B21	B15	B23	B9	B17	B11	B19	B13	B24	B3	B18	B5	B20	B7	B22	B1	B12	B6	B14	B8	B16	B2	B10	B4
A22	B22	B16	B24	B10	B18	B12	B20	B14	B23	B4	B17	B6	B19	B8	B21	B2	B11	B5	B13	B7	B15	B1	B9	B3
A23	B23	B17	B21	B11	B15	B9	B24	B18	B19	B5	B13	B3	B22	B12	B20	B6	B7	B1	B16	B10	B14	B4	B8	B2
A24	B24	B18	B22	B12	B16	B10	B23	B17	B20	B6	B14	B4	B21	B11	B19	B5	B8	B2	B15	B9	B13	B3	B7	B1

X	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
A1	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
A2	C2	C1	C4	C3	C6	C5	C8	C7	C10	C9	C12	C11	C14	C13	C16	C15	C18	C17	C20	C19	C22	C21	C24	C23
A3	C3	C5	C1	C6	C2	C4	C9	C11	C7	C12	C8	C10	C15	C17	C13	C18	C14	C16	C21	C23	C19	C24	C20	C22
A4	C4	C6	C2	C5	C1	C3	C10	C12	C8	C11	C7	C9	C16	C18	C14	C17	C13	C15	C22	C24	C20	C23	C19	C21
A5	C5	C3	C6	C1	C4	C2	C11	C9	C12	C7	C10	C8	C17	C15	C18	C13	C16	C14	C23	C21	C24	C19	C22	C20
A6	C6	C4	C5	C2	C3	C1	C12	C10	C11	C8	C9	C7	C18	C16	C17	C14	C15	C13	C24	C22	C23	C20	C21	C19
A7	C7	C8	C13	C14	C19	C20	C1	C2	C15	C16	C21	C22	C3	C4	C9	C10	C23	C24	C5	C6	C11	C12	C17	C18
A8	C8	C7	C14	C13	C20	C19	C2	C1	C16	C15	C22	C21	C4	C3	C10	C9	C24	C23	C6	C5	C12	C11	C18	C17
A9	C9	C11	C15	C17	C21	C23	C3	C5	C13	C18	C19	C24	C1	C6	C7	C12	C20	C22	C2	C4	C8	C10	C14	C16
A10	C10	C12	C16	C18	C22	C24	C4	C6	C14	C17	C20	C23	C2	C5	C8	C11	C19	C21	C1	C3	C7	C9	C13	C15
A11	C11	C9	C17	C15	C23	C21	C5	C3	C18	C13	C24	C19	C6	C1	C12	C7	C22	C20	C4	C2	C10	C8	C16	C14
A12	C12	C10	C18	C16	C24	C22	C6	C4	C17	C14	C23	C20	C5	C2	C11	C8	C21	C19	C3	C1	C9	C7	C15	C13
A13	C13	C19	C7	C20	C8	C14	C15	C21	C1	C22	C2	C16	C9	C23	C3	C24	C4	C10	C11	C17	C5	C18	C6	C12
A14	C14	C20	C8	C19	C7	C13	C16	C22	C2	C21	C1	C15	C10	C24	C4	C23	C3	C9	C12	C18	C6	C17	5	C11
A15	C15	C21	C9	C23	C11	C17	C13	C19	C3	C24	C5	C18	C7	C20	C1	C22	C6	C12	C8	C14	C2	C16	C4	C10
A16	C16	C22	C10	C24	C12	C18	C14	C20	C4	C23	C6	C17	C8	C19	C2	C21	C5	C11	C7	C13	C1	C15	C3	C9
A17	C17	C23	C11	C21	C9	C15	C18	C24	C5	C19	C3	C13	C12	C22	C6	C20	C1	C7	C10	C16	C4	C14	C2	C8
A18	C18	C24	C12	C22	C10	C16	C17	C23	C6	C20	C4	C4	C11	C21	C5	C19	C2	C8	C9	C15	C3	C13	C1	C7
A19	C19	C13	C20	C7	C14	C8	C21	C15	C22	C1	C16	C2	C23	C9	C24	C3	C10	C4	C17	C11	C18	C5	C12	C6
A20	C20	C14	C19	C8	C13	C7	C22	C16	C21	C2	C15	C1	C24	C10	C23	C4	C9	C3	C18	C12	C17	C6	C11	C5
A21	C21	C15	C23	C9	C17	C11	C19	C13	C24	C3	C18	C5	C20	C7	C22	C1	C12	C6	C14	C8	C16	C2	C10	C4
A22	C22	C16	C24	C10	C18	C12	C20	C14	C23	C4	C17	C6	C19	C8	C21	C2	C11	C5	C13	C7	C15	C1	C9	C3
A23	C23	C17	C21	C11	C15	C9	C24	C18	C19	C5	C13	C3	C22	C12	C20	C6	C7	C1	C16	C10	C14	C4	C8	C2
A24	C24	C18	C22	C12	C16	C10	C23	C17	C20	C6	C14	C4	C21	C11	C19	C5	C8	C2	C15	C9	C13	C3	C7	C1

X	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24
A1	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24
A2	D2	D1	D4	D3	D6	D5	D8	D7	D10	D9	D12	D11	D14	D13	D16	D15	D18	D17	D20	D19	D22	D21	D24	D23
A3	D3	D5	D1	D6	D2	D4	D9	D11	D7	D12	D8	D10	D15	D17	D13	D18	D14	D16	D21	D23	D19	D24	D20	D22
A4	D4	D6	D2	D5	D1	D3	D10	D12	D8	D11	D7	D9	D16	D18	D14	D17	D13	D15	D22	D24	D20	D23	D19	D21
A5	D5	D3	D6	D1	D4	D2	D11	D9	D12	D7	D10	D8	D17	D15	D18	D13	D16	D14	D23	D21	D24	D19	D22	D20
A6	D6	D4	D5	D2	D3	D1	D12	D10	D11	D8	D9	D7	D18	D16	D17	D14	D15	D13	D24	D22	D23	D20	D21	D19
A7	D7	D8	D13	D14	D19	D20	D1	D2	D15	D16	D21	D22	D3	D4	D9	D10	D23	D24	D5	D6	D11	D12	D17	D18
A8	D8	D7	D14	D13	D20	D19	D2	D1	D16	D15	D22	D21	D4	D3	D10	D9	D24	D23	D6	D5	D12	D11	D18	D17
A9	D9	D11	D15	D17	D21	D23	D3	D5	D13	D18	D19	D24	D1	D6	D7	D12	D20	D22	D2	D4	D8	D10	D14	D16
A10	D10	D12	D16	D18	D22	D24	D4	D6	D14	D17	D20	D23	D2	D5	D8	D11	D19	D21	D1	D3	D7	D9	D13	D15
A11	D11	D9	D17	D15	D23	D21	D5	D3	D18	D13	D24	D19	D6	D1	D12	D7	D22	D20	D4	D2	D10	D8	D16	D14
A12	D12	D10	D18	D16	D24	D22	D6	D4	D17	D14	D23	D20	D5	D2	D11	D8	D21	D19	D3	D1	D9	D7	D15	D13
A13	D13	D19	D7	D20	D8	D14	D15	D21	D1	D22	D2	D16	D9	D23	D3	D24	D4	D10	D11	D17	D5	D18	D6	D12
A14	D14	D20	D8	D19	D7	D13	D16	D22	D2	D21	D1	D15	D10	D24	D4	D23	D3	D9	D12	D18	D6	D17	D5	D11
A15	D15	D21	D9	D23	D11	D17	D13	D19	D3	D24	D5	D18	D7	D20	D1	D22	D6	D12	D8	D14	D2	D16	D4	D10
A16	D16	D22	D10	D24	D12	D18	D14	D20	D4	D23	D6	D17	D8	D19	D2	D21	D5	D11	D7	D13	D1	D15	D3	D9
A17	D17	D23	D11	D21	D9	D15	D18	D24	D5	D19	D3	D13	D12	D22	D6	D20	D1	D7	D10	D16	D4	D14	D2	D8
A18	D18	D24	D12	D22	D10	D16	D17	D23	D6	D20	D4	D14	D11	D21	D5	D19	D2	D8	D9	D15	D3	D13	D1	D7
A19	D19	D13	D20	D7	D14	D8	D21	D15	D22	D1	D16	D2	D23	D9	D24	D3	D10	D4	D17	D11	D18	D5	D12	D6
A20	D20	D14	D19	D8	D13	D7	D22	D16	D21	D2	D15	D1	D24	D10	D23	D4	D9	D3	D18	D12	D17	D6	D11	D5
A21	D21	D15	D23	D9	D17	D11	D19	D13	D24	D3	D18	D5	D20	D7	D22	D1	D12	D6	D14	D8	D16	D2	D10	D4
A22	D22	D16	D24	D10	D18	D12	D20	D14	D23	D4	D17	D6	D19	D8	D21	D2	D11	D5	D13	D7	D15	D1	D9	D3
A23	D23	D17	D21	D11	D15	D9	D24	D18	D19	D5	D13	D3	D22	D12	D20	D6	D7	D1	D16	D10	D14	D4	D8	D2
A24	D24	D18	D22	D12	D16	D10	D23	D17	D20	D6	D14	D4	D21	D11	D19	D5	D8	D2	D15	D9	D13	D3	D7	D1

X	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
A1	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
A2	E2	E1	E4	E3	E6	E5	E8	E7	E10	E9	E12	E11	E14	E13	E16	E15	E18	E17	E20	E19	E22	E21	E24	E23
A3	E3	E5	E1	E6	E2	E4	E9	E11	E7	E12	E8	E10	E15	E17	E13	E18	E14	E16	E21	E23	E19	E24	E20	E22
A4	E4	E6	E2	E5	E1	E3	E10	E12	E8	E11	E7	E9	E16	E18	E14	E17	E13	E15	E22	E24	E20	E23	E19	E21
A5	E5	E3	E6	E1	E4	E2	E11	E9	E12	E7	E10	E8	E17	E15	E18	E13	E16	E14	E23	E21	E24	E19	E22	E20
A6	E6	E4	E5	E2	E3	E1	E12	E10	E11	E8	E9	E7	E18	E16	E17	E14	E15	E13	E24	E22	E23	E20	E21	E19
A7	E7	E8	E13	E14	E19	E20	E1	E2	E15	E16	E21	E22	E3	E4	E9	E10	E23	E24	E5	E6	E11	E12	E17	E18
A8	E8	E7	E14	E13	E20	E19	E2	E1	E16	E15	E22	E21	E4	E3	E10	E9	E24	E23	E6	E5	E12	E11	E18	E17
A9	E9	E11	E15	E17	E21	E23	E3	E5	E13	E18	E19	E24	E1	E6	E7	E12	E20	E22	E2	E4	E8	E10	E14	E16
A10	E10	E12	E16	E18	E22	E24	E4	E6	E14	E17	E20	E23	E2	E5	E8	E11	E19	E21	E1	E3	E7	E9	E13	E15
A11	E11	E9	E17	E15	E23	E21	E5	E3	E18	E13	E24	E19	E6	E1	E12	E7	E22	E20	E4	E2	E10	E8	E16	E14
A12	E12	E10	E18	E16	E24	E22	E6	E4	E17	E14	E23	E20	E5	E2	E11	E8	E21	E19	E3	E1	E9	E7	E15	E13
A13	E13	E19	E7	E20	E8	E14	E15	E21	E1	E22	E2	E16	E9	E23	E3	E24	E4	E10	E11	E17	E5	E18	E6	E12
A14	E14	E20	E8	E19	E7	E13	E16	E22	E2	E21	E1	E15	E10	E24	E4	E23	E3	E9	E12	E18	E6	E17	E5	E11
A15	E15	E21	E9	E23	E11	E17	E13	E19	E3	E24	E5	E18	E7	E20	E1	E22	E6	E12	E8	E14	E2	E16	E4	E10
A16	E16	E22	E10	E24	E12	E18	E14	E20	E4	E23	E6	E17	E8	E19	E2	E21	E5	E11	E7	E13	E1	E15	E3	E9
A17	E17	E23	E11	E21	E9	E15	E18	E24	E5	E19	E3	E13	E12	E22	E6	E20	E1	E7	E10	E16	E4	E14	E2	E8
A18	E18	E24	E12	E22	E10	E16	E17	E23	E6	E20	E4	E14	E11	E21	E5	E19	E2	E8	E9	E15	E3	E13	E1	E7
A19	E19	E13	E20	E7	E14	E8	E21	E15	E22	E1	E16	E2	E23	E9	E24	E3	E10	E4	E17	E11	E18	E5	E12	E6
A20	E20	E14	E19	E8	E13	E7	E22	E16	E21	E2	E15	E1	E24	E10	E23	E4	E9	E3	E18	E12	E17	E6	E11	E5
A21	E21	E15	E23	E9	E17	E11	E19	E13	E24	E3	E18	E5	E20	E7	E22	E1	E12	E6	E14	E8	E16	E2	E10	E4
A22	E22	E16	E24	E10	E18	E12	E20	E14	E23	E4	E17	E6	E19	E8	E21	E2	E11	E5	E13	E7	E15	E1	E9	E3
A23	E23	E17	E21	E11	E15	E9	E24	E18	E19	E5	E13	E3	E22	E12	E20	E6	E7	E1	E16	E10	E14	E4	E8	E2
A24	E24	E18	E22	E12	E16	E10	E23	E17	E20	E6	E14	E4	E21	E11	E19	E5	E8	E2	E15	E9	E13	E3	E7	E1

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24
B1	B1	B2	B3	B4	B5	B6	C1	C2	C3	C4	C5	C6	D1	D2	D3	D4	D5	D6	E1	E2	E3	E4	E5	E6
B2	B2	B1	B4	B3	B6	B5	C2	C1	C4	C3	C6	C5	D2	D1	D4	D3	D6	D5	E2	E1	E4	E3	E6	E5
B3	B3	B5	B1	B6	B2	B4	C3	C5	C1	C6	C2	C4	D3	D5	D1	D6	D2	D4	E3	E5	E1	E6	E2	E4
B4	B4	B6	B2	B5	B1	B3	C4	C6	C2	C5	C1	C3	D4	D6	D2	D5	D1	D3	E4	E6	E2	E5	E1	E3
B5	B5	B3	B6	B1	B4	B2	C5	C3	C6	C1	C4	C2	D5	D3	D6	D1	D4	D2	E5	E3	E6	E1	E4	E2
B6	B6	B4	B5	B2	B3	B1	C6	C4	C5	C2	C3	C1	D6	D4	D5	D2	D3	D1	E6	E4	E5	E2	E3	E1
B7	B7	B8	B13	B14	B19	B20	C7	C8	C13	C14	C19	C20	D7	D8	D13	D14	D19	D20	E7	E8	E13	E14	E19	E20
B8	B8	B7	B14	B13	B20	B19	C8	C7	C14	C13	C20	C19	D8	D7	D14	D13	D20	D19	E8	E7	E14	E13	E20	E19
B9	B9	B11	B15	B17	B21	B23	C9	C11	C15	C17	C21	C23	D9	D11	D15	D17	D21	D23	E9	E11	E15	E17	E21	E23
B10	B10	B12	B16	B18	B22	B24	C10	C12	C16	C18	C22	C24	D10	D12	D16	D18	D22	D24	E10	E12	E16	E18	E22	E24
B11	B11	B9	B17	B15	B23	B21	C11	C9	C17	C15	C23	C21	D11	D9	D17	D15	D23	D21	E11	E9	E17	E15	E23	E21
B12	B12	B10	B18	B16	B24	B22	C12	C10	C18	C16	C24	C22	D12	D10	D18	D16	D24	D22	E12	E10	E18	E16	E24	E22
B13	B13	B19	B7	B20	B8	B14	C13	C19	C7	C20	C8	C14	D13	D19	D7	D20	D8	D14	E13	E19	E7	E20	E8	E14
B14	B14	B20	B8	B19	B7	B13	C14	C20	C8	C19	C7	C13	D14	D20	D8	D19	D7	D13	E14	E20	E8	E19	E7	E13
B15	B15	B21	B9	B23	B11	B17	C15	C21	C9	C23	C11	C17	D15	D21	D9	D23	D11	D17	E15	E21	E9	E23	E11	E17
B16	B16	B22	B10	B24	B12	B18	C16	C22	C10	C24	C12	C18	D16	D22	D10	D24	D12	D18	E16	E22	E10	E24	E12	E18
B17	B17	B23	B11	B21	B9	B15	C17	C23	C11	C21	C9	C15	D17	D23	D11	D21	D9	D15	E17	E23	E11	E21	E9	E15
B18	B18	B24	B12	B22	B10	B16	C18	C24	C12	C22	C10	C16	D18	D24	D12	D22	D10	D16	E18	E24	E12	E22	E10	E16
B19	B19	B13	B20	B7	B14	B8	C19	C13	C20	C7	C14	C8	D19	D13	D20	D7	D14	D8	E19	E13	E20	E7	E14	E8
B20	B20	B14	B19	B8	B13	B7	C20	C14	C19	C8	C13	C7	D20	D14	D19	D8	D13	D7	E20	E14	E19	E8	E13	E7
B21	B21	B15	B23	B9	B17	B11	C21	C15	C23	C9	C17	C11	D21	D15	D23	D9	D17	D11	E21	E15	E23	E9	E17	E11
B22	B22	B16	B24	B10	B18	B12	C22	C16	C24	C10	C18	C12	D22	D16	D24	10	D18	D12	E22	E16	E24	E10	E18	E12
B23	B23	B17	B21	B11	B15	B9	C23	C17	C21	C11	C15	C9	D23	D17	D21	D11	D15	D9	E23	E17	E21	E11	E15	E9
B24	B24	B18	B22	B12	B16	B10	C24	C18	C22	C12	C16	C10	D24	D18	D22	D12	D16	D10	E24	E18	E22	E12	E16	E10

X	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B24
B1	A1	A2	A3	A4	A5	A6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	D7	D8	D9	D10	D11	D12	E7	E8	E9	E10	E11	E12
B2	A2	A1	A4	A3	A6	A5	C8	C7	C10	C9	C12	C11	D8	D7	D10	D9	D12	D11	E8	E7	E10	E9	E12	E11
B3	A3	A5	A1	A6	A2	A4	C9	C11	C7	C12	C8	C10	D9	D11	D7	D12	D8	D10	E9	E11	E7	E12	E8	E10
B4	A4	A6	A2	A5	A1	A3	C10	C12	C8	C11	C7	C9	D10	D12	D8	D11	D7	D9	E10	E12	E8	E11	E7	E9
B5	A5	A3	A6	A1	A4	A2	C11	C9	C12	C7	C10	C8	D11	D9	D12	D7	D10	D8	E11	E9	E12	E7	E10	E8
B6	A6	A4	A5	A2	A3	A1	C12	C10	C11	C8	C9	C7	D12	D10	D11	D8	D9	D7	E12	E10	E11	E8	E9	E7
B7	A7	A8	A13	A14	A19	A20	C1	C2	C15	C16	C21	C22	D1	D2	D15	D16	D21	D22	E1	E2	E15	E16	E21	E22
B8	A8	A7	A14	A13	A20	A19	C2	C1	C16	C15	C22	C21	D2	D1	D16	D15	D22	D21	E2	E1	E16	E15	E22	E21
B9	A9	A11	A15	A17	A21	A23	C3	C5	C13	C18	C19	C24	D3	D5	D13	D18	D19	D24	E3	E5	E13	E18	E19	E24
B10	A10	A12	A16	A18	A22	A24	C4	C6	C14	C17	C20	C23	D4	D6	D14	D17	D20	D23	E4	E6	E14	E17	E20	E23
B11	A11	A9	A17	A15	A23	A21	C5	C3	C18	C13	C24	C19	D5	D3	D18	D13	D24	D19	E5	E3	E18	E13	E24	E19
B12	A12	A10	A18	A16	A24	A22	C6	C4	C17	C14	C23	C20	D6	D4	D17	D14	D23	D20	E6	E4	E17	E14	E23	E20
B13	A13	A19	A7	A20	A8	A14	C15	C21	C1	C22	C2	C16	D15	D21	D1	D22	D2	D16	E15	E21	E1	E22	E2	E16
B14	A14	A20	A8	A19	A7	A13	C16	C22	C2	C21	C1	C15	D16	D22	D2	D21	D1	D15	E16	E22	E2	E21	E1	E15
B15	A15	A21	A9	A23	A11	A17	C13	C19	C3	C24	C5	C18	D13	D19	D3	D24	D5	D18	E13	E19	E3	E24	E5	E18
B16	A16	A22	A10	A24	A12	A18	C14	C20	C4	C23	C6	C17	D14	D20	D4	D23	D6	D17	E14	E20	E4	E23	E6	E17
B17	A17	A23	A11	A21	A9	A15	C18	C24	C5	C19	C3	C13	D18	D24	D5	D19	D3	D13	E18	E24	E5	E19	E3	E13
B18	A18	A24	A12	A22	A10	A16	C17	C23	C6	C20	C4	C14	D17	D23	D6	D20	D4	D14	E17	E23	E6	E20	E4	E14
B19	A19	A13	A20	A7	A14	A8	C21	C15	C22	C1	C16	C2	D21	D15	D22	D1	D16	D2	E21	E15	E22	E1	E16	E2
B20	A20	A14	A19	A8	A13	A7	C22	C16	C21	C2	C15	C1	D22	D16	D21	D2	D15	D1	E22	E16	E21	E2	E15	E1
B21	A21	A15	A23	A9	A17	A11	C19	C13	C24	C3	C18	C5	D19	D13	D24	D3	D18	D5	E19	E13	E24	E3	E18	E5
B22	A22	A16	A24	A10	A18	A12	C20	C14	C23	C4	C17	C6	D20	D14	D23	D4	D17	D6	E20	E14	E23	E4	E17	E6
B23	A23	A17	A21	A11	A15	A9	C24	C18	C19	C5	C13	C3	D24	D18	D19	D5	D13	D3	E24	E18	E19	E5	E13	E3
B24	A24	A18	A22	A12	A16	A10	C23	C17	C20	C6	C14	C4	D23	D17	D20	D6	D14	D4	E23	E17	E20	E6	E14	E4

X	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
B1	A7	A8	A9	A10	A11	A12	B7	B8	B9	B10	B11	B12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	E13	E14	E15	E16	E17	E18
B2	A8	A7	A10	A9	A12	A11	B8	B7	B10	B9	B12	B11	D14	D13	D16	D15	D18	D17	E14	E13	E16	E15	E18	E17
B3	A9	A11	A7	A12	A8	A10	B9	B11	B7	B12	B8	B10	D15	D17	D13	D18	D14	D16	E15	E17	E13	E18	E14	E16
B4	A10	A12	A8	A11	A7	A9	B10	B12	B8	B11	B7	B9	D16	D18	D14	D17	D13	D15	E16	E18	E14	E17	E13	E15
B5	A11	A9	A12	A7	A10	A8	B11	B9	B12	B7	B10	B8	D17	D15	D18	D13	D16	D14	E17	E15	E18	E13	E16	E14
B6	A12	A10	A11	A8	A9	A7	B12	B10	B11	B8	B9	B7	D18	D16	D17	D14	D15	D13	E18	E16	E17	E14	E15	E13
B7	A1	A2	A15	A16	A21	A22	B1	B2	B15	B16	B21	B22	D3	D4	D9	D10	D23	D24	E3	E4	E9	E10	E23	E24
B8	A2	A1	A16	A15	A22	A21	B2	B1	B16	B15	B22	B21	D4	D3	D10	D9	D24	D23	E4	E3	E10	E9	E24	E23
B9	A3	A5	A13	A18	A19	A24	B3	B5	B13	B18	B19	B24	D1	D6	D7	D12	D20	D22	E1	E6	E7	E12	E20	E22
B10	A4	A6	A14	A17	A20	A23	B4	B6	B14	B17	B20	B23	D2	D5	D8	D11	D19	D21	E2	E5	E8	E11	E19	E21
B11	A5	A3	A18	A13	A24	A19	B5	B3	B18	B13	B24	B19	D6	D1	D12	D7	D22	D20	E6	E1	E12	E7	E22	E20
B12	A6	A4	A17	A14	A23	A20	B6	B4	B17	B14	B23	B20	D5	D2	D11	D8	D21	D19	E5	E2	E11	E8	E21	E19
B13	A15	A21	A1	A22	A2	A16	B15	B21	B1	B22	B2	B16	D9	D23	D3	D24	D4	D10	E9	E23	E3	E24	E4	E10
B14	A16	A22	A2	A21	A1	A15	B16	B22	B2	B21	B1	B15	D10	D24	D4	D23	D3	D7	E10	E24	E4	E23	E3	E9
B15	A13	A19	A3	A24	A5	A18	B13	B19	B3	B24	B5	B18	D7	D20	D1	D22	D6	D8	E7	E20	E1	E22	E6	E12
B16	A14	A20	A4	A23	A6	A17	B14	B20	B4	B23	B6	B17	D8	D19	D2	D21	D5	D12	E8	E19	E2	E21	E5	E11
B17	A18	A24	A5	A19	A3	A13	B18	B24	B5	B19	B3	B13	D12	D22	D6	D20	D1	D11	E12	E22	E6	E20	E1	E7
B18	A17	A23	A6	A20	A4	A14	B17	B23	B6	B20	B4	B14	D11	D21	D5	D19	D2	D10	E11	E21	E5	E19	E2	E8
B19	A21	A15	A22	A1	A16	A2	B21	B15	B22	B1	B16	B2	D23	D9	D24	D3	D10	D4	E23	E9	E24	E3	E10	E4
B20	A22	A16	A21	A2	A15	A1	B22	B16	B21	B2	B15	B1	D24	D10	D23	D4	D7	D3	E24	E10	E23	E4	E9	E3
B21	A19	A13	A24	A3	A18	A5	B19	B13	B24	B3	B18	B5	D20	D7	D22	D1	D8	D6	E20	E7	E22	E1	E12	E6
B22	A20	A14	A23	A4	A17	A6	B20	B14	B23	B4	B17	B6	D19	D8	D21	D2	D12	D5	E19	E8	E21	E2	E11	E5
B23	A24	A18	A19	A5	A13	A3	B24	B18	B19	B5	B13	B3	D22	D12	D20	D6	D11	D1	E22	E12	E20	E6	E7	E1
B24	A23	A17	A20	A6	A14	A4	B23	B17	B20	B6	B14	B4	D21	D11	D19	D5	D10	D2	E21	E11	E19	E5	E8	E2

X	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24
B1	A13	A14	A15	A16	A17	A18	B13	B14	B15	B16	B17	B18	C13	C14	C15	C16	C17	C18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
B2	A14	A13	A16	A15	A18	A17	B14	B13	B16	B15	B18	B17	C14	C13	C16	C15	C18	C17	E20	E19	E22	E21	E24	E23
B3	A15	A17	A13	A18	A14	A16	B15	B17	B13	B18	B14	B16	C15	C17	C13	C18	C14	C16	E21	E23	E19	E24	E20	E22
B4	A16	A18	A14	A17	A13	A15	B16	B18	B14	B17	B13	B15	C16	C18	C14	C17	C13	C15	E22	E24	E20	E23	E19	E21
B5	A17	A15	A18	A13	A16	A14	B17	B15	B18	B13	B16	B14	C17	C15	C18	C13	C16	C14	E23	E21	E24	E19	E22	E20
B6	A18	A16	A17	A14	A15	A13	B18	B16	B17	B14	B15	B13	C18	C16	C17	C14	C15	C13	E24	E22	E23	E20	E21	E19
B7	A3	A4	A9	A10	A23	A24	B3	B4	B9	B10	B23	B24	C3	C4	C9	C10	C23	C24	E5	E6	E11	E12	E17	E18
B8	A4	A3	A10	A9	A24	A23	B4	B3	B10	B9	B24	B23	C4	C3	C10	C9	C23	C24	E6	E5	E12	E11	E18	E17
B9	A1	A6	A7	A12	A20	A22	B1	B6	B7	B12	B20	B22	C1	C6	C7	C12	C24	C23	E2	E4	E8	E10	E14	E16
B10	A2	A5	A8	A11	A19	A21	B2	B5	B8	B11	B19	B21	C2	C5	C8	C11	C20	C22	E1	E3	E7	E9	E13	E15
B11	A6	A1	A12	A7	A22	A20	B6	B1	B12	B7	B22	B20	C6	C1	C12	C7	C19	C21	E4	E2	E10	E8	E16	E14
B12	A5	A2	A11	A8	A21	A19	B5	B2	B11	B8	B21	B19	C5	C2	C11	C8	C22	C20	E3	E1	E9	E7	E15	E13
B13	A9	A23	A3	A24	A4	A10	B9	B23	B3	B24	B4	B10	C9	C23	C3	C24	C4	C10	E11	E17	E5	E18	E6	E12
B14	A10	A24	A4	A23	A3	A9	B10	B24	B4	B23	B3	B9	C10	C24	C4	C23	C3	C9	E12	E18	E6	E17	E5	E11
B15	A7	A20	A1	A22	A6	A12	B7	B20	B1	B22	B6	B12	C7	C20	C1	C22	C6	C12	E8	E14	E2	E16	E4	E10
B16	A8	A19	A2	A21	A5	A11	B8	B19	B2	B21	B5	B11	C8	C19	C2	C21	C5	C11	E7	E13	E1	E15	E3	E9
B17	A12	A22	A6	A20	A1	A7	B12	B22	B6	B20	B1	B7	C12	C22	C6	C20	C1	C7	E10	E16	E4	E14	E2	E8
B18	A11	A21	A5	A19	A2	A8	B11	B21	B5	B19	B2	B8	C11	C21	C5	C19	C2	C8	E9	E15	E3	E13	E1	E7
B19	A23	A9	A24	A3	A10	A4	B23	B9	B24	B3	B10	B4	C23	C9	C24	C3	C10	C4	E17	E11	E18	E5	E12	E6
B20	A24	A10	A23	A4	A9	A3	B24	B10	B23	B4	B9	B3	C24	C10	C23	C4	C9	C3	E18	E12	E17	E6	E11	E5
B21	A20	A7	A22	A1	A12	A6	B20	B7	B22	B1	B12	B6	C20	C7	C22	C1	C12	C6	E14	E8	E16	E2	E10	E4
B22	A19	A8	A21	A2	A11	A5	B19	B8	B21	B2	B11	B5	C19	C8	C21	C2	C11	C5	E13	E7	E15	E1	E9	E3
B23	A22	A12	A20	A6	A7	A1	B22	B12	B20	B6	B7	B1	C22	C12	C20	C6	C7	C1	E16	E10	E14	E4	E8	E2
B24	A21	A11	A19	A5	A8	A2	B21	B11	B19	B5	B8	B2	C21	C11	C19	C5	C8	C2	E15	E9	E13	E3	E7	E1

X	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
B1	A19	A20	A21	A22	A23	A24	B19	B20	B21	B22	B23	B24	C19	C20	C21	C22	C23	C24	D19	D20	D21	D22	D23	D24
B2	A20	A19	A22	A21	A24	A23	B20	B19	B22	B21	B24	B23	C20	C19	C22	C21	C24	C23	D20	D19	D22	D21	D24	D23
B3	A21	A23	A19	A24	A20	A22	B21	B23	B19	B24	B20	B22	C21	C23	C19	C24	C20	C22	D21	D23	D19	D24	D20	D22
B4	A22	A24	A20	A23	A19	A21	B22	B24	B20	B23	B19	B21	C22	C24	C20	C23	C19	C21	D22	D24	D20	D23	D19	D21
B5	A23	A21	A24	A19	A22	A20	B23	B21	B24	B19	B22	B20	C23	C21	C24	C19	C22	C20	D23	D21	D24	D19	D22	D20
B6	A24	A22	A23	A20	A21	A19	B24	B22	B23	B20	B21	B19	C24	C22	C23	C20	C21	C19	D24	D22	D23	D20	D21	D19
B7	A5	A6	A11	A12	A17	A18	B5	B6	B11	B12	B17	B18	C5	C6	C11	C12	C17	C18	D5	D6	D11	D12	D17	D18
B8	A6	A5	A12	A11	A18	A17	B6	B5	B12	B11	B18	B17	C6	C5	C12	C11	C18	C17	D6	D5	D12	D11	D18	D17
B9	A2	A4	A8	A10	A14	A16	B2	B4	B8	B10	B14	B16	C2	C4	C8	C10	C14	C16	D2	D4	D8	D10	D14	D16
B10	A1	A3	A7	A9	A13	A15	B1	B3	B7	B9	B13	B15	C1	C3	C7	C9	C13	C15	D1	D3	D7	D9	D13	D15
B11	A4	A2	A10	A8	A16	A14	B4	B2	B10	B8	B16	B14	C4	C2	C10	C8	C16	C14	D4	D2	D10	D8	D16	D14
B12	A3	A1	A9	A7	A15	A13	B3	B1	B9	B7	B15	B13	C3	C1	C9	C7	C15	C13	D3	D1	D9	D7	D15	D13
B13	A11	A17	A5	A18	A6	A12	B11	B17	B5	B18	B6	B12	C11	C17	C5	C18	C6	C12	D11	D17	D5	D18	D6	D12
B14	A12	A18	A6	A17	A5	A11	B12	B18	B6	B17	B5	B11	C12	C18	C6	C17	C5	C11	D12	D18	D6	D17	D5	D11
B15	A8	A14	A2	A16	A4	A10	B8	B14	B2	B16	B4	B10	C8	C14	C2	C16	C4	C10	D8	D14	D2	D16	D4	D10
B16	A7	A13	A1	A15	A3	A9	B7	B13	B1	B15	B3	B9	C7	C13	C1	C15	C3	C9	D7	D13	D1	D15	D3	D9
B17	A10	A16	A4	A14	A2	A8	B10	B16	B4	B14	B2	B8	C10	C16	C4	C14	C2	C8	D10	D16	D4	D14	D2	D8
B18	A9	A15	A3	A13	A1	A7	B9	B15	B3	B13	B1	B7	C9	C15	C3	C13	C1	C7	D9	D15	D3	D13	D1	D7
B19	A17	A11	A18	A5	A12	A6	B17	B11	B18	B5	B12	B6	C17	C11	C18	C5	C12	C6	D17	D11	D18	D5	D12	D6
B20	A18	A12	A17	A6	A11	A5	B18	B12	B17	B6	B11	B5	C18	C12	C17	C6	C11	C5	D18	D12	D17	D6	D11	D5
B21	A14	A8	A16	A2	A10	A4	B14	B8	B16	B2	B10	B4	C14	C8	C16	C2	C10	C4	D14	D8	D16	D2	D10	D4
B22	A13	A7	A15	A1	A9	A3	B13	B7	B15	B1	B9	B3	C13	C7	C15	C1	C9	C3	D13	D7	D15	D1	D9	D3
B23	A16	A10	A14	A4	A8	A2	B16	B10	B14	B4	B8	B2	C16	C10	C14	C4	C8	C2	D16	D10	D14	D4	D8	D2
B24	A15	A9	A13	A3	A7	A1	B15	B9	B13	B3	B7	B1	C15	C9	C13	C3	C7	C1	D15	D9	D13	D3	D7	D1

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24
C1	C1	C2	D1	D2	E1	E2	B1	B2	D3	D4	E3	E4	B3	B4	C3	C4	E5	E6	B5	B6	C5	C6	D5	D6
C2	C2	C1	D2	D1	E2	E1	B2	B1	D4	D3	E4	E3	B4	B3	C4	C3	E6	E5	B6	B5	C6	C5	D6	D5
C3	C3	C5	D3	D5	E3	E5	B3	B5	D1	D6	E1	E6	B1	B6	C1	C6	E2	E4	B2	B4	C2	C4	D2	D4
C4	C4	C6	D4	D6	E4	E6	B4	B6	D2	D5	E2	E5	B2	B5	C2	C5	E1	E3	B1	B3	C1	C3	D1	D3
C5	C5	C3	D5	D3	E5	E3	B5	B3	D6	D1	E6	E1	B6	B1	C6	C1	E4	E2	B4	B2	C4	C2	D4	D2
C6	C6	C4	D6	D4	E6	E4	B6	B4	D5	D2	E5	E2	B5	B2	C5	C2	E3	E1	B3	B1	C3	C1	D3	D1
C7	C7	C8	D7	D8	E7	E8	B7	B8	D13	D14	E13	E14	B13	B14	C13	C14	E19	E20	B19	B20	C19	C20	D19	D20
C8	C8	C7	D8	D7	E8	E7	B8	B7	D14	D13	E14	E13	B14	B13	C14	C13	E20	E19	B20	B19	C20	C19	D20	D19
C9	C9	C11	D9	D11	E9	E11	B9	B11	D15	D17	E15	E17	B15	B17	C15	C17	E21	E23	B21	B23	C21	C23	D21	D23
C10	C10	C12	D10	D12	E10	E12	B10	B12	D16	D18	E16	E18	B16	B18	C16	C18	E22	E24	B22	B24	C22	C24	D22	D24
C11	C11	C9	D11	D9	E11	E9	B11	B9	D17	D15	E17	E15	B17	B15	C17	C15	E23	E21	B23	B21	C23	C21	D23	D21
C12	C12	C10	D12	D10	E12	E10	B12	B10	D18	D16	E18	E16	B18	B16	C18	C16	E24	E22	B24	B22	C24	C22	D24	D22
C13	C13	C19	D13	D19	E13	E19	B13	B19	D7	D20	E7	E20	B7	B20	C7	C20	E8	E14	B8	B14	C8	C14	D8	D14
C14	C14	C20	D14	D20	E14	E20	B14	B20	D8	D19	E8	E19	B8	B19	C8	C19	E7	E13	B7	B13	C7	C13	D7	D13
C15	C15	C21	D15	D21	E15	E21	B15	B21	D9	D23	E9	E23	B9	B23	C9	C23	E11	E17	B11	B17	C11	C17	D11	D17
C16	C16	C22	D16	D22	E16	E22	B16	B22	D10	D24	E10	E24	B10	B24	C10	C24	E12	E18	B12	B18	C12	C18	D12	D18
C17	C17	C23	D17	D23	E17	E23	B17	B23	D11	D21	E11	E21	B11	B21	C11	C21	E9	E15	B9	B15	C9	C15	D9	D15
C18	C18	C24	D18	D24	E18	E24	B18	B24	D12	D22	E12	E22	B12	B22	C12	C22	E10	E16	B10	B16	C10	C16	D10	D16
C19	C19	C13	D19	D13	E19	E13	B19	B13	D20	D7	E20	E7	B20	B7	C20	C7	E14	E8	B14	B8	C14	C8	D14	D8
C20	C20	C14	D20	D14	E20	E14	B20	B14	D19	D8	E19	E8	B19	B8	C19	C8	E13	E7	B13	B7	C13	C7	D13	D7
C21	C21	C15	D21	D15	E21	E15	B21	B15	D23	D9	E23	E9	B23	B9	C23	C9	E17	E11	B17	B11	C17	C11	D17	D11
C22	C22	C16	D22	D16	E22	E16	B22	B16	D24	D10	E24	E10	B24	B10	C24	C10	E18	E12	B18	B12	C18	C12	D18	D12
C23	C23	C17	D23	D17	E23	E17	B23	B17	D21	D11	E21	E11	B21	B11	C21	C11	E15	E9	B15	B9	C15	C9	D15	D9
C24	C24	C18	D24	D18	E24	E18	B24	B18	D22	D12	E22	E12	B22	B12	C22	C12	E16	E10	B16	B10	C16	C10	D16	D10

X	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B24
C1	C7	C8	D7	D8	E7	E8	A1	A2	D9	D10	E9	E10	A3	A4	C9	C10	E11	E12	A5	A6	C11	C12	D11	D12
C2	C8	C7	D8	D7	E8	E7	A2	A1	D10	D9	E10	E9	A4	A3	C10	C9	E12	E11	A6	A5	C12	C11	D12	D11
C3	C9	C11	D9	D11	E9	E11	A3	A5	D7	D12	E7	E12	A1	A6	C7	C12	E8	E10	A2	A4	C8	C10	D8	D10
C4	C10	C12	D10	D12	E10	E12	A4	A6	D8	D11	E8	E11	A2	A5	C8	C11	E7	E9	A1	A3	C7	C9	D7	D9
C5	C11	C9	D11	D9	E11	E9	A5	A3	D12	D7	E12	E7	A6	A1	C12	C7	E10	E8	A4	A2	C10	C8	D10	D8
C6	C12	C10	D12	D10	E12	E10	A6	A4	D11	D8	E11	E8	A5	A2	C11	C8	E9	E7	A3	A1	C9	C7	D9	D7
C7	C1	C2	D1	D2	E1	E2	A7	A8	D15	D16	E15	E16	A13	A14	C15	C16	E21	E22	A19	A20	C20	C21	D21	D22
C8	C2	C1	D2	D1	E2	E1	A8	A7	D16	D15	E16	E15	A14	A13	C16	C15	E22	E21	A20	A19	C19	C22	D22	D21
C9	C3	C5	D3	D5	E3	E5	A9	A11	D13	D18	E13	E18	A15	A17	C13	C18	E19	E24	A21	A23	C23	C19	D19	D24
C10	C4	C6	D4	D6	E4	E6	A10	A12	D14	D17	E14	E17	A16	A18	C14	C17	E20	E23	A22	A24	C24	C20	D20	D23
C11	C5	C3	D5	D3	E5	E3	A11	A9	D18	D13	E18	E13	A17	A15	C18	C13	E24	E19	A23	A21	C21	C24	D24	D19
C12	C6	C4	D6	D4	E6	E4	A12	A10	D17	D14	E17	E14	A18	A16	C17	C14	E23	E20	A24	A22	C22	C23	D23	D20
C13	C15	C21	D15	D21	E15	E21	A13	A19	D1	D22	E1	E22	A7	A20	C1	C22	E2	E16	A8	A14	C2	C16	D2	D16
C14	C16	C22	D16	D22	E16	E22	A14	A20	D2	D21	E2	E21	A8	A19	C2	C21	E1	E15	A7	A13	C1	C15	D1	D15
C15	C13	C19	D13	D19	E13	E19	A15	A21	D3	D24	E3	E24	A9	A23	C3	C24	E5	E18	A11	A17	C5	C18	D5	D18
C16	C14	C20	D14	D20	E14	E20	A16	A22	D4	D23	E4	E23	A10	A24	C4	C23	E6	E17	A12	A18	C6	C17	D6	D17
C17	C18	C24	D18	D24	E18	E24	A17	A23	D5	D19	E5	E19	A11	A21	C5	C19	E3	E13	A9	A15	C3	C13	D3	D13
C18	C17	C23	D17	D23	E17	E23	A18	A24	D6	D20	E6	E20	A12	A22	C6	C20	E4	E14	A10	A16	C4	C4	D4	D14
C19	C21	C15	D21	D15	E21	E15	A19	A13	D22	D1	E22	E1	A20	A7	C22	C1	E16	E2	A14	A8	C16	C2	D16	D2
C20	C22	C16	D22	D16	E22	E16	A20	A14	D21	D2	E21	E2	A19	A8	C21	C2	E15	E1	A13	A7	C15	C1	D15	D1
C21	C19	C13	D19	D13	E19	E13	A21	A15	D24	D3	E24	E3	A23	A9	C24	C3	E18	E5	A17	A11	C18	C5	D18	D5
C22	C20	C14	D20	D14	E20	E14	A22	A16	D23	D4	E23	E4	A24	A10	C23	C4	E17	E6	A18	A12	C17	C6	D17	D6
C23	C24	C18	D24	D18	E24	E18	A23	A17	D19	D5	E19	E5	A21	A11	C19	C5	E13	E3	A15	A9	C13	C3	D13	D3
C24	C23	C17	D23	D17	E23	E17	A24	A18	D20	D6	E20	E6	A22	A12	C20	C6	E14	E4	A16	A10	C14	C4	D14	D4

X	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
C1	B7	B8	D13	D14	E13	E14	A7	A8	D15	D16	E15	E16	A9	A10	B9	B10	E17	E18	A11	A12	B11	B12	D17	D18
C2	B8	B7	D14	D13	E14	E13	A8	A7	D16	D15	E16	E15	A10	A9	B10	B9	E18	E17	A12	A11	B12	B11	D18	D17
C3	B9	B11	D15	D17	E15	E17	A9	A11	D13	D18	E13	E18	A7	A12	B7	B12	E14	E16	A8	A10	B8	B10	D14	D16
C4	B10	B12	D16	D18	E16	E18	A10	A12	D14	D17	E14	E17	A8	A11	B8	B11	E13	E15	A7	A9	B7	B9	D13	D15
C5	B11	B9	D17	D15	E17	E15	A11	A9	D18	D13	E18	E13	A12	A7	B12	B7	E16	E14	A10	A8	B10	B8	D16	D14
C6	B12	B10	D18	D16	E18	E16	A12	A10	D17	D14	E17	E14	A11	A8	B11	B8	E15	E13	A9	A7	B9	B7	D15	D13
C7	B1	B2	D3	D4	E3	E4	A1	A2	D9	D10	E9	E10	A15	A16	B15	B16	E23	E24	A21	A22	B21	B22	D23	D24
C8	B2	B1	D4	D3	E4	E3	A2	A1	D10	D9	E10	E9	A16	A15	B16	B15	E24	E23	A22	A21	B22	B21	D24	D23
C9	B3	B5	D1	D6	E1	E6	A3	A5	D7	D12	E7	E12	A13	A18	B13	B18	E20	E22	A19	A24	B19	B24	D20	D22
C10	B4	B6	D2	D5	E2	E5	A4	A6	D8	D11	E8	E11	A14	A17	B14	B17	E19	E21	A20	A23	B20	B23	D19	D21
C11	B5	B3	D6	D1	E6	E1	A5	A3	D12	D7	E12	E7	A18	A13	B18	B13	E22	E20	A24	A19	B24	B19	D22	D20
C12	B6	B4	D5	D2	E5	E2	A6	A4	D11	D8	E11	E8	A17	A14	B17	B14	E21	E19	A23	A20	B23	B20	D21	D19
C13	B15	B21	D9	D23	E9	E23	A15	A21	D3	D24	E3	E24	A1	A22	B1	B22	E4	E10	A2	A16	B2	B16	D4	D10
C14	B16	B22	D10	D24	E10	E24	A16	A22	D4	D23	E4	E23	A2	A21	B2	B21	E3	E9	A1	A15	B1	B15	D3	D9
C15	B13	B19	D7	D20	E7	E20	A13	A19	D1	D22	E1	E22	A3	A24	B3	B24	E6	E12	A5	A18	B5	B18	D6	D12
C16	B14	B20	D8	D19	E8	E19	A14	A20	D2	D21	E2	E21	A4	A23	B4	B23	E5	E11	A6	A17	B6	B17	D5	D11
C17	B18	B24	D12	D22	E12	E22	A18	A24	D6	D20	E6	E20	A5	A19	B5	B19	E1	E7	A3	A13	B3	B13	D1	D7
C18	B17	B23	D11	D21	E11	E21	A17	A23	D5	D19	E5	E19	A6	A20	B6	B20	E2	E8	A4	A14	B4	B4	D2	D8
C19	B21	B15	D23	D9	E23	E9	A21	A15	D24	D3	E24	E3	A22	A1	B22	B1	E10	E4	A16	A2	B16	B2	D10	D4
C20	B22	B16	D24	D10	E24	E10	A22	A16	D23	D4	E23	E4	A21	A2	B21	B2	E9	E3	A15	A1	B15	B1	D9	D3
C21	B19	B13	D20	D7	E20	E7	A19	A13	D22	D1	E22	E1	A24	A3	B24	B3	E12	E6	A18	A5	B18	B5	D12	D6
C22	B20	B14	D19	D8	E19	E8	A20	A14	D21	D2	E21	E2	A23	A4	B23	B4	E11	E5	A17	A6	B17	B6	D11	D5
C23	B24	B18	D22	D12	E22	E12	A24	A18	D20	D6	E20	E6	A19	A5	B19	B5	E7	E1	A13	A3	B13	B3	D7	D1
C24	B23	B17	D21	D11	E21	E11	A23	A17	D19	D5	E19	E5	A20	A6	B20	B6	E8	E2	A14	A4	B14	B4	D8	D2

X	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24
C1	B13	B14	C13	C14	E19	E20	A13	A14	C15	C16	E21	E22	A15	A16	B15	B16	E23	E24	A17	A18	B17	B18	C17	C18
C2	B14	B13	C14	C13	E20	E19	A14	A13	C16	C15	E22	E21	A16	A15	B16	B15	E24	E23	A18	A17	B18	B17	C18	C17
C3	B15	B17	C15	C17	E21	E23	A15	A17	C13	C18	E19	E24	A13	A18	B13	B18	E20	E22	A14	A16	B14	B16	C14	C16
C4	B16	B18	C16	C18	E22	E24	A16	A18	C14	C17	E20	E23	A14	A17	B14	B17	E19	E21	A13	A15	B13	B15	C13	C15
C5	B17	B15	C17	C15	E23	E21	A17	A15	C18	C13	E24	E19	A18	A13	B18	B13	E22	E20	A16	A14	B16	B14	C16	C14
C6	B18	B16	C18	C16	E24	E22	A18	A16	C17	C14	E23	E20	A17	A14	B17	B14	E21	E19	A15	A13	B15	B13	C15	C13
C7	B3	B4	C5	C4	E5	E6	A3	A4	C9	C10	E11	E12	A9	A10	B9	B10	E17	E18	A23	A24	B23	B24	C23	C24
C8	B4	B3	C6	C3	E6	E5	A4	A3	C10	C9	E12	E11	A10	A9	B10	B9	E18	E17	A24	A23	B24	B23	C24	C23
C9	B1	B6	C2	C6	E2	E4	A1	A6	C7	C12	E8	E10	A7	A12	B7	B12	E14	E16	A20	A22	B20	B22	C20	C22
C10	B2	B5	C1	C5	E1	E3	A2	A5	C8	C11	E7	E9	A8	A11	B8	B11	E13	E15	A19	A21	B19	B21	C19	C21
C11	B6	B1	C4	C1	E4	E2	A6	A1	C12	C7	E10	E8	A12	A7	B12	B7	E16	E14	A22	A20	B22	B20	C22	C20
C12	B5	B2	C3	C2	E3	E1	A5	A2	C11	C8	E9	E7	A11	A8	B11	B8	E15	E13	A21	A19	B21	B19	C21	C19
C13	B9	B23	C9	C23	E11	E17	A9	A23	C3	C24	E5	E18	A3	A24	B3	B24	E6	E12	A4	A10	B4	B10	C4	C10
C14	B10	B24	C10	C24	E12	E18	A10	A24	C4	C23	E6	E17	A4	A23	B4	B23	E5	E11	A3	A9	B3	B9	C3	C9
C15	B7	B20	C7	C20	E8	E14	A7	A20	C1	C22	E2	E16	A1	A22	B1	B22	E4	E10	A6	A12	B6	B12	C6	C12
C16	B8	B19	C8	C19	E7	E13	A8	A19	C2	C21	E1	E15	A2	A21	B2	B21	E3	E9	A5	A11	B5	B11	C5	C11
C17	B12	B22	C12	C22	E10	E16	A12	A22	C6	C20	E4	E14	A6	A20	B6	B20	E2	E8	A1	A7	B1	B7	C1	C7
C18	B11	B21	C11	C21	E9	E15	A11	A21	C5	C19	E3	E13	A5	A19	B5	B19	E1	E7	A2	A8	B2	B8	C2	C8
C19	B23	B9	C23	C9	E17	E11	A23	A9	C24	C3	E18	E5	A24	A3	B24	B3	E12	E6	A10	A4	B10	B4	C10	C4
C20	B24	B10	C24	C10	E18	E12	A24	A10	C23	C4	E17	E6	A23	A4	B23	B4	E11	E5	A9	A3	B9	B3	C9	C3
C21	B20	B7	C20	C7	E14	E8	A20	A7	C22	C1	E16	E2	A22	A1	B22	B1	E10	E4	A12	A6	B12	B6	C12	C6
C22	B19	B8	C19	C8	E13	E7	A19	A8	C21	C2	E15	E1	A21	A2	B21	B2	E9	E3	A11	A5	B11	B5	C11	C5
C23	B22	B12	C22	C12	E16	E10	A22	A12	C20	C6	E14	E4	A20	A6	B20	B6	E8	E2	A7	A1	B7	B1	C7	C1
C24	B21	B11	C21	C11	E15	E9	A21	A11	C19	C5	E13	E3	A19	A5	B19	B5	E7	E1	A8	A2	B8	B2	C8	C2

X	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
C1	B19	B20	C19	C20	D19	D20	A19	A20	C21	C22	D21	D22	A21	A22	B21	B22	D23	D24	A23	A24	B23	B24	C23	C24
C2	B20	B19	C20	C19	D20	D19	A20	A19	C22	C21	D22	D21	A22	A21	B22	B21	D24	D23	A24	A23	B24	B23	C24	C23
C3	B21	B23	C21	C23	D21	D23	A21	A23	C19	C24	D19	D24	A19	A24	B19	B24	D20	D22	A20	A22	B20	B22	C20	C22
C4	B22	B24	C22	C24	D22	D24	A22	A24	C20	C23	D20	D23	A20	A23	B20	B23	D19	D21	A19	A21	B19	B21	C19	C21
C5	B23	B21	C23	C21	D23	D21	A23	A21	C24	C19	D24	D19	A24	A19	B24	B19	D22	D20	A22	A20	B22	B20	C22	C20
C6	B24	B22	C24	C22	D24	D22	A24	A22	C23	C20	D23	D20	A23	A20	B23	B20	D21	D19	A21	A19	B21	B19	C21	C19
C7	B5	B6	C5	C6	D5	D6	A5	A6	C11	C12	D11	D12	A11	A12	B11	B12	D17	D18	A17	A18	B17	B18	C17	C18
C8	B6	B5	C6	C5	D6	D5	A6	A5	C12	C11	D12	D11	A12	A11	B12	B11	D18	D17	A18	A17	B18	B17	C18	C17
C9	B2	B4	C2	C4	D2	D4	A2	A4	C8	C10	D8	D10	A8	A10	B8	B10	D14	D16	A14	A16	B14	B16	C14	C16
C10	B1	B3	C1	C3	D1	D3	A1	A3	C7	C9	D7	D9	A7	A9	B7	B9	D13	D15	A13	A15	B13	B15	C13	C15
C11	B4	B2	C4	C2	D4	D2	A4	A2	C10	C8	D10	D8	A10	A8	B10	B8	D16	D14	A16	A14	B16	B14	C16	C14
C12	B3	B1	C3	C1	D3	D1	A3	A1	C9	C7	D9	D7	A9	A7	B9	B7	D15	D13	A15	A13	B15	B13	C15	C13
C13	B11	B17	C11	C17	D11	D17	A11	A17	C5	C18	D5	D18	A5	A18	B5	B18	D6	D12	A6	A12	B6	B12	C6	C12
C14	B12	B18	C12	C18	D12	D18	A12	A18	C6	C17	D6	D17	A6	A17	B6	B17	D5	D11	A5	A11	B5	B11	5	C11
C15	B8	B14	C8	C14	D8	D14	A8	A14	C2	C16	D2	D16	A2	A16	B2	B16	D4	D10	A4	A10	B4	B10	C4	C10
C16	B7	B13	C7	C13	D7	D13	A7	A13	C1	C15	D1	D15	A1	A15	B1	B15	D3	D9	A3	A9	B3	B9	C3	C9
C17	B10	B16	C10	C16	D10	D16	A10	A16	C4	C14	D4	D14	A4	A14	B4	B14	D2	D8	A2	A8	B2	B8	C2	C8
C18	B9	B15	C9	C15	D9	D15	A9	A15	C3	C13	D3	D13	A3	A13	B3	B13	D1	D7	A1	A7	B1	B7	C1	C7
C19	B17	B11	C7	C11	D17	D11	A17	A11	C18	C5	D18	D5	A18	A5	B18	B5	D12	D6	A12	A6	B12	B6	C12	C6
C20	B18	B12	C8	C12	D18	D12	A18	A12	C17	C6	D17	D6	A17	A6	B17	B6	D11	D5	A11	A5	B11	B5	C11	C5
C21	B14	B8	C9	C8	D14	D8	A14	A8	C16	C2	D16	D2	A16	A2	B16	B2	D10	D4	A10	A4	B10	B4	C10	C4
C22	B13	B7	C10	C7	D13	D7	A13	A7	C15	C1	D15	D1	A15	A1	B15	B1	D9	D3	A9	A3	B9	B3	C9	C3
C23	B16	B10	C11	C10	D16	D10	A16	A10	C14	C4	D14	D4	A14	A4	B14	B4	D8	D2	A8	A2	B8	B2	C8	C2
C24	B15	B9	C12	C9	D15	D9	A15	A9	C13	C3	D13	D3	A13	A3	B13	B3	D7	D1	A7	A1	B7	B1	C7	C1

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24
D1	D1	E1	C1	E2	C2	D2	D3	E3	B1	E4	B2	D4	C3	E5	B3	E6	B4	C4	C5	D5	B5	D6	B6	C6
D2	D2	E2	C2	E1	C1	D1	D4	E4	B2	E3	B1	D3	C4	E6	B4	E5	B3	C3	C6	D6	B6	D5	B5	C5
D3	D3	E3	C3	E5	C5	D5	D1	E1	B3	E6	B5	D6	C1	E2	B1	E4	B6	C6	C2	D2	B2	D4	B4	C4
D4	D4	E4	C4	E6	C6	D6	D2	E2	B4	E5	B6	D5	C2	E1	B2	E3	B5	C5	C1	D1	B1	D3	B3	C3
D5	D5	E5	C5	E3	C3	D3	D6	E6	B5	E1	B3	D1	C6	E4	B6	E2	B1	C1	C4	D4	B4	D2	B2	C2
D6	D6	E6	C6	E4	C4	D4	D5	E5	B6	E2	B4	D2	C5	E3	B5	E1	B2	C2	C3	D3	B3	D1	B1	C1
D7	D7	E7	C7	E8	C8	D8	D13	E13	B7	E14	B8	D14	C13	E19	B13	E20	B14	C14	C19	D19	B19	D20	B20	C20
D8	D8	E8	C8	E7	C7	D7	D14	E14	B8	E13	B7	D13	C14	E20	B14	E19	B13	C13	C20	D20	B20	D19	B19	C19
D9	D9	E9	C9	E11	C11	D11	D15	E15	B9	E17	B11	D17	C15	E21	B15	E23	B17	C17	C21	D21	B21	D23	B23	C23
D10	D10	E10	C10	E12	C12	D12	D16	E16	B10	E18	B12	D18	C16	E22	B16	E24	B18	C18	C22	D22	B22	D24	B24	C24
D11	D11	E11	C11	E9	C9	D9	D17	E17	B11	E15	B9	D15	C17	E23	B17	E21	B15	C15	C23	D23	B23	D21	B21	C21
D12	D12	E12	C12	E10	C10	D10	D18	E18	B12	E16	B10	D16	C18	E24	B18	E22	B16	C16	C24	D24	B24	D22	B22	C22
D13	D13	E13	C13	E19	C19	D19	D7	E7	B13	E20	B19	D20	C7	E8	B7	E14	B20	C20	C8	D8	B8	D14	B14	C14
D14	D14	E14	C14	E20	C20	D20	D8	E8	B14	E19	B20	D19	C8	E7	B8	E13	B19	C19	C7	D7	B7	D13	B13	C13
D15	D15	E15	C15	E21	C21	D21	D9	E9	B15	E23	B21	D23	C9	E11	B9	E17	B23	C23	C11	D11	B11	D17	B17	C17
D16	D16	E16	C16	E22	C22	D22	D10	E10	B16	E24	B22	D24	C10	E12	B10	E18	B24	C24	C12	D12	B12	D18	B18	C18
D17	D17	E17	C17	E23	C23	D23	D11	E11	B17	E21	B23	D21	C11	E9	B11	E15	B21	C21	C9	D9	B9	D15	B15	C15
D18	D18	E18	C18	E24	C24	D24	D12	E12	B18	E22	B24	D22	C12	E10	B12	E16	B22	C22	C10	D10	B10	D16	B16	C16
D19	D19	E19	C19	E13	C13	D13	D20	E20	B19	E7	B13	D7	C20	E14	B20	E8	B7	C7	C14	D14	B14	D8	B8	C8
D20	D20	E20	C20	E14	C14	D14	D19	E19	B20	E8	B14	D8	C19	E13	B19	E7	B8	C8	C13	D13	B13	D7	B7	C7
D21	D21	E21	C21	E15	C15	D15	D23	E23	B21	E9	B15	D9	C23	E17	B23	E11	B9	C9	C17	D17	B17	D11	B11	C11
D22	D22	E22	C22	E16	C16	D16	D24	E24	B22	E10	B16	D10	C24	E18	B24	E12	B10	C10	C18	D18	B18	D12	B12	C12
D23	D23	E23	C23	E17	C17	D17	D21	E21	B23	E11	B17	D11	C21	E15	B21	E9	B11	C11	C15	D15	B15	D9	B9	C9
D24	D24	E24	C24	E18	C18	D18	D22	E22	B24	E12	B18	D12	C22	E16	B22	E10	B12	C12	C16	D16	B16	D10	B10	C10

X	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B24
D1	D7	E7	C7	E8	C8	D8	D9	E9	A1	E10	A2	D10	C9	E11	A3	E12	A4	C10	C11	D11	A5	D12	A6	C12
D2	D8	E8	C8	E7	C7	D7	D10	E10	A2	E9	A1	D9	C10	E12	A4	E11	A3	C9	C12	D12	A6	D11	A5	C11
D3	D9	E9	C9	E11	C11	D11	D7	E7	A3	E12	A5	D12	C7	E8	A1	E10	A6	C12	C8	D8	A2	D10	A4	C10
D4	D10	E10	C10	E12	C12	D12	D8	E8	A4	E11	A6	D11	C8	E7	A2	E9	A5	C11	C7	D7	A1	D9	A3	C9
D5	D11	E11	C11	E9	C9	D9	D12	E12	A5	E7	A3	D7	C12	E10	A6	E8	A1	C7	C10	D10	A4	D8	A2	C8
D6	D12	E12	C12	E10	C10	D10	D11	E11	A6	E8	A4	D8	C11	E9	A5	E7	A2	C8	C9	D9	A3	D7	A1	C7
D7	D1	E1	C1	E2	C2	D2	D15	E15	A7	E16	A8	D16	C15	E21	A13	E22	A14	C16	C21	D21	A19	D22	A20	C22
D8	D2	E2	C2	E1	C1	D1	D16	E16	A8	E15	A7	D15	C16	E22	A14	E21	A13	C15	C22	D22	A20	D21	A19	C21
D9	D3	E3	C3	E5	C5	D5	D13	E13	A9	E18	A11	D18	C13	E19	A15	E24	A17	C18	C19	D19	A21	D24	A23	C24
D10	D4	E4	C4	E6	C6	D6	D14	E14	A10	E17	A12	D17	C14	E20	A16	E23	A18	C17	C20	D20	A22	D23	A24	C23
D11	D5	E5	C5	E3	C3	D3	D18	E18	A11	E13	A9	D13	C18	E24	A17	E19	A15	C13	C24	D24	A23	D19	A21	C19
D12	D6	E6	C6	E4	C4	D4	D17	E17	A12	E14	A10	D14	C17	E23	A18	E20	A16	C14	C23	D23	A24	D20	A22	C20
D13	D15	E15	C15	E21	C21	D21	D1	E1	A13	E22	A19	D22	C1	E2	A7	E16	A20	C22	C2	D2	A8	D16	A14	C16
D14	D16	E16	C16	E22	C22	D22	D2	E2	A14	E21	A20	D21	C2	E1	A8	E15	A19	C21	C1	D1	A7	D15	A13	C15
D15	D13	E13	C13	E19	C19	D19	D3	E3	A15	E24	A21	D24	C3	E5	A9	E18	A23	C24	C5	D5	A11	D18	A17	C18
D16	D14	E14	C14	E20	C20	D20	D4	E4	A16	E23	A22	D23	C4	E6	A10	E17	A24	C23	C6	D6	A12	D17	A18	C17
D17	D18	E18	C18	E24	C24	D24	D5	E5	A17	E19	A23	D19	C5	E3	A11	E13	A21	C19	C3	D3	A9	D13	A15	C13
D18	D17	E17	C17	E23	C23	D23	D6	E6	A18	E20	A24	D20	C6	E4	A12	E14	A22	C20	C4	D4	A10	D14	A16	C14
D19	D21	E21	C21	E15	C15	D15	D22	E22	A19	E1	A13	D1	C22	E16	A20	E2	A7	C2	C16	D16	A14	D2	A8	C2
D20	D22	E22	C22	E16	C16	D16	D21	E21	A20	E2	A14	D2	C21	E15	A19	E1	A8	C1	C15	D15	A13	D1	A7	C1
D21	D19	E19	C19	E13	C13	D13	D24	E24	A21	E3	A15	D3	C24	E18	A23	E5	A9	C5	C18	D18	A17	D5	A11	C5
D22	D20	E20	C20	E14	C14	D14	D23	E23	A22	E4	A16	D4	C23	E17	A24	E6	A10	C6	C17	D17	A18	D6	A12	C6
D23	D24	E24	C24	E18	C18	D18	D19	E19	A23	E5	A17	D5	C19	E13	A21	E3	A11	C3	C13	D13	A15	D3	A9	C3
D24	D23	E23	C23	E17	C17	D17	D20	E20	A24	E6	A18	D6	C20	E14	A22	E4	A12	C4	C14	D14	A16	D4	A10	C4

X	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
D1	D13	E13	B7	E14	B8	D14	D15	E15	A7	E16	A8	D16	B9	E17	A9	E18	A10	B10	B11	D17	A11	D18	A12	B12
D2	D14	E14	B8	E13	B7	D13	D16	E16	A8	E15	A7	D15	B10	E18	A10	E17	A9	B9	B12	D18	A12	D17	A11	B11
D3	D15	E15	B9	E17	B11	D17	D13	E13	A9	E18	A11	D18	B7	E14	A7	E16	A12	B12	B8	D14	A8	D16	A10	B10
D4	D16	E16	B10	E18	B12	D18	D14	E14	A10	E17	A12	D17	B8	E13	A8	E15	A11	B11	B7	D13	A7	D15	A9	B9
D5	D17	E17	B11	E15	B9	D15	D18	E18	A11	E13	A9	D13	B12	E16	A12	E14	A7	B7	B10	D16	A10	D14	A8	B8
D6	D18	E18	B12	E16	B10	D16	D17	E17	A12	E14	A10	D14	B11	E15	A11	E13	A8	B8	B9	D15	A9	D13	A7	B7
D7	D3	E3	B1	E4	B2	D4	D9	E9	A1	E10	A2	D10	B15	E23	A15	E24	A16	B16	B21	D23	A21	D24	A22	B22
D8	D4	E4	B2	E3	B1	D3	D10	E10	A2	E9	A1	D9	B16	E24	A16	E23	A15	B15	B22	D24	A22	D23	A21	B21
D9	D1	E1	B3	E6	B5	D6	D7	E7	A3	E12	A5	D12	B13	E20	A13	E22	A18	B18	B19	D20	A19	D22	A24	B24
D10	D2	E2	B4	E5	B6	D5	D8	E8	A4	E11	A6	D11	B14	E19	A14	E21	A17	B17	B20	D19	A20	D21	A23	B23
D11	D6	E6	B5	E1	B3	D1	D12	E12	A5	E7	A3	D7	B18	E22	A18	E20	A13	B13	B24	D22	A24	D20	A19	B19
D12	D5	E5	B6	E2	B4	D2	D11	E11	A6	E8	A4	D8	B17	E21	A17	E19	A14	B14	B23	D21	A23	D19	A20	B20
D13	D9	E9	B15	E23	B21	D23	D3	E3	A15	E24	A21	D24	B1	E4	A1	E10	A22	B22	B2	D4	A2	D10	A16	B16
D14	D10	E10	B16	E24	B22	D24	D4	E4	A16	E23	A22	D23	B2	E3	A2	E9	A21	B21	B1	D3	A1	D9	A15	B15
D15	D7	E7	B13	E20	B19	D20	D1	E1	A13	E22	A19	D22	B3	E6	A3	E12	A24	B24	B5	D6	A5	D12	A18	B18
D16	D8	E8	B14	E19	B20	D19	D2	E2	A14	E21	A20	D21	B4	E5	A4	E11	A23	B23	B6	D5	A6	D11	A17	B17
D17	D12	E12	B18	E22	B24	D22	D6	E6	A18	E20	A24	D20	B5	E1	A5	E7	A19	B19	B3	D1	A3	D7	A13	B13
D18	D11	E11	B17	E21	B23	D21	D5	E5	A17	E19	A23	D19	B6	E2	A6	E8	A20	B20	B4	D2	A4	D8	A14	B14
D19	D23	E23	B21	E9	B15	D9	D24	E24	A21	E3	A15	D3	B22	E10	A22	E4	A1	B1	B16	D10	A16	D4	A2	B2
D20	D24	E24	B22	E10	B16	D10	D23	E23	A22	E4	A16	D4	B21	E9	A21	E3	A2	B2	B15	D9	A15	D3	A1	B1
D21	D20	E20	B19	E7	B13	D7	D22	E22	A19	E1	A13	D1	B24	E12	A24	E6	A3	B3	B18	D12	A18	D6	A5	B5
D22	D19	E19	B20	E8	B14	D8	D21	E21	A20	E2	A14	D2	B23	E11	A23	E5	A4	B4	B17	D11	A17	D5	A6	B6
D23	D22	E22	B24	E12	B18	D12	D20	E20	A24	E6	A18	D6	B19	E7	A19	E1	A5	B5	B13	D7	A13	D1	A3	B3
D24	D21	E21	B23	E11	B17	D11	D19	E19	A23	E5	A17	D5	B20	E8	A20	E2	A6	B6	B14	D8	A14	D2	A4	B4

X	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24
D1	C13	E19	B13	E20	B14	C14	C15	E21	A13	E22	A14	C16	B15	E23	A15	E24	A16	B16	B17	C17	A17	C18	A18	B18
D2	C14	E20	B14	E19	B13	C13	C16	E22	A14	E21	A13	C15	B16	E24	A16	E23	A15	B15	B18	C18	A18	C17	A17	B17
D3	C15	E21	B15	E23	B17	C17	C13	E19	A15	E24	A17	C18	B13	E20	A13	E22	A18	B18	B14	C14	A14	C16	A16	B16
D4	C16	E22	B16	E24	B18	C18	C14	E20	A16	E23	A18	C17	B14	E19	A14	E21	A17	B17	B13	C13	A13	C15	A15	B15
D5	C17	E23	B17	E21	B15	C15	C18	E24	A17	E19	A15	C13	B18	E22	A18	E20	A13	B13	B16	C16	A16	C14	A14	B14
D6	C18	E24	B18	E22	B16	C16	C17	E23	A18	E20	A16	C14	B17	E21	A17	E19	A14	B14	B15	C15	A15	C13	A13	B13
D7	C3	E5	B3	E6	B4	C4	C9	E11	A3	E12	A4	C10	B9	E17	A9	E18	A10	B10	B23	C23	A23	C24	A24	B24
D8	C4	E6	B4	E5	B3	C3	C10	E12	A4	E11	A3	C9	B10	E18	A10	E17	A9	B9	B24	C24	A24	C23	A23	B23
D9	C1	E2	B1	E4	B6	C6	C7	E8	A1	E10	A6	C12	B7	E14	A7	E16	A12	B12	B20	C20	A20	C22	A22	B22
D10	C2	E1	B2	E3	B5	C5	C8	E7	A2	E9	A5	C11	B8	E13	A8	E15	A11	B11	B19	C19	A19	C21	A21	B21
D11	C6	E4	B6	E2	B1	C1	C12	E10	A6	E8	A1	C7	B12	E16	A12	E14	A7	B7	B22	C22	A22	C20	A20	B20
D12	C5	E3	B5	E1	B2	C2	C11	E9	A5	E7	A2	C8	B11	E15	A11	E13	A8	B8	B21	C21	A21	C19	A19	B19
D13	C9	E11	B9	E17	B23	C23	C3	E5	A9	E18	A23	C24	B3	E6	A3	E12	A24	B24	B4	C4	A4	C10	A10	B10
D14	C10	E12	B10	E18	B24	C24	C4	E6	A10	E17	A24	C23	B4	E5	A4	E11	A23	B23	B3	C3	A3	C9	A9	B9
D15	C7	E8	B7	E14	B20	C20	C1	E2	A7	E16	A20	C22	B1	E4	A1	E10	A22	B22	B6	C6	A6	C12	A12	B12
D16	C8	E7	B8	E13	B19	C19	C2	E1	A8	E15	A19	C21	B2	E3	A2	E9	A21	B21	B5	C5	A5	C11	A11	B11
D17	C12	E10	B12	E16	B22	C22	C6	E4	A12	E14	A22	C20	B6	E2	A6	E8	A20	B20	B1	C1	A1	C7	A7	B7
D18	C11	E9	B11	E15	B21	C21	C5	E3	A11	E13	A21	C19	B5	E1	A5	E7	A19	B19	B2	C2	A2	C8	A8	B8
D19	C23	E17	B23	E11	B9	C9	C24	E18	A23	E5	A9	C3	B24	E12	A24	E6	A3	B3	B10	C10	A10	C4	A4	B4
D20	C24	E18	B24	E12	B10	C10	C23	E17	A24	E6	A10	C4	B23	E11	A23	E5	A4	B4	B9	C9	A9	C3	A3	B3
D21	C20	E14	B20	E8	B7	C7	C22	E16	A20	E2	A7	C1	B22	E10	A22	E4	A1	B1	B12	C12	A12	C6	A6	B6
D22	C19	E13	B19	E7	B8	C8	C21	E15	A19	E1	A8	C2	B21	E9	A21	E3	A2	B2	B11	C11	A11	C5	A5	B5
D23	C22	E16	B22	E10	B12	C12	C20	E14	A22	E4	A12	C6	B20	E8	A20	E2	A6	B6	B7	C7	A7	C1	A1	B1
D24	C21	E15	B21	E9	B11	C11	C19	E13	A21	E3	A11	C5	B19	E7	A19	E1	A5	B5	B8	C8	A8	C2	A2	B2

X	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
D1	C19	D19	B19	D20	B20	C20	C21	D21	A19	D22	A20	C22	B21	C23	A21	D24	A22	B22	B21	C23	A23	C24	A24	B24
D2	C20	D20	B20	D19	B19	C19	C22	D22	A20	D21	A19	C21	B22	C24	A22	D23	A21	B21	B22	C24	A24	C23	A23	B23
D3	C21	D21	B21	D23	B23	C23	C19	D19	A21	D24	A23	C24	B19	C20	A19	D22	A24	B24	B19	C20	A20	C22	A22	B22
D4	C22	D22	B22	D24	B24	C24	C20	D20	A22	D23	A24	C23	B20	C19	A20	D21	A23	B23	B20	C19	A19	C21	A21	B21
D5	C23	D23	B23	D21	B21	C21	C24	D24	A23	D19	A21	C19	B24	C22	A24	D20	A19	B19	B24	C22	A22	C20	A20	B20
D6	C24	D24	B24	D22	B22	C22	C23	D23	A24	D20	A22	C20	B23	C21	A23	D19	A20	B20	B23	C21	A21	C19	A19	B19
D7	C5	D5	B5	D6	B6	C6	C11	D11	A5	D12	A6	C12	B11	D17	A11	D18	A12	B12	B17	C17	A17	C18	A18	B18
D8	C6	D6	B6	D5	B5	C5	C12	D12	A6	D11	A5	C11	B12	D18	A12	D17	A11	B11	B18	C18	A18	C17	A17	B17
D9	C2	D2	B2	D4	B4	C4	C8	D8	A2	D10	A4	C10	B8	D14	A8	D16	A10	B10	B14	C14	A14	C16	A16	B16
D10	C1	D1	B1	D3	B3	C3	C7	D7	A1	D9	A3	C9	B7	D13	A7	D15	A9	B9	B13	C13	A13	C15	A15	B15
D11	C4	D4	B4	D2	B2	C2	C10	D10	A4	D8	A2	C8	B10	D16	A10	D14	A8	B8	B16	C16	A16	C14	A14	B14
D12	C3	D3	B3	D1	B1	C1	C9	D9	A3	D7	A1	C7	B9	D15	A9	D13	A7	B7	B15	C15	A15	C13	A13	B13
D13	C11	D11	B11	D17	B17	C17	C5	D5	A11	D18	A17	C18	B5	D6	A5	D12	A18	B18	B6	C6	A6	C12	A12	B12
D14	C12	D12	B12	D18	B18	C18	C6	D6	A12	D17	A18	C17	B6	D5	A6	D11	A17	B17	B5	C5	A5	C11	A11	B11
D15	C8	D8	B8	D14	B14	C14	C2	D2	A8	D16	A14	C16	B2	D4	A2	D10	A16	B16	B4	C4	A4	C10	A10	B10
D16	C7	D7	B7	D13	B13	C13	C1	D1	A7	D15	A13	C15	B1	D3	A1	D9	A15	B15	B3	C3	A3	C9	A9	B9
D17	C10	D10	B10	D16	B16	C16	C4	D4	A10	D14	A16	C14	B4	D2	A4	D8	A14	B14	B2	C2	A2	C8	A8	B8
D18	C9	D9	B9	D15	B15	C15	C3	D3	A9	D13	A15	C13	B3	D1	A3	D7	A13	B13	B1	C1	A1	C7	A7	B7
D19	C17	D17	B17	D11	B11	C11	C18	D18	A17	D5	A11	C5	B18	D12	A18	D6	A5	B5	B12	C12	A12	C6	A6	B6
D20	C18	D18	B18	D12	B12	C12	C17	D17	A18	D6	A12	C6	B17	D11	A17	D5	A6	B6	B11	C11	A11	C5	A5	B5
D21	C14	D14	B14	D8	B8	C8	C16	D16	A14	D2	A8	C2	B16	D10	A16	D4	A2	B2	B10	C10	A10	C4	A4	B4
D22	C13	D13	B13	D7	B7	C7	C15	D15	A13	D1	A7	C1	B15	D9	A15	D3	A1	B1	B9	C9	A9	C3	A3	B3
D23	C16	D16	B16	D10	B10	C10	C14	D14	A16	D4	A10	C4	B14	D8	A14	D2	A4	B4	B8	C8	A8	C2	A2	B2
D24	C15	D15	B15	D9	B9	C9	C13	D13	A15	D3	A9	C3	B13	D7	A13	D1	A3	B3	B7	C7	A7	C1	A1	B1

X	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	A13	A14	A15	A16	A17	A18	A19	A20	A21	A22	A23	A24
E1	E1	D1	E2	C1	D2	C2	E3	D3	E4	B1	D4	B2	E5	C3	E6	B3	C4	B4	D5	C5	D6	B5	C6	B6
E2	E2	D2	E1	C2	D1	C1	E4	D4	E3	B2	D3	B1	E6	C4	E5	B4	C3	B3	D6	C6	D5	B6	C5	B5
E3	E3	D3	E5	C3	D5	C5	E1	D1	E6	B3	D6	B5	E2	C1	E4	B1	C6	B6	D2	C2	D4	B2	C4	B4
E4	E4	D4	E6	C4	D6	C6	E2	D2	E5	B4	D5	B6	E1	C2	E3	B2	C5	B5	D1	C1	D3	B1	C3	B3
E5	E5	D5	E3	C5	D3	C3	E6	D6	E1	B5	D1	B3	E4	C6	E2	B6	C1	B1	D4	C4	D2	B4	C2	B2
E6	E6	D6	E4	C6	D4	C4	E5	D5	E2	B6	D2	B4	E3	C5	E1	B5	C2	B2	D3	C3	D1	B3	C1	B1
E7	E7	D7	E8	C7	D8	C8	E13	D13	E14	B7	D14	B8	E19	C13	E20	B13	C14	B14	D19	C19	D20	B19	C20	B20
E8	E8	D8	E7	C8	D7	C7	E14	D14	E13	B8	D13	B7	E20	C14	E19	B14	C13	B13	D20	C20	D19	B20	C19	B19
E9	E9	D9	E11	C9	D11	C11	E15	D15	E17	B9	D17	B11	E21	C15	E23	B15	C17	B17	D21	C21	D23	B21	C23	B23
E10	E10	D10	E12	C10	D12	C12	E16	D16	E18	B10	D18	B12	E22	C16	E24	B16	C18	B18	D22	C22	D24	B22	C24	B24
E11	E11	D11	E9	C11	D9	C9	E17	D17	E15	B11	D15	B9	E23	C17	E21	B17	C15	B15	D23	C23	D21	B23	C21	B21
E12	E12	D12	E10	C12	D10	C10	E18	D18	E16	B12	D16	B10	E24	C18	E22	B18	C16	B16	D24	C24	D22	B24	C22	B22
E13	E13	D13	E19	C13	D19	C19	E7	D7	E20	B13	D20	B19	E8	C7	E14	B7	C20	B20	D8	C8	D14	B8	C14	B14
E14	E14	D14	E20	C14	D20	C20	E8	D8	E19	B14	D19	B20	E7	C8	E13	B8	C19	B19	D7	C7	D13	B7	C13	B13
E15	E15	D15	E21	C15	D21	C21	E9	D9	E23	B15	D23	B21	E11	C9	E17	B9	C23	B23	D11	C11	D17	B11	C17	B17
E16	E16	D16	E22	C16	D22	C22	E10	D10	E24	B16	D24	B22	E12	C10	E18	B10	C24	B24	D12	C12	D18	B12	C18	B18
E17	E17	D17	E23	C17	D23	C23	E11	D11	E21	B17	D21	B23	E9	C11	E15	B11	C21	B21	D9	C9	D15	B9	C15	B15
E18	E18	D18	E24	C18	D24	C24	E12	D12	E22	B18	D22	B24	E10	C12	E16	B12	C22	B22	D10	C10	D16	B10	C16	B16
E19	E19	D19	E13	C19	D13	C13	E20	D20	E7	B19	D7	B13	E14	C20	E8	B20	C7	B7	D14	C14	D8	B14	C8	B8
E20	E20	D20	E14	C20	D14	C14	E19	D19	E8	B20	D8	B14	E13	C19	E7	B19	C8	B8	D13	C13	D7	B13	C7	B7
E21	E21	D21	E15	C21	D15	C15	E23	D23	E9	B21	D9	B15	E17	C23	E11	B23	C9	B9	D17	C17	D11	B17	C11	B11
E22	E22	D22	E16	C22	D16	C16	E24	D24	E10	B22	D10	B16	E18	C24	E12	B24	C10	B10	D18	C18	D12	B18	C12	B12
E23	E23	D23	E17	C23	D17	C17	E21	D21	E11	B23	D11	B17	E15	C21	E9	B21	C11	B11	D15	C15	D9	B15	C9	B9
E24	E24	D24	E18	C24	D18	C18	E22	D22	E12	B24	D12	B18	E16	C22	E10	B22	C12	B12	D16	C16	D10	B16	C10	B10

X	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12	B13	B14	B15	B16	B17	B18	B19	B20	B21	B22	B23	B24
E1	E7	D7	E8	C7	D8	C8	E9	D9	E10	A1	D10	A2	E11	C9	E12	A3	C10	A4	D11	C11	D12	A5	C12	A6
E2	E8	D8	E7	C8	D7	C7	E10	D10	E9	A2	D9	A1	E12	C10	E11	A4	C9	A3	D12	C12	D11	A6	C11	A5
E3	E9	D9	E11	C9	D11	C11	E7	D7	E12	A3	D12	A5	E8	C7	E10	A1	C12	A6	D8	C8	D10	A2	C10	A4
E4	E10	D10	E12	C10	D12	C12	E8	D8	E11	A4	D11	A6	E7	C8	E9	A2	C11	A5	D7	C7	D9	A1	C9	A3
E5	E11	D11	E9	C11	D9	C9	E12	D12	E7	A5	D7	A3	E10	C12	E8	A6	C7	A1	D10	C10	D8	A4	C8	A2
E6	E12	D12	E10	C12	D10	C10	E11	D11	E8	A6	D8	A4	E9	C11	E7	A5	C8	A2	D9	C9	D7	A3	C7	A1
E7	E1	D1	E2	C1	D2	C2	E15	D15	E16	A7	D16	A8	E21	C15	E22	A13	C16	A14	D21	C21	D22	A19	C22	A20
E8	E2	D2	E1	C2	D1	C1	E16	D16	E15	A8	D15	A7	E22	C16	E21	A14	C15	A13	D22	C22	D21	A20	C21	A19
E9	E3	D3	E5	C3	D5	C5	E13	D13	E18	A9	D18	A11	E19	C13	E24	A15	C18	A17	D19	C19	D24	A21	C24	A23
E10	E4	D4	E6	C4	D6	C6	E14	D14	E17	A10	D17	A12	E20	C14	E23	A16	C17	A18	D20	C20	D23	A22	C23	A24
E11	E5	D5	E3	C5	D3	C3	E18	D18	E13	A11	D13	A9	E24	C18	E19	A17	C13	A15	D24	C24	D19	A23	C19	A21
E12	E6	D6	E4	C6	D4	C4	E17	D17	E14	A12	D14	A10	E23	C17	E20	A18	C14	A16	D23	C23	D20	A24	C20	A22
E13	E15	D15	E21	C15	D21	C21	E1	D1	E22	A13	D22	A19	E2	C1	E16	A7	C22	A20	D2	C2	D16	A8	C16	A14
E14	E16	D16	E22	C16	D22	C22	E2	D2	E21	A14	D21	A20	E1	C2	E15	A8	C21	A19	D1	C1	D15	A7	C15	A13
E15	E13	D13	E19	C13	D19	C19	E3	D3	E24	A15	D24	A21	E5	C3	E18	A9	C24	A23	D5	C5	D18	A11	C18	A17
E16	E14	D14	E20	C14	D20	C20	E4	D4	E23	A16	D23	A22	E6	C4	E17	A10	C23	A24	D6	C6	D17	A12	C17	A18
E17	E18	D18	E24	C18	D24	C24	E5	D5	E19	A17	D19	A23	E3	C5	E13	A11	C19	A21	D3	C3	D13	A9	C13	A15
E18	E17	D17	E23	C17	D23	C23	E6	D6	E20	A18	D20	A24	E4	C6	E14	A12	C20	A22	D4	C4	D14	A10	C14	A16
E19	E21	D21	E15	C21	D15	C15	E22	D22	E1	A19	D1	A13	E16	C22	E2	A20	C1	A7	D16	C16	D2	A14	C2	A8
E20	E22	D22	E16	C22	D16	C16	E21	D21	E2	A20	D2	A14	E15	C21	E1	A19	C2	A8	D15	C15	D1	A13	C1	A7
E21	E19	D19	E13	C19	D13	C13	E24	D24	E3	A21	D3	A15	E18	C24	E5	A23	C3	A9	D18	C18	D5	A17	C5	A11
E22	E20	D20	E14	C20	D14	C14	E23	D23	E4	A22	D4	A16	E17	C23	E6	A24	C4	A10	D17	C17	D6	A18	C6	A12
E23	E24	D24	E18	C24	D18	C18	E19	D19	E5	A23	D5	A17	E13	C19	E3	A21	C5	A11	D13	C13	D3	A15	C3	A9
E24	E23	D23	E17	C23	D17	C17	E20	D20	E6	A24	D6	A18	E14	C20	E4	A22	C6	A12	D14	C14	D4	A16	C4	A10

X	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13	C14	C15	C16	C17	C18	C19	C20	C21	C22	C23	C24
E1	E13	D13	E14	B7	D14	B8	E15	D15	E16	A7	D16	A8	E17	B9	E18	A9	B10	A10	D17	B11	D18	A11	B12	A12
E2	E14	D14	E13	B8	D13	B7	E16	D16	E15	A8	D15	A7	E18	B10	E17	A10	B9	A9	D18	B12	D17	A12	B11	A11
E3	E15	D15	E17	B9	D17	B11	E13	D13	E18	A9	D18	A11	E14	B7	E16	A7	B12	A12	D14	B8	D16	A8	B10	A10
E4	E16	D16	E18	B10	D18	B12	E14	D14	E17	A10	D17	A12	E13	B8	E15	A8	B11	A11	D13	B7	D15	A7	B9	A9
E5	E17	D17	E15	B11	D15	B9	E18	D18	E13	A11	D13	A9	E16	B12	E14	A12	B7	A7	D16	B10	D14	A10	B8	A8
E6	E18	D18	E16	B12	D16	B10	E17	D17	E14	A12	D14	A10	E15	B11	E13	A11	B8	A8	D15	B9	D13	A9	B7	A7
E7	E3	D3	E4	B1	D4	B2	E9	D9	E10	A1	D10	A2	E23	B15	E24	A15	B16	A16	D23	B21	D24	A21	B22	A22
E8	E4	D4	E3	B2	D3	B1	E10	D10	E9	A2	D9	A1	E24	B16	E23	A16	B15	A15	D24	B22	D23	A22	B21	A21
E9	E1	D1	E6	B3	D6	B5	E7	D7	E12	A3	D12	A5	E20	B13	E22	A13	B18	A18	D20	B19	D22	A19	B24	A24
E10	E2	D2	E5	B4	D5	B6	E8	D8	E11	A4	D11	A6	E19	B14	E21	A14	B17	A17	D19	B20	D21	A20	B23	A23
E11	E6	D6	E1	B5	D1	B3	E12	D12	E7	A5	D7	A3	E22	B18	E20	A18	B13	A13	D22	B24	D20	A24	B19	A19
E12	E5	D5	E2	B6	D2	B4	E11	D11	E8	A6	D8	A4	E21	B17	E19	A17	B14	A14	D21	B23	D19	A23	B20	A20
E13	E9	D9	E23	B15	D23	B21	E3	D3	E24	A15	D24	A21	E4	B1	E10	A1	B22	A22	D4	B2	D10	A2	B16	A16
E14	E10	D10	E24	B16	D24	B22	E4	D4	E23	A16	D23	A22	E3	B2	E9	A2	B21	A21	D3	B1	D9	A1	B15	A15
E15	E7	D7	E20	B13	D20	B19	E1	D1	E22	A13	D22	A19	E6	B3	E12	A3	B24	A24	D6	B5	D12	A5	B18	A18
E16	E8	D8	E19	B14	D19	B20	E2	D2	E21	A14	D21	A20	E5	B4	E11	A4	B23	A23	D5	B6	D11	A6	B17	A17
E17	E12	D12	E22	B18	D22	B24	E6	D6	E20	A18	D20	A24	E1	B5	E7	A5	B19	A19	D1	B3	D7	A3	B13	A13
E18	E11	D11	E21	B17	D21	B23	E5	D5	E19	A17	D19	A23	E2	B6	E8	A6	B20	A20	D2	B4	D8	A4	B14	A14
E19	E23	D23	E9	B21	D9	B15	E24	D24	E3	A21	D3	A15	E10	B22	E4	A22	B1	A1	D10	B16	D4	A16	B2	A2
E20	E24	D24	E10	B22	D10	B16	E23	D23	E4	A22	D4	A16	E9	B21	E3	A21	B2	A2	D9	B15	D3	A15	B1	A1
E21	E20	D20	E7	B19	D7	B13	E22	D22	E1	A19	D1	A13	E12	B24	E6	A24	B3	A3	D12	B18	D6	A18	B5	A5
E22	E19	D19	E8	B20	D8	B14	E21	D21	E2	A20	D2	A14	E11	B23	E5	A23	B4	A4	D11	B17	D5	A17	B6	A6
E23	E22	D22	E12	B24	D12	B18	E20	D20	E6	A24	D6	A18	E7	B19	E1	A19	B5	A5	D7	B13	D1	A13	B3	A3
E24	E21	D21	E11	B23	D11	B17	E19	D19	E5	A23	D5	A17	E8	B20	E2	A20	B6	A6	D8	B14	D2	A14	B4	A4

X	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8	D9	D10	D11	D12	D13	D14	D15	D16	D17	D18	D19	D20	D21	D22	D23	D24
E1	E19	C13	E20	B13	C14	B14	E21	C15	E22	A13	C16	A14	E23	B15	E24	A15	B16	A16	C17	B17	C18	A17	B18	A18
E2	E20	C14	E19	B14	C13	B13	E22	C16	E21	A14	C15	A13	E24	B16	E23	A16	B15	A15	C18	B18	C17	A18	B17	A17
E3	E21	C15	E23	B15	C17	B17	E19	C13	E24	A15	C18	A17	E20	B13	E22	A13	B18	A18	C14	B14	C16	A14	B16	A16
E4	E22	C16	E24	B16	C18	B18	E20	C14	E23	A16	C17	A18	E19	B14	E21	A14	B17	A17	C13	B13	C15	A13	B15	A15
E5	E23	C17	E21	B17	C15	B15	E24	C18	E19	A17	C13	A15	E22	B18	E20	A18	B13	A13	C16	B16	C14	A16	B14	A14
E6	E24	C18	E22	B18	C16	B16	E23	C17	E20	A18	C14	A16	E21	B17	E19	A17	B14	A14	C15	B15	C13	A15	B13	A13
E7	E5	C3	E6	B3	C4	B4	E11	C9	E12	A3	C10	A4	E17	B9	E18	A9	B10	A10	C23	B23	C24	A23	B24	A24
E8	E6	C4	E5	B4	C3	B3	E12	C10	E11	A4	C9	A3	E18	B10	E17	A10	B9	A9	C24	B24	C23	A24	B23	A23
E9	E2	C1	E4	B1	C6	B6	E8	C7	E10	A1	C12	A6	E14	B7	E16	A7	B12	A12	C20	B20	C22	A20	B22	A22
E10	E1	C2	E3	B2	C5	B5	E7	C8	E9	A2	C11	A5	E13	B8	E15	A8	B11	A11	C19	B19	C21	A19	B21	A21
E11	E4	C6	E2	B6	C1	B1	E10	C12	E8	A6	C7	A1	E16	B12	E14	A12	B7	A7	C22	B22	C20	A22	B20	A20
E12	E3	C5	E1	B5	C2	B2	E9	C11	E7	A5	C8	A2	E15	B11	E13	A11	B8	A8	C21	B21	C19	A21	B19	A19
E13	E11	C9	E17	B9	C23	B23	E5	C3	E18	A9	C24	A23	E6	B3	E12	A3	B24	A24	C4	B4	C10	A4	B10	A10
E14	E12	C10	E18	B10	C24	B24	E6	C4	E17	A10	C23	A24	E5	B4	E11	A4	B23	A23	C3	B3	C9	A3	B9	A9
E15	E8	C7	E14	B7	C20	B20	E2	C1	E16	A7	C22	A20	E4	B1	E10	A1	B22	A22	C6	B6	C12	A6	B12	A12
E16	E7	C8	E13	B8	C19	B19	E1	C2	E15	A8	C21	A19	E3	B2	E9	A2	B21	A21	C5	B5	C11	A5	B11	A11
E17	E10	C12	E16	B12	C22	B22	E4	C6	E14	A12	C20	A22	E2	B6	E8	A6	B20	A20	C1	B1	C7	A1	B7	A7
E18	E9	C11	E15	B11	C21	B21	E3	C5	E13	A11	C19	A21	E1	B5	E7	A5	B19	A19	C2	B2	C8	A2	B8	A8
E19	E17	C23	E11	B23	C9	B9	E18	C24	E5	A23	C3	A9	E12	B24	E6	A24	B3	A3	C10	B10	C4	A10	B4	A4
E20	E18	C24	E12	B24	C10	B10	E17	C23	E6	A24	C4	A10	E11	B23	E5	A23	B4	A4	C9	B9	C3	A9	B3	A3
E21	E14	C20	E8	B20	C7	B7	E16	C22	E2	A20	C1	A7	E10	B22	E4	A22	B1	A1	C12	B12	C6	A12	B6	A6
E22	E13	C19	E7	B19	C8	B8	E15	C21	E1	A19	C2	A8	E9	B21	E3	A21	B2	A2	C11	B11	C5	A11	B5	A5
E23	E16	C22	E10	B22	C12	B12	E14	C20	E4	A22	C6	A12	E8	B20	E2	A20	B6	A6	C7	B7	C1	A7	B1	A1
E24	E15	C21	E9	B21	C11	B11	E13	C19	E3	A21	C5	A11	E7	B19	E1	A19	B5	A5	C8	B8	C2	A8	B2	A2

X	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24
E1	D19	C19	D20	B19	C20	B20	D21	C21	D22	A19	C22	A20	D23	B21	D24	A21	B22	A22	C23	B23	C24	A23	B24	A24
E2	D20	C20	D19	B20	C19	B19	D22	C22	D21	A20	C21	A19	D24	B22	D23	A22	B21	A21	C24	B24	C23	A24	B23	A23
E3	D21	C21	D23	B21	C23	B23	D19	C19	D24	A21	C24	A23	D20	B19	D22	A19	B24	A24	C20	B20	C22	A20	B22	A22
E4	D22	C22	D24	B22	C24	B24	D20	C20	D23	A22	C23	A24	D19	B20	D21	A20	B23	A23	C19	B19	C21	A19	B21	A21
E5	D23	C23	D21	B23	C21	B21	D24	C24	D19	A23	C19	A21	D22	B24	D20	A24	B19	A19	C22	B22	C20	A22	B20	A20
E6	D24	C24	D22	B24	C22	B22	D23	C23	D20	A24	C20	A22	D21	B23	D19	A23	B20	A20	C21	B21	C19	A21	B19	A19
E7	D5	C5	D6	B5	C6	B6	D11	C11	D12	A5	C12	A6	D17	B11	B18	A11	B12	A12	C17	B17	C18	A17	B18	A18
E8	D6	C6	D5	B6	C5	B5	D12	C12	D11	A6	C11	A5	D18	B12	B17	A12	B11	A11	C18	B18	C17	A18	B17	A17
E9	D2	C2	D4	B2	C4	B4	D8	C8	D10	A2	C10	A4	D14	B8	B16	A8	B10	A10	C14	B14	C16	A14	B16	A16
E10	D1	C1	D3	B1	C3	B3	D7	C7	D9	A1	C9	A3	D13	B7	B15	A7	B9	A9	C13	B13	C15	A13	B15	A15
E11	D4	C4	D2	B4	C2	B2	D10	C10	D8	A4	C8	A2	D16	B10	B14	A10	B8	A8	C16	B16	C14	A16	B14	A14
E12	D3	C3	D1	B3	C1	B1	D9	C9	D7	A3	C7	A1	D15	B9	B13	A9	B7	A7	C15	B15	C13	A15	B13	A13
E13	D11	C11	D17	B11	C17	B17	D5	C5	D18	A11	C18	A17	D6	B5	D12	A5	B18	A18	C6	B6	C12	A6	B12	A12
E14	D12	C12	D18	B12	C18	B18	D6	C6	D17	A12	C17	A18	D5	B6	D11	A6	B17	A17	C5	B5	C11	A5	B11	A11
E15	D8	C8	D14	B8	C14	B14	D2	C2	D16	A8	C16	A14	D4	B2	D10	A2	B16	A16	C4	B4	C10	A4	B10	A10
E16	D7	C7	D13	B7	C13	B13	D1	C1	D15	A7	C15	A13	D3	B1	D9	A1	B15	A15	C3	B3	C9	A3	B9	A9
E17	D10	C10	D16	B10	C16	B16	D4	C4	D14	A10	C14	A16	D2	B4	D8	A4	B14	A14	C2	B2	C8	A2	B8	A8
E18	D9	C9	D15	B9	C15	B15	D3	C3	D13	A9	C13	A15	D1	B3	D7	A3	B13	A13	C1	B1	C7	A1	B7	A7
E19	D17	C17	D11	B17	C11	B11	D18	C18	D5	A17	C5	A11	D12	B18	D6	A18	B5	A5	C12	B12	C6	A12	B6	A6
E20	D18	C18	D12	B18	C12	B12	D17	C17	D6	A18	C6	A12	D11	B17	D5	A17	B6	A6	C11	B11	C5	A11	B5	A5
E21	D14	C14	D8	B14	C8	B8	D16	C16	D2	A14	C2	A8	D10	B16	D4	A16	B2	A2	C10	B10	C4	A10	B4	A4
E22	D13	C13	D7	B13	C7	B7	D15	C15	D1	A13	C1	A7	D9	B15	D3	A15	B1	A1	C9	B9	C3	A9	B3	A3
E23	D16	C16	D10	B16	C10	B10	D14	C14	D4	A16	C4	A10	D8	B14	D2	A14	B4	A4	C8	B8	C2	A8	B2	A2
E24	D15	C15	D9	B15	C9	B9	D13	C13	D3	A15	C3	A9	D7	B13	D1	A13	B3	A3	C7	B7	C1	A7	B1	A1

RIWAYAT HIDUP

Muhammad Rafli Wahfiuddin lahir di Kota Malang pada 21 Maret 1999, dengan nama panggilan Rafli. Alamat berada di Jalan Danau Surubec F4-E8, Kelurahan Sawojajar, Kecamatan Kedungkandang. Anak ke-2 dari Bapak Dr. H. Wahju Henky Irawan, M.Pd dan Ibu Dewi Maria Ulva, S.Pd. Pendidikan yang pernah di tempuh yaitu Taman Kanak-Kanak Syuhada Sawojajar Malang, kemudian melanjutkan pendidikan pada tingkat dasar di SDN Sawojajar 6 Malang dan lulus pada tahun 2011. Melanjutkan pendidikan pada tingkat menengah pertama di SMPN 21 Sawojajar Malang dan lulus pada tahun 2014. Melanjutkan pendidikan pada tingkat menengah atas di SMAN 10 Sawojajar Malang dan lulus pada tahun 2017. Tahun 2017 melanjutkan studi pada jenjang perkuliahan strata 1 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengampu Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAUALANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Muhammad Rafli Wahfiuddin
NIM : 17610112
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika
Judul Skripsi : Isomorfisma dari grup matriks ke grup dihedral dari penempatan benteng yang tidak saling memakan pada papan catur
Pembimbing I : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
Pembimbing II : Prof. Dr. H Turmudi, M.Si., Ph.D

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	21 Maret 2021	Konsultasi Bab I, Bab II, Bab III dan Bab IV	1.
2	28 Maret 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan pada Bab I dan Bab II	2.
3	13 April 2021	Revisi Bab I, Bab II, Bab III dan Bab IV	3.
4	17 April 2021	Revisi Kajian Keagamaan pada Bab I dan Bab II	4.
5	5 Mei 2021	Konsultasi Bab III, Bab IV, Bab V	5.
6	13 Mei 2021	Konsultasi Kajian Keagamaan & Kepenulisan pada Bab II	6.
7	12 Juni 2021	ACC Bab I, Bab II, Bab III, Bab IV, Bab V dan Kajian Keagamaan Bab I dan Bab II	7.
8	24 Juni 2021	Konsultasi Keseluruhan	8.
9	26 Juni 2021	Revisi Keseluruhan	9.
10	28 Juni 2021	ACC Keseluruhan	10.

Malang, 29 Juni 2021
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001