ESTIMASI PARAMETER MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

OLEH
ARBANIA KABES
NIM. 14610099

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

ESTIMASI PARAMETER MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Arbania Kabes
NIM. 14610099

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

ESTIMASI PARAMETER MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

Oleh
Arbania Kabes
NIM. 14610099

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 29 Mei 2021

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Sri Harini, M.Si	Mohammad Nafie Jauhari, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002	NIDT. 1987021820 1608011056

Mengetahui,

Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

ESTIMASI PARAMETER MODEL RANCANGAN ACAK KELOMPOK PADA DATA YANG MENGANDUNG *OUTLIER* DENGAN METODE *ROBUST* M

SKRIPSI

Oleh

Arbania Kabes
NIM. 14610099

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat) Tanggal 29 Mei 2021

Penguji Utama	: Abdul Aziz, M.Si	....
Ketua Penguji	: Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Anggota Penguji	: Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Arbania Kabes

NIM : 14610099

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok Pada Data Yang Mengandung *Outlier* Dengan Metode *Robust* M

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 29 Mei 2021
Yang membuat pernyataan,

Arbania Kabes
NIM. 14610099

MOTO

“Jangan membenci apa sudah yang menjadi pilihanmu, jalani prosesmu, lewati setiap tantangan yang ada dengan penuh semangat, karena semua akan berakhir dengan baik.”

(Penulis)

PERSEMBAHAN

Alhamdulillah, skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta

Ayahanda Soleman Kabes dan Ibunda Aisa Mokan (Almarhumah)

Kakak-kakak dan adik Tersayang

Salasa Kabes, Juleha Rumasukun, Hatija Rumasukun, Siti Nur Kabes, Salma Kabes dan Rahima Kabes

Seluruh keluarga besar penulis

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah puji syukur kepada Allah SWT, atas berkat limpahan rahmat, taufiq, hidayah, dan inayah-Nya kepada penulis sehingga penyusunan skripsi dengan judul "Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok Pada Data Yang Mengandung *Outlier* Dengan Metode *Robust* M" ini dapat diselesaikan dengan baik.

Shalawat dan salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW, yang telah menuntun kami sebagai umatnya dari jaman yang gelap gulita menuju jalan yang terang benderang yakni agama islam.

Skripsi ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana strata satu (S1) dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bantuan, bimbingan, dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi sekaligus pembimbing I yang telah memberikan do'a, arahan, nasihat dan motivasi kepada penulis dalam menyelesaikan penelitian ini.

3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Muhammad Nafie Jauhari, M.Si selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan dan berbagai ilmunya kepada penulis.
5. Segenap sivitas akademika Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
6. Kedua orang tua tercinta dan keluarga besar yang selalu memberikan doa, dukungan, serta semangat kepada penulis.
7. Sepupu serta sahabat penulis, Annisa Patiran, Maria Nova Sinde, Tias Maulidina Wulandari, dan Agustiningsih Indah Sari, yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis.
8. Seluruh teman-teman seperjuangan Program Studi Matematika angkatan 2014, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai cita-cita.

Terakhir penulis berharap semoga skripsi ini dapat memberikan hal yang bermanfaat dan menambah wawasan bagi pembaca dan khususnya bagi penulis.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 29 Mei 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL

HALAMAN PENGAJUAN

HALAMAN PERSETUJUAN

HALAMAN PENGESAHAN

HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

HALAMAN MOTO

HALAMAN PERSEMBAHAN

KATA PENGANTAR vii

DAFTAR ISI x

DAFTAR TABEL xii

DAFTAR GAMBAR xiii

DAFTAR SIMBOL xiv

DAFTAR LAMPIRAN xv

ABSTRAK xvi

ABSTRACT xvii

ملخص xviii

BAB I PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 3
1.3 Tujuan Penelitian 4
1.4 Manfaat Penelitian 4
1.5 Batasan Masalah 4
1.6 Sistematika Penulisan 4

BAB II KAJIAN PUSTAKA 6

2.1 Rancangan Acak Kelompok 6
2.1.1 Model Linier Aditif 6
2.1.2 Analisis Statistik 8
2.1.3 Penentuan Rumus Operasional Jumlah Kuadrat 10
2.1.4 Analisis Variansi (ANOVA) 17
2.2 *Outlier* dalam Rancangan Percobaan 19
2.2.1 Metode untuk Mengidentifikasi *Outlier* 19
2.3 Pendekatan *Robust* M 22
2.3.1 Ordinary Least Square (OLS) 23
2.3.2 Estimasi M 24

2.4 Kajian Agama Islam Tentang Estimasi 26

BAB III METODE PENELITIAN 28

3.1 Pendekatan Penelitian 28
3.2 Sumber Data 28
3.3 Perlakuan Penelitian 28
3.4 Implementasi Robust pada Data Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang Mengandung *Outlier* 29

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN 30

4.1 Implementasi Estimasi *Robust* M pada Data Rancangan Acak Kelompok yang Mengandung *Outlier* 30
4.1.1 Pengujian Asumsi Data pada Rancangan Acak Kelompok 30
4.1.2 Identifikasi *Outlier* 36
4.1.3 Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok pada Data yang Mengandung *Outlier* 37
4.1.4 Analisis Variansi 37
4.1.5 Hasil Model 44
4.2 Kajian Agama Tentang *Outlier* 44

BAB V PENUTUP 48

5.1 Kesimpulan 48
5.2 Saran 48

DAFTAR PUSTAKA 49

LAMPIRAN 51

RIWAYAT HIDUP 59

DAFTAR TABEL

Gambar 2.1 Bentuk Umum Data RAK 9
Gambar 2.2 Analisis Variansi untuk RAK.. 18
Gambar 4.1 Hasil Analisis Variansi... 39
Gambar 4.2 Nilai Parameter Model dari Hasil Iterasi 42

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1 Uji Normalitas 33
Gambar 4.2 Uji Homogenitas Perlakuan 34
Gambar 4.3 Uji Homogenitas Kelompok 35
Gambar 4.4 Uji Kebebasan Galat 36
Gambar 4.5 Identifikasi *Outlier* 37

DAFTAR SIMBOL

y_{ij}	: nilai hasil observasi pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j
μ	: nilai tengah umum atau nilai tengah populasi
τ_i	: pengaruh aditif perlakuan ke-i
α_j	: pengaruh aditif kelompok ke-j
ε_{ij}	: galat percobaan yang diasumsikan berdistribusi normal
Y	: vektor nilai hasil observasi
β	: matriks parameter model RAK
X	: matriks rancangan model RAK
ε	: vektor galat percobaan
a	: banyaknya pengaruh percobaan
b	: banyaknya pengaruh kelompok
σ	: standar deviasi
ρ	: parameter *outlier* pada model RAK
ψ	: fungsi *influence*
w	: pembobot
W	: matriks diagonal dengan elemen pembobot
m	: banyaknya iterasi IRLS

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1 : Data Percobaan RAK yang Mengandung *Outlier*

Lampiran 2 : Sintaks Program Matlab OLS

Lampiran 3 : Sintaks Program Matlab iterasi ke-1

Lampiran 4 : Sintaks Program Matlab iterasi ke-2

Lampiran 5 : Sintaks Program Matlab iterasi ke-3

Lampiran 6 : Sintaks Program Matlab iterasi ke-4

Lampiran 7 : Sintaks Program Matlab iterasi ke-5

Lampiran 8 : Sintaks Program Matlab iterasi ke-6

ABSTRAK

Kabes, Arbania. 2021. **Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok Pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Muhammad Nafie Jauhari, M.Si.

Kata Kunci: Rancangan percobaan, RAK, *Outlier*, *Robust* M

Rancangan Acak Kelompok (RAK) merupakan suatu rancangan yang unit-unit eksperimennya dikelompokkan ke dalam suatu kelompok-kelompok menurut kriteria tertentu. Proses dalam melakukan analisis data dengan menggunakan model RAK. Terkadang ditemukan adanya *outlier*. *Outlier* ini dapat diidentifikasi secara jelas karena berbeda dengan mayoritas titik sampel lainnya. Namun, adanya *outlier* dapat berdampak terhadap hasil estimasi parameter model yang menyebabkan estimasi parameter menjadi bias dan mengacaukan hasil analisis variansi (ANOVA). Salah satu metode penyelesaian *outlier* adalah metode *Robust* M. Metode *Robust* M dapat digunakan untuk mengatasi pengaruh *outlier* yang diasumsikan dengan parameter ρ pada model RAK yang merupakan penduga bagi parameter model RAK yang *resistant* terhadap *outlier*. Tujuan penelitian ini untuk mendapatkan estimasi parameter model RAK yang mengandung *outlier*. Hasil penelitian ini diimplementasikan pada kasus perlakuan percobaan dengan tujuh perlakuan dan empat kelompok. Implementasi estimasi parameter model tetap Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada data percobaan pupuk lahan pertanian dengan pengelompokkan replika lahan untuk mengetahui tingkat hasil panen kacang hijau yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M, sehingga didapatkan estimator β yang konvergen sampai iterasi ke-6 dengan nilai tengah populasi $(\mu)= 5.2685$, pengaruh aditif dari perlakuan $(\tau_i) = 6.7569$ dengan banyaknya perlakuan adalah tujuh, dan pengaruh aditif dari kelompok $(\alpha_j) = 1.4789$ dengan banyaknya kelompok adalah empat. Namun, dalam perhitungan iterasi terdapat nilai negatif yang berarti bahwa terdapat nilai residual pada iterasi tersebut.

ABSTRACT

Kabes, Arbania. 2021. **Parameter Estimation of Randomized Block Design Model in the Data Contains Outlier Using *Robust* M Method**.

Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Muhammad Nafie Jauhari, M.Si.

Keyword: Experimental design, RBD, *Outlier*, *Robust* M

Randomized Block Design (RBD) is a design in which the experimental units are grouped into groups according to certain criteria. The process of analyzing data using the RAK model. Sometimes outliers are found. These outliers can be identified clearly because they are different from the majority of the other sample points. However, the presence of outliers can have an impact on the estimation results of the model parameters which cause the parameter estimates to be biased and confuse the results of the analysis of variance (ANOVA). One of the outlier settlement methods is the Robust M method. The Robust M method can be used to overcome the effect of the outlier assumed by the parameter ρ in the RAK model containing outliers. The results of this study were implemented in experimental treatment cases with seven treatments and four groups. Implementation of parameter estimation of fixed model in Randomized Design Block (RBD) on experimental data of agricultural land fertilizer by grouping land replicas to determine the level of yield of green beans containing outliers with the Robust M method, in order to obtain an estimator β which converges to the 6th iteration with population mean $(\mu) = 5.2685$, additive effect of treatment $(\tau_i) = 6.7569$ with the number of treatments is seven, and additive effect of group $(\alpha_j) = 1.4789$ with the number of groups is four. However, in the iteration calculation there is a negative value which means that there is a residual value in the iteration.

المستخلص

كابيس ، أربانيا. 2021. تقدير المعلمات لنموذج تصميم القطاعات العشوائية (RBD) على البيانات التي تحتوي على القيم المتطرفة باستخدام أسلوب M. قسم الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، مولانا مالك إبراهيم الدولة الإسلامية جامعة مالانج. المستشار: (I) د. سري هاريني ,(M.Si. (II محمد نافع الجوهري ، م.

الكلمات الرئيسية: تصميم تجريبي ، RBD ، خارجي ، قوي M.

تصميم الكتل العشوائية (RBD) هو تصميم يتم فيه تجميع الوحدات التجريبية في مجموعات وفقًا لمعايير معينة. عملية تحليل البيانات باستخدام نموذج رأس الخيمة. في بعض الأحيان تم العثور على القيم المتطرفة. يمكن تحديد هذه القيم المتطرفة بوضوح لأنها تختلف عن غالبية نقاط العينة الأخرى. ومع ذلك ، يمكن أن يكون لوجود القيم المتطرفة تأثير على نتائج تقدير معلمات النموذج التي تتسبب في تحيز تقديرات المعلمات وتخلط نتائج تحليل التباين (ANOVA). إحدى طرق التسوية الخارجية هي طريقة *Robust* M. يمكن استخدام طريقة *Robust* M للتغلب على تأثير الانحراف الذي يفترضه المتغير في نموذج رأس الخيمة الذي يحتوي على القيم المتطرفة. تم تنفيذ نتائج هذه الدراسة في حالات المعالجة التجريبية بسبع معالجات وأربع مجموعات. تنفيذ تقدير المعلمة للنموذج الثابت في بلوك التصميم العشوائي (RBD) على البيانات التجريبية لأسمدة الأراضي الزراعية من خلال تجميع النسخ المتماثلة للأراضي لتحديد مستوى إنتاجية الفاصوليا الخضراء التي تحتوي على القيم المتطرفة باستخدام طريقة Robust M ، من أجل الحصول على مقدر يتقارب للتكرار السادس مع متوسط السكان(μ)=5.2685 ، التأثير الإضافي للعلاج= 6.7569 (τ_i) مع عدد العلاجات سبعة ، والتأثير الإضافي للمجموعة (α_j) = 1.4789 وعدد المجموعات هو أربعة. ومع ذلك ، في حساب التكرار هناك قيمة سالبة مما يعني أن هناك قيمة متبقية في التكرار.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Menurut Mattjik dan Sumertajaya (2000), sebelum adanya pengambilan keputusan kegiatan statistik perlu dilakukan pengumpulan data. Salah satu cara untuk memperoleh data dengan melakukan perancangan percobaan. Rancangan percobaan terdiri dari berbagai bentuk rancangan diantaranya, yaitu: Rancangan Acak Lengkap (RAL), Rancangan Acak Kelompok (RAK), Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL) dan lain sebagainya.

Rancangan Acak Kelompok merupakan rancangan acak percobaan dimana satuan-satuan percobaan dikelompokkan ke dalam kelompok-kelompok, dan masing-masing kelompok berisi semua perlakuan-perlakuan. Penggunaan RAK mengakibatkan keragaman satuan percobaan dalam kelompok menjadi kecil sedangkan keragaman antar kelompok menjadi besar (Gaspersz, 1991). Hal penting yang perlu diperhatikan pada data yang diperoleh dari suatu percobaan yaitu adanya *outlier* dalam data. *Outlier* merupakan data yang menyimpang terlalu jauh dari data yang lainnya dalam suatu rangkaian data. Adanya *outlier* ini akan membuat analisis terhadap serangkaian data menjadi bias, atau tidak mencerminkan fenomena yang sebenarnya sehingga memungkinkan berpengaruh terhadap pengambilan keputusan. Istilah *outlier* juga sering dikaitkan dengan nilai ekstrim, baik ekstrim besar maupun ekstrim kecil. Dampak dari adanya *outlier* ini akan mengakibatkan suatu estimasi parameter tidak konsisten. Suatu data menjadi *outlier* apabila terjadi kesalahan dalam pengamatan atau tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit percobaan. Hal ini dalam rancangan percobaan dikenal dengan istilah data hilang. Sehingga, data hilang juga dapat disebut *outlier* (Yutnosumarto, 1991). *Standart error* suatu parameter akan lebih besar apabila menggunakan *Metode Ordinary Least Square* (OLS). Pada penggunaan OLS ini, apabila terdapat data yang mengandung *outlier* tidak langsung dibuang, tetapi melihat penting tidaknya data tersebut. Terkadang untuk mengatasi hal ini, seorang peneliti melakukan transformasi pada data dengan maksud agar asumsi dapat terpenuhi. Namun, seringkali transformasi yang dilakukan terhadap data tidak dapat memperkecil nilai *leverage outlier* yang akibatnya membiaskan parameter. Penelitian yang dilakukan oleh Siswanto (2014) dan Fabiola (2016) mengkaji permasalahan data *outlier* pada rancangan percobaan dengan mengganti nilai dari data *outlier* dengan nilai dugaan yang diperoleh dari parameter yang telah *robust* atau *rasistant* terhadap *outlier*.

Pada berbagai penelitian, terdapat beberapa metode untuk melakukan estimasi parameter yang sesuai untuk data yang mengandung *outlier* salah satunya menggunakan metode regresi *robust*. Regresi *robust* diperkenalkan oleh Andrews (1972). Regresi *robust* merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari *error* tidak normal dan atau adanya beberapa *outlier* yang berpengaruh pada model (Olive, 2005). Metode ini merupakan alat penting untuk menganalisis data yang dipengaruhi *outlier* sehingga dihasilkan model yang *Robust* atau *resistant* terhadap *outlier*. Regresi *robust* memiliki beberapa metode estimasi, diantaranya adalah *Median* (M-Estimasi), *Least Median of Squares* (LMS), *Least Trimmed Squares* (LTS), *Scale* (S-Estimasi) dan Metode Momen (MM-Estimasi). Kelima metode regresi robust tersebut mempunyai kelebihan dan kelemahan masing-masing. Estimasi-M mempunyai efisiensi yang tinggi, tetapi nilai breakdown pointnya nol. LMS, LTS, dan Estimasi-S mempunyai *breakdown point* yang tinggi (BDP = 0,5) akan tetapi efisiensinya sangat rendah. Estimasi-MM mempunyai efisiensi tinggi dan *breakdown point* yang tinggi pula (Ardiyanti, 2011). Menurut Rakhmasanti (2013), *outlier* yang dihapus begitu saja bukanlah sebuah pilihan yang tepat karena terdapat kemungkinan bahwa *outlier* memiliki informasi yang penting. Estimasi parameter tidak bias namun tetap mempertahankan data yang mengandung *outlier* dalam menganalisis data, maka dapat digunakan salah satu dari metode *robust estimator*, yaitu metode *GM-estimator*.

Terkait dengan estimasi atau pendugaan, Allah SWT berfirman dalam surat Al-Jatsiyah ayat 24 yang artinya:

"Dan berkata, "Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita akan mati dan kita hidup dan tidak ada yang membinasakan kita selain masa", dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja." (QS. Al-Jatsiyah / 45 : 24).

Berdasarkan latar belakang maka penulis menyusunnya dalam sebuah penelitian yang berjudul "Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah pada penelitian ini yaitu: bagaimana hasil estimasi parameter model RAK pada data hasil panen kacang hijau (*vigna radiata L*) yang mengandung *outlier* dengan metode estimasi *Robust* M?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka tujuan dari penelitian ini sebagai berikut: mengetahui hasil estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M.

1.4 Batasan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang diatas, maka pembatasan pada penelitian ini difokuskan pada model Rancangan Acak Kelompok (RAK) dan Metode *Robust* M yang bertujuan untuk mengestimasi parameter model RAK ketika data teridentifikasi *outlier*. Batasan masalah pada penelitian ini yaitu: Iterasi dihentikan ketika didapatkan hasil yang konvergen mendekati nol atau selisih antara iterasi ke-m dan iterasi ke $(m - 1)$ kurang dari 0,001.

1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian yang dapat diambil pada penelitian ini dibedakan berdasarkan beberapa pihak, yaitu: dapat mengetahui hasil estimasi parameter model RAK pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M.

1.6 Sistematika Penulisan

Pada penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari dua bab yang mana masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut.

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan mengenai metode *Robust* M, teori rancangan percobaan, dan percobaan RAK, *outlier*, dan kajian al-Quran terkait estimasi.

Bab III Metode Penelitian

Berisi tentang pendekatan penelitian, sumber data, perlakuan penelitian, dan analisis data.

Bab IV Hasil dan Pembahasan

Berisi pembahasan mengenai implementasi estimasi *Robust* M pada data RAK yang mengandung *outlier,* dan kajian agama Islam tentang *outlier.*

Bab V Penutup

Berisi kesimpulan dan saran, yang mana kesimpulan merupakan jawaban langsung dari rumusan masalah yang diajukan, sedangkan saran dibuat untuk penelitian lanjutan bagi pembaca.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Rancangan Acak Kelompok (RAK)

Rancangan acak kelompok (RAK) merupakan rancangan yang diterapkan untuk suatu kondisi tidak homogen serta ada pengaruh lain yang mempengaruhi amatan selain faktor yang diteliti (Mustakim, 2014). Satuan percobaan Rancangan Acak Kelompok (RAK) dapat dikelompokkan ke dalam kelompok-kelompok tertentu sehingga satuan percobaan dalam kelompok tersebut menjadi relatif homogen. Suatu pengelompokan yang tepat akan meningkatkan perbedaan antara kelompok sementara akan meninggalkan satuan percobaan di dalam kelompok yang lebih homogen (Gaspersz, 1991).

Pada umumnya, rancangan acak kelompok (RAK) digunakan untuk eksperimen-eksperimen yang menghasilkan data heterogen. Pada data heterogen usaha pengelompokan sangat berguna. Sedangkan pada data yang homogen, antara dilakukan pengelompokan maupun tidak dilakukan pengelompokan maka sama saja. Sehingga pada data homogen, pengelompokan dapat dikatakan tidak berguna. Tujuan pengelompokan untuk memperoleh satuan percobaan yang seseragam mungkin dalam setiap kelompok, sehingga beda yang teramati sebagian besar disebabkan oleh perlakuan (Gaspersz, 1991).

2.1.1 Model Linier Aditif

Secara umum, model linier untuk rancangan acak kelompok (RAK) dapat dituliskan dengan ***a*** perlakuan dan ***b*** kelompok menurut Montgomery dan Peck (2006) sebagai berikut:

$y_{ij} = \mu + \tau_i + \alpha_j + \varepsilon_{ij}$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, a$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, b$ (2.1)

keterangan:

y_{ij} : adalah nilai pengamatan pada perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

μ : adalah nilai tengah umum

τ_i : adalah pengaruh aditif dari perlakuan ke-i

α_j : adalah pengaruh aditif kelompok ke-j

ε_{ij} : adalah galat percobaan yang diasumsikan berdistribusi normal

N ~ $(0, \sigma^2)$

a : adalah banyaknya perlakuan

b : adalah banyaknya kelompok

Model RAK pada persamaan (2.1) dapat dipandang sebagai model tetap. Asumsi untuk model tetap RAK yaitu:

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0 \text{ dan } \sum_{j=1}^{b} \alpha_j = 0 \qquad (2.2)$$

Model persamaan (2.1) menggambarkan bahwa nilai-nilai observasi yang dihasilkan dari sebuah rataan umum μ yang mendapat pengaruh perlakuan τ_i dan pengaruh kelompok α_j serta pengaruh sumber variansi yang tidak terkendali ε_{ij}.

2.1.2 Analisis Statistik

Misalkan, suatu eksperimen terdapat a perlakuan. Masing-masing diuji bahwa perlakuan memang mempunyai pengaruh yang nyata terhadap variansi galat. Kemudian, dengan menggunakan kriteria-kriteria tertentu unit-unit eksperimen dikelompokkan kedalam b kelompok. *Lay out* data untuk RAK terlihat dalam Tabel 2.1 sebagai berikut:

Tabel 2.1 *Bentuk Umum RAK*

SK		Perlakuan					Total
		1	2	3	...	a	
Kelompok	1	y_{11}	y_{21}	y_{31}	...	y_{a1}	$y_{.1}$
	2	y_{12}	y_{22}	y_{32}	...	y_{a2}	$y_{.2}$
	3	y_{13}	y_{23}	y_{33}	...	y_{a3}	$y_{.3}$
	...	...	...	...	...	...	...
	b	y_{1b}	y_{2b}	y_{3b}	...	y_{ab}	$y_{.b}$
Total		$y_{1.}$	$y_{2.}$	$y_{3.}$	...	$y_{a.}$	$y_{..}$

Selanjutnya didefinisikan:

y_{ij} : nilai hasil observasi perlakuan ke-i dan kelompok ke-j

$y_{i.}$: total nilai dari unit-unit eksperimen yang mendapat perlakuan ke-i

$y_{.j}$: total nilai dari unit-unit eksperimen yang mendapat kelompok ke-j

$y_{..}$: total nilai dari seluruh unit-unit eksperimen

$\bar{y}_{i.}$: rata-rata perlakuan ke-i

$\bar{y}_{.j}$: rata-rata perlakuan ke-j

$\bar{y}_{..}$: rata-rata total

jumlah pengamatan pada RAK adalah $(a \times b)$ pengamatan (Liani, 2004).

Gasperzs (1991) menyatakan bahwa tujuan RAK yaitu untuk mengetahui adanya pengaruh dari perlakuan dan kelompok. Sehingga hipotesis yang diuji adalah perlakuan berpengaruh nyata terhadap variansi unit-unit eksperimen atau tidak. Hipotesisnya dirumuskan sebagai berikut:

H_0 : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_n = \mu$

H_1 : setidaknya ada sepasang $i \neq j$ sehingga $\mu_i \neq \mu_j$

Hipotesis nol menggambarkan bahwa $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \cdots = \mu_a = \mu$ yang berarti tidak adanya perbedaan rata-rata dari tiap level perlakuan, sehingga dapat disimpulkan bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variansi unit-unit eksperimen. Sebaliknya, jika perlakuan berpengaruh secara signifikan, maka akan menimbulkan variansi unit-unit eksperimen yang terlihat dari perbedaan rata-rata antar level perlakuan. Karena μ_i dirumuskan sebagai berikut:

$$\mu_i = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b} y_{ij} = \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b}(\mu + \tau_i + a_j)$$

$$= \frac{1}{b}\, b\mu + \frac{1}{b} b\tau_i + \frac{1}{b}\sum_{j=1}^{b} a_j\,, karena \sum_{j=1}^{b} a_j = 0$$

$$= \mu + \tau_i$$

dan karena μ merupakan konstanta maka hipotesis di atas juga identik dengan,

H_0 : $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_i = 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, a$

H_1 : setidaknya ada sebuah $i \neq j$ sehingga $\tau_i \neq 0$

dengan demikian, pengujian hipotesis tersebut merupakan rata-rata perlakuan yang sama dengan pengujian hipotesis efek-efek perlakuan yakni sama dengan nol. Keputusan hipotesis tersebut dapat diterima atau tidak, dapat dilihat pada tabel 2.2, yaitu tabel analisis variansi yang dihasilkan.

Pada pengaruh aditif kelompok, hipotesis yang diuji adalah kelompok berpengaruh nyata terhadap variansi unit-unit eksperimen atau tidak. Hipotesisnya dirumuskan sebagai berikut:

H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_j = 0$ untuk setiap $i = 1, 2, \ldots, b$

H_1 : setidaknya ada sebuah $i \neq j$ sehingga $\alpha_j \neq 0$

dengan demikian, pengujian hipotesis tersebut merupakan rata-rata kelompok yang sama dengan pengujian hipotesis efek-efek kelompok yakni sama dengan nol. Keputusan hipotesis tersebut dapat diterima atau tidak, dapat dilihat pada tabel 2.2, yaitu tabel analisis variansi yang dihasilkan.

2.1.3 Penentuan Rumus Operasional Jumlah Kuadrat

Liani (2004) menyatakan bahwa keragaman nilai-nilai observasi sebagai akibat pengaruh perlakuan, kelompok, dan galat dapat dilihat dari besarnya jumlah kuadrat total atau JKT yang dirumuskan sebagai berikut:

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 \qquad (2.3)$$

Sehingga, untuk mengetahui seberapa besar jumlah kuadrat yang diakibatkan oleh perlakuan, kelompok, dan jumlah kuadrat yang tidak terdeteksi sebagai pengaruh dari galat maka JKT diuraikan komponen-komponennya. Berdasarkan persamaan (2.1), maka:

$$\varepsilon_{ij} = y_{ij} - \mu - \tau_i - \alpha_j \qquad (2.4)$$

dan dari hasil estimasi kuadrat terkecil serta asumsi pada persamaan (2.2), maka diperoleh:

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{..}\ ;\ \hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\ ;\ \hat{\alpha}_j = \bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..} \quad (2.5)$$

Sehingga,

$$\varepsilon_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{..} - (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) - (\bar{y}_{.j} - \bar{y})$$

$$= y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..} \quad (2.6)$$

Jika ε_{ij} dan nilai-nilai estimator di atas disubtitusikan ke persamaan (2.1), maka menjadi:

$$y_{ij} = \bar{y}_{..} + (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$(y_{ij} - \bar{y}_{..}) = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) + (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$(y_{ij} - \bar{y}_{..} = (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + (y_{.j} - \bar{y}_{..})^2 + (y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$$

$$+2(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}) + 2(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..}$$

$$+2(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})^2$$

$$+2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$$

$$+2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$+2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$A = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \bar{y}_{.j}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}^{2})$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}\bar{y}_{..} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}^{2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j} - b\bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.} - a\bar{y}_{..}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j} + ab\bar{y}_{..}^{2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} - b\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b} - a\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{i.}}{a} + ab\frac{y_{..}^{2}}{(ab)^{2}}$$

$$= \frac{y_{..}^{2}}{ab} - \frac{y_{..}^{2}}{ab} - \frac{y_{..}^{2}}{ab} + \frac{y_{..}^{2}}{ab}$$

$$= 0$$

$$B = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})(y_{ij} - \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{.j} + \bar{y}_{..})$$

$$= \sum_{i=i}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.}y_{ij} - \bar{y}_{i.}^{2} - \bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} + 2\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} - \bar{y}_{..}y_{ij} + \bar{y}_{..}\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}^{2})$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}y_{ij} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}^{2} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}\bar{y}_{.j} + 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}\,\bar{y}_{..}$$

$$- \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}y_{ij} + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}\bar{y}_{.j} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}^{2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{..}\sum_{j=1}^{b}y_{.j} - b\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}^{2} - \sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j} + 2b\bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}$$

$$- \bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}y_{ij} + a\bar{y}_{..}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j} - ab\bar{y}_{..}^{2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}\sum_{j=1}^{b} y_{.j} - b\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}{}^{2}}{b^{2}} - \frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}\frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}}{a} + 2b\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}}{b}$$

$$-\frac{y_{..}}{ab}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}y_{ij}+a\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{j=1}^{b}y_{.j}}{a}-ab\frac{y_{..}^{2}}{(ab)^{2}}$$

$$=\frac{y_{..}^{2}}{b}-\frac{y_{..}^{2}}{b}-\frac{y_{..}^{2}}{ab}+2\frac{y_{..}^{2}}{ab}-\frac{y_{..}^{2}}{ab}+\frac{y_{..}^{2}}{ab}-\frac{y_{..}^{2}}{ab}$$

$$=0$$

$$C=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})$$

$$=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j}y_{ij}-\bar{y}_{.j}\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}^{\,2}+\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..}+2\bar{y}_{..}\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..}^{\,2})$$

$$=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}y_{ij}-\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}\bar{y}_{i.}-\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}^{\,2}+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..}$$

$$-\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}y_{ij}+2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}\bar{y}_{.j}-\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{..}^{\,2}$$

$$=\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{.j}\sum_{j=1}^{b}y_{i.}-\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}-a\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}^{\,2}+b\bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}$$

$$-\bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}y_{ij}+2\bar{y}_{..}\sum_{j=1}^{b}\bar{y}_{.j}-ab\bar{y}_{..}^{\,2}$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{a}y_{.j}}{a}\sum_{j=1}^{b}y_{i.}-\frac{\sum_{i=1}^{a}y_{i.}}{b}\frac{\sum_{j=1}^{b}y_{.j}}{a}-a\frac{\sum_{j=1}^{b}y_{.j}^{\,2}}{a^{2}}+b\frac{y_{..}}{ab}\frac{\sum_{i=1}^{a}y_{i.}}{b}$$

$$-\frac{y_{..}}{ab}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}y_{ij}+2\frac{\bar{y}_{..}}{ab}\frac{\sum_{j=1}^{b}y_{.j}}{a}-ab\frac{y_{..}^{2}}{(ab)^{2}}$$

$$=\frac{y_{..}^{2}}{a}-\frac{y_{..}^{2}}{ab}-\frac{y_{..}^{2}}{a}+\frac{y_{..}^{2}}{ab}-\frac{y_{..}^{2}}{ab}+2\frac{y_{..}^{2}}{ab}-\frac{y_{..}^{2}}{ab}$$

$$=0$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2+0+0+0$$

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{..})^2=b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2+a\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{.j}-\bar{y}_{..})^2$$

$$+\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(y_{ij}-\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{.j}+\bar{y}_{..})^2$$

yang dapat disederhanakan dalam bentuk:

$$JKT = JKP + JKK + JKG \tag{2.7}$$

JKT menunjukkan besarnya variansi total yang diakibatkan oleh perlakuan, kelompok, dan galat. *JKP* menunjukkan besarnya variansi yang disebabkan oleh adanya perlakuan. *JKK* menunjukkan besarnya variansi yang disebabkan oleh kelompok. Sedangkan *JKG* merupakan besarnya variansi yang tidak terdeteksi. Pada praktiknya, perhitungan dengan menggunakan rumus di atas terlalu rumit. Rumus tersebut dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$JKP = b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}-\bar{y}_{..})^2$$

$$= b\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i.}^2 - 2\bar{y}_{i.}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}^2)$$

$$= b\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}^2 - 2b\bar{y}_{..}\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.} + ab\bar{y}_{..}^2$$

$$= b\frac{\sum_{i=1}^{a} y_{i.}^2}{b^2} - 2b\,\frac{y_{..}}{ab}\frac{y_{..}}{b} + ab\,\frac{y_{..}^2}{(ab)^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}^{2}}{b} - \frac{y_{..}^{2}}{ab} \tag{2.8}$$

$$JKK = a \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2$$

$$= a \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j}^{2} - 2\bar{y}_{.j}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}^{2})$$

$$= a \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j}^{2} - 2a\,\bar{y}_{..} \sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{.j} + ab\,\bar{y}_{..}^{2}$$

$$= a \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}^{\;2}}{a^2} - 2a \frac{y_{..}}{ab}\frac{y_{..}}{a} + ab \frac{y_{..}^{\;2}}{(ab)^2}$$

$$= \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}^{\;2}}{a} - \frac{y_{..}^{2}}{ab} \tag{2.9}$$

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} (y_{ij} - y_{..})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} (y_{ij}^{\;2} - y_{ij}\bar{y}_{..} + \bar{y}_{..}^{\;2})$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}^{\;2} - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \bar{y}_{..} + ab\bar{y}_{..}^{\;2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}^{\;2} - \frac{y_{..}}{ab} + ab \frac{y_{..}^{\;2}}{(ab)^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}^{\;2} - \frac{y_{..}^{\;2}}{ab} \tag{2.10}$$

JKG = JKT - JKP – JKK

$$=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}y_{ij}^{2}-\frac{\sum_{i=1}^{a}\bar{y}_{i.}^{2}}{b}-\frac{\sum_{j=1}^{b}y_{.j}^{2}}{a}+\frac{y_{..}^{2}}{ab} \tag{2.11}$$

Derajat dari *JKT, JKP,* dan *JKK* masing-masing adalah (*ab* - *1*), (*a* - *1*), (*b* - *1*). Sedangkan derajat bebas dari *JKG* merupakan hasil pengurangan dari derajat bebas *JKT* terhadap derajat bebas *JKK* dan *JKP*, yaitu (*ab* - *1*) – (*a* - *1*) – (*b* - *1*) = ab - $a - b$ + 1. Hasil bagi antara jumlah kuadrat dengan derajat bebas dinamakan kuadrat tengah sehingga diperoleh:

$$KTP=\frac{JKP}{a-1};KTK=\frac{JKK}{b-1};KTG=\frac{JKG}{ab-a-b+1} \tag{2.12}$$

Jika benar bahwa perlakuan mempunyai pengaruh yang nyata, maka hal ini terlihat dari besarnya jumlah kuadrat perlakuan. Sehingga untuk menguji hipotesis bahwa perlakuan mempunyai pengaruh yang signifikan, maka jumlah kuadrat perlakuan merupakan komponen penting dalam uji statistik. Selanjutnya, uji statistik yang digunakan adalah:

$$F_{hitung}=\frac{KTP}{KTG}=\frac{\frac{JKP}{a-1}}{\frac{JKG}{ab-a-b+1}} \tag{2.13}$$

di bawah asumsi bahwa H_0 benar maka F_{hitung} akan berdistribusi F dengan derajat bebas $a-1$ dan $ab-a-b+1$. Sehingga dengan tingkat keyakinan sebesar α, maka H_0 ditolak jika F_{hitung} lebih besar dari $F_{\alpha\,;\,(a\,-\,1);\,(ab\,-\,a\,-\,b\,+\,1)}$.

Jika benar bahwa kelompok mempunyai pengaruh yang nyata, maka hal ini terlihat dari besarnya jumlah kuadrat kelompok. Sehingga untuk menguji hipotesis bahwa kelompok mempunyai pengaruh yang signifikan, maka jumlah kuadrat kelompok merupakan komponen penting dalam uji statistik. Selanjutnya, uji statistik yang digunakan adalah:

$$F_{hitung} = \frac{KTP}{KTG} = \frac{\frac{JKK}{b-1}}{\frac{JKG}{ab-a-b+1}} \quad (2.14)$$

di bawah asumsi bahwa H_0 benar maka F_{hitung} akan berdistribusi F dengan derajat bebas $b-1$ dan $ab-a-b+1$. Sehingga dengan tingkat keyakinan sebesar α, maka H_0 ditolak jika F_{hitung} lebih besar dari $F_{\alpha;\,(b\,-\,1);\,(ab\,-\,a\,-\,b\,+\,1)}$ (Liani, 2004).

2.1.4 Analisis Variansi (ANOVA)

Analisis variansi merupakan proses aritmatika untuk menguraikan jumlah kuadrat toral menjadi beberapa komponen yang berhubungan dengan sumber keragaman yang diketahui (Stell dan Torrie, 1993). Analisis variansi digunakan untuk menguji secara sistematik nyata tidaknya pengaruh perlakuan dan pengaruh pengelompokan serta pengaruh interaksinya. Cara untuk memudahkan analisis yaitu dengan menyusun dalam sebuah tabel yang dinamakan tabel analisis variansi.

Tabel 2.2 *Analisis Variansi untuk RAK*

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	$E\ (KT)$	F_{hitung}
Perlakuan	$a-1$	JKP	KTP	$\sigma^2 + b\frac{\sum_{i=1}^{a}\tau_i}{a-1}$	KTP/KTG
Kelompok	$b-1$	JKK	KTK	$\sigma^2 + a\frac{\sum_{i=1}^{a}\tau_i}{a-1}$	KTP/KTG
Galat	$ab-a-b+1$	JKG	KTG	σ^2	
Total	$ab-1$	JKT			

Asumsi-asumsi yang mendasari analisis variansi yang perlu diperhatikan agar pengujian menjadi valid menurut Gaspersz (1991) adalah:

1. Pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok bersifat aditif

Komponen $\mu, \tau_i, \alpha_j, \varepsilon_{ij}$ harus bersifat aditif yang artinya dapat dijumlahkan sesuai dengan model pada persamaan (2.14). Setiap rancangan percobaan mempunyai model matematika yang disebut model linier aditif. Apabila model ini tidak bersifat aditif, maka perlu dilakukan transformasi. Metode pengujian untuk mengetahui apakah model tersebut bersifat aditif atau tidak adalah uji Tukey.

2. Galat percobaan memiliki variansi yang homogen

Misalnya dalam (RAK), komponen galat yang berasal dari beberapa perlakuan semuanya harus diduga dari variansi populasi yang sama. Bila nilai tengah satu atau dua perlakuan lebih tinggi dari yang lain dan variansi juga lebih tinggi dari yang lainnya, maka mengakibatkan variansi galat yang tidak homogen. Metode yang dapat digunakan untuk pengujian kehomogenan varian adalah uji Levene's.

3. Galat percobaan saling bebas

Peluang galat dari salah satu pengamatan yang mempunyai nilai tertentu haruslah tidak bergantung dari nilai-nilai galat untuk pengamatan yang lain atau dapat dikatakan bahwa tidak ada korelasi antar galat. Sehingga untuk melihat keacakan galat percobaan dibuat plot antara nilai dugaan galat percobaan dengan nilai dugaan respon. Apabila plot yang dibuat menunjukkan galat berfluktuasi acak di sekitar nol, maka dapat dikatakan bahwa galat percobaan menyebar bebas.

4. Galat percobaan menyebar normal

Jika sebaran dari galat percobaan secara jelas terlihat tidak normal, maka komponen galat dari perlakuan cenderung menjadi fungsi dari nilai tengah perlakuan. Hal ini mengakibatkan variansi tidak homogen. Jika hubungan fungsional diketahui, maka transformasi dapat ditentukan untuk membuat galat tersebut menyebar mendekati sebaran normal. Sehingga, analisis variansi dapat dilakukan pada data transformasi agar galat menjadi homogen.

2.2 *Outlier* dalam Rancangan Percobaan

Menurut Yitnosumarto (1991), uji asumsi merupakan suatu uji yang harus dipenuhi sebelum melakukan suatu analisis, misalnya dalam regresi dan rancangan percobaan. Pada rancangan percobaan, model RAK seperti persamaan (2.14) yang diasumsikan $\varepsilon_{ij} \sim NIID\ (0,\ \sigma^2)$ memiliki makna tersirat yaitu:

1. Data pengamatan dari setiap kelompok dan perlakuan berasal dari populasi normal atau berdistribusi normal. Hal ini diperlukan sehingga galat terdistribusi secara normal.
2. Semua kelompok dan perlakuan mempunyai variansi yang homogen. Hal ini diperlukan sehingga galat memiliki variansi homogen untuk setiap perlakuan ke-i dan kelompok ke-j.
3. Unit satuan percobaan dilakukan dan ditempatkan secara acak pada setiap perlakuan dan kelompok. Hal ini diperlukan sehingga galat bersifat *independen* (saling bebas) satu sama lain.
4. Pengaruh dari τ_i, α_j, dan ε_{ij} bersifat aditif. Maksudnya, tinggi rendahnya respon merupakan akibat dari pengaruh penambahan perlakuan dan kelompok. Nilai Y_{ij} merupakan nilai μ ditambah dengan τ_i, α_j, serta galat ε_{ij}.

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi dalam melakukan analisis variansi adalah normalitas, independensi, homogenitas dan aditif. Normalitas berarti nilai galat ε_{ij} dalam setiap perlakuan dan kelompok yang terkait dengan nilai pengamatan Y_{ij} harus berdistribusi normal, karena jika nilai galat terdistribusi secara normal maka nilai Y_{ij} akan terdistribusi normal.

Pada praktiknya, jarang sekali ditemukan sebaran nilai pengamatan yang mempunyai bentuk ideal, seperti berdistribusi normal. Bahkan sebaliknya, sering ditemukan bentuk yang cenderung tidak normal karena keragaman sampling. Keragaman ini terjadi apabila ukuran sampel yang terlalu sedikit atau apabila terdapat *outlier*. Adanya satu atau lebih *outlier* dalam data dapat menyebabkan tidak terpenuhinya satu atau lebih asumsi yang disyaratkan. Cara yang paling mudah untuk mendeteksi ada atau tidaknya *outlier* adalah dengan memetakan galat terhadap nilai dugaan pengamatan. *Outlier* biasanya terjadi karena adanya kesalahan, terutama kesalahan dalam melakukan *entri* data, salah dalam pemberian kode, kesalahan partisipan dalam mengikuti instruksi, dan lain sebagainya. Apabila penyimpangan disebabkan oleh adanya *outlier,* maka cara yang paling mudah untuk mengatasinya adalah dengan meniadakan pengamatan yang dianggap *outlier* tersebut (Yitnosumarto, 1991).

2.2.1 Metode untuk Mengidentifikasi *Outlier*

Menurut Mattjik dan Sumertajaya (2000), beberapa metode untuk mengidentifikasi adanya *outlier* antara lain:

1. Metode Grafis

Keuntungan dari metode ini yaitu mudah dipahami karena menampilkan data secara grafis (gambar) tanpa melibatkan perhitungan yang rumit. Sedangkan, kelemahan metode ini yaitu keputusan yang memperlihatkan data tersebut merupakan *outlier* atau tidak bergantung pada kebijakan (*judgement*) peneliti karena hanya mengandalkan visualisasi gambar.

a. Diagram Pencar (*Scatter Plot*)

Metode ini dilakukan dengan cara melakukan plot data pada observasi ke-*i* $(i = 1, 2, \dots, n)$. Jika sudah didapatkan model rancangannya, maka dapat dilakukan dengan cara melakukan plot antara galat dengan nilai prediksi *Y.* Apabila terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data keseluruhan, maka hal ini mengindikasikan adanya pengaruh *outlier* atau pencilan.

b. *Boxplot*

Metode ini menggunakan nilai kuartil dan jangkauan untuk mendeteksi *outlier.* Kuartil 1, 2, dan 3 membagi data yang telah diurutkan sebelumnya menjadi empat bagian. Jangkauan *Interquartile Range* (IQR) didefinisikan sebagai selisih kuartil 3, atau $IQR = Q_3 - Q_1$. Data-data yang merupakan *outlier* yaitu nilai yang kurang dari $1.5 \times IQR$ terhadap kuartil 1 dan nilai yang lebih dari $1.5 \times IQR$ terhadap kuartil 3.

2. Metode $DfFITS$ (*Difference fitted value FITS*) atau *Standardized DfFITS* sebagai berikut:

$$(DfFITS)i = t_i (\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}})^{\frac{1}{2}} \tag{2.15}$$

yang mana, t_i adalah *studentized deleted* untuk kasus ke-*i* dan h_{ii} adalah nilai *leverage* untuk kasus ke-*i,* dengan,

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n-p-1}{JKG(1-h_{ii}-e_i^2)}} \tag{2.16}$$

yang mana, e_i adalah galat ke-*i* dan *JKG* adalah jumlah kuadrat galat sebagai berikut:

$$H = X(X'X)^{-1}X' \tag{2.17}$$

dengan H adalah matriks $n \times n$. Elemen diagonal h_{ii} dalam matriks dapat diperoleh langsung dari:

$$h_{ii} = X_i(X'X)^{-1}X_i' \tag{2.18}$$

dengan X_i adalah matriks $p \times 1$, $(X'X)^{-1}$ adalah matriks $p \times p$, dan X_i' adalah matriks $1 \times p$.

Suatu data yang mempunyai nilai *absolute DfFITS* lebih besar dari $\sqrt[2]{\frac{p}{n}}$, maka diidentifikasi sebagai *outlier,* dengan p adalah variabel independent dan n adalah banyaknya observasi.

3. *Cook's Distance* (Jarak Cook)

Selain dengan menggunakan $DfFITS$, terdapat metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya *outlier* yaitu dengan *Cook's Distance.* Metode *Cook's Distance* dapat diidentifikasi sebagai berikut:

$$Cook'sD = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{Y}_i - \hat{Y}_{i(i)})^2}{(k+1)MSR} \tag{2.19}$$

dengan $\hat{Y}_i$ merupakan nilai prediksi ketika kasus ke-*i* disubtitusikan ke dalam himpunan data, $\hat{Y}_{i(i)}$ merupakan nilai prediksi ketika kasus ke-*i* dihapuskan dari himpunan data , *k* merupakan nilai prediksi koevisien model rancangan, dan *MSR* merupakan nilai variansi dari galat. Nilai *Cook'sD* akan selalu lebih besar sama dengan nol.

2.3 Pendekatan *Robust* M

Model *robust* linier berguna untuk menyaring atau memfilter hubungan linier ketika variansi acak pada data yang tidak normal atau ketika data mengandung *outlier* yang signifikan. Metode ini penting untuk menganalisa data yang dipengaruhi oleh *outlier* sehingga dihasilkan model yang kekar atau *rasistant* terhadap *outlier*. Suatu estimasi yang *rasistant* secara relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data. Metode ini dikembangkan oleh Rousseuw dan Leroy pada tahun 1987 (Chen, 2002).

2.3.1 Ordinary Least Square (OLS)

Prosedur Ordinary Least Square (OLS) yaitu penduga b_0 dan b_1 yang menjadikan jumlah kuadrat *error* $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$ minimum dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Membentuk fungsi jumlah kuadrat *error*, yakni:

$$S = f(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2 \tag{2.20}$$

2. Mendiferensialkan S terhadap b_0 dan b_1 sehingga,

$$\frac{d}{db_1} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = 0, \frac{d}{db_2} \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = 0 \tag{2.21}$$

Persamaan (2.21) dapat menggambarkan pengaruh yang di sebabkan oleh titik eksperimen dengan galat yang ekstrim. Bentuk yang lebih umum adalah sebagai berikut:

$$\frac{d}{db_1} \sum_{i=1}^{n} \psi \left[\frac{\varepsilon_i}{\sigma} \right] = 0, \frac{d}{db_2} \sum_{i=1}^{n} \psi \left[\frac{\varepsilon_i}{\sigma} \right] = 0 \tag{2.22}$$

Adapun penduga kuadrat terkecil dengan $\psi(\varepsilon_i) = \varepsilon_i$ seperti pada persamaan (2.22) tidak kekar terhadap *outlier* (Aziz, 2010).

2.3.2 Estimasi M

Estimasi M merupakan *robust* yang sering digunakan. Pendugaan parameter menggunakan metode ini disebut juga *Iteratively Reweighted Least Squar* (IRLS). Pada IRLS, nilai awal dihitung kemudian bobot baru dihitung berdasarkan hasil dari nilai awal. Iterasi berlanjut sampai kriteria konvergensi terpenuhi (Maronna, dkk, 2006).

Menurut Fox (2002), pada umumnya metode *Robust* M ini dilakukan dengan meminimumkan fungsi objektif dengan persamaan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = 0 \tag{2.23}$$

dengan $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, maka $\varepsilon_i = y_i - X_i^T \beta$ sehingga,

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = \sum_{i=1}^{n} \rho(y_i - X_i^T \beta) \tag{2.24}$$

untuk mendapatkan estimasi parameter pada metode *Robust* M ini menggunakan metode iterasi. Hal ini karena galat tidak dapat dihitung sampai diperoleh model yang cocok dan nilai parameter model juga tidak dapat dihitung tanpa mengetahui nilai galat. Untuk mendapatkan estimasi parameter pada metode *Robust* M biasa digunakan metode IRLS (Fox, 2002).

Fungsi objektif adalah fungsi yang digunakan untuk mencari fungsi pembobot pada regresi *robust*. Adapun fungsi pembobot yang digunakan antara lain:

1. Fungsi pembobot oleh Huber menggunakan fungsi objektif berikut:

$$\rho'\,(e_i) = \begin{cases} \frac{1}{2}\varepsilon_i^2\,, & |\varepsilon_i| \le c \\ c\,|\varepsilon_i| - \frac{1}{2}c^2, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.25}$$

dengan,

$$\rho'(\varepsilon_i) = \psi(\varepsilon_i) = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial\ (\varepsilon_i)} = \begin{cases} \varepsilon_i\ , |\varepsilon_i| \leq c \\ c\ ,\ |\varepsilon_i|\ > c \\ -c, |\varepsilon_i|\ <\ -c \end{cases} \tag{2.26}$$

Setelah diperoleh $\rho'\ (e_i)$, maka diperoleh fungsi pembobot sebagai berikut:

$$w_i = w\ (\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} 1\ , |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c}{|\varepsilon_i|}\ , |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.27}$$

2. Fungsi pembobot oleh Tukey menggunakan fungsi objektif sebagai berikut:

$$\rho(\varepsilon_i) = \begin{cases} \frac{c^2}{6}\{1 - [1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2]^3\}, & |\varepsilon_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6}, & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.28}$$

dengan,

$$\rho'(\varepsilon_i) = \psi\ \varepsilon_i = \frac{\partial(\rho(\varepsilon_i))}{\partial(\varepsilon_i)} = \begin{cases} \varepsilon_i\ [\ 1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2]^2\ , & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0\ , & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.29}$$

Setelah diperoleh $\rho'(\varepsilon_i)$, maka diperoleh fungsi pembobot sebagai berikut:

$$W_i = W\ (\varepsilon_i) = \frac{\psi\ \varepsilon_i}{\varepsilon_i} = \begin{cases} [\ 1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c}\right)^2]^2\ , & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0\ , & |\varepsilon_i| > c \end{cases} \tag{2.30}$$

Konstanta *c* adalah konstanta yang menghasilkan efisiensi tinggi dengan residual berdistribusi normal dan dapat memberikan perlindungan terhadap *outlier*. Untuk fungsi pembobot Huber memiliki nilai *c* = 1,345 dan fungsi pembobot *Tukey Bisquare* nilai *c* = 4,685 (Fox, 2002).

Prosedur pendugaan parameter menurut Maronna, dkk (2006) sebagai berikut:

1. Penduga β dihitung menggunakan metode OLS, sehingga didapatkan $\hat{y}_{i,0}$ dan $\varepsilon_{i,0} = y_i - \hat{y}_{i,0}, (i = 1, 2, ..., n)$ yang diperlakukan sebagai nilai awal (y_i adalah hasil pengamatan).

2. Selanjutnya dari nilai-nilai galat ini, dihitung $\hat{\sigma}_i$ dan pembobot untuk iterasi awal $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*}$. Nilai $\psi(\varepsilon_i^*)$ dihitung sesuai fungsi Huber dan $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}^*}{\hat{\sigma}_{i,0}}$.
3. Matriks pembobot berupa matriks diagonal dengan elemen $w_{1,0}; w_{2,0}; ...; w_{n,0}$ yaitu W_0.
4. Dihitung penduga koefisien model sebagai berikut:

$$\beta = (X^T W_0 X)^{-1} X^T W_0 Y$$

5. Kemudian dengan menggunakan $\beta_{iterasi\ ke-1}$ dihitung pula:

$$\sum_{i=1}^{n} \left| y_i - \hat{y}_{i,1} \right| \text{ atau } \sum_{i=1}^{n} \left| \varepsilon_{i,1} \right|$$

6. Selanjutnya, langkah di atas diulang sampai didapatkan $\sum_{i=1}^{n} \left| \varepsilon_{i,1} \right|$ yang konvergen mendekati nol atau selisih antara iterasi ke-*m* dan iterasi ke (*m*-1) kurang dari 0,001.

2.4 Kajian Al-Qur'an Tentang Estimasi

Salah satu konsep matematika yang terdapat dalam Al-Qur'an yang bersinergi dengan pembahasan dalam penelitian ini adalah mengenai estimasi parameter yang mengandung *outlier*. Hal ini disinggung dalam al-Qur'an surat Yunus ayat 24 yang artinya:

"Sesungguhnya perumpamaan kehidupan duniawi itu, seperti air (hujan) yang Kami turunkan dari langit, lalu tumbuhlah dengan suburnya karena air itu tanam-tanaman bumi, di antaranya ada yang dimakan manusia dan binatang ternak, hingga apabila bumi itu telah sempurna keindahannya, dan memakai (pula) perhiasannya, dan pemilik-pemiliknya mengira bahwa mereka pasti menguasainya, tiba-tiba datanglah kepadanya azab Kami di waktu malam atau siang, lalu Kami jadikan (tanam-tanamannya) laksana tanam-tanaman yang sudah disabit, seakan-akan belum pernah tumbuh kemarin. Demikianlah Kami menjelaskan tanda-tanda kekuasaan (Kami) kepada orang-orang yang berpikir" (QS. Yunus / 11 : 24).

Ayat di atas menjelaskan bahwa akan muncul suatu bencana yang tidak manusia duga dan pada waktu yang tidak disangka-sangka. Apabila diperhatikan, maka dalam ayat tersebut terdapat kata *zhann* yang berarti menduga, mengira, atau menyangka. Al-Maraghi (1993) menjelaskan penggalan ayat tersebut, apabila bumi dengan tanaman-tanaman yang hijau bagai sutera dengan aneka ragam bunga-bunganya yang ada padanya, Nampak bagai pengantin yang dihiasi emas dan intan berlian, serta aneka warna perhiasan yang indah dan megah, Nampak cantik sekali pada malam pertama. Oleh karena itu, penghuni bumi menyangka dapat menikmati buah-buahnya bahkan menyimpan hasilnya. Sehingga dapat diketahuia bahwa dalam al-Qur'an terdapat kajian mengenai estimasi karena dalam matematika estimasi ini berarti pendugaan atau perkiraan. Bukan berarti pendugaan atau estimasi di sini merupakan hal yang pasti benar, melainkan perkiraan yang mengarah kepada kebenaran. Namun, tentunya semua kebenaran adalah milik Allah Yang Maha Benar.

BAB III
METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur dan deskriptif kuantitatif. Pada studi literatur yaitu dengan mengumpulkan bahan-bahan pustaka yang dibutuhkan oleh peneliti sebagai acuan dalam menyelesaikan penelitian. Pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu dengan melakukan analisis data sekunder sesuai dengan penelitian.

3.2 Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder berupa data RAK yang diperoleh dari penelitian Rosita Dwi Anggraeni dengan judul "Aplikasi Pupuk Hayati Vp3 Dibandingkan dengan Empat Macam Pupuk Hayati yang Beredar dipasaran Terhadap Hasil Kacang Hijau (*Vigna Radiata L*) Di Lapang". Hasil pengamatannya berupa hasil panen kacang hijau (*Vigna Radiata L*) dengan perlakuan tujuh taraf pupuk lahan pertanian dan empat pengelompokan replika (Anggraeni, 2020).

3.3 Perlakuan Penelitian

Pada penelitian ini perlakuan penelitian dibagi menjadi dua, yaitu τ sebagai pengaruh aditif perlakuan ke-i dan α sebagai pengaruh aditif kelompok ke-j.

3.4 Implementasi *Robust* M pada Data Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang Mengandung *Outlier*

Langkah-langkah dalam implementasi *Robust* M pada data Rancangan Acak Kelompok (RAK) yang mengandung *outlier* sebagai berikut:

a. Uji asumsi data pada Rancangan Acak Kelompok (RAK)
b. Identifikasi adanya *outlier*
c. Estimasi parameter model Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada data yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M
d. Analisis variansi.
e. Hasil model

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Implementasi Estimasi *Robust* M pada Data Rancangan Acak Kalompok (RAK) yang Mengandung *Outlier*

4.1.1 Uji Asumsi Data pada Rancangan Acak Kelompok

Analisis data yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis variansi. Namun, sebelum dilakukan analisis variansi terlebih dahulu dilakukan uji asumsi pada data Rancangan Acak Kelompok tersebut. Hal ini penting dilakukan agar penarikan kesimpulan bersifat valid. Uji-uji asumsi tersebut sebagai berikut:

1. Asumsi keaditifan pengaruh utama Rancangan Acak Kelompok (RAK)

Uji asumsi ini bertujuan untuk menyatakan bahwa nilai hasil pengamatan y_{ij} merupakan hasil penambahan atau aditifitas komponen-komponen $\mu, \tau, \alpha,$ dan ε_{ij}. Pemeriksaan asumsi ini sebagai berikut:

a. Hipotesis

H_0 : pengaruh utama perlakuan dan kelompok bersifat aditif

H_1 : pengaruh utama perlakuan dan kelompok tidak bersifat aditif

b. Taraf nyata $\alpha = 0{,}05$

c. Perhitungan

Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 773{,}5771$$

Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 3{,}7439$$

Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{ab} = 932{,}2496$$

Kemudian dihitung,

$$Q = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij} \left(y_{i.} - \bar{y}_{..}\right)\left(y_{.j} - \bar{y}_{..}\right) = 1{,}480418$$

$$JK_{non\ aditivitas} = \frac{Q^2}{\sum_{i}^{a}(y_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \sum_{i=1}^{a}(y_{.j} - \bar{y}_{..})^2}$$

$$= \frac{(1{,}480418)^2}{(2141{,}058)(3908{,}054976)}$$

$$= 1{,}201266437$$

$$\boldsymbol{JKG = JKT - JKP - JKK - JK_{non\ aditivitas}}$$

$$= 932{,}2496 - 773{,}5771 - 3{,}7439 - 1{,}201266437$$

$$= 153{,}727334$$

$$\boldsymbol{KT_{non\ aditivitas} = \frac{JK_{non\ aditivitas}}{db(non\ aditivitas)}}$$

$$= \frac{1{,}201266437}{1}$$

$$= 1{,}201266437$$

$$KTG = \frac{JKG}{db(Galat)}$$

$$= \frac{154,9285714}{18}$$

$$= 8,60714286$$

$$F_{hitung} = \frac{KT_{non\ aditivitas}}{KTG}$$

$$= \frac{1,201266437}{8,60714286}$$

$$= 0,139566225$$

d. Kesimpulan

Berdasarkan perhitungan uji asumsi aditivitas di atas maka didapatkan $(F_{hitung} = 0,139566225) < (F_{tabel} = 4,54)$ sehingga H_0 diterima, yang berarti model bersifat aditif. Sehingga, untuk uji asumsi aditivitas model terpenuhi.

2. Asumsi kenormalan data

a. Hipotesis

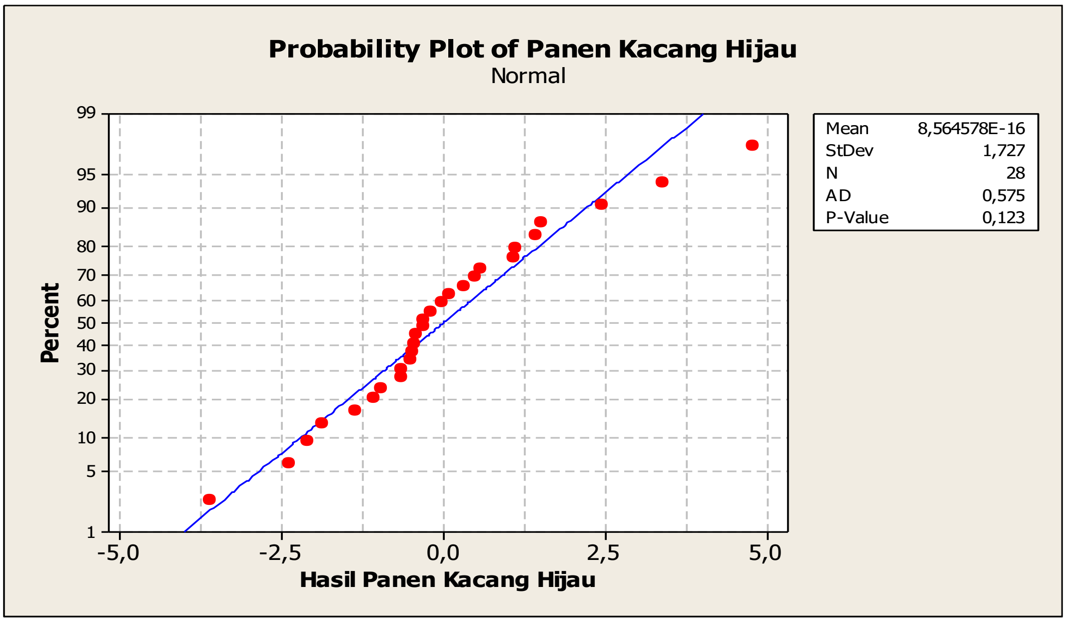
H_0 : sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal

H_1 : sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal

b. Taraf nyata ($\alpha = 0,05$)

c. Perhitungan

Metode yang digunakan untuk menguji normalitas adalah uji Kolmogorov-Smirnov. Jika nilai signifikansi dari hasil uji Kolmogorov-Smirnov lebih besar dari 0,05, maka asumsi normalitas terpenuhi. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan Minitab 16 sebagai berikut:



Gambar 4.1 *Uji Normalitas*

d. Kesimpulan

Didapatkan nilai signifikansinya P_{value} 0,123 > 0,05 sehingga H_0 diterima, yang berarti data berdistribusi normal. Sehingga, untuk uji asumsi normalitas terpenuhi.

3. Asumsi kehomogenan ragam

a. Hipotesis

H_{0a} : ragam dari semua perlakuan sama

H_{1a} : paling sedikit satu dari semua ragam perlakuan tidak sama

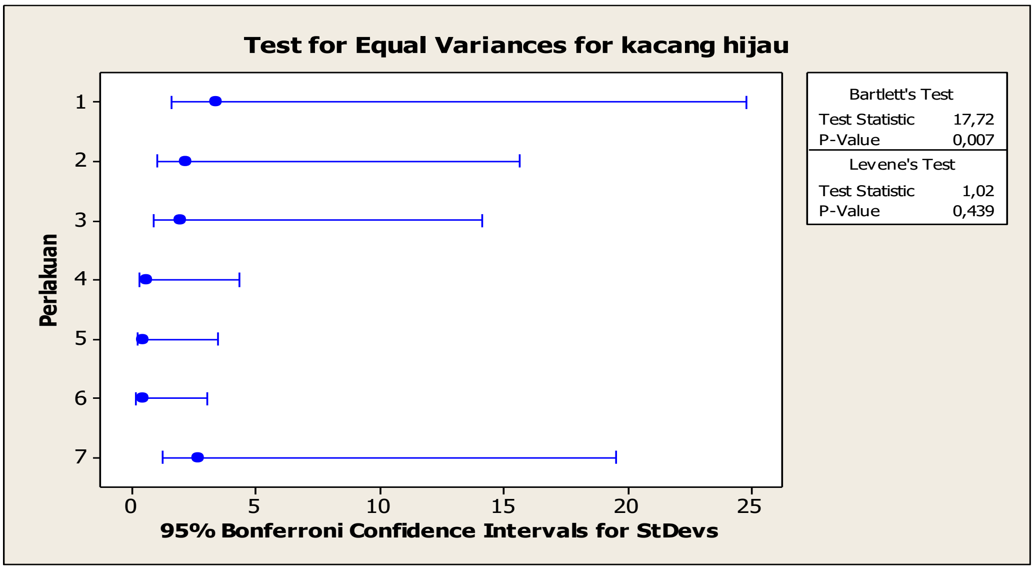
H_{0b} : ragam dari semua kelompok sama

H_{1b} : paling sedikit satu dari semua ragam kelompok tidak sama

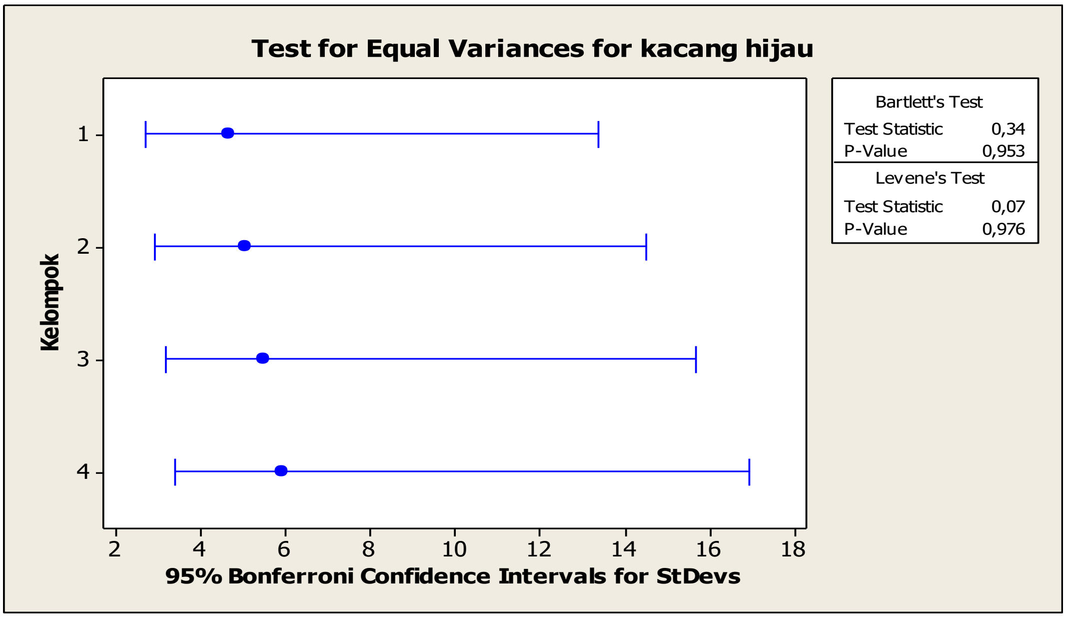
b. Taraf Nyata (α = 0,05)

c. Perhitungan

Metode yang digunakan untuk menguji homogenitas ragam data adalah dengan menggunakan uji Barlett atau Levene's. Jika nilai signifikansi dari hasil uji Barlett atau Levene's lebih besar dari 0,05, maka asumsi homogenitas terpenuhi. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan program Minitab 16 sebagai berikut:



Gambar 4.2 *Uji Homogenitas Perlakuan*



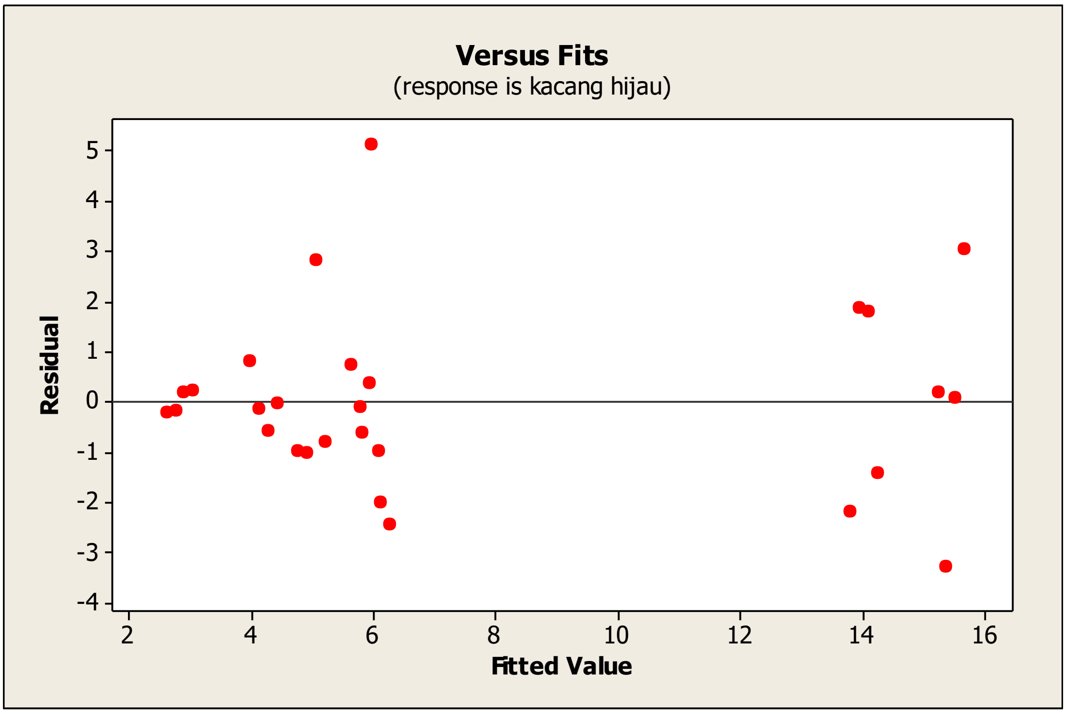
Gambar 4.3 *Uji Homogenitas Kelompok*

d. Kesimpulan

Didapatkan nilai signifikansinya P_{value} 0,976 > 0,05 sehingga H_{0a} dan H_{0b} diterima, yang berarti ragam perlakuan dan ragam kelompok bersifat homogen. Sehingga, uji asumsi homogenitas terpenuhi.

4. Asumsi kebebasan galat data percobaan

Plot antara nilai dugaan galat percobaan dengan nilai amatan digunakan untuk mengetahui terpenuhi atau tidaknya asumsi kenebasan galat sebagaimana terlihat pada gambar 4.4 di bawah ini:

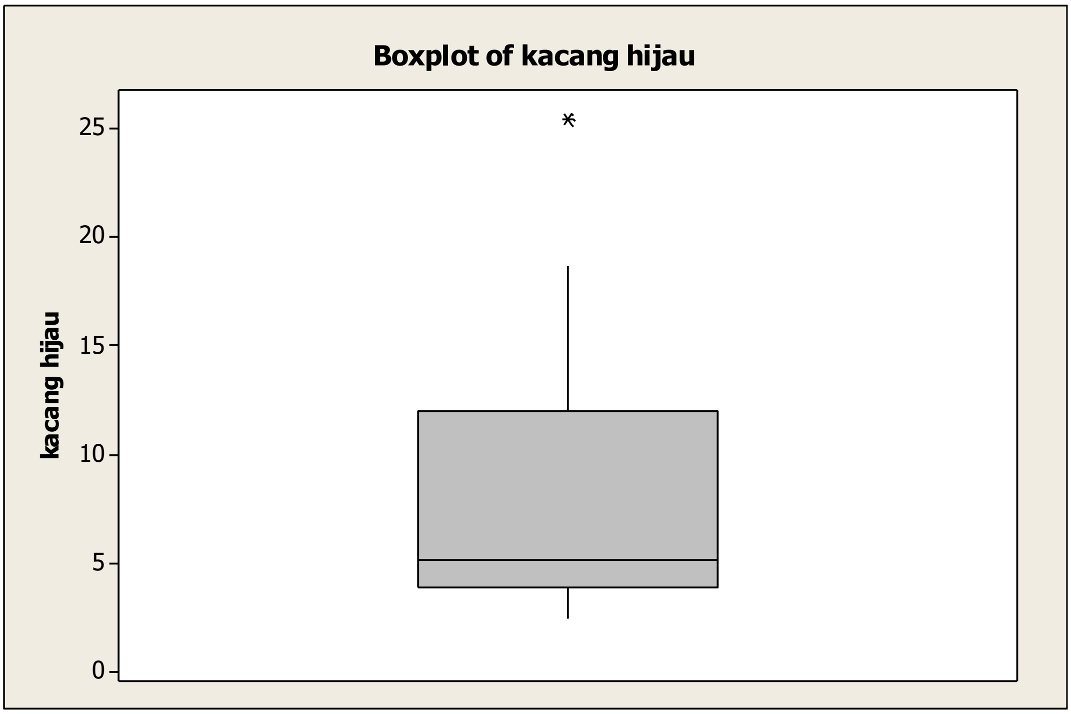


Gambar 4.4 *Uji Kebebasan Galat*

Gambar 4.4 terlihat titik-titik menyebar secara acak (berfluktuasi secara acak di sekitar nol). Hal ini menunjukkan bahwa galat menyebar bebas. Setelah itu, dengan terpenuhinya semua asumsi dalam RAK, maka analisis variansi dapat dilakukan. Hal ini dapat mendasari hasil kesimpulan dapat dianggap sah atau valid, kecuali terdapat hal-hal yang menyebabkan kesumbangan hasil analisis variansi dengan hasil keputusan seperti adanya *outlier* pada data.

4.1.2 Identifikasi *Outlier*

Salah satu hal yang membuat suatu data menjadi *outlier*, yaitu tidak berhasilnya suatu pengamatan pada salah satu unit percobaan atau kesalahan dalam pengambilan pengamatan (Yitnosumarto, 1991). Salah satu cara yang digunakan untuk mengidentifikasi *outlier* adalah metode *Boxplot*. Metode ini menggunakan nilai kuartil **1, 2** dan **3** yang akan membagi sebuah urutan data menjadi beberapa bagian. Identifikasi data RAK yang ada pada lampiran 1 menggunakan metode *Boxplot* dengan Minitab 16 dan hasilnya sebagai berikut:



Gambar 4.5 *Identifikasi outlier*

Gambar 4.5 dapat diketahui bahwa terdapat titik yang berada di luar kotak *boxplot* sehingga dapat disimpulkan bahwa data pada Lampiran 1 adalah data yang mengandung *outlier*. Pada data perancangan percobaan (Lampiran 1), tidak berhasilnya unit percobaan y_{32} merupakan data yang yang dikategorikan *outlier*.

Hal ini menyebabkan pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok menjadi tidak signifikan.

4.1.3 Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) Pada Data yang Mengandung *Outlier* dengan Metode *Robust* M

Langkah-langkah estimasi parameter model rancangan acak kelompok pada data yang mengandung outlier adalah sebagai berikut:

a. Ditentukan model tetap Rancangan Acak Kelompok dan simbol parameter model Rancangan Acak Kelompok untuk perlakuan adalah τ dan kelompok adalah α.
b. Model tetap Rancangan Acak Kelompok ditransformasikan dalam bentuk matriks dengan pendekatan model regresi linier berganda.

4.1.4 Analisis Variansi

Setelah melakukan estimasi parameter, selanjutnya akan ilakukan analisis variansi. Namun, terlebih dahulu disusun hipotesis dari kasus yang telah ditentukan dan penguraian perhitungan analisis variansi sebagai berikut:

1. Pengaruh pupuk lahan pertanian.

   $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_a = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\tau_i \neq 0$, untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

2. $H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_b = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\alpha_j \neq 0$, untuk $j = 1, 2, 3, 4$

dengan menggunakan:

a. Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{ab} = 932{,}2496$$

b. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 773{,}5771$$

c. Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^{b} y_{..}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 3{,}7439$$

d. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP - JKK = 154{,}9286$$

Setelah mendapatkan hasil perhitungan diatas, maka selanjutnya dapat disusun tabel analisis variansi sebagai berikut:

Tabel 4.1 *Hasil Analisis Variansi*

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	P
Perlakuan	6	773,5771	128,9295	103,31	5,92
Kelompok	3	3,7439	1,2479	0,14	0,931
Galat	18	154,9285	8,6071		
Total	27	932,2496			

Tabel 4.1 dapat dilihat bahwa pengaruh perlakuan taraf pupuk lahan pertanian memiliki $F_{hitung} = 103{,}31 > F_{tabel} = 2{,}66$ sehingga H_0 ditolak pada taraf $a = 0{,}05$ (signifikansi), yang berarti bahwa perlakuan taraf pupuk lahan pertanian berpengaruh secara signifikan terhadap respon hasil panen kacang hijau yang

diamati. Kelompok replika lahan pertanian memiliki $F_{hitung} = 0{,}14 < F_{tabel} = 3{,}15$ sehingga H_0 diterima pada taraf $\alpha = 0{,}05$ (signifikansi), yang berarti bahwa kelompok replika lahan pertanian tidak berpengaruh secara signifikan terhadap respon hasil panen kacang hijau yang diamati.

Analisis pada data RAK tidak dapat dilakukan dengan menggunakan analisis variansi jika terdapat *outlier* yang menyebabkan tidak signifikannya pengaruh perlakuan dan pengaruh kelompok sehingga perlu untuk melakukan estimasi atau menduga data tersebut dengan metode *Robust* M. Adapun langkah-langkah penyelesaiannya sebagai berikut:

1. Penduga awal untuk $\hat{\beta}$ dihitung dengan menggunakan OLS.

   Misalkan,

$$Y = \begin{bmatrix} 5,20 \\ 11,10 \\ 4,10 \\ 3,8 \\ 11,60 \\ 15,80 \\ 15,9 \\ 12,8 \\ 3,80 \\ 3,90 \\ \vdots \\ 7,9 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\beta}_{OLS} = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \tau_7 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan persamaan (2.5) dan program Matlab 13 (Lampiran 2) diperoleh nilai-nilai estimasi parameter awal sehingga didapatkan parameter awalnya sebagai berikut:

$\hat{\mu}^{(0)} =$ 5.7667

$\hat{\tau}_1^{(0)} =$ -1.1583

$\hat{\tau}_2^{(0)} =$ 6.8167

$\hat{\tau}_3^{(0)} =$ -2.2083

$\hat{\tau}_4^{(0)} =$ -1.3333

$\hat{\tau}_5^{(0)} =$ -2.9833

$\hat{\tau}_6^{(0)} =$ -4.3583

$\hat{\tau}_7^{(0)} =$ 10.9917

$\hat{\alpha}_1^{(0)} =$ 1.9238

$\hat{\alpha}_2^{(0)} =$ 1.2952

$\hat{\alpha}_3^{(0)} =$ 1.6381

$\hat{\alpha}_4^{(0)} =$ 0.9095

2. Nilai parameter data di atas merupakan parameter bagi iterasi awal. Selanjutnya, dihitung nilai *error* $\varepsilon_i^{(1)}$ dengan cara $\varepsilon_i^{(1)} = y_i - \hat{y}_i$
3. Nilai *error* yang diperoleh pada langkah pertama digunakan untuk menghitung $\hat{\sigma} = \frac{MAD}{0,6745} = \frac{\frac{1}{n}\sum_i^n |y_i - \hat{y}_i|}{0,6745}$ dan pembobot awal $w_{i,0} = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*}$. Nilai $\psi(\varepsilon_i^*)$ dihitung sesuai fungsi Huber dan $\varepsilon_{i,0}^* = \frac{\varepsilon_{i,0}^*}{\hat{\sigma}_{i,0}}$
4. Nilai w^0 dijadikan matriks diagonal dengan ukuran $n \times n$ dimana $n = 28$ dengan w^0 merupakan elemen diagonalnya. Kemudian, penduga $\beta_{iterasi\ ke-1}$ dihitung dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\hat{\beta}^{(1)} = (X^T W^0 X)^{-1} X^T W^0 Y$$

dengan menggunakan program Matlab 13 (Lampiran 3), maka didapatkan hasil estimasi parameter iterasi pertama sebagai berikut:

$$\beta^{(1)} = \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \tau_7 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.3914 \\ -0.6893 \\ 7.2857 \\ -1.7393 \\ -0.8643 \\ -2.5143 \\ -3.8893 \\ 7.8021 \\ 0.2620 \\ 1.7241 \\ 2.0669 \\ 1.3384 \end{bmatrix}$$

Hasil iterasi selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2 *Nilai Parameter Model dari Hasil Iterasi*

	Nilai Estimasi							
	Nilai Awal	Iterasi ke-1	Iterasi ke-2	Iterasi ke-3	Iterasi ke-4	Iterasi ke-5	Iterasi ke-6	$\left\|\varepsilon_{ij}^{6}\right\|$
$\hat{\mu}$	5.7667	5.3914	5.2635	5.2689	5.2685	5.2685	5.2685	0.0000
$\hat{\tau}_1$	-1.1583	-0.6893	-0.5294	-0.5361	-0.5356	-0.5356	-0.5356	0.0000
$\hat{\tau}_2$	6.8167	7.2857	7.4456	7.4389	7.4394	7.4394	7.4394	0.0000
$\hat{\tau}_3$	-2.2083	-1.7393	-1.5794	-1.5861	-1.5856	-1.5856	-1.5856	0.0000
$\hat{\tau}_4$	-1.3333	-0.8643	-0.7044	-0.7111	-0.7106	-0.7106	-0.7106	0.0000
$\hat{\tau}_5$	-2.9833	-2.5143	-2.3544	-2.3611	-2.3606	-2.3606	-2.3606	0.0000
$\hat{\tau}_6$	-4.3583	-3.8893	-3.7294	-3.7361	-3.7356	-3.7356	-3.7356	0.0000
$\hat{\tau}_7$	10.9917	7.8021	6.7150	6.7604	6.7569	6.7572	6.7569	0.0018
$\hat{\alpha}_1$	1.9238	0.2620	-0.3044	-0.2807	-0.2825	-0.2824	-0.2825	0.0001
$\hat{\alpha}_2$	1.2952	1.7241	1.8703	1.8642	1.8646	1.8646	1.8646	0.0000
$\hat{\alpha}_3$	1.6381	2.0669	2.2131	2.2070	2.2075	2.2074	2.2075	0.0001
$\hat{\alpha}_4$	0.9095	1.3384	1.4845	1.4784	1.4789	1.4789	1.4789	0.0000
Total								0.002

Tabel 4.2, terlihat bahwa selisih $\sum_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_{i,m}\right|$ dari iterasi ke-5 dan iterasi ke-6 kurang dari 0,002. Hal ini menunjukkan bahwa estimasi parameter β telah konvergen mendeteksi nol. Setelah mendapatkan penduga yang *resistent* terhadap *outlier,* maka nilai pendugaan yang telah diperoleh tersebut selanjutnya dilakukan analisis variansi pada data yang mengandung *outlier* (Lampiran 1). Hipotesis dari kasus dan penguraian perhitungan analisis variansi sebagai berikut:

1. Pengaruh perlakuan taraf pupuk lahan pertanian.

   H_0 : $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_7 = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\tau_i \neq 0,$ untuk $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

2. H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \cdots = \alpha_4 = 0$

   H_1 : setidaknya ada $\alpha_j \neq 0,$ untuk $j = 1, 2, 3, 4$

dengan menggunakan:

a. Jumlah Kuadrat Total (JKT)

$$JKT = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{ab} = 22,8571$$

b. Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP)

$$JKP = \frac{\sum_{i=1}^{a} \bar{y}_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 12,8929$$

c. Jumlah Kuadrat Kelompok (JKK)

$$JKK = \frac{\sum_{j=1}^{a} y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{ab} = 7,1071$$

d. Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP - JKK = 2,8571$$

4.1.5 Hasil Model

Berdasarkan persamaan (2.1) maka diperoleh hasil model sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
y_{11} &= 5.2685 - 0.5356 - 0.2825 \\
y_{12} &= 5.2685 - 0.5356 + 1.8646 \\
y_{13} &= 5.2685 - 0.5356 + 2.2075 \\
y_{14} &= 5.2685 - 0.5356 + 1.4789 \\
y_{21} &= 5.2685 + 7.4394 - 0.2825 \\
y_{22} &= 5.2685 + 7.4394 + 1.8646 \\
y_{23} &= 5.2685 + 7.4394 + 2.2075 \\
y_{24} &= 5.2685 + 7.4394 + 1.4789 \\
y_{31} &= 5.2685 - 1.5856 - 0.2825 \\
y_{32} &= 5.2685 - 1.5856 + 1.8646 \\
y_{33} &= 5.2685 - 1.5856 + 2.2075 \\
y_{34} &= 5.2685 - 1.5856 + 1.4789 \\
y_{41} &= 5.2685 - 0.7106 - 0.2825 \\
y_{42} &= 5.2685 - 0.7106 + 1.8646 \\
y_{43} &= 5.2685 - 0.7106 + 2.2075 \\
y_{44} &= 5.2685 - 0.7106 + 1.4789 \\
y_{51} &= 5.2685 - 2.3606 - 0.2825 \\
y_{52} &= 5.2685 - 2.3606 + 1.8646 \\
y_{53} &= 5.2685 - 2.3606 + 2.2075 \\
y_{54} &= 5.2685 - 2.3606 + 1.4789 \\
y_{61} &= 5.2685 - 3.7356 - 0.2825 \\
y_{62} &= 5.2685 - 3.7356 + 1.8646 \\
y_{63} &= 5.2685 - 3.7356 + 2.2075 \\
y_{64} &= 5.2685 - 3.7356 + 1.4789 \\
y_{71} &= 5.2685 + 6.7569 - 0.2825 \\
y_{72} &= 5.2685 + 6.7569 + 1.8646 \\
y_{73} &= 5.2685 + 6.7569 + 2.2075 \\
y_{74} &= 5.2685 + 6.7569 + 1.4789
\end{aligned}
$$

4.2 Kajian Agama Tentang *outlier*

Perbuatan seperti perselisihan, pertentangan, bercerai-berai, dan berpecah-belah antar umat manusia dapat dikatakan sebagai penyimpangan, karena manusia telah melanggar apa yang diperintahkan oleh Allah SWT yaitu persatuan. Penyimpangan tersebut dapat berdampak pada perpecahan umat. Namun, Allah SWT mendatangkan semua itu bukan semata-mata untuk menyiksa manusia, melainkan untuk mengingatkan manusia karena telah mengingkari segala nikmat yang telah diberikan-Nya.

Allah SWT berfirman di dalam Al-Qur’an Surat Ali Imran/3:104, yang artinya:

"Dan hendaklah ada di antara kamu segolongan umat yang menyeru kepada kebajikan, menyeru kepada yang ma'ruf dan mencegah dari yang munkar, merekalah orang-orang yang beruntung." (QS. Ali Imran / 3 : 104).

Hendaknya dalam jiwa anggota umat tertanam cinta kebaikan dan berpegang teguh pada Al-Qur'an, yang di dalamnya terkandung kemaslahatan bersama, seolah sama dengan cinta terhadap kemaslahatan pribadi. Sehinggat tercipta suatu ikatan yang terhimpun dalam hal kebaikan, agar menjadi umat yang utuh seolah satu bangunan, sebagaiman sabda Rasulullah SAW, yang artinya:

"Orang-orang mukmin terhadap mukmin lainnya bagaikan satu bangunan utuh yang mana antar komponen saling mengikat." (Al-Maraghi, 1993).

Allah SWT berfirman bahwasanya hendaklah ada dari kalian sejumlah orang yang bertugas untuk menegakkan perintah Allah SWT, yaitu dengan menyeru orang-orang untuk berbuat kebajikan dan melarang perbuatan yang munkar, mereka adalah golongan orang-orang yang beruntung (Katsir dan Ismail, 2000). Sebagaimana yang disebutkan dalam kitab Shahih Muslim dalam sebuah hadits dari Abu Hurairah, disebutkan bahwa Rasulullah SAW bersabda yang artinya:

"Barang siapa di antara kalian melihat suatu kemunkaran, hendaklah dia mencegahnya dengan tangannya; dan jika ia tidak mampu, maka hendaklah dengan lisannya; dan jika masih tidak mampu juga, maka dengan hatinya, yang demikian itu adalah selemah-lemahnya iman." (Katsir dan Ismail, 2000).

Dengan adanya dakwah Islam, maka banyaklah kebaikan dalam umat dan jarang terjadi kejahatan, serta mereka saling menasehati dalam kebenaran dan kesabaran, dan mereka merasa bahagia di dunia dan di akhirat.jika terdapat di antara satu golongan yang melaksanakan *amar ma'ruf nahi munkar,* berpegang teguh pada tali agama Allah SWT, dan mengarahkan pada suatu tujuan, maka pasti mereka tidak akan berpecah belah dan berselisih.

Menganjurkan berbuat kebaikan saja tidaklah cukup tetapi harus diiringi dengan menghilangkan sifat-sifat yang buruk. Kemenangan tidak akan tercapai melainkan dengan kekuatan, dan kekuatan tidak akan terwujud melainkan dengan persatuan. Persatuan yang kukuh dan kuat tidak akan tercapai kecuali dengan sifat-sifat keutamaan. Tidak terpelihara keutamaan itu melainkan dengan terpeliharanya agama, dan akhirnya tidak mungkin agama terpelihara melainkan dengan adanya dakwah. Maka, kewajiban pertama umat Islam adalah menggiatkan dakwah agar pemeluk agama saling menghargai dan hidup dalam kerukunan.

Atas dasar dorongan agama, maka tercapailah bermacam-macam kebajikan, sehingga terwujud persatuan yang kukuh dan kuat. Dari persatuan yang kukuh dan kuat tersebut akan menimbulkan kemampuan yang besar untuk mencapai kemenangan dalam setiap perjuangan. Mereka yang memenuhi syarat-syarat perjuangan itulah orang-orang yang sukses dan beruntung.

Oleh karenanya, Allah SWT mewajibkan kepada umat manusia untuk berpegang teguh pada kitab-Nya, sunnah Rasul-Nya, dan kembali kepada Al-Qur'an dan Hadits di saat terjadi perselisihan. Allah SWT memerintahkan kepada umat manusia untuk bersatu dan berpegang teguh terhadap ajaran Al-Qur'an dan Al-Hadits, baik dengna keyakinan ataupun amal perbuatan. Ini adalah syarat tercapainya kesepakatan dan teraturnya sesuatu yang tercerai-berai, dengannya akan tercapai kemaslahatan (kebaikan) dunia, akhirat, dan keselamatan dari perpecahan (Al-Qurthubi, 2008).

Allah SWT berfirman di dalam Al-Qur'an surat Ali Imran / 3 : 106-107, yang artinya:

"Pada hari yang di waktu itu ada muka yang putih berseri, dan ada pula muka yang hitam muram. Adapun orang-orang yang hitam muram mukanya (kepada nereka dikatakan): "Kenapa kamu kafir sesudah kamu beriman? Karena itu rasakanlah azab disebabkan kekafiranmu itu." Adapun orang-orang yang putih berseri mukanya, maka mereka berada dalam rahmat Allah (surga); mereka kekal di dalamnya." (QS. Ali Imran / 03 : 106-107).

Al-Jazairi (2008) menyatakan apabila manusia kafir ketika di dunia,maka akibat kekufurannya itu kembali padanya di hari kiamat. Allah SWT akan memberikan ganjaran dengan keadilan-Nya dan itu adalah sejelek-jelek azab. Apabila manusia beramal shaleh di dunia, maka Allah SWT telah menyiapkan tempat di surga. Allah SWT akan memberikan karunia-Nya kepada manusia yang telah beramal shaleh. Amalan-amalan shaleh manusia merupakan pembersih jiwa manusia, sehingga manusia berhak untuk masuk surga.

Berdasarkan uraian di atas, dapat diambil kesimpulan bahwa Allah SWT tidak langsung membinasakan manusia di muka bumi ini yang melakukan penyimpangan. Allah SWT Maha Pengasih lagi Maha Penyayang terhadap hamba-hamba-Nya, dan menjauhi segala larangan-Nya. Allah SWT memerintahkan kepada seseorang untuk menyeru pada kebaikan dan mencegah pada kemunkaran terutama kepada seseorang yang melakukan penyimpangan dan mengembalikan ke jalan yang benar. Hal ini karena tidak semua orang yang menyimpang itu tidak memberikan kontribusi yang baik dalam kehidupan. Hal tersebut adalah salah satu bentuk solusi untuk menyelesaikan *outlier,* yang mana *outlier* tersebut tidaak serta merta dihapuskan begiru saja dari penelitian. *Outlier* diolah dengan memasukkan data yang mengandung *outlier* tersebut dalam perhitungan model sebagai fungsi *influence* (fungsi pengaruh). Adakalanya *outlier* memberikan informasi yang tidak dapat diberikan oleh titik data yang lainnya.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan dan penjelasan yang telah diuraikan, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

Implementasi estimasi parameter model tetap Rancangan Acak Kelompok (RAK) pada data percobaan pupuk lahan pertanian dengan pengelompokkan replika lahan untuk mengetahui tingkat hasil panen kacang hijau yang mengandung *outlier* dengan metode *Robust* M, sehingga didapatkan estimator β yang konvergen sampai iterasi ke-6, yaitu:

$$\mu = 5.2685;\ \tau_1 = -0.5356;\ \tau_2 = 7.4394;\ \tau_3 = -1.5856;\ \tau_4 = -0.7106;$$

$$\tau_5 = -2.3606\ ; \tau_6 = -3.7356\ ; \tau_7 = 6.7569\ ; \alpha_1 = -0.2825\ ;$$

$$\alpha_2 = 1.8646\ ;\ \alpha_3 = 2.2075\ ; \alpha_4 = 1.4789$$

5.2 Saran

Berdasarkan kesimpulan yang telah diuraikan, maka disarankan untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan kajian penelitian mengenai penerapan Metode *Robust* M pada beberapa bentuk rancangan percobaan yang teridentifikasi adanya data *outlier* pada penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Qurthubi, S.I. 2008. *Tafsir Al Qurthubi, Jilid 4.* Terjemahan Dudi Rosyadi, Nashirul Haq, dan Fathurrahman. Jakarta: Pustaka Azzam.

Agus, Mohammad. 2016. *Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok (RAK) Pada Data yang Mengandung Outlier dengan Metode Robust M*. Malang: Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim.

Al Maraghi, A.M.. 1993. *Terjemah Tafsir Al-Maraghi*. Semarang: CV Toha Putra.

Draper, N.R., & Smith, H.. 1992. *Analisis Regresi Terapan.* Terjemahan Edisi Kedua. Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Fox, J., & Sanford, W.. 2013. *Robust Regression.* New York. (Online), (http://users.stat.umn.edu/~sandy/courses/8053/handouts/robust.pdf), diakses pada tanggal 22 September 2019.

Gaspersz, V. 1996. *Metode Perancangan Percobaan*. Bandung: Armico.

Harini, S. dan Turmudi. 2010. *Pengantar Statistika.* Malang: UIN Maliki Press

Hekimoglu, S., & Erenoglu, R.C.. 2013. A New-Estimate with Breakdown Point. *Acta Geod Geophys,* 48: 419-437.

Hubert, M., & Rousseeuw, J.. 2008. *High-Breakdown Robust Multivariate Methods. Statistical Science.* 28 (1): 92-119.

Katsir D. dan Ismail A.F.I.I. 2000. *Tafsir Ibnu Katsir, Juz 4.* Terjemahan Bahrun Abu Bakar. Bandung: Sinar Baru Algensindo.

Liani, K. 2004. *Analisis Data Hilang Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap.* Skripsi tidak dipublikasikan.Semarang : UNDIP

Mattjik, A.A, dan Sumertajaya, I.M. 2000. *Tafsir Perancangan Percobaan dengan Aplikasi SAS dan Minitab Jilid 1 Edisi Kedua.* Bogor: IPB Press.

Montgomery, D.C. dan Peck, E.A. 2006. *Introduction a Linier Regression Analisis.*New York: John Wiley & Sons Inc.

Myers, R.H.. 1990. *Classical and Modern Regression With Application 2^{nd} Edition*. Duxbury/Thompson Learning.

Rakhmasanti, L.A, Nugroho, W.H., & Sumarminingsih, E. 2013. *Kajian Model Regresi Logistik dan Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) dengan Fungsi Pembobot Adaptive Gaussian Kernel dan GWLR dengan Fungsi Pembobot Bisquare Kernel. FMIPA Universitas Brawijaya,* 1(4):

293-296.

Soemartini. 2007. *Outlier (Pencilan)*. Jatinangor: Universitas Padjajaran.

Steel, R.G.D, dan Torrie, J.H. 1993. *Prinsip dan Prosedur Statistika suatu Pendekatan Biometrik.* Jakarta: PT. Gramedia.

Yitnosumarto, S. 1991. *Percobaan Perancangan, Analisis, dan Interpretasinya.* Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Umum.

LAMPIRAN

Lampiran 1

Sebuah percobaan aplikasi pupuk hayati VP3 dibandingkan dengan empat macam pupuk hayati yang beredar dipasaran terhadap hasil kacang hijau (*vigna radiata L*) di lapang yang diujikan dengan menggunakan Rancangan Acak Kelompok (RAK). Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh pemberian pupuk hayati VP3 dibandingkan dengan empat macam pupuk hayati yang beredar dipasaran terhadap hasil kacang hijau di lapang. Data selengkapnya dapat disajikan dalam tabel berikut ini:

Perlakuan	Ulangan			
	1	2	3	4
V1	5,20	11,10	4,10	3,8
V2	11,60	15,80	15,9	12,8
V3	3,80	3,90	7,9	4,4
V4	6,40	5,70	6,3	5,1
V5	4,80	4,00	3,7	4,4
V6	2,40	2,60	3,1	3,3
V7	25,40	12,10	15,6	18,7

Lampiran 2

Sintaks program Matlab untuk mencari parameter model Rancangan Acak Kelompok (RAK) dengan model regresi menggunakan metode kuadrat terkecil.

```
x=[1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
   1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
   1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
   1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
   1 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
   1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
   1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
   1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
   1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
   1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
   1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
   1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
   1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
   1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
   1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
   1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
   1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
   1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
   1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
   1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
   1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
   1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
   1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
   1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
   y=transpose ([6.90 4.60 4.40 4.81 6.48 5.57 4.28 4.45 6.52 10.60 5.30 5.30 6.90 6.65 6.75 7.75 6.00 6.18 5.50 5.50 7.90 7.57 6.80 6.62]);
   k=(transpose(x))*x;
   m=pinv(k);
   b_ols=(m*(transpose(x))*y);
```

Lampiran 3

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model Rancangan Acak Kelompok (RAK) iterasi ke-1.

```
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([5.20 11.10 4.10 3.8 11.60 15.80 15.9 12.8 3.80 3.90 7.9 4.4 6.40 5.70 6.3 5.1 4.80 4.00 3.7 4.4 2.40 2.60 3.1 3.3 25.40 12.10 16.6 18.7]);
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w0=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.423843 1 1 1]));
b_robust1=(m*(transpose(x))*w0*y)
```

Lampiran 4

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model Rancangan Acak Kelompok (RAK) iterasi ke-2.

```
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([5.20 11.10 4.10 3.8 11.60 15.80 15.9 12.8 3.80 3.90 7.9 4.4 6.40 5.70 6.3 5.1 4.80 4.00 3.7 4.4 2.40 2.60 3.1 3.3 25.40 12.10 16.6 18.7]);
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w1=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.22746821 1 1 1]));
b_robust2=(m*(transpose(x))*w1*y)
```

Lampiran 5

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model Rancangan Acak Kelompok (RAK) iterasi ke-3.

```
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([5.20 11.10 4.10 3.8 11.60 15.80 15.9 12.8 3.80 3.90 7.9 4.4 6.40 5.70 6.3 5.1 4.80 4.00 3.7 4.4 2.40 2.60 3.1 3.3 25.40 12.10 16.6 18.7]);
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w2=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.23565976 1 1 1]));
b_robust3=(m*(transpose(x))*w2*y)
```

Lampiran 6

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model Rancangan Acak Kelompok (RAK) iterasi ke-4.

```
    1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
    1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
    1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
    1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
    1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
    1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
    1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
    1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
    1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
    1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
    1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
    1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
    1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
    1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
    1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
    1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
    1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
    1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
    1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([5.20 11.10 4.10 3.8 11.60 15.80 15.9 12.8 3.80 3.90 7.9 4.4 6.40 5.70 6.3 5.1 4.80 4.00 3.7 4.4 2.40 2.60 3.1 3.3 25.40 12.10 16.6 18.7]);
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w3=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.235037926 1 1 1]));
b_robust4=(m*(transpose(x))*w3*y)
```

Lampiran 7

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model Rancangan Acak Kelompok (RAK) iterasi ke-5.

```
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([5.20 11.10 4.10 3.8 11.60 15.80 15.9 12.8 3.80 3.90 7.9 4.4 6.40 5.70 6.3 5.1 4.80 4.00 3.7 4.4 2.40 2.60 3.1 3.3 25.40 12.10 16.6 18.7]);
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w4=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.235085973 1 1 1]));
b_robust5=(m*(transpose(x))*w4*y)
```

Lampiran 8

Sintaks program Matlab untuk mencari penduga koefisien model Rancangan Acak Kelompok (RAK) iterasi ke-6.

```
    1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0
    1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0
    1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
    1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0
    1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0
    1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0
    1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0
    1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0
    1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
    1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0
    1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0
    1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0
    1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0
    1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0
    1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0
    1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
    1 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0
    1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0
    1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0
    1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1];
y=transpose([5.20 11.10 4.10 3.8 11.60 15.80 15.9 12.8 3.80 3.90 7.9 4.4 6.40 5.70 6.3 5.1 4.80 4.00 3.7 4.4 2.40 2.60 3.1 3.3 25.40 12.10 16.6 18.7]);
k=(transpose(x))*x;
m=pinv(k);
w5=diag(transpose([1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0.235037926 1 1 1]));
b_robust6=(m*(transpose(x))*w5*y)
```

RIWAYAT HIDUP

Arbania Kabes dilahirkan di Kota Pala Fakfak tepatnya di Kampung Werba pada tanggal 14 Februari 1996, anak keenam dari tujuh bersaudara, pasangan dari Bapak Sulaiman Kabes dan Ibu Aisa Mokan (Almarhumah). Pendidikan dasar ditempuh di SD YPK Werba dan lulus tahun 2007.

Pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 3. Pada tahun 2010, dia menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) Negeri 1 Fakfak dan lulus pada tahun 2013. Pada tahun 2014, dia menempuh pendidikan berikutnya di Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Arbania Kabes
NIM	: 14610099
Jurusan	: Sains dan Teknologi
Fakultas	: Matematika
Judul Skripsi	: Estimasi Parameter Model Rancangan Acak Kelompok Pada Data Yang Mengandung *Outlier* Dengan Metode *Robust* M
Pembimbing I	: Dr. Sri harini, M.Si
Pembimbing II	: Muhammad Nafie Jauhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	20 Maret 2020	Konsultasi Bab I & Bab II	
2.	30 Maret 2020	Konsultasi Agama Bab I & Bab II	
3.	6 April 2020	Revisi Bab I & II	
4.	7 April 2020	Revisi Agama Bab I & II	
5.	11 April 2020	Konsultasi Bab III & IV	
6.	16 April 2020	Konsultasi Agama Bab II & Bab IV	
7.	20 April 2020	Konsultasi Bab IV	
8.	24 April 2021	Revisi Agama Bab II	
9.	27 April 2021	Konsultasi Bab IV	
10.	2 Mei 2021	Revisi Agama Bab IV	
11.	5 Mei 2021	ACC Keseluruhan	
12.	7 Mei 2021	ACC Agama Keseluruhan	

Malang, 17 Juni 2021
Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001