

**STUDI LOKASI *BOW SHOCK* AKIBAT INTERAKSI ANGIN MATAHARI
DENGAN PLANET MARS**

SKRIPSI

Oleh:
DEWI MUNFACHIROH
NIM. 16640056



**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**STUDI LOKASI *BOW SHOCK* AKIBAT INTERAKSI ANGIN MATAHARI
DENGAN PLANET MARS**

SKRIPSI

**Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S. Si)**

**Oleh:
DEWI MUNFACHIROH
NIM. 16640056**

**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

HALAMAN PERSETUJUAN

STUDI LOKASI *BOW SHOCK* AKIBAT INTERAKSI ANGIN MATAHARI
DENGAN PLANET MARS

SKRIPSI

Oleh:
Dewi Munfachiroh
NIM. 16640056

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji
Pada tanggal, 21 April 2021

Pembimbing I

Drs. Abdul Basid, M.Si
NIP. 19650504 199003 1 003

Pembimbing II

Arista Romadani, M.Sc
NIP. 19900905 201903 1 018

Mengetahui,
Ketua Jurusan Fisika



Drs. Abdul Basid, M.Si
NIP. 19650504 199003 1 003


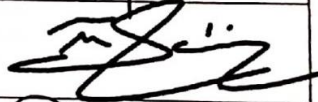

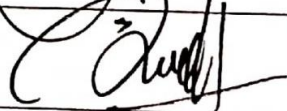
HALAMAN PENGESAHAN

**STUDI LOKASI *BOW SHOCK* AKIBAT INTERAKSI ANGIN MATAHARI
DENGAN PLANET MARS**

SKRIPSI

Oleh:
Dewi Munfachiroh
NIM. 16640056

Telah diperiksa dan disahkan
Pada tanggal, 23 Mei 2021

Penguji Utama	: <u>Erna Hastuti, M.Si</u> NIP. 19811119 200801 2 009	
Ketua Penguji	: <u>Muhammad Taufiqi, M.Si</u> NIDT. -	
Sekretaris Penguji	: <u>Drs. Abdul Basid, M.Si</u> NIP. 19650504 199003 1 003	
Anggota Penguji	: <u>Arista Romadani, M.Sc</u> NIP. 19900905 201903 1 018	

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Fisika



Drs. Abdul Basid, M.Si
NIP. 19650504 199003 1 003

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Dewi Munfachiroh
NIM : 16640056
Jurusan : Fisika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Penelitian : Studi Lokasi *Bow Shock* Akibat Interaksi Angin Matahari
Dengan Planet Mars

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka. Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan maka saya bersedia untuk menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 21 April 2021
Yang Membuat Pernyataan,

A yellow meter stamp with a red and white design, featuring the Garuda Pancasila emblem. The stamp has the text 'METERAI KEPAPETERAN' and a unique number '2B8CFAJX261522333'. A handwritten signature in black ink is written over the stamp.

Dewi Munfachiroh
NIM. 16640056

MOTTO

الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ

“Segala puji bagi Allah, Tuhan semesta alam” (Q.S: Al-Fatihah: 2)

“Tidak ada sesuatu yang tidak bisa disyukuri”

“Salah satu cara mengetahui eksistensinya yaitu dengan mengamati,
mempelajari dan memahami ciptaannya”

HALAMAN PERSEMBAHAN

Karya sederhana ini secara khusus penulis persembahkan teruntuk:

Mama Dewi Nur Laila & Ayah Makshum Hadi

Serta Ibunda Siti Masrifah (Almh)

Terima kasih atas didikan dan limpahan kasih sayang serta do'a yang tak pernah putus, hanya Allah SWT yang dapat membalas semua jasa-jasa *panjenengan sedoyo..*

Serta teruntuk kakak-kakak penulis:

Was Syamsul Arifin

Was Saiful Karim Amrulloh

Ning Tsamrotul Fikriyah

Dan seluruh sanak famili, terima kasih selalu ada untuk menjadi alasan bagi penulis tetap semangat dan bertahan hingga menjadi sosok yang sekarang

Dan karya sederhana ini secara umum penulis persembahkan teruntuk:

Para pembaca, baik yang memang sengaja mencintai fisika maupun yang tidak sengaja mencintai, bahkan yang memang terpaksa mencintai fisika.

Percayalah! Kita semua sedang tersesat di jalan yang indah. Nikmati dan syukuri, Alam semesta tidak berbicara menggunakan bahasa manusia, akan tetapi menggunakan bahasa fisika.

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT, Dzat yang Maha Luhur yang telah memberikan rahmat, nikmat serta anugerahNya berupa kekuatan serta jiwa konsisten, sehingga skripsi berjudul **“Studi Lokasi Bow Shock Akibat Interaksi Angin Matahari dengan Planet Mars”** ini dapat diselesaikan dengan baik. Sholawat serta salam senantiasa teruntuk baginda Nabi Muhammad SAW, sang revolusioner yang telah membawa perubahan dari zaman *jahiliyah* menuju zaman *islamiyah* yang dipenuhi dengan berbagai ilmu pengetahuan.

Fisika merupakan cabang ilmu yang umumnya dikategorikan ke dalam ilmu umum. Seharusnya tidak demikian, karena semua cabang ilmu bersumber dari satu sumber yang sama yaitu Al-Qur’an. Oleh karena itu, penulis berharap dengan mempelajari fisika (khususnya fisika teori) dapat menjadi jalan bagi penulis untuk memahami ciptaanNya, sehingga dapat menambah keimanan penulis kepada sang Maha Pencipta alam semesta, *Aamiin*.

Penulis menyadari, dalam proses penulisan skripsi ini terdapat banyak pihak di belakang penulis yang telah menopang, menguatkan serta membantu penulis. Oleh karena itu, di bagian halaman ini, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Drs. Abdul Basid, M.Si selaku ketua jurusan fisika sekaligus dosen pembimbing skripsi yang senantiasa memberikan arahan kepada penulis.
2. Arista Romadani, M.Sc selaku dosen fisika teori sekaligus pembimbing integrasi yang senantiasa memberikan arahan dan saran kepada penulis. Selain itu, telah mengenalkan bidang Astrofisika, sehingga penulis tertarik untuk melakukan penelitian terkait bidang tersebut.
3. Bambang Setiahad, D.Sc selaku peneliti di LAPAN (Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional) sekaligus dosen pembimbing lapangan yang telah mengajarkan serta mengarahkan penulis dalam penyelesaian skripsi ini.
4. Erna Hastuti, M.Si serta Muhammad Taufiqi, M.Si selaku dosen penguji skripsi yang telah memberikan saran dalam penyempurnaan skripsi ini.

5. Seluruh dosen, laboran dan staf admin jurusan yang telah mengajarkan, mengarahkan dan memberikan informasi kepada penulis selama masa studi di jurusan fisika.
6. Seluruh keluarga tercinta yang senantiasa memberikan do'a dan dukungan dalam segala hal, serta kepada Mochamad Agung Tarecha yang senantiasa memberikan semangat kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
7. Bisri, S.Pd selaku guru penulis yang senantiasa mendukung dan membantu penulis agar terus berkembang.
8. Seluruh sahabat-sahabat penulis; para fisikawan angkatan 2016 (Fisika Nabla), terkhusus Squad Fisika Teori 2016 (para penghuni *base camp* Lab Mekanika pada masanya) serta segenap keluarga grup riset Fisika Teori, Zainul Musthofa, S.Si yang telah memberikan ruang diskusi kepada penulis dalam menyelesaikan skripsi ini.
9. Seluruh pengurus *Ulul Albab Astronomy Club* periode 2018/2019 dan 2019/2020 (terkhusus Afafa Ainur Rosyidah), serta seluruh mbak-mbak di Lembaga Tinggi Pesantren Luhur Malang (khususnya mbak-mbak blok F), yang senantiasa memberikan semangat serta dukungan kepada penulis.

Semoga Allah SWT membalas semua kebaikan mereka dengan kebaikan yang berlipat ganda di dunia dan di akhirat, *Aamiin*. Adanya skripsi ini, semoga dapat memberikan manfaat kepada seluruh pembaca berupa gagasan, ide dan wawasan baru. Selain itu, penulis berharap skripsi ini dapat memberikan sumbangsih dalam perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang *solar* dan *plasma physics*. Oleh karena itu, kritik dan saran yang bersifat konstruktif penulis harapkan agar dapat menjaga kemurnian ilmu pengetahuan demi kebaikan bersama.

Malang, 25 Maret 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	ii
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN	v
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
ABSTRAK	xvi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian	6
1.4 Manfaat Penelitian	6
1.5 Batasan Masalah	6
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Plasma	7
2.2 Angin Matahari	8
2.3 Jenis-jenis Interaksi Angin Matahari	11
2.4 <i>Bow Shock</i>	14
2.4.1 Ionosfer dalam Kajian Islam	14
2.4.2 <i>Magnetosheath</i>	18
2.4.3 <i>Bow Shock Nose</i>	19
2.5 Konsep Bilangan Mach	22
2.6 Jenis Aliran Berdasarkan Bilangan Mach	23
2.7 Konsep Fluida	26
2.7.1 Teorema Bernoulli	27
2.7.2 Modifikasi Newton untuk Aliran Hipersonik	29
2.8 Pendekatan Hidrodinamika	33
2.8.1 Persamaan Konservasi Massa (Kontinuitas)	34
2.8.2 Persamaan Konservasi Momentum	37
2.8.3 Persamaan Konservasi Energi	38
2.9 Termodinamika untuk Aliran Kompresibel	39
2.9.1 Gas Ideal	39
2.9.2 Energi Internal dan Entalpi	40
2.9.3 Hubungan Isentropik	42
BAB III LANGKAH-LANGKAH MENENTUKAN LOKASI NOSE	
<i>BOW SHOCK MARS</i>	44
3.1 Teorema Deret Taylor	44
3.2 Tekanan Termal Matahari	45
3.3 Formula Tabung Pitot Rayleigh	46

3.4 Jarak <i>Standoff Bow Shock</i>	50
BAB IV LOKASI NOSE BOW SHOCK MARS	53
4.1 Tekanan Termal <i>Ionopause</i>	53
4.2 Lokasi <i>Nose Ionopause</i>	55
4.3 Radius Kelengkungan pada <i>Nose Ionopause</i>	56
4.4 Jarak <i>Standoff Bow Shock Mars</i>	64
4.5 Formula Lokasi <i>Nose Bow Shock Mars</i>	65
4.6 Perbandingan Jarak <i>Standoff</i> Hasil Analitik dengan Simulasi <i>Gasdynamic Nonlinear</i>	68
4.7 Perbandingan Hasil Analitik dengan Pengukuran Pesawat Ruang Angkasa ASPERA-3	69
BAB V PENUTUP	76
5.1 Kesimpulan	76
5.2 Saran	76
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Skema Angin Matahari Melewai (a) Bumi, (b) Bulan dan (c) Venus/Mars	3
Gambar 2.1	Skema Lintasan Proton yang Bergerak dari Wilayah Tanpa Medan Magnet Menuju Wilayah dengan Medan Magnet	8
Gambar 2.2	Skema Magnetosfer Bumi yang Dikelilingi oleh Aliran Angin Matahari.....	10
Gambar 2.3	Garis Medan Magnet dari Model Empiris.....	11
Gambar 2.4	Densitas Ion dari Model Transportasi Kimia/Vertikal dari Ionosfer Mars. Garis Putus-putus untuk Aliran Keluar pada Bagian Atas Kondisi Batas, Garis Padat untuk Aliran Keluar Maksimum dan Garis Titik-titik untuk Hasil Pengukuran Berdasarkan Percobaan Eksperimen RPA (<i>Retarding Potential Analyzers</i>)	16
Gambar 2.5	Sketsa Interaksi Angin Matahari dengan Benda Beratmosfer.....	19
Gambar 2.6a	Aliran Transonik ($0.8 < M < 1.2$)	25
Gambar 2.6b	Aliran Supersonik ($1.2 < M < 5$)	25
Gambar 2.6c	Aliran Hipersonik ($M > 5$)	25
Gambar 2.7	Aliran Hipersonik	29
Gambar 2.8	Skema untuk Teori Newton.....	30
Gambar 2.9	Definisi Sudut untuk Teori Newton.....	32
Gambar 3.1	Skema Tabung Pitot untuk Aliran Supersonik	49
Gambar 3.2	Dua Contoh <i>Shock Wave</i> Normal	49
Gambar 3.3	Sketsa yang Menunjukkan <i>Bow Shock</i> yang Digerakkan oleh Subkluster (Dalam Kerangka <i>Shock</i> Lainnya).....	51
Gambar 4.1	Elemen <i>ionopause</i> dan koordinat	58
Gambar 4.2	Grafik Lokasi <i>Nose Bow Shock</i> Mars dengan H Dibuat Sama dengan Hasil Pengamatan Spreiter <i>et al</i> (1970) yaitu: 1500, 760, 380 dan 35 km	66
Gambar 4.3	Lokasi <i>Bow Shock</i> Mars Berdasarkan Hasil Pengamatan Beberapa Misi Pesawat Ruang Angkasa	67
Gambar 4.4	Kurva Perbandingan Jarak <i>Standoff</i> Hasil Analitik dan Simulasi <i>Gasdynamic Nonlinear</i> dengan $H/r_o = 0.01, 0.2, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$	68
Gambar 4.5	Pengaruh Parameter Surya Terhadap r_s . (a) Pengaruh l_{EUV} yang Diukur Menggunakan p_{dyn} Rendah (Biru) dan Tinggi (Merah) Terhadap r_s . (b) Pengaruh p_{dyn} yang Diukur Menggunakan l_{EUV} Rendah (Biru) dan Tinggi (Merah) Terhadap r_s . Kurva Pada Kedua Panel Menunjukkan Model yang Sesuai dengan Data, dengan Bentuk Fungsional dan Parameter Bebas yang Diberikan Pada Tabel A2 (Lampiran C).....	70
Gambar 4.6	Ilustrasi Proses Pembentukan Ionosfer Mars.....	72

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Karakteristik Planet di Tata Surya	12
Tabel 2.2	Estimasi Lokasi Subsolar dari <i>Shock</i> dan Penghalang	22

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A	Pembuktian Persamaan
Lampiran B	Pembuktian Persamaan 4.10
Lampiran C	Daftar Tabel
Lampiran D	Skrip Plot Grafik Menggunakan Program Python

DAFTAR SIMBOL

\vec{F}	= Gaya Lorentz (N)
q	= Muatan (C)
\vec{v}	= Vektor Kecepatan (m/s)
\vec{E}	= Medan Listrik (V/m)
\vec{B}	= Medan Magnet (Wb/m ² atau T)
p_{dyn}	= Tekanan Dinamis Angin Matahari (kg/ms ²)
ρ_{∞}	= Densitas Plasma Angin Matahari (kg/m ³)
ρ_s	= Densitas Plasma <i>Shock</i> (kg/m ³)
v_{∞}	= Kecepatan Angin Matahari (m/s)
M_{∞}	= Bilangan Mach Angin Matahari
T	= Temperatur (K)
H	= Skala Ketinggian Ionosfer (km)
γ	= Koefisien Kalor Jenis
Δ	= Jarak <i>Standoff</i> (km)
R_o	= Radius Kelengkungan <i>Ionopause</i> (km)
r_s	= Lokasi <i>Nose Bow Shock</i> (km)
r_o	= Lokasi <i>Nose Ionopause</i> (km)
p_i	= Tekanan Termal Ionosfer Sisi Dalam (N/m ²)
$p_{M,i}$	= Tekanan Puncak Ionosfer (N/m ²)
$r_{M,i}$	= Lokasi ketika Tekanan Puncak Ionosfer (km)
p_o	= Tekanan Termal Ionosfer Sisi Luar (N/m ²)
k_B	= Konstanta Boltzmann = 1.38×10^{-23} (J/K)
R	= Konstanta Umum Gas = 8.314 (J/mol K)

ABSTRAK

Munfachiroh, Dewi. 2021. **Studi Lokasi *Bow Shock* Akibat Interaksi Angin Matahari dengan Planet Mars**. Skripsi. Jurusan Fisika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Drs. Abdul Basid, M.Si (II) Arista Romadani, M.Sc.

Kata Kunci: *Bow Shock* Mars, Angin Matahari, Tekanan Dinamik, Jarak *Standoff*

Bow shock Mars merupakan sebuah fenomena yang diakibatkan oleh adanya interaksi antara angin Matahari dengan planet Mars. Pada penelitian ini, digunakan pendekatan berbasis teoretis untuk memperoleh sebuah persamaan lokasi *Bow shock* (r_s) pada planet Mars dengan meninjau parameter-parameter Matahari seperti tekanan dinamis angin Matahari dan fluks ultraviolet ekstrim Matahari (EUV). Solusi persamaan lokasi *Bow shock* Mars yang diperoleh menunjukkan bahwa r_s merupakan sebuah fungsi yang dipengaruhi oleh tekanan dinamis angin Matahari (p_{dyn}), tekanan puncak ionosfer ($p_{M,i}$) serta skala ketinggian ionosfer Mars (H). Pada penelitian ini, r_s hasil pendekatan teoretis telah dibandingkan dan terkonfirmasi sesuai dengan simulasi *Gasdynamic Nonlinear* serta secara kualitatif konsisten dengan konstanta C hasil pengukuran pesawat ruang angkasa ASPERA-3.

ABSTRACT

Munfachiroh, Dewi. 2021. **Study of Bow Shock Location Due to the Interaction of the Solar Wind with Mars**. Thesis. Physics Department, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University, Malang. Advisor: (I) Drs. Abdul Basid, M.Si (II) Arista Romadani, M.Sc.

Keywords: Martian Bow Shock, Solar Wind, Standoff Distance

Martian bow shock is a phenomenon caused by the interaction between the solar wind and Mars. In this study, the approach used is theoretically based to obtain the equation for the location of Bow shock (r_s) on the planet Mars by observing solar parameters such as dynamic solar wind pressure and solar extreme ultraviolet flux (EUV). The solution to the Mars Bow shock location equation obtained shows that r_s is a function that can be operated by dynamic wind pressure (p_{dyn}), ionosphere peak pressure ($p_{M,i}$), and the Mars ionosphere scale (H). In this study, the results of the theoretical approach have been compared and confirmed according to the Gasdynamic Nonlinear simulation and are qualitatively consistent with the constant C measured by the ASPERA-3 spacecraft.

الملخص

منفخرة، دوي.2021. دراسة مواقع الصدمات القوسية بسبب تفاعلات الرياح الشمسية مع المريخ. قسم الفيزياء، كلية العلوم والتكنولوجيا في جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (I) عبد الباسط الماجستير (II) عريستا رمضاني الماجستير

الكلمات الرئيسية: صدمة قوس المريخ، الرياح الشمسية، مسافة المواجهة

صدمة قوس المريخ هي ظاهرة تنتج عن التفاعل بين الرياح الشمسية والمريخ. في هذه الدراسة ، النهج المستخدم هو نهج نظري للحصول على معادلة موقع صدمة القوس (r_s) على المريخ من خلال مراقبة المعلمات الشمسية مثل ضغط الرياح الشمسية الديناميكي والأشعة فوق البنفسجية الشمسية (EUV). يوضح حل المعادلة الخاصة بموقع صدمة قوس المريخ التي تم الحصول عليها أن r_s هي وظيفة يمكن أن تتأثر بضغط الرياح الديناميكي (p_{dyn})، وضغط ذروة الغلاف المتأين ($p_{M,i}$) ومقياس ارتفاع الغلاف الأيوني للمريخ (H). في هذه الدراسة ، تمت مقارنة نتائج النهج النظري وتأكيداتها وفقاً لمحاكاة ديناميكيات الغاز غير الخطية وهي متوافقة نوعياً مع الثابت C كما تم قياسه بواسطة المركبة الفضائية ASPERA-3.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penelitian fisika luar angkasa saat ini banyak berfokus pada fenomena interaksi antara angin Matahari dengan planet bermagnet daripada planet yang tidak bermagnet atau planet yang bermagnet lemah. Namun, studi tentang lokasi *Bow shock* (guncangan busur) Mars baru-baru ini menjadi topik hangat karena meningkatnya minat dalam eksplorasi Mars (Yeh *et al*, 2020). Mars termasuk objek angkasa (planet) tak termagnetisasi, namun memiliki atmosfer, sehingga ionosfer dan magnetosfer yang diinduksi menjadi penghalang utama dari pancaran aliran angin Matahari. Dengan diketahuinya lokasi *Bow shock* suatu objek angkasa telah terbukti mengurangi peningkatan tekanan dinamis angin Matahari (Schwingenschuh *et al*, 1992). Selain itu, juga bermanfaat bagi penelitian Astrofisika skala laboratorium yang dapat membantu para ilmuwan serta teknisi untuk menemukan cara baru (seperti kemungkinan menggunakan magnetosfer buatan) guna melindungi wahana antariksa (satelit dan pesawat ruang angkasa) dari partikel berenergi tinggi dan SEP (*Solar Energetic Particles*). Sebagian besar SEP disusun oleh partikel bermuatan (proton dan elektron) yang dapat mencapai energi hingga ratusan MeV atau bahkan GeV dalam beberapa kejadian ekstrem. SEP ini berbahaya bagi wahana antariksa (menghambat dan merusak perangkat elektronik dan panel eksternal) dan keselamatan para astronot di luar angkasa. Konsep perlindungan pesawat ruang angkasa menggunakan magnetosfer buatan ini merupakan upaya untuk meniru apa yang dilakukan magnetosfer Bumi untuk

menciptakan perisai (seperti *Bow shock*) dari partikel bermuatan yang dibawa oleh angin Matahari (O'Brien *et al*, 2018).

Angin Matahari merupakan laboratorium alami yang digunakan untuk mempelajari dan memperoleh pemahaman tentang proses dan fenomena yang terjadi dalam berbagai konteks astrofisika, termasuk aspek kinetik dari cairan plasma, pemanasan dari akselerasi plasma, transportasi partikel, penyambungan kembali medan magnetik planet, turbulensi serta gelombang. Bukti keberadaan angin Matahari menjadi salah satu kemenangan besar pertama di zaman antariksa. Banyak yang telah dipelajari tentang sifat fisik angin Matahari dan proses terkait seperti gagasan mengenai interaksi angin Matahari dengan medium antarbintang, sifat fisik *heliopause*, peran kejut terminasi dalam mempercepat sinar kosmik anomali yang saat ini sedang diuji dengan pengamatan in situ dari jarak jauh, asal usul kelimpahan unsur dalam angin Matahari mulai dipahami dan lain sebagainya (Balogh, 2013).

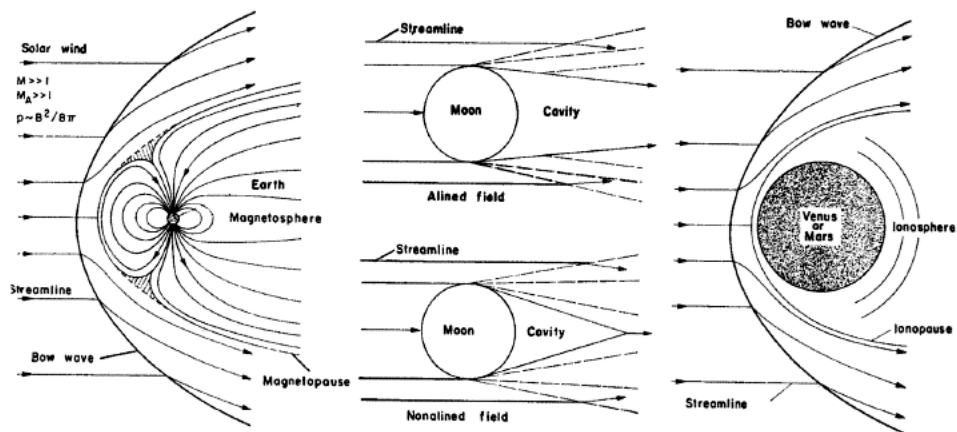
Terdapat tiga jenis interaksi antara angin Matahari dengan benda angkasa (sebagai penghalang) yaitu: pertama, angin Matahari berinteraksi dengan penghalang termagnetisasi (magnetosfer) seperti Bumi (Spreiter *et al*, 1970). Adanya magnetosfer yang melindungi Bumi dari bahaya angin Matahari telah diisyaratkan dalam Al-Qur'an surat Al-Anbiya ayat 32 :

وَجَعَلْنَا السَّمَاءَ سَفْهًا مَّحْفُوظًا وَهُمْ عَنْ آيَاتِهَا مُعْرَضُونَ (٣٢)

“Dan Kami menjadikan langit itu sebagai atap yang terpelihara, sedang mereka berpaling dari segala tanda-tanda (kekuasaan Allah) yang terdapat padanya” (QS. Al-Anbiya [21]: 32).

Kata *As-sama'* pada ayat tersebut bermakna sesuatu yang tinggi yang menyerupai atap bagi seluruh makhlukNya. Al-Qur'an telah menetapkan bahwa

langit merupakan atap yang terpelihara, terpelihara dari seluruh ketimpangan sistem, yang mana, ketimpangan sistem yang dimaksud dapat berupa gangguan atau ancaman bahaya dari lingkungan luar (Quth, 2004). Kedua, angin Matahari berinteraksi dengan penghalang yang tak termagnetisasi tanpa atmosfer seperti Bulan. Ketiga, angin Matahari berinteraksi dengan penghalang tak termagnetisasi dengan atmosfer seperti Mars dan Venus. Berikut gambar 1.1 menunjukkan skema dari tiga jenis interaksi angin Matahari (Spreiter *et al*, 1970).



Gambar 1.1 Skema Angin Matahari Melewai (a) Bumi, (b) Bulan dan (c) Venus/Mars (Spreiter *et al*, 1970).

Bow shock planet menandai adanya wilayah di mana aliran angin Matahari antarplanet mulai terganggu oleh adanya hambatan *downstream* (hilir) seperti magnetosfer atau atmosfer planet (Mazelle *et al*, 2004). Pembentukan *Bow shock* diawali dengan terjadinya defleksi aliran angin Matahari oleh suatu penghalang (objek angkasa) yang memiliki magnetosfer atau ionosfer. Oleh karena itu *Bow shock* berfungsi untuk memperlambat angin Matahari yang mengalir dari kecepatan supersonik menuju subsonik serta membelokkannya di sekitar penghalang (planet) (Luhmann *et al*, 1992).

Bow shock Mars banyak diteliti menggunakan pengukuran pesawat ruang angkasa dan simulasi numerik. Pengukuran melalui pesawat ruang angkasa telah dilaporkan sejak misi paling awal ke Mars, seperti flyby Mariner 4 pada tahun 1964 (Smith *et al*, 1965), Pengorbit Phobos 2 pada tahun 1989 (Schwingenschuh *et al*, 1990), Pengorbit MGS (*Mars Global Surveyor*) yang diluncurkan pada tahun 1996 (Vignes *et al*, 2000) serta MAVEN (*Mars Atmosphere and Volatile Evolution*) pada tahun 2014 (Vogt *et al*, 2015). Ulasan oleh Mazelle *et al* (2004) memberikan penilaian luas atas pengamatan yang dilakukan oleh flyby Mariner 4 hingga Pengorbit MGS bahwa Mars telah dikonfirmasi tidak memiliki medan magnet dipol intrinsik, sehingga aliran angin Matahari akan berinteraksi langsung dengan ionosfer Mars. Sedangkan untuk penelitian *Bow shock* Mars berdasarkan simulasi numerik dilaporkan oleh Spreiter *et al* (1970) yang menganalisis lokasi *Bow Wave* planet tak termagnetisasi (Mars dan Venus) di tata surya menggunakan simulasi *Gasdynamic nonlinear*.

Namun akhir-akhir ini, penelitian mengenai *Bow shock* Mars juga dikaji melalui pendekatan teoretis seperti Verigin *et al* (2003) yang mengevaluasi ekspresi *Gasdynamics* (GD) berdasarkan bentuk penghalang (planet) untuk mengetahui jarak *standoff* dan membandingkannya dengan simulasi numerik GD, hasilnya diketahui bahwa *Bow shock* GD analitis yang dijelaskan memberikan kemungkinan prediksi yang cepat dan cukup akurat dari posisi batas di depan penghalang tumpul (*bluntness*). Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Yeh *et al* (2020) yang mendapatkan formulasi lokasi *Bow shock nose* sebagai fungsi tekanan dinamis angin Matahari dan fluks EUV dari interaksi angin Matahari dan planet tak termagnetisasi. Hasil dari formulasi tersebut telah diperoleh dan

dibandingkan dengan simulasi GD. Kajian *Bow shock* berbasis teori analitik ini sangat penting karena keterkaitan antara masing-masing besaran fisika dapat diketahui secara langsung melalui sebuah persamaan. Sedangkan dalam simulasi, untuk mengetahui hasil dari kondisi yang berbeda membutuhkan jenis *run* yang berbeda.

Oleh karena itu, penulis tertarik untuk melakukan studi berbasis teoretis (analitik) terkait penentuan lokasi *Bow shock nose* (r_s) planet Mars akibat interaksi antara angin Matahari dengan ionosfer Mars. Hasil dari formulasi tersebut kemudian akan dianalisis untuk mengetahui bagaimana parameter-parameter surya seperti tekanan dinamis angin Matahari dan fluks EUV mempengaruhi lokasi *Bow shock* di planet Mars. Selanjutnya, untuk mengkonfirmasi kevalidan formulasi yang telah diperoleh, maka dibandingkan dengan hasil simulasi numerik *gasdynamic nonlinear* dan pengukuran pesawat ruang angkasa (ASPERA-3) yang masing-masing merujuk dari hasil penelitian Spreiter *et al* (1970) dan Hall *et al* (2016).

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, penelitian ini merumuskan dua permasalahan pokok sebagai berikut:

1. Bagaimana persamaan lokasi (r_s) *nose Bow shock* pada planet Mars?
2. Bagaimana kesesuaian antara persamaan lokasi (r_s) hasil analitik bila dibandingkan dengan hasil simulasi *gasdynamic nonlinear* dan pengukuran pesawat ruang angkasa (ASPERA-3)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dalam penelitian ini yaitu:

1. Untuk memperoleh persamaan lokasi (r_s) *nose Bow shock* pada planet Mars.
2. Untuk mengetahui kesesuaian antara persamaan lokasi (r_s) hasil analitik bila dibandingkan dengan hasil simulasi *gasdynamic nonlinear* dan pengukuran pesawat ruang angkasa (ASPERA-3).

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai :

1. Informasi ilmiah untuk merancang eksperimen di masa mendatang terkait dengan pengamanan satelit serta wahana antariksa lainnya.
2. Referensi dasar untuk topik penelitian fisika luar angkasa (*space physics*), fisika Matahari (*solar physics*) serta astrofisika.

1.5 Batasan Masalah

Agar penelitian ini lebih terarah, maka diberlakukan batasan masalah sebagai berikut :

1. Hanya menentukan persamaan lokasi *nose* dari *Bow shock*, tidak pada keseluruhan profil *Bow shock*.
2. Formula lokasi *nose* dari *Bow shock* yang diperoleh hanya berlaku bagi planet Mars dan planet tak termagnetisasi secara umum.
3. Penelitian ini hanya dilakukan secara analitik.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Plasma

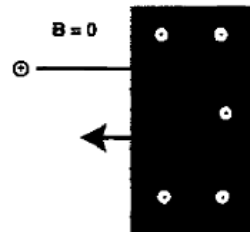
Plasma memiliki perilaku yang berbeda dari gas netral, terutama sebagai konsekuensi dari gaya Lorentz. Plasma dapat dicirikan sebagai gas yang berisi partikel bermuatan, quasi-netral yang menunjukkan perilaku kolektif (Vernet, 2007). Secara umum, plasma dapat divisualisasikan sebagai campuran dari dua gas, gas elektron dan gas ion dengan massa partikel yang sangat berbeda (m_e untuk massa elektron dan m untuk massa ion). Akibat perbedaan ini, transfer energi menjadi sulit karena energi yang ditransfer antara elektron dan ion hanya sebagian kecil ($m_e/m \ll 1$) dari energi kinetik kedua gas tersebut (Zel'dovich dan Raizer, 1966).

Sebagaimana telah diketahui bahwa medan listrik dan magnet sebuah partikel bermuatan q tunduk pada gaya Lorentz (Cravens, 1997):

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.1)$$

Persamaan diatas menyatakan bahwa sebuah muatan yang bergerak dalam medan magnet akan mengalami gaya pada sudut kanan untuk kedua komponen \vec{v} dan \vec{B} jika $\vec{E} = 0$. Pada dasarnya, gerakan partikel bermuatan menjadi terhambat di tengah-tengah medan magnet. Konfigurasi medan magnet yang digambarkan dalam gambar 2.1 harus diciptakan oleh sebuah sistem berarus listrik sehingga mematuhi hukum Ampere. Kontribusi arus, baik internal maupun eksternal untuk sistem plasma harus turut dipertimbangkan. Arus di dalam plasma berasal dari gerakan partikel bermuatan yang membentuk plasma itu sendiri. Contoh medan

magnet yang diciptakan oleh arus eksternal adalah medan geomagnetik yang dihasilkan oleh arus listrik di dalam Bumi (Cravens, 1997).



Gambar 2.1 Skema Lintasan Proton yang Bergerak dari Wilayah Tanpa Medan Magnet Menuju Wilayah dengan Medan Magnet (Cravens, 1997)

Plasma juga ditemukan dalam ionosfer Bumi dan planet lainnya. Plasma ionosfer memiliki temperatur yang lebih rendah jika dibandingkan dengan plasma yang terdapat di korona Matahari atau magnetosfer. Ionosfer mengandung sebagian plasma yang telah terionisasi (misalnya campuran gas netral dan gas partikel bermuatan). Plasma ionosfer dibentuk dari proses ionisasi atom-atom netral dan molekul-molekul yang berada di atas atmosfer Bumi atau planet-planet lainnya. Ionisasi tersebut disebabkan adanya proses fotoionisasi atmosfer oleh foton EUV (*extreme ultraviolet*) yang dihasilkan dalam plasma kromosfer dan korona Matahari (Cravens, 1997).

2.2 Angin Matahari

Angin Matahari merupakan aliran plasma yang sepenuhnya terionisasi dan terdiri dari elektron, proton dan beberapa ion berat seperti He^{++} dan O^{+6} . Angin Matahari terbentuk akan berekspansi dari korona Matahari ke dalam ruang antar planet. Dengan kata lain, angin Matahari merupakan plasma tanpa tumbukan yang menjadi supersonik pada beberapa radii dari Matahari ketika energi kinetik melebihi energi termal (Johannson, 2009).

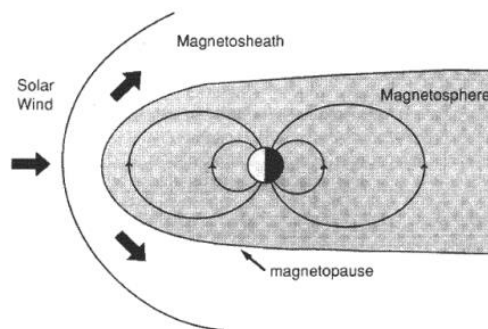
Keberadaan angin Matahari diketahui bermula dari penyebaran sesuatu selain cahaya dari Matahari ke Bumi pada tahun 1859 ketika seorang astronom Inggris Richard Carrington mengamati semburan Matahari (*solar flare*) yang kemudian diikuti oleh adanya gangguan medan geomagnet Bumi. Penampakan aurora juga terlihat di saat yang sama. Gangguan kecil di medan geomagnet pertama kali terdeteksi pada abad ke delapan belas yang kemudian dikenal sebagai badai magnetik. Setelah penemuan yang dilakukan oleh Carrington, ilmuwan asal Norwegia, Kristian Birkeland mengusulkan bahwa partikel-partikel elektron yang bertanggung jawab penuh atas terjadinya badai magnetik dan penampakan aurora setelah terjadinya *flare* Matahari. Akan tetapi, keberadaan angin yang terus menerus dari plasma netral (kepadatan partikel negatif maupun positif dalam jumlah yang sama) tidak tergas hingga awal tahun 1950-an ketika keberadaan angin Matahari dibuktikan dari pengamatan *Cometary Ion Tails* oleh L. Biermann. Selain itu, keberadaan *Interplanetary Magnetic Field* (Medan magnet antar planet/IMF) juga terkonfirmasi (Cravens, 1997).

Konsep modern angin Matahari diteliti kembali oleh Eugene Parker dari Universitas Chicago pada tahun 1958. Angin Matahari sangat bervariasi secara spasial dan temporal, memiliki kerapatan sebesar 10^{-3} km, kecepatan alirannya sekitar 400 km/s, sedangkan temperturnya mencapai 30×10^3 K. Kecepatan suara pada angin Matahari hanya sekitar 50 km/s, sehingga aliran angin Matahari berada pada tingkat kecepatan supersonik (Cravens, 1997). Dengan menggunakan pengukuran kecepatan (v_{∞}) dan densitas (ρ_{∞}) angin Matahari dari MAVEN *Solar Wind Ion Analyzer* (SWIA), data dirata-ratakan dalam interval 45 detik, sehingga

dapat dihitung tekanan dinamis angin matahari (p_{dyn}) menggunakan (Halekas *et al.*, 2015):

$$p_{dyn} = \rho_{\infty} v_{\infty}^2$$

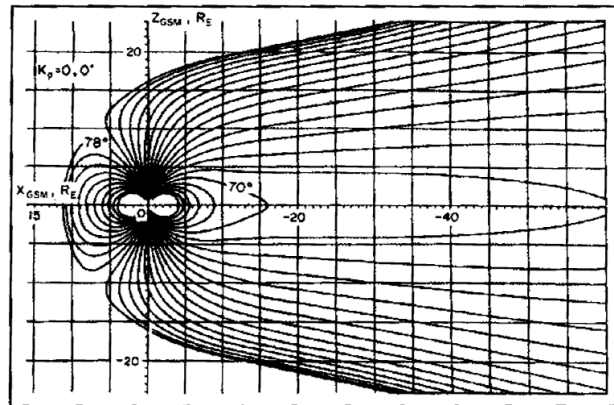
Angin Matahari pasti berinteraksi dengan berbagai planet dan objek di tata surya. Planet dan benda angkasa lainnya dapat bertindak sebagai penghalang dari pancaran aliran angin Matahari. Akan tetapi, jenis interaksi yang terjadi sangat bergantung pada karakteristik planet atau objek di tata surya. Contoh penghalang yang melindungi permukaan Bumi dari bahaya partikel-partikel energetik yang terkandung di dalam angin Matahari yaitu lapisan magnetosfer Bumi. Berikut skema sederhana dari interaksi magnetosfer dengan angin Matahari (gambar 2.2). Wilayah di dalam magnetosfer Bumi mengandung medan magnet yang letaknya hampir di kutub. Garis-garis medan magnet berada di wilayah *downstream* (hilir Bumi/*magnetotail*) yang membentang dari kutub (Cravens, 1997).



Gambar 2.2 Skema Magnetosfer Bumi yang Dikelilingi oleh Aliran Angin Matahari (Cravens, 1997).

Gambar yang lebih realistis mengenai garis medan magnet di magnetosfer dapat dilihat dalam gambar 2.3. Sedangkan penjelasan sederhana tentang mengapa medan magnet Bumi berfungsi sebagai penghalang angin Matahari telah direpresentasikan pada gambar 2.1. Partikel-partikel bermuatan yang membentuk angin Matahari (baik elektron maupun proton) akan dipantulkan oleh medan

magnet Bumi, akibatnya, angin Matahari menghasilkan gaya pada magnetosfer di batas terluarnya, yang kemudian disebut *magnetopause* yang nantinya akan membangkitkan lapisan arus (Cravens, 1997).



Gambar 2.3 Garis Medan Magnet dari Model Empiris (Cravens, 1997)

2.3 Jenis-jenis Interaksi Angin Matahari

Angin Matahari yang berinteraksi dengan objek atau benda angkasa di tata surya, secara alami bergantung pada karakteristik dari objek dan benda tersebut. Karakteristik yang relevan mencakup jarak heliosentris (r), ukuran, keberadaan atmosfer dan ionosfer, serta kekuatan medan magnet intrinsik. Tabel 2.1 menyajikan beberapa karakteristik relevan untuk semua planet di sistem tata surya. Misalnya, densitas angin Matahari (dan tekanan dinamis angin Matahari) pada rata-rata penurunan secara terbalik (*inverse*) dengan kuadrat jarak heliosentris (yaitu $n_e \propto 1/r^2$). Hal tersebut sangat mempengaruhi cara angin Matahari ketika berinteraksi dengan sebuah benda penghalang (Cravens, 1997).

Planet di tata surya yang memiliki momen dipol magnet yang besar yaitu Bumi, Jupiter, Saturnus, Uranus dan Neptunus. Sedangkan Merkurius hanya memiliki momen dipol magnet yang kecil sebesar $M_{\text{merc}} = 1.5 \times 10^{12} \text{ Tm}^3$. Sebaliknya, Venus dan Mars dikenal memiliki medan magnet intrinsik yang

sangat kecil. Akan tetapi, Venus dan Mars telah dikonfirmasi memiliki ionosfer yang berfungsi sebagai penghalang dari angin Matahari (Cravens,1997).

Tabel 2.1 Karakteristik Planet di Tata Surya (Cravens, 2007)

Planet	Massa (10^{23} kg)	Jari-jari Ekuator (km)	Percepatan Gravitasi Ekuator (m/s^2)	Jarak Heliosentris Rata- rata (AU)
Merkurius	3,33	2,439	3,8	0,46
Venus	48,7	6,050	8,6	0,72
Bumi	59,8	6,378	9,88	$149,6 \times 10^6$ km = 1 AU
Mars	6,42	3,398	3,72	1,52
Jupiter	18,990	71,400	22,88	5,2
Saturnus	5,686	60,330	9,05	9,51
Uranus	870	25,560	8,65	19,2
Neptunus	1,030	24,765	11,0	30,1
Pluto	0,14	1180	0,66	39,4

Planet	Panjang Tahun	Periode Rotasi (hari)	Momen Dipol Magnet Relatif Terhadap Bumi	Tekanan Permukaan Atmosfer (bar)
Merkurius	58,6 hari	58,6	$3,8 \times 10^{-4}$	$\approx 10^{-14}$
Venus	224,7 hari	-243	$< 5 \times 10^{-5}$	80
Bumi	365,3 hari	1	1	1
Mars	687,0 hari	1,03	$< 2 \times 10^{-4}$	5×10^{-3}
Jupiter	11,86 yr	0,41	$1,9 \times 10^4$	$0,3^b$
Saturnus	29,45 yr	0,43	$6,0 \times 10^2$	$0,5^b$
Uranus	84,01 yr	0,72	$4,9 \times 10^1$	$0,3^b$
Neptunus	164,79 yr	0,66	$2,5 \times 10^1$	$0,3^b$
Pluto	248 yr	6,39	$< 7 \times 10^{-4}$	$1,6 \times 10^{-4}$

Berikut pengelompokan jenis interaksi angin Matahari dalam sistem tata surya (Cravens, 2007):

A. Interaksi dengan Bulan

Bulan tidak memiliki atmosfer dan medan magnet dalam skala besar. Akibatnya, angin Matahari secara langsung mengenai permukaan Bulan. *Bow shock* tidak terbentuk dalam aliran karena tidak ada tekanan signifikan yang tercipta ketika aliran insiden diserap. Contoh lain dari objek dengan jenis interaksi yang sama seperti Asteroid, inti komet yang tidak aktif serta satelit tertentu dari planet lain seperti Phobos (Mars).

B. Interaksi dengan Bumi

Inti Bumi bagian terluar dikelilingi oleh fluida penghantar listrik yang berotasi dan menghasilkan sebuah medan magnet dinamo didekat wilayah kutub Bumi. Akibatnya, aliran plasma angin Matahari akan sulit untuk menembus medan magnet instrinsik ini, sehingga alirannya dialihkan di sekitar wilayah yang dikelilingi oleh medan magnet intrinsik (*Magnetosheath*). Contoh lain objek dengan interaksi jenis ini adalah Merkurius, Jupiter, Saturnus, dan lain-lain. Meskipun medan magnet intrinsik semua planet bertindak sebagai hambatan utama untuk aliran angin Matahari, namun perbedaan yang signifikan terdapat dalam dinamika magnetosfer internal planet-planet tersebut.

C. Interaksi dengan Venus

Venus berotasi sangat lambat (seperti yang disajikan pada tabel 2.1) karena kurangnya medan magnet intrinsik yang signifikan. Namun, karena fotosintesis netral oleh radiasi ultraviolet ekstrim Matahari (EUV), Venus memiliki atmosfer netral padat serta ionosfer yang signifikan. Plasma ionosfer merupakan

konduktor listrik yang sangat baik dan bertindak sebagai penghalang dari aliran angin Matahari dengan kandungan medan magnet yang tertanam didalamnya. Contoh lain dari objek dengan interaksi jenis ini yaitu Mars dan Titan.

2.4 Bow Shock

Bow shock (guncangan busur) terbentuk akibat adanya interaksi antara planet (yang dikelilingi oleh atmosfer konduksi atau memiliki medan magnet intrinsik) dengan angin Matahari (Cravens, 1997). Dengan terbentuknya *Bow shock*, maka secara alamiah mampu mengubah kecepatan aliran angin Matahari yang semula berkecepatan supersonik (atau hipersonik) menjadi subsonik (Ferriere, 2001). Hal ini diketahui dari misi pengamatan Mars 2 dan 3 yang menunjukkan adanya batas (*Bow shock*) dimana perlambatan aliran angin Matahari dan pemanasan ion plasma tiba-tiba terjadi (Luhmann *et al*, 1990). Saat *shock* (diskontinuitas) terbentuk, energi kinetik pancaran angin Matahari diubah menjadi partikel dan tekanan magnet dengan sedikit disipasi.

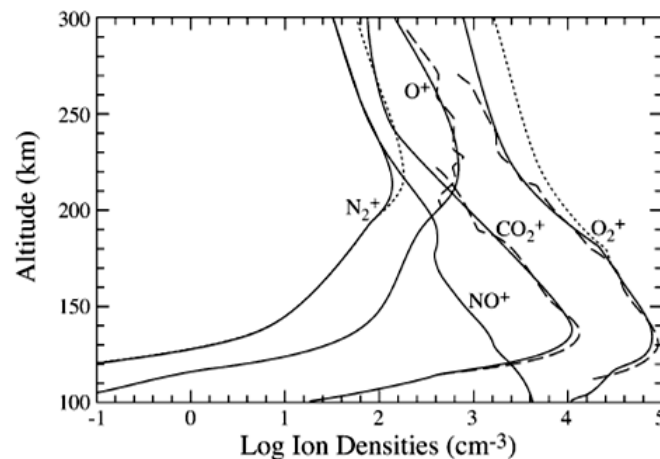
2.4.1 Ionosfer dalam Kajian Islam

Ionosfer pertama kali terdeteksi di Mars oleh pesawat ruang angkasa Mariner 4 pada tahun 1965 dengan eksperimen okultasi radio (Fjeldbo dan Eshleman, 1968) dan kemudian diikuti oleh pengukuran menggunakan Mariner 6, 7 (Rasool dan Stewart, 1971) dan Mariner 9 (Kliore *et al*, 1972). Sebagai medium yang mudah terionisasi, ionosfer memainkan peranan khusus yaitu sebagai media perambatan gelombang radio. Karena jarak Mars yang lebih jauh dari Matahari, maka aliran radiasi Matahari yang diterima oleh Mars menjadi

lebih lemah daripada yang diterima oleh Bumi. Ionosfer Mars merupakan lapisan tunggal dari gas terionisasi yang membentang dari sekitar 100 km hingga beberapa ratus kilometer di atas permukaan (Hanson *et al*, 1997).

Interaksi antara angin Matahari dengan Bumi juga menyebabkan terbentuknya *Bow shock*. Akan tetapi, *Bow shock* yang terbentuk jauh lebih kuat dan lebih besar daripada *Bow shock* yang terbentuk akibat interaksi angin Matahari dengan Mars. Hal tersebut disebabkan karena Bumi selain terkonfirmasi memiliki magnetosfer, juga memiliki ionosfer. Sehingga, ionosfer yang melindungi permukaan Bumi dari pancaran angin Matahari juga dilindungi oleh lapisan magnetosfer. Dengan kata lain, Bumi memiliki dua perisai yang dapat melindungi permukaannya dari bahaya pancaran angin Matahari. Berbeda dengan Mars, melalui misi MGS (*Mars Global Surveyor*), Mars telah dikonfirmasi tidak memiliki medan magnet yang cukup kuat (hanya sekitar 1/800 kekuatan dari medan magnet Bumi), sehingga ionosfer Mars akan bersentuhan langsung dengan aliran angin Matahari (Nagy *et al*, 2004).

Pengukuran termosfer dan ionosfer in situ pertama yang pernah dilakukan untuk planet selain Bumi adalah pendaratan Viking 1 dan 2. Profil densitas ion yang diukur untuk CO_2^+ , O_2^+ dan O^+ diperoleh melalui pengukuran Viking yang direpresentasikan pada gambar 2.4. Pada gambar tersebut diketahui bahwa O_2^+ merupakan spesies ion utama di seluruh ionosfer Mars meskipun terlihat bahwa terjadi peningkatan densitas O^+ pada ketinggian tertentu (hingga batas pengukuran sekitar 300 km), akan tetapi O^+ bukan ion utama seperti ionosfer Bumi dan Venus (Nagy *et al*, 2004).



Gambar 2.4 Densitas Ion dari Model Transportasi Kimia/Vertikal dari Ionosfer Mars. Garis Putus-putus untuk Aliran Keluar pada Bagian atas Kondisi Batas, Garis Padat untuk Aliran Keluar Maksimum dan Garis Titik-titik untuk Hasil Pengukuran Berdasarkan Percobaan Eksperimen RPA (*Retarding Potential Analyzers*) (Nagy *et al*, 2004)

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, telah dipaparkan bahwa salah satu fungsi adanya ionosfer yaitu melindungi suatu permukaan planet dari bahaya angin Matahari. Sebagaimana yang telah disinggung dalam Al-Qur'an surat An-Naba' ayat 12-13 yaitu:

وَبَنَيْنَا فَوْقَكُمْ سَبْعًا شِدَادًا (١٢) وَجَعَلْنَا سِرَاجًا وَهَاجًا (١٣)

“Dan Kami bina di atas kamu tujuh buah (langit) yang kokoh (12), Dan Kami jadikan pelita yang Amat terang (matahari) (13)” (Q.S. An-Naba' [21]: 12–13)

Secara harfiah, kata *banay* pada ayat (12) berasal dari kata *banā –yabni–binā'an* yang artinya “mendirikan dinding”. Selanjutnya kata *sab'an* diambil dari kata *sab'atun* yang artinya “tujuh”. Namun, dalam ayat ini, kata *sab'an* lebih tepat diartikan “sangat banyak sekali”. Sedangkan kata *syidādan* berasal dari kata *syadda* yang artinya “kuat” atau “berat” (Tim Tafsir Ilmiah Salman, 2014). Menurut kitab *Rūhul Ma'āni* karangan Abul Fadhli Syihabuddin (2009), makna harfiah tersebut dianalogikan oleh sebagian ulama tafsir sebagai “kubah-kubah yang dibangun di tempatnya”. Sebagian lagi berpendapat bahwa

ayat ini mengisyaratkan tentang “tahapan penciptaan langit. Di dalamnya tersimpan makna bahwa langit itu seperti tenda, bukan seperti bangunan yang diratakan. Pada beberapa riwayat bisa ditemukan keterangan bahwa langit diciptakan sebagai atap, sebagaimana dijelaskan dalam ayat lain. Tidak ada yang menentang keterangan tersebut.

Pada ayat (13) surat An-Naba”, terdapat kata *sirājan* bermakna *al-misbah al-zāhir* atau “lampu yang terang”. Kata *wahhājan* adalah bentuk *mubālaghah* (*superlatif*), yang artinya “sangat” atau “banyak”. Kata ini berasal dari *wahaja*, yang artinya “membara” atau “amat panas” (Tim Tafsir Ilmiah Salman, 2014). Berdasarkan Tafsir *Al-Kabīr* karangan Imam Fakhrudin Asy-Syafi’i (2009), kata *wahhājan* tersebut mengandung makna “tempat berkumpul sinar dan panasnya”. Kemudian Allah SWT menjelaskan bahwa Matahari merupakan benda yang telah sampai batas maksimal dari segi sinar dan panasnya. Sedangkan Imam Ibnu Abbas dalam Tafsir *Al-Qurtūbi* karangan Imam Al-Qurtubi (2010), mengatakan bahwa yang dimaksud dalam ayat (13) ini yaitu “api yang menyala dan menerangi, serta sebagai bintang yang terang”. Adapun kata *ja’alnā*, menurut Kitab *Rūhul Ma’āni*, dimaknai sama dengan *abda’nā*, yaitu “Kami ciptakan tanpa ada contoh (sebelumnya)”.

Sedangkan dalam Tafsir Salman disebutkan bahwa ayat (12) surat An-Naba’ menjelaskan bahwa langit secara astronomis didefinisikan sebagai “batas pandangan manusia”. Dalam Al-Qur’an, makna langit bisa mengacu pada langit gaib dan bisa pula langit fisik. Namun dalam konteks ayat ini, langit adalah atmosfer. Sebab, langit di sini dikaitkan dengan Matahari pada ayat (13). Langit atau atmosfer disebut kukuh karena bisa menahan berbagai “serangan” dari luar

Bumi. Misalnya, jika terjadi badai Matahari (termasuk pancaran aliran angin Matahari), lapisan ionosfer di atmosfer akan memampat untuk menahannya. Sedangkan ayat (13) terdapat penggalan kata yang bermakna “pelita yang amat terang”, yang bermakna Matahari. Matahari sendiri bersinar karena adanya reaksi fusi nuklir. Selama jangka waktu yang berlipat kali umur manusia, Matahari terus melayani tata surya Bima Sakti. Massa Matahari yang begitu besar menghasilkan gaya gravitasi yang mengikat semua planet agar senantiasa berjalan pada orbitnya masing-masing. Selain “pelayanan” berupa gravitasi, Matahari juga memberikan energi cahaya dan panas yang begitu besar dan bermanfaat bagi keberlangsungan hidup makhluk di Bumi (Tim Tafsir Ilmiah Salman, 2014).

2.4.2 *Magnetosheath*

Mars merupakan planet dalam sistem tata surya yang memiliki atmosfer berupa ionosfer padat. Karena aspek geometris dari ionosfer Mars, maka *Bow shock* yang terbentuk akan terlepas dari ionosfer (tidak menyatu dengan ionosfer), sehingga menyebabkan terbentuknya wilayah transisi yang disebut wilayah *Magnetosheath* (ditunjukkan dalam gambar 2.5) yang mengandung plasma angin Matahari yang dipanaskan (Nagy *et al*, 2004). Di wilayah inilah aliran angin Matahari berubah menjadi subsonik (Vernet, 2007).

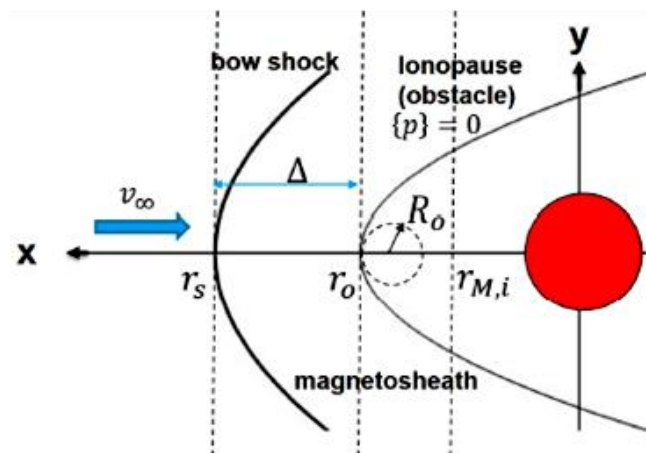
Dalam kasus planet dengan eksosfer yang memanjang seperti Mars, ion berat yang berasal dari Mars secara signifikan mengubah keseluruhan dinamika ion di dalam *Magnetosheath*. Ion-ion berat tersebut yang memegang kendali atas terjadinya defleksi atau pembelokan aliran proton angin Matahari di batas Mars. *Magnetosheath* Mars memiliki luas spasial kecil dengan ketebalan yang

sebanding dengan gyroradius proton. Mengingat kurangnya ruang, maka diperkirakan tidak terjadi proses termalisasi dari angin matahari dan proton eksosferik (Dubinin *et al*, 1993).

2.4.3 Bow Shock Nose

Secara umum, untuk memprediksi jarak *Bow shock* dari pusat planet, maka perlu dipertimbangkan beberapa parameter tak berdimensi yang mempengaruhinya seperti bentuk *nose* planet (misalnya bentuk kerucut tajam, kerucut tumpul, bola dan parabola), ukuran planet, properti ketumpulan (*property of bluntness*), bilangan Mach serta rasio geometri (Eghlima dan Mansour, 2016).

Gambar 2.5 berikut menunjukkan skema interaksi angin Matahari dengan atmosfer planet (*ionopause*) yang memiliki *nose* berbentuk tumpul. Pada gambar tersebut, tampak terbentuknya *Bow shock* di depan *ionopause* yang membatasi wilayah *Magnetosheath* (Yeh *et al*, 2020).



Gambar 2.5 Sketsa Interaksi Angin Matahari dengan Benda Beratmosfer (Yeh *et al*, 2020)

Dalam kasus *shock* quasi-perpendikular, bilangan Mach besar, dengan $\gamma = 5/3$. Dimana subskrip 1 dan 2 masing-masing menunjukkan nilai *upstream* (angin Matahari) dan *downstream* (*Magnetosheath*) dari parameter plasma. sedangkan p mewakili tekanan total (plasma + magnet). Dengan menggunakan hubungan Rankine – Hugoniot (konservasi energi) diperoleh (Vernet, 2007):

$$\rho_2 v_2^2 \simeq \frac{\rho_1 v_1^2}{4} \quad (2.2)$$

$$\rho_1 v_1^2 \simeq p_2 + \rho_2 v_2^2 \quad (2.3)$$

di mana persamaan 2.2 berasal dari $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$ dengan $v_2 \simeq \frac{v_1}{4}$ (karena $M_1 \gg 1$), dan persamaan 2.3 menggunakan fakta bahwa karena $M_1 \gg$, maka $\rho_1 v_1^2 + p_1 \simeq \rho_1 v_1^2$. Fluks momentum *upstream* $\rho_1 v_1^2$ hanyalah tekanan ram angin Matahari. Pertimbangkan bagaimana aliran berhasil melambat di antara sisi *downstream shock* (di mana parameternya adalah ρ_2, v_2, p_2) dan titik stagnasi, di mana kecepatan menghilang dan tekanannya adalah p_0 . Selanjutnya, diasumsikan bahwa kasus ini termasuk satu dimensi yang bergantung pada jarak x sepanjang garis penghalang Matahari. Digunakan persamaan konservasi momentum:

$$\rho v \frac{dv}{dx} = - \frac{dp}{dx} \quad (2.4)$$

karena fluida bersifat subsonik di wilayah ini ($M_2 \simeq \frac{1}{\sqrt{5}}$ untuk $M_1 \gg 1$ dan $\gamma = \frac{5}{3}$), maka kompresibilitasnya dapat diabaikan tanpa membuat kesalahan yang besar, sehingga:

$$\rho \int v dv = - \int dp \quad (2.5)$$

persamaan 2.4 dapat diaproksimasi menjadi:

$$\frac{\rho v^2}{2} + p \simeq \text{konstan} \quad (2.6)$$

dengan menerapkan persamaan diatas antara sisi *downstream shock* (diberi label subskrip 2) dan titik stagnasi (di mana kecepatan aliran $v_0 = 0$), maka:

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \simeq \frac{\rho_0 v_0^2}{2} + p_0 = p_0 \quad (2.7)$$

dari persamaan 2.7 dapat diketahui bahwa tekanan total pada titik stagnasi adalah:

$$p_0 \simeq \frac{\rho_0 v_2^2}{2} + p_2 = -\frac{\rho_2 v_2^2}{2} + (\rho_2 v_2^2 + p_2) \equiv \frac{7}{8} \rho_\omega v_\omega^2$$

hal ini menunjukkan bahwa terdapat kesalahan kecil dalam memperkirakan tekanan total pada titik stagnasi oleh tekanan ram angin Matahari.

Lokasi *shock* merupakan bukti penting dari ukuran dan sifat dari suatu penghalang. Berikut tabel 2.2 menyajikan beberapa estimasi jarak subsolar dari *shock* dan penghalang yang didapatkan dari perlintasan *shock* yang teramati dengan menggunakan analogi Hidrodinamis.

Tabel 2.2 Estimasi Lokasi Subsolar dari *Shock* dan Penghalang (Luhmann, 1987)

Referensi	r_s	r_o	h_s	h_o	Satelit	Metode
Gringauz <i>et al</i> , 1973b	5400	4500	2000	1000	M 2, 3 (4)	DH, O
Gringauz <i>et al</i> , 1974b	5900	4800				S
Vaisberg <i>et al</i> , 1973a	4800		1000		M 2, 3	S
Bogdanov dan Vaisberg, 1975	4600			400	M 2, 3 (17)	BF
Breus dan Verigin, 1976			2000	900	M 2 (1)	S
Dolginov <i>et al</i> , 1973				990	M 2, 3	O
Dolginov <i>et al</i> , 1973				650	M 5	
Slavin dan Holzer, 1981, 1982	5100			500	M 2, 3, 5	BF
Russell, 1978a				400	M 2, 3, 5	BF
Gringauz <i>et al</i> , 1976				500-600	M 2, 3 (5)	BF

2.5 Konsep Bilangan Mach

Kecepatan suara merupakan sifat yang bervariasi dari titik ke titik dan jika terdapat perbedaan besar dalam kecepatan antara benda dan fluida terkompresi yang mengelilinginya, maka kompresibilitas media fluida mempengaruhi aliran di sekitar benda. Jadi, gaya inersia dan gaya elastis akibat kompresibilitas fluida harus diperhitungkan dalam analisis. Perbandingan gaya inersia terhadap gaya elastis merupakan parameter nondimensi yang disebut bilangan Mach (M). Dari analisis urutan besarnya, dapat diketahui bahwa perbandingan gaya-gaya tersebut adalah (Kaushik, 2019):

$$M = \frac{v}{a} = \frac{v}{\sqrt{\gamma RT}} = \frac{\text{kecepatan objek}}{\text{kecepatan akustik}} \quad (2.8)$$

persamaan diatas menjelaskan rasio kecepatan aliran lokal dengan kecepatan suara lokal yang disebut sebagai bilangan Mach.

2.6 Jenis Aliran Berdasarkan Bilangan Mach

Diantara semua kriteria untuk mengategorikan dan mendeskripsikan aliran aerodinamis yang berbeda, klasifikasi berdasarkan bilangan Mach mungkin yang paling banyak ditemukan. Jika M adalah bilangan Mach untuk aliran bebas pada titik sembarang dalam bidang aliran, maka berdasarkan definisi alirannya (Bertin dan Smith, 1989):

A. Aliran Subsonik

Ketika kecepatan aliran kurang dari kecepatan suara, disebut sebagai aliran subsonik. Jadi, pada prinsipnya, suatu aliran dapat dikatakan sebagai aliran subsonik adalah apabila memiliki bilangan Mach kurang dari satu ($M < 1$). Namun, saat bilangan Mach suatu aliran bebas mendekati satu, bilangan Mach lokal di suatu tempat di wilayah aliran tersebut menjadi supersonik.

B. Aliran Transonik

Pada dasarnya, wilayah aliran transonik berada pada wilayah gabungan antara aliran subsonik dan supersonik ($0.8 < M < 1.2$). Seperti yang dinyatakan sebelumnya, jika M mendekati satu, maka aliran di atas airfoil akan dipercepat menjadi bilangan Mach supersonik ($M > 1$) yang diakhiri oleh gelombang kejut lemah, selanjutnya alirannya akan menjadi subsonik kembali (ditunjukkan secara skematis pada Gambar 2.6a). Sedangkan jika M meningkat sedikit di atas satu, maka *Bow shock* (guncangan busur) terbentuk di depan benda (dibelakang gelombang kejut aliran subsonik lokal). Aliran subsonik ini kemudian semakin meluas ke seluruh benda ke angka Mach supersonik rendah yang dihentikan oleh guncangan lemah, menyerupai pola "ekor ikan". Jadi,

$0,8 < M < 1,2$ secara umum diterima untuk aliran transonik pada airfoil (Anderson, 2007).

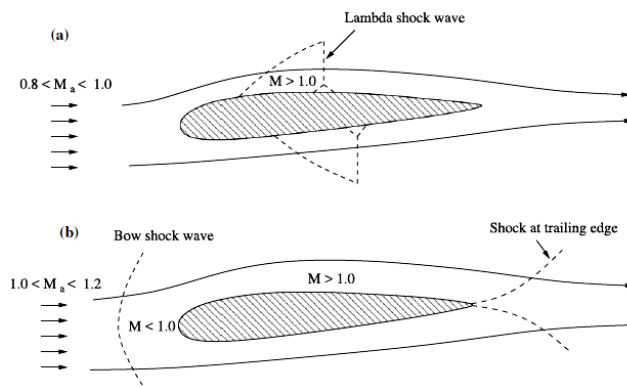
C. Aliran Supersonik

Sebuah medan alir disebut aliran supersonik ketika bilangan Mach lebih dari satu di setiap titik dalam wilayah $1.2 < M < 5$. Aliran supersonik sering dicirikan oleh keberadaan gelombang kejut dimana properti aliran dan lintasan arus berubah secara tidak beraturan (gambar 2.6b) (Anderson, 2007). Berbeda dengan aliran subsonik di mana perubahan sifat aliran dan garis aliran cenderung halus. Dalam aliran supersonik, kecepatan aliran lebih besar dari kecepatan suara, gangguan apa pun yang berjalan dengan kecepatan akustik tidak dapat berjalan menuju *upstream*. Akibatnya, aliran *upstream* tetap tidak menyadari gangguan di wilayah *downstream*. Inilah yang menyebabkan terjadinya gelombang kejut dalam aliran supersonik (Kaushik, 2019).

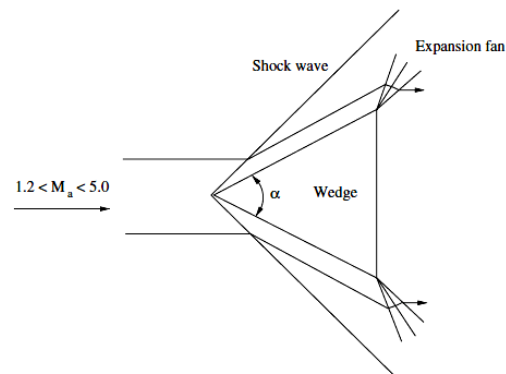
D. Aliran Hipersonik

Sebuah medan alir dengan kecepatan supersonik yang sangat tinggi disebut aliran hipersonik. Ketika bilangan Mach aliran meningkat di atas 1, nilai sudut apit (α) tetap, maka gelombang kejut (*shock wave*) mendekati sudut apit (Gambar 2.6c). *Shock* menjadi tipis tetapi intensitas kekuatannya meningkat pesat yang menyebabkan suhu tinggi di wilayah antara *shock* dan sudut apit. Pada suhu tinggi ini, molekul nitrogen (N_2) dan oksigen (O_2) di udara mulai berdisosiasi. Pada kondisi itu pula, *shock* mulai berinteraksi dengan lapisan viskos (lapisan batas) pada permukaan apit yang menyebabkan disipasi tinggi. Selain itu, tumbukan gelombang kejut pada lapisan batas menyebabkan gradien tekanan yang merugikan pada lapisan batas. Jadi, aliran seperti ini, di mana

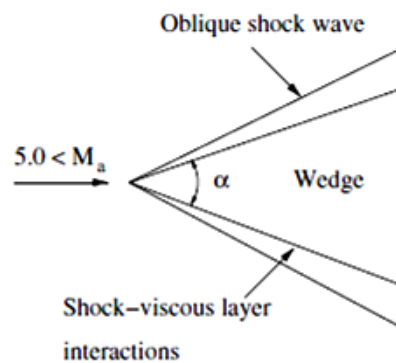
interaksi lapisan batas dengan *shock* dan bilangan Mach yang tinggi serta disosiasi udara pada suhu tinggi mulai mendominasi aliran, medan aliran tersebut disebut aliran hipersonik (sebagai aturan praktis $M > 5$ untuk aliran hipersonik) (kaushik, 2019).



Gambar 2.6a Aliran Transonik ($0.8 < M < 1.2$) (Kaushik, 2019)



Gambar 2.6b Aliran Supersonik ($1.2 < M < 5$) (Kaushik, 2019)



Gambar 2.6c Aliran Hipersonik ($M > 5$) (Kaushik, 2019)

2.7 Konsep Fluida

Berdasarkan sudut pandang mekanika fluida, materi dapat berada pada salah satu dari dua keadaan yaitu padat dan cair. Perbedaan teknis antara dua keadaan tersebut terletak pada reaksi atas tekanan yang diterapkan (tangensial dan stress yang diberikan). Sebuah zat padat dapat menahan tegangan geser (*shear stress*) dalam deformasi (perubahan bentuk) statis. Akan tetapi fluida tidak demikian. Fluida merupakan zat yang deformis secara kontinu dibawah aksi gaya geser (*shearing forces*). Sehingga tidak ada tekanan yang mempengaruhi pertikel-partikel fluida tanpa gerakan relatif dalam fluida tersebut (partikel-partikel fluida tidak mengalami deformasi). Jadi, ketika partikel-partikel fluida tersebut dalam keadaan diam atau bergerak pada kecepatan yang sama, tidak ada tegangan geser dalam fluida. Kondisi tidak adanya tegangan geser ini dikenal sebagai Tekanan Hidrostatik (Bertin dan Smith, 1989).

Fluida dapat berupa zat cair (zalur) dan gas. Zalir terdiri dari molekul rapat yang kerapatannya relatif terhadap daya kohesif yang kuat. Permukaan atas (atau bebas) berbentuk planar atau tegak lurus mengikuti arah gravitasi (Bertin dan Smith, 1989). Dalam kondisi biasa, zalir sulit mampat sehingga dalam tujuan praktis, zalir dianggap tidak mampu mampat (*non-compressible*) (Suripin, 2019). Sedangkan jika gas, molekul-molekul gas tersebar luas dengan kekuatan kohesi yang relatif kecil. Oleh karena itu, jika gas ditempatkan dalam suatu wadah tertutup, maka gas akan mengembang memenuhi seluruh volume wadah. Oleh karena itu, sebuah gas tidak memiliki volume yang pasti, jadi jika tidak terbatas maka gas tersebut akan membentuk atmosfer yang pada dasarnya adalah hidrostatik (Bertin dan Smith, 1989).

Pada dasarnya semua proses aliran bertujuan untuk mengubah keadaan suatu sistem dari satu keadaan ke keadaan lain. Pada proses aliran yang dapat dimampatkan, terjadi efek perpindahan panas yang dapat diabaikan karena efek gesekan relatif kecil, akibatnya, aliran yang demikian dapat dianggap reversibel dan adiabatik, sehingga dapat disebut isentropik. Jadi, dalam aliran isentropik, sifat fluida berubah dengan perubahan luas penampang tabung alir (Kaushik, 2019).

2.7.1 Teorema Bernoulli

Terdapat dua asumsi dalam teorema Bernoulli yaitu sebagai berikut (Vernet, 2007):

- a. Stasioner, sehingga $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- b. p hanya fungsi dari ρ (misalnya P dan ρ mematuhi hubungan $P \propto \rho^\gamma$), atau fluida bersifat *incompressible*.

untuk menyelesaikan kasus seperti ini, didefinisikan persamaan entalpi (h) yaitu:

$$h = \int \frac{dp}{\rho}$$

$$\frac{\nabla p}{\rho} = \nabla h \quad (2.9)$$

selanjutnya diperkenalkan persamaan fluida bergerak yaitu:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \Phi_G \quad (2.10)$$

dengan mengalikan persamaan diatas dengan \mathbf{v} , maka diperoleh:

$$\mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \nabla \frac{p}{\rho} + \mathbf{v} \cdot \nabla \Phi_G = 0$$

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{V^2}{2} + h + \Phi_G \right) = 0 \quad (2.11)$$

persamaan di atas menjelaskan tentang garis alir, selanjutnya:

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \neq 0$$

maka:

$$\frac{v^2}{2} + h + \Phi_G = 0 \quad (2.12)$$

Persamaan 2.12 di atas dikenal sebagai teorema Bernoulli yang merepresentasikan prinsip konservasi energi fluida per satuan massa yang dapat diterapkan pada kasus politropik $P \propto \rho^\gamma$. Kasus politropik dengan $\gamma = 1$ dan $\gamma \neq 1$ harus diperlakukan secara terpisah. Dengan mensubstitusikan persamaan umum gas ideal ke dalam persamaan 2.9, maka diperoleh besar entalpi untuk kondisi isothermal adalah (Vernet, 2007):

$$\begin{aligned} \frac{dp}{\rho} &= \frac{k_B T}{m} \int \frac{1}{\rho} d\rho \\ h &= \frac{dp}{\rho} = \frac{k_B T}{m} \ln \rho \end{aligned} \quad (2.13)$$

sehingga dengan mensubstitusi persamaan 2.13 ke persamaan 2.12, maka:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{k_B T}{m} \ln \rho + \Phi_G = \text{konstan} \quad (2.14)$$

sedangkan, untuk $\gamma \neq 1$, maka berlaku $p \propto T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$, sehingga:

$$h = \int \frac{dp}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \int \frac{p}{\rho T} dT = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{k_B T}{m} \quad (2.15)$$

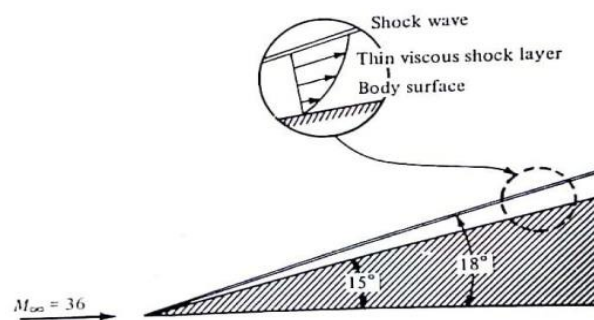
dengan nilai entalpi ini, teorema Bernoulli (persamaan 2.12) menghasilkan garis alir untuk sebuah gas politropik $P \propto \rho^\gamma$:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{k_B T}{m} + \Phi_G = \text{konstan} \quad (2.16)$$

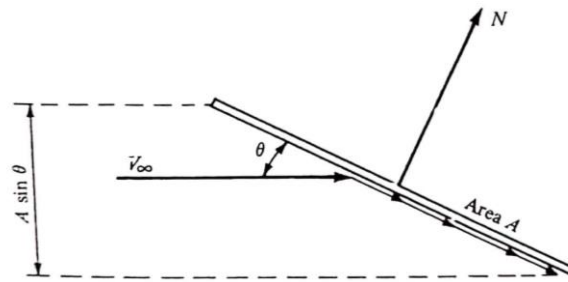
Persamaan 2.14 berlaku ketika transformasi terjadi sangat lambat sehingga proses isothermal memiliki cukup waktu untuk terbentuk di sepanjang sistem alir. Sebaliknya pada persamaan 2.16, transformasi terjadi begitu cepat sehingga tidak cukup waktu untuk menghasilkan kalor, maka akan terjadi proses adiabatik (dalam hal ini, $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{N}$ adalah rasio kalor spesifik untuk partikel non-relativistik yang memiliki derajat kebebasan, sehingga $\gamma = 5/3$ untuk $N = 3$) (Vernet, 2007).

2.7.2 Modifikasi Newton untuk Aliran Hipersonik

Pada gambar 2.7, gelombang kejut (*shock wave*) terletak sangat dekat dengan permukaan benda. Ketika gambar tersebut diperhatikan dari jauh, garis lurus, garis horizontal dalam *freestrem* tampak hampir mempengaruhi benda, dan kemudian bergerak secara tangensial di sepanjang benda dengan medan aliran hipersonik. Lapisan tipis di sekitar benda hipersonik merupakan contoh dalam mekanika fluida menggunakan model Newton. Oleh karena itu, berdasarkan model Newton akan diperoleh beberapa aplikasi dalam aliran hipersonik. Model teori Newton memang banyak digunakan untuk memperkirakan distribusi tekanan pada permukaan benda hipersonik (Anderson, 2007).



Gambar 2.7 Aliran Hipersonik (Anderson, 2007)



Gambar 2.8 Skema untuk Teori Newton (Anderson, 2007)

Perhatikan permukaan yang cenderung berada pada sudut θ ke *freestream*. Seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.8. Berdasarkan model Newton, aliran terdiri dari sejumlah besar partikel individu yang mempengaruhi permukaan benda dan kemudian bergerak secara tangensial menuju permukaan. Selama bertumbukan dengan permukaan, partikel akan kehilangan komponennya dari normal momentum ke permukaan, akan tetapi, komponen tangensial tetap ada. Laju perubahan dari komponen normal momentum sama dengan gaya yang diberikan oleh partikel ke permukaan. Untuk mengetahui model ini, tinjau gambar 2.8, komponen kecepatan *freestream* normal ke permukaan adalah $v_\infty \sin \theta$. Jika A adalah area dari permukaan, maka insiden aliran massa di permukaan adalah $\rho_\infty (A \sin \theta) v_\infty$. Oleh karena itu, laju perubahan momentum adalah (Anderson, 2007):

Aliran massa \times perubahan dalam komponen kecepatan normal

atau:

$$(\rho_\infty v_\infty A \sin \theta)(v_\infty \sin \theta) = \rho_\infty v_\infty^2 A \sin^2 \theta \quad (2.17)$$

selanjutnya, dari hukum kedua Newton, gaya di permukaan adalah:

$$N = \rho_\infty v_\infty^2 A \sin^2 \theta \quad (2.18)$$

gaya ini bertindak di sepanjang garis yang sama sebagai laju perubahan momentum (normal ke permukaan) seperti yang dibuat pada gambar 2.8. Berdasarkan persamaan 2.18, maka gaya normal per satuan luas adalah:

$$\frac{N}{A} = \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \sin^2 \theta \quad (2.19)$$

Untuk menafsirkan persamaan 2.19 diatas, model Newton mengasumsikan semua aliran partikel individu bergerak dalam garis lurus. Jika terdapat jalur paralel menuju permukaan, maka partikel-partikel tersebut sepenuhnya akan diarahkan dalam garis lurus. Tidak ada gerakan acak dari partikel (aliran partikel digambarkan seperti butiran partikel dari senapan). Dalam konsep modern, telah diketahui bahwa gas yang bergerak memiliki gerak molekuler yang merupakan komposit gerak acak dari molekul-molekul seperti gerak langsung. Selain itu, juga diketahui bahwa tekanan statis *freestream* p_{∞} adalah ukuran murni dari molekul-molekul yang bergerak secara acak. Oleh karena itu, ketika gerakan murni dari partikel dalam model Newton menghasilkan gaya normal per satuan luas (direpresentasikan dalam persamaan 2.19). Gaya normal per satuan luas ini harus ditafsirkan sebagai perbedaan tekanan yaitu $p - p_{\infty}$ di permukaan. Oleh karena itu, persamaan 2.19 dapat ditulis ulang menjadi:

$$p - p_{\infty} = \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \sin^2 \theta \quad (2.20)$$

selanjutnya, persamaan 2.17 dapat ditulis ulang menjadi:

$$\frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2} = 2 \sin^2 \theta \quad (2.21)$$

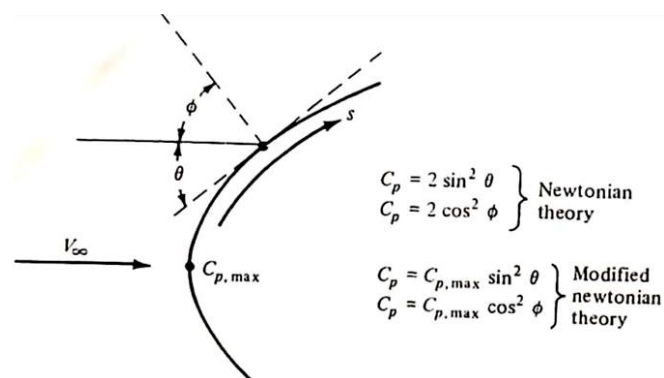
dimana koefisien tekanan, $C_p = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} v_{\infty}^2}$. Sehingga:

$$C_p = 2 \sin^2 \theta \quad (2.22)$$

persamaan 2.22 sering disebut sebagai hukum sin kuadrat Newton (*Newton's sine-square law*) yang menyatakan bahwa koefisien tekanan sebanding dengan sudut sin dari sudut antara garis ke permukaan serta garis ke arah *freestream*. Sudut θ ini diilustrasikan dalam gambar 2.9. Umumnya, hasil dari teori Newton dinyatakan dalam sudut antara normal ke permukaan dan arah *freestream* yang dinotasikan dalam sudut ϕ (seperti pada gambar 2.9) Sehingga persamaan 2.22 diubah menjadi:

$$C_p = 2 \cos^2 \phi \quad (2.23)$$

Perhatikan sketsa benda tumpul pada gambar 2.9 dibawah ini. Terlihat bahwa ketika tekanan maksimal, maka C_p juga akan bernilai maksimum (terjadi titik stagnasi), dimana $\theta = \frac{\pi}{2}$ dan $\phi = 0$, maka persamaan 2.23 akan memprediksi bahwa $C_p = 2$ pada titik stagnasi. Sehingga, nilai koefisien tekanan maksimum adalah 2 (melalui pendekatan diatas) pada $M_\infty \rightarrow \infty$ yang dapat diperoleh secara independen melalui persamaan momentum satu dimensi.



Gambar 2.9 Definisi Sudut untuk Teori Newton (Anderson, 2007)

2.8 Pendekatan Hidrodinamika

Untuk menggambarkan dinamika gas dalam berbagai masalah fisika dan astrofisika, terdapat tiga pendekatan yang dapat digunakan untuk menyelesaikannya yaitu (Dullemond, 2012):

A. Pendekatan Partikel Individu

Pendekatan ini digunakan untuk mendeskripsikan aliran gas yang sangat dijernihkan (dimurnikan), sehingga interaksi antar partikel individu diabaikan. Keadaan dinamis dari sistem semacam ini ditentukan oleh gaya-gaya eksternal yang diketahui dengan koordinat dan momen yang diberikan dari semua partikel pada waktu awal. Namun secara nyata, tidak realistis jika interaksi antar partikel diabaikan. Sehingga pendekatan ini tidak memuaskan karena dua alasan. Pertama, koordinat awal dan momentum tidak diketahui untuk setiap partikel. Kedua, bahkan ketika koordinat awal dan momenta akan diketahui, pendekatan partikel individu memerlukan solusi dari sistem persamaan gerak partikel untuk sejumlah besar partikel yang berinteraksi sehingga secara komputasi ini menjadi mustahil.

B. Pendekatan Kinetik

Pendekatan ini menjelaskan pergerakan gas menggunakan fungsi distribusi kecepatan. Permasalahan dalam pendekatan partikel individu dapat dijelaskan melalui pendekatan kinetik. Untuk mendapatkan fungsi distribusi kecepatan, yang merupakan fungsi dari tujuh variabel bebas (tiga koordinat ruang, tiga koordinat ruang fase kecepatan dan waktu), diperlukan satu variabel untuk menyelesaikan persamaan nonlinier integro-diferensial yang rumit. Namun pengetahuan mendetail tentang fungsi distribusi kecepatan tidak banyak

diperlukan. Karena dalam kebanyakan kasus percobaan hanya memberikan karakteristik rata-rata dari suatu gas.

C. Pendekatan Hidrodinamika (atau Magnetohidrodinamika)

Pendekatan ini berkaitan dengan rata-rata karakteristik gas seperti densitas, kecepatan massal, temperatur dan lain-lain yang bergantung pada empat variabel (tiga koordinat ruang dan waktu). Pendekatan hidrodinamika menarik karena himpunan persamaan hidrodinamika lebih sederhana untuk diselesaikan daripada persamaan kinetik. Pendekatan ini valid jika lintasan bebas rata-rata partikel jauh lebih kecil daripada ukuran karakteristik referensi serta jika frekuensi tumbukan antar partikel jauh lebih besar daripada frekuensi karakteristik. Pendekatan ini merupakan dasar teoretis yang dapat digunakan untuk menjelaskan model antarmuka heliosfer (Dullemond, 2012). Prinsip umum yang mendasari pendekatan hidrodinamika yaitu, variabel makroskopis merupakan besaran yang dikonservasi secara mikroskopis. Oleh karena itu, kuantitas variabel hidrodinamika merupakan kuantitas yang dikonservasi (Dunkel, 2014).

2.8.1 Persamaan Konservasi Massa (Kontinuitas)

Dinamika fluida berkaitan dengan studi tentang gerakan fluida (cairan dan gas). Karena fenomena-fenomena yang dianggap dalam dinamika fluida merupakan fenomena makroskopik, maka fluida dianggap sebagai medium yang kontinu. Oleh karena itu, dapat diasumsikan bahwa setiap elemen volume kecil dalam fluida selalu dianggap berukuran besar, sehingga masih terdiri dari sejumlah besar molekul (Landau dan Lifshitz, 1987).

Uraian matematis tentang fluida yang bergerak dilakukan melalui pendekatan yang memungkinkan mengetahui distribusi kecepatan fluida $\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, y, z, t)$ dan dari dua kuantitas termodinamika yang berkaitan dengan fluida seperti tekanan $p(x, y, z, t)$ dan densitas $\rho(x, y, z, t)$. Semua kuantitas termodinamika dapat diketahui dari dua kuantitas (tekanan dan densitas) bersama dengan persamaan keadaan. Secara umum, semua kuantitas ini merupakan fungsi koordinat x, y, z dan waktu t . Sehingga ditekankan bahwa $\mathbf{v}(x, y, z, t)$ adalah kecepatan fluida pada titik tertentu (x, y, z) dan waktu t tertentu (merujuk pada titik yang ditetapkan dalam ruang, bukan pada partikel tertentu dalam fluida) (Landau dan Lifshitz, 1987).

Perumusan persamaan fundamental dinamika fluida berasal dari konsep konservasi massa. Pertimbangkan beberapa volume V_0 dalam ruang. Massa fluida dalam volume ini adalah (Landau dan Lifshitz, 1987):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2.25)$$

untuk massa dalam bentuk elemen menjadi:

$$\begin{aligned} dm &= \rho dV \\ m &= \int \rho dV \end{aligned} \quad (2.26)$$

dimana ρ adalah densitas fluida, dan volume V dinotasikan dalam V_0 . Sedangkan massa fluida yang mengalir dalam satuan waktu melalui elemen $d\mathbf{f}$ dari batas permukaan volume adalah:

$$\rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{f} \quad (2.27)$$

besarnya vektor $d\mathbf{f}$ sama dengan area dari elemen permukaan yang arahnya adalah sepanjang garis normal. Jika $d\mathbf{f}$ diambil sepanjang garis normal yang

arahnya keluar, maka $\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{f}$ berharga positif (karena fluida mengalir keluar dari volume), dan berharga negatif jika sebaliknya. Sehingga total massa fluida yang mengalir keluar dari volume V_0 dalam satuan waktu adalah:

$$\oint \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{f} \quad (2.28)$$

integral tertutup digunakan untuk merepresentasikan seluruh permukaan sepenuhnya mengelilingi volume. Selanjutnya, penurunan per satuan waktu massa fluida dalam volume V_0 dapat ditulis:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV \quad (2.29)$$

sehingga didapatkan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV = - \oint \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{f} \quad (2.30)$$

menggunakan fungsi Green, bagian kanan (integral permukaan) dapat diubah menjadi:

$$\oint \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{f} = \int \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) dV \quad (2.31)$$

sehingga:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV &= - \int \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) dV \\ \frac{\partial}{\partial t} \int \rho dV + \int \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) dV &= 0 \\ \int \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \right) dV &= 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

persamaan 2.29 diatas harus konsisten untuk volume apapun, sehingga integral harus lenyap dan didapatkan:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \right) = 0 \quad (2.33)$$

persamaan ini yang kemudian disebut sebagai persamaan kontinuitas, dengan $\nabla \cdot (\rho \mathbf{V})$ dapat diperluas menjadi:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = \rho \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho \quad (2.34)$$

sehingga persamaan 2.33 dapat ditulis ulang menjadi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (2.35)$$

2.8.2 Persamaan Konservasi Momentum

Momentum total dalam volume V merupakan integral volume yang melingkupi $\rho \vec{u}$ (densitas momentum gas dalam satu dimensi). Pada prinsipnya, cara yang digunakan untuk menentukan persamaan kontinuitas dapat diterapkan pula untuk menentukan persamaan konservasi momentum dengan integral volume pada $\rho \vec{u}$ dan integral permukaan pada $\rho \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n}$. Tetapi hal lain yang harus dipertimbangkan pula yaitu gaya yang bekerja di permukaan akibat gas yang mengelilingi volume. Pada setiap posisi di permukaan, gaya gas yang bekerja di luar volume adalah $-p\vec{n}$. Sehingga (Dunkel, 2014):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \vec{u} dV = - \int_{\partial V} \rho \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{n} dS - \int_{\partial V} p \vec{n} dS \quad (2.36)$$

untuk menggunakan teorema Gauss, harus dimiliki hasil kali dalam dari sesuatu dengan \vec{n} pada permukaan. Sehingga untuk mengatasi masalah ini, diperkenalkan sebuah tensor satuan \mathbf{I} dalam notasi indeks delta kronecker. Oleh karena itu, $p\vec{n}$ dapat ditulis menjadi $p\mathbf{I} \cdot \vec{n}$ dan teorema Gauss dapat diterapkan menjadi:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \vec{u} dV = - \int_V \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u} + \mathbf{I} p) dV \quad (2.37)$$

persamaan diatas dapat diubah dalam bentuk differensial parsial:

$$\begin{aligned}\partial_t(\rho\vec{u}) + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u} + \mathbf{IP}) &= 0 \\ \partial_t(\rho\vec{u}) + \nabla \cdot (\rho\vec{u}\vec{u}) + \nabla P &= 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) &= -\nabla P\end{aligned}\quad (2.38)$$

kuantitas $\rho\vec{u}\vec{u} + \mathbf{IP}$ merupakan tensor tegangan fluida.

Persamaan diatas dapat ditulis dalam bentuk notasi indeks, yang secara praktis dalam persamaan momentum berkaitan dengan tensor tegangan yaitu (Dunkel, 2014):

$$\partial_t(\rho u_i) + \partial_k(\rho u_i u_k + \delta_{ik}P) = 0 \quad (2.39)$$

2.8.3 Persamaan Konservasi Energi

Energi dapat berupa dalam berbagai bentuk. Dalam kasus dinamika fluida, energi yang mempengaruhi yaitu energi spesifik termal (internal) e dan energi spesifik kinetik $e_{kin} = u^2/2$. Sehingga bentuk energi total dalam integral volume adalah $\rho(e + u^2/2)$, sedangkan adveksi energi melalui permukaan volume kontrol integral permukaan adalah $\rho(e + u^2/2)\vec{u} \cdot \vec{n}$. Volume kontrol ini bekerja menurut hukum pertama termodinamika $dU = TdS - pdV$, yang merupakan integral permukaan dari $p\vec{u} \cdot \vec{n}$. Oleh karena itu, persamaan konservasi energi dapat ditulis menjadi (Dunkel, 2014):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \left(e + \frac{1}{2}u^2 \right) dV = - \int_{\partial V} \rho \left(e + \frac{1}{2}u^2 \right) \vec{u} \cdot \vec{n} dS - \int_{\partial V} p\vec{u} \cdot \vec{n} dS \quad (2.40)$$

dengan menggunakan teorema Gauss, maka didapatkan:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \left(e + \frac{1}{2}u^2 \right) dV + \int \nabla \cdot \left[\left(\rho e + \frac{1}{2}\rho u^2 + p \right) \vec{u} \right] = 0 \quad (2.41)$$

karena ini harus valid untuk semua volume kontrol V , maka harus diubah menjadi bentuk diferensial dari persamaan konservasi energi dimana:

$$e_{tot} = \left(e + \frac{1}{2} u^2 \right)$$

sehingga,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho e_{tot}) + \nabla \cdot [(\rho e_{tot} + p)\vec{u}] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho e_{tot}) + \vec{u} \cdot \nabla p &= -\rho e_{tot} \nabla \cdot \vec{u} \end{aligned} \quad (2.42)$$

persamaan diatas dapat ditulis menggunakan bentuk notasi indeks:

$$\partial_t(\rho e_{tot}) + \partial_k[(\rho e_{tot} + p)\vec{u}_k] = 0 \quad (2.43)$$

2.9 Termodinamika untuk Aliran Kompresibel

Salah satu aspek penting dari aliran kompresibel berkecepatan tinggi adalah energi. Sebuah aliran berkecepatan tinggi disebut aliran berenergi tinggi. Ketika kecepatan aliran menurun, beberapa energi kinetik menghilang dan kemudian muncul kembali sebagai peningkatan energi internal, sehingga hal tersebut akan menyebabkan terjadinya kenaikan temperatur pada gas. Oleh karena itu, dalam aliran kompresibel berkecepatan tinggi, perubahan energi dan perubahan temperatur merupakan aspek penting untuk dipertimbangkan berdasarkan ilmu termodinamika (Anderson, 2007).

2.9.1 Gas Ideal

Gas merupakan sekumpulan partikel (molekul, atom, ion dll) yang bergerak secara acak. Akibat struktur elektronik dari partikel ini, medan gaya akan selalu mengelilingi gas tersebut. medan gaya pada partikel individu akan

keluar dan berinteraksi dengan partikel individu lainnya, dan sebaliknya. Oleh karena itu, medan gaya tersebut disebut sebagai gaya intermolekuler. Namun, jika partikel gas terpisah cukup jauh, maka pengaruh gaya intermolekuler sangat kecil dan lemah, sehingga dapat diabaikan. Sebuah gas dimana gaya intermolekulernya diabaikan disebut sebagai gas ideal. Untuk gas ideal, tekanan p , densitas ρ dan temperatur T dapat dihubungkan dengan persamaan keadaan (*equation of state*) (Anderson, 2007) :

$$p = \rho RT = \frac{\rho k_B T}{m} \quad (2.44)$$

2.9.2 Energi Internal dan Entalpi

Jumlah energi dari semua volume molekul gas didefinisikan sebagai energi internal gas. Energi internal per satuan massa gas didefinisikan sebagai energi internal spesifik, e . Energi internal memiliki hubungan dengan entalpi yang direpresentasikan melalui persamaan berikut (Anderson, 2007):

$$h = e + pV \quad (2.45)$$

untuk gas ideal, e dan h merupakan fungsi temperatur yang ditulis dalam bentuk:

$$e = e(T) \quad (2.46a)$$

$$h = h(T) \quad (2.46b)$$

dengan menurunkan persamaan diatas maka didapatkan:

$$de = c_v(T) \quad (2.47a)$$

$$dh = c_p(T) \quad (2.47b)$$

dimana c_v dan c_p masing-masing adalah koefisien panas spesifik pada volume konstan dan tekanan konstan. Dalam persamaan 2.47a dan 2.47b, c_v dan c_p

dapat berfungsi sebagai fungsi T . Sebuah gas ideal dimana c_v dan c_p bernilai konstan didefinisikan sebagai gas ideal secara kalori, sehingga persamaan 2.47a dan 2.47b berubah menjadi:

$$e = c_v T \quad (2.48a)$$

$$h = c_p T \quad (2.48b)$$

perhatikan bahwa e dan h dalam persamaan 2.45 hingga persamaan 2.48b merupakan variasi keadaan termodinamika. Keduanya hanya bergantung pada keadaan gas, bukan pada proses yang terjadi.

Untuk gas tertentu, c_v dan c_p dapat dihubungkan melalui persamaan berikut (Anderson, 2007):

$$c_p - c_v = R \quad (2.49)$$

dengan membagi persamaan 2.49 dengan c_p , maka didapat:

$$1 - \frac{c_v}{c_p} = \frac{R}{c_p} \quad (2.50)$$

diperkenalkan definisi $\gamma \equiv \frac{c_p}{c_v}$. Untuk udara dalam kondisi standar $\gamma = 1.4$,

sehingga persamaan 2.50 dapat ditulis ulang menjadi:

$$1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{R}{c_p}$$

atau:

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (2.51)$$

hal serupa juga dapat diterapkan pada persamaan 2.49 dengan membagi kedua ruas dengan c_v , maka diperoleh:

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (2.52)$$

2.9.3 Hubungan Isentropik

Proses isentropik didefinisikan sebagai salah satu proses adiabatik dan *reversible*. Proses adiabatik terjadi jika $\delta q = 0$. Sehingga untuk proses adiabatik yang berlangsung secara *reversible*, hasil entropi $ds = 0$, atau entropi bersifat konstan. Oleh karena itu, proses isentropik dimulai dari persamaan entropi yaitu (Anderson, 2007):

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \quad (2.53)$$

$$\int ds = c_p \int \frac{1}{T} dT - R \int \frac{1}{p} dp$$

dengan mensubstitusi syarat $ds = 0$, maka persamaan 2.53 dapat ditulis ulang menjadi:

$$0 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$\frac{c_p}{R} \ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{c_p/R}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{c_p/R} \quad (2.54)$$

dengan mensubstitusikan persamaan 2.51 ke persamaan 2.54, maka dapat ditulis ulang menjadi:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.55)$$

Proses isentropik untuk kapasitas kalor jenis pada volume konstan, c_v juga berlaku (Anderson, 2007):

$$\begin{aligned}
 ds &= c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \\
 0 &= c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \\
 \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{-c_v/R} &= \ln \frac{V_2}{V_1} \\
 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{-c_v/R} &= \frac{V_2}{V_1}
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

dengan definisi pada persamaan 2.52, maka persamaan 2.56 menjadi:

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{-1}{\gamma-1}} \tag{2.57}$$

karena $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2}$, maka:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{2.58}$$

dengan mengkombinasikan persamaan 2.57 dan 2.58, maka hubungan isentropik dapat ditulis menjadi:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{2.59}$$

Pada dasarnya, persamaan 2.59 merupakan hubungan energi untuk proses isentropik. Sebagian besar masalah aliran kompresibel praktik, dapat didekati dengan asumsi isentropik. Misalnya, aliran diatas airfoil atau aliran yang melalui mesin roket. Wilayah yang berdekatan dengan permukaan airfoil dan dinding *nozzle* roket, terbentuk lapisan pembatas dimana mekanisme disipatif viskositas, konduksi termal, dan difusi sangat kuat. Oleh karena itu, entropi meningkat dalam lapisan batas. Namun, efek disipatif viskositas sangat kecil, sehingga dapat diabaikan (Anderson, 2007).

BAB III
LANGKAH-LANGKAH MENENTUKAN LOKASI NOSE BOW SHOCK
MARS

3.1 Teorema Deret Taylor

Diasumsikan sebuah fungsi memiliki turunan ke-n yang berkelanjutan, $f^{(n)}(x)$, dalam interval $[a, b]$. Dengan mengintegrasikan turunan fungsi tersebut, maka (Bayin, 2006):

$$\int_a^x f^{(n)}(x_1) dx_1 = f^{(n-1)}(x) - f^{(n-1)}(a) \quad (3.1)$$

diintegrasikan lagi, maka:

$$\int_a^x \left(\int_a^{x_2} f^{(n)}(x_1) dx_1 \right) dx_2 = f^{(n-2)}(x) - f^{(n-2)}(a) - (x-a)f^{(n-1)}(a) \quad (3.2)$$

dan setelah integral lipat ke-n, didapatkan:

$$\begin{aligned} \int_a^x \dots \int_a^x f^{(n)}(x) (dx)^n \\ = f(x) - f(a) - (x-a)f'(a) - \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) - \dots \\ \dots - \frac{(x-a)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n-1}(a) \end{aligned} \quad (3.3)$$

sehingga diperoleh bentuk $f(x)$:

$$\begin{aligned} f(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f''(a) + \dots \\ + \frac{(x-a)^{n-1}}{(n-1)!} f^{n-1}(a) + \int_a^x \dots \int_a^x f^{(n)}(x) (dx)^n \end{aligned} \quad (3.4)$$

Hasil dari persamaan 3.4 merupakan hasil yang eksak. Maka diperoleh ekspansi deret fungsi $f(x)$ dalam bentuk positif $(x - a)$ dan dapat ditulis ulang dalam bentuk fungsi yang lebih umum:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - a)^n}{n!} f^{(n)}(a) \quad (3.5)$$

persamaan 3.5 disebut sebagai persamaan ekspansi deret Taylor $f(x)$ pada titik $x = a$.

3.2 Tekanan Termal Matahari

Untuk mengetahui tekanan termal Matahari, maka material penyusun Matahari (sebagian besar tersusun dari atom Hidrogen dengan massa proton, m_p) ditinjau berperilaku seperti gas ideal dan berada pada kesetimbangan hidrostatik. Tinjauan mengenai kesetimbangan hidrostatik ini diperkuat oleh asumsi bahwa semua gerakan gas dalam Matahari cukup kecil bila dibandingkan dengan tubuh Matahari yang berada dalam medan gravitasi Matahari (Vernet, 2007). Dengan demikian, jarak r (jarak radial) dari pusat Matahari dan tekanan luar per satuan volume, $\frac{dp}{dr}$ sebanding dengan gravitasi per satuan volume yaitu (Spreiter, 1970):

$$\frac{dp}{dr} = -\rho g \quad (3.6)$$

dengan mensubstitusikan persamaan 2.44 ke dalam persamaan 3.6, maka diperoleh:

$$dp = -\rho g dr$$

$$dp = -\frac{m_p \rho}{k_B T} g dr$$

$$\int_{p_0}^{p_1} \frac{1}{p} dp = -\frac{m_p g}{k_B T} \int dr$$

$$\ln p_1 - \ln p_0 = -\frac{m_p g}{k_B T} \int dr$$

$$p_1 = p_0 e^{-\left(\frac{\int dr}{H}\right)} \quad (3.7)$$

dengan $H = \frac{k_B T}{m_p g}$ adalah skala ketinggian referensi, p_1 merupakan tekanan termal bagian dalam Matahari, dan p_0 merupakan tekanan puncak pada Matahari.

3.3 Formula Tabung Pitot Rayleigh

Tabung pitot dalam aliran bebas (*freestream*) supersonik digambarkan dalam gambar 3.1. Pada gambar tersebut, mulut tabung pitot (titik e) merupakan wilayah stagnasi. Oleh karena itu, elemen fluida yang bergerak di sepanjang garis cde diletakkan di titik e . Akan tetapi, karena *freestream* adalah supersonik dan tabung pitot merepresentasikan hambatan ke aliran, maka terbentuk *Bow shock* kuat di depan tabung (ditunjukkan pada sisi kiri gambar 3.2 untuk aliran supersonik diatas benda tumpul). Oleh karena itu, garis cde yang melalui (Anderson, 2007):

$$\frac{p_{0,2}}{p_1} = \frac{p_{0,2}}{p_2} \frac{p_2}{p_1} \quad (3.8)$$

dengan $\frac{p_{0,2}}{p_2}$ merupakan rasio tekanan total untuk tekanan statis di wilayah 2 (setelah *shock* normal) yang diperoleh dari persamaan energi untuk aliran adiabatik satu dimensi yaitu:

$$\frac{u_1^2}{2} + h_1 = \frac{u_2^2}{2} + h_2$$

$$c_p T_1 + \frac{u_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (3.9)$$

dengan temperatur total didefinisikan T_0 , sehingga entalpi total $h_0 = c_p T_0$ dengan $u_2 = 0$ karena berada di titik stagnasi, sehingga $T_2 = T_0$, maka:

$$c_p T + \frac{u^2}{2} = c_p T_0 \quad (3.10)$$

jika terdapat dua titik sepanjang garis alir dalam aliran *steady* dan adiabatik, maka:

$$c_p T_1 + \frac{u_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{u_2^2}{2} = c_p T_0 = \text{konstan} \quad (3.11)$$

karena ditinjau rasio antara temperatur total dan temperatur setelah *shock*, maka:

$$\begin{aligned} c_p T_2 + \frac{u_2^2}{2} &= c_p T_0 \\ 2c_p T_0 - u_2^2 &= 2c_p T_2 \\ 2c_p \frac{T_0}{T_2} &= 2c_p + \frac{u_2^2}{T_2} \\ \frac{T_0}{T_2} &= 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{u_2}{a}\right)^2 \\ &= 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

berdasarkan definisi dari persamaan 2.59 (hubungan isentropik) :

$$\frac{p_{0,2}}{p_2} = \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

maka:

$$\frac{p_{0,2}}{p_2} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

dengan M_2^2 yaitu (Lampiran A):

$$M_2^2 = \left(\frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{2}}\right) \quad (3.13)$$

sehingga diperoleh:

$$\frac{p_{0,2}}{p_2} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{2}} \right) \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.14)$$

sedangkan $\frac{p_2}{p_1}$ merupakan rasio tekanan statis yang diperoleh dengan cara

mengkombinasikan persamaan kontinuitas dan persamaan momentum, yaitu:

$$p_2 + \rho_2 u_2^2 = p_1 + \rho_1 u_1^2$$

$$p_2 - p_1 = \rho_1 u_1^2 - \rho_2 u_2^2 = \rho_1 u_1 (u_1 - u_2) = \rho_1 u_1^2 \left(1 - \frac{u_2}{u_1} \right) \quad (3.15)$$

mensubstitusikan besaran a dan membagi persamaan di atas dengan p_1 , maka:

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{\gamma \rho_1 u_1^2}{\gamma p_1} \left(1 - \frac{u_2}{u_1} \right) = \frac{\gamma u_1^2}{a_1^2} \left(1 - \frac{u_2}{u_1} \right) = \gamma M_1^2 \left(1 - \frac{u_2}{u_1} \right) \quad (3.16)$$

dengan rasio $\frac{u_2}{u_1}$ diperoleh dengan mengkaitkan hubungan Prandtl (Lampiran A)

dan persamaan kontinuitas:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_2 u_1}{u_1^2} = \frac{a^{*2}}{u^2} = \frac{1}{M_1^{*2}} \quad (3.17)$$

dengan M_1^{*2} diperoleh melalui perhitungan (Lampiran A):

$$M^{*2} = \frac{M^2(\gamma + 1)}{2 + M^2(\gamma - 1)} \quad (3.18)$$

karena diterapkan di wilayah 1, maka:

$$M_1^{*2} = \frac{M_1^2(\gamma + 1)}{2 + M_1^2(\gamma - 1)}$$

sehingga diperoleh:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{M_1^{*2}} = \frac{2 + M_1^2(\gamma - 1)}{M_1^2(\gamma + 1)} \quad (3.19)$$

substitusi persamaan 3.19 ke dalam persamaan 3.16:

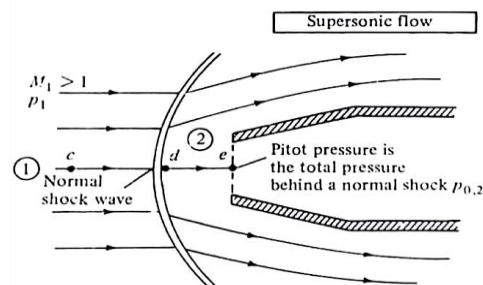
$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \gamma M_1^2 \left(1 - \frac{2 + M_1^2(\gamma - 1)}{M_1^2(\gamma + 1)} \right)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \left(\frac{2\gamma}{\gamma + 1} \right) (M_1^2 - 1) \quad (3.20)$$

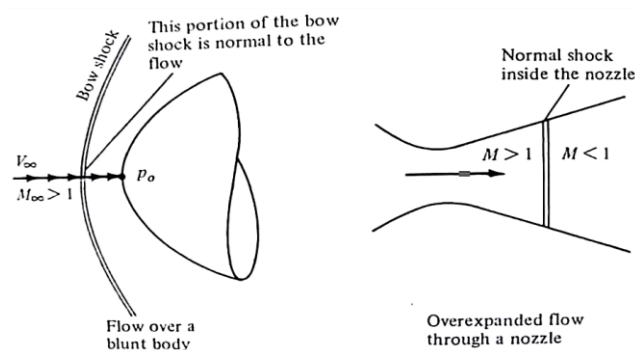
dengan mensubstitusikan persamaan 3.14 dan 3.20 ke persamaan 3.8 maka diperoleh:

$$\frac{p_{0,2}}{p_1} = M_1^2 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \frac{1}{\left(\gamma - \left(\frac{\gamma-1}{2M_1^2} \right) \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} \quad (3.21)$$

persamaan 3.21 disebut formula tabung pitot Rayleigh. Persamaan tersebut berhubungan dengan tekanan pitot $p_{0,2}$ dan tekanan *freestream* p_1 untuk bilangan Mach *freestream*.



Gambar 3.1 Skema Tabung Pitot untuk Aliran Supersonik (Anderson, 2007)



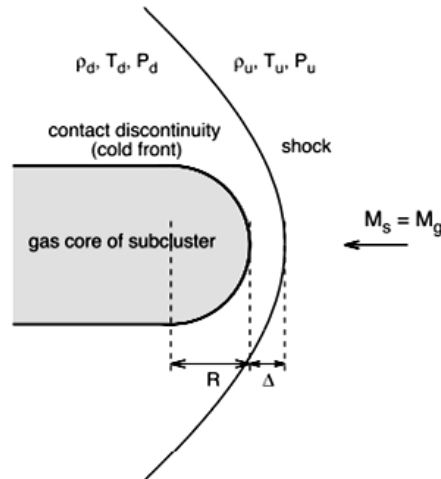
Gambar 3.2 Dua Contoh Shock Wave Normal (Anderson, 2007)

3.4 Jarak *Standoff Bow Shock*

Jarak *standoff* didefinisikan sebagai jarak antara titik stagnasi suatu benda dengan titik terdekat pada sebuah *shock* bagian depan (gambar 3.3). Dalam kluster galaksi, jarak *standoff* biasanya diukur sebagai jarak antara *front* dingin (benda dengan temperatur yang lebih rendah) dengan *shock* (Zhang *et al*, 2018). Sedangkan jarak *Bow shock* dengan penghalang bergantung pada bentuk penghalang. Pada dasarnya, jika penghalang memiliki *nose* yang lancip, maka *shock* tidak akan terlepas dari penghalang tersebut (*Bow shock* menyatu dengan penghalang). Berbeda dengan penghalang yang memiliki bentuk *nose* tumpul (seperti magnetosfer atau ionosfer) dengan jari-jari yang lebih besar pada arah melintang, maka jarak (lokasi) antara *Bow shock* dengan penghalang dapat ditentukan. Dalam praktiknya, bentuk *Bow shock* ke arah Matahari dapat dimodelkan dalam fungsi *conic* yang terfokus pada planet, sehingga jarak r dari fokus ke titik pada kurva diberikan sebagai fungsi dari jarak x di sepanjang garis Matahari-planet yang diberikan oleh (Verigin *et al*, 2003):

$$y^2 = 2R_o(r_o - x) + b_o(r_o - x)^2 \quad (3.22)$$

Persamaan di atas merupakan bentuk umum untuk fungsi *conic* yang simetris di sekitar sumbu- x . Dimana R_o , r_o dan b_o masing-masing merupakan radius kelengkungan, posisi *nose* penghalang serta singkatan dari *bluntness* (ketumpulan) penghalang dengan bentuk *nose* penghalang menyerupai elips jika $b_o < -1$, bola jika $b_o = -1$, elips memanjang (*elongated elliptic*) jika $-1 < b_o < 0$, parabola jika $b_o = 0$ dan hiperbola jika $b_o > 0$.



Gambar 3.3 Sketsa yang Menunjukkan *Bow Shock* yang Digerakkan oleh Subkluster (Dalam Kerangka *Shock* Lainnya) (Zhang *et al*, 2018)

Bilangan Mach yang tinggi, ketebalan *Magnetosheath* sepanjang aliran stagnasi, serta jari-jari penghalang telah diketahui sebanding dengan rasio densitas yang melintasi *shock*. Berdasarkan hasil studi eksperimen, diperoleh konstanta proporsional untuk hubungan tersebut (berlaku untuk *nose* penghalang berbentuk bola, $b_o = -1$) yaitu (Seiff, 1962):

$$\frac{\Delta}{R_o} = 0.78 \frac{\rho_\infty}{\rho} \quad (3.23)$$

Namun, telah diteliti bahwa hubungan di atas mungkin tidak berlaku untuk semua kondisi (Seiff, 1962). Selanjutnya, eksperimen *wind tunnel* yang dilakukan oleh Spreiter *et al* (1966) mendorong perubahan koefisien proporsional 0.78 menjadi 1.1 melalui hubungan yang diajukan oleh Seiff (1962). Eksperimen tersebut dilakukan menggunakan benda elipsoidal padat yang dibuat menyerupai bentuk magnetopause, sehingga menghasilkan:

$$\frac{D_{BS}}{D_{OB}} = 1 + 1.1 \frac{\rho_\infty}{\rho} \quad (3.24)$$

dimana D_{OB} merupakan jarak dari fokus elipsoidal ke *nose*, sedangkan D_{BS} merupakan jarak dari fokus elipsoidal ke posisi subsolar *shock* (radius

kelengkungan penghalang subsolar) (Spreiter *et al*, 1966). Kemudian, persamaan 2.14 diterapkan untuk aliran di sekitar benda dengan $b_o = -\left(\frac{19+\sqrt{21}}{30}\right) \approx -0.786$ (merujuk pada penelitian Spreiter *et al* (1966) untuk bentuk *nose* penghalang menyerupai elips). Pada perhitungan *gasdynamic*, radius kelengkungan *nose* penghalang tidak sama dengan satu, sehingga persamaan 3.24 dapat ditulis ulang menjadi (Verigin *et al*, 2003):

$$\frac{\Delta}{R_o} = 1.1 \frac{\sqrt{21} - 3}{2} \frac{\rho_\infty}{\rho} = 0.87 \frac{\rho_\infty}{\rho} \quad (3.25)$$

Persamaan 3.25 menunjukkan jarak yang lebih jauh antara penghalang dan *shock* (wilayah *Magnetosheath*) dibandingkan pada persamaan 3.23, dimana persamaan 3.25 merupakan hasil dari b_o penghalang yang lebih besar dibandingkan dengan b_o bola.

BAB IV

LOKASI *NOSE BOW SHOCK* MARS

4.1 Tekanan Termal *Ionopause*

Ionopause merupakan diskontinuitas tangensial yang menjadi batas terluar dari ionosfer Mars. Keberadaan *ionopause* mampu mengidentifikasi batas antarmuka (*interface*) antara aliran angin Matahari dan plasma ionosfer (Russell dan Vaisberg, 1983). Berdasarkan pengertian di atas, dapat diketahui bahwa *ionopause* bersifat seperti penghalang yang membatasi wilayah ionosfer Mars dari lingkungan luar (pancaran angin Matahari). Sehubungan dengan batas penghalang, Al-Qur'an telah mengisyaratkan keberadaannya dalam surah Al-Furqan ayat 53:

وَهُوَ الَّذِي مَرَجَ الْبَحْرَيْنِ هَذَا عَذْبٌ فُرَاتٌ وَهَذَا مِلْحٌ أُجَاجٌ وَجَعَلَ بَيْنَهُمَا بَرْزَخًا وَحِجْرًا
مَّحْجُورًا (٥٣)

“Dan Dialah yang membiarkan dua laut mengalir (berdampingan); yang ini tawar lagi segar dan yang lain asin lagi pahit. Dia jadikan antara keduanya dinding dan batas yang menghalangi” (Q.S. Al-Furqan [25]: 53).

Pada ayat di atas, terdapat lafal *barzakhan* yang bermakna dinding atau sekat (suatu penghalang yang membatasi dua benda). Makna tersebut menurut Quraish Shihab (2002) mengkaji tentang pemisahan beragam air yang pada dasarnya, air merupakan suatu zat yang sangat mudah bercampur, namun atas kuasaNya, air yang berdampingan tersebut tidak bercampur meski terletak di wilayah yang sama. Penjelasan Quraish Shihab terkait lafal *barzakhan* pada ayat di atas serupa dengan peran *ionopause* sebagai penghalang atau sekat antara wilayah plasma Mars dengan lingkungan antariksa yang dilalui oleh aliran angin Matahari.

Wilayah *ionopause* terbentuk ketika terjadi kesetimbangan tekanan termal antara tekanan kinetik (tekanan dinamis angin Matahari) dan tekanan statis ionosfer (sisi bagian dalam ionosfer). Wilayah terjadinya kesetimbangan tersebut merupakan indikator posisi *ionopause* (Ma, Yanbao dan Xiaolin, 2002). Dengan adanya kesetimbangan tersebut, maka persamaan profil *ionopause* dapat diketahui dengan menentukan kontinuitas tekanan termal pada kedua sisi.

Pada ketinggian > 300 km, kemungkinan produksi dan kehilangan plasma ionosfer lemah (kecil), sehingga keseimbangan antara difusi dan gravitasi menghasilkan sebuah kesetimbangan hidrostatis di mana tekanan plasma ionosfer berbentuk seperti pada persamaan 3.7 (Kelley, 2003).

$$p_i(r) = p_{M,i} e^{\left(\frac{r_{M,i}-r}{H}\right)}$$

dengan demikian, persamaan 3.7 di atas dapat digunakan untuk menentukan tekanan termal ionosfer (tekanan sistem) bagian dalam, dengan $H = k_B T / mg$. Sedangkan tekanan termal ionosfer bagian luar dapat direpresentasikan melalui persamaan tabung pitot Rayleigh (persamaan 3.21) yang dapat digunakan untuk menjelaskan tekanan stagnasi pada *nose* ionosfer (Anderson, 2007). Tekanan stagnasi merupakan garis tekanan yang terbentuk akibat adanya proses pengalihan tekanan dinamis menjadi tekanan statis ketika angin Matahari bergerak menuju ionosfer, atau ketika kecepatan menuju nol (Farris dan Russell, 1994).

Berikut persamaan tabung pitot Rayleigh (persamaan 3.21) yang diperoleh melalui penerapan kondisi peralihan *shock* normal hidrodinamika serta kompresi isentropik untuk mendapatkan tekanan termal *downstream* (ionosfer) serta tekanan termal pada titik stagnasi di dalam *magnetosheath*.

$$p_0 = p_\infty M_\infty^2 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \frac{1}{\left(\gamma - \left(\frac{\gamma-1}{2M_\infty^2} \right) \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

Selanjutnya, dengan menyesuaikan persamaan 2.8 dengan kasus yang dikaji maka:

$$M_\infty = \frac{v_\infty}{\sqrt{\gamma p_\infty / \rho_\infty}}$$

$$\rho_\infty v_\infty^2 = \gamma p_\infty M_\infty^2 \quad (4.1)$$

dengan mensubstitusikan persamaan 4.1 ke persamaan 3.21, didapatkan:

$$p_0 = \rho_\infty v_\infty^2 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \frac{1}{\gamma \left(\gamma - \left(\frac{\gamma-1}{2M_\infty^2} \right) \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}$$

$$p_0 = \kappa \rho_\infty v_\infty^2 \quad (4.2)$$

dengan:

$$\kappa = \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \frac{1}{\gamma \left(\gamma - \left(\frac{\gamma-1}{2M_\infty^2} \right) \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}} = 0.88$$

dimana $\gamma = \frac{5}{3}$ dan $M_\infty > 5$, sehingga konstanta κ diketahui, $\kappa = 0.88$.

4.2 Lokasi Nose Ionopause

Persamaan lokasi *nose ionopause* (r_0) dapat ditentukan dengan menerapkan persamaan kontinuitas tekanan termal pada kedua sisi ionosfer:

$$p_o = p_i(r_o)$$

$$\kappa \rho_\infty v_\infty^2 = p_{M,i} e^{\left(\frac{r_{M,i} - r_o}{H} \right)}$$

$$\frac{1}{e^{\left(\frac{r_{M,i}-r_o}{H}\right)}} = \frac{p_{M,i}}{\kappa\rho_\infty v_\infty^2}$$

$$\frac{r_o - r_{M,i}}{H} = \ln \frac{p_{M,i}}{\kappa\rho_\infty v_\infty^2}$$

$$r_o = r_{M,i} + H \ln \frac{p_{M,i}}{\kappa\rho_\infty v_\infty^2} \quad (4.3)$$

4.3 Radius Kelengkungan pada *Nose Ionopause*

Radius kelengkungan ionosfer (*ionopause*) merupakan salah satu parameter yang paling tepat dalam mengatur hubungan ionosfer dengan *Bow shock*. Radius kelengkungan pada titik x pada kurva didefinisikan sebagai jarak R_o dimana lingkaran dengan jari-jari R_o memiliki kelengkungan yang sama pada titik x (ditunjukkan pada gambar 2.5). Ketika aliran angin Matahari bergerak menuju ionosfer melalui titik stagnasi, maka aliran tersebut hanya akan mempertimbangkan kelengkungan ionosfer. Kelengkungan tersebut diatur oleh ukuran dan bentuk ionosfer (bola, parabola atau hiperbola). Dengan demikian radius kelengkungan akan menjadi jarak yang mempengaruhi jarak *standoff* secara fisik karena memperhitungkan ukuran dan bentuk ionosfer (Farris dan Russell, 1994).

Radius kelengkungan *nose ionopause* (R_o) dapat ditentukan dengan menemukan persamaan profil *ionopause* di sekitar *nose ionopause*. Karena *ionopause* bersifat simetri terhadap sumbu- x , maka persamaan profil *ionopause* dapat ditulis:

$$x = x(y)$$

oleh karena itu, persamaan profil *ionopause* di atas dapat diekspansikan dalam bentuk deret Taylor (persamaan 3.5) dengan $y = 0$:

$$x(y) = x(0) + (y - 0)x'(0) + \frac{1}{2}(y - 0)^2 x''(0) + \dots \quad (4.4)$$

dengan diberlakukan syarat $x(0) = r_0$ dan $x'(0) = 0$ untuk daerah *nose ionopause*, maka dengan menggunakan definisi radius kelengkungan:

$$R(y) = \left| \frac{(1 + x'(y))^{\frac{3}{2}}}{x''(y)} \right|$$

diketahui radius kelengkungan *nose ionopause* dengan $y = 0$ yaitu:

$$R_0 = -\frac{1}{x''(y)}$$

$$x''(y) = -\frac{1}{R_0} \quad (4.5)$$

berdasarkan definisi dari persamaan 4.5 (dengan mengabaikan suku orde ketiga dan seterusnya karena dianggap terlalu kecil), maka persamaan profil *ionopause* di dekat *nose ionopause* (persamaan 4.4) dapat direduksi menjadi bentuk persamaan kuadrat:

$$x = r_0 - \frac{1}{2R_0} y^2 \quad (4.6)$$

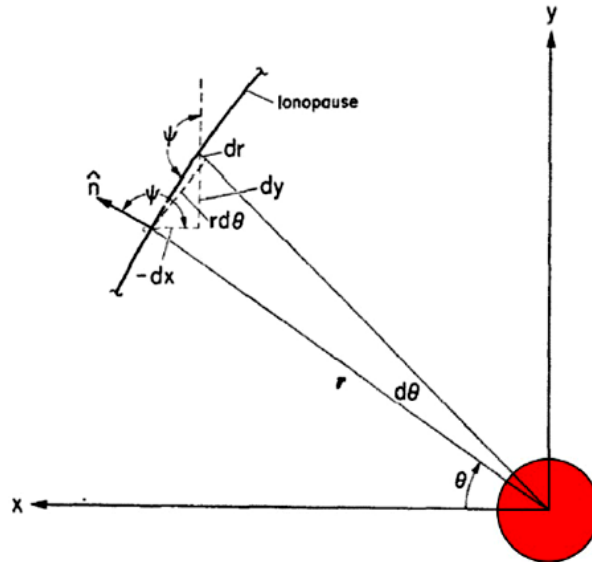
Keseluruhan profil *ionopause* dapat ditentukan dengan menerapkan kontinuitas tekanan termal pada *ionopause* berdasarkan diskontinuitas tangensial. Sehingga dengan membandingkan persamaan 3.7 dengan persamaan 4.2, maka diketahui bahwa tekanan termal *ionopause* bagian dalam *ionosfer* sama dengan tekanan termal *ionopause* bagian luar:

$$\kappa \rho_{\infty} v_{\infty}^2 = p_i(r) \quad (4.7)$$

untuk menentukan distribusi tekanan termal di sepanjang *ionopause* (penghalang tumpul), maka Lees (1953) mengusulkan untuk menggunakan sebuah modifikasi Newton (persamaan 2.23), maka persamaan 4.7 menjadi:

$$\kappa \rho_{\infty} v_{\infty}^2 \cos^2 \psi = p_i(r) \quad (4.8)$$

dimana ψ merupakan sudut antara v_{∞} dan arah normal ke *ionopause* (ditunjukkan pada gambar 4.1).



Gambar 4.1 Elemen *ionopause* dan koordinat (Yeh *et al*, 2020)

sisi kiri pada persamaan 4.8 merupakan tekanan termal yang diaproksimasi di sisi luar *ionopause* yang menyimpang dari lokasi *nose*. Sedangkan sisi kanan merupakan tekanan ionosfer bagian dalam (persamaan 4.2). Sehingga persamaan 4.8 dapat ditulis ulang dalam:

$$p_i(r_0) \cos^2 \psi = p_i(r) \quad (4.9)$$

dengan menggunakan hubungan geometri, maka $\cos^2 \psi$ diperoleh (Lampiran A):

$$\cos^2 \psi = \frac{(\cos \theta + \frac{dr}{rd\theta} \sin \theta)^2}{(\frac{dr}{rd\theta})^2 + 1} \quad (4.10)$$

dengan mensubstitusikan hubungan geometri pada persamaan 4.10 ke dalam persamaan 4.9, didapatkan:

$$p_i(r_o) \frac{(\cos \theta + \frac{dr}{rd\theta} \sin \theta)^2}{\left(\frac{dr}{rd\theta}\right)^2 + 1} = p_i(r) \quad (4.11)$$

$$p_i(r_o) (\cos \theta + \frac{dr}{rd\theta} \sin \theta)^2 = p_i(r) \left(\left(\frac{dr}{rd\theta}\right)^2 + 1 \right)$$

$$p_i(r_o) \left(\cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta \frac{dr}{rd\theta} + \sin^2 \theta \left(\frac{dr}{rd\theta}\right)^2 \right) = p_i(r) \left(\frac{dr}{rd\theta}\right)^2 + p_i(r)$$

persamaan di atas berbentuk persamaan kuadrat yang solusi akar-akarnya dapat diketahui menggunakan:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dengan menggunakan permisalan:

$$A = p_i(r_o)$$

$$B = p_i(r)$$

maka $\frac{dr}{rd\theta}$ yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{rd\theta} &= \frac{-2A \sin \theta \cos \theta \pm \sqrt{(2A \sin \theta \cos \theta)^2 - 4(A \sin^2 \theta - B)(A \cos^2 \theta - B)}}{2(A \sin^2 \theta - B)} \\ &= \frac{-2A \sin \theta \cos \theta \pm \sqrt{4((A \sin \theta \cos \theta)^2 - (A \sin^2 \theta - B)(A \cos^2 \theta - B))}}{2(A \sin^2 \theta - B)} \\ &= \frac{-A \sin 2\theta + 2\sqrt{AB(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) - B^2}}{2(A \sin^2 \theta - B)} \\ &= \frac{-p_i(r_o) \sin 2\theta + 2\sqrt{p_i(r_o)p_i(r) - p_i^2(r)}}{2(p_i(r_o) \sin^2 \theta - p_i(r))} \end{aligned} \quad (4.12)$$

persamaan 4.12 merupakan persamaan diferensial untuk profil *ionopause* yang solusinya dapat diketahui secara numerik dengan memasukkan kondisi awal

$r(\theta = 0) = r_o$, karena *ionopause* simetris di sekitar sumbu $x = 0$, maka $\theta = 0$, sehingga turunan orde pertama pada persamaan *nose ionopause* adalah nol:

$$\frac{1}{r(0)} \frac{dr}{d\theta}(0) = \frac{1}{r_o} \frac{dr}{d\theta}(0) = 0 \quad (4.13)$$

nilai kuantitas suku di dalam akar kuadrat (suku pembilang dari persamaan diferensial profil *ionopause*, persamaan 4.12) tersebut harus sama atau lebih besar dari 0 (karena jika kurang dari 0, maka akan menjadi suku imajiner, yang mana hal tersebut tidak fisis),

$$p_i(r)p_i(r_o) - p_i^2(r) \geq 0,$$

dimana $p_i(r)$ merupakan tekanan ionosfer yang secara eksponensial meluruh akibat kesetimbangan hidrostatis. Oleh karena itu, profil *ionopause* harus mengikuti kondisi,

$$r \geq r_o$$

agar terjadi kesetimbangan pada *nose ionopause*.

Untuk mendapatkan radius kelengkungan *nose ionopause*, maka perlu meninjau daerah di sekitar *nose ionopause*, yaitu daerah $\theta \rightarrow 0$ dan $r \rightarrow r_o$. Dengan demikian, persamaan profil *ionopause*, $dr/rd\theta$ dapat diaproksimasi menjadi dx/dy . Sehingga, persamaan 4.12 dapat disederhanakan menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dy} &= -\sqrt{\frac{p_i(r_o) p_i(r) - p_i^2(r)}{p_i^2(r)}} \\ &= -\sqrt{\frac{p_i(r_o)}{p_i(r)} - 1} \\ &= -\sqrt{\frac{p_i(r_o)}{p_i(r)}} \sqrt{1 - \frac{p_i(r)}{p_i(r_o)}} \end{aligned}$$

karena $r \rightarrow r_o$, maka:

$$\frac{dx}{dy} \simeq -\sqrt{1 - \frac{p_i(r)}{p_i(r_o)}} \quad (4.14)$$

selanjutnya, $p_i(r)$ suku bagian kanan dari persamaan 4.14 dapat diekspresikan dalam bentuk deret Taylor pada $r = r_o$, sehingga:

$$\begin{aligned} -\sqrt{1 - \frac{p_i(r)}{p_i(r_o)}} &= -\sqrt{1 - 1 - (r - r_o) \frac{p_i'(r_o)}{p_i(r_o)} - \frac{1}{2} (r - r_o)^2 \frac{p_i''(r_o)}{p_i(r_o)} - \dots} \\ &= -\sqrt{-(r - r_o) \frac{p_i'(r_o)}{p_i(r_o)} - \frac{1}{2} (r - r_o)^2 \frac{p_i''(r_o)}{p_i(r_o)} - \dots} \\ \frac{dx}{dy} &= -\sqrt{-(r - r_o) \frac{p_i'(r_o)}{p_i(r_o)}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} (r - r_o) \frac{p_i''(r_o)}{p_i'(r_o)} + \dots} \quad (4.15) \end{aligned}$$

dengan $x \rightarrow r_o$ dan $y \rightarrow 0$ pada daerah di sekitar *nose ionopause*, maka $r - r_o$ dapat diaproksimasi menjadi (berdasarkan gambar 4.1):

$$\begin{aligned} r - r_o &= \sqrt{x^2 + y^2} - r_o \\ &= \sqrt{[r_o + (x - r_o)]^2 + y^2} - r_o \\ &= \sqrt{r_o^2 + 2r_o(x - r_o) + (x - r_o)^2 + y^2} - r_o \\ &= \sqrt{r_o^2 \left(1 + \frac{2(x - r_o)}{r_o} + \frac{(x - r_o)^2}{r_o^2} + \frac{y^2}{r_o^2}\right)} - r_o \\ &= r_o \sqrt{1 + \frac{2(x - r_o)}{r_o} + \frac{(x - r_o)^2}{r_o^2} + \frac{y^2}{r_o^2}} - r_o \\ &\simeq r_o \left(1 + \frac{x - r_o}{r_o} + \frac{(x - r_o)^2}{2r_o^2} + \frac{y^2}{2r_o^2}\right) - r_o \end{aligned}$$

maka:

$$r - r_o = (x - r_o) + \frac{(x - r_o)^2}{2r_o} + \frac{y^2}{2r_o} \quad (4.16)$$

dengan mensubstitusikan persamaan profil *ionopause* di dekat *nose ionopause* (persamaan 4.6) ke dalam persamaan 4.16, didapatkan:

$$r - r_o = -\frac{1}{2R_o}y^2 + \frac{\left(-\frac{1}{2R_o}y^2\right)^2}{2r_o} + \frac{y^2}{2r_o} \quad (4.17)$$

suku kedua bagian kanan pada persamaan 4.17 dapat diabaikan ($y \rightarrow 0$) karena hanya suku tersebut yang berorde y^4 , sedangkan dua suku lainnya berorde y^2 .

Sehingga:

$$r - r_o \simeq \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{R_o} \right) \quad (4.18)$$

selanjutnya substitusi persamaan 4.18 ke dalam persamaan diferensial 4.15 dengan hanya mengambil satu suku pertama (sedangkan suku kedua dan seterusnya diabaikan karena terlalu kecil), maka:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dy} &= -\sqrt{-\left(\frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{R_o}\right)\right) \frac{p'_i(r_o)}{p_i(r_o)}} \\ dx &= -\sqrt{-\left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{R_o}\right)\right) \frac{p'_i(r_o)}{p_i(r_o)}} y dy \\ \int_{r_o}^x dx &= \int_0^y -\sqrt{-\left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{R_o}\right)\right) \frac{p'_i(r_o)}{p_i(r_o)}} y dy \\ x - r_o &= -\frac{y^2}{2} \sqrt{-\left(\frac{1}{2} \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{R_o}\right)\right) \frac{p'_i(r_o)}{p_i(r_o)}} \end{aligned} \quad (4.19)$$

dengan membandingkan persamaan persamaan 4.19 dengan persamaan 4.6 diperoleh:

$$\frac{1}{R_o} = \sqrt{-\frac{p'_i(r_o)}{2p_i(r_o)} \left(\frac{R_o - r_o}{R_o r_o}\right)}$$

$$R_o = \sqrt{-\frac{2p_i(r_o)}{p'_i(r_o)} \frac{R_o r_o}{(R_o - r_o)}} \quad (4.20)$$

untuk mendapatkan solusi dari persamaan 4.20, maka persamaan tersebut diubah ke dalam bentuk persamaan kuadrat:

$$R_o^2 = -\frac{2p_i(r_o)}{p'_i(r_o)} \frac{R_o r_o}{(R_o - r_o)}$$

$$R_o^2 - R_o r_o + \frac{2p_i(r_o)}{p'_i(r_o)} r_o = 0 \quad (4.21)$$

dengan solusi untuk persamaan kuadrat 4.21 yaitu (serupa dengan solusi yang diterapkan untuk mendapatkan persamaan 4.12):

$$R_o = \frac{r_o \pm \sqrt{r_o^2 - \frac{8p_i(r_o)}{p'_i(r_o)} r_o}}{2} \quad (4.22)$$

pada persamaan 4.22 ditetapkan tanda positif untuk pembilang, karena R_o yang bernilai negatif tidak memiliki makna fisis. Sehingga persamaan radius kelengkungan pada *nose ionopause* menjadi:

$$R_o = \frac{r_o + \sqrt{r_o^2 + \frac{8p_i(r_o)}{p'_i(r_o)} r_o}}{2} \quad (4.23)$$

karena $H = \frac{k_B T}{mg} = \frac{p}{\rho}$, maka persamaan 4.23 dapat ditulis ulang menjadi:

$$R_o = \frac{r_o + \sqrt{r_o^2 + 8Hr_o}}{2} \quad (4.24)$$

persamaan radius kelengkungan *nose ionopause* yang telah diperoleh menggunakan perhitungan analitik di atas hasilnya sama dengan yang telah

dilampirkan pada Tabel A1 oleh Verigin *et al* (2003) (ditunjukkan pada lampiran C). Dengan mensubstitusikan persamaan 4.24 ke dalam persamaan 4.6, maka didapatkan persamaan profil *ionopause* di sekitar *nose ionopause*:

$$x = r_o - \frac{1}{r_o + \sqrt{r_o^2 + 8Hr_o}} y^2$$

sedangkan persamaan 4.24 di atas menunjukkan bahwa:

$$R_o \geq r_o$$

kesetimbangan terjadi ketika skala ketinggian ionosfer H mendekati nol. oleh karena itu, dengan didasari oleh persamaan 4.3, maka diketahui bahwa r_o sama dengan $r_{M,i}$ atau:

$$R_o \rightarrow r_{M,i} \quad \text{Ketika} \quad H \rightarrow 0$$

4.4 Jarak *Standoff Bow Shock* Mars

Jarak *standoff Bow shock* dirumuskan menggunakan hasil empiris. Berdasarkan persamaan 3.25 yang telah dianalisis pada subbab 3.4, diperoleh:

$$\frac{\Delta}{R_o} = \sigma \frac{\rho_\infty}{\rho_s}$$

dimana koefisien empiris $\sigma \approx 0.87$. Selanjutnya, rasio densitas yang melalui *shock* diperoleh dari persamaan 3.17 dalam bentuk yang telah disesuaikan dengan kasus yang ditinjau:

$$\frac{\rho_s}{\rho_\infty} = \frac{u_\infty}{u_s} = \frac{u_\infty^2}{u_s u_\infty} = \frac{u^2}{a^{*2}} = M_\infty^{*2}$$

dengan mensubstitusikan kuantitas M_∞^{*2} (Lampiran A) ke dalam persamaan (3.17), maka:

$$\frac{\rho_\infty}{\rho_s} = \frac{2 + M_\infty^2(\gamma - 1)}{M_\infty^2(\gamma + 1)} \quad (4.25)$$

kemudian, untuk kondisi bilangan Mach angin Matahari jauh lebih besar dari 1 ($M_\infty \gg 1$) maka suku konstanta 2 dapat diabaikan karena terlalu kecil, sehingga:

$$\frac{\rho_\infty}{\rho_s} = \frac{(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)} = \epsilon$$

oleh karena itu:

$$\Delta = \sigma R_o \epsilon \quad M_\infty \gg 1 \quad (4.26)$$

dengan mensubstitusikan persamaan 4.24 ke dalam persamaan 4.26 diperoleh:

$$\begin{aligned} \Delta &= \sigma \epsilon \frac{r_o + \sqrt{r_o^2 + 8Hr_o}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \sigma \epsilon (r_o + \sqrt{r_o^2 + 8Hr_o}) \quad M_\infty \gg 1 \quad (4.27) \end{aligned}$$

dapat diamati melalui persamaan 4.27 bahwa untuk mengetahui jarak *standoff*, maka perlu mengetahui rasio H (skala ketinggian ionosfer) ke r_o (jarak antara *ionopause* dan pusat Mars).

4.5 Formula Lokasi *Nose Bow Shock* Mars

Berdasarkan skema pada gambar 2.5, lokasi *nose Bow shock* dapat ditentukan melalui hubungan:

$$r_s = r_o + \Delta \quad (4.28)$$

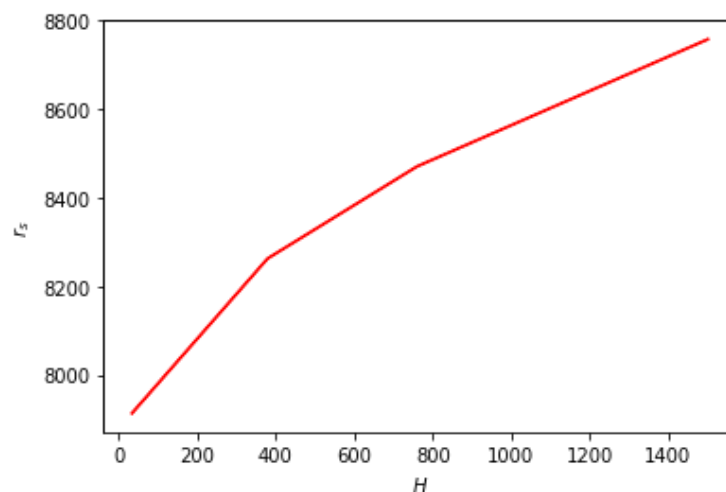
dengan mensubstitusikan persamaan 4.27 ke dalam persamaan 4.28, maka didapatkan:

$$r_s = r_o + \frac{1}{2} \sigma \epsilon (r_o + \sqrt{r_o^2 + 8Hr_o}) \quad M_\infty \gg 1 \quad (4.29)$$

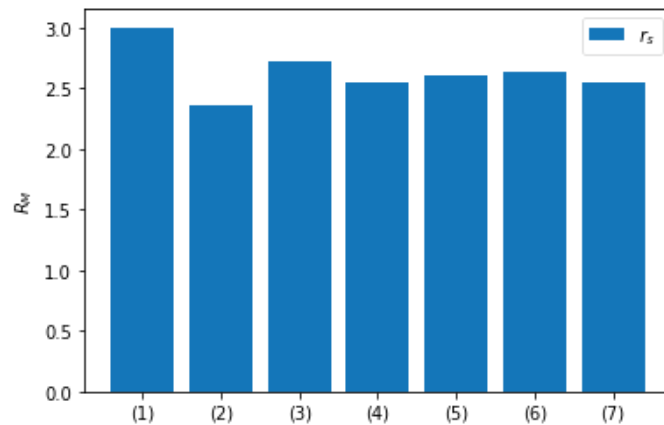
Persamaan 4.29 menunjukkan bahwa lokasi *Bow shock* Mars bergantung pada besaran r_o yang dikendalikan oleh l_{EUV} dan p_{dyn} , di mana l_{EUV} merupakan faktor pengontrol besaran $p_{M,i}$ dan H (Farris dan Russell, 1994). Ketergantungan

r_s terhadap r_o merupakan hubungan proporsional yang menunjukkan bahwa jika ionosfer dua kali lebih besar, maka lokasi *nose Bow shock* akan terletak dua kali jarak dari asalnya. Hal ini intuitif, karena ionosfer yang lebih besar akan membutuhkan *Bow shock* yang lebih besar pula (Farris dan Russell, 1994). Selain itu, melalui persamaan 4.29 dapat diamati pula bahwa semakin pendek H (atau semakin besar tekanan dinamis angin Matahari, ρv_∞^2), maka lokasi *nose Bow shock* akan semakin mendekat ke ionosfer Mars.

Untuk memvisualisasikan persamaan 4.29, maka digunakan data pengamatan dari Narvaez *et al* (2015) berupa perkiraan r_o sebesar 7000 km. Dengan mensubstitusikan data pengamatan tersebut di atas dan nilai H sekitar 100 km (Hanson *et al*, 1997), maka nilai r_s hasil analitik dapat diperoleh. Selanjutnya, nilai r_s hasil analitik dapat dibandingkan dengan r_s hasil pengukuran beberapa misi pesawat ruang angkasa (ditunjukkan dengan diagram batang pada gambar 4.3). Sedangkan hasil visualisasi persamaan 4.29 ditunjukkan pada gambar 4.2 berikut.



Gambar 4.2 Grafik Lokasi *Nose Bow Shock* Mars dengan H Dibuat Sama dengan Hasil Pengamatan Spreiter *et al* (1970) yaitu: 1500, 760, 380, dan 35 km



Gambar 4.3 Lokasi *Bow Shock* Mars Berdasarkan Hasil Pengamatan Beberapa Misi Pesawat Ruang Angkasa

Keterangan penomoran pada gambar 4.3:

Nomor (1) hasil pengamatan yang dilaporkan oleh Spreiter *et al* (1977)

Nomor (2) hasil pengamatan yang dilaporkan oleh Slavin dan Holzer (1981)

Nomor (3) hasil pengamatan yang dilaporkan oleh Schwingenschuh *et al* (1990)

Nomor (4) hasil pengamatan yang dilaporkan oleh Slavin *et al* (1991)

Nomor (5) hasil pengamatan yang dilaporkan oleh Trotignon *et al* (1991a)

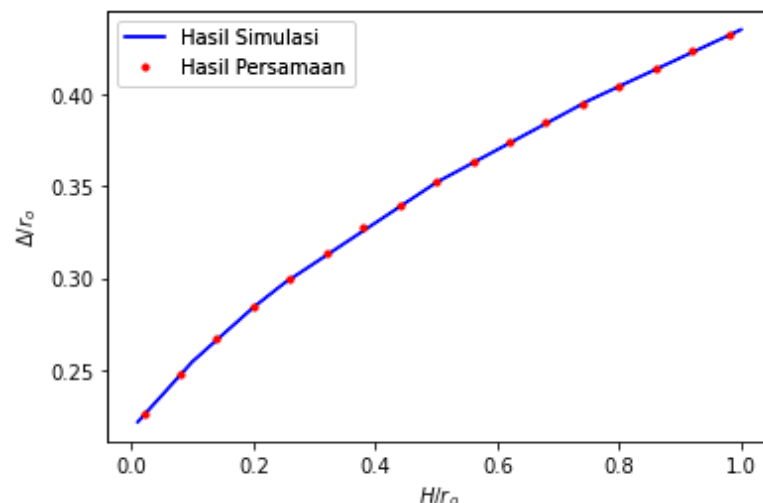
Nomor (6) hasil pengamatan yang dilaporkan oleh Trotignon *et al* (1993)

Nomor (7) hasil perhitungan menggunakan persamaan 4.29

Pada gambar 4.2 di atas, dapat diamati bahwa besaran H yang semakin meningkat, akan menambah jarak (sebagai lokasi) r_s dari pusat Mars. Sedangkan pada gambar 4.3, dapat diketahui bahwa jarak r_s hasil perhitungan analitik (persamaan 4.29) yaitu sekitar $2.54 R_M$ ($R_M =$ Radius Mars) atau 8.6×10^3 km dari pusat Mars. Hasil analitik tersebut berada pada rentang antara $8 \times 10^3 - 10.2 \times 10^3$ km berdasarkan hasil pengamatan yang masing-masing dilaporkan oleh Slavin dan Holzer (1981) dan Spreiter *et al* (1977). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa persamaan 4.29 secara kualitatif sesuai dan konsisten dengan hasil pengamatan beberapa misi pesawat ruang angkasa.

4.6 Perbandingan Jarak *Standoff* Hasil Analitik dengan Simulasi *Gasdynamic Nonlinear*

Untuk mengkonfirmasi kevalidan persamaan 4.27 (hasil analitik) yang telah diperoleh, maka perlu dibandingkan dengan hasil simulasi *gasdynamic nonlinear* yang merujuk pada penelitian Spreiter *et al* (1970). Pada penelitian tersebut, hasil pengukuran diperoleh melalui teknik numerik *gasdynamic nonlinear* dengan memasukkan spesifikasi bilangan Mach *free-stream* ($M_\infty = 8$) dan $\gamma = 5/3$ serta variasi konstanta tak berdimensi (*nondimensionalized*), H/r_o dengan rentang 0.01 hingga 1. Rentang nilai tersebut cukup untuk mencakup semua kemungkinan di Mars (meskipun hasil yang ditampilkan tidak bergantung pada ketinggian *nose ionopause*, tetapi kontur planet telah ditambahkan pada plot untuk mengindikasikan rasio antara radius Mars dengan radius *nose ionopause*). Selanjutnya, dengan menggunakan program Python, hasil dari perbandingan keduanya (persamaan 2.47 dan simulasi *gasdynamic nonlinear*) dapat ditampilkan dalam bentuk kurva dua dimensi berikut:



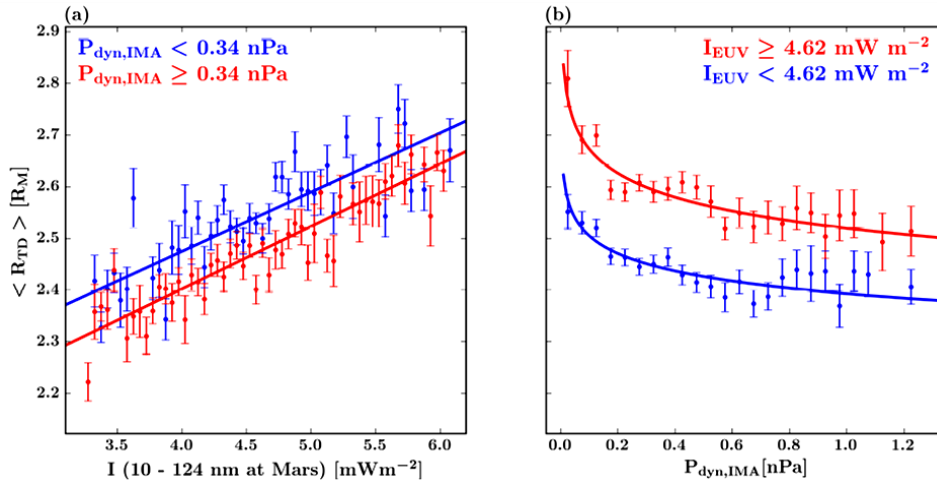
Gambar 4.4 Kurva Perbandingan Jarak *Standoff* Hasil Analitik dan Simulasi *Gasdynamic Nonlinear* dengan $H/r_o = 0.01, 0.2, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$

Hasil plot perbandingan kurva keduanya diketahui memiliki bentuk tren yang sama, yang menunjukkan terjadinya peningkatan jarak *standoff* (Δ) seiring dengan meningkatnya skala ketinggian ionosfer Mars (H). Dengan demikian, persamaan 4.27 yang diperoleh melalui pendekatan analitik telah dikonfirmasi sesuai dengan hasil simulasi *gasdynamic nonlinear*. Sehingga, kurva pada gambar 4.4 dapat merepresentasikan lokasi terbentuknya *Bow shock* pada planet Mars.

4.7 Perbandingan Hasil Analitik dengan Pengukuran Pesawat Ruang Angkasa ASPERA-3

Persamaan 4.29 yang telah diperoleh melalui pendekatan analitik menunjukkan bahwa lokasi *nose Bow shock* dipengaruhi oleh parameter surya yang dikontrol oleh tekanan dinamika angin Matahari (p_{dyn}), tekanan puncak ionosfer ($p_{M,i}$) serta skala ketinggian ionosfer ($H = k_B T/mg$). Selanjutnya, untuk mengkonfirmasi kevalidan persamaan hasil analitik tersebut, maka perlu dibandingkan dengan hasil konstanta C pengukuran pesawat ruang angkasa (*spacecraft*) ASPERA-3 yang merujuk dari hasil penelitian Hall *et al* (2016).

Pengukuran pesawat ruang angkasa ASPERA-3 yang dilakukan sejak Januari 2004–Mei 2015 (periode 5 tahun Mars) berhasil mendeteksi 11861 perlintasan *Bow shock* Mars. Sejumlah variasi data perlintasan tersebut direpresentasikan dalam bentuk grafik (gambar 4.5) dengan titik pencar menunjukkan $\langle R_{TD} \rangle$ (yang dalam skripsi ini ditulis dengan simbol r_s) dan kesalahan standar pada rata-rata setiap l_{EUV} dan p_{dyn} . Panel a pada gambar 4.5 menunjukkan hubungan l_{EUV} dan r_s (R_{TD}), sedangkan panel b menunjukkan hubungan p_{dyn} dan r_s .



Gambar 4.5 Pengaruh Parameter Surya Terhadap r_s . (a) Pengaruh l_{EUV} yang Diukur Menggunakan p_{dyn} Rendah (Biru) dan Tinggi (Merah) Terhadap r_s . (b) Pengaruh p_{dyn} yang Diukur Menggunakan l_{EUV} Rendah (Biru) dan Tinggi (Merah) Terhadap r_s . Kurva Pada Kedua Panel Menunjukkan Model yang Sesuai dengan Data, dengan Bentuk Fungsional dan Parameter Bebas yang Diberikan Pada Tabel A2 (lampiran C) (Hall *et al*, 2016).

Berdasarkan gambar 4.5 panel a, diketahui bahwa data hasil pengukuran hubungan l_{EUV} dan r_s memenuhi bentuk persamaan linear (Hall *et al*, 2016):

$$r_s = al_{EUV} + b \quad (4.30)$$

dimana a dan b merupakan parameter bebas (konstanta) dengan nilai kesalahan (parameter error) 1σ yang hasilnya disajikan pada tabel A2 (lampiran C). Bentuk formula pada persamaan 4.30 di atas sesuai untuk menggambarkan data hasil pengukuran ASPERA-3, sehingga dapat ditulis ulang menjadi (Hall *et al*, 2016):

$$r_s \propto 0.11 l_{EUV} \quad (4.31)$$

secara umum, kedua tingkat tekanan pada gambar 4.5a (tingkat tekanan p_{dyn} lemah $< 0.34 \text{ nPa}$ bertanda biru dan tingkat p_{dyn} tinggi $\geq 0.34 \text{ nPa}$ bertanda merah) dapat dijelaskan dengan baik melalui persamaan linear 4.31. Persamaan tersebut menunjukkan terjadinya peningkatan r_s pada tingkat yang sama (p_{dyn} lemah dan tinggi) seiring dengan meningkatnya EUV Matahari yang terlepas dari tekanan dinamika angin Matahari (Hall *et al*, 2016).

Pada gambar 4.5 panel b terlihat terjadinya penurunan r_s (R_{TD}) seiring meningkatnya p_{dyn} dengan laju penurunan terbesar ketika p_{dyn} sangat kecil (untuk $p_{dyn} \geq 0.2$ nPa, laju penurunannya jauh lebih stabil). Sehingga dapat diketahui bahwa p_{dyn} yang lebih besar cenderung mengurangi jarak r_s secara keseluruhan di semua nilai EUV (tingkat EUV tinggi, ≥ 4.62 mW m⁻² dan tingkat EUV rendah < 4.62 mW m⁻²) yang disajikan. Hubungan antara r_s dan tekanan dinamika angin Matahari, p_{dyn} (gambar 4.5b) memenuhi persamaan (Hall *et al*, 2016):

$$r_s = \alpha p_{dyn}^\beta \quad (4.32)$$

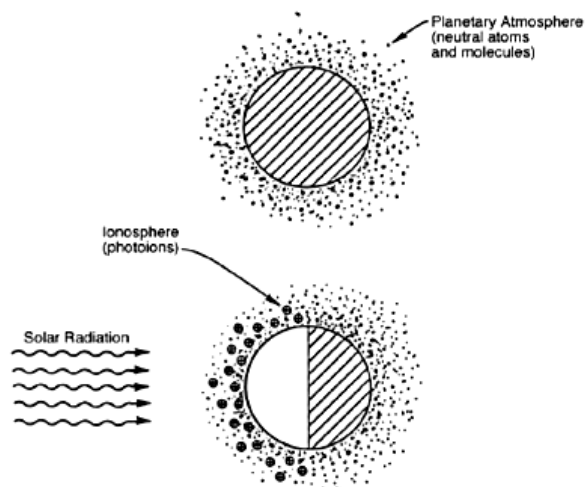
dengan α dan β merupakan parameter bebas yang nilainya diperoleh melalui pola data hasil pengukuran ASPERA-3 yang disajikan pada tabel A2 (lampiran C), sehingga dapat ditulis ulang menjadi:

$$r_s = p_{dyn}^{-0.02} \quad (4.33)$$

bentuk persamaan 4.33 di atas sama seperti fungsi eksponensial yang digunakan oleh Verigin *et al* (1993) untuk merepresentasikan data penyebaran r_s sebagai fungsi tekanan dinamika angin Matahari (pengukuran perlintasan *Bow shock* Mars diidentifikasi menggunakan pesawat ruang angkasa Phobos 2).

Persamaan r_s hasil pengukuran ASPERA-3 (persamaan 4.31 dan 4.33) yang telah diperoleh, selanjutnya dibandingkan dengan persamaan r_s persamaan 4.29. Bila dikaji lebih jauh, ketiga hasil persamaan tersebut menunjukkan makna fisis yang sama yaitu, lokasi terbentuknya *Bow shock* Mars (r_s) berbanding lurus dengan l_{EUV} dan berbanding terbalik dengan p_{dyn} .

Berdasarkan penjelasan di atas, keterkaitan antara r_s dengan l_{EUV} disebabkan karena adanya proses fotoionisasi, yaitu interaksi antara l_{EUV} dengan bagian teratas atmosfer Mars yang menyebabkan terbentuknya lapisan ionosfer (ditunjukkan pada gambar 4.6). Semakin banyak l_{EUV} yang berikatan dengan ion atmosfer Mars, maka akan meningkatkan laju ionisasi yang berdampak pada meningkatnya ketebalan lapisan ionosfer Mars (Luhmann *et al*, 1987). Sehingga jika lapisan ionosfer meningkat, secara otomatis akan menambah jarak *Bow shock* (r_s) dari pusat Mars. Selain itu, lapisan onosfer Mars yang terbentuk juga mempengaruhi tekanan dinamis angin Matahari. Ketika tekanan dinamis angin Matahari bergerak menuju ionofer, maka tekanan sistem (tekanan ionosfer berupa tekanan termal dan magnet) akan mengalihkan dan mengubah seluruh tekanan dinamis menjadi tekanan statis. Akibatnya, terjadi penurunan jarak *Bow shock* dari pusat Mars seiring dengan meningkatnya tekanan dinamis angin Matahari (Farris dan Russell, 1994). Dengan demikian, persamaan 4.29 dapat diinterpretasikan bahwa pengaruh fluks EUV Matahari memiliki peran yang jauh lebih besar daripada tekanan dinamis angin Matahari dalam memodulasi jarak *Bow shock*.



Gambar 4.6 Ilustrasi Proses Pembentukan Ionosfer Mars (Luhmann *et al*, 1987)

Ketergantungan lokasi *Bow shock* Mars terhadap tekanan dinamika angin Matahari menurut hasil pengukuran pesawat ruang angkasa (persamaan 4.33) dapat ditulis ulang:

$$\frac{dr_s}{r_s} = -C \frac{dp_{dyn}}{p_{dyn}} \quad (4.34)$$

dengan (Hall *et al*, 2016):

$$C = 0.02 \quad (4.35)$$

Ekspresi matematika dari C telah diperoleh melalui hasil pengukuran melalui ASPERA-3, selanjutnya persamaan 4.29 akan diturunkan kembali untuk memperoleh ekspresi C dan membandingkannya dengan C hasil pengukuran pesawat ruang angkasa.

Dalam kondisi Mars, skala ketinggian H jauh lebih pendek daripada jarak antara *nose ionopause* Mars dari pusat Mars, sehingga ekspresi akar kuadrat dalam persamaan 4.29 dapat diperluas menggunakan ekspansi deret Taylor. Agar dapat didekati menggunakan bentuk deret Taylor, maka persamaan 4.29 harus diubah menjadi:

$$r_s = r_o + \frac{1}{2} \sigma \epsilon r_o \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8H}{r_o}} \right) \quad (4.36)$$

dengan menggunakan ekspresi deret Taylor untuk fungsi akar kuadrat:

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2 \cdot 1!} - \frac{1 \cdot x^2}{2^2 \cdot 2!} + \frac{3 \cdot x^3}{2^3 \cdot 3!} - \dots$$

suku ketiga dan seterusnya pada ekspresi deret Taylor di atas terlalu kecil, maka dapat diabaikan. Sehingga, suku akar kuadrat pada persamaan 4.36 dapat ditulis ulang dalam bentuk:

$$\sqrt{1 + \frac{8H}{r_o}} = 1 + \frac{\frac{8H}{r_o}}{2 \cdot 1!} - \dots$$

$$\sqrt{1 + \frac{8H}{r_o}} = 1 + 4 \frac{H}{r_o} - \dots \quad (4.37)$$

dengan melakukan substitusi persamaan 4.37 ke dalam persamaan 4.36, maka diperoleh:

$$r_s = r_o + \frac{1}{2} \sigma \epsilon r_o \left(1 + 1 + 4 \frac{H}{r_o} \right)$$

$$= r_o (1 + \sigma \epsilon) + 2 \sigma \epsilon H \quad (4.38)$$

dengan mensubstitusikan persamaan 4.3 ke persamaan 4.38:

$$r_s = \left(r_{M,i} + H \ln \frac{p_{M,i}}{\kappa \rho_\infty v_\infty^2} \right) (1 + \sigma \epsilon) + 2 \sigma \epsilon H$$

$$= (1 + \sigma \epsilon) r_{M,i} + (1 + \sigma \epsilon) H \ln \left(\frac{p_{M,i}}{\kappa \rho_\infty v_\infty^2} \right) + 2 \sigma \epsilon H \quad (4.39)$$

karena besaran H , $p_{M,i}$ dan p_{dyn} bervariasi terhadap r_s , maka jumlah total r_s dapat diturunkan menjadi (lampiran A):

$$dr_s = \left[(1 + \sigma \epsilon) \ln \left(\frac{p_{M,i}}{\kappa p_{dyn}} \right) + 2 \sigma \epsilon \right] dH + (1 + \sigma \epsilon) \frac{H}{p_{M,i}} dp_{M,i} \quad (4.40)$$

$$- (1 + \sigma \epsilon) \frac{H}{p_{dyn}} dp_{dyn}$$

karena hanya ingin meninjau pengaruh p_{dyn} , maka persamaan 4.40 dapat direduksi menjadi:

$$dr_s = -(1 + \sigma \epsilon) H \frac{dp_{dyn}}{p_{dyn}} \quad (4.41)$$

agar C hasil analitik dapat diperoleh, maka sisi kiri dan sisi kanan persamaan 4.41

dikalikan dengan $\frac{1}{r_s}$ agar bentuknya sesuai dengan persamaan 4.34:

$$\frac{dr_s}{r_s} = -C \frac{dp_{dyn}}{p_{dyn}}$$

$$\frac{dr_s}{r_s} = -(1 + \sigma\epsilon) \frac{H}{r_s} \frac{dp_{dyn}}{p_{dyn}}$$

sehingga:

$$C = (1 + \sigma\epsilon) \frac{H}{r_s} \quad (4.42)$$

dengan demikian, dapat diketahui bahwa C mendefinisikan rasio antara H (skala ketinggian ionosfer Mars) dan r_s (jarak antara lokasi *nose Bow shock* ke pusat Mars). Selanjutnya, berdasarkan perhitungan hasil analitik yang telah disebutkan pada subbab 4.5, diperoleh kisaran r_s sebesar 8600 km dari pusat Mars. Dengan besar konstanta $\sigma = 0.87$ yang diperoleh dari hasil empiris (subbab 3.4) dan $\epsilon = 0.25$ (subbab 4.4), maka nilai C pada persamaan 4.42 diperoleh sebesar 0.014. Dengan demikian, telah dikonfirmasi bahwa konstanta C hasil perhitungan analitik mendekati konstanta C hasil pengukuran ASPERA-3 ($C = 0.02$). Konstanta C hasil pengukuran ASPERA-3 diperoleh dari gambar 4.5 panel b yang didekati menggunakan formula eksponensial (persamaan 4.33) untuk merepresentasikan data r_s (titik pencar). Sedangkan konstanta C hasil penurunan teoretis diperoleh dengan mereduksi persamaan 4.29 (mengingat r_s pada persamaan 4.29 diasumsikan simetri terhadap sumbu- x). Oleh karena itu, diduga pendekatan dan asumsi tersebut menyebabkan C hasil teoretis dan hasil pengukuran ASPERA-3 memiliki selisih. Akan tetapi, secara kualitatif dapat disimpulkan bahwa persamaan 4.29 sesuai dan konsisten dengan hasil pengamatan simulasi *gasdynamic nonlinear* dan pengukuran ASPERA-3.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dipaparkan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Persamaan lokasi *Nose Bow Shock* Mars (r_s) diperoleh sebagai berikut:

$$r_s = r_o + \frac{1}{2} \sigma \epsilon (r_o + \sqrt{r_o^2 + 8Hr_o})$$

Hasilnya diketahui bahwa lokasi terbentuknya *Bow shock* Mars (r_s) berbanding lurus dengan l_{EUV} (direpresentasikan oleh besaran $p_{M,i}$) dan berbanding terbalik dengan p_{dyn}

2. Persamaan Lokasi *Nose Bow Shock* Mars (r_s) hasil analitik, secara kualitatif sesuai dan konsisten dengan hasil pengamatan simulasi *gasdynamic nonlinear* dan pengukuran ASPERA-3. Meskipun terdapat selisih antara kontanta C hasil analitik dan pengukuran ASPERA-3.

5.2 Saran

Penelitian terkait lokasi *Bow Shock* dapat dikembangkan dengan meninjau siklus Matahari berupa fase maksimum dan minimum Matahari. Sehingga diharapkan melalui pendekatan analitik dapat digunakan untuk memperoleh hasil prediksi yang lebih mutakhir di masa mendatang.

DAFTAR PUSTAKA

- Syihabuddin, Abul Fadhli. 2009. *Ruhu Al-Ma'ani*. Beirut: Dar Al-Kutub Al-Ilmiah.
- Al-Quran dan Terjemahan. 2004. Departemen Agama RI. Jakarta: J-ART.
- Al-Qurtubi, Imam. 2010. *Al-Jami' Li Ahkamil Qur'an*. Mesir: Dar Al-Hadis.
- Asy-syafi'I, Imam Fakhruddin. 2009. *Al-Kabir Tafsir Ilm Fakhurroji*. Beirut: Dar Al-Kutub Al-Ilmiah.
- Anderson, John David. 2007. *Fundamentals of Aerodynamics*. New York: McGraw-Hill.
- Balogh, André. 2013. *Physics of Collisionless Shocks*. New York: Springer.
- Bayin, Selcuk. 2006. *Mathematical Methods in Science and Engineering*. Canada: John Willey & Sons, Inc.
- Bertin, John J dan M. L. Smith. 1989. *Aerodynamics for Engineers*. London: Prentice-Hall.
- Cravens, Thomas E. 1997. *Physics of Solar System Plasmas*. New York: Cambridge University Press.
- Dubinin, E. M *et al.* 1993. *Cold Ions at the Bow Shock: Phobos Observations*. J. Geophys. Res. 98, 5617.
- Dullemond. 2012. *Hydrodynamics*. Lecture Notes. Universitas Heiderlerg.
- Dunkel, Jorn. 2014. *Equations of Hydrodynamics*. Lecture Notes. Massachusetts Institute of Technology.
- Eghlima, Z dan K. Mansour. 2016. *Effect of Nose Shape On the Shock Standoff Distance at Nearsonic Flows*. J. Termophysics and Aeromechanics. doi: 10.1134/S086986431604003X.
- Farris, M. H dan C. T. Russell. 1994. *Determining the Standoff Distance of the Bow Shock: Mach Number Dependence and Use of Model*. Journal of Geophysical Research, Vol. 99. No. A9.
- Ferriere, Katia M. 2001. *The Interstellar Environment of Our Galaxy*. Rev. Mod. Phys. 51. doi:10.1103/RevModPhys.73.1031.

- Fjeldbo, G dan Eshleman, V. R. 1968. *The Atmosphere of Mars Analyzed by Integral Inversion of the Mariner 4 Occultation Data*. Planetary Space Sci. 16, 1035.
- Halekas, J. S. *et al.* 2015. *The Solar Wind Ion Analyzer for MAVEN*. Space Sci. Rev., 195.125-151. doi: 10.1007/s11214-013-0029-z.
- Hall *et al.*, 2016. *Annual Variations in the Martian Bow Shock Location as Observed by the Mars Express Mission*. American Geophysical Union. doi: 10.1002/2016JA023316.
- Hanson, W. B *et al.* 1997. *The Martian Ionosphere as Observed by the Viking Retarding Potential Analyzers*. J. Geophys. Res. 82, 4351.
- Johannson, Hans. E. 2009. *Handbook On Solar Wind: Effect, Dynamics and Interactions*. New York : Nova Science Publishers.
- Kaushik, Mrinal. 2019. *Theoretical and Experimental Aerodynamics*. India: Springer.
- Kelley, M.C. 2003. *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*. Washington: Academic Press.
- Kliore A. J *et al.* 1972. *Mariner-9 S-band Occultation Experiment: Initial Results on the Atmosphere and Topography of Mars*. Science 175, 313.
- Lees, Lester. 1953. *On the Boundary Layer Equations in Hypersonic Flow and Their Approximate Solutions*. J. Aerospace Sciences. Vol.2. No. 2.
- Landau, Lev Davidovich dan EM Lifshitz. 1987. *Fluid Mechanics*. New York: Pergamon Press.
- Luhmann, J. G *et al.* 1987. *Characteristics of the Marslike Limit of the Venus Solar Wind interaction*, J. Geophys. Res., 92, 8545.
- Luhmann, J. G *et al.* 1990. *Mars: Intrinsic Magnetic Field and Solar Wind Interaction*. Universitas Arizona Press.
- Luhmann, J. G. 1992. *Venus and Mars: Atmospheres, Ionospheres, and Solar Wind Interactions*. Washington DC: American Geophysical Union.
- Ma, Yanbao dan Xiaolin Zhong. 2002. *Receptivity of a Supersonic Boundary Layer Over a Flat Plate. Part I. Wave Structure and Interactions*. J. Fluid Mech. Vol. 488. 31-78. doi: 10.1017/S0022112003004786.
- Mazelle *et al.*, 2004. *Bow Shock and Upstream Phenomena at Mars*. Space Sci. Rev. 115-181. doi:10.1023/B:SPAC.0000032717.98679.d0.

- Nagy *et al.* 2004. *The Plasma Environment of Mars*. Space Sci. Rev. 111: 33-114. doi: 10.1023/B:SPAC.0000032718.47512.92.
- Narvaez *et al.* 2015. *The Equivalent Slab Thickness of Mars' Ionosphere: Implications for Thermospheric Temperature: Mars' Equivalent Slab Thickness*. J. Geophys. Research. doi: 10.1002/2015GL063096.
- O'Brien T.P, J. E Mazur dan M. D Looper. 2018. *Solar Energetic Proton Access to the Magnetosphere During the 10-14 September 2017 Particle Event*. American Geophysical Union. doi: 10.1029/2018SW001960.
- Quth, Sayyid. 2004. *Tafsir Fi Zhilalil Qur'an*. Jakarta: Gema Insani Press.
- Rasool, S. I. dan Stewart, R.W. 1971, *Results and Interpretation of S-band Occultation Experiments Mars and Venus*. J. Atmos. Sci. 28, 869.
- Russell, C. T dan Vaishberg O. 1983. *The Interaction of the Solar Wind with Venus*. Tuscon: Univ. of Ariz. Press.
- Schwingschuh *et al*, 1990. *Martian Bow shock: PHOBOS Observations*. Geophys. Res. Lett. 889-892. doi:10.1029/GL017i006p00889.
- Schwingschuh *et al*, 1992. *The Martian magnetic Field Environment: Induced or Dominated By an Intrinsic Magnetic Field*. Adv. Sp. Res. 213-219. doi:10.1016/0273-1177(92)90333-S.
- Seiff, Alvin. 1962. *Recent Information on Hypersonic Flow Fields*. NASA Special Publication.
- Shihab, Quraish. 2002. *Tafsir Al-Mishbah*. Jakarta: Jakarta Lentera Hati.
- Slavin, James A dan Robert E Holzer. 1981. *Solar Wind Flow About the Terrestrial Planets Modeling Bow shock Position and Shape*. Journal of Geophysical Research: Space Physics, 86(A13):11401-11418.
- Slavin *et al.* 1991. *The Solar Wind Interaction with Mars: Mariner 4, Mars 2, Mars 3, Mars 5 and Phobos 2 Observations of Bow Shock Position and Shape*. J Geophys. Res. 96, 11235-11241.
- Smith *et al*, 1965. *Magnetic Field Measurements Near Mars*. Science Journ. 1241-1242. doi:10.1126/science.149.3689.1241.
- Spreiter, John R *et al.* 1966. *Hydromagnetic Flow Around The Magnetosphere*. Planet. Space Sci. Vol. 14. No. 223-253.
- Spreiter, John R *et al.* 1970. *Solar Wind Flow Past Nonmagnetic Planet Venus and Mars*. Planetary and Space Science, 18(9):1281[1299].

- Spreiter *et al.* 1977. *On the Relative Locations of the Bow Shocks of the Terrestrial Planets*. Geophys. Res. Lett. 4: 387-390.
- Suripin. 2019. *Mekanika Fluida dan Hidraulika Saluran Terbuka untuk Teknik Sipil*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Tim Tafsir Ilmiah Salman ITB. 2014. *Tafsir Salman Tafsir Ilmiah atas Juz 'Amma*. Bandung: Mizan Pustaka
- Trotignon, J. G *et al.* 1991a. *Location of Martian Bow Shock Measurements by the Plasma Wave System on Phobos 2*. Geophys. Res. Lett. 18:365-368.
- Trotignon, J. G *et al.* 1993. *Location of Martian Bow Shock Measurements by the Plasma Wave System Observation*. Planet. Space. Sci. 41:189-198.
- Trotignon, J. G *et al.* 2006. *Martian Shock and Magnetic Pile-up Boundary Positions and Shapes Determined From the Phobos 2 and Mars Global Surveyor Data Sets*. Planetary and Space Science, 54(4):357-369.
- Verigin, M *et al.* 2003. *Planetary Bow shocks: Gasdynamic Analytic Approach*. Journal of Geophysical Research: Space Physics, 108(A8).
- Vernet, N. Meyer. 2007. *Basics of Solar Wind*. New York : Cambridge University Press.
- Vignes, D *et al.* 2000. *Factors Controlling the Location of The Bow shock at Mars*. Geophysical research letters, 29(9):42.
- Vogt, Marissa F *et al.* 2015. *Ionopause-like Density Gradients in the Martian Ionosphere: A First Look with Maven*. Geophysical Research Letters, 42(21):8885 -8893.
- Yeh, I Lin *et al.* 2020. *Theoretical Investigation of the Bow shock Location for the Solar Wind Interacting with the Unmagnetized Planet*. Space Physics Research. ArXiv:2001.01648v1 [physics.space-ph].
- Zhang, Congyao *et al.* 2018. *Standoff Distance of Bow Shocks in Galaxy Clusters as Proxy for Mach Number*. astro-ph. GA. doi: 10. 1093/mnras/sty2501.
- Zel'Dovich, Ya. B dan Yu. P Raizer. 1966. *Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamic Phenomena*. Courier Corporation.

LAMPIRAN A
PEMBUKTIAN PERSAMAAN

0.1 Persamaan 3.18

Berdasarkan persamaan 3.9:

$$c_p T_1 + \frac{u_1^2}{2} = c_p T_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (3.9)$$

dengan $c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$,

$$\frac{\gamma R T_1}{\gamma - 1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{\gamma R T_2}{\gamma - 1} + \frac{u_2^2}{2} \quad (1)$$

didefinisikan bahwa $a^2 = \gamma R T$,

$$\frac{a_1^2}{\gamma - 1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{a_2^2}{\gamma - 1} + \frac{u_2^2}{2} \quad (2)$$

ditinjau titik kedua menjadi titik stagnasi, a_0 , maka $u_2 = 0$,

$$\frac{a_1^2}{\gamma - 1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{a_0^2}{\gamma - 1} \quad (3)$$

jika terdapat dua titik di sepanjang garis (*streamline*), maka:

$$\frac{a_1^2}{\gamma - 1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{a_2^2}{\gamma - 1} + \frac{u_2^2}{2} = \frac{a_0^2}{\gamma - 1} = \text{konstan} \quad (4)$$

titik kedua pada persamaan 4 merepresentasikan aliran sonik, sehingga $u = a^*$:

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2} &= \frac{a^{*2}}{\gamma - 1} + \frac{a^{*2}}{2} \\ \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2} &= \frac{a^{*2}(2 + \gamma - 1)}{2(\gamma - 1)} \\ \frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2} &= \frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2} \end{aligned} \quad (5)$$

untuk kasus aliran supersonik, diperkenalkan bilangan Mach karakteristik:

$$M^* = \frac{u}{a^*} \quad (6)$$

mengalikan persamaan 5 dengan $\frac{1}{u^2}$:

$$\frac{a^2}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{u^2} \right) + \frac{u^2}{2} \left(\frac{1}{u^2} \right) = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} a^{*2} \left(\frac{1}{u^2} \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{u^2} \left(\frac{1}{\gamma - 1} \right) + \frac{1}{2} &= \left(\frac{a^*}{u} \right)^2 \left(\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \right) \\ \left(\frac{1}{M} \right)^2 \left(\frac{1}{\gamma - 1} \right) &= \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \left(\frac{1}{M^*} \right)^2 - \frac{1}{2} \\ M^2 \left(\left(\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} \right) \left(\frac{1}{M^*} \right)^2 - \frac{1}{2} \right) &= \frac{1}{\gamma - 1} \\ M^2 &= \frac{2}{\left(\frac{\gamma + 1}{M^{*2}} \right) - (\gamma - 1)} \end{aligned} \quad (7)$$

jika sebaliknya:

$$\begin{aligned} M^2 &= \frac{2}{\left(\frac{\gamma + 1}{M^{*2}} \right) - (\gamma - 1)} \\ \frac{1}{M^{*2}} &= \frac{2}{M^2(\gamma + 1)} + \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \\ \frac{1}{M^{*2}} &= \frac{2 + M^2(\gamma - 1)}{M^2(\gamma + 1)} \\ M^{*2} &= \frac{M^2(\gamma + 1)}{2 + M^2(\gamma - 1)} \end{aligned} \quad (8)$$

0.2 Persamaan 3.13

Didasarkan pada persamaan gas ideal dan entalpi yaitu:

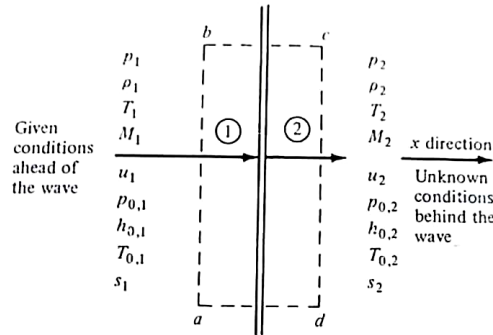
$$p_2 = \rho_2 R T_2 \quad (9)$$

$$h_2 = c_p T_2 \quad (10)$$

keterangan untuk gambar 1:

indeks 1: kondisi di wilayah 1 (wilayah menjelang terjadinya *shock*).

indeks 2: kondisi di wilayah 2 (setelah *shock*).



Gambar 1 Sketsa gelombang normal

dengan menghubungkan persamaan momentum dan persamaan kontinuitas maka:

$$(p_1 + \rho_1 u_1^2) \times \frac{1}{\rho_1 u_1} = (p_2 + \rho_2 u_2^2) \times \frac{1}{\rho_2 u_2}$$

$$\frac{p_1}{\rho_1 u_1} + u_1 = \frac{p_2}{\rho_2 u_2} + u_2$$

$$\frac{p_1}{\rho_1 u_1} - \frac{p_2}{\rho_2 u_2} = u_2 - u_1 \quad (11)$$

karena $a^2 = \gamma RT = \frac{\gamma p}{\rho}$, diperoleh:

$$\frac{a_1^2}{\gamma u_1} - \frac{a_2^2}{\gamma u_2} = u_2 - u_1 \quad (12)$$

selanjutnya, menerapkan persamaan 5 untuk wilayah 1:

$$\frac{a_1^2}{\gamma - 1} + \frac{u_1^2}{2} = \frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)} a^{*2}$$

$$a_1^2 = \frac{(\gamma + 1)}{2} a^{*2} - \frac{\gamma - 1}{2} u_1^2 \quad (5a)$$

dan untuk wilayah 2:

$$a_2^2 = \frac{(\gamma + 1)}{2} a^{*2} - \frac{\gamma - 1}{2} u_2^2 \quad (5b)$$

substitusi persamaan 5a dan 5b ke persamaan 12:

$$\frac{\frac{(\gamma + 1)}{2} a^{*2} - \frac{\gamma - 1}{2} u_1^2}{\gamma u_1} - \frac{\frac{(\gamma + 1)}{2} a^{*2} - \frac{\gamma - 1}{2} u_2^2}{\gamma u_2} = u_2 - u_1$$

$$\frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{a^{*2}}{\gamma u_1} - \frac{\gamma - 1}{2\gamma} u_1 - \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{a^{*2}}{\gamma u_2} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} u_2 = u_2 - u_1$$

$$\frac{(\gamma + 1)}{2\gamma u_1 u_2} (u_2 - u_1) a^{*2} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} (u_2 - u_1) = (u_2 - u_1) \quad (13)$$

persamaan 13 dibagi dengan $u_2 - u_1$, diperoleh:

$$\frac{(\gamma + 1)}{2\gamma u_1 u_2} a^{*2} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} = 1 \quad (14)$$

a^* diperoleh:

$$a^{*2} = \frac{2\gamma u_1 u_2}{(\gamma + 1)} \left(1 - \frac{\gamma - 1}{2\gamma}\right)$$

$$a^{*2} = u_1 u_2 \quad (15)$$

persamaan 15 merupakan hubungan Prandtl (*Prandtl relation*). Selanjutnya:

$$1 = \frac{u_1}{a^*} \frac{u_2}{a^*}$$

$$1 = M_1^* M_2^*$$

$$M_2^* = \frac{1}{M_1^*} \quad (16)$$

substitusi persamaan 8 ke persamaan 16:

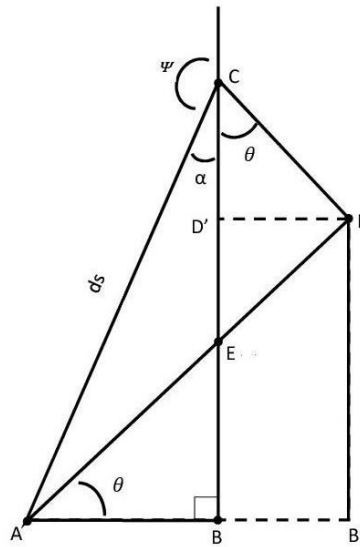
$$\frac{M_2^2 (\gamma + 1)}{2 + M_2^2 (\gamma - 1)} = \left[\frac{M_1^2 (\gamma + 1)}{2 + M_1^2 (\gamma - 1)} \right]^{-1} \quad (17)$$

maka M_2^2 :

$$M_2^2 = \left[\frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{2}} \right] \quad (18)$$

LAMPIRAN B
PEMBUKTIAN PERSAMAAN 4.10

Dengan mengambil gambar bagian dari gambar 4.1, maka bagian yang ditinjau dalam kasus sudut ψ dapat digambarkan ulang:



Gambar sketsa kasus sudut ψ

keterangan:

$$AD = r d\theta$$

$$CD = dr$$

$$AC = ds$$

$$dy = CD' + DB'$$

$$dy = CD \sin \theta + AD \cos \theta$$

$$dy = dr \sin \theta + r d\theta \cos \theta \quad (1)$$

sedangkan,

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2$$

$$ds^2 = (rd\theta)^2 + dr^2 \quad (2)$$

substitusi persamaan 1 dan 2, didapatkan:

$$\cos^2 \psi = \frac{(dy)^2}{(ds)^2}$$

$$\cos^2 \psi = \frac{(r d\theta \cos \theta + dr \sin \theta)^2}{dr^2 + (rd\theta)^2} \quad (3)$$

mengalikan hubungan kosinus di atas (persamaan 3) dengan $\frac{1}{(rd\theta)^2}$ untuk suku pembilang dan penyebutnya, maka:

$$\cos^2 \psi \times \frac{\left(\frac{1}{rd\theta}\right)^2}{\left(\frac{1}{rd\theta}\right)^2} = \frac{(r d\theta \cos \theta + dr \sin \theta)^2}{dr^2 + (rd\theta)^2} \times \frac{\left(\frac{1}{rd\theta}\right)^2}{\left(\frac{1}{rd\theta}\right)^2}$$
$$\cos^2 \psi = \frac{(\cos \theta + \frac{dr}{rd\theta} \sin \theta)^2}{\left(\frac{dr}{rd\theta}\right)^2 + 1}$$

LAMPIRAN C
DAFTAR TABEL

Tabel A1. Ekspresi yang Digunakan dalam Paper *Space Science* untuk Bentuk *Magnetopause*, Jari-jari Kelengkungan *Nose* dan besaran *Bluntness*

Reference	Nose Part Equation	Interrelation With Equation (1)
<i>Holzer and Slavin</i> [1978]	$r = l/(1 + \epsilon \cos \theta)$	$r_0 = l/(1 + \epsilon), R_0 = l, b_0 = \epsilon^2 - 1$
<i>Roelof and Sibeck</i> [1993]	$y^2 + ax^2 + bx + c = 0$	$ar_0^2 + br_0 + c = 0, R_0 = ar_0 + b/2, b_0 = -a$
<i>Petrinec and Russell</i> [1996]	$r = r_0(1 + \epsilon)/(1 + \epsilon \cos \theta)$	$R_0 = r_0(1 + \epsilon), b_0 = \epsilon^2 - 1$
<i>Kawano et al.</i> [1999], Parametric, θ – Parameter	$x = (r_0 - x_0)(1 + \epsilon) \cos \theta / (1 + \epsilon \cos \theta) + x_0$ $y = (r_0 - x_0)(1 + \epsilon) \sin \theta / (1 + \epsilon \cos \theta)$	$R_0 = (r_0 - x_0)(1 + \epsilon), b_0 = \epsilon^2 - 1$
<i>Kuznetsov and Yushkov</i> [2000]	$x = r_0 - gy^2$	$R_0 = 1/(2g), b_0 = 0$
<i>Shue et al.</i> [2000]	$r = r_0(2/(1 + \cos \theta))^\alpha$	$R_0 = 2r_0/(2 - \alpha), b_0 = (6\alpha - 8)(\alpha = 1)/(\alpha - 2)^3$
<i>Spreiter et al.</i> [1966]	equation (A1), $p_0=0$, $p(r) = p(r_0) \cdot (r_0/r)^6$	$R_0 = r_0(3 + \sqrt{21})/6$, $b_0 = -(19 + \sqrt{21})/30$
<i>Spreiter et al.</i> [1970]	equation (A1), $p_0=0$, $p(r) = p(r_0) \exp((r_0 - r)/H)$	$R_0 = r_0(1 + \sqrt{1 + 8H/r_0})/2$, $b_0 = -1 + 2(1 + 2H/r_0)/(8 + R_0/H)$
<i>Verigin et al.</i> [1997]	Equation (A1), $p_0 \neq 0$, $p(r) = p(r_0) \cdot [(1 - \xi)(r_0/r)^6 + \xi \cdot \exp(r_0 - r)/H]$	$R_0 = \frac{r_0}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{8(1 - p_0/p(r_0))}{6(1 - \xi) + (\xi r_0/H)}} \right)$, $b_0 = -1 + \frac{2(1 - p_0/p(r_0))}{6(1 - \xi)H/r_0 + \xi} \left(\frac{42(1 - \xi)H^2/r_0^2 + \xi}{6(1 - \xi)H/r_0 + \xi} + \frac{H}{r_0} \right) - 1$ $4 + \frac{6(1 - \xi)H/r_0 + \xi}{2(1 - p_0/p(r_0))} \cdot \frac{R_0}{H}$

Tabel A2. Iradiansi EUV dan Tekanan Dinamika^a.

EUV: $R_{TD} = aI_{EUV} + b$		
P_{dyn} Range	$a[R_M mW^{-1} m^2] \pm 1\sigma[\% \text{ 1d. p.}]$	$b[R_M] \pm 1\sigma[\% \text{ 1d. p.}]r^2$
Low: $0 < P_{dyn,IMA} [nPa] < 0.34$	$0.11 \pm 10.5\%$	$2.02 \pm 2.7\%$ 0.69
High: $P_{dyn,IMA} [nPa] \geq 0.34$	$0.12 \pm 6\%$	$1.92 \pm 1.7\%$ 0.84
Solar Wind Dynamic Pressure: $R_{TD} = aP_{dyn,IMA}^\beta$		
I_{EUV} Range	$a[R_M nPa^{-1}] \pm 1\sigma[\% \text{ 1d. p.}]$	$\beta \pm 1\sigma[\% \text{ 1d. p.}]r^2$
Low: $0 < I_{EUV} [mW m^{-2}] < 4.62$	$2.39 \pm 0.3\%$	$-0.02 \pm 11.3\%$ 0.69
High: $I_{EUV} [mW m^{-2}] \geq 4.62$	$2.52 \pm 0.4\%$	$-0.03 \pm 11.7\%$ 0.88

a. r^2 adalah koefisien determinasi yang dihitung untuk setiap fit. Kecuali jika dinyatakan lain, semua parameter fit diberikan ke 2 decimal place (d.p.)

LAMPIRAN D

SKRIP PLOT GRAFIK MENGGUNAKAN PROGRAM PYTHON

0.1 Skrip Grafik pada Gambar 4.2

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math

M = [35, 300, 700, 1500]
d = 0.87
e = 0.25
r = 7000
N = [r+0.5*d*e*(r+math.sqrt(r^2+8*m*r)) for m in M]

plt.plot(M,N, '-r')
plt.xlabel(r'$M$')
plt.ylabel(r'$r_s$')
plt.show()
```

0.2 Skrip Grafik pada Gambar 4.3

```
File Edit View Insert Runtime Tools Help All changes saved
+ Code + Text
RAM
Disk
Editing

import matplotlib.pyplot as plt

x = ["(1)", "(2)", "(3)", "(4)", "(5)", "(6)", "(7)"]
y = [3, 2.36, 2.72, 2.54, 2.6, 2.63, 2.541083]
x_pos = range(len(x))

plt.bar(x_pos,y)
plt.xticks(x_pos, x, rotation=360)

labels = ["$r_s$"]
plt.legend(labels)

plt.show()
```

0.3 Skrip Grafik pada Gambar 4.4

```
import matplotlib.pyplot as plt
import math

M = [0.01, 0.1, 0.2, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0]
d = 0.87
e = 0.25
N = [0.5*d*e*(1+math.sqrt(1+8*m)) for m in M]

T = [0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.12, 0.14]
S = [0.5*d*e*(1+math.sqrt(1+8*t)) for t in T]

plt.plot(M,N, '-b', T, S, '.r')
plt.xlabel(r'$H/r_0$')
plt.ylabel(r'$\Delta/r_0$')
labels = ["Hasil Simulasi", "Hasil Persamaan"]
plt.legend(labels)

plt.show()
```



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
JURUSAN FISIKA

Gedung B J. Habibie Lt. 2 Fak. Saintek Jl. Gajayana No. 50 Malang 65144 Telp. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : DEWI MUNFACHIROH
NIM : 16640056
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Fisika
Judul Skripsi : Studi Lokasi *Bow Shock* Akibat Interaksi Angin Matahari dengan Planet Mars
Pembimbing I : Drs. Abdul Basid, M.Si
Pembimbing II : Arista Romadani, M.Sc

No.	Hari/Tanggal	HAL	Tanda Tangan
1	Selasa/25 Februari 2020	Konsultasi Judul	/
2	Kamis/12 Maret 2020	Konsultasi BAB I	/
3	Senin/30 Maret 2020	Konsultasi Revisi BAB I	/
4	Rabu/08 April 2020	Konsultasi BAB II	/
5	Rabu/13 Mei 2020	Konsultasi BAB III	/
6	Senin/15 Juni 2020	ACC Proposal Penelitian Skripsi	/
7	Jumat/10 Juli 2020	Konsultasi Integrasi	/
8	Selasa/21 Juli 2020	Konsultasi BAB IV	/
9	Selasa/06 Oktober 2020	Konsultasi Revisi BAB IV	/
10	Senin/26 Oktober 2020	Konsultasi Kajian Agama	/
11	Kamis/11 Maret 2021	Konsultasi Penulisan dan Abstrak	/
12	Jumat/23 April 2021	Konsultasi BAB I-BAB IV dan ACC	/

Malang, 21 Mei 2021
Saya yang bertanda tangan di bawah ini,
Drs. Abdul Basid, M.Si
19650504 199003 1 003