

**EFEK PENEROBOSAN PADA POTENTIAL PENGHALANG GANDA
SIMETRIS DALAM SISTEM KUANTUM**

SKRIPSI

Oleh:
SITI NUR AINI
NIM. 14640030



**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

**EFEK PENEROBOSAN PADA POTENTIAL PENGHALANG GANDA
SIMETRIS DALAM SISTEM KUANTUM**

SKRIPSI

**Diajukan kepada:
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan Dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)**

**Oleh:
SITI NUR AINI
NIM. 14640030**

**JURUSAN FISIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021**

HALAMAN PERSETUJUAN

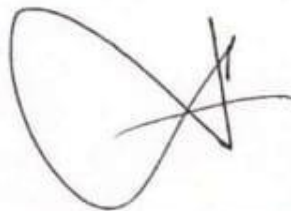
**EFEK PENEROBOSAN PADA POTENTIAL PENGHALANG GANDA
SIMETRIS DALAM SISTEM KUANTUM**

SKRIPSI

Oleh:
Siti Nur Aini
NIM. 14640030

Telah diperiksa dan disetujui untuk diuji,
Pada tanggal: 10 Juni 2021

Pembimbing I,



Drs. Abdul Basid, M. Si
NIP. 19650504 199003 1 003

Pembimbing II,



Ahmad Abtokhi, M. Pd
NIP. 19761003 200312 1 004

Mengetahui,

Ketua Jurusan Fisika,



The stamp is circular with the text "KEMENTERIAN AGAMA" at the top, "FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI" in the middle, and "REPUBLIK INDONESIA" at the bottom. Inside the stamp, it says "UNIVERSITAS ISLAM INDONESIA" and "JURUSAN FISIKA". A handwritten signature is written over the stamp.

Drs. Abdul Basid, M. Si
NIP. 19650504 199003 1 003

HALAMAN PENGESAHAN

EFEK PENEROBOSAN PADA POTENTIAL PENGHALANG GANDA SIMETRIS DALAM SISTEM KUANTUM

SKRIPSI

Oleh:
Siti Nur Aini
NIM. 14640030

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan
Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Si)
Tanggal: 21 Juni 2021

Penguji Utama	:	<u>Erna Hastuti, M.Si</u> NIP. 19811119 200801 2 009	
Ketua Penguji	:	<u>Muhammadmad Taufiqi, M.Si</u>	
Sekretaris Penguji	:	<u>Drs. Abdul Basid, M.Si</u> NIP. 19650504 199003 1 003	
Anggota penguji	:	<u>Ahmad Abtokhi, M. Pd</u> NIP. 19761003 200312 1 004	

Mengesahkan,
Ketua Jurusan Fisika



Drs. Abdul Basid, M.Si
NIP. 19650504 199003 1 003

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama : Siti Nur Aini
NIM : 14640030
Jurusan : Fisika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Penelitian : Efek Penerobosan pada Potensial Penghalang Ganda Simetris dalam Sistem Kuantum

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka. Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan maka saya bersedia untuk menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Mei 2021
Yang Membuat Pernyataan



Siti Nur Aini
NIM. 14640030

MOTTO

**JAWABAN SEBUAH KEBERHASILAN ADALAH TERUS BELAJAR, BERUSAHA,
BERDO'A, DAN TIDAK KENAL PUTUS ASA.**

SUKSES ADALAH BERANI BERTINDAK DAN PUNYA PRINSIPI!!

HALAMAN PERSEMBAHAN

Tiada hentinya saya ucapkan syukur kepada Allah Swt yang telah memberikan segala nikmat kekuatan, kesabaran, kemampuan, keikhlasan dan perlindungan. Sholawat serta salam tetap tecurahkan kepada Nabi Agung Muhammad SAW.

Skripsi yang menjadikan syarat untuk mendapatkan gelar S.Si ini, saya persembahkan untuk orang-orang yang telah membesarkan saya, memndidik saya, membimbing saya, mengarahkan saya, menyayangi saya, dan tidak henti-hentinya mendo'akan saya.

Untuk kedua orang tua saya Bpk Khudhori dan Ibu Sholehati yang tak pernah bosan menyayangi, mengasuh, menasehati, memberikan kasih sayang.

Teruntuk suami, anak dan adik yang tercinta,
Abd Adzim S. Hi, M. Hafla Nur Fathar Adzim, dan Siti Muti'atul Khasanah yang tak pernah lelah, menyayangi, menyemangati, mengingatkan, dan selalu mencurahkan untaian do'a untuk saya.

Teruntuk seluruh dosen Fisika Uiversitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah mendidik dan mengajarkan berbagai ilmu pengetahuan kepada saya.

teruntuk teman-teman Fisika angkatan 2014 yang telah memberikan semangat, dukunga, kenangan yang indah, membantu saya dalam kesulitan dan menyuport saya untuk berjuang di Fisika.

Semoga Allah Swt senantiasa memberikan rahmat dan hidayahnya kepada kita semua serta memberikan manfaat dan barokah atas ilmu yang telah saya dapatkan

selama ini

Aamiin.....

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Puji syukur senantiasa kita panjatkan atas limpahan rahmat, taufiq, dan hidayah-Nya kepada kita semua, khususnya kepada kami sebagai penulis sehingga kami dapat mengerjakan skripsi yang berjudul “Efek Penerobosan Pada Potential Penghalang Ganda Simetris Dalam Sistem Kuantum” ini dengan baik. Sholawat dan salam semoga senantiasa tercurahkan kepada Nabi kita, Nabi Muhammad Saw suri tauladan.

Penulis menyadari bahwa banyak pihak yang telah berpartisipasi dan membantu dalam menyelesaikan penulisan skripsi ini. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih sebanyak-banyaknya kepada semua pihak yang telah membantu terselesaikannya skripsi ini. Ucapan terimakasih ini penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Abdul Haris, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Hariani, M.Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Drs. Abdul Basid, M.Si selaku Ketua Jurusan Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Erika Rani, M.Si selaku Dosen Pembimbing Jurusan Fisika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Abtokhi M. Si selaku dosen pembimbing integrasi yang memberikan bimbingan integrasi dan motivasi dalam penulisan skripsi.
6. Seluruh dosen Fisika Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang berkenan mendidik dan membimbing saya.
7. Teristimewa orang tua saya Bapak Khudhori dan Ibu Sholekhati tercinta yang telah memberikan kepercayaan untuk menuntut ilmu serta melimpahkan kasih sayang kepada saya.
8. Abd Adzim S.Hi, Devi Puspitasari, Ainur Rizza, Anwar Shidiq, Fajrul Falah, Rifqi Himami, dan Rosyiful Aqli yang telah banyak membantu dan memberikan motivasi.

9. Teman-teman Fisika angkatan 2014 yang selalu kami jadikan inspirasi dan motivasi disetiap langkah kami dan pihak-pihak lain yang selalu membantu.

Penulis berharap semoga laporan Penelitian ini bisa memberikan manfaat kepada para pembaca secara umum dan khususnya bagi penulis. Aamiin Ya *Rabbal 'Alamiin*.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb.

Malang, 5 Mei 2021

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
HALAMAN PERSETUJUAN	iii
HALAMAN PENGESAHAN	iv
PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	v
MOTTO	vi
HALAMAN PERSEMBAHAN	vii
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR GAMBAR	xi
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR LAMPIRAN	xiii
ABSTRAK	xiv
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan.....	7
1.4 Manfaat	7
1.5 Batasan Masalah.....	7
BAB II PENEROBOSAN TUNGGAL	
2.1 Efek Penerobosan (<i>Tunnelling Effect</i>).....	8
2.2 Proses Terjadinya Efek Penerobosan	10
2.3 Aplikasi Efek Penerobosan.....	15
2.4 Kajian Integrasi Islam	16
BAB III PENGHALANG GANDA	
3.1 Solusi Persamaan Gelombang	17
3.2 Solusi Persamaan Schrodinger	17
3.3 Metode Matrik Transfer.....	23
BAB IV KOEFISIEN TRANSMISI DAN REFLEKSI	
4.1 Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi pada Penghalang Pertama	28
4.1.1 Koefisien Transmisi.....	28
4.1.2 Koefisien Refleksi	32
4.2 Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi pada Penghalang Ganda	35
4.2.1 Koefisien Transmisi.....	35
4.2.2 Koefisien Refleksi	37
4.3 Koefisien Transmisi dan Refleksi	39
4.4 Integrasi	40
BAB V PENUTUP	
5.1 Kesimpulan	43
5.2 Saran	44
DAFTAR PUSTAKA	
LAMPIRAN	

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1 Potensial Penghalang Setinggi V_0	2
Gambar 1.2 Potensial Penghalang Ganda.....	4
Gambar 2.1 (a) Efek Penerobosan pada Mekanika Klasik dan Mekanika Kuantum (b) Skema Elektron Menembus Suatu Penghalang.....	8
Gambar 2.2 (a) Skema Keadaan Terikat dan (b) Skema Keadaan Hamburan	10
Gambar 2.3 Skema Potential Penghalang Setinggi V_0	11
Gambar 2.4 Skema Fungsi Gelombang.....	13
Gambar 2.5 Skema Koefisien Transmisi dan Refleksi	15
Gambar 3.1 Skema Potensial Penghalang Ganda	17
Gambar 3.2 Skema Fungsi Gelombang untuk $E < V_0$	19
Gambar 3.3 Hubungan Tinggi Potensial V_a dengan Solusi Positif dan Solusi Negatif pada Potensial Penghalang Ganda Simetris.....	27
Gambar 4.1 Grafik antara Lebar Penghalang Tunggal (a) dan Koefisien Transmisi (T).....	29
Gambar 4.2 Grafik antara Energi Awal (E) dan Koefisien Transmisi (T).....	31
Gambar 4.3 Grafik antara Lebar Penghalang (a) dan Koefisien Refleksi (R)	33
Gambar 4.4 Grafik antara Energi Awal dan Koefisien Refleksi.....	35
Gambar 4.5 Grafik antara Lebar Penghalang (a_2) dan Koefisien Transmisi (T).....	37
Gambar 4.6 Grafik antara Lebar Penghalang Kedua (a_2) dan Koefisien Refleksi (R)	38
Gambar 4.7 Grafik antara Lebar Penghalang Pertama (a), Koefisien Transmisi (T), dan Refleksi Penghalang Pertama	39
Gambar 4.8 Grafik antara Lebar Penghalang Ganda, Koefisien Transmisi, dan Refleksi Penghalang Ganda	40

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Hubungan V_a dan Energi Eigen <i>Real</i>	26
Tabel 3.2 Hubungan V_a dan Energi Eigen <i>Imaginer</i>	26
Tabel 4.1 Hubungan antara Lebar Penghalang dan Koefisien Transmisi.....	29
Tabel 4.2 Hubungan antara Energi Awal dengan Koefisien Transmisi.....	30
Tabel 4.3 Hubungan antara Lebar Penghalang dan Koefisien Refleksi.....	33
Tabel 4.4 Hubungan antara Energi Awal Partikel dan Koefisien Refleksi.....	34
Tabel 4.5 Hubungan antara Lebar Penghalang Kedua dan Koefisien Transmisi Ganda.....	36
Tabel 4.6 Hubungan antara Lebar Penghalang Kedua dan Koefisien Refleksi Ganda.....	38

DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1 Perhitungan Koefisien Transmisi Dan Refleksi penghalang tunggal
- Lampiran 2 Perhitungan Koefisien Transmisi Dan Refleksi penghalang ganda
- Lampiran 3 Perhitungan Koefisien Transmisi Dan Refleksi Dalam Fungsi Energi
- Lampiran 4 Bukti Konsultasi Skripsi

ABSTRAK

Siti Nur, Aini. 2021. Efek Penerobosan Pada Potensial Penghalang Ganda Simetris Dalam Sistem Kuantum. Skripsi. Jurusan Fisika Fakultas sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Drs. Abdul Basid, M. Si (II) Ahmad Abtokhi M. Pd

Kata kunci:Efek penerobosan, Penghalang Ganda, Koefisien Transmisi, Koefisien Refleksi.

Efek penerobosan merupakan fenomena mikroskopis di mana partikel dapat menembus dan dalam beberapa kasus dapat melewati penghalang potensial, dengan nilai penghalang lebih tinggi dari nilai energi kinetik partikel. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk dapat mengetahui representasi energi, koefisien transmisi dan koefisien refleksi yang terjadi pada potensial penghalang ganda simetris. Metode penelitian ini dilakukan secara analitik, yakni untuk menghitung dan menganalisa energi, koefisien transmisi dan refleksi. Hasil representasi energi yang dihasilkan terdapat dua solusi yaitu solusi positif dan solusi negatif, selain representasi energi, koefisien transmisi dan refleksi yang dihasilkan keduanya berkebalikan, koefisien transmisi yang dihasilkan dengan lebar penghalang nol yaitu 1. Sedangkan pada lebar penghalang yang sangat tinggi koefisien refleksi yang dihasilkan sangat besar yaitu 0,52015. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa representasi energi, koefisien transmisi dan koefisien refleksi sangat bergantung dengan lebar tipisnya suatu penghalang potensial.

ABSTRACT

Siti Nur, Aini. 2021. Tunelling Effect on The Symmetrical Double Barrier Potential in The Quantum System. Thesis. Department of Physics, Faculty of Science and Technology of State Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Counselor: (I) Drs. Abdul Basid, M. Si (II) Ahmad Abtokhi, M. Pd.

Keywords: Tunelling Effect, Double Barrier, Transmission Coefficient, Reflection Coefficient.

The tunnelling effect is a microscopic phenomenon in which particles can penetrate and in some cases can pass through a potential barrier, with the value of the barrier being higher than the value of the kinetic energy of the particle. The purpose of this research is to know the representation of energy, transmission coefficient and reflection coefficient that occurs in the symmetrical double barrier potential. This research method is carried out analytically, namely to calculate and analyze energy, transmission and reflection coefficients. The results of the energy representation produced there are two solutions, namely a positive solution and a negative solution, in addition to the energy representation, the resulting transmission and reflection coefficients are both opposite, the resulting transmission coefficient with a zero barrier width is 1. While at a very high barrier width the resulting reflection coefficient very large 0,52015. Based on the results of the study, it can be concluded that the representation of energy, transmission coefficient and reflection coefficient is very dependent on the width of a potential barrier.

المستخلص

عيني ، سبتي نور. 2021. تأثيرات الاختراق على الحواجز المتماثلة المزدوجة المحتملة في النظم الكمية. أطروحة. قسم الفيزياء ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، مولانا مالك إبراهيم الدولة الإسلامية جامعة مالانج. المشرف : (1) الدكتور عبد الباسيد ، الماجستير. (2) احمد ابطوخي ، الماجستير.

الكلمات المفتاحية : تأثير الاختراق ، الحاجز المزدوج ، معامل النقل ، معامل الانعكاس.

تأثير الاختراق هو ظاهرة مجهرية يمكن أن تخترق فيها الجسيمات أو يمكنها المرور عبر حاجز محتمل ، مع كون قيمة الحاجز أعلى من قيمة الطاقة الحركية للجسيم. الغرض من هذه الدراسة هو تحديد تمثيل الطاقة ومعامل النقل ومعامل الانعكاس الذي يحدث في جهد الحاجز المزدوج المتماثل. يتم إجراء هذه الطريقة البحثية بشكل تحليلي ، وتحديدًا لحساب وتحليل معاملات الطاقة والانتقال والانعكاس. ينتج عن نتائج تمثيل الطاقة حلين ، وهما الحل الإيجابي والحل السلبي ، بالإضافة إلى تمثيل الطاقة ، فإن معاملي النقل والانعكاس الناتج كلاهما معاكسين ، ومعامل النقل الناتج بعرض حاجز صفري هو 1. بينما عند عرض حاجز مرتفع جدًا ، يكون معامل الانعكاس الناتج كبيرًا جدًا ، وهو 0,52015. بناءً على نتائج الدراسة ، يمكن استنتاج أن تمثيل الطاقة ومعامل النقل ومعامل الانعكاس يعتمد بشكل كبير على عرض الحاجز المحتمل.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Efek penerobosan (*tunelling effect*) adalah fenomena mikroskopis di mana partikel dapat menembus dan dalam beberapa kasus dapat melewati penghalang potensial, dengan nilai penghalang lebih tinggi dari nilai energi kinetik partikel. Oleh karena itu, gerakan seperti ini tidak ditemukan di dalam mekanika klasik (Razavy, 2003). Masalah yang paling sederhana dalam kasus efek penerobosan adalah pada kasus satu dimensi. Kemudian diperluas ke dalam kasus dua dimensi dan kasus tiga dimensi.

Al-Qur'an sebagai pedoman kaum muslim, sejatinya telah memberi gambaran dan pengetahuan yang jelas, termasuk tentang konsep efek penerobosan yang dikaji dalam penelitian ini. Konsep ini dapat kita lihat dalam QS. Al-Mu'min: 60 sebagai berikut.

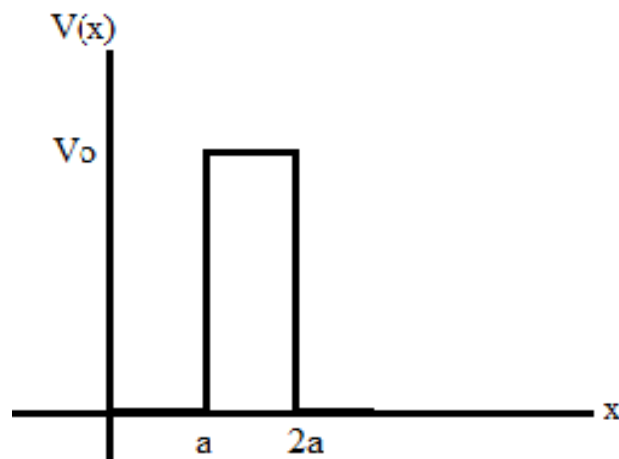
﴿ وَقَالَ رَبُّكُمْ ادْعُونِي أَسْتَجِبْ لَكُمْ إِنَّ الَّذِينَ يَسْتَكْبِرُونَ عَنْ عِبَادَتِي سَيَدْخُلُونَ جَهَنَّمَ دَاخِرِينَ ﴾

“Dan Tuhanmu berfirman: "Berdoalah kepada-Ku, niscaya akan Kuperkenankan bagimu. Sesungguhnya orang-orang yang menyombongkan diri dari menyembah-Ku akan masuk neraka Jahannam dalam keadaan hina dina". (QS. Al-Mu'min: 60)

Terdapat hal yang menarik dalam ayat ini. Yaitu, kata *وَقَالَ رَبُّكُمْ*, Allah Swt. secara jelas mengajak hambanya untuk ingat dan menyembah dengan sungguh-sungguh. Ajakan ini dilanjutkan dengan kata berikutnya, kata *ادْعُونِي أَسْتَجِبْ لَكُمْ*, dalam tafsir Ibnu Katsir, kata ini merupakan sebagian dari karunia dan kemurahan Allah Swt. Allah Swt menganjurkan kepada hamba-hamba-Nya untuk meminta kepada-Nya dan menjamin akan memperkenankan permintaan mereka, seperti apa

yang dikatakan oleh Sufyan Ats-Tsauri, bahwa “Hai orang yang paling dicintai oleh-Nya di antara hamba-hamba-Nya, karena dia selalu meminta kepada-Nya dan banyak meminta kepada-Nya. Hai orang yang paling dimurkai oleh-Nya di antara hamba-hamba-Nya, karena dia tidak pernah meminta kepada-Nya, padahal tiada seorang pun yang bersifat demikian selain Engkau, ya Tuhanku. Demikianlah menurut apa yang telah diriwayatkan oleh Ibnu Abu Hatim.”

Kalimat di atas menjadi kunci bahwa Allah Swt memberi kemurahannya kepada siapapun yang menyeru-Nya, yang meminta dan memohon kepada-Nya. Doa dan seruan hamba bertindak sebagai sesuatu yang terbatas dengan segala keterbatasannya. Sedangkan doa dapat terkabul merupakan hak prerogatif Allah Swt. yang tidak bisa diprediksikan dengan waktu (*finite*) kapan doa itu dikabulkan. Dengan demikian, diperlukan keimanan untuk mengetahui yang rahasia, terang-terangan, maupun untuk memahami “*quantum tunneling*” dalam proses perjalanan doa seorang hamba.



Gambar 1.1 Potential Penghalang Setinggi V_0

Partikel yang ditembakkan pada potensial penghalang diatas, akan melewati atau melintasi penghalang ketika partikel tersebut memiliki energi (E) yang lebih kecil dari pada energi potensial penghalang (V_0). Dengan demikian, interferensi

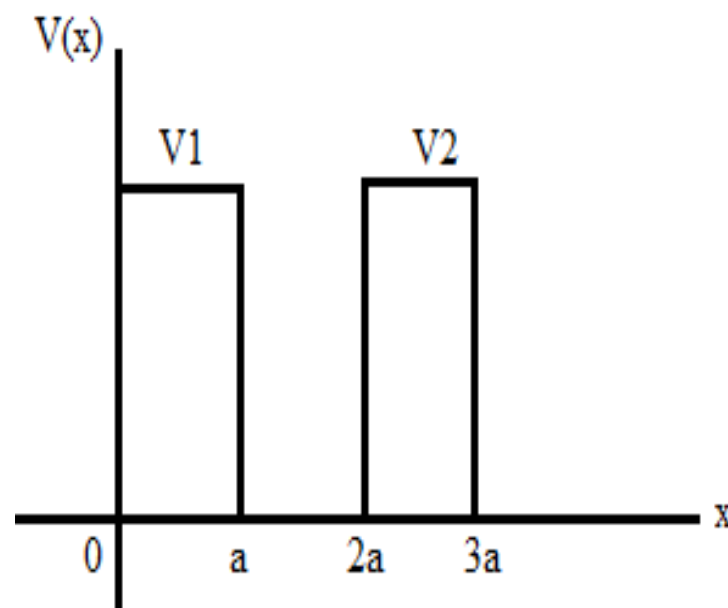
konstruktif antara gelombang partikel yang meninggalkan penghalang pertama dengan gelombang partikel yang di refleksikan oleh potensial penghalang kedua, akan menunjukkan bahwa besarnya nilai probabilitas penghalang tersebut mendekati satu (Stevenson, 2001).

Permasalahan umum pada efek penerobosan adalah gerakan partikel dalam potensial penghalang. Barbier dkk (2011), efek penerobosan pada kasus potensial dengan partikel fermion dan boson masing-masing menghasilkan transmisi pembawa yang sempurna melalui penghalang potensial dengan rentang vektor gelombang yang berbeda. Kasus ini bermanfaat dalam berbagai aplikasi, khususnya dalam divais nanoelektronik seperti *graphene*. Selanjutnya, pembahasan kasus efek penerobosan ini diperluas dalam kasus potensial penghalang ganda (*double potential tunnel*), maka hal ini akan jauh lebih kompleks dan lebih sulit untuk dijadikan penelitian.

Efek penerobosan merupakan sebuah model sederhana dari potensial penghalang ganda yaitu fenomena transportasi melalui struktur penghalang ganda, yang terjadi ketika potensial $V(x)$ terhingga dikedua pusat sisi maksimum (atau maksimal), dimana $V(x) \rightarrow \infty$, dan $x \rightarrow \pm\infty$. Dalam hal ini gerakan partikel akan dibatasi pada bagian sumbu- x saja. Tergantung pada jumlah nilai maksimal dari $V(x)$, sehingga dapat memiliki masalah pada nilai eigen untuk sumur potensial ganda atau pada banyak sumur. Dengan demikian, gerakan partikel akan terlihat berbeda pada potensial penghalang ganda, yaitu antara penghalang dalam potensial simetris dan potensial asimetris (Razavy, 2003).

Gerakan paket gelombang yang mewakili partikel dalam sumur potensial ganda simetris terjadi jika pada kondisi tertentu diperoleh superposisi dalam fungsi

eigen yang terdapat pada dua keadaan terendah dari sistem. Oleh karena itu, paket gelombang dapat beresilasi di antara dua sumur, dengan demikian dapat dihasilkan frekuensi yang terdefinisi dengan baik, dan dapat mempertahankan bentuknya setelah penerusan bolak-balik terjadi berturut-turut. Kasus yang sangat penting ini disebut koherensi kuantum. Selain itu, untuk sumur potensial ganda asimetris, terjadi ketika gerakan dari satu sumur ke sumur lainnya dilakukan dengan proses *tunneling*, maka situasi inilah yang disebut dengan *quantum hopping*.



Gambar 1.2 Potensial Penghalang Ganda

Potensial Penghalang Ganda (*Double potential tunell*) ini memiliki potensial V_1 dan V_2 dengan lebar potensial penghalang x , namun memiliki sifat seperti sumur potensial berhingga yang memiliki dua keadaan, yaitu keadaan terikat dan keadaan tidak terikat (hamburan). Dimana keadaan terikat ($E < V(x)$), terjadi ketika nilai potensialnya meningkat lebih besar dari pada energi total partikel di kedua sisi. Selain itu, untuk keadaan terhambur ($E > V(x)$), terjadi ketika nilai potensial lebih kecil dari pada energi totalnya dan gerakan partikel yang datang dari daerah terhingga mengalami perlambatan kecepatan atau memambah kecepatan di bawah pengaruh

potensial (Griffiths, 2005). Oleh karena itu, sistem potensial penghalang ganda ini tidak bergantung dengan waktu dan tidak mengalami perubahan dalam setiap waktunya.

Penelitian sebelumnya mengenai efek terobosan penghalang ganda yang telah dilakukan oleh Wijaya (2014) dari hasil kajian tersebut menyatakan bahwa ada perbedaan antara mekanika klasik dan mekanika kuantum, bahwa menurut mekanika kuantum partikel tersebut teridentifikasi melewati dua buah potensial, sedangkan menurut mekanika klasik tidak memungkinkan partikel tersebut dapat melewati potensial yang lebih tinggi dari pada energinya.

Dutt dan Kar (2010) mengkaji tentang koefisien transmisi pada potensial delta ganda asimetris. Hasil kajian tersebut menyatakan bahwa koefisien transmisi berubah karena adanya dua penghalang, perubahan jarak penghalang, dan perubahan ketinggian salah satu penghalang. Adapun keunggulan dari penelitian Dutt dan Kar adalah penelitian dengan menggunakan perhitungan WKB.

Seyyed (2017), mengkaji tentang potensial penghalang ganda asimetris dengan perhitungan WKB. Hasil kajian tersebut menyatakan bahwa tunnel splitting secara umum memiliki ketergantungan pada orde pertama terhadap energi bias dan secara efektif terbatas pada ruang Hilbert dua dimensi, yang memperkirakan bahwa ketergantungan pada orde $\tilde{\epsilon}/\hbar$ yang lebih besar dari $\tilde{\epsilon}/V_0$.

Erdmann (2018), mengkaji tentang *tunneling* dari campuran FF dengan komponen spin terpolarisasi yang terkurung dalam sumur ganda. Hasil penelitian ini menyatakan bahwa ketidakseimbangan massa antara komponen memiliki pengaruh kuat pada dinamika *tunneling* tergantung pada kekuatan interaksi antar spesies, yaitu untuk interaksi yang lebih lemah, amplitudo *tunneling* dari spesies

yang lebih berat menjadi lebih kecil. Selain itu, untuk peningkatan rasio massa terjadi ketika fitur *tunneling* dari spesies yang lebih ringan tetap pada keadaan dasar dan tidak terpengaruh.

Potensial penghalang ganda dapat diterapkan dalam beberapa aplikasi, salah satunya dapat diaplikasikan pada material-material zat padat yang advance. Prastowo dkk (2018), mengkaji tentang efek penerobosan pada potensial penghalang ganda menggunakan material GaAs dan PbS dengan menggunakan persamaan kontinuitas, dan propagasi matriks Schrodinger. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa ada koefisien transmisi yang dihasilkan dengan nilai tertinggi dari energi elektron 0,5123eV, dan semikonduktor dari material GaAs maupun PbS merupakan salah satu material yang mempunyai nilai koefisien transmisi yang berbanding lurus dengan nilai bias tegangan.

Adapun keunggulan dari penelitian yang akan dikembangkan dibanding dengan penelitian-penelitian di atas adalah penelitian ini menggunakan formalisasi persamaan schrodinger satu dimensi untuk pontensial penghalang ganda simetris dengan menggunakan partikel bebas dan akan dilakukan secara analitik. Oleh sebab itu, peneliti melakukan penelitian yang berjudul **“Efek Penerobosan Penghalang Ganda Simetris dalam Sistem Kuantum”**.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari latar belakang di atas adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana energi eigen yang terjadi pada potensial penghalang ganda?
2. Bagaimana koefisien transmisi dan koefisien relfeksi yang terjadi pada potensial penghalang ganda?

1.3 Tujuan

Tujuan penelitian berdasarkan rumusan masalah di atas adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui representasi energi yang terjadi pada potensial penghalang ganda.
2. Untuk mengetahui koefisien transmisi dan koefisien refleksi yang terjadi pada potensial penghalang ganda.

1.4 Manfaat

Telaah ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai kajian yang kedepannya dapat dikembangkan dalam kasus-kasus terkini dibidang fisika partikel, khususnya pada efek penerobosan pada potensial penghalang ganda simetris maupun asimetris dengan sistem berbeda.

1.5 Batasan Masalah

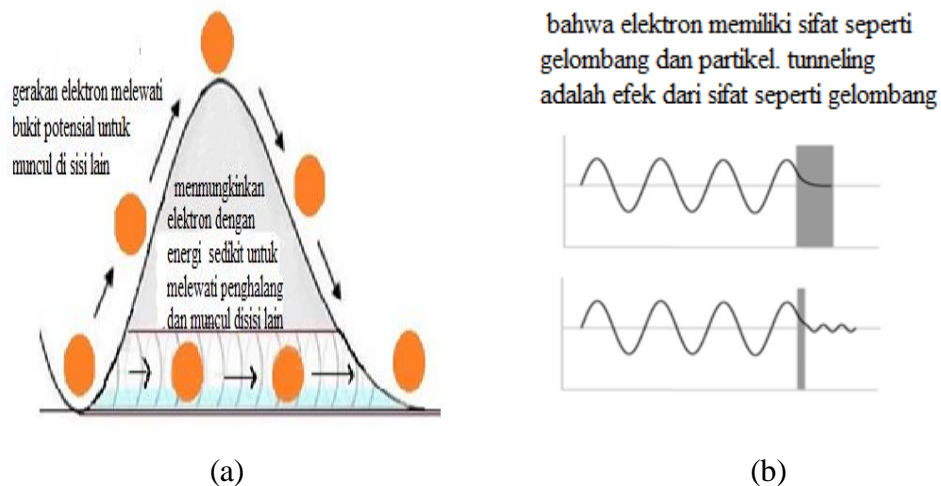
Agar penelitian ini lebih terfokus dan dapat menjawab permasalahan yang ada, maka batasan masalah tersebut adalah sebagai berikut:

1. Partikel bebas dalam sistem quantum
2. Potensial penghalang ganda simetris

BAB II PENEROBOSAN TUNGGAL

2.1 Efek Penerobosan (*Tunnelling Effect*)

Efek penerobosan merupakan fenomena mikroskopis pada mekanika kuantum, yang mana secara mekanika klasik tidak mungkin terjadi. Dalam hal ini partikel mampu menembus atau melewati suatu penghalang potensial dengan jangkauan yang terbatas, dimana energi yang dimiliki partikel tersebut lebih kecil di bandingkan penghalangnya. Partikel-partikel tersebut dapat dibandingkan dengan sebuah bola yang mencoba berguling di atas bukit, seperti pada gambar berikut ini (Ziock, 1969):



Gambar 2.1 (a) Efek Penerobosan pada Mekanika Klasik dan Mekanika Kuantum
(b) Skema Elektron Menembus Suatu Penghalang (Ziock, 1969)

Secara mekanika klasik mustahil jika bola tersebut dapat melalui atau melintas bukit tanpa memiliki energi kinetik yang cukup. Namun secara mekanika kuantum, partikel diasumsikan memiliki sifat seperti gelombang, dengan memungkinkan partikel tersebut memiliki energi yang lebih sedikit untuk menembus suatu penghalang sehingga dapat muncul di daerah lain. (Ziock, 1969).

Seperti halnya dengan prinsip sumur potensial, secara mekanika klasik sebuah elektron tidak dapat menembus penghalang, karena $E < E_0$ maka energi kinetik elektron tersebut bernilai negatif. Dalam hal ini $x > 0$, sehingga penghalang tersebut merupakan daerah larangan yang tidak mungkin ditembus dan dilewati oleh elektron atau electron akan terpantulkan kembali. Dengan demikian, dalam mekanika kuantum daerah larangan tersebut dapat dilewati dan ditembus elektron yang terjadi di dalam dunia mikro (Griffiths, 2005).

Persamaan schrodinger tidak bergantung waktu pada mekanika klasik, dalam hal ini hanya bergantung pada posisi sehingga energi potensial hanya berubah pada posisi partikel saja. Sehingga peninjauan hanya fokus pada posisi partikel dalam interval waktu tertentu. Dengan demikian nilai t pada persamaan berikut sama dengan nol $t = 0$ (Liboff, 2003):

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} &= -\frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi(x,t) \\ \frac{\partial^2 \psi(x,0)}{\partial x^2} &= -\frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi(x,0) \\ \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} &= -\frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi(x)\end{aligned}\tag{2.1}$$

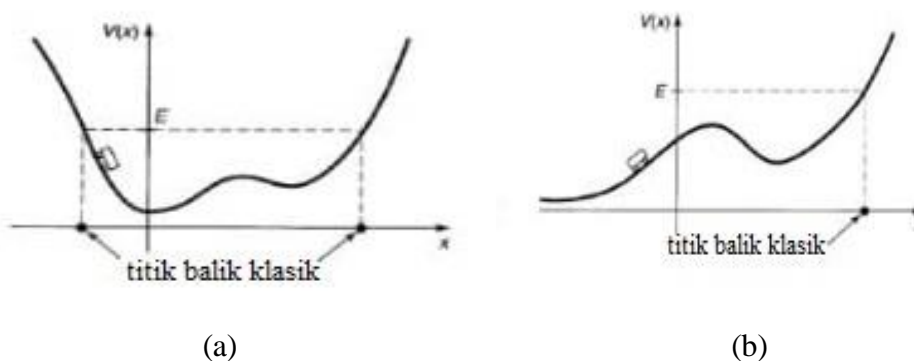
atau

$$E\psi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + V\psi(x)\tag{2.2}$$

Solusi persamaan schrodinger (2.2) tidak bergantung waktu di atas dapat ditulis dalam persamaan fungsi gelombang eksponensial sebagai berikut (Supriadi, 2019):

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\tag{2.3}$$

Terdapat dua keadaan yang berbeda pada persamaan schrodinger tidak bergantung waktu yaitu, ketika potensial $V(x)$ meningkat lebih besar dari energy total partikel (E) di kedua sisi, maka partikel akan terperangkap dalam sumur potensial (terguncang bolak-balik) diantara titik balik, akan tetapi tidak dapat melarikan diri. Keadaan tersebut dinamakan keadaan terikat (*bound state*). Jika pada sisi lain $E > V(x)$ pada satu sisi atau keduanya, maka partikel yang datang akan memperlambat atau menambah kecepatan di bawah pengaruh potensial dan kembali ke keadaan tersebut, keadaan ini disebut dengan keadaan hamburan (*scattering state*) (Griffiths, 2005).

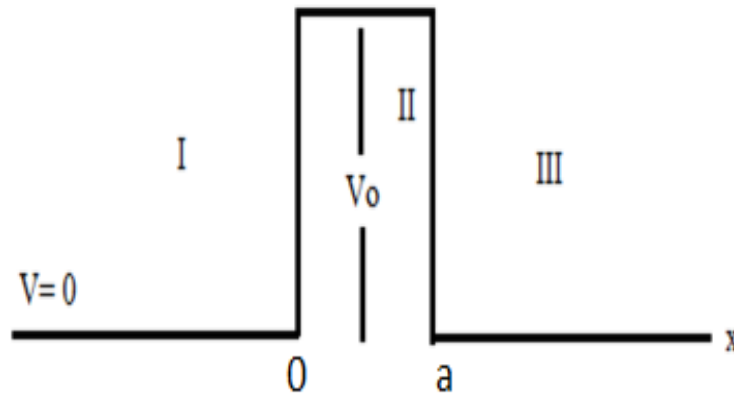


Gambar 2.2 (a) Skema Keadaan Terikat dan (b) Skema Keadaan Hamburan (Gasiorowicz, S, 1974)

Berdasarkan dua skema keadaan di atas dapat diketahui persamaan schrodinger tak bergantung waktu pada spektrum diskrit dan kontinu. Perbedaan persamaan schrodinger ini, terlihat sangat jelas pada mekanika kuantum karena fenomena penerobosan ini mengizinkan partikel untuk menembus atau melalui dinding potensial yang terbatas (*finite*) (Gasiorowicz, S, 1974).

2.2 Proses Terjadinya Efek Penerobosan

Partikel berenergi E ditembakkan atau bergerak dari kiri ke kanan melalui suatu penghalang potensial sebagai berikut (Purwanto, 2005).



Gambar 2.3 Skema Potential Penghalang Setinggi V_0

Struktur potensial penghalang pada daerah I dalam gambar di atas terdiri dari penghalang yang simetris. Jika partikel datang berenergi E yang lebih kecil dari energi potensial penghalang V_0 , dalam hal ini partikel dapat memasuki sistem dengan probabilitas terbatas yang bergantung dengan lebar tipisnya suatu penghalang (Griffiths, 2005). Dengan demikian, interferensi konstruktif antara gelombang partikel yang meninggalkan penghalang pertama dengan gelombang partikel yang direfleksikan oleh potensial penghalang kedua, akan menunjukkan bahwa besarnya nilai probabilitas penghalang tersebut mendekati satu (Stevenson, 2001).

Besarnya probabilitas penerobosan dari pembawa muatan yang terdapat dalam struktur penghalang berawal dari persamaan schrodinger (2.2), dalam hal ini jika partikel berenergi (E) datang dengan $E < V_0$. ψ merupakan fungsi gelombang partikel dan bilangan gelombang k yang berenergi E . Dengan demikian, efek terobosan terjadi ketika partikel datang dari daerah $x < 0$ dengan fungsi gelombang φ_1 dan momentum gelombang $\sqrt{2mE}$, maka bilangan gelombang k adalah sebagai berikut:

$$k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$

$$\frac{d\varphi^2}{dx^2} + k^2\varphi = 0 \quad (2.4a)$$

Selanjutnya ketika partikel memasuki daerah $0 \leq x \leq a$, momentum mengalami penurunan hingga $\sqrt{2m(V - E)}$, sehingga bilangan gelombang q adalah sebai berikut:

$$q = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$$

$$\frac{d\varphi^2}{dx^2} - q^2\varphi = 0 \quad (2.4b)$$

Dalam hal ini partikel terhambat oleh penghalang, kemudian setelah partikel berhasil menerobos daerah $x < a$, maka momentum dan bilangan gelombangnya kembali seperti semula. Dengan demikian, solusi umum untuk fungsi gelombang pada setiap daerah tersebut adalah sebagai berikut:

$$\varphi_1(x) = A_+e^{ikx} + A_-e^{-ikx} \quad x < \alpha \quad (2.5)$$

$$\varphi_2(x) = B_+e^{qx} + B_-e^{-qx} \quad -\alpha \leq x \leq \alpha \quad (2.6)$$

$$\varphi_3(x) = C_+e^{ikx} + C_-e^{-ikx} \quad x > \alpha \quad (2.7)$$

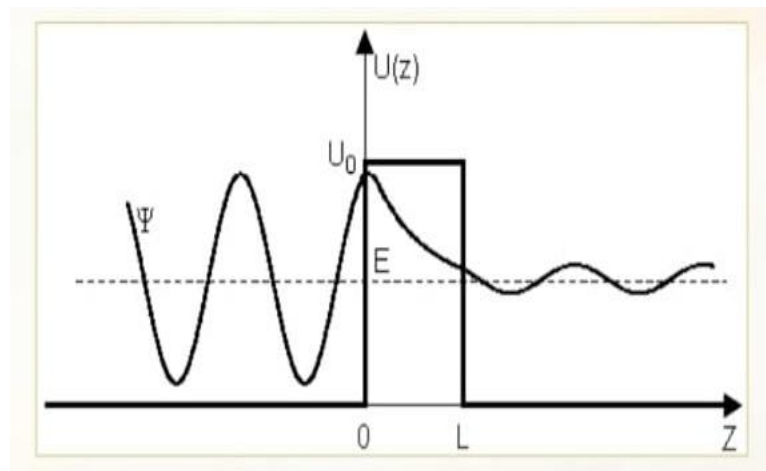
Berdasarkan persamaan di atas A_+ , A_- , B_+ , B_- , C_+ dan C_- merupakan konstanta-konstanta.

Syarat fisis $\Psi(x, t) = 0$ untuk $r \rightarrow \infty$ pada daerah III, dan tidak ada gelombang yang bergerak dari kanan ke kiri dengan demikian suku C_-e^{-ikx} tidak diterima di daerah III. Sehingga solusi persamaan (2.7) di atas menjadi:

$$\varphi_3(x) = C_+e^{ikx} \quad x > \alpha \quad (2.8)$$

Arti fisis dari solusi persamaan-persamaan gelombang di atas adalah pada daerah I merupakan superposisi dari dua gelombang yang berasal dari gelombang

datang dan gelombang yang dipantulkan setelah bertumbukan dengan penghalang potensial. Pada daerah II juga terdapat dua gelombang yang berasal dari gelombang yang ditransmisikan oleh gelombang datang pertama dan gelombang pantul yang menumbuk penghalang potensial berikutnya. Dengan demikian pada daerah III hanya terdapat satu gelombang yang ditransmisikan oleh gelombang yang berada dalam potensial penghalang dan tidak terdapat gelombang yang dipantulkan, karena selanjutnya tidak ada penghalang potensial.



Gambar 2.4 Skema Fungsi Gelombang

Berdasarkan gambar di atas intensitas gelombangnya dapat diketahui yaitu \approx

$|A_+|^2$, sehingga intensitas gelombang yang terpantul menjadi

$$\begin{aligned}
 |A_-|^2 &= \left| A_+ \frac{(ik+a)}{(ik-a)} \right|^2 = \left[A_+ \frac{(-ik+a)}{-(ik-a)} \times A_+ \frac{(-ik+a)}{-(ik-a)} \right] \\
 &= |A_+|^2
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Maka persamaan di atas menunjukkan gelombang datang sama dengan gelombang pantul. Syarat kontinuitas gelombang di daerah II dan III adalah sebagai berikut:

$$\Psi_2 = \Psi_3$$

$$B_+ e^{qx} + B_- e^{-qx} = C_+ e^{ikx} \tag{2.7}$$

dan

$$\frac{d\Psi_2}{dx} = \frac{d\Psi_3}{dx}$$

$$q(B_+ e^{qx} - B_- e^{-qx}) = ikC_+ e^{ikx} \quad (2.8)$$

Sehingga untuk $x = -a$ persamaan (2.7) dan (2.8) menjadi:

$$B_+ e^{-qa} + B_- e^{qa} = C_+ e^{-ika} \quad (2.9)$$

$$q(B_+ e^{-qa} - B_- e^{qa}) = ikC_+ e^{-ika} \quad (2.10)$$

Selanjutnya mensubstitusi persamaan (2.9) ke dalam persamaan (2.10) sehingga menjadi:

$$q(B_+ e^{-qa} - B_- e^{qa}) = ik(B_+ e^{-qa} + B_- e^{qa})$$

$$(q - ik)B_+ e^{-qa} = (ik + q)B_- e^{qa}$$

$$B_+ e^{-qa} = \frac{(ik+q)}{(q-ik)} B_- e^{qa}$$

$$\frac{B_+ e^{-qa}}{B_- e^{qa}} = \frac{(ik+q)}{(q-ik)}$$

$$\frac{B_-}{B_+} = \frac{(q-ik)}{(ik+q)} e^{-2qa} \quad (2.11)$$

Sehingga dari persamaan di atas dapat diketahui koefisien refleksi dan transmisinya sebagai berikut:

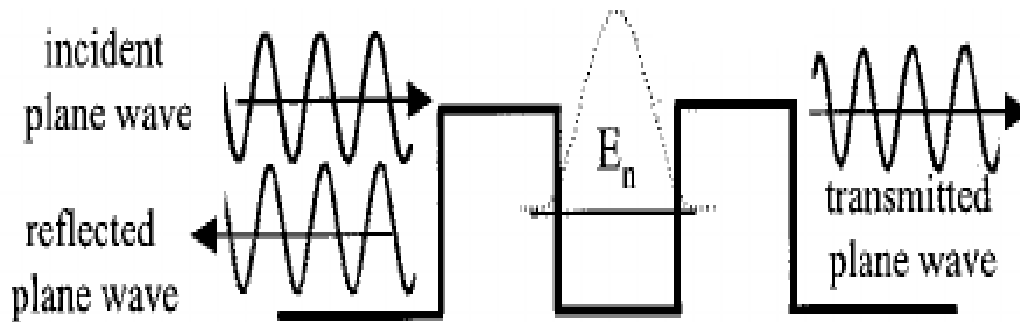
$$R = \frac{B_-}{B_+} = \frac{(q-ik)}{(ik+q)} e^{-2qa}$$

$$R = \frac{(k^2+q^2)^2 \sinh^2(2qa)}{4k^2q^2+(k^2+q^2)^2 \sinh^2(2qa)} \quad (2.12)$$

Dan koefisien transmisinya sebagai berikut:

$$T = \frac{4k^2q^2}{4k^2q^2+(k^2+q^2)^2 \sinh^2(2qa)} \quad (2.13)$$

Dua koefisien ini dibedakan atas karakterisasi perilaku partikel ketika menghadapi penghalang potensial seperti yang di gambarkan di bawah sebagai berikut:



Gambar 2.5 Skema Koefisien Transmisi dan Refleksi

Berdasarkan skema di atas, kurva osilasi di sebelah kiri dari potensial penghalang merupakan pola gelombang berdiri yang dihasilkan dari interferensi antara gelombang partikel yang masuk dan gelombang partikel yang terpantul sehingga nilai amplitudo lebih kecil dari gelombang partikel yang masuk.

2.3 Aplikasi Efek Penerobosan

Salah satu aplikasi dari efek penerobosan ini adalah peluruhan alfa, partikel tersebut terdiri dari dua proton dan dua neutron bergerak dalam inti yang terikat dan juga terpisah. Peluruhan alfa terjadi pada inti-inti yang berat karena adanya gaya coulomb. Potensial penghalang dalam peluruhan alfa merupakan daerah terlarang, dan perilaku gelombang di daerah tersebut tidak pernah diketahui. Selanjtnya ketika partikel keluar dari inti, maka partikel alfa dapat menerobos suatu penghalang potensial, dengan besar probabilitas panjang gelombangnya untuk menembus penghalang potensial bergantung pada tinggi dan tebal potensial penghalang (Krane, 1992).

2.4 Kajian Integrasi Islam

Efek penerobosan merupakan fenomena mikroskopis dimana partikel mampu menembus atau melewati suatu penghalang potensial dengan jangkauan yang terbatas. Sebagaimana diibaratkan sebagai do'a yang terus menerus dipanjatkan kepada Allah swt. Do'a yang terus menerus dipanjatkan kepada Allah diibaratkan sebagai penghalang potensial atau daerah terlarang. Manusia tidak perlu tahu apa yang dilakukan oleh Allah swt dan bagaiman cara kerja Allah swt mengabulkan doa tersebut. Daerah terlarang ini merupakan mutlak kuasa Allah swt sebagaimana perilaku partikel yang tidak pernah diketahui ketika mampu menembus atau melewati daerah terlarang tersebut. Kuasa Allah swt jauh lebih besar dibandingkan dengan manusia. Manusia cukup “menerowong” dengan iman bahwa Allah swt akan mengabulkan do'anya, yang diibaratkan dengan terbentuknya sebuah gelombang dibelakang daerah terlarang. Allah swt telah berfirman dalam Al Qur'an surat Al Ahzab (33): 41-42,

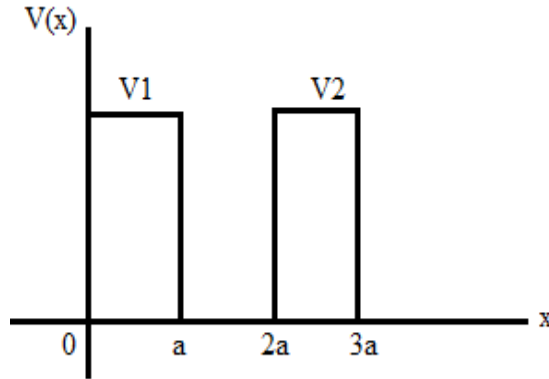
يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا اذْكُرُوا اللَّهَ ذِكْرًا كَثِيرًا [41] وَسَبِّحُوهُ بُكْرَةً وَأَصِيلًا [42]

“Hai orang-orang yang beriman, berzikirlah (dengan menyebut nama) Allah, zikir yang sebanyak-banyaknya. Dan bertasbillah kepadanya di waktu pagi dan petang” (Qs Al-Ahzab (33):41- 42).

Arti kalimat dalam Qs. Al- Ahzab (33):41- 42 di atas Allah SWT. memerintahkan manusia untuk beriman dan berdzikir sebanyak- banyaknya di waktu pagi dan petang. Perintah Allah kepada manusia tidak akan disia- siakan, karena Allah sesungguhnya memiliki sifat pemurah dan pemaaf. Manusia dalam hal ini perlu menyeimbangkan antara frekuensinya dengan frekuensi Allah, agar do'a yang telah dipanjatkan di setiap waktu, Allah kabulkan dengan kehendakNya.

BAB III PENGHALANG GANDA

3.1 Solusi Persamaan Gelombang



Gambar 3.1. Skema Potensial Penghalang Ganda

Sebagaimana tampak pada gambar 3.1, skema potensial penghalang ganda terbagi menjadi lima ruang (I, II, III, IV, V) pada potensial penghalang untuk $E < V_0$. $\Psi_1(x)$ adalah fungsi gelombang pada daerah I, $\Psi_2(x)$ adalah fungsi gelombang pada daerah II, $\Psi_3(x)$ adalah fungsi gelombang daerah III, $\Psi_4(x)$ adalah fungsi gelombang pada daerah IV, dan $\Psi_5(x)$ adalah fungsi gelombang pada daerah V. Potensial $V(0)$ yang terletak pada ruang I dan potensial $V(3a)$ yang terletak pada ruang V merupakan potensial batas pada potensial penghalang ganda, sedangkan potensial $V(a)$ dan $V(2a)$ yang terletak pada ruang III merupakan potensial penghalang yang memisahkan dua potensial penghalang ganda yang simetri. Pembagian potensial menjadi beberapa segmen ini dilakukan untuk memudahkan dalam penentuan solusi persamaan gelombang disetiap ruang-ruang tersebut.

3.2 Solusi Persamaan Schrodinger

Secara umum persamaan schrodinger pada potensial penghalang ganda tersebut adalah sebagai berikut:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d\varphi^2}{dx^2} = E\varphi, \quad |x| > a \quad (3.1a)$$

dan

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d\varphi^2}{dx^2} + V_0 = E\varphi, \quad |x| \leq a \quad (3.1b)$$

Solusi persamaan (3.1a) dan (3.1b) di atas, dibedakan oleh besar energi partikel E . pada kajian potensial penghalang ganda ini, energi partikel lebih kecil dari pada tinggi potensial penghalang ($E < V_0$), sehingga terjadi fenomena penerowongan (*tunelling effect*). Dengan demikian pada persamaan (3.1a) maupun (3.1b) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{d\varphi^2}{dx^2} + k^2\varphi = 0 \quad (3.2a)$$

dan

$$\frac{d\varphi^2}{dx^2} - q^2\varphi = 0 \quad (3.2b)$$

Dengan nilai k dan q adalah sebagai berikut:

$$k = \sqrt{2mE/\hbar^2} \quad \text{dan} \quad q = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$$

Sehingga dari persamaan 3.2a dan persamaan 3.2b di atas dapat dituliskan persamaan gelombang dari lima ruang (I, II, III, IV, V) dalam potensial penghalang sebagai berikut:

$$\varphi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad \text{untuk ruang I } (x \leq 0) \quad (3.3)$$

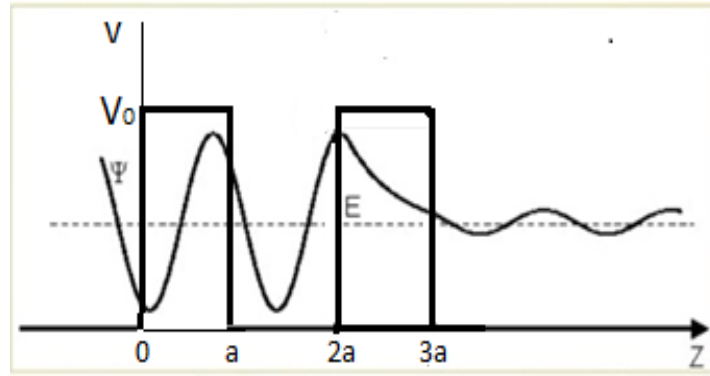
$$\varphi_2(x) = Ce^{qx} + De^{-qx} \quad \text{untuk ruang II } (0 < x \leq a) \quad (3.4)$$

$$\varphi_3(x) = Ee^{ikx} + Fe^{-ikx} \quad \text{untuk ruang III } (a < x \leq 2a) \quad (3.5)$$

$$\varphi_4(x) = Ge^{qx} + He^{-qx} \quad \text{untuk ruang IV } (2a < x \leq 3a) \quad (3.6)$$

$$\varphi_5(x) = Ie^{ikx} \quad \text{untuk ruang } V \ (x \geq 3a) \quad (3.7)$$

Dengan memperhatikan arah partikel yang datang berikut gambar fungsi gelombangnya:



Gambar 3.2 Skema Fungsi Gelombang untuk $E < V_0$

Pertama berdasarkan gambar 3.2 diatas, fungsi gelombang φ_1 sama dengan φ_2 ketika lebar potensial penghalang $x = 0$, maka berdasarkan solusi umum pada persamaan (3.3) dan (3.4) adalah sebagai berikut:

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0)$$

$$Ae^{ikx} + Be^{-ikx} = Ce^{qx} + De^{-qx}$$

$$Ae^{ik0} + Be^{-ik0} = Ce^{q0} + De^{-q0}$$

$$A + B = C \quad (3.8)$$

Dan turunan pertamanya adalah

$$\frac{d\varphi_1}{dx}(0) = \frac{d\varphi_2}{dx}(0)$$

$$ik(A - B) = q(C - D) \quad (3.9)$$

Selanjutnya mengalikan persamaan (3.8) dengan ik , kemudian dilakukan substitusi dan eliminasi dengan persamaan (3.9) di dapatkan hasil sebagai berikut:

$$ik(A + B) = ik(C + D)$$

$$\begin{aligned}
& \underline{ik(A - B) = q(C - D)} \quad + \\
& 2ikA = (ik + q)C + (1k - q)D \\
& A = \frac{(ik+q)}{2ik}C + \frac{(1k-q)}{2ik}D \tag{3.10}
\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
& ik(A + B) = ik(C + D) \\
& \underline{ik(A - B) = q(C - D)} \quad - \\
& 2ikB = (ik + q)C + (1k + q)D \\
& B = \frac{(ik+q)}{2ik}C + \frac{(1k+q)}{2ik}D \tag{3.11}
\end{aligned}$$

Koefisien A dan B pada persamaan (3.10) dan (3.11) jika disusun dalam bentuk matrik menjadi

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(ik+q)}{2ik} & \frac{(1k-q)}{2ik} \\ \frac{(ik+q)}{2ik} & \frac{(1k+q)}{2ik} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

Kedua dilakukan penjumlahan untuk ruang II dan ruang III, dimana fungsi gelombangnya telah ditunjukkan pada persamaan (3.4) dan (3.5) sebagai berikut:

$$\varphi_2(x) = Ce^{qx} + De^{-qx} \text{ dan } \varphi_3(x) = Ee^{ikx} + Fe^{-ikx}$$

Fungsi gelombang $\varphi_2(x)$ bernilai sama dengan $\varphi_3(x)$ ketika berada pada posisi lebar potensial penghalangnya $x = a$, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& \varphi_2(a) = \varphi_3(a) \\
& Ce^{qa} + De^{-qa} = Ee^{ika} + Fe^{-ika} \tag{3.13}
\end{aligned}$$

dan turunan pertamanya,

$$q(Ce^{qa} - De^{-qa}) = ik(Ee^{ika} - Fe^{-ika}) \tag{3.14}$$

Selanjutnya mengalikan persamaan (3.13) dengan q , kemudian dilakukan substitusi dan eliminasi dengan persamaan (3.14) didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 q(Ce^{qa} + De^{-qa}) &= q(Ee^{ika} + Fe^{-ika}) \\
 \underline{q(Ce^{qa} - De^{-qa})} &= \underline{ik(Ee^{ika} - Fe^{-ika})} + \\
 2qCe^{qa} &= (q + ik)Ee^{ika} + (q - ik)Fe^{-ika} \\
 C &= \frac{(q+ik)}{2q}Ee^{a(ik-q)} + \frac{(q-ik)}{2q}Fe^{-a(ik+q)} \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 q(Ce^{qa} + De^{-qa}) &= q(Ee^{ika} + Fe^{-ika}) \\
 \underline{q(Ce^{qa} - De^{-qa})} &= \underline{ik(Ee^{ika} - Fe^{-ika})} - \\
 2qDe^{-qa} &= (q - ik)Ee^{ika} + (q + ik)Fe^{-ika} \\
 D &= \frac{(q-ik)}{2q}Ee^{a(ik+q)} + \frac{(q+ik)}{2q}Fe^{-a(ik-q)} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

Dengan demikian jika koefisien C dan D disusun dalam bentuk matrik menjadi sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(q+ik)}{2q}Ee^{a(ik-q)} & \frac{(q-ik)}{2q}Fe^{-a(ik+q)} \\ \frac{(q-ik)}{2q}Ee^{a(ik+q)} & \frac{(q+ik)}{2q}Fe^{-a(ik-q)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Ketiga dilakukan penjumlahan untuk ruang III dan ruang IV, dimana fungsi gelombangnya telah ditunjukkan pada persamaan (3.5) dan (3.6) sebagai berikut:

$$\varphi_3(x) = Ee^{ikx} + Fe^{-ikx} \quad \text{dan} \quad \varphi_4(x) = Ge^{qx} + He^{-qx}$$

Fungsi gelombang $\varphi_3(x)$ bernilai sama dengan $\varphi_4(x)$ ketika berada pada posisi lebar potensial penghalang $x = 2a$, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \varphi_3(2a) &= \varphi_4(2a) \\
 Ee^{2ika} + Fe^{-2ika} &= Ge^{2qa} + He^{-2qa} \quad (3.18)
 \end{aligned}$$

dan turunan pertamanya sebagai berikut:

$$2ik(Ee^{2ika} - Fe^{-2ika}) = 2q(Ge^{2qa} - He^{-2qa}) \quad (3.19)$$

Selanjutnya mengalikan persamaan (3.18) dengan ik , kemudian dilakukan substitusi dan eliminasi dengan persamaan (3.19) didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ik(Ee^{2ika} + Fe^{-2ika}) &= ik(Ge^{2qa} + He^{-2qa}) \\ \underline{2ik(Ee^{2ika} - Fe^{-2ika})} &= \underline{2q(Ge^{2qa} - He^{-2qa})} + \\ 3ikEe^{2ika} &= (ik + 2q)Ge^{2qa} + (ik - 2q)He^{-2qa} \\ E &= \frac{(ik+2q)}{3ik}Ge^{2a(q-ik)} + \frac{(ik-2q)}{3ik}He^{-2a(q+ik)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

dan

$$\begin{aligned} ik(Ee^{2ika} + Fe^{-2ika}) &= ik(Ge^{2qa} + He^{-2qa}) \\ \underline{2ik(Ee^{2ika} - Fe^{-2ika})} &= \underline{2q(Ge^{2qa} - He^{-2qa})} - \\ 3ikFe^{-2ika} &= (ik - 2q)Ge^{2qa} + (ik + 2q)He^{-2qa} \\ F &= \frac{(ik-2q)}{3ik}Ge^{2a(ik+q)} + \frac{(ik+2q)}{3ik}He^{2a(ik-q)} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Dengan demikian koefisien E dan F jika disusun dalam bentuk matrik menjadi sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(ik+2q)}{3ik}e^{2a(q-ik)} & \frac{(ik-2q)}{3ik}e^{-2a(q+ik)} \\ \frac{(ik-2q)}{3ik}e^{2a(ik+q)} & \frac{(ik+2q)}{3ik}e^{2a(ik-q)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Keempat dilakukan penjumlahan untuk ruang IV dan ruang V, dimana fungsi gelombangnya telah ditunjukkan pada persamaan (3.7) dan (3.8) sebagai berikut:

$$\varphi_4(x) = Ge^{qx} + He^{-qx} \text{ dan } \varphi_5(x) = Ie^{ikx}$$

Fungsi gelombang $\varphi_4(x)$ bernilai sama dengan $\varphi_5(x)$ ketika berada pada posisi lebar potensial penghalang $x = 3a$, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\varphi_4(3a) &= \varphi_5(3a) \\ Ge^{3qa} + He^{-qx} &= Ie^{3ika}\end{aligned}\quad (3.23)$$

dan turunan pertamanya sebagai berikut:

$$q(Ge^{3qa}He^{-3qa}) = ik Ie^{3ika}\quad (3.24)$$

Selanjutnya mengalikan persamaan (3.23) dengan q , kemudian dilakukan substitusi dan eliminasi dengan persamaan (3.24) didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}q(Ge^{3qa} + He^{-3qa}) &= qIe^{3ika} \\ \underline{3q(Ge^{3qa} - He^{-3qa})} &= \underline{ik Ie^{3ika}} + \\ 4qGe^{3qa} &= (q + ik)Ie^{3ika} \\ G &= \frac{(q+ik)}{4q}Ie^{3a(ik-qa)}\end{aligned}\quad (3.25)$$

dan

$$\begin{aligned}q(Ge^{3qa} + He^{-3qa}) &= qIe^{3ika} \\ \underline{3q(Ge^{3qa} - He^{-3qa})} &= \underline{ik Ie^{3ika}} - \\ 4qHe^{-3qa} &= (q - ik)Ie^{3ika} \\ H &= \frac{(q-ik)}{4q}Ie^{3a(ik+qa)}\end{aligned}\quad (3.26)$$

Koefisien G dan H jika disusun dalam bentuk matrik menjadi sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} G \\ H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(q+ik)}{4q}e^{3a(ik-qa)} \\ \frac{(q-ik)}{4q}e^{3a(ik+qa)} \end{pmatrix} (I)\quad (3.27)$$

3.3 Metode Matrik Transfer

Langkah awal yang harus dilakukan pada perhitungan metode matriks transfer ini adalah menentukan solusi persamaan gelombang di masing-masing

segmen. Setelah itu, menerapkan syarat kontinuitas untuk fungsi gelombang Jadi, pada gambar 3.1, fungsi gelombang $\varphi(x)$ beserta turunan pertamanya $d\varphi/dx$ di ruang I dan ruang II bernilai sama ketika di posisi $x = a$.

$$\varphi_1(a) = \varphi_2(a)$$

dan turunannya,

$$\left. \frac{d\varphi_1(x)}{dx} \right|_{x=a} = \left. \frac{d\varphi_2(x)}{dx} \right|_{x=a} .$$

Setelah didapatkan hubungan antar ruang yang telah dibagi, dilakukan penyusunan matriks transfer M sebagai berikut

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = M_{12} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Dengan demikian berdasarkan aturan matrik diatas didapatkan M_{12} , M_{23} , M_{34} , dan M_{45} adalah sebagai berikut:

$$M_{12} = \begin{pmatrix} \frac{(ik+q)}{2ik} & \frac{(1k-q)}{2ik} \\ \frac{(ik+q)}{2ik} & \frac{(1k+q)}{2ik} \end{pmatrix}$$

$$M_{23} = \begin{pmatrix} \frac{(ik+q)}{2q} e^{a(ik-q)} & -\frac{(ik-q)}{2q} e^{-a(ik+q)} \\ -\frac{(ik-q)}{2q} e^{a(ik+q)} & \frac{(ik+q)}{2q} e^{-a(ik-q)} \end{pmatrix}$$

$$M_{34} = \begin{pmatrix} \frac{(ik+2q)}{3ik} e^{-2a(ik-q)} & \frac{(ik-2q)}{3ik} e^{-2a(ik+q)} \\ \frac{(ik-2q)}{3ik} e^{2a(ik+q)} & \frac{(ik+2q)}{3ik} e^{2a(ik-q)} \end{pmatrix}$$

$$M_{45} = \begin{pmatrix} \frac{(ik+q)}{4q} e^{3a(ik-q)} \\ -\frac{(ik-q)}{4q} e^{3a(ik+q)} \end{pmatrix}$$

untuk ruang I, II dan matriks transfer T ,

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$$

Dengan demikian untuk seluruh ruang (I, II, III, IV, V), dengan T adalah matriks 1×2 dan merupakan hasil perkalian dari matriks M_{12} , M_{23} , M_{34} , dan M_{45} , sehingga didapatkan nilai T sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
T = & \left\{ \left\{ \frac{1}{48k^2} e^{-2aq} (k - iq) \left(-e^{2iak} (k - iq)^2 (k - 2iq) + e^{4aq} (ik+q)^2 (k - \right. \right. \right. \\
& 2iq) + e^{2iak+4aq} (k + iq)^2 (k + 2iq) + 4ie^{2a(ik+q)} q(k^2 + q^2) + e^{4iak} (k^3 + \\
& 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) - 2e^{2a(2ik+q)} (k^3 + ik^2q + 2kq^2 + \\
& 2iq^3) \left. \right\}, \left\{ \frac{1}{48k^2} e^{-2aq} (k - iq) \left(-e^{2iak} (k - iq)^2 (k - 2iq) + 6e^{2a(ik+q)} kq(ik + \right. \right. \\
& q) - 2e^{2a(2ik+q)} k(k^2 + 3q^2) + e^{4a(ik+q)} (k^3 - 2ik^2q + kq^2 - 2iq^3) + \\
& e^{4iak} (k^3 + 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) + e^{4a(ik+q)} (k^3 - 2ik^2q + kq^2 - 2iq^3) + \\
& \left. \left. \left. e^{4iak} (k^3 + 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) + e^{2iak+4aq} (k^3 + 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) \right) \right\} \right\} \\
(3.28)
\end{aligned}$$

Selanjutnya untuk e^{ia} pada persamaan (3.28) di atas diubah dalam persamaan euler $e^{ia} = \cos a - i \sin a$, sehingga didapatkan persamaan *transendal* sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
T = & \left\{ \left\{ \frac{1}{48k^2} e^{-2aq} (k - iq) \left(-(\cos 2ak - i \sin 2ak) (k - iq)^2 (k - 2iq) + \right. \right. \right. \\
& (\cos 4ak - i \sin 4ak) (k + iq)^2 (k - 2iq) + e^{4aq} (k + iq)^2 (k - 2iq) + \\
& (\cos 2ak - i \sin 2ak) (k + iq)^2 (k + 2iq) + e^{4aq} (k + iq)^2 (k + 2iq) + \\
& 4i(\cos 2ak - i \sin 2ak) q(k^2 + q^2) + 4i e^{2aq} q(k^2 + q^2) + (\cos 4ak - \\
& i \sin 4ak) (k^3 + 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) - 2(\cos 4ak - i \sin 4ak) (k^3 + ik^2q + \\
& 2kq^2 + 2iq^3) - 2e^{2aq} (k^3 + ik^2q + 2kq^2 + 2iq^3) \left. \right\}, \left\{ \frac{1}{48k^2} e^{-2aq} (k - \right. \\
& iq) \left(-(\cos 2ak - i \sin 2ak) (k - iq)^2 (k - 2iq) + 6(\cos 2ak - \right. \\
& i \sin 2ak) kq(ik + q) + 6e^{2aq} kq(ik + q) - 2(\cos 4ak - i \sin 4ak) k(k^2 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 3q^2) - 2e^{2aq} k(k^2 + 3q^2) + (\cos 4ak - i \sin 4ak)(k^3 - 2ik^2q + kq^2 - \\
& 2iq^3) + e^{4aq} (k^3 - 2ik^2q + kq^2 - 2iq^3) + (\cos 4ak - i \sin 4ak)(k^3 + \\
& 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) + (\cos 2ak - i \sin 2ak)(k^3 + 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3) + \\
& + e^{4aq} (k^3 + 2ik^2q + kq^2 + 2iq^3))\} \tag{3.29}
\end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan 3.28 dan persamaan transendal 3.29 di atas merupakan spektrum energi dari efek penerobosan pada potensial penghalang ganda, yang mana persamaan di atas tidak bisa dianalisa secara analitik. Dengan demikian dilakukan analisa secara numerik dengan membutuhkan beberapa data yaitu a, m, \hbar, k dan q . Sehingga didapatkan energi eigen *real* dan energi eigen *imaginer*, sebagai berikut data yang dihasilkan dengan besar nilai $a = 1, m = 1$, dan $\hbar = 1$.

Tabel 3.1 Hubungan V_a dan Energi Eigen *Real*

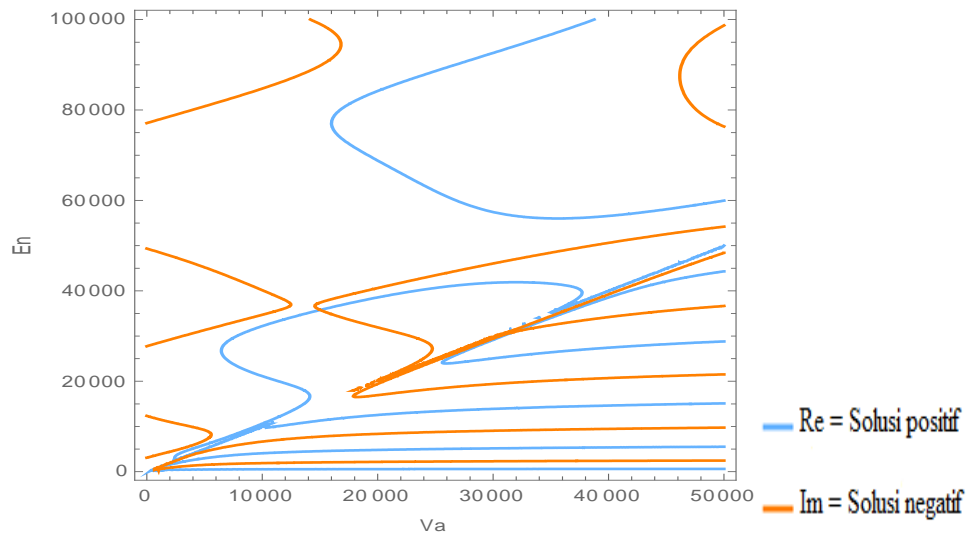
V_a	$En = 1$	$En = 2$	$En = 3$	$En = 4$	$En = 5$
0	0	—	—	—	—
10000	968,78	3898,88	9989,99	31768,78	—
20000	974,83	4998,79	12498,88	39898,93	69978,98
30000	989,46	5009,63	14998,96	25134,52	42567,47
40000	997,98	5098,84	15000,96	28264,38	39846,94

Tabel 3.2 Hubungan V_a dan Energi Eigen *Imaginer*

V_a	$En = 1$	$En = 2$	$En = 3$	$En = 4$	$En = 5$
0	3774,58	12506,72	28332,21	49997,47	76982,37
10000	1989,78	7763,58	35768,65	40088,93	84998,97
20000	2292,13	8742,74	17534,96	20000,00	30898,60
30000	2312,47	9849,80	20098,60	31988,93	46078,65
40000	2492,78	9993,98	21098,93	34988,65	40008,73

Tabel 3.1 di atas menunjukkan hubungan antara V_a dan energi eigen *real* dan tabel 3.2 menunjukkan hubungan antara V_a dan energi eigen *imaginer*. Kedua energi eigen tersebut didapatkan dari potensial penghalang ganda simetris, Dengan

demikian, jika Tabel 3.1 dan 3.2 di atas digambarkan dalam grafik, tampak sebagai berikut:



Gambar 3.3 Hubungan Tinggi Potensial V_a dengan Solusi Positif dan Solusi Negatif pada Potensial Penghalang Ganda Simetris

Gambar 3.3 di atas menunjukkan hubungan antara V_a dan energi eigen, berdasarkan dari hasil analitik maupun pada grafik terlihat bahwa fungsi eigen dari sistem ini menghasilkan dua jenis solusi yaitu *real* dan *imaginer*. Sebagaimana solusi energi eigen *real* yang didapatkan disebut dengan solusi positif dan solusi energi eigen *imaginer* yang didapatkan disebut dengan solusi negatif. Tampak pada gambar 3.2 di atas semakin besar tinggi potensial penghalangnya maka semakin besar nilai solusi positifnya dari $E_n=1$ sampai dengan $E_n=5$. Begitu juga dengan solusi negatifnya semakin besar tinggi potensial penghalang (V_a) maka solusi negatifnya yang dihasilkan semakin tinggi dari $E_n=1$ sampai dengan $E_n=5$. Hasil solusi positif maupun solusi negatif berdasarkan pada gambar 3.1 dan gambar 3.2 di atas lebih besar solusi negatifnya dari $E_n=1$ sampai dengan $E_n=5$ dibandingkan dengan solusi positifnya. Sebagaimana solusi positif dan solusi negatif yang dihasilkan dan ditampakkan pada gambar 3.3.

BAB IV KOEFSISIEN TRANSMISI DAN REFLEKSI

4.1 Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi pada Penghalang Pertama

4.1.1 Koefisien Transmisi

Persamaan Schrodinger satu dimensi digunakan untuk menghitung persamaan koefisien transmisi pada potensial penghalang pertama. Perhitungan dijabarkan pada lampiran II. Berdasarkan hasil perhitungan dihasilkan persamaan 4.1.

$$T = \frac{4k^2 q^2}{4k^2 q^2 + [(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)]} \quad (4.1)$$

Persamaan koefisien transmisi pada persamaan 4.1 sama dengan hasil penelitian Zettilli (2009). Hasil tersebut memiliki perbedaan dengan penelitian Amrullah (2017) yang menggunakan persamaan schrodinger dua dimensi pada persamaan 4.2.

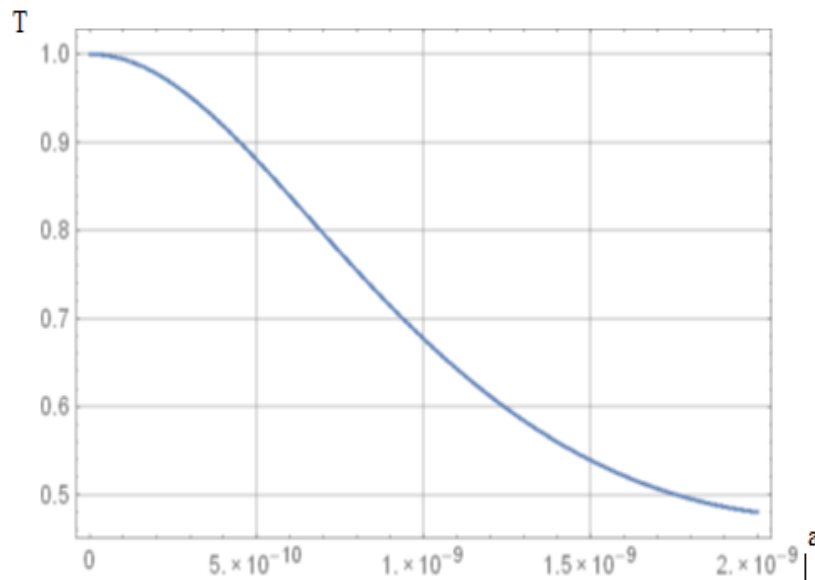
$$T = \frac{8k_x^2 k_x'^2}{(k_x^2 + k_x'^2)^2 \cos(2k_x' L) - (k_x^4 - 6k_x^2 k_x'^2 + k_x'^4)} \quad (4.2)$$

Perbedaan tersebut dikarenakan pada penelitian Amrullah (2017) menggunakan dua koordinat (x,y). Dengan demikian partikel bergerak pada sumbu x dan y, sehingga memiliki koefisien gelombang k_x dan k_y . Sedangkan pada penelitian ini hanya menggunakan satu yaitu koordinat (x) dan hanya bergerak pada satu sumbu x, sehingga hanya memiliki satu koefisien gelombang yaitu (k_x).

Hasil perhitungan berdasarkan persamaan koefisien transmisi penghalang pertama (persamaan 4.1) dengan energi awal $E = 0,122 \times 1,6 \times 10^{-19} (J/eV)$, tinggi potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19} (J/eV)$, dan lebar potensial penghalang $a = 0 - 2 \times 10^{-9} (m)$ dihasil koefisien transmisi pada tabel 4.1.

Tabel 4.1 Hubungan antara Lebar Penghalang dan Koefisien Transmisi

a (m)	T
0	1
1×10^{-9}	0,67677
2×10^{-9}	0,47984

Gambar 4.1 Grafik antara Lebar Penghalang Tunggal (a) dan Koefisien Transmisi (T)

Tabel 4.1 diubah menjadi grafik sebagai fungsi dari lebar potensial penghalang pertama dengan menggunakan Wolfram Mathematica 10.0 tahun 2014. Hasil olahan data ditunjukkan pada gambar 4.1. Gambar tersebut menunjukkan bahwa koefisien transmisi pada penghalang pertama menggunakan persamaan schrodinger satu dimensi sangat bergantung pada lebar potensial penghalang. Sebagaimana tampak pada Tabel 4.1, pada lebar penghalang 0 koefisien transmisi yang dihasilkan sama dengan satu, pada lebar penghalang 1×10^{-9} m koefisien transmisinya 0,67677, pada lebar penghalang 2×10^{-9} m koefisien transmisinya 0,47984. Berdasarkan data yang dihasilkan semakin besar lebar potensial penghalangnya maka koefisien transmisi yang didapatkan semakin kecil, sedangkan pada lebar penghalang yang sangat kecil atau sama dengan nol (0) maka koefisien

transmisi yang dihasilkan sama dengan satu. Dengan demikian pada koefisien transmisi sama dengan satu maka semua partikel akan di transmisikan semua oleh penghalang. Hal ini dikarenakan koefisien transmisi tersebut berbanding terbalik dengan $Cosh^2$ (cosinus hiperbolik kuadrat) dari lebar potensial penghalang pertama. Dengan demikian partikel yang ditembakkan memiliki peluang untuk menerobos dinding potensial penghalang dengan mendobrak sekian kali exa perdetik. Jika semakin lebar dinding potensial penghalangnya maka peluang partikel untuk mendobrak setiap detiknya semakin kecil dikarenakan koefisien transmisinya semakin menurun. Hasil tersebut jika dibandingkan dengan koefisien transmisi satu dimensi yang dihasilkan oleh Zettili (2009), maka memiliki hasil yang bersesuaian.

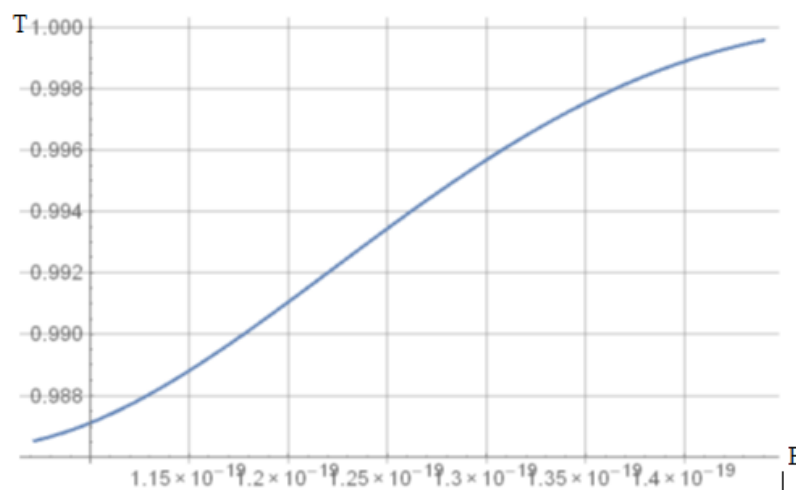
Persamaan koefisien transmisi pada lampiran II diubah dalam bentuk energi dan potensial penghalang dengan mensubstitusikan k dan q , sehingga didapatkan persamaan 4.3. Hasil perhitungan berdasarkan persamaan tersebut dengan tinggi potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19} (J/eV)$, lebar potensial penghalang $a = 2 \times 10^{-9} (m)$ dan memvariasikan energi awal dijabarkan pada tabel 4.2.

$$T = \frac{1}{1 + \left[\frac{V_0^2}{2E(V_0 - E)} \sinh^2 \left(a \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \right) \right]} \quad (4.3)$$

Tabel 4.2 Hubungan antara Energi Awal dengan Koefisien Transmisi

E(J/eV)	T
$0,67 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,98655
$0,7 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,9877
$0,75 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,99104
$0,8 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,99481
$0,85 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,99784
$0,9 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,99957

Berdasarkan tabel 4.2 dengan tinggi potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19}$, lebar potensial penghalang $a = 2 \times 10^{-9} \text{ nm}$, dan energi awal partikel yang digunakan $E = 0.9 \times 10^{-19} \text{ m}$ koefisien transmisi yang dihasilkan 0,99957. Hasil tersebut sesuai dengan koefisien transmisi yang diperoleh Levi (2003) yaitu mendekati satu ($T \leq 1$). Levi (2003) dalam bukunya menggunakan potensial tunggal satu dimensi dengan karakteristik bahan yang memiliki tinggi potensial penghalang $V_0 = 1 \text{ eV}$, lebar potensial penghalang $L = 0.5 \text{ nm}$, dan energi awal elektron yang digunakan yaitu $E = 0.9 \text{ eV}$. Nilai koefisien tertinggi yang dimiliki oleh elektron yaitu 0.8853 ketika energi elektron maksimum sebesar $E = 0.9 \text{ eV}$.



Gambar 4.2 Grafik antara Energi Awal (E) dan Koefisien Transmisi (T)

Hasil perhitungan pada tabel 4.2 diubah menjadi grafik sebagai fungsi dari energi awal partikel dengan menggunakan Wolfram Mathematica 10.0 tahun 2014. Hasil pengolahan data ditunjukkan pada gambar 4.2. Sebagaimana tampak pada tabel 4.2, nilai koefisien transmisi yang mendekati satu ($T \leq 1$) pada Tabel 4.2 ditunjukkan pada besar energi awal partikel $0,5 \times 1,6 \times 10^{-19}$ dan $0,9 \times 1,6 \times 10^{-19}$, pada saat koefisien energi mendekati satu maka hampir semua partikel yang ditembakkan ditransmisikan dan peluang partikel yang direfleksikan hanya sedikit.

Hal tersebut menunjukkan bahwa koefisien transmisi pada penghalang pertama juga sangat bergantung dengan energi awal yang dimiliki oleh partikel. Berdasarkan data yang dihasilkan dari energi awal partikel. Semakin besar energi awal partikel yang dimiliki maka semakin besar juga koefisien transmisinya, begitu juga dengan energi kinetik yang dimiliki partikel karena kecepatannya.

Jadi, secara kuantum elektron dapat menerobos potensial penghalang meskipun energinya lebih kecil daripada potensial penghalang. Hal tersebut dikarenakan energi awal dan energi kinetik berbanding lurus dengan koefisien transmisi. Partikel memiliki peluang untuk menerobos dengan cara mendobrak dinding penghalang sekian kali exa perdetiknya, jika energi awal partikel semakin besar maka semakin besar energi kinetik partikel saat bergerak, sehingga kecepatan partikel semakin meningkat dan peluang untuk menerobos dinding penghalang semakin besar yang diakibatkan oleh semakin besar nilai koefisien transmisinya.

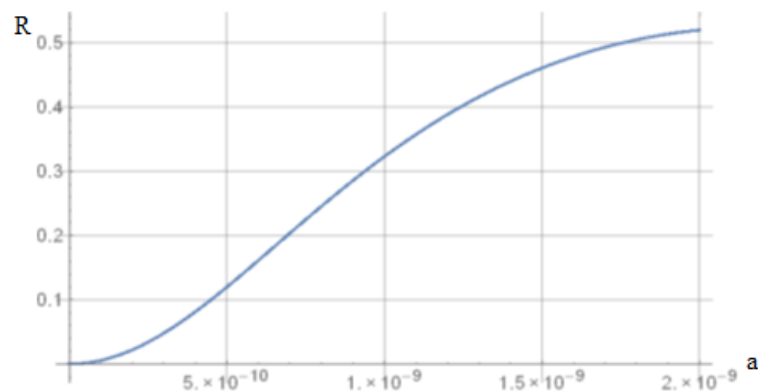
4.1.2 Koefisien Refleksi

Persamaan Schrodinger satu dimensi digunakan untuk mencari persamaan koefisien refleksi. Penjabaran perhitungan ditampilkan pada lampiran II. Perhitungan tersebut menghasilkan persamaan 4.4. Hasil tersebut sesuai dengan persamaan koefisien refleksi yang dihasilkan oleh purwanto (2006). Besar energi awal partikel $E = 0,122 \times 1,6 \times 10^{-19} (J/eV)$, tinggi potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19} (J/eV)$, dan lebar potensial penghalang $a = 0(m) - 2 \times 10^{-9}(m)$ dimasukkan pada persamaan 4.4. Hasil perhitungan koefisien refleksi dijabarkan pada tabel 4.3.

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4k^2 q^2 + [(k^2 + q^2)^2] \sinh^2(qa)} \quad (4.4)$$

Tabel 4.3 Hubungan antara Lebar Penghalang dan Koefisien Refleksi

$a(m)$	R
0	0
$0,5 \times 10^{-9}$	0,11987
1×10^{-9}	0,32322
$1,5 \times 10^{-9}$	0,46113
2×10^{-9}	0,52015

Gambar 4.3 Grafik antara Lebar Penghalang (a) dan Koefisien Refleksi (R)

Hasil data dari tabel 4.3 diubah menjadi grafik fungsi pada lebar potensial penghalang pertama dengan menggunakan Wolfram Mathematica 10.0 tahun 2014. Hasil pengolahan data ditunjukkan pada gambar 4.3. Koefisien refleksi pada penghalang pertama dengan menggunakan persamaan schrodinger satu dimensi berdasarkan gambar 4.3 sangat bergantung dengan lebar potensial penghalang. Sebagaimana tampak pada Tabel 4.3, pada lebar penghalang 0 koefisien refleksi yang dihasilkan sama dengan 0, pada lebar penghalang $0,5 \times 10^{-9}$ m koefisien refleksinya 0,11987, pada lebar penghalang 1×10^{-9} m koefisien refleksinya 0,32322, pada lebar penghalang $1,5 \times 10^{-9}$ m koefisien refleksi yang dihasilkan 0,46113, dan pada lebar penghalang 2×10^{-9} m koefisien refleksi yang dihasilkan 0,52015. Berdasarkan data yang dihasilkan semakin besar lebar potensial penghalangnya maka koefisien refleksi yang didapatkan semakin besar, hal ini

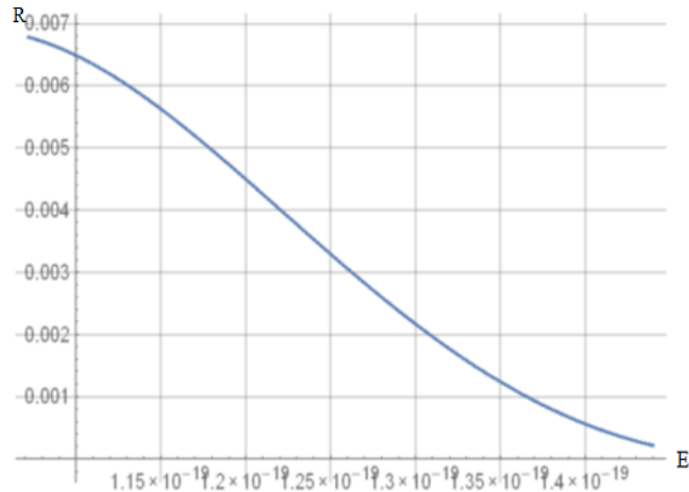
dikarenakan koefisien refleksi tersebut berbanding terbalik dengan Sinh^2 (sinus hiperbolik kuadrat) dan berbanding lurus dengan Cosh^2 (cosinus hiperbolik kuadrat) pada potensial penghalang pertama. Sebagaimana pada tabel 4.1.2 dengan lebar potensial penghalang nol (0) maka koefisien refleksinya juga sama dengan nol (0). Dengan demikian partikel tidak mampu menerobos partikel sehingga partikel terpantulkan atau terefleksikan sempurna oleh dinding potensial penghalang yang lebar.

Persamaan koefisien refleksi pada lampiran II diubah dalam bentuk energi dan potensial penghalang dengan mensubstitusikan k dan q , sehingga didapatkan persamaan 4.5. Hasil perhitungan persamaan 4.5 dengan tinggi potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19} (J/eV)$, lebar potensial penghalang $a = 2 \times 10^{-9} (m)$ dan bervariasi energi awal partikel dijabarkan pada tabel 4.4.

$$R = \frac{(V_0^2) \sinh^2(\sqrt{2m(V_0-E)}/\hbar^2 a)}{(4E(V_0-E)) + [V_0^2] \sinh^2(a\sqrt{2m(V_0-E)}/\hbar^2)} \quad (4.5)$$

Tabel 4.4 Hubungan antara Energi Awal Partikel dan Koefisien Refleksi

$E(J/eV)$	R
$0,67 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,00677
$0,7 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,00618
$0,75 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,00449
$0,8 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,00259
$0,85 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,00107
$0,9 \times 1,6 \times 10^{-19}$	0,00021



Gambar 4.4 Grafik antara Energi Awal dan Koefisien Refleksi

Hubungan koefisien refleksi pada penghalang pertama digambarkan pada gambar 4.4. Hasil tersebut diperoleh dengan mengolah data pada tabel 4.4 menjadi grafik fungsi dari energi awal partikel dengan menggunakan Wolfram Mathematica 10.0 tahun 2014. Koefisien refleksi selain bergantung pada lebar penghalang juga sangat bergantung dengan energi awal yang dimiliki oleh partikel. Semakin besar energi awal partikel dan energi kinetiknya maka semakin kecil koefisien refleksinya. Hal tersebut dikarenakan energi awal dan energi kinetik partikel berbanding terbalik dengan koefisien refleksi. Sebagaimana tampak pada gambar 4.4 dengan energi awal partikel $E = 0,9 \times 1,6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}$, koefisien refleksi yang dihasilkan hampir mendekati nol yaitu 0,00021. Partikel dengan energi awal yang besar memiliki peluang yang sangat kecil untuk direfleksikan atau dipantulkan oleh penghalang karena besar koefisien refleksinya semakin menurun.

4.2 Koefisien Transmisi dan Koefisien Refleksi pada Penghalang Ganda

4.2.1 Koefisien Transmisi

Koefisien transmisi pada penghalang ganda dihasilkan dengan mengalikan persamaan koefisien transmisi pada penghalang pertama dan penghalang kedua.

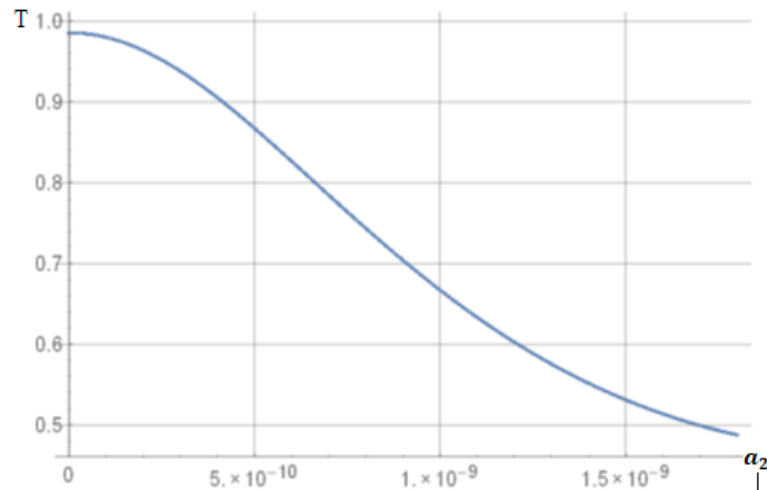
Hasil perhitungan tersebut diperoleh persamaan 4.6. Besar energi awal partikel $E = 0,122 \times 1,6 \times 10^{-19} (J/eV)$, tinggi potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19} (J/eV)$ dan lebar potensial penghalang pertama $a_1 = 4 \times 10^{-9} (m)$ dimasukkan pada persamaan 4.6. Koefisien transmisi yang dihasilkan dari perhitungan tersebut dijabarkan pada tabel 4.5.

$$T_{12} = \frac{(4k^2q^2)^2}{(4k^2q^2)^2 + [(k^2+q^2)^4] \sinh^2(qa_1) \sinh^2(qa_2)} \quad (4.6)$$

Tabel 4.5 Hubungan antara Lebar Penghalang Kedua dengan Koefisien Transmisi Ganda

$a_1 (m)$	$a_2 (m)$	T_{ganda}
4×10^{-9}	0	0,92692
4×10^{-9}	1×10^{-9}	0,62731
4×10^{-9}	$1,2 \times 10^{-9}$	0,56674
4×10^{-9}	$1,4 \times 10^{-9}$	0,51880
4×10^{-9}	$1,6 \times 10^{-9}$	0,48314
4×10^{-9}	$1,8 \times 10^{-9}$	0,45877

Tabel 4.5 menunjukkan bahwa dengan lebar potensial penghalang pertama konstan dan lebar potensial penghalang kedua divariasikan dihasilkan koefisien transmisi yang semakin kecil. Koefisien transmisi terbesar dihasilkan saat lebar potensial penghalang kedua bernilai $0 m$ dan nilai terkecil diperoleh saat potensial penghalang pertama bernilai $1,8 \times 10^{-9} m$. Hasil tabel 4.5 diubah menjadi grafik sebagai fungsi dari lebar potensial penghalang pertama dan kedua dengan menggunakan Wolfram Mathematica 10.0 tahun 2014. Hasil pengolahan data tersebut ditampilkan pada gambar 4.5.



Gambar 4.5 Grafik antara Lebar Penghalang (a_2) dan Koefisien Transmisi (T)

Koefisien transmisi pada penghalang ganda dengan persamaan schrodinger satu dimensi yang dihasilkan pada gambar 4.5. Koefisien transmisi yang dihasilkan sangat bergantung dengan lebar potensial pernghalang kedua. Semakin besar lebar potensial penghalangnya maka semakin kecil koefisien transmisinya dengan besar penghalang pertama yang konstan. Hal ini dikarenakan koefisien transmisinya berbanding terbalik dengan cosinus hiperbolik kuadrat dari lebar penghalang pertama maupun kedua. Nilai puncak koefisien transmisi terbesar terlihat pada gambar 4.5 saat besar lebar potensial penghalangnya 0 (m) hampir menedakati satu ($T \leq 1$). Sebagaimana semakin besar peluang partikel untuk menerobos penghalang. Dengan demikian fungsi gelombangnya mengalami resosnansi pada saat besar dan tinggi potensial penghalangnya simetri.

4.2.2 Koefisien Refleksi

Koefisien refleksi pada penghalang ganda ini dihasilkan dengan mengalikan persamaan koefiesien refleksi pada pernghalang pertama dan penghalang kedua sehingga dihasilkan persamaan 4.7. Koefisien refleksi dihitung menggunakan persamaan 4.7 dengan besar energi awal partikel $E = 0,122 \times 1,6 \times 10^{-19} (J/eV)$,

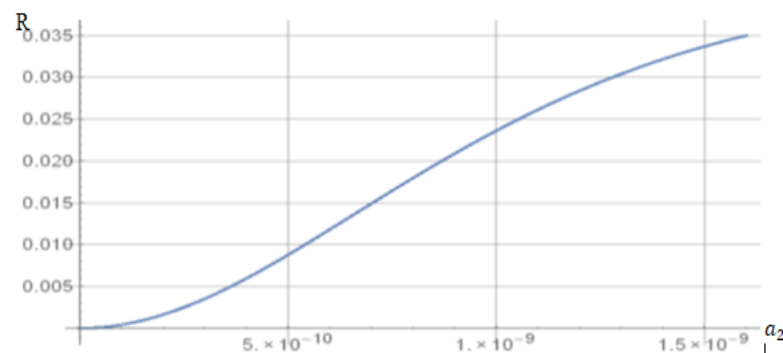
potensial penghalang $V_0 = 0.164 \times 10^{-19} (J/eV)$ dan lebar potensial penghalang pertama $a_1 = 4 \times 10^{-9} (m)$ didapatkan hasil pada tabel 4.6.

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^4 \sinh^2(qa_1) \sinh^2(qa_2)}{(4k^2q^2)^2 + [(k^2 + q^2)^4] \sinh^2(qa_1) \sinh^2(qa_2)} \quad (4.7)$$

Tabel 4.6 Hubungan antara Lebar Potensial Penghalang Kedua dan Koefisien Refleksi Ganda

$a_1 (m)$	$a_2 (m)$	R
4×10^{-9}	0	0
4×10^{-9}	1×10^{-9}	0,02361
4×10^{-9}	$1,2 \times 10^{-9}$	0,02839
4×10^{-9}	$1,4 \times 10^{-9}$	0,03217
4×10^{-9}	$1,6 \times 10^{-9}$	0,03498

Berdasarkan tabel 4.6 hasil koefisien refleksi penghalang ganda dipengaruhi oleh lebar potensial penghalang kedua. Nilai koefisien refleksi semakin besar saat lebar potensial penghalang pertama konstan dan lebar potensial penghalang kedua semakin besar. Hasil tabel tersebut diolah menjadi grafik sebagai fungsi dari lebar potensial penghalang pertama dan kedua dengan menggunakan Wolfram Mathematica 10.0 tahun 2014 ditampilkan pada gambar 4.6.



Gambar 4.6 Grafik antara Lebar Penghalang Kedua (a_2) dan Koefisien Refleksi (R)

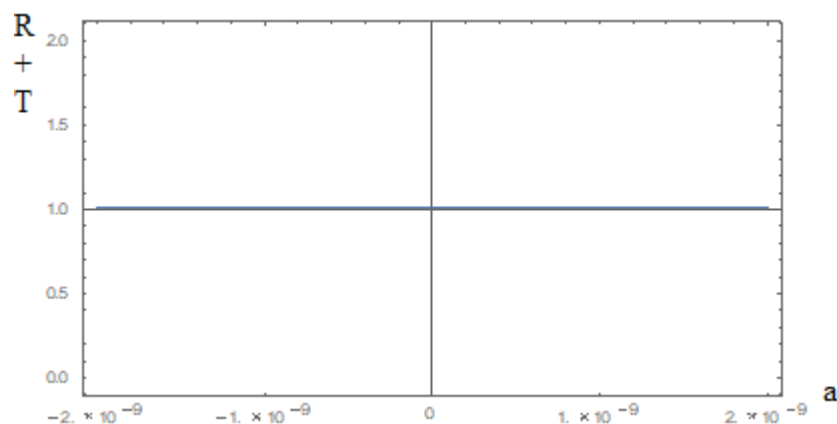
Koefisien refleksi berdasarkan gambar 4.6 terlihat semakin besar bila lebar penghalang semakin besar. Hal ini dikarenakan koefisien refleksinya berbanding

terbalik dengan Sinh^2 (sinus hiperbolik kuadrat) dan berbanding lurus dengan Cosh^2 (cosinus hiperbolik kuadrat) pada potensial penghalang pertama maupun potensial penghalang kedua. Koefisien refleksi terbesar pada gambar 4.2.2 diperoleh ketika lebar potensial penghalang $a_1 = 4 \times 10^{-9} \text{ m}$ dan $a_2 = 1,6 \times 10^{-9} \text{ m}$ yaitu 0,03498. Dengan demikian peluang partikel yang direfleksikan juga semakin banyak karena lebar potensial penghalangnya besar.

4.3 Koefisien Transmisi dan Refleksi

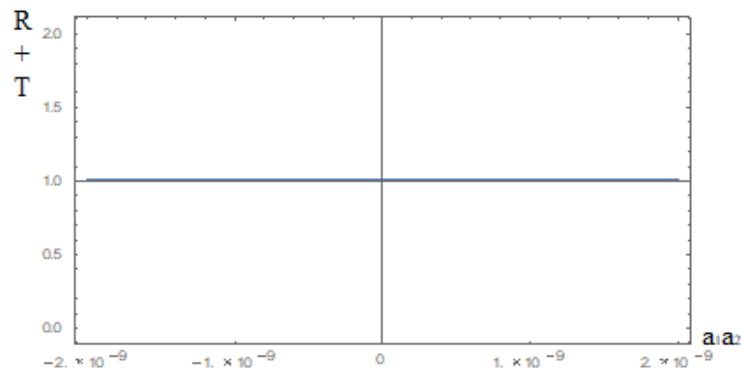
Koefisien transmisi dan koefisien refleksi dari hasil analitik tidak bergantung dengan solusi positif dan solusi negatif pada fungsi gelombang. Dalam hal ini k real dan q imajiner pada bidang gelombang II dan IV maupun gelombang I dan V sangat tidak berpengaruh pada kedua koefisien tersebut. Dengan demikian koefisien transmisi dan refleksi merupakan satu kesatuan. Partikel yang melewati penghalang akan ditransmisikan dan juga ada yang di refleksikan tergantung pada besar energi awal partikel dan lebar potensial penghalang. Koefisien transmisi dan koefisien refleksi jika dijumlahkan sama dengan satu seperti pada persamaan 4.8.

$$R + T = 1 \quad (4.8)$$



Gambar 4.7 Grafik antara Lebar Penghalang Pertama (a), Koefisien Transmisi (T), dan Refleksi Penghalang Pertama

Gambar 4.7 menunjukkan hubungan antara lebar penghalang dan koefisien transmisi dan refleksi. Hasilnya menunjukkan bahwa koefisien transmisi dan koefisien refleksinya tidak berubah atau tetap sama dengan satu walaupun besar lebar penghalang pertamanya nya diubah-ubah. Hal tersebut juga berlaku untuk penghalang ganda. Hasil grafik untuk penghalang ganda ditunjukkan pada gambar 4.8.



Gambar 4.8 Grafik antara Lebar Penghalang Ganda, Koefisien Transmisi, dan Refleksi Penghalang Ganda

Gambar 4.8 menunjukkan hubungan antara lebar potensial dan koefisien transmisi dan refleksi penghalang ganda. Hasil koefisien transmisi dan refleksi pada penghalang ganda yang diubah-ubah hasilnya tetap satu. Hal ini sudah sesuai dengan teori yang ada.

4.4 Integrasi

Doa merupakan sarana penghubung paling mudah antara seorang hamba dengan Tuhannya. Seorang hamba dianjurkan untuk berdoa dalam setiap kesempatan atau urusan, sekalipun ia sering melakukan kemaksiatan. Berdoa semata-mata bukan karena seorang hamba membutuhkan pertolongan Tuhan, melainkan juga sebagian pengakuan terhadap kelemahan dan keterbatasan sebagai seorang hamba. Doa juga adalah salah satu bentuk tawakkal seorang mukmin

terhadap Allah swt. setelah *ikhtiar* semaksimal mungkin untuk mendapatkan sesuatu yang menjadi hajatnya.

Manusia dapat meminta apapun yang menjadi keinginannya melalui doa. Setelah berusaha, manusia menyerahkan hasil dari usahanya itu kepada Allah swt. dan tentu manusia akan selalu berharap diberikan yang terbaik sebagai buah dari hasil usahanya itu. Dengan keagungan-Nya, Allah memberikan kesempatan manusia untuk berusaha mendapatkan sesuatu yang diminta dan Allah swt. berjanji mengabulkan permohonan orang yang berdoa setelah ia berusaha. Hanya saja, banyak dari kalangan manusia yang tidak sabar dan cenderung menyalahkan Allah swt. karena belum *dijabah*. Hal ini termaktub dalam salah satu kalam-Nya, yaitu:

وَإِذَا سَأَلَكَ عِبَادِي عَنِّي فَإِنِّي قَرِيبٌ أُجِيبُ دَعْوَةَ الدَّاعِ إِذَا دَعَانِ فَلْيَسْتَجِيبُوا لِي وَلْيُؤْمِنُوا بِي لَعَلَّهُمْ
يُرْشَدُونَ ١٨٦

“Dan apabila hamba-hamba-Ku bertanya kepadamu tentang Aku, maka (jawablah), bahwasanya Aku adalah dekat. Aku mengabulkan permohonan orang yang berdoa apabila ia memohon kepada-Ku, maka hendaklah mereka itu memenuhi (segala perintah-Ku) dan hendaklah mereka beriman kepada-Ku, agar mereka selalu berada dalam kebenaran.” (QS. Al-Baqarah: 186)

Pada ayat ini Allah Swt. Menyatakan bahwa Allah itu dekat. Dia mengabulkan permohonan doa hambanya. Dalam ayat ini juga ditekankan bahwa doa dapat dikabulkan jika ia (seorang hamba) memintanya. Kemudian dilanjutkan agar seorang hamba memenuhi perintah Allah dengan menjalankan kewajiban dan menjauhi hal-hal yang menjadi larangan Allah Swt. Dalam ayat ini pula Allah Swt. menekankan satu hal lain, yaitu beriman agar seorang hamba selalu berada dalam kebenaran, yaitu Agama Islam. Hal-hal yang ditekankan dalam ayat ini mengindikasikan syarat-syarat berdoa.

Pertama, kalimat *إِذَا دَعَا* yang diartikan sebagai usaha seorang hamba. Allah menyeru seorang hamba untuk berdoa, memohon, mengingat Allah, bukan hanya untuk permohonan pengabulan keinginan, melainkan bentuk pengakuan kelemahan dan keterbatasan dihadapan Allah Swt. Dengan pengakuan tersebut, keridhoan Allah dapat menyelimuti jiwa seorang hamba. Tentunya, doa diijabah tidak selalu terbatas pada permintaan. Perwujudan doa dapat berupa hal-hal lain dan diwaktu lalu maupun yang akan datang dengan hikmah yang menyertainya. Seperti yang diungkapkan oleh Syekh M Ibrahim Al-Bajjuri dalam kitab Tuhfatul Murid ala Jauharatit Tauhid.

Kedua, kalimat *فَلْيَسْتَجِيبُوا لِي* menjadi poin yang ditekankan berikutnya. Dalam Tafsir Jalalin, kalimat ini diikuti penjelasan “dengan taat dan patuh”. Taat dan patuh menjadi penjelas bahwa ada aturan tertentu dalam berdoa. Ada adab dan tatacara dalam berdoa agar doa dapat dikabulkan. Penekanan ini sejalan dengan konsep yang diusung dalam penelitian ini, yaitu koefisien transmisi dan koefisien refleksi. Bahwa ketika seorang hamba sudah memenuhi kewajibannya, Allah dapat mengabulkan doanya. Sebaliknya, Jika seorang hamba belum memenuhi kewajibannya, Allah dapat pula mengabulkannya dalam bentuk lain ataupun diganti dengan kemuliaan di akhirat kelak. Tentu saja, kehendak Allah untuk tidak langsung mengabulkan doa seorang hamba, ataupun mengganti doa tersebut kebentuk yang lain bukan karena ketidakmampuan Allah.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Energi eigen pada potensial penghalang ganda dengan persamaan schrodinger satu dimensi menghasilkan dua solusi, sebagaimana solusi positif dan solusi negatif. kedua solusi energi eigen tersebut sangat bergantung dengan tinggi potensial penghalangnya, semakin tinggi potensial penghalangnya maka energi eigen baik solusi positif maupun solusi negatif keduanya sama-sama menghasilkan energi yang besar. Tetapi lebih besar solusi negatif yang dihasilkan dibanding dengan solusi positifnya.
2. Koefisien transmisi pada potensial penghalang tunggal maupun penghalang ganda dengan persamaan schrodinger satu dimensi sangat bergantung dengan lebar potensial penghalang pertama maupun ganda dan bergantung juga dengan energi awal partikel. Semakin besar lebar penghalang potensialnya maka koefisien transmisi yang dihasilkan semakin kecil dan peluang untuk menerobos sangat kecil. Semakin besar energi awal partikel yang ditembakkan semakin besar pula koefisien transmisi yang dihasilkan. Koefisien transmisi paling besar didapatkan ketika energi awal partikel $0,9 \times 1,6 \times 10^{-19}$ yaitu 0,99957, yang berarti hampir semua partikel yang ditembakkan menembus penghalang. Hal ini berbanding terbalik dengan koefisien refleksi yang dihasilkan, semakin besar lebar penghalangnya semakin besar koefisien refleksinya. Semakin besar energi awal partikel yang

ditembakkan semakin kecil koefisien refleksi yang dihasilkan baik pada penghalang pertama maupun penghalang ganda.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini menggunakan penghalang potensial penghalang ganda simetri dengan persamaan schrodinger satu dimensi dan partikel bebas. Saran untuk penelitian selanjutnya dapat dikembang dengan menggunakan penghalang ganda asimetris atau dikembangkan pada tiga potensial penghalang simetris, dan menggunakan persamaan schrodinger dua atau tiga dimensi dengan menentukan partikelnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah bin Muhammad. 2008. *Tafsir Ibnu Katsir*. Jakarta: Pustaka Imam Syafi'i.
- Al-Baijuri, M Ibrahim. Taufatul Murid ala Jauharatit Tauhid. Indonesia: Daru Ihyail Kutubil Arabiyyah. Halaman 92.
- Al-Qur'an dan Terjemahan. 2004. Departemen Agama RI. Jakarta: J-ART.
- Amrullah, Ahmad Fauzan. 2017. *Solusi Efek Terobosan Penghalang Ganda Dengan Persamaan Schrodinger Dua Dimensi*. Jember: Universitas Jember.
- Barbier, Michael dkk. 2011. *Dirac And Klein Gordon Particles in One Dimensional Periodic Potential*. Belgium: Department of physics university of antwerp groenenborgerlaan 171, b-2020 antwerpen.
- Blokhintsev, D. I. 1963. *Osnovy kvantovoi mekhaniki*, 4th ed. Moscow.
- Crankshaw, shanna. Tanpa tahun. *A Microscopic Model of Resonant Double-Barrier Tunneling In A Quantum System*. Florida: Department of Physics, University, Florida 32611.
- Datta, Supriyo. 1995. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. New York: Cambridge University Press.
- Dutt, A., dan S, Kar. 2010. *Smoot Double Barriers in Quantum Mechanics*. http://www.researchgate.net/publication/233917816_smoot_doble_barrirs_in_quantum_mechanics. [Diakses pada 24 juni 2017].
- Erdmann, J dkk. 2018. *Correlated Tunneling Dynamics of an Ultracold Fermi-Fermi Mixture Confined in a Double-Well*. Germany: Universitas Hamburg.
- Gasiorowicz, S. 1974. *Quantum Physics*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Griffith, David. 2005. *Introduction to Quantum Mechanic Second Edition*. New York: Pearson Prentice Hall.
- Jelic, V and Marsiglio, F. 2012. *The Double Well Potential in Quantum Mechanics: A Simple, Numerically Exact Formulation*. Canada: Department of Physics Universitas Of Alberta.
- John S. Townsend. 2000. *A Modern Approach to Quantum Mechanics*. (University Science Books, Sausalito, CA,). P. 147-188.
- Krane, Kenneth. 1992. *Fisika Modern*. Jakarta: Penerbit Universitas Indonesia.

- Lal, Siddhart. 2013. *The Quantum Double Well Potential and Its Application*: Term paper.
- Levi, A. 2003. *Applied Quantum Mechanics Cambridge: Cambridge University Press*.
- Liboff, Richard. 2003. *Introduction Quantum Mechanics: 4th Edition*: Universitas Cornell.
- Mahally, Imam Jalaluddin dan Imam Jalaluddin As-Suyutti. 1990. Tafsir Jalalain Berikut Asbab An-Nujul. Bandung: Sinar Baru.
- Mursalim. 2011. Doa Dalam Perspektif Al-Quran. Jurnal Al-Ulum Volume. 11:1, Hal 63-67.
- Pfeifer P. and J. Fröhlich. 1995. *Generalized Time-Energy Uncertainty Relations and Bounds on Life Times of Resonances*. Rev. Mod. Phys. Vol. 67.
- Prastowo, S H B dkk. 2018. *Tunnelling Effect on Double Potential Barriers GaAs and PbS*. Jember: Department of Physics Education, Jember University.
- Purwanto, Agus. 2006. *Fisika Kuantum*. Yogyakarta: Gava media.
- Razavy, Mohsen. 2003. *Quantum Theory of Tunnelling*. Singapore: World scientific.
- Seyyed M.H dkk. 2017. *Tunnel Splitting in Asymmetric Double Well Potentials: An Improved Wkb Calculation*. Urbana Champaign: institute for research in fundamental science (IPMF).
- Stevenson, Paul. 2001. *Introductory Quantum Mechanics: A Second Course (Lecture notes for Physics 312)*. Rice University, Houston, TX. P. 1.2.
- Supriadi, B. Z. R. Ridlo. Yusriai C. I. W. Dkk. 2019. *Tunneling Effect on Triple Potential Barrier GaNSiC and GaAs*. Journal of Physics: conf. Series. (1211) 012034.
- Wijaya, A. K., A. Hermanto, M. Toifur. 2014. Analisis Penentuan Koefisien Refleksi dan Transmisi pada Potensial Delta Ganda Antisimetri . *Prosiding Pertemuan Ilmiah XXVII Jateng & DIY*. 26 April 2014: 48.
- Zettili, Nourdine. 2009. *Quantum Mechanics Concepts and Applications: Second Edition*. United Kingdom: John Wiley and Sons Ltd.
- Ziock, Klaus. 1969. *Basic Quantum Mechanics*. Singapore: Wiley international

LAMPIRAN

LAMPIRAN I
Koefisien Transmisi Dan Koefisien Refleksi Pada Penghalang Pertama Dan Penghalang Ganda

Persamaan schrodinger bebas waktu untuk $E < V_0$ di daerah I, II, III, IV, dan V adalah sebagai berikut:

$$\varphi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

$$\varphi_2(x) = Ce^{qx} + De^{-qx}$$

$$\varphi_3(x) = Ee^{ikx} + Fe^{-ikx}$$

$$\varphi_4(x) = Ge^{qx} + He^{-qx}$$

$$\varphi_5(x) = Ie^{ikx}$$

Dengan $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ dan $q = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$

1. Koefisien transmisi untuk penghalang pertama

$$\varphi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \quad x < 0$$

$$\varphi_2(x) = Ce^{qx} + De^{-qx} \quad 0 \leq x \leq \alpha$$

$$\varphi_3(x) = Ee^{ikx} \quad x > \alpha$$

Selanjutnya dengan menerapkan syarat kontinuitas pada $\varphi(x)$ dan $\frac{d\varphi(x)}{dx}$ di $x = 0$

dan di $x = \alpha$,

Pada $x = 0$

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$$

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0)$$

$$A + B = C + D \quad (1)$$

$$\varphi_1'(0) = \varphi_2'(0)$$

$$ik(A - B) = q(C - D) \quad (2)$$

Pada $x = \alpha$

$$\varphi_2(x) = \varphi_3(x)$$

$$\varphi_2(a) = \varphi_3(a)$$

$$Ce^{qa} + De^{-qa} = Ee^{ika} \quad (3)$$

$$\varphi_2'(a) = \varphi_3'(a)$$

$$q(Ce^{qa} - De^{-qa}) = ik Ee^{ika} \quad (4)$$

Mengeleminasi ikB dengan mengalikan persamaan (1) dengan ik dan dijumlah dengan persamaan (2)

$$(A) = \frac{(ik+q)C+(ik-q)D}{2ik} \quad (5)$$

Mengeleminasi qDe^{-qa} dengan mengalikan persamaan (3) dengan q dan dijumlah dengan persamaan (4)

$$C = \frac{(q+ik) Ee^{ika}}{2q e^{qa}} \quad (6)$$

Mengeleminasi qCe^{qa} dengan mengalikan persamaan (3) dengan q dan dikurangi dengan persamaan (4)

$$D = \frac{(q-ik) Ee^{ika}}{2q e^{-qa}} \quad (7)$$

Mensubstitusi persamaan (6) dan persamaan (7) ke dalam persamaan (5)

$$A = \frac{(ik+q)C+(ik-q)D}{2ik}$$

$$A = \frac{(ik+q)\frac{(q+ik)Ee^{(ika)}}{2qe^{qa}}+(ik-q)\frac{(q-ik)Ee^{(ika)}}{2qe^{-qa}}}{2ik}$$

$$A = \frac{(ik+q)^2 Ee^{(ika-qa)} + (ik-q)(q-ik)Ee^{(ika+qa)}}{4ikq}$$

$$A = \frac{(-k^2+2ikq+q^2)Ee^{(ika-qa)} + (k^2+2ikq-q^2)Ee^{(ika+qa)}}{4ikq}$$

A

$$= \frac{(q^2 - k^2)Ee^{(ika - qa)} + 2ikqEe^{(ika - qa)} + (k^2 - q^2)Ee^{(ika + qa)} + 2ikqEe^{(ika + qa)}}{4ikq}$$

$$A = \frac{e^{ika}}{4ikq} (q^2 - k^2)Ee^{-qa} + (k^2 - q^2)Ee^{qa} + 2ikqE(e^{-qa} + e^{qa})$$

$$A = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2)(e^{qa} - e^{-qa}) + 2ikq(e^{qa} + e^{-qa})]C$$

$$\frac{A}{E} = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2)2 \sinh(qa) + 2ikq \cdot 2 \cosh(qa)]$$

$$\frac{A}{E} = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2)2 \sinh(qa) + 4ikq \cosh(qa)] \quad (8)$$

$$\frac{A^*}{E^*} = \frac{e^{-ika}}{-4ikq} [(k^2 - q^2)2 \sinh(qa) - 4ikq \cosh(qa)]$$

Dimana

$$\frac{A A^*}{E E^*} = \left| \frac{A}{E} \right|^2$$

$$\left| \frac{A}{E} \right|^2 = \frac{1}{16k^2q^2} [(k^2 - q^2)^2 4 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \cosh^2(qa)]$$

Dimana $\cosh^2(x) = 1 - \sinh^2(x)$

Sehingga

$$\left| \frac{A}{E} \right|^2 = \frac{1}{16k^2q^2} [(k^2 - q^2)^2 4 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \{1 - \sinh^2(qa)\}]$$

$$\left| \frac{A}{E} \right|^2 = \frac{1}{16k^2q^2} [(k^2 - q^2)^2 4 \sinh^2(qa) - 16k^2q^2 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2]$$

$$\left| \frac{A}{E} \right|^2 = \frac{16k^2q^2 + [4(k^2 - q^2)^2 - 16k^2q^2] \sinh^2(qa)}{16k^2q^2}$$

$$\left| \frac{A}{E} \right|^2 = \frac{16k^2q^2 - [4(-k^2 + q^2)^2 + 16k^2q^2] \sinh^2(qa)}{16k^2q^2}$$

Berdasarkan persamaan di atas diperoleh koefisien transmisi penghalang pertama

$$T = \left| \frac{E}{A} \right|^2$$

$$T = \frac{16k^2q^2}{16k^2q^2 - [4(-k^2 + q^2)^2 + 16k^2q^2]\sinh^2(qa)}$$

$$T = \frac{4k^2q^2}{4k^2q^2 - [(-k^2 + q^2)^2 + 4k^2q^2]\sinh^2(qa)}$$

Dimana

$$4k^2q^2 + (-k^2 + q^2)^2 = 4k^2q^2 + k^4 - 2k^2q^2 + q^4 = k^4 + 2k^2q^2 + q^4 = (k^2 + q^2)^2$$

Sehingga nilai koefisien transmisi untuk penghalang pertama menjadi

$$T = \frac{4k^2q^2}{4k^2q^2 - (k^2 + q^2)^2\sinh^2(qa)} \quad (9)$$

Selanjutnya untuk mencari koefisien transmisi pada penghalang kedua

2. Koefisien transmisi penghalang kedua

$$\varphi_3(x) = Ee^{ikx} + Fe^{-ikx} \quad x < 2a$$

$$\varphi_4(x) = Ge^{qx} + He^{-qx} \quad 2a \leq x \leq 3a$$

$$\varphi_5(x) = Ie^{ikx} \quad x > 3a$$

Selanjutnya dengan menerapkan syarat kontinuitas pada $\varphi(x)$ dan $\frac{d\varphi(x)}{dx}$ di $x =$

$2a$ dan di $x = 3a$,

Pada $x = 2a$

$$\varphi_3(x) = \varphi_4(x)$$

$$\varphi_3(2a) = \varphi_4(2a)$$

$$Ee^{ikx} + Fe^{-ikx} = Ge^{qx} + He^{-qx}$$

$$Ee^{2ika} + Fe^{-2ika} = Ge^{2qa} + He^{-2qa} \quad (10)$$

$$\varphi_3'(2a) = \varphi_4'(2a)$$

$$ik(Ee^{ikx} - Fe^{-ikx}) = q(Ge^{qx} - He^{-qx})$$

$$ik(Ee^{2ika} - Fe^{-2ika}) = q(Ge^{2qa} - He^{-2qa}) \quad (11)$$

Pada $x = 3a$

$$\varphi_4(x) = \varphi_5(x)$$

$$\varphi_4(3a) = \varphi_5(3a)$$

$$Ge^{qx} + He^{-qx} = Ie^{ikx}$$

$$Ge^{3qa} + He^{-3qa} = Ie^{3ika} \quad (12)$$

$$\varphi_4'(3a) = \varphi_5'(3a)$$

$$q(Ge^{qx} - He^{-qx}) = ik Ie^{ikx}$$

$$q(Ge^{3qa} - He^{-3qa}) = ik Ie^{3ika} \quad (13)$$

Mengeleminasi $ikFe^{-2ika}$ dengan mengalikan persamaan (10) dengan ik dan dijumlah dengan persamaan (11)

$$E = \frac{(ik+q)Ge^{2qa} + (ik-q)He^{-2qa}}{2ike^{2ika}} \quad (14)$$

Mengeleminasi $ikEe^{2ika}$ dengan mengalikan persamaan (10) dengan ik dan dikurangi dengan persamaan (11)

$$F = \frac{(ik-q)Ge^{2qa} + (ik+q)He^{-2qa}}{2ike^{-2ika}} \quad (15)$$

Mengeleminasi qHe^{-3qa} dengan mengalikan persamaa (12) dengan q dan dijumlahkan dengan persamaan (13)

$$G = \frac{(q+ik)Ie^{3ika}}{2qe^{3qa}} \quad (16)$$

Mengeleminasi qDe^{qx} dengan mengalikan persamaan (12) dengan q dan dikurangi dengan persamaan (13)

$$H = \frac{(q-ik)Ie^{3ika}}{2qe^{-3qa}} \quad (17)$$

Mensubstitusikan persamaan (16) dan (17) ke dalam persamaan (14)

$$E = \frac{(ik + q) \frac{(q + ik)Ie^{3ika}}{2qe^{3qa}} e^{2qa} + (ik - q) \frac{(q - ik)Ie^{3ika}}{2qe^{-3qa}} e^{-2qa}}{2ike^{2ika}}$$

$$E = \frac{(ik + q)(q + ik)Ie^{(3ika+2qa)}}{4ikqe^{(2ika+3qa)}} + \frac{(ik - q)(q - ik)Ie^{(3ika-2qa)}}{4ikqe^{(2ika-3qa)}}$$

$$E = \frac{(ik + q)(q + ik)Ie^{(3ika+2qa)(-2ika-3qa)}}{4ikq} + \frac{(ik - q)(q - ik)Ie^{(3ika-2qa)(-2ika+3qa)}}{4ikq}$$

$$E = \frac{(ik + q)^2 Ie^{(ika-qa)} + (k^2 - q^2 + 2ikq)Ie^{(ika+qa)}}{4ikq}$$

$$E = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(ik + q)^2 Ie^{-qa} + (k^2 - q^2 + 2ikq)Ie^{qa}]$$

$$E = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(-k^2 + q^2 + 2ikq)Ie^{-qa} + (k^2 - q^2 + 2ikq)Ie^{qa}]$$

$$E = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(-k^2 + q^2 + 2ikq)e^{-qa} + (k^2 - q^2 + 2ikq)e^{qa}]I$$

$$E = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(-k^2 + q^2)(e^{-qa} - e^{qa}) + 2ikq(e^{qa} + e^{-qa})]I$$

$$\frac{E}{I} = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2)(e^{qa} - e^{-qa}) + 2ikq(e^{qa} + e^{-qa})] \quad (18)$$

$$\frac{E}{I} = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2)2\sinh(qa) + 4ikq\cosh(qa)]$$

$$\frac{E^*}{I^*} = \frac{e^{-ika}}{-4ikq} [(k^2 - q^2)2\sinh(qa) - 4ikq\cosh(qa)]$$

Dimana

$$\frac{E E^*}{I I^*} = \left| \frac{E}{I} \right|^2$$

$$\left|\frac{E}{I}\right|^2 = \frac{1}{16k^2q^2} [4(k^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \cosh^2(qa)]$$

$$\left|\frac{E}{I}\right|^2 = \frac{1}{16k^2q^2} [4(k^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \{1 - \sinh^2(qa)\}]$$

Berdasarkan persamaan di atas diperoleh koefisien transmisi penghalang kedua

$$T = \left|\frac{I}{E}\right|^2$$

$$T = \frac{16k^2q^2}{[4(k^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \{1 - \sinh^2(qa)\}]}$$

$$T = \frac{16k^2q^2}{16k^2q^2 + [4(k^2 - q^2)^2 - 16k^2q^2] \sinh^2(qa)}$$

$$T = \frac{4k^2q^2}{4k^2q^2 - [(-k^2 + q^2)^2 + 4k^2q^2] \sinh^2(qa)}$$

$$T = \frac{4k^2q^2}{4k^2q^2 - [(k^2 + q^2)^2] \sinh^2(qa)} \quad (19)$$

3. Koefisien refleksi untuk penghalang pertama

Mengeleminasi ikA pada persamaan koefisien pertama dengan mengalikan

persamaan (1) dengan ik dan dikurangi dengan persamaan (2)

$$B = \frac{(ik-q)C + (ik+q)D}{2ik} \quad (20)$$

Mensubstitusikan persamaan (6) dan (7) ke dalam persamaan (20)

$$B = \frac{(ik - q) \frac{(q + ik) E e^{ika}}{2q e^{qa}} + (ik + q) \frac{(q - ik) E e^{ika}}{2q e^{-qa}}}{2ik}$$

$$B = \frac{(ik - q)(q + ik) E e^{ika}}{4ikq e^{qa}} + \frac{(ik + q)(q - ik) E e^{ika}}{4ikq e^{-qa}}$$

$$B = \frac{(ik - q)(q + ik) E e^{(ika - qa)}}{4ikq} + \frac{(ik + q)(q - ik) E e^{(ika + qa)}}{4ikq}$$

$$B = \frac{-(k^2 + q^2)Ee^{(ika-qa)} + (k^2 + q^2)Ee^{(ika+qa)}}{4ikq}$$

$$B = \frac{e^{ika}}{4ikq} [-(k^2 + q^2)e^{(-qa)} + (k^2 + q^2)e^{qa}]E$$

$$B = \frac{e^{ika}}{4ikq} [-(k^2 + q^2)e^{(-qa)} + (k^2 + q^2)e^{qa}]E$$

$$\frac{B}{E} = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 + q^2)(e^{qa} - e^{(-qa)})]$$

$$\frac{B}{E} = \frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 + q^2)2 \sinh(qa)]$$

$$\frac{B^*}{E^*} = \frac{e^{-ika}}{-4ikq} [(k^2 + q^2)2 \sinh(qa)]$$

Sehingga nilai koefisien refleksi untuk penghalang pertama yaitu

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \left| \frac{B}{E} \right| \cdot \left| \frac{B^*}{E^*} \right| \cdot \left| \frac{A}{E} \right| \cdot \left| \frac{A^*}{E^*} \right|$$

$$R = \left| \frac{B}{A} \right| \left| \frac{B}{A} \right|^*$$

$$R = \frac{\frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 + q^2)2 \sinh(qa)]}{\frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2)2 \sinh(qa) + 4ikq \cosh(qa)]} : \frac{\frac{e^{-ika}}{-4ikq} [(k^2 + q^2)2 \sinh(qa)]}{\frac{e^{-ika}}{-4ikq} [(k^2 - q^2)2 \sinh(qa) - 4ikq \cosh(qa)]}$$

$$R = \frac{\frac{1}{16k^2q^2} [(k^2 + q^2)^2 4 \sinh^2(qa)]}{\frac{1}{16k^2q^2} (k^2 - q^2)^2 4 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \cosh^2(qa)}$$

$$R = \frac{4(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4(k^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa) + 16k^2q^2 \{1 - \sinh^2(qa)\}}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{(k^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa) + 4k^2q^2 \{1 - \sinh^2(qa)\}}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{(k^2 - q^2)^2 \sinh^2(qa) - 4k^2q^2 \sinh^2(qa) + 4k^2q^2}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4k^2q^2 - [(-k^2 + q^2)^2 + 4k^2q^2] \sinh^2(qa)}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4k^2q^2 - [(k^2 + q^2)^2] \sinh^2(qa)} \quad (21)$$

Mensubstitusikan persamaan (16) dan (17) ke dalam persamaan (15)

$$F = \frac{(ik - q) \frac{(q + ik) \text{Ie}^{3ika}}{2qe^{3qa}} e^{2qa} + (ik + q) \frac{(q - ik) \text{Ie}^{3ika}}{2qe^{-3qa}} e^{-2qa}}{2ike^{-2ika}}$$

$$C_- = \frac{(ik - q)(q + ik) \text{Ie}^{(3ika+2qa)}}{4ikqe^{(-2ika+3qa)}} + \frac{(ik + q)(q - ik) \text{Ie}^{(3ika-2qa)}}{4ikqe^{(-2ika-3qa)}}$$

$$C_- = \frac{(ik - q)(q + ik) \text{Ie}^{(3ika+2qa)(2ika-3qa)}}{4ikq} + \frac{(ik + q)(q - ik) \text{Ie}^{(3ika-2qa)(2ika+3qa)}}{4ikq}$$

$$C_- = \frac{(ik - q)(q + ik) \text{Ie}^{(5ika-qa)}}{4ikq} + \frac{(ik + q)(q - ik) \text{Ie}^{(5ika+qa)}}{4ikq}$$

Dimana

$$(ik - q)(q + ik) = -k^2 - q^2 = -(k^2 + q^2)$$

$$(ik + q)(q - ik) = k^2 + q^2$$

Sehingga nilai F menjadi

$$F = \frac{-(k^2 + q^2) \text{Ie}^{(5ika-qa)}}{4ikq} + \frac{(k^2 + q^2) \text{Ie}^{(5ika+qa)}}{4ikq}$$

$$F = \frac{e^{5ika}}{4ikq} [-(k^2 + q^2) \text{Ie}^{-qa} + (k^2 + q^2) \text{Ie}^{qa}]$$

$$F = \frac{e^{5ika}}{4ikq} [-(k^2 + q^2)(e^{-qa} - e^{qa})] I$$

$$\frac{F}{I} = \frac{e^{5ika}}{4ikq} [-(k^2 + q^2)(e^{-qa} - e^{qa})]$$

$$\frac{F}{I} = \frac{e^{5ika}}{4ikq} [(k^2 + q^2)(e^{qa} - e^{-qa})]$$

$$\frac{F}{I} = \frac{e^{5ika}}{4ikq} (k^2 + q^2) 2 \sinh (qa)$$

$$\frac{F}{I} = \frac{e^{5ika}}{4ikq} 2(k^2 + q^2) \sinh (qa) \quad (17)$$

$$\frac{F^*}{I^*} = \frac{e^{-5ika}}{-4ikq} 2(k^2 + q^2) \sinh (qa)$$

Berdasarkan persamaan di atas diperoleh koefisien refleksi untuk penghalang kedua

$$R = \left| \frac{F}{E} \right|^2$$

$$R = \left| \frac{F}{E} \right| \left| \frac{F}{E} \right|^*$$

$$R = \frac{\frac{e^{5ika}}{4ikq} 2(k^2 + q^2) \sinh (qa)}{\frac{e^{ika}}{4ikq} [(k^2 - q^2) 2 \sinh (qa) + 4ikq \cosh (qa)]} : \frac{\frac{e^{-ika}}{-4ikq} 2(k^2 + q^2) \sinh (qa)}{\frac{e^{-ika}}{-4ikq} [(k^2 - q^2) 2 \sinh (qa) - 4ikq \cosh (qa)]}$$

$$R = \frac{4(k^2 + q^2)^2 \sinh^2 (qa)}{4[(k^2 - q^2)^2 2 \sinh^2 (qa) + 16k^2 q^2 \cosh^2 (qa)]}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2 (qa)}{(k^2 - q^2)^2 \sinh^2 (qa) + 4k^2 q^2 \{1 - \sinh^2 (qa)\}}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2 (qa)}{(k^2 - q^2)^2 \sinh^2 (qa) + 4k^2 q^2 - 4k^2 q^2 \sinh^2 (qa)}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2 (qa)}{4k^2 q^2 + [(k^2 - q^2)^2 - 4k^2 q^2] \sinh^2 (qa)}$$

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2 (qa)}{4k^2 q^2 - [(k^2 + q^2)^2 \sinh^2 (qa)]} \quad (18)$$

LAMPIRAN II
KOEFISIEN TRANSMISI DAN REFLEKSI DALAM BENTUK FUNGSI
ENERGI

1. Koefisien transmisi penghalang pertama dan kedua

$$T = \frac{4k^2 q^2}{4k^2 q^2 + (k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}$$

Dengan mensubstitusikan nilai $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ dan $q = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$, maka persamaan koefisien transmisi di atas adalah sebagai berikut:

$$T = \frac{4k^2 q^2}{4k^2 q^2 + (k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{k^2 + q^2}{2kq}\right)^2 \sinh^2(qa)}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{(\sqrt{2mE/\hbar^2})^2 + (\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})^2}{2(\sqrt{2mE/\hbar^2})(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})}\right)^2 \sinh^2\left(a\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}\right)}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{\frac{2mE}{\hbar^2} + \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}{2(\sqrt{2mE/\hbar^2})(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})}\right)^2 \sinh^2\left(a\sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}\right)}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(\frac{\frac{4m^2 E^2}{\hbar^4} + \frac{8m^2 E(V_0 - E)}{\hbar^4} + \frac{4m^2 (V_0 - E)^2}{\hbar^4}}{\frac{8m^2 E(V_0 - E)}{\hbar^4}}\right) \sinh^2\left(a\sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}\right)}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left[\frac{4m^2 E^2 + 8m^2 E(V_0 - E) + 4m^2 (V_0 - E)^2}{8m^2 E(V_0 - E)}\right] \sinh^2\left(a\sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}\right)}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left[\frac{4m^2 V_0^2}{8m^2 E(V_0 - E)}\right] \sinh^2\left(a\sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}\right)}$$

Berdasarkan persamaan di atas koefisien transmisi penghalang pertama dan kedua adalah sebagai berikut:

a. Penghalang pertama

$$T = \frac{1}{1 + \left[\frac{V_0^2}{2E(V_0 - E)} \sinh^2 \left(a_1 \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \right) \right]}$$

b. Penghalang kedua

$$T = \frac{1}{1 + \left[\frac{V_0^2}{2E(V_0 - E)} \sinh^2 \left(a_2 \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \right) \right]}$$

2. Koefisien refleksi penghalang pertama dan kedua

$$R = \frac{(k^2 + q^2)^2 \sinh^2(qa)}{4k^2q^2 + [(k^2 + q^2)^2] \sinh^2(qa)}$$

Dengan mensubstitusikan nilai $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ dan $q = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2}$, maka persamaan koefisien transmisi di atas adalah sebagai berikut:

$$R = \frac{\left((\sqrt{2mE/\hbar^2})^2 + (\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})^2 \right)^2 \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}{4(\sqrt{2mE/\hbar^2})^2 \cdot (\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})^2 + \left[\left((\sqrt{2mE/\hbar^2})^2 + (\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})^2 \right)^2 \right] \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}$$

$$R = \frac{(2mE/\hbar^2 + 2m(V_0 - E)/\hbar^2)^2 \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}{4(2mE/\hbar^2)(2m(V_0 - E)/\hbar^2) + [(2mE/\hbar^2 + 2m(V_0 - E)/\hbar^2)^2] \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}$$

$$R = \frac{\left(\frac{4m^2 E^2}{\hbar^4} + \frac{8m^2 E(V_0 - E)}{\hbar^4} + \frac{4m^2 (V_0 - E)^2}{\hbar^4} \right) \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}{4 \left(\frac{4m^2 E(V_0 - E)}{\hbar^4} \right) + \left[\frac{4m^2 E^2}{\hbar^4} + \frac{8m^2 E(V_0 - E)}{\hbar^4} + \frac{4m^2 (V_0 - E)^2}{\hbar^4} \right] \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}$$

$$R = \frac{(V_0^2) \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}{(4E(V_0 - E)) + [V_0^2] \sinh^2(a\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})}$$

Berdasarkan persamaan diatas koefisien refleksi pertama dan kedua adalah sebagai berikut:

a. Penghalang pertama

$$R = \frac{(V_0^2) \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}{(4E(V_0 - E)) + [V_0^2] \sinh^2(a_1 \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})}$$

b. Penghalang kedua

$$R = \frac{(V_0^2) \sinh^2(\sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} a)}{(4E(V_0 - E)) + [V_0^2] \sinh^2(a_2 \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2})}$$



BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Siti Nur Aini
NIM : 14640030
Jurusan : Fisika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Penelitian : Efek penerobosan pada Potential Penghalang Ganda Simetris dalam Sistem Kuantum
Pembimbing I : Drs. Abdul Basid, M.Si
Pembimbing II : Ahmad Abtokhi S.Pd M. Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	12 Mei 2018	Konsultasi Bab I dan II	
2.	15 Mei 2018	Konsultasi Bab III	
3.	16 Januari 2019	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan II	
4.	20 November 2020	Konsultasi Data Hasil di Bab IV	
5.	25 Maret 2021	Konsultasi Bab IV	
6.	13 Februari 2021	Konsultasi Kajian Agama Bab I, II dan IV	
7.	25 Mei 2021	Konsultasi Bab V	
8.	14 Juni 2021	Konsultasi Kajian Agama dan ACC	
9.	18 Juni 2021	Konsultasi Semua Bab, Abstrak dan ACC	

Malang, 18 Juni 2021



Drs. Abdul Basid, M.Si

NIP. 19650504 199003 1 003