TITIK DAN SISI PENUTUP MINIMAL PADA GRAF SEGITIGA SIERPINSKI

SKRIPSI

OLEH
ERIKA FITRIA LIANDARI
NIM.14610047

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

TITIK DAN SISI PENUTUP MINIMAL PADA GRAF SEGITIGA SIERPINSKI

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Erika Fitria Liandari
NIM. 14610047

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2021

TITIK DAN SISI PENUTUP MINIMAL PADA GRAF SEGITIGA SIERPINSKI

SKRIPSI

Oleh
Erika Fitria Liandari
NIM. 14610047

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 27 Desember 2019

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	Juhari, M.Si
NIP. 19710420 200003 1 003	NIP. 19840209 20160801 1 055

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

TITIK DAN SISI PENUTUP MINIMAL PADA GRAF SEGITIGA SIERPINSKI

SKRIPSI

Oleh
Erika Fitria Liandari
NIM. 14610047

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 27 Desember 2019

Penguji Utama	: Muhammad Nafie Jauhari, M.S	....
Ketua Penguji	: Evawati Alisah, M.P	....
Sekretaris Penguji	: Dr. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Anggota Penguji	: Juhari, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Program Studi Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya Yang Bertanda Tangan Dibawah Ini:

Nama : Erika Fitria Liandari

NIM : 14610047

Program Studi : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Segitiga Sierpinski

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya. Bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 28 April 2021
Yang membuat pernyataan,

Erika Fitria Liandari
NIM. 14610047

MOTO

Don’t give up on me

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

To my beloved mother Nurul Istifadah and my beloved father Hadi Wibowo, and my beloved brother Ananta Maulana Wahyu Rajaby. There is so many fault and fear but I am going to embrace myself as hard as I can.
Thank you for all your supports

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada nabi Muhammad Saw., yang telah membimbing kita dari jalan kegelapan menuju jalan yang terang benderang yaitu agama Islam.

Dalam penulisan skripsi ini, penulis tidak lepas dari bantuan, saran, bimbingan, arahan, doa, dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Wahyu Hengky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.

5. Juhari. M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan saran, nasihat dan bantuan dalam penulisan skripsi ini agar terselesaikannya skripsi ini bisa menjadi karya dan tulisan yang lebih baik
6. Muhammad Nafie Jauhari, M.Si, selaku ketua penguji yang telah memberi nasihat, bantuan dan saran kepada penulis agar terciptanya suatu karya yang lebih baik
7. Evawati Alisyah, M.Pd, selaku penguji utama yang telah memberi masukan dan saran kepada penulis agar terciptanya suatu karya yang lebih baik
8. Mama dan Ayah tercinta yang telah mencurahkan kasih sayang, doa, bimbingan, dan motivasi hingga terselesaikannya skripsi ini.
9. Saudara-saudara tersayang yang telah memberikan semangat kepada penulis.
10. Seluruh teman-teman mahasiswa di Program Studi Matematika, di UKM, dan teman-teman yang selalu memotivasi penulis agar tidak selalu menyerah dan selalu berjuang agar penulis bisa meraih mimpi dan menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
11. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat dan memberikan wawasan bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, April 2021

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

ST_3^n	= Graf segitiga sierpinski
S_4^n	= Graf persegi sierpinski
SS_n	= Graf bintang sierpinski
$V(G)$	= Himpunan titik graf G
$E(G)$	= Himpunan sisi graf G
$d(u, v)$	= Jarak dua titik u dan v digraf G
$d(e, v)$	= Jarak dua sisi e dan v digraf G
$d(v)$	= Derajat titik v
$\beta(G)$	= titik penutup minimal Graf G
$\beta'(G)$	= sisi penutup minimal Graf G

ABSTRAK

Liandari, Erika Fitria. 2019. **Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Segitiga Sierpinski.** Skripsi. Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd. (II) Juhari, M.Si

Kata Kunci:Graf Segitiga Sierpinski,

Skripsi ini bertujuan untuk mengetahui rumusan umum titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski. Adapun langkah-langkah dalam melakukan penelitian ini adalah 1) menggambarkan graf Segitiga Sierpinski, 2) menentukan titik dan sisi penutup pada graf Segitiga Sierpinski, 3) menentukan kardinalitas titik dan sisi penutup graf Segitiga Sierpinski dan 4) membuat konjektur berdasarkan pola yang ditemukan untuk suatu kasus kemudian dirumuskan menjadi suatu teorema titik dan sisi penutup pada graf Segitiga Sierpinski serta membuktikannya. Hasil akhir dari penelitian ini adalah menghasilkan lemma-lemma yang memuat titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski.

ABSTRACT

Liandari, Erika Fitria. 2019. **Minimal Vertex and Edge Cover of Triangle Sierpinski Graph.** Thesis. Department of Mathematics Faculties of Sciences and Mathematics, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Supervisior: (I) Dr. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd. (II) Juhari, M.Si.

Kata Kunci: Triangle Sierpinski Graph,

This thesis aims to determine the general formulation of the minimum vertex and edge cover on the Triangle Sierpinski graph. The steps in conducting this research are 1) describing the Triangle Sierpinski graph, 2) determining the covering vertex and edge of the Triangle Sierpinski graph, 3) determining the cardinality of the vertex and edge coverings in the Triangle Sierpinski graph and 4) constructing conjectures based on the pattern found for cases and then formulate it into a vertex and edge covering theorem on the Triangle Sierpinski graph and prove it in general. The final result of this research is to produce lemmas that contain minimal cover vertex and edges on the Triangle Sierpinski graph.

ملخص

ليانداري ، إريكا فيتريا. 2019. الحد الأدنى من الرأس والغطاء الحافة لـ *Triangle Sierpinski Graph* . بعث جا معي. شعبة الرياضيات والعلوم والرياضيات كلية العلوم و التكنولوجيبا ، جامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: الدكتور وحيو هعكي إراوان الماجستير. جوهاري.

الكلمات الرئيسة : *Triangle Sierpinski Graph*

تهدف هذه الرسالة إلى تحديد الصيغة العامة للحد الأدنى من غطاء الرأس والحافة على مخطط *Triangle Sierpinski*. الخطوات في إجراء هذا البحث هي 1) وصف مخطط *Triangle Sierpinski graph*، 2) تحديد غطاء الرأس وحافة الرسم البياني *Triangle Sierpinski*، 3) تحديد أصلية غطاء الرأس والحافة في مخطط *Triangle Sierpinski* و 4) يصنعان تخمينًا استنادًا إلى النموذج الموجود للحالة ، ثم صياغتهما في قمة وحافة تغطي على نظرية مخطط *Triangle sierpinski* واثبتهما بشكل عام. والنتيجة النهائية لهذا البحث هي إنتاج عصير الليمون الذي يحتوي على الحد الأدنى من غطاء الرأس والحواف على مخطط *Triangle Sierpinski*

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf merupakan salah satu cabang ilmu yang dipelajari di matematika. Khususnya graf dipelajari dalam sub-bidang aljabar. Graf G adalah pasangan $\big(V(G), E(G)\big)$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi.

Titik dan sisi pada suatu graf memiliki suatu hubungan tersendiri. Salah satunya titik dan sisi pada suatu graf dapat terhubung langsung *(adjacent)* dan terkait langsung *(incident).* Graf juga dapat membentuk jalan, trail,lintasan, dan sikel. Suatu titik dan sisi dikatakan saling menutup pada graf *G* jika titik dan sisi tersebut terkait langsung di *G*. Titik penutup di *G* merupakan himpunan dari titik-titik yang menutup semua sisi di *G* dan sisi penutup pada graf *G* (tanpa titik terisolasi) merupakan himpunan sisi-sisi yang menutup semua titik di *G* (Chartrand and Lesniak, 1986:243).

Allah SWT, berfirman didalam surat Al-Buruj ayat pertama, yang artinya:

"Demi langit yang mempunyai gugusan bintang, " (QS:Al-Buruj ayat 1)

Pada surat Al-Buruj ayat 1 dijelaskan bahwa Allah SWT menciptakan bintang-bintang yang saling berformasi (bergugus) dan saling terhubung. Keterhubungan dan keterkaitan langsung dalam suatu gugus bintang atau konstelasi dapat diimplementasikan kedalam suatu bentuk graf. Salah satunya adalah segitiga musim panas atau bisa disebut *summer triangle*. Segitiga musim panas ini adalah sebuah asterisma yang dibentuk dari tiga bintang pada tiga rasi bintang yang berbeda. Tiga bintang yang membentuk segitiga musim panas adalah: Deneb, Vega, dan Altair. Asterisma itu sendiri merupakan suatu pola yang dibentuk oleh bintang-bintang, yang mana pola. Maka dari itu apabila ketiga rasi bintang itu di hubungkan satu sama lain akan mebentuk pola menyerupai segitiga. Selain itu, juga ada segitiga musim dingin yang merupakan asterisma dari ketiga bintang lain, yakni bintang Procyon, Betelgeuse dan Sirius. Ketiga bintang ini, apabila ditarik garis lurus akan membentuk sebuah pola menyerupai segitiga kemudian pola ini disebut sebagai segitiga musim dingin.

Beberapa penelitian sebelumnya tentang titik dan sisi penutup graf adalah Sa'adati (2012) yang mengkaji tentang titik dan sisi penutup pada graf lintasan beranting dan graf sikel berambut, Hijriyah (2012) yang mengkaji tentang titik dan sisi penutup pada graf bintang $(m)_c S_n^k$ dan graf roda $(m)_c W_n^k$ dan Janah (2017) yang mengkaji tentang bilangan titik dan sisi penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari graf dehidral. Yang akhirnya, dari masing-masing penitili menghasilkan rumus umum tentang titik dan sisi penutup pada masing-masing graf yang dikaji.

Pada peneletian ini, peneliti sama seperti peneliti sebelumnya, mengkaji tentang titik dan sisi pada graf. Hanya saja yang membedakan adalah jenis graf yang dikaji oleh peneliti. Peneliti mengkaji tentang titik dan sisi penutup pada graf sierpińki dan graf bintang sierpińki. Hal ini juga dilakukan, karena adanya perbedaan dari setiap hasil rumusan titik dan sisi penutup pada setiap graf yang dikaji masing-masing dan hal itu berlaku secara umum untuk graf yang diteliti

Menurut Hinz, dkk (2016:12) menyatakan bahwa Segitiga Sierpinski dilambangkan dengan ST_p^n dengan $p = 3$ dan $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Kemudian salah satu cara membangun graf segitiga Sierpinski adalah menggunakan iterasi. Mulai dengan graf komplit yang memiliki 3 titik, $ST_3^0 \cong K_3$ dan beri label $ST_3^0 \cong \hat{T} \coloneqq \{0, 1, 2\}$, label ini akan di anggap sebagai 0 satuan panjang.

Berdasarkan pemaparan tersebut, peneliti akan mencari rumus umum titik dan sisi penutup pada graf sierpińki dan graf bintang sierpińki.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka masalah dalam penelitian ini adalah mencari rumus umum titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui rumus umum titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dalam penelitian ini yaitu dapat mengetahui dan memperoleh rumus umum titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian pustaka yaitu melakukan kajian terhadap beberapa literatur terhadap buku-buku graf, titik dan sisi penutup pada graf dan beberapa hasil penelitian sebelumnya yang terkait dengan titik dan sisi penutup pada graf. Secara garis besar langkah penelitian ini sebagai berikut:

a. Menggambar graf Segitiga Sierpinski ST_3^n.
b. Menentukan titik dan sisi penutup pada graf Segitiga Sierpinski.
c. Menentukan kardinalitas titik dan sisi penutup pada graf Segitiga Sierpinski.
d. Membuat konjektur berdasarkan pola yang ditemukan untuk suatu kasus yang dirumuskan menjadi suatu lemma titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski serta membuktikannya.

1.6 Batasan Masalah

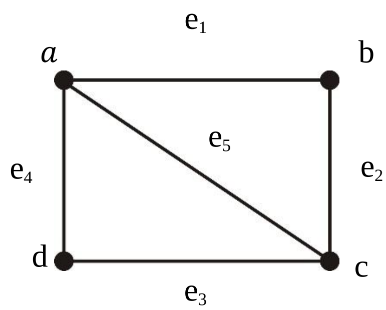
Batasan masalah dalam penelitian ini adalah graf sierpinski yang diteliti hanya graf Segitiga Sierpinski.

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

Graf G adalah pasangan $\left(V(G), E(G)\right)$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut order dari G dan dilambangkan dengan $p(G)$ dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari G dan dilambangkan dengan $q(G)$. Jika graf yang yang dibicarakan hanya graf G, maka order dan ukuran dari$G$ masing-masing cukup ditulis p dan q. Graf dengan order p dan ukuran q dapat disebut graf-(p, q). (Abdussakir, dkk:2009)

Contoh 2.1



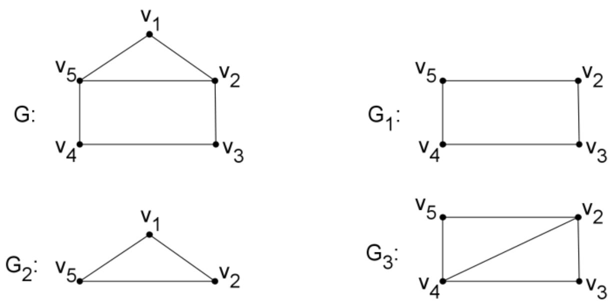
Gambar 2.1 Graf G

Graf G pada Gambar 2.1 mempunyai order 4 dan mempunyai 5 sisi, dapat dinyatakan sebagai $G = \left(V(G), E(G)\right)$ dengan $V(G) = \{\, a, b, c, d\}$ dan E(G) = $E(G) = \{(a, b), (\mathrm{b}, \mathrm{c}), (\mathrm{c}, \mathrm{d}), (\, a, \mathrm{d}), (\, a, \mathrm{c})\}$ atau ditulis dengan $V(G) = \{a, b, c, d\}$ dan $\{\ E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_{4,} e_5\ \}$ untuk, $e_1 = (a, b), e_2 = (b, c), e_3 = (c, d), e_4 = (a, d), e_5 = (a, c)$.

2.2 Subgraf

Misalkan G graf. Graf H dikatakan subgraf dari graf G jika setiap titik di H adalah titik di G dan setiap sisi di H adalah sisi di G. Dengan kata lain, graf H adalah subgraf dari G jika $V(H) \subseteq V(G)$ dan $E(H) \subseteq E(G)$. Jika H adalah subgraf dari G maka dapat ditulis $H \subseteq G$. Jika H adalah subgraf dari G tetapi $H \neq G$, maka H disebut subgraf sejati dari G, dan ditulis $H \subset G$. Pada kasus H adalah subgraf G, maka G disebut supergraf dari H. Pada contoh berikut, G_1 dan G_2 adalah subgraf dari G sedangkan G_3 bukan subgraf dari G. Ada sisi v_2v_4 di G_3 tetapi v_2v_4 buka sisi di G (Abdussakir, dkk, 2009:39).

Contoh 2.2

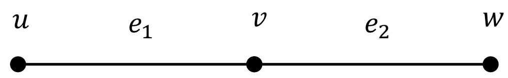


Gambar 2.2 Graf dan Subgraf

2.3 Terhubung Langsung (*Adjacent)* dan Terkait Langsung (*Incident)*

Sisi $e = \{u, v\}$ dikatakan menghubungkan titik u dan v , jika $e = \{u, v\}$ adalah sisi di graf, maka u dan v adalah titik yang terhubung langsung (*adjacent)*, kemudian u dan e sama halnya dengan v dan e disebut terkait langsung (*incident)*. Jika e_1 dan $e_2$berbeda dengan pada G terkait langsung dengan sebuat titik bersama, maka e_1 dan e_2 disebut sisi adjacent.

Contoh 2.3



Gambar 2.3 Terhubung Langsung dan Terkait Langsung

Keterangan:

u dan v, v dan w terhubung langsung (*adjacent)*

u dan v terkait langsung (*incident)* dengan e_1

v dan w terkait langsung (*incident)* dengan e_2

e_1 dan e_2 terhubung langsung (*adjacent)*

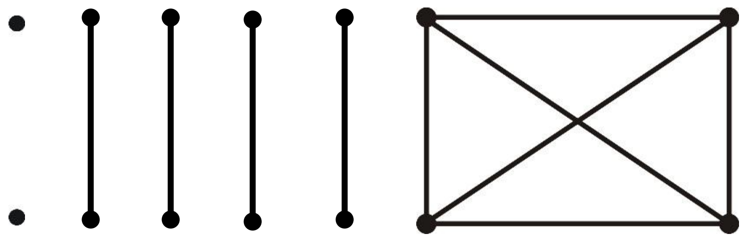
2.4 Operasi pada Graf

Terdapat beberapa cara untuk menghasilkan graf baru dari graf-graf yang lain. Pada definisi-definisi berikut, diamsusikan bahwa G_1 dan G_2 adalah graf dengan himpunan titik yang saling lepas.

2.4.1 Gabungan (Union)

Gabungan *(union)* dari G_1 dan G_2, ditulis $G = G_1 \cup G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$. Jika graf G merupakan gabungan dari sebanyak n graf $H, n \geq 2$, maka ditulis $G = nH$. (Abdussakir, dkk:2009)

Contoh 2.4.1

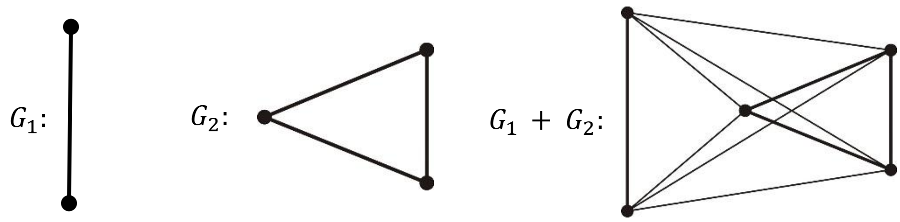


Gambar 2.4 Graf $2K_1 \cup 4K_2 \cup K_4$

2.4.2 Penjumlahan *(Join)*

Penjumalahan *(join)* dari G_1 dan G_2, ditulis $G = G_1 + G_2$, adalah graf dengan $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$ dan $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \in V(G_1),$ $v \in V(G_2)\}$. Menggunakan operasi penjumlahan, maka jelas bahwa $K_{m,n} \cong \overline{K}_m + \overline{K}_n$. (Abdussakir, dkk:2009)

Contoh 2.4.2



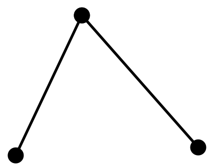
Gambar 2.5 Penjumlahan Graf G_1 dan G_2

2.5 Derajat Titik

Definisi 2.5.1

Derajat titik v pada graf G, ditulis dengan $deg_G(v)$, adalah banyaknya sisi yang terkait langsung pada v. Dengan kata lain, banyak sisi yang memuat v sebagai titik ujung. Titik v dikatakan genap atau ganjil tergantung dari jumlah $deg_G(v)$ genap atau ganjil (Chatrand dan Lesniak, 1987:7).

Contoh 2.5.1



$deg_G(v_1) = 2$

$deg_G(v_2) = 1$

$deg_G(v_3) = 1$

Gambar 2.6 Graf Berderajat

2.6 Jarak dan Eksentrisitas

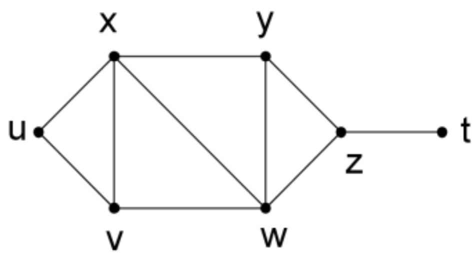
Misalkan G graf terhubung dan misalkan u dan v titik di G, maka terdapat suatu lintasan $u - v$ di G. Jarak dari u dan v di G, dinotasikan dengan $d(u, v)$, adalah panjang lintasan $u - v$ di G. Himpunan titik di G dengan fungsi jarak ini membentuk ruang metrik. Untuk setiap titik $u, v,$ dan w di G, maka

a. $d(u, v) \geq 0$ dan $d(u, v) = 0$ jika dan hanya jika $u = v$.

b. $d(u, v) = d(v, u)$.

c. $d(u, v) \leq d(u, w) + d(v, w)$.

Eksentrisitas titik u di G, dinotasikan dengan $e(u)$, adalah jarak terbesar dari u ke semua titik di G. Jadi $e(u) = maks\ \{d(u, v) | v \in V(G)\}$. Jika u dan v adalah titik di G sehingga $e(u) = d(u, v)$, maka v disebut titik eksentrik dari u. Dengan kata lain, titik v disebut titik eksentrik dari u jika jarak dari u ke v sama dengan eksentrisitas dari u (Abdussakir, dkk, 2009:56-57). Perhatikan graf berikut.

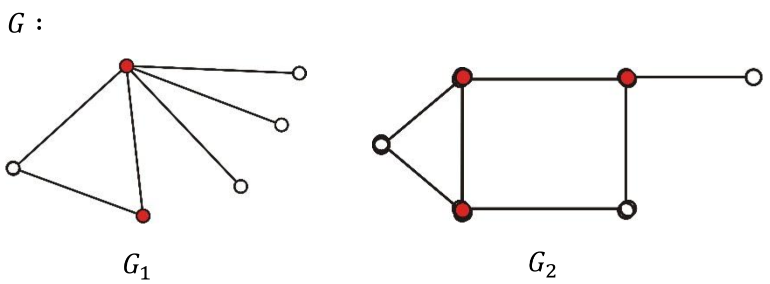


Gambar 2.7 Jarak pada Graf G

2.7 Titik dan Sisi Penutup pada Graf

Suatu titik dan sisi dikatakan saling menutup satu sama lain pada suatu graf G jika titik dan sisi tersebut terkait langsung di G. Titik penutup di G adalah himpunan titik-titik yang menutup semua titik di G. Sisi penutup di graf G tanpa titik terisolasi adalah himpunan sisi-sisi yang menutup semua titik di G. Kardinalitas minimum pada titik penutup di graf G disebut bilangan titik penutup pada G dan dinotasikan dengan $\beta(G)$. Bilangan sisi penutup $\beta'(G)$ pada graf G (tanpa titik terisolasi) adalah kardinalitas minimum pada sisi penutup di G (Chartrand, dkk, 2016).

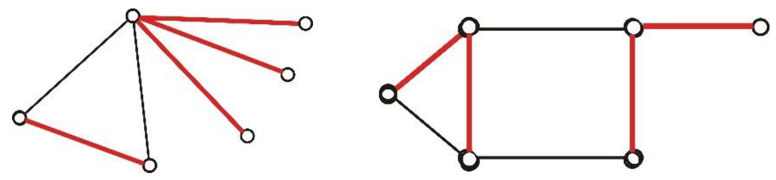
Contoh 2.7.1



Gambar 2.8 Titik Penutup G_1 dan G_2 (merah)

Sisi penutup graf G adalah $A \subseteq V(G)$ sedemikian sehingga semua sisi di A menutup semua sisi di G, artinya setiap titik di G terkait langsung dengan setidaknya salah satu titik A.

G :

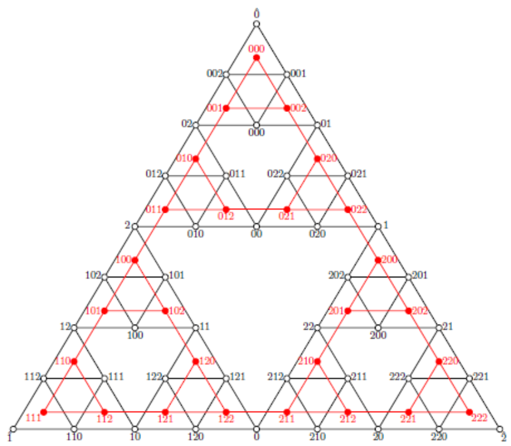


G_1 G_2

Gambar 2.9 Sisi Penutup G_1 dan G_2 (merah)

2.8 Graf Segitiga Sierpinski

Menurut Hinz, dkk (2016:12) menyatakan bahwa segitiga Sierpinski dilambangkan dengan ST_p^n dengan $p = 3$ dan $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$. Kemudian salah satu cara membangun graf segitiga Sierpinski adalah menggunakan iterasi. Mulai dengan graf komplit yang memiliki 3 titik, $ST_3^0 \cong K_3$ dan beri label $ST_3^0 \cong \hat{T} \coloneqq \{0, 1, 2\}$, label ini akan di anggap sebagai 0 satuan panjang. Selanjutnya asumsikan telah membangun ST_3^n, untuk memperoleh ST_3^{n+1} dengan membagi dua setiap sisi pada setiap segitiga ST_3^n dan menghubungkan setiap 2 dari 3 titik baru pada segitiga sebagai sisi baru. Sebagaimana gambar berikut:



Gambar 2.10 Graf segitiga Sierpinski T_3^3, S_3^3

Adapun algoritma membangun sebuah graf segitiga Sierpinski dari bangun segitiga Sierpinski bermacam-macam, diantaranya adalah sebagai berikut:

a. Diawali dengan membuat segitiga sama sisi dengan panjang sisi 1 (satu) satuan panjang sebagai ST_3^0, berikut contoh gambar graf ST_3^0.

Gambar 2.11 Segitiga Sierpinski ST_3^0

b. Untuk memperoleh segitiga Sierpinski ST_3^1 membuat segitiga yang ukuran panjang sisi $\frac{1}{2}$ kali panjang sisi segitiga Sierpinski ST_3^0 dan diperbanyak sebanyak tiga buah segitiga. Ketiga segitiga tersebut kemudian disusun kembali menjadi berukuran segitiga Sierpinski ST_3^0, berikut contoh gambar graf ST_3^1.

Gambar 2.12 Segitiga Sierpinski ST_3^1

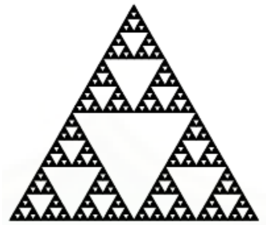
c. Untuk memperoleh segitiga Sierpinski ST_3^2 dengan proses yang berulang seperti pada pembentukan segitiga Sierpinski ST_3^1 dengan banyak segitiga adalah 3^2 buah segitiga dengan masing-masing ukuran panjang sisinya adalah $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ panjang sisi segitiga Sierpinski ST_3^0, berikut contoh gambar graf ST_3^2.

Gambar 2.13 Segitiga Sierpinski ST_3^2

d. Untuk memperoleh segitiga Sierpinski ST_3^3 diperoleh dengan proses berulang seperti pembentukan segitiga Sierpinski ST_3^1 dan ST_3^2 dengan banyaknya segitiga adalah 3^3 buah segitiga dengan masing-masing ukuran panjang sisinya adalah $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ panjang sisi segitiga Sierpinski ST_3^0 , berikut contoh gambar graf ST_3^3.

Gambar 2.14 Segitiga Sierpinski ST_3^3

Dan seterusnya dengan proses berulang hingga n kali akan memperoleh betuk segitiga Sierpinski dengan banyak segitiga adalah 3^n buah segitiga dengan masing-masing ukuran panjang sisi adalah $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ panjang sisi segitiga ST_3^0, berikut contoh gambar graf ST_3^n adalah segitiga Sierpinski ST_3^n. (Sulistiyantoko, 2008: 46-49).

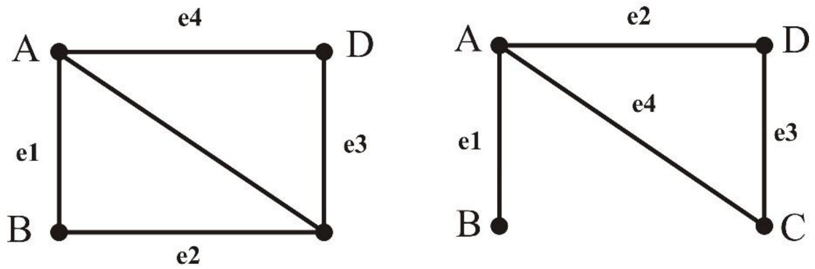


Gambar 2.15 Segitiga Sierpinski ST_3^n

2.9 Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori (jenis) bergantung pada sudut pandang kelompoknya. Pengelompokkan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda, berdasarkan jumlah simpul atau berdasarkan orientasi arah pada sisi (Munir, 2003)

Graf sederhana meurpakan salah satu contoh dari graf. Graf sederhana adalah graf yang tidak mempunyai rusuk ganda dan atau, gelang. Pada graf sederhana, rusuk adalah pasangan tak terurut (*unordered pairs*) (Harju:2012). Jadi rusuk (u, v) sama dengan (v, u). Menurut (Munir, 2003) graf sederhana juga dapat didefinisikan sebagai $G = (V, E)$, terdiri dari V, himpunan tidak kosong simpul-simpul dan E, himpunan pasangan tak terurut yang berbeda yang disebut rusuk. Berikut adalah contoh graf sederhana.

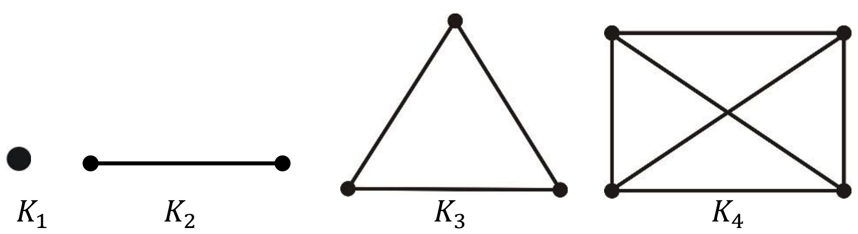


Gambar 2.16 Graf Sederhana

Menurut Siang (2002) beberapa graf sederhana khusus yang sering digunakan adalah sebagai berikut.

a. Graf Lengkap (*Complete Graph*)

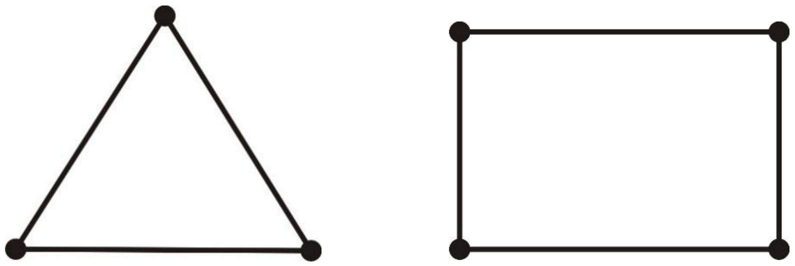
   Graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap dua simpulnya bertetangga. Graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan K_n. Setiap simpul pada K_n berderajat $n – 1$. Banyaknya rusuk pada graf lengkap yang terdiri dari n buah simpul adalah $\frac{n(n-1)}{2}$.



Gambar 2.17 Graf Lengkap

b. Graf Lingkaran

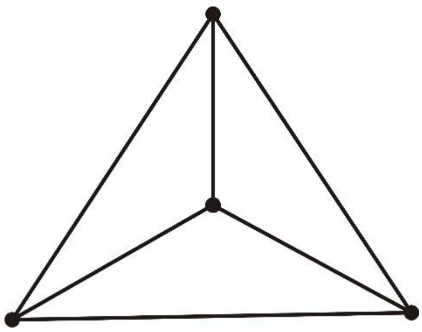
Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Graf lingkaran dengan *n* simpul dilambangkan dengan C_n.



Gambar 2.18 Graf Lingkaran C_3 dan C_4

c. Graf Teratur (*Regular Graph*)

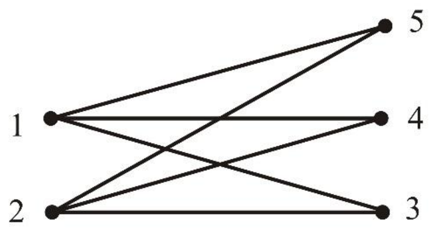
Graf teratur adalah graf yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama. Apabila derajat setiap simpul adalah *r*, maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur derajat *r*.



Gambar 2.19 Graf Teratur Derajat 3

d. Graf Bipartit (*Bipartite Graph*)

Graf *G* yang himpunan simpulnya dapat dikelompokkan menjadi dua himpunan bagian V_1 dan V_2, sedemikian sehingga setiap rusuk di dalam *G* menghubungkan sebuah simpul di V_1 ke sebuah simpul di V_2 disebut graf bipartit dan dinyatakan sebagai $G\ (V_1, V_2)$.



Gambar 2.20 Graf Bipartit

Pada graf sederhana, sisi adalah pasangan tak-terurut *(unorderedpairs).* Jadi, sisi *(u,v)* dapat ditulis dangan *(v,u).* Kita dapat juga mendefinisikan graf sederhana *G* = *(V,E)* terdiri dari himpunan tak kosong simpul-simpul dan *E* adalah himpunan pasangan tak-terurut yang berbeda disebut sisi.

2.10 Kajian Nilai-Nilai Al-Quran dengan Teori Graf

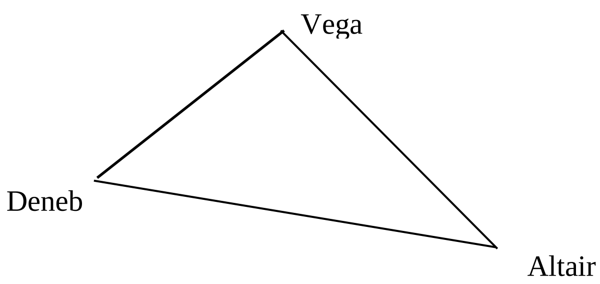
Secara umum konsep dari disiplin ilmu telah dijelaskan dalam Al-Quran, salah satunya adalah matematika. Teori graf yang merupakan salah satu cabang matematika memiliki sifat keterhubungan yang dapat didefinisikan. Keterhubungan titik pada graf adalah minimum titik yang apabila dihapus dari graf G akan membuat graf tersebut tidak terhubung.

Rasi bintang dapat dipandang berdasar teori graf. Terdapat dalam ayat al-quran yang sehubungan dengan rasi bintang yaitu surat Al-Hijr ayat 16 yang artinya:

"Dan sesungguhnya Kami telah menciptakan gugusan bintang-bintang (di langit) dan Kami telah menghiasi langit itu bagi orang-orang yang memandang(nya)"(QS: 15: 16).

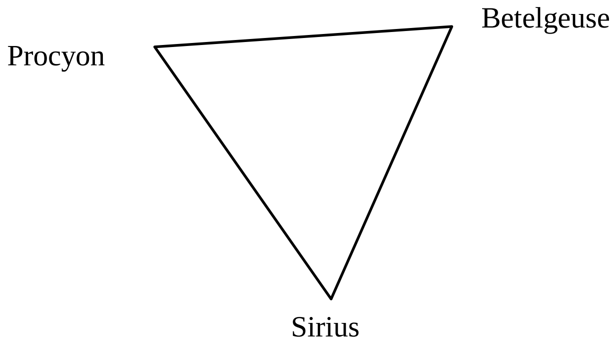
Salah satu contoh bintang yang dapat dipandang sebagai graf adalah asterisma dari ketiga bintang Altair, Vega dan Deneb yang membentuk *triangle summer* atau segitiga musim panas.

Bintang musim panas atau juga bisa disebut segitiga musim panas ini dapat dipandang menjadi graf sederhana. Dimana pada setiap titik atau sisi saling berisiden.



Gambar 2.21 Segitiga musim panas

Contoh lain dari asterisma selain segitiga musim panas adalah segitiga musim dingin. Asterisma ini terdiri dari bintang Sirius dari rasi bintang Canis Major, bintang Procyon dari rasi bintang Canis Minor, dan salah satu bintang dari rasi bintang Orion yakni bintang Betelgeuse. Pada setiap bintang yang ada di masing-masing rasi bintang tersebut titik atau sisi pada bintang saling berisiden. Berikut ilustrasi segitiga musim dingin yang dibentuk dari ketiga bintang Sirius, Betelgeuse dan Procyon



Gambar 2.22 Segitiga musim dingin

2.11 Beberapa Hasil Penutup pada Beberapa Graf

Berikut ini merupakan hasil penutup pada beberapa graf, diantaranya

1. Pada graf graf bintang $(m)_c S_n^k$ dengan $n \in N, n \geq 3,$ rumusan titik dan sisi penutup minimal masing-masing adalah:
   a. $\beta(S_n) = 1$ dan $a_1(S_n) = n.$
   b. $\beta((m)_c S_n^1) = m$ dan $a_1((m)_c S_n^1) = m \; x \; n$
   c. $\beta((m)_c S_n^k) \coloneqq \begin{cases} m\left(\frac{1}{2}kn + 1\right); untuk\ k\ genap \\ m\left(\frac{1}{2}n(k+1) + 1\right); untuk\ k\ ganjil \end{cases}$
   d. $\beta'((m)_c S_n^k) \coloneqq \begin{cases} m\left(n\left(\frac{1}{2}k + 1\right)\right); untuk\ k\ genap \\ m\left(\frac{1}{2}n(k+1) + 1\right); untuk\ k\ ganjil \end{cases}$
2. Pada graf roda $(m)_c W_n^k$ dengan $n \in N, n \geq 3,$ rumusan titik dan sisi penutup minimal masing-masing adalah
   a. $\beta(W_n) \coloneqq \begin{cases} \frac{1}{2}n + 1; untuk\ n\ genap \\ \frac{1}{2}(n+1) + 1; untuk\ n\ ganjil \end{cases}$

      $\beta'(W_n) \coloneqq \begin{cases} \frac{1}{2}n + 1; untuk\ n\ genap \\ \frac{1}{2}(n+1) + 1; untuk\ n\ ganjil \end{cases}$
   b. $\beta((m)_c W_n^1) \coloneqq \begin{cases} m\left(\frac{1}{2}n + 1\right); untuk\ n\ genap \\ m\left(\frac{1}{2}(n+1) + 1\right); untuk\ n\ ganjil \end{cases}$

      dan $\beta'((m)_c W_n^1) \coloneqq \begin{cases} m\left(\frac{1}{2}n + 1\right); untuk\ n\ genap \\ m\left(\frac{1}{2}(n+1)\right); untuk\ n\ ganjil \end{cases}$
   c. $\beta((m)_c W_n^k) \coloneqq \begin{cases} m\left(\frac{1}{2}(2kn + n + 2)\right); n\ genap\ dan\ k\ genap \\ m\left(\frac{1}{2}(2kn + n + 3)\right); n\ ganjil\ dan\ k\ genap \end{cases}$

$\beta((m)_c W_n^k) \coloneqq \{m(nk+1)$

dan $\beta'((m)_c W_n^k) \coloneqq\ m(nk+1)); k\ ganjil, n \in N, n \geq 3$

3. Graf lintasan beranting dan graf sikel berambut rumusan titik dan sisi penutup minimal masing-masing adalah

   a. $\beta\left(P_{n(2)\left(\frac{1}{2}n\right)}\right) \coloneqq \begin{cases} n\frac{1}{2}n; n = 4k-2 \\ \frac{1}{2}n(n+1); n = 4k \end{cases}$

   b. $\beta'\left(P_{n(2)\left(\frac{1}{2}n\right)}\right) \coloneqq \begin{cases} n(\frac{1}{2}n+1); n = 4k-2 \\ \frac{1}{2}n(n+1); n = 4k \end{cases}$

   c. $\beta\left(P_{n(2)\left(\frac{1}{2}n-1\right)}\right) \coloneqq \begin{cases} n(\frac{1}{2}n-1); n = 4k-1 \\ n\left(\frac{1}{2}(n-1)\right); n = 4k+1 \end{cases}$

   d. $\beta'\left(P_{n(2)\left(\frac{1}{2}n-1\right)}\right) \coloneqq \begin{cases} n\left(\frac{1}{2}(n-1)+1\right); n = 4k-1 \\ n\left(\frac{1}{2}(n-1)\right) + \left(\frac{1}{2}(n-1)+1\right); n = 4k+1 \end{cases}$

   e. $\beta({}_nC_n) = n; untuk\ n \in N, n \geq 3$

   f. $\beta'({}_nC_n) = n^2; untuk\ n \in N, n \geq 3$

4. Bilangan titik penutup dan sisi penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari grup dehidral adalah

   a. Pola bilangan titik penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari grup dehidral (D_{2n}) dengan n ganjil adalah n, dan $\frac{3n}{2}$ untuk n genap.

   b. Pola bilangan sisi penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari grup dehidral (D_{2n}) dengan n ganjil atau genap adalah n

BAB III
HASIL DAN PEMBAHASAN

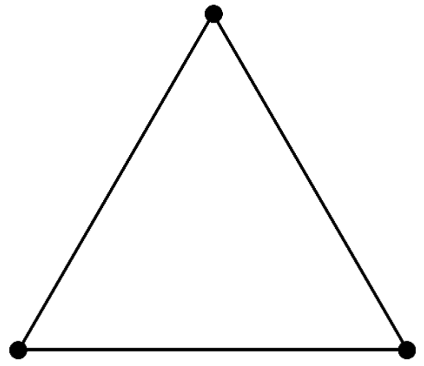
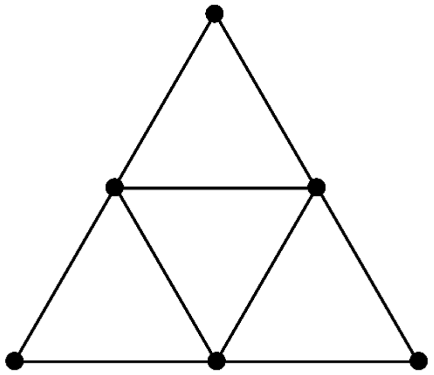
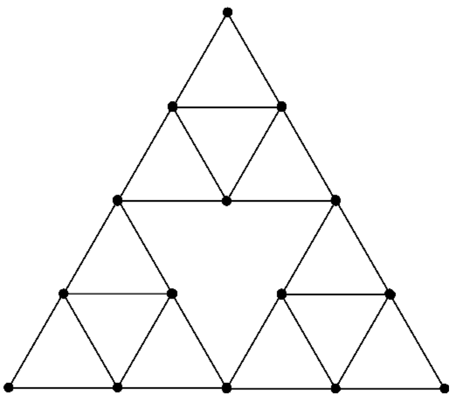
3.1 Hasil

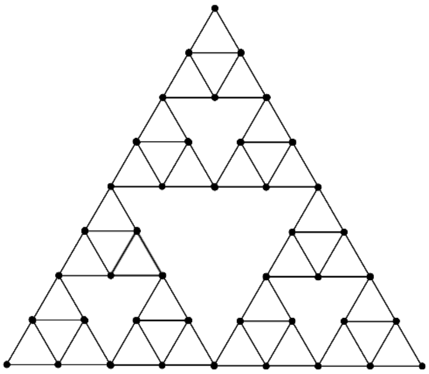
Pada subbab ini akan dijelaskan mengenai hasil titik dan sisi penutup minimal pada graf Segitiga Sierpinski. Di mana pada subbab ini memuat langkah-langkah menentukan titik dan sisi penutup minimal pada graf tersebut kemudian yang pada akhirnya akan memperoleh suatu teorema yang dapat dibuktikan secara umum. Graf pertama yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf siepinski, di mana graf siepinski yang diteliti adalah graf segitiga sierpinski (ST_3^n).

3.1.1 Graf Segitiga Sierpinski (ST_3^n)

Langkah membuat segitiga Sierpinski adalah bangun ruang segitiga Sierpinski yang berbentuk segitiga sama sisi, dibuat graf yang memisalkan setiap sudut pada segitiga sebagai titik pada graf dan setiap sisi pada segitiga sebagai sisi pada graf. Selanjutnya iterasi pada segitiga Sierpinski yang pertama yaitu membagi dua setiap sisi pada setiap segitiga dan menghubungkan setiap dua titik baru pada segitiga sebagai sisi baru, jadi banyaknya segitiga pada iterasi pertama adalah tiga segitiga, dibuatlah graf dengan memisalkan setiap sudut pada segitiga sebagai titik pada graf dan setiap sisi pada segitiga sebagai sisi pada graf. Dengan langkah yang sama untuk graf segitiga Sierpinski iterasi ke-*n*. Berikut ini dapat dilihat pada tabel 3.1 graf yang akan dicari titik dan sisi penutup.

Tabel 3.1 Graf Segitiga Sierpinski

ST_3^n	Gambar Graf
ST_3^1	
ST_3^2	
ST_3^3	

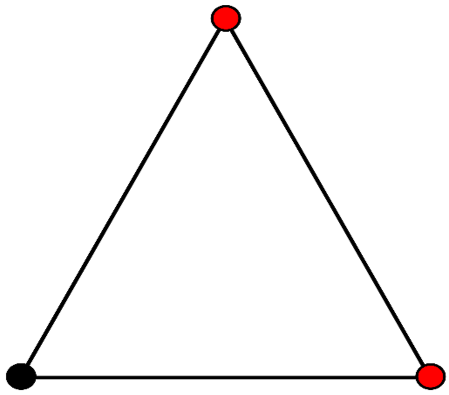
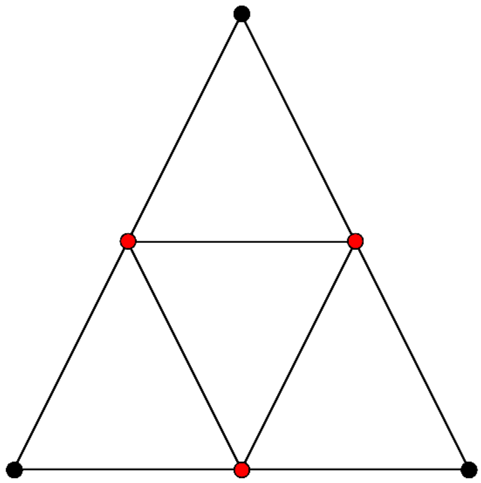
ST_3^4	

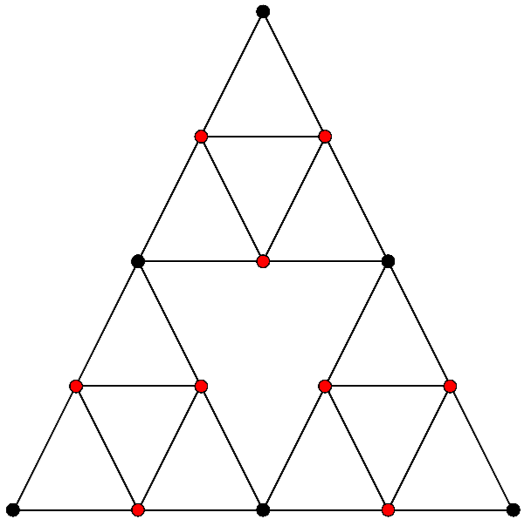
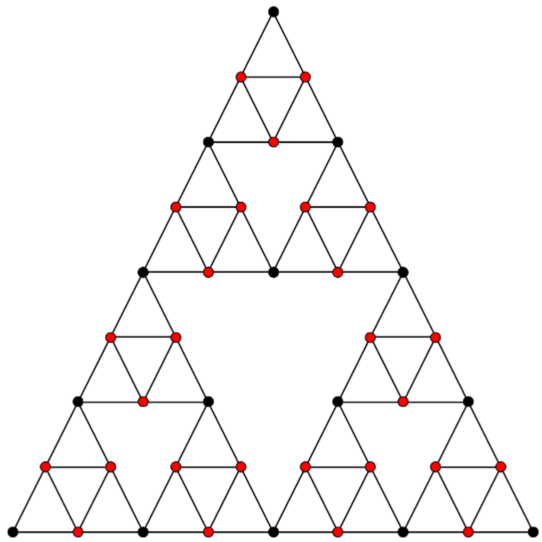
3.1.2 Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Sierpinski (ST_3^n)

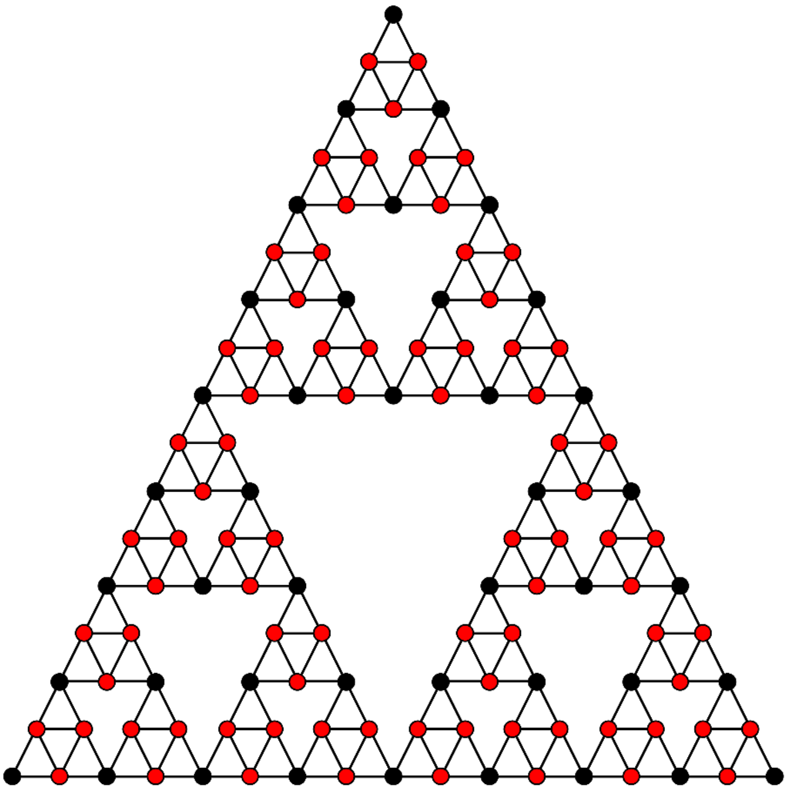
Pada subbab ini dijelaskan lebih detail mengenai titik dan sisi penutup pada Graf Sierpinski ST_3^n. Suatu titik dan sisi dikatakan saling penutup pada graf G jika titik dan sisi tersebut terkait langsung di G. Titik penutup di G merupakan himpunan dari titik-titik yang menutup semua titik di G

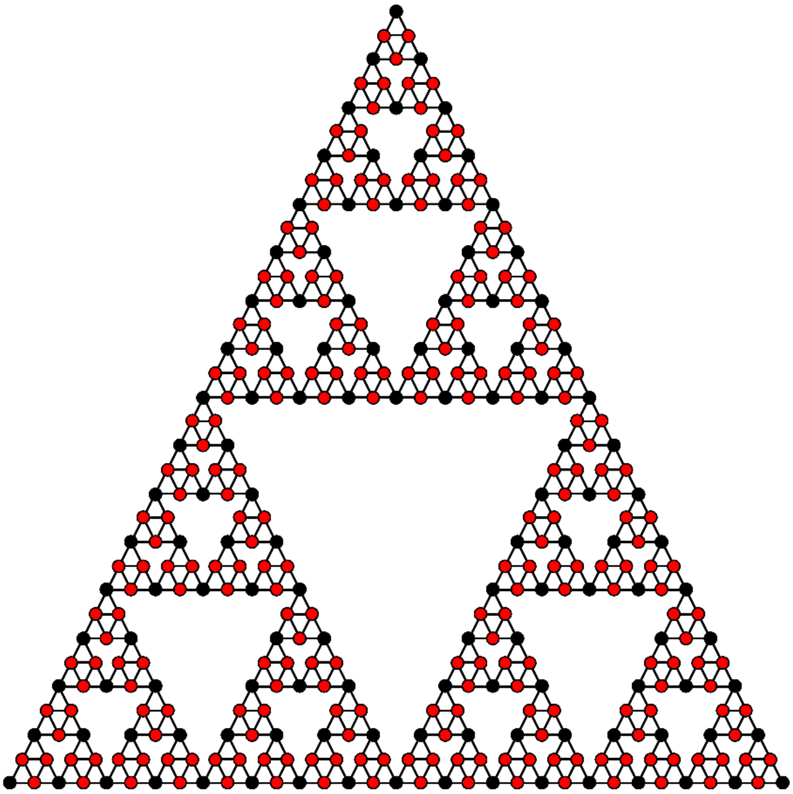
Pada graf dibawah ini titik dan sisi penutup minimal pada Graf Sierpinski ST_3^n ditandai dengan warna merah. Graf ST_3^n yang dicari titik dan sisi penutupnya dimulai dari $n \geq 1$.

Tabel 3.2 Titik Penutup pada Graf Sierpinski ST_3^n

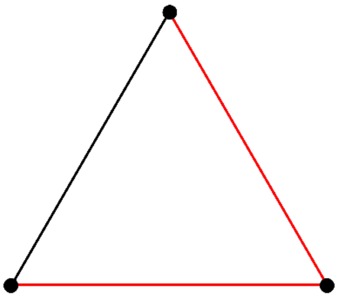
ST_3^n	Gambar Graf
ST_3^1	
ST_3^2	

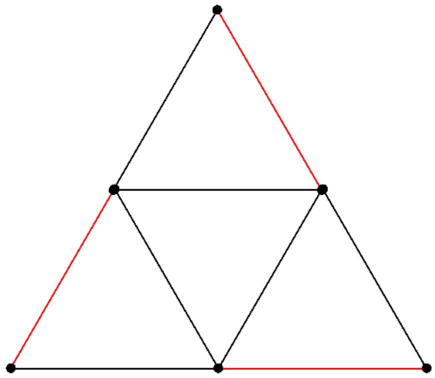
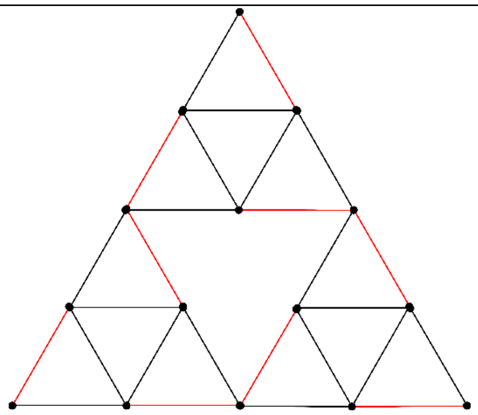
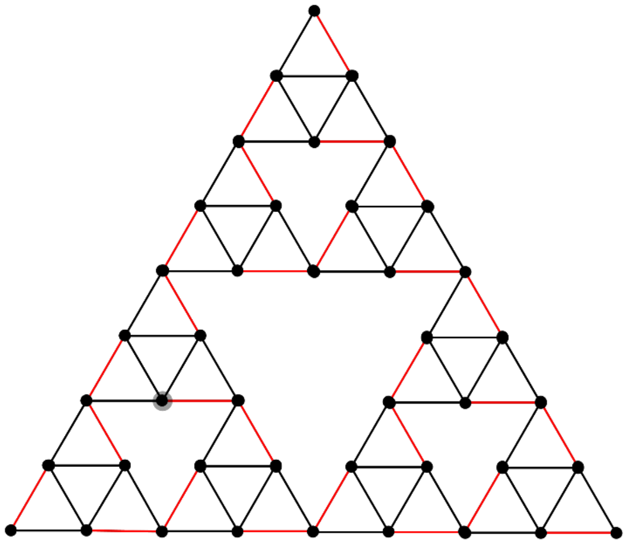
ST_3^3	
ST_3^4	

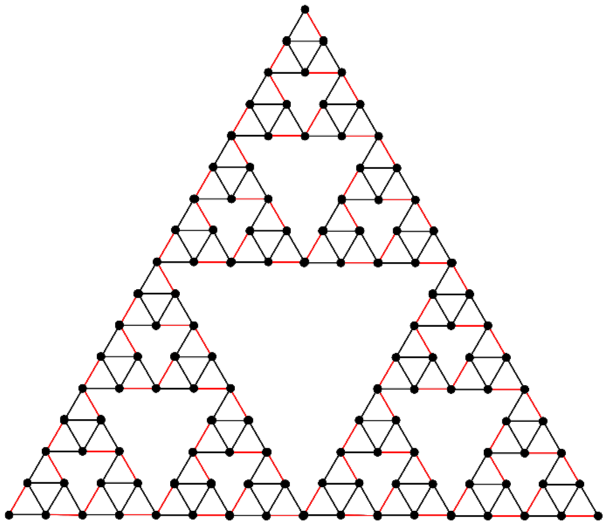
ST_3^5	

ST_3^6	

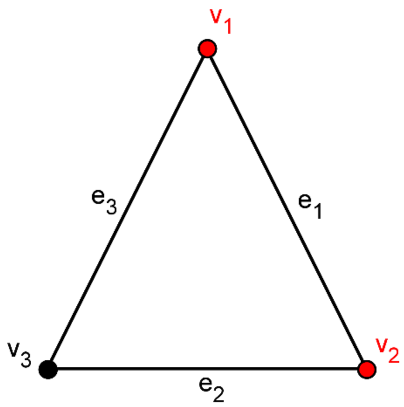
Tabel 3.3 Sisi Penutup pada Graf Sierpinski ST_3^n

ST_3^n	Gambar Graf
ST_3^1	

ST_3^2	
ST_3^3	
ST_3^4	

ST_3^5	

Kasus 1 untuk n = 1 maka penutup pada graf ST_3^1 adalah sebagai berikut:

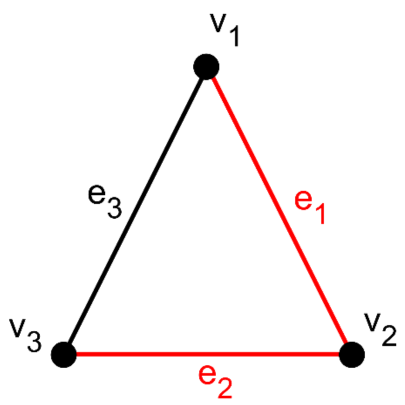


Gambar 3.1 Titik penutup pada Graf ST_3^1

Pada graf segitiga Sierpinski ST_3^1 dengan titik $\{v_1, v_2, v_3\}$ dan sisi $\{e_1, e_2, e_3\}$. Maka himpunan titik penutup dari graf ST_3^1 adalah $\{v_1, v_2, v_3\}, \{v_1, v_2\}$, dan banyaknya titik penutup minimal adalah $\left(\beta(ST_3^1)\right) = 2$. Telah diketahui titik penutup minimal pada graf ST_3^1 yang ditunjukkan seperti gambar 3.1.

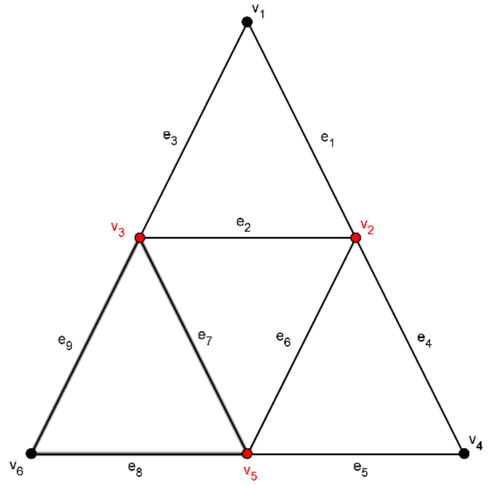
Perlu diketahui bahwa titik v_1 dan titi v_2 dipilih sebagai titik penutup karena dari semua sisi $\{e_1, e_2, e_3\}$ pada graf ST_3^1 , titik v_1 dan titi v_2 sudah menutup sisi-sisi tersebut. Apabila diambil satu titik saja, maka tidak mungkin semua sisi-sisi pada graf ST_3^1 akan tertutup. Maka setidaknya perlu dua titik pada graf ST_3^1 sebagai titik penutup minimal pada graf ST_3^1.

Kemudian untuk sisi penutup pada graf segitiga Sierpinski ST_3^1 seperti gambar 3.2 adalah $\{e_1, e_2, e_3\}$ $\{e_1, e_2, \}$, sisi penutup minimal pada graf ST_3^1, yakni dua atau $\left(\beta'(ST_3^1)\right) = 2$. Karena jumlah titik dan sisi pada graf ST_3^1 adalah sama, masing-masing tiga, maka setidaknya perlu dua sisi pada graf ST_3^1 sebagai sisi penutup minimal.



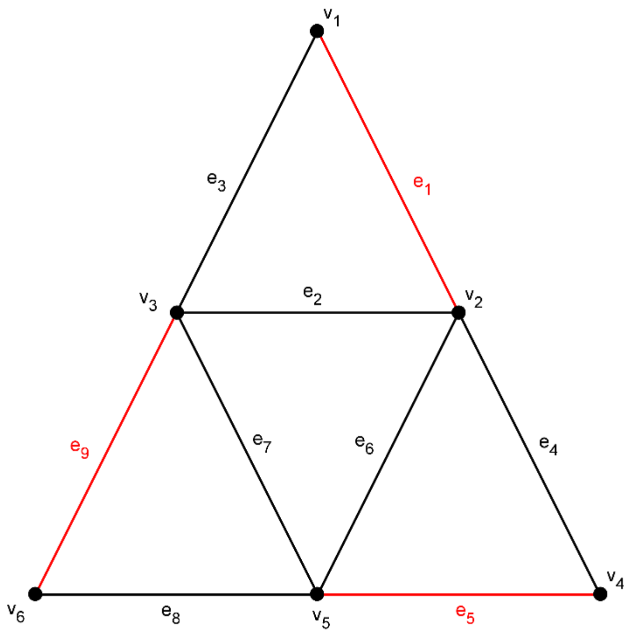
Gambar 3.2 Sisi Penutup pada Graf ST_3^1

Kemudian untuk n = 2 maka penutup pada graf ST_3^2 adalah sebagai berikut:



Gambar 3.3 Titik penutup pada Graf ST_3^2

Diketahui graf ST_3^1 memiliki dua titik dan sisi penutup minimal.Maka dari graf ST_3^1 ke graf ST_3^2 dengan titik $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ dan sisi $\{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$. Maka himpunan titik penutup dari graf ST_3^2 adalah $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$, $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_6\}$, $\{ v_2, v_3, v_5, v_6\}$, $\{ v_2, v_3, v_5\}$. Dari himpunan titik penutup, diketahu titik penutup minimalnya adalah $\left(\beta(ST_3^2)\right) = 3$ yang ditunjukkan seperti gambar 3.3. Kemudian sisi penutup pada graf segitiga Sierpinski ST_3^2 seperti gambar 3.4 adalah $\{e_1, e_5, e_9\}$ dengan banyaknya sisi penutup minimal, yakni 3 atau $\left(\beta'(ST_3^2)\right) = 3$.



Gambar 3.4 Sisi Penutup pada graf ST_3^2

Lemma 1

Titik penutup minimal pada graf ST_3^2 adalah 3

Bukti Lemma 1

Diketahui $\{ v_2, v_3, v_5\}$ adalah himpunan titik penutup minimal pada graf ST_3^2. Karena ketiga titik tersebut menghubungkan segitiga-segitiga pada graf ST_3^2 yang saling *disjoint* maka titik-titik tersebut bisa dikatakan sebagai penutup. Kemudian secara berturut- turut titik $\{ v_2, v_3\}, \{ v_3, v_5\}$, dan $\{v_2, v_5\}$ akan tetap menjadi titik penutup minimal pada ketiga graf ST_3^1 yang ada pada graf ST_3^2. Maka benar titik $\{ v_2, v_3, v_5\}$ adalah titik penutup minimal pada graf ST_3^2 atau $\left(\beta(ST_3^2)\right) = 3$

Lemma 2

Bilangan sisi penutup minimal graf ST_3^2 adalah 3

Bukti Lemma 2

Diketahui sisi $\{e_1, e_5, e_9\}$ adalah himpunan sisi penutup minimal pada graf ST_3^2. Karena segitiga-segitiga pada graf ST_3^2 yang saling *disjoint* maka perlu setidaknya satu sisi untuk menutup titik-titik pada segitiga tersebut. Karena semua sisi yang diperlukan sudah menutup semua titik-titik pada graf ST_3^2. Maka benar sisi $\{e_1, e_5, e_9\}$ adalah sisi penutup minimal pada graf ST_3^2 atau $\left(\beta'(ST_3^2)\right) = 3$

Untuk graf ST_3^n dengan $n \geq 2$ maka titik dan sisi penutup minimalnya telah ditujukan pada tabel 3.2 dan 3.3. Dari tabel tersebut diketahui bahwa dengan menggunakan lemma 1 dan 2, maka akan membentuk pola sesuai tabel berikut:

Tabel 3.4 Banyaknya Titik dan Sisi Penutup pada Graf ST_3^n

Graf	$\beta(ST_3^n)$	$\beta'(ST_3^n)$	$\beta((m)_c ST_3^2)$	$\beta'((m)_c ST_3^2)$
ST_3^2	3	3	$3^0\ x\ 3$	$3^0\ x\ 3$
ST_3^3	9	9	$3^1\ x\ 3$	$3^1\ x\ 3$
ST_3^4	27	27	$3^2\ x\ 3$	$3^2\ x\ 3$
ST_3^5	81	81	$3^3\ x\ 3$	$3^3\ x\ 3$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
ST_3^n	3^{n-1}	3^{n-1}	$3^{n-2} x\ 3 = 3^{n-1}$	$3^{n-2} x\ 3 = 3^{n-1}$

Lemma 3

Titik penutup minimal pada graf ST_3^n adalah $\mathbf{3^{n-1}}, \boldsymbol{n \geq 2}$

Bukti Lemma 3

Diketahui graf Segitiga Sierpinski ST_3^n memiliki subgraph-subgraf ST_3^2 yang saling terkait. Menurut lemma 1, graf ST_3^2 memiliki titik penutup minimal yakni 3. Maka pada graf ST_3^n akan membentuk fungsi $((m)_c ST_3^2) = 3^{n-2} x\ 3 = 3^{n-1}$. Maka dari itu, titik penutup minimal pada graf ST_3^n adalah 3^{n-1}.

Lemma 4

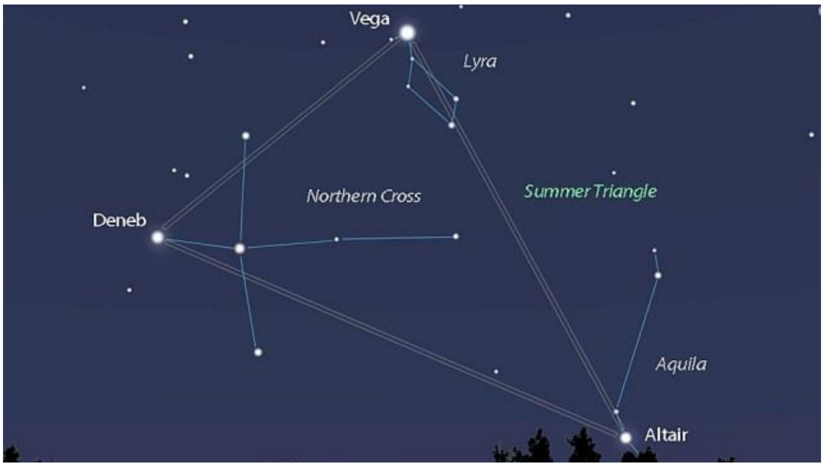
Sisi penutup pada graf ST_3^n adalah 3^{n-1}, $n \geq 2$

Bukti Lemma 4

Diketahui graf Segitiga Sierpinski ST_3^n memiliki subgraph-subgraf ST_3^2 yang saling terkait. Menurut lemma 2, graf ST_3^2 memiliki sisi penutup minimal yakni 3. Maka pada graf ST_3^n akan membentuk fungsi $((m)_c ST_3^2) = 3^{n-2} x\ 3 = 3^{n-1}$. Maka dari itu, sisi penutup minimal pada graf ST_3^n adalah 3^{n-1}.

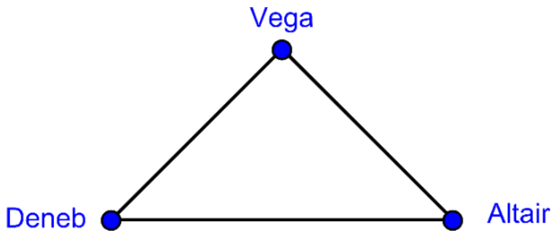
3.2 Integrasi graf dalam Alquran

Pelajaran yang dapat diambil dari penelitian ini adalah graf terhubung yang dapat diintrepetasikan dengan segala satu yang ada di semesta, sebagaimana dijelaskan pada surat Al-Hijr ayat 16 menjelaskan tentang adanya gugusan bintang dapat dipandang sebagai graf. Salah satunya adalah asterisma dari bintang Deneb yang merupakan bintang tercerah dari rasi bintang Cygnus, bintang Vega dari rasi bintang Lyra, dan salah satu bintang dari rasi bintang Aquilla yakni bintang Altair. Ketiga bintang tersebut apabila ditarik pola akan membentuk segitiga atau bisa disebut segitiga musim panas. Di bawah ini adalah gambar dari asterisma segitiga musim yang dapat dianggap sebagai graf.



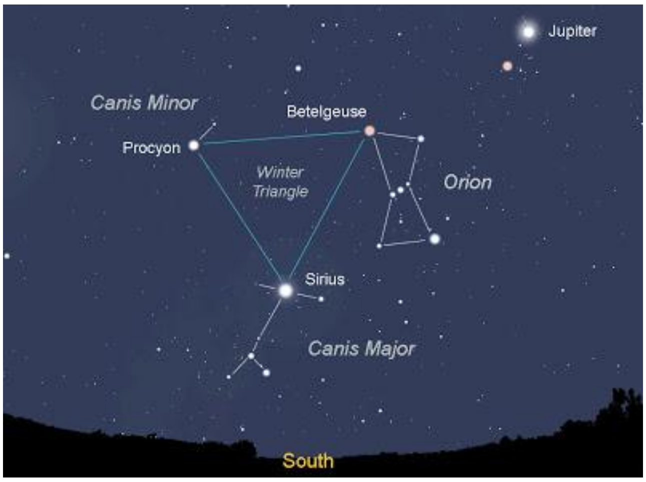
Gambar 3.5 Segitiga Musim Panas

Teori graf yang merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika, menurut definisinya adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong), pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik (*vertex*) tidak kosong, yang meliputi bintang Vega, Altair dan Deneb dan himpunan sisi (*edge*) mungkin kosong, yang menghubungkan antara ketiga bintang tersebut terjalin dan membentuk suatu graf. Berikut adalah ilustrasi graf yang pada segitiga musim panas tersebut:



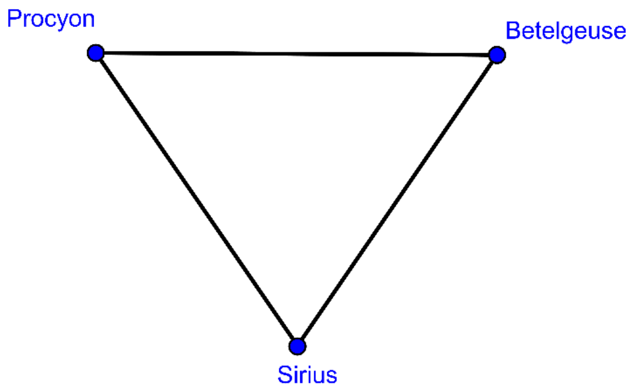
Gambar 3.6 Graf Segitiga Musim Panas

Contoh lain dari asterisma selain segitiga musim panas adalah segitiga musim dingin. Asterisma ini terdiri dari bintang Sirius dari rasi bintang Canis Major, bintang Procyon dari rasi bintang Canis Minor, dan salah satu bintang dari rasi bintang Orion yakni bintang Betelgeuse. Ketiga bintang tersebut apabila ditarik pola akan membentuk segitiga atau bisa disebut segitiga musim dingin. Di bawah ini adalah gambar dari asterisma segitiga musim yang dapat dianggap sebagai graf.



Gambar 3.7 Segitiga Musim Dingin

Teori graf yang merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika, menurut definisinya adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong), pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Himpunan titik (*vertex*) tidak kosong, yang meliputi bintang Procyon, Betelgeuse dan Sirius dan himpunan sisi (*edge*) mungkin kosong, yang menghubungkan antara ketiga bintang tersebut terjalin dan membentuk suatu graf. Berikut adalah ilustrasi graf yang pada segitiga musim dingin tersebut:



Gambar 3.8 Graf Segitiga Musim Dingin

Diciptakan suatu gugusan bintang di alam semesta ini bukan semata-mata hanya sebagai hiasan langit di malam hari, melainkan sebagai salah satu bentuk kekuasaan Allah dan juga salah satu pemberi tanda (petunjuk) kepada hamba-Nya. Adanya segitiga musim panas dan musim dingin ini sebagai suatu tanda suatu daerah akan memasuki musim panas dan musim dingin.

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada BAB III, maka diperoleh rumusan titik dan sisi penutup minimal pada Graf Segitiga Sierpinski ST_3^n adalah:

a. $\beta(ST_3^1) = 2$

b. $\beta(ST_3^n) = 3^{n-1}, n > 1$

c. $\beta'(ST_3^1) = 2$

d. $\beta'(ST_3^n) = 3^{n-1}, n > 1$

4.2 Saran

Karena dalam penulisan skripsi ini terdapat beberapa kesulitan penulis menyarankan kepada peneliti selanjutnya untuk memilih graf yang lain atau graf ST_3^n dalam bentuk bintangnya.

DAFTAR PUSTAKA

Abdussakir, dkk. 2009. *Teori Graf*. Malang : UIN Press

Aldous, J.M dan Wilson, R.J. 2000. *Graphs and Application an Introductory Approach*. Canada: Athenaeum Press.

Al-Maragi, Ahmad Musthafa. 1992. *Tafsir Al-Maraghi Juz 14.* Semarang: Toha Putra

Bondy, J.A. and Murty, U.S.R. 2008. *Grap Theory*: USA: Elsevier Science Publishing Co

Beaudou, Laurent dkk. 2010. *Covering Code in Sierpinski Graph. vol. 12:3 63-74*

Chartrand, G dan Lesniak. 1986. *Graphs and Digraphs Second Edition*. Californi: a Division of Wadsworth, Inc.

Chartand, G., Lesniak, L., dan Zhang, P. 2016. *Graphs and Digraphs Sixth Edition*. Boca Raton: CRC Press.

Hijriyah, Nurul dan Wahyu H. Irawan. 2012. Titik dan Sisi Penutup pada Graf Bintang dan Graf Roda. Vol.2 no.2: Jurnal Chaucy

Hinz, A.M., Klavzar, S., and Zemljic, S.S. 2016. A Surver and Classification of Sierpinski-Type. Hal 1-69.

Khabibah, Siti. 2017. Pewarnaan Pada Graf Bintang Sierpienski, *Jurnal Matematika Pendidikan* Departemen Matematika, FSM Undip 9(1):37-44

Romiana Banjarnahor, Mulyono. 2017. Minimum Penutup Titik dan Minimum Penutup Sisi pada Graf Komplit dan Graf Bipartit Komplit. Vol. 3 no. 2

Sagala, Yuri dan Susiana. 2017. *Pelabelan L(2,1)* pada Graf Sierpinski S(n,k). vol.3 no.2

Purwanto. 1998. *Teori Graph.* Malang: IKIP Malang

RIWAYAT HIDUP

Erika Fitria Liandari dilahirkan di Tulungagung pada tanggal 26 Februari 1997, anak pertama dari dua bersaudara, pasangan Bapak Hadi Wibowo dan Ibu Nurul Istifadah. Pendidikan dasarnya ditempuh di MI Manba'ul Ulum Buntaran tahun 2009. Pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan menengah pertama di MTsN 3 Tulungagung. Pada tahun 2012 dia menamatkan pendidikannya, kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di MAN 3 Tulungagung dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2014. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.

KEMENTRIAN AGAMA RI UINIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp/Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	: Erika Fitria Liandari
NIM	: 14610047
Fakultas / Program Studi	: Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi	: Titik dan Sisi Penutup Minimal pada Graf Segitiga Sierpinski.
Pembimbing I	: Dr. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
Pembimbing II	: Juhari, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	10 April 2019	Konsultasi BAB I dan II	1.	
2	8 Mei 2019	Konsultasi Keagamaan BAB I dan II		2.
3	23 April 2019	Konsultasi BAB III	3.	
4	24 April 2019	Konsultasi Keagamaan BAB III		4.
5	16 Mei 2019	ACC Seminar Proposal	5.	
6	31 Oktober 2019	Revisi BAB I dan II		6.
7	13 November 2019	Konsultasi dan Revisi BAB III	7.	
8	27 November 2019	Konsultasi BAB I, II, III dan IV		8.
9	21 Agustus 2019	Konsultasi Keagamaan BAB II dan III	9.	
10	12 Desember Agustus 2019	ACC Keagamaan		10.
11	15 Desember 2019	ACC Keseluruhan	11.	

Malang, 16 Desember 2019
Mengetahui,
Ketua Program Studi

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001