ANALISIS NUMERIK MODEL DIABETES MELLITUS TIPE I MENGGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG

SKRIPSI

OLEH
ERA JOVANKA FITRI
NIM. 15610027

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

ANALISIS NUMERIK MODEL DIABETES MELLITUS TIPE I MENGGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Era Jovanka Fitri
NIM. 15610027

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

ANALISIS DINAMIK MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PERILAKU KUALITATIF MEROKOK

SKRIPSI

Oleh
Era Jovanka Fitri
NIM. 15610027

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 27 Agustus 2020

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd	Muhammad Khudzaifah, M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004	NIDT. 19900511 20160801 1 057

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 19650414 200312 1 001

ANALISIS DINAMIK MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PERILAKU KUALITATIF MEROKOK

SKRIPSI

Oleh
Era Jovanka Fitri
NIM. 15610027

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 27 Desember 2020

Penguji Utama	:	Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Ketua Penguji	:	Dr. Heni Widayani, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd	....
Anggota Penguji	:	Muhammad Khudzaifah, M.Si	....

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Era Jovanka Fitri

NIM : 15610027

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Analisis Dinamik Model Diabetes Mellitus Tipe I Menggunakan Metode Runge Kutta Fehlberg

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 30 Desember 2020
Yang membuat pernyataan

METERAI TEMPEL
6000 ENAM RIBU RUPIAH

Era Jovanka Fitri
NIM.15610027

MOTO

"Usaha tidak akan pernah mengkhianati hasil"

(Anonim)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Halikin dan Ibunda Lidya Rini, yang senantiasa dengan ikhlas dan istiqomah mendoakan, memberi nasihat, semangat,dan kasih sayang yang tak ternilai, serta Adik-adik tersayang Erin Dwi Safitri, Elga Tri Valinsia, dan Ebby Dyah Davina selalu menjadi kebanggaan bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ari Kusumastuti, M.Si, M.Pd,selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis
5. Muhammad Khudzaifah, M.Si selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas sains dan teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan Ibu serta adik-adik tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Sahabat-sahabat terbaik penulis, yang selalu menemani, membantu , dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amiin.*

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang,30 Desember 2020

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Fitri, Era Jovanka, 2020. **Analisis Model Diabetes Mellitus Tipe 1 Menggunakan Metode Runge Kutta Fehlberg**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Ari Kusumastuti, M.si., M.Pd. (2) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Kata kunci: Model Diabetes Mellitus Tipe 1, Metode Runge Kutta Fehlberg

Penelitian ini membahas tentang analisis numerik pada model penyakit diabetes mellitus tipe 1 dengan menggunkaan metode runge kutta fehlberg. Model tersebut dianalisa numeriknya dengan membentuk mekanisme model, menentukan nilai t (waktu) beserta besarnya h (ukuran langkah). Menghitung $x_{1_{i+1}}, x_{2_{i+1}}$ dan $x_{3_{i+1}}$dengan mensubstitusikan variabel kedalam rumus RKF 45. Dari sistem hasil yang diperoleh grafik solusi untuk setiap parameter pada persamaan model diabetes mellitus tipe 1. Langkah-langkah penyelesaian hasil analisis dimana penelitian tersebut dilakukan terhadap populasi manusia sehat x_1, manusia sehat tetapi terdapat gen diabetes x_2,dan manusia sakit yang terkena diabetes x_3. Grafik solusi numerik pada persamaan menggunakan metode runge kutta fehlberg bahwa manusia sehat mengalami penurunan dan manusia sehat tetapi terdapat gen diabetes terus mengalami kenaikan. Peningkatan laju populasi manusia sakit yang terkena diabetes mengalami kenaikan tidak begitu tinggi. Dengan demikian, penyelesaian numerik dapat dilakukan untuk populasi manusia yang terkena diabetes.

ABSTRACT

Fitri, Era Jovanka, 2020. **Analisis Model Diabetes Mellitus Tipe 1 Menggunakan Metode Runge Kutta Fehlberg**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Supervisor: (1) Ari Kusumastuti, M.si., M.Pd. (2) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Keywords: Type-1 Diabetes Mellitus Model, Runge Kutta Fehlberg Method

This study discusses the numerical analysis of the type 1 diabetes mellitus disease model using the Runge Kutta Fehlberg method. The model is analyzed numerically by constructing a model mechanism, determining the value of t (time) and the amount of h (step size). Calculating and substituting the variables into the formula RKF 45. From the system, the results obtained are graphs of solutions for each parameter in the equation type 1 diabetes mellitus model. The steps for completing the analysis results in which the study was carried out on healthy human populations x_1, healthy humans but with diabetes x_2 genes, and sick humans with diabetes x_3. The graph of the numerical solution to the equation using the Runge Kutta Fehlberg method shows that healthy humans experience a decline and healthy humans but there is a diabetes gene that continues to increase. The increase in the rate of the sick human population with diabetes has increased not so high. Thus, numerical solutions can be made for the human population affected by diabetes.

ملخص

فطري، ايرا جوفنك. ٢٠٢٠. **تحليل النموذج داع السكري ميليتوس نوع الأول باستخدام الاسلوب *Runge Kutta Fehlberg*** البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالانج. المشرفة (١) أري كوسوما أستوتي الماجستير، المشرف (٢) محمد خذيفة الماجستير

الكلمات الرئيسية : النموذج داع السكري ميليتوس نوع الأول، الاسلوب *Runge Kutta Fehlberg*

تناقش هذه الدراسة التحليل العددي في النموذج داع السكري ميليتوس من النوع الأول باستخدام طريقة *Runge Kutta Fehlberg*. يتم تحليل النموذج رقميا عن طريق تشكيل آلية نموذج، وتحديد قيمة t (الوقت) جنبا إلى جنب مع حجم ح (حجم الخطوة). حساب $x_{1_{i+1}}, x_{2_{i+1}}$ عن طريق استبدال المتغيرات في الصيغة RKF 45. من نظام النتيجة حصلت على الرسوم البيانية من الحلول لكل معلمة على معادلة النموذج داع السكري ميليتوس من النوع الأول. خطوات لحل نتائج التحليل حيث أجريت الدراسة على السكان الأصحاء x_1، والبشر الأصحاء ولكن هناك جينات السكري x_2، والمرضى المصابين بمرض السكري x_3. الرسوم البيانية من الحلول العددية للمعادلة باستخدام طريقة *Runge Kutta Fehlberg* أن البشر الأصحاء آخذة في الانخفاض والبشر في صحة جيدة ولكن جينات السكري تستمر في الزيادة. وقد ازدادت الزيادة في معدل المرضى المصابين بداع السكري. وهكذا، يمكن إجراء تسوية عددية للسكان المصابين بداع السكري.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Diabetes adalah metabolisme teratur, biasanya karena kombinasi penyebab keturunan dan lingkungan, sehingga kadar gula darah tinggi yang tidak normal. Berbagai hormon dalam tubuh kita seperti insulin, hormon pertumbuhan, kontrol glukagon kadar gula darah, epinefrin terbaik dikenal sebagai adrenalin, glukokortikoid dan tiroksin. DM tipe 1 (insulin dependent diabetes mellitus) merupakan 10% dari semua kasus diabetes. Umumnya terjadi pada masa kanak-kanak atau dewasa muda dan biasanya muncul dari kerusakan sel β pankreas yang dimediasi sistem imun, sehingga terjadi defisiensi insulin absolut. Faktor yang memunculkan respon autoimun tidak diketahui, tapi prosesnya dimediasi oleh makrofag dan sel limfosit T dengan autoantibodi terhadap antigen sel β (contoh : islet cell antibody, insulin antibodies) (Dipiro,2012).

Model matematika untuk pendeteksian penyakit diabetes yang dikemukakan olehAgustine (2013) bahwa populasi manusia bersifat tertutup dimana tidak terjadi migrasi baik itu masuk atau pun keluar dari populasi. Total populasi manusia dibagi menjadi tiga dengan karakteristik masing-masing yaitu manusia sehat dan tidak membawa gen penyakit diabetes (x_1) tidak ada yang mempengaruhi x_1 kecuali x_1 berinteraksi secara langsung dengan x_3, manusia sehat yang terdapat gen penyakit diabetes (x_2) disini kemungkinan x_2 adalah hasil dari persilangan antara x_1 dengan x_3 yang menghasilkan manusia sehat namun terdapat gen penyakit diabetes, manusia yang terinfeksi diabetes (x_3). Hal ini dapat diperkirakan orang yang terinfeksi pada kompartemen x_1 adalah sebesar $\frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1+x_2+x_3}$ dan pada kompremen x_2 adalah sebesar $\frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1+x_2+x_3}$. Adisini diasumsikan sebagai besarnya kelahiran yang bersifat konstan dimana p yang terlahir sehat x_1 sedangkan sisanya sebesar $(1-p)$ terlahir sehat yang terdapat gen pembawa penyakit diabetes. β laju populasi terinfeksi melalui interaksi sosial untuk kompartemen x_1 dan x_2 secara terurut, infeksi terjadi dikarenakan adanya transfer gaya hidup yang tidak sehat yang diberikan oleh populasi terinfeksi kepada populasix_1 dan x_2 oleh x_3. μ laju kematian manusia secara alami (natural), untuk kompartemen $x_3$berkurang karena kematian akibat penyakit diabetes dengan laju δ dan γ laju peluang seseorang yang terkena infekksi diabetes untuk mengalami diabetes. Beberapa persamaan tersebut didapatkan dari penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Agustine (2013).

Penelitian Agustine (2013) membahas interaksi social transmisi vertical pada factor kelahiran yang diakomodir dalam model untuk mencakup fakta bahwa terjadi pada penurunan sifat, asumsi dan kontruksi dari model matematika, membahas kaji ananalitik pada titik kesetimbangan dan kajian *basic reproductive radio*. Pada penelitian sebelumnya kajian analitiknya dibagi menjadi dua yaitu untuk titik kesetimbangan bebas penyakit (DFE) dan titik kesetimbangan endemic (EE).

Sementara itu seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang pemodelan matematika adalah salah satu alat yang digunakan untuk memprediksi penyebaran penyakit diabetes. Dari penelitian sebelum-sebelumnya sudah memperkenalka model matematika penyakit diabetes, kemudian dilanjutkan dengan mengkontruksi model matematika untuk prediksi penyakit diabetes, dan pada penelitian terakhir itu mengkaji metode secara analitik pada titik kesetimbangan dan basic reproductive ratio. Pada penelitian kali ini akan membahas penyelesaian metode secara numerik.

Metode Runge-Kutta-Fehlberg (RKF45) termasuk metode Runge Kutta orde empat. digunakan untuk menyelesaikan persoalan persamaan syarat awal dengan ukuran langkah Δt adaftif. Dengan demikian, perhitungan dengan syarat keakuratan yang diminta bisa dilakukan dengan menyesuaikan Δt. Untuk itu dilakukan dua perhitungan dengan langkah berbeda, yaitu Δt dan ½ Δt, untuk menghasilkan dua jawaban pendekatan yang bisa dibandingkan. Jika kedua jawaban bercocokan maka jawaban diterima dan perhitungan dilanjutkan ke langkah selanjutnya. Jika kedua jawaban tidak saling cocok pada tingkat keakuratan yang diminta, maka perhitungan diulang dengan ukuran langkah yang lebih kecil. Jika jawaban bercocokan lebih dari angka signifikan yang diminta, perhitungan dilanjutkan dengan ukuran langkah yang tetap sama atau lebih besar.

Dalam al-Quran telah dijelaskan bahwa setiap penyakit pasti mempunyai obatnya dengan atas izin Allah SWT. Sebagaimana firman Allah SWT dalam alquran surah*As-Syu'araa' 26:80* sebagai berikut :

وَاِذَامَرِضْتُ فَهُوَ يَشْفِيْنِ۝

"Dan apabila aku sakit, Dia-lah yang menyembuhkan aku" (QS. Al-Syu'araa'/26:80)

Dari ayat diatas dapat diketahui bahwasannya Allah telah menjelaskan di dalam Al-Qur'an bahwa setiap penyakit pasti ada obatnya jika atas izin Allah SWT. Pada penelitian ini dengan model matematika penyakit diabetes dapat digunakan untuk memprediksi penyebaran penyakit.

Berdasarkanpenelitiansebelumnya, penulis ingin mengangkat sebuah masalah mengenaisolusi numeric model diabetes mellitus tipe 1 dikarenakan dari kasus-kasus penyakit yang ada diabetes termasuk dalam penyakit yang bisa mematikan. Oleh karena itu, penulis mengambil judul untuk penelitian ini adalah "Analisis Model Diabetes Mellitus Tipe 1 dengan Metode *Runge Kutta Fehlberg*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, maka rumusan masalah penelitian ini adalah Bagaimana langkah penyelesaian model diabetes mellitus tipe 1 dengan menggunakan metode *Runge Kutta Fehlberg*?

1.3 Tujuan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, maka didapatkan tujuan penelitian adalah Untuk mengetahui langkah penyelesaian model diabetes mellitus tipe 1 dengan menggunakan metode *Runge Kutta Fehlberg*

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat pada bidang matematika mengenai prediksi penurunan infeksi penyakit diabetes dengan penyelesaian secara numerik menggunakan metode *Runge Kutta Fehlberg*, Sebagai refrensi yang dapat dikembangkan untuk penelitian selanjutnya.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah yang terdapat dalam penelitian ini ditentukan sebagai berikut:

1. Persamaan diabetes millitus yang dibahas pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = pA - \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1+x_2+x_3} - \mu x_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = (1-p)A - \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1+x_2+x_3} + \gamma x_3 - \mu x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1+x_2+x_3} + \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1+x_2+x_3} - (\mu + \gamma + \delta) x_3$$ (Agustine, 2013)

2. Penelitian berfokus untuk mengetahui manusia yang terinfeksi diabetes millitus x_3.

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan adalah studi literatur dengan langkah-langkah penelitian sebagai berikut:

1. Analisis model diabetes mellitus tipe 1
2. Penyelesaian numerik model diabetes mellitus tipe 1 menggunakan metode runge kutta fehlberg
   a. Mengindentifikasi nilai parameter dan nilai awal pada sistem persamaan diferensial (3.1) yaitu variable x_1, x_2 dan x_3
   b. Menentukan nilai t (waktu) yang akan ditentukan penyelesaiannya beserta besarnya h (ukuran langkah).
   c. Menentukan formulasi metode RKF 45 untuk sistem persamaan (3.1).
   d. Menghitung veriabel-variabel yang terdapat dalam rumus RKF 45 dengan menggunakan formulasi yang telah ditentukan yaitu variable $k_1 - k_2, l_1 - l_2$, dan $m_1 - m_2$.

e. Menghitung $x_{1_{i+1}}, x_{2_{i+1}}$ dan $x_{3_{i+1}}$ dengan mensubstitusikan variable-variabel yang telah didapatkan pada langkah 4 kedalam formulasi metode RKF 45 pada langkah 3.

f. Menarik kesimpulan.

1.7 Sistematika Penulisan

Agar pembahasan dalam penelitian ini tersaji secara sistematis dan mempermudah pembaca untuk memahaminya, penulis menggunakan sistematika sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Bab pendahuluan terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penelitian.

Bab II Kajian Pustaka

Bagian ini menjelaskan tentang gambaran umum dari teori yang mendasari pembahasan. Diantaranya tentang persamaan diferensial biasa, model diabetes millitus, metode *Runge Kutta Fehlberg*, dan kajian dalam agama Islam.

Bab III Pembahasan

Bab ini merupakan bab inti dari penulisan skripsi yang dilakukan yaitu berisi penyelesaian numerik pada persamaan diabetes millitus dan hasil simulasi prediksi manusia yang terinfeksi diabetes.

Bab IV Penutup

Bada bab ini berisi kesimpulan dari hasil pembahasan yang telah diperoleh, serta dilengkapi saran-saran yang dikaitkan dengan penelitian yang dilakukan.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial Biasa Linier dan Nonlinier Bergantung Waktu

Persamaan diferensial biasa berbentuk $F(t, y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, \dot{y}^n) = 0$ dikatakan linier jika F adalah linier dalam variabel-variabel $t, y, \dot{y}, \ddot{y}, \dots, \dot{y}^n$. Secara umum persamaan diferensial biasa linier dapat diberikan sebagai berikut.

$$a_n(t)\dot{y}^n + a_{n-1}(t)\ddot{y} + \cdots + a_1(t)(\ddot{y})^n + a_0(t)y = f(t) \qquad (2.1)$$

Persamaan (2.1) merupakan persamaan diferensial berorde-n dapat dikatakan linier jika memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

a. Variabel terikat dan derivatifnya hanya berderajat satu
b. Tidak ada perkalian antara variabel terikat dan derivatifnya
c. Variabel terikat bukan merupakan fungsi trasenden (Waluya, 2006).

Finizio dan ladas (1988) menyatakan bahwa koefisien-koefisien $a_n(t)$,$a_{n-1}(t)$,...$a_0(t)$ dan fungsi $f(t)$ merupakan fungsi-fungsi yang kontinu. Jika fungsi $f(t) = 0$, maka persamaan (2.1) disebut persamaan linier homogen. Jika fungsi $f(t) \neq 0$, maka persamaan (2.1) disebut persamaan linier nonhomogen. Jika semua koefisien $a_n(t)$, $a_{n-1}(t)$,...,a_0(t) adalah suatu konstanta, maka persamaan (2.1) disebut persamaan linier koefisien konstanta. Bila semua variabelnya berupa fungsi, maka disebut persamaan linier koefisien variabel. Persamaan diferensial biasa orde satu mempunyai bentuk umum:

$$\frac{dy}{dt} = f(t,y) \qquad (2.2)$$

Dengan f adalah fungsi dalam dua variabel yang diberikan. Apabila suatu persamaan tidak memenuhi syarat yang telah disebutkan maka persamaan dinyatakan sebagai suatu persamaan tidak linier atau nonlinier. Suatu persamaan diferensial dikatakan linier apabila persamaan (2.2) terdiri lebih dari satu persamaan linier yang saling terkait. Sedangkan koefisiennya dapat berupa konstanta ataupun fungsi. Sedangkan sistem persamaan diferensial dikatakan nonlinier atau tak linier apabila persamaan (2.2) terdiri lebih dari satu persamaan nonlinier yang saling terkait (Boyce dan DiPrima, 2000).

Contoh dari persamaan difirensial biasa adalah:

$$\frac{dx(t)}{dt} = px\,(t) + r_1 R_1 x(t) \quad (2.3)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = a_1 r_1 x\,(t)^2 \quad (2.4)$$

Persamaan (2.3) merupakanpersamaan linier untuk p dan $r_1 R_1$ merupakan fungsi-fungsi konstan. Sedangkan persamaan (2.4) merupakan persamaan diferensial tak liner karena terdapat variabel terikat $x(t)$ pada bentuk $a_1 r_1 x(t)^2$ dengan $x(t)$ merupakan suku nonlinier dan $a_1 r_1$ merupakan fungsi-fungsi konstannya.

2.2 Model Matematika Diabetes Mellitus Tipe 1

Agustine, (2013) merumuskan model matematika DM tipe 1 penyakit paling berbahaya di dunia sebab dapat berujung pada kematian, diperkirakan 6 persen dari total populasi dunia positif mengalami diabetes. Jumlah penderita penyakit ini juga terus menerus meningkat dikarenakan penyakit ini sering diabaikan oleh individu manusia ataupun pihak terkait.

Dalam karya ilmiah yang berjudul *Model Matematika Penyakit Diabetes dengan Pengaruh Transmisi Vertikal*diperoleh model matematika diabetes mellitus tipe 1 yang terdiri dari tiga variabel. Keempat variabel tersebut yaitu populasi manusia sehat (x_1), populasi manusia rentan yang sehat tetapi memiliki gen diabetes (x_2), dan populasi manusia sakit (x_3).

Agustine, (2013) menggambarkan model matematika diabetes mellitus tipe 1 sebagai berikut.

$$\frac{dx_1}{dt} = pA - \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - \mu x_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = (1-p)A - \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \gamma x_3 - \mu x_3$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - (\mu + \gamma + \delta) x_3 \tag{2.5}$$

dimana $A, p, \beta, \mu, \gamma,$ dan δ semuanya adalah koefisien positif. A kelahiran bersifat konsatan, p proporsi manusia terlahir sehat, β menunjukkan laju populasi terinfeksi, μ laju kematian natural, γ populasi manusia terinfeksi mengalami kesembuhan, δ laju kematian akibat penyakit diabetes (Agustine, 2013).

2.3 Nilai Parameter dan Nilai Awal Model Diabetes Mellitus Tipe 1

Agustine, (2013) telah memberikan nilai masing-masing parameter dari model matematika diabetes mellitus tipe 1 untuk memprediksi penyebaran penyakit diabetes. Nilai-nilai parameter dan nilai awal variabel yang digunakan pada moidel tersebut diberikan pada tabel berikut ini.

Tabel 2.1 Nilai Variabel Model Diabetes Mellitus Tipe 1 (Agustine, 2013)

Variabel	Deskripsi	Nilai Awal
x_1	Banyaknyapopulasi manusia sehat	100 orang
x_2	Banyaknyapopulasianusia rentan yang didalam tubuhnya terdapat gen diabetes	30 orang
x_3	Banyaknyapopulasi manusia sakit	10 orang

Tabel 2.2 Nilai Parameter

Parameter	Deskripsi	Nilai Parameter	Satuan
A	Laju kelahiran bersifat konstan	$\frac{100}{65 \times 365}$	Perhari
p	Laju porsi kelahiran	$\frac{0.1}{1000}$ atau $\frac{0.5}{1000}$	Perhari
β_1, β_2	Laju populasi terinfeksi	$\frac{0.1}{1000}$ atau $\frac{0.2}{1000}$	Perhari
μ	Laju kematian alami	$\frac{1}{65 \times 365}$	Perhari
γ	Laju populasi mengalami kesembuhan	0.00002	Perhari
δ	Laju kematian akibat diabetes	$\frac{1}{65 \times 365}$	Perhari

2.4 Metode Runge Kutta

Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dengan metode deret Taylor tidak praktis, karena metode tersebut membutuhkan perhitungan turunan $f(x, y)$. Di samping itu, tidak semua fungsi mudah dihitung turunannya, terutama bagi fungsi yang bentuknya rumit. Semakin tinggi orde metode deret Taylor, maka semakin tinggi turunan fungsi yang harus dihitung. Selain itu, untuk mendapatkan hasil yang lebih teliti diperlukan Δx atau h yang kecil, padahal penggunaan Δx yang kecil menyebabkan waktu hitung yang lebih panjang. Oleh karena itu, metode Runge Kutta merupakan alternatif dari metode deret Taylor yang memberikan ketelitian hasil yang lebih besar dan tidak memerlukan turunan fungsi (Munir, 2006:384).

Bentuk umum dari metode Runge Kutta adalah

$$y_{i+1} = y_i + \varphi(x_i, y_i, h)h \tag{2.6}$$

dengan $\varphi(x_i, y_i, h)$ adalah fungsi pertambahan yang merupakan kemiringan rerata pada interval. Fungsi pertambahan dapat dituliskan dalam bentuk umum

$$\varphi = a_1k_1 + a_2k_2 + L + a_nk_n \tag{2.7}$$

dengan a adalah konstanta dan k adalah

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1h, y_i + q_{11}k_1h)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2h, y_i + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h)$$

$$\vdots$$

$$k_n = f\left(x_i + p_{n-1}\Delta x, y_i + q_{n-1,1}k_1h + q_{n-1,2}k_2h + L\ + q_{n-1n-1}k_{n-1}h\right)$$

dengan p dan q adalah konstanta. Nilai k menunjukkan hubungan berurutan. Nilai k_1 muncul dalam persamaan untuk menghitung k_2. Yang keduanya juga muncul dalam persamaan untuk menghitung k_3 dan seterusnya. Hubungan berurutan ini membuat metode Runge Kutta menjadi efisien untuk hitungan komputer (Chapra & Canale, 2010:725)

ada beberapa tipe metode Runge Kutta yang bergantung pada nilai *n* yang dapat digunakan. Untuk $n = 1$ disebut metode Runge Kutta Orde-1 atau disebut juga metode Euler yang diperoleh dari $k_1 = f(x, y)$ dan persamaan (2.7).

$$\varphi = a_1k_1 = a_1f(x_i, y_i)$$

Untuk $a_1 = 1$ maka persamaan (2.6) menjadi

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

Dalam metode Runge Kutta, setelah nilai n ditetapkan, kemudian nilai a, p, q dicari dengan menyamakan persamaan (2.6) dengan suku-suku dari deret Taylor, selanjutnya dapat ditentukan metode Runge Kutta pada orde selanjutnya.

Munir (2006:385) merumuskan metode Runge Kutta Orde-4 sebagai berikut.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

dengan

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1 h)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2 h)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3 h)$$

2.5 Metode Runge Kutta Orde Tinggi

Terdapat beberapa metode yang termasuk dalam metode Runge Kutta orde tinggi, di antaranya adalah metode Runge Kutta Gill (RKG), metode Runge Kutta Merson (RKM) dan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) (Mathews & Kurtis, 2004:489)

2.5.1 Metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45)

Metode *Runge-Kutta metode Fehlberg* yang didasarkan pada perhitungan dua metode RK dari orde yang berbeda, dengan menggurangkan hasil-hasilnya untuk mendapatkan suatu taksiran kesalahan. Teknik tersebut terdiri dari suatu formula orde keempat:

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 = \frac{1}{5}k_5\right)h$$

bersama dengan suatu formula orde kelima:

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{16}{135}k_2 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6\right)h$$

dimana:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{4}h, y_i + \frac{1}{4}hk_1\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{3}{8}h, y_i + \frac{3}{32}hk_1 + \frac{9}{32}hk_2\right)$$

$$k_4 = f(x_i + \frac{12}{13}h, y_i + \frac{1932}{2197}hk_1 - \frac{7200}{2197}hk_2 + \frac{7296}{2197}hk_3)$$

$$k_5 = f\left(x_i + h, y_i + \frac{439}{216}hk_1 - 8hk_2 + \frac{3680}{513}hk_3 - \frac{845}{410}hk_4\right)$$

$$k_6 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i - \frac{8}{27}hk_1 + 2hk_2 - \frac{3544}{2565}hk_3 + \frac{1859}{4104}hk_4 - \frac{11}{40}hk_5\right)$$

Perkiraan kesalahan yang diperoleh dengan mengurangkan Persamaan (2.8) dari Persamaan (2.9) sehingga:

$$E_a = \left(\frac{1}{360}k_1 - \frac{128}{4275}k_3 - \frac{2197}{75240}k_4 + \frac{1}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6\right)h$$

Jadi, PDB tersebut dapat diselesaikan dengan Persamaan (2.8) dan kesalahan tersebut ditaksir dari Persamaan (2.10). tetapi perkiraan kesalahan dicapai dengan menghabiskan upayah komputasi tambahan yang rimut. Catat bahwa setelah setiap langkah, Persamaan (2.10) dapat ditambahkan kedalam Persamaan (2.8) untuk menjadikan hasilnya orde kelima.

Walaupun pemakaian metode RK-Felbergh sedikit kurang luas dibandingkan metode RK orde keempat klasik, terdapat keadaan dimana perkiraan kesalahan menjadikan metode tersebut disenangi. Perkiraan kesalahan terutama penting kalau menangani fungsi-fungsi yang memerlukan ukuran langkah yang kecil untuk beberapa daaerah,serta ukuran langkah besar untuk lainnya. Untuk fungsi-fungsi demikian suatu perkiraan kesalahan dapat memberikan suatu basis dalam mengubah ukuran langkah selama komputasi. Dalam hal lainnya ukuran langkah harus di pilih secara konservatif-yakni harus lebih kecil dari pada yang di perlukan guna mencapai akurasi yang di inginkan supaya menampung daerah yang di membutuhkan ukuran langkah terkecil. (Chapra, 2007)

2.6 Solusi Numerik dalam Perspektif Agama

Adapun kajian agama Islam yang akan dibahas, didapatkan dari al-Quran dan sesuai dengan tema tentang penyakit, matematika, dan pemodelan. Al-Quran membahas tentang penyakit pada beberapa ayat di dalamnya. Pada al-Quran surat Yusuf ayat ke 85-86 yang berbunyi:

قَالُوا تَاللَّهِ تَفْتَأُ تَذْكُرُ يُوسُفَ حَتَّىٰ تَكُونَ حَرَضًا أَوْ تَكُونَ مِنَ الْهَالِكِينَ, قَالَ إِنَّمَا أَشْكُو بَثِّي وَحُزْنِي إِلَى اللَّهِ وَأَعْلَمُ مِنَ اللَّهِ مَا لَا تَعْلَمُونَ

"Mereka berkata: "Demi Allah, senantiasa kamu mengingati Yusuf, sehingga kamu mengidapkan penyakit yang berat atau termasuk orang-orang yang binasa". Ya'qub menjawab: "Sungguh hanyalah kepada Allah aku mengadukan kesusahan dan kesedihan, dan aku mengetahui dari Allah apa yang kamu tiada mengetahuinya".(QS. Yusuf/12: 85-86).

Abu Ja'far berkata: maksud firman-Nya "*Demi Allah, senantiasa kamu mengingatkan Yusuf"* adalah merupakan perkataaan anak-anak Yakub As. yang datang kepadanya dari mesir karena kecintaan Yakub As. kepada Yusuf As. sehingga anak-anak Yakub As. berkata "jangan kamu terlalu lebih mencintainya". Kemudian *"Sehingga aku mengidap penyakit yang berat"* mengartikan kerusakan pada badan dan pikiran karena kesedihan dan keasyikan. Menurut muhammad bin Sa'ad dan Al-Mutsanna hal tersebut mengartikan benar-benar dalam kondisi sakit yang melumpuhkan dan mematikan. Dan firman-Nya yang berbunyi *"Termasuk orang-orang yang binasa"* mengartikan bahwa seseorang yang binasa karena kematian atau juga dikembalikan pada keadaannya dan kehilangan kemampuannya.

Maksud dari fiurman-Nya yang berbunyi *"Sesungguhnya hanyalah kepada Allah aku mengadukan kesusahan dan kesedihanku"* adalah kebutuhan dan kesedihan Yakub As. yang dilimpahkan hanya kepada Allah Swt. Yakub As berkata bahwa ia mengadukan kabar kesedihannya dan memberitahukan cerita dan kesedihannya kepada Allah Swt. Kemudian *“Aku mengetahui dari Allah apa yang kamu tiada mengetahuinya”* berartikan bahwa Yakub As. mengetahui bahwa mimpi Yusuf As. itu benar dan akan bersujud karenanya. Dan tidak ada di dunia ini orang yang sangat jujur lagi dapat dipercaya kecuali ia adalah seorang nabi (Ath-Thabari, 2009).

Mereka itu adalah orang-orang yang tela diberi nikmat oleh Allah, yaitu para nabi dari keturunan Adam, dan dari orang-orang yang Kami angkat bersama Nuh, dan dari keturunan Ibrahim dan Israil, dan dari orang-orang yang telah Kami petunjuk dan telah Kami pilih. (QS. Maryam [19]:58)

Dalam tafsir Al-Qur’an ayat di atas menjelaskan bahwa keturunan itu sangat berpengaruh dalam kehidupan, disini membahas tentang diabetes mellitus tipe 1 yang dipengaruhi oleh keturunan dilihat pada persamaan (2.5) x_1 adalah manusia sehat, x_2 manusia sehat namun didalam tubuhnya terdapat gen diabetes, dan x_3 manusia sakit, selanjutnya ayat diatas menjelaskan bahwa orang-orang yang telah kami petunjuk sungguh keputusan menetapkan hanyalah milik Allah, sehingga dapat ditarik bahwa semua keturunan dan penyakit hanya Allah yang mengetahuinya.

Berkaitan dengan metode numerik, dalam ayat lain Allah juga telah menjelaskan bahwa dalam setiap penciptaan-Nya telah diukur dan ditetapkan berdasarkan ukiran-Nya, seperti dalam firman-Nya surah (al-Qamar [54:49]).

Sungguh Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran. (QS. al-Qamar [54]:49).

Dalam ayat di atas terdapat kata *qadar* yang mana dari segi bahasa bisa berarti kadar tertentu yang tidak bertambah atau berkurang atau juga berarti kuasa. Tetapi karena ayat tersebut berbicara tentang segala sesuatu yang berada dalam kuasa Allah Swt. Maka lebih tepat memahaminya dalam arti ketentuan dan sistem yang ditetapkan terhadap segala sesuatu. Selanjutnya kata *qadar* atau ukuran dapat diartikan sebagai proporsi. Dalam kehidupan ini Allah Swt, telah menetapkan sesuatu sesuai dengan proporsi atau bagiannya masing-masing. Salah satu contohnya Allah Swt, telah menciptakan lalat yang merupakan binatang penghasil jutaan telur, tetapi ia tidak dapat bertahan hidup lebih dari dua minggu. Seandainya ia dapat hidup beberapa tahun dengan kemampuan bertelurnya, maka pastilah bumi ini akan dipenuhi lalat dan kehidupan sekian banyak jenis makhluk khususnya manusia akan menjadi mustahil. Tetapi semua itu berjalan berdasarkan sistem pengaturan dan kadar yang ditentukan Allah Swt, di alam raya ini (Jabir, 2009:199).

BAB III

PEMBAHASAN

Penyelesaian numerik pada model diabetes mellitus yaitu dengan metode *Runge Kutta Fehlberg*. Persamaan diabetes mellitus yang digunakan merujuk pada persamaan sebagai berikut :

$$\frac{dx_1}{dt} = pA - \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - \mu x_1$$

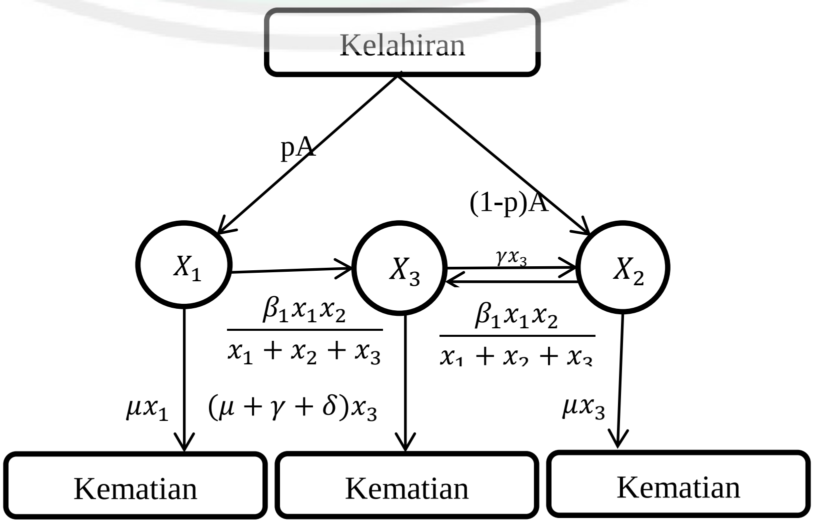
$$\frac{dx_2}{dt} = (1-p)A - \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \gamma x_3 - \mu x_3 \qquad (3.1)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - (\mu + \gamma + \delta) x_3$$

dengan x_1 adalah manusia sehat x_2 adalah manusia rentan dan x_3 adalah manusia sakit dengan kelahiran yang bersifat konstan sebesar A, β_1 dan β_2 sebagai koefisien laju populasi terinfeksi, δ koefisien laju kematian akibat penyakit diabetes.

3.1 Mekanisme Pembentukan Model Diabetes Mellitus Tipe 1

Mekanisme pembentukan model diabetes mellitus tipe 1 adalah sebagai berikut:



berdasarkan diagram pembentukan model diatas, populasi manusia yang lahir sehat tanpa ada gen keturunan diabetes dengan laju kelahiran proporsi bersifat konstan terhadap waktu.

$$\frac{dx_1}{dt} = pA$$

Peningkatan dari populasi manusia yang terlahir sehat akan menurun oleh laju populasi manusia berinteraksi sosial dengan populasi manusia terinfeksi diabetes β_1.

$$\frac{dx_1}{dt} = pA - \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3}$$

Kemudian penurunan dari populasi akibat diatas juga dapat menurun kembali dikarenakan terdapat kematian alami pada populasi kelahiran manusia sehat.

$$\frac{dx_1}{dt} = pA - \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - \mu x_1$$

Populasi manusia rentan memiliki gen keturunan diabetes akan mengalami peningkatan terhadap laju kelahiran bersifat konstan terhadap waktu.

$$\frac{dx_2}{dt} = (1 - p)A$$

Populasi penurunan manusia sehat dikarenakan laju terinfeksi antara manusia rentan dengan manusia sakit yang berinteraksi secara langsung.

$$\frac{dx_2}{dt} = (1-p)A - \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3}$$

Kemudian bertambah dikarenakan populasi manusia sakit mengalami penyembuhan, ada populasi manusia berkurang mati secara alami dengan manusia sakit.

$$\frac{dx_2}{dt} = (1-p)A - \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \gamma x_3 - \mu x_3$$

Populasi manusia sakit terhadap waktu semakin meningkat dikarenakan adanya interaksi manusia sehat dengan manusia sakit dan bertambah lagi dengan adanya interaksi manusia rentan dengan manusia sakit.

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3}$$

Kemudian populasi manusia tersebut berkurang dikarenakan ada yang mati secara alamai dan ada yang bertambah dikarenakan sembuh ada juga yang mati dikarenakan penyakit diabetes

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{\beta_1 x_1 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \frac{\beta_2 x_2 x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - (\mu + \gamma + \delta) x_3$$

3.2 Penyelesaian Numerik Model Diabetes Mellitus Tipe 1 dengan Metode Runge Kutta Fehlberg

Dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial nonlinier (3.1) dengan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45), secara umum dapat dilakukan dengan langkah-langkah penyelesaian sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi nilai parameter dan nilai awal pada sistem persamaan diferensial (3.1) yaitu variabel x_1, x_2 dan x_3
2. Menentukan nilai t (waktu) yang akan ditentukan penyelesaiannya beserta besarnya h (ukuran langkah)
3. Menentukan formulasi metode RKF 45 untuk sistem persamaan (3.1)
4. Menghitung variabel-variabel yang terdapat dalam rumus RKF 45 dengan menggunakan formulasi yang telah ditentukan yaitu variabel $k_1 - k_6, l_1 - l_6$ dan $m_1 - m_6$
5. Menghitung $x_{1_{i+1}}, x_{2_{i+1}}$ dan $x_{3_{i+1}}$ dengan mensubstitusikan variabel-variabel yang telah didapatkan pada langkah 4 ke dalam formulasi metode RKF 45 pada langkah 3.

3.2.1 Penyelesaian Numerik dengan Metode Runge Kutta Fehlberg

Langkah 1

Nilai parameter dan nilai awal dari setiap variabel pada sistem perasamaan (3.1) diberikan pada Tabel 3.1sebagai berikut.

Tabel 3.1 Nilai Parameter dan Nilai Awal Sistem Persamaan (3.1)

Parameter	Deskripsi	Nilai Parameter	Satuan
A	Laju kelahiran bersifat konstan	$\frac{100}{65 \times 365}$	Perhari
p	Laju porsi kelahiran	$\frac{0.1}{1000}$ atau $\frac{0.5}{1000}$	Perhari

β_1, β_2	Laju populasi terinfeksi	$\frac{0.1}{1000}$ atau $\frac{0.2}{1000}$	Perhari
μ	Laju kematian alami	$\frac{1}{65 \times 365}$	Perhari
γ	Laju populasi mengalami kesembuhan	0.00002	Perhari
δ	Laju kematian akibat diabetes	$\frac{1}{65 \times 365}$	Perhari
x_1	Banyaknya populasi manusia sehat	100	Orang
x_2	Banyaknya populasi manusia rentan yang didalam tubuhnya terdapat gen diabetes	30	Orang
x_3	Banyaknya populasi manusia sakit	10	Orang

Langkah 2

Dalam penelitian ini penulis menentukan t (waktu) yang akan diselesaikan adalah pada saat $t = 40000$ hari dengan ukuran $h = 0.1$. maka sistem persamaan (3.1) dapat ditulis menjadi

$$f(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = \frac{dx_1}{dt}$$

$$= \frac{0.5}{1000} * \frac{1000}{65 * 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} * x_1 * x_3}{x_1 + x_2 + x_3} - \frac{1}{65 * 365} * x_1$$

$$g(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = \frac{dx_2}{dt}$$

$$= \left(1 - \frac{0.5}{1000}\right) * \frac{1000}{65 * 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} * x_2 * x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + 0.00002 * x_3 - \frac{1}{65 * 365} * x_3 \qquad (3.2)$$

$$j(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = \frac{dx_3}{dt}$$

$$= \frac{\frac{0.2}{1000} * x_1 * x_3}{x_1 + x_2 + x_3} + \frac{\frac{0.2}{1000} * x_2 * x_3}{x_1 + x_2 + x_3}$$

$$- \left(\frac{1}{65 * 365} + 0.00002 + \frac{1}{65 * 365}\right) * x_3$$

Langkah 3

Formula metode RKF untuk persamaan (3.2) adalah

$$x_{1_{i+1}} = x_{1_i} + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6$$

$$x_{2_{i+1}} = x_{2_i} + \frac{16}{135}l_1 + \frac{6656}{12825}l_3 + \frac{28561}{56430}l_4 - \frac{9}{50}l_5 + \frac{2}{55}l_6 \qquad (3.3)$$

$$x_{3_{i+1}} = x_{3_i} + \frac{16}{135}m_1 + \frac{6656}{12825}m_3 + \frac{28561}{56430}m_4 - \frac{9}{50}m_5 + \frac{2}{55}m_6$$

Langkah 4

Pada penelitian ini diberikan $h = 0.1$, sehingga diperoleh

$$k_1 = hf(t_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (0.1)f(t_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$$

$$l_1 = hg(t_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (0.1)g(t_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$$

$$m_1 = hj(t_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (0.1)j(t_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$$

$$k_2 = (0.1)f\left(t_i + \frac{1}{4}(0.1), x_{1i} + \frac{1}{4}k_1, x_{2i} + \frac{1}{4}l_1, x_{3i} + \frac{1}{4}m_1\right)$$

$$l_2 = (0.1)g\left(t_i + \frac{1}{4}(0.1), x_{1i} + \frac{1}{4}k_1, x_{2i} + \frac{1}{4}l_1, x_{3i} + \frac{1}{4}m_1\right)$$

$$m_2 = (0.1)j\left(t_i + \frac{1}{4}(0.1), x_{1i} + \frac{1}{4}k_1, x_{2i} + \frac{1}{4}l_1, x_{3i} + \frac{1}{4}m_1\right)$$

$$k_3 = (0.1)f\left(t_i + \frac{3}{8}(0.1), x_{1i} + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2, x_{2i} + \frac{3}{32}l_1 + \frac{9}{32}l_2, x_{3i} + \frac{3}{32}m_1 + \frac{9}{32}m_2\right)$$

$$l_3 = (0.1)g\left(t_i + \frac{3}{8}(0.1), x_{1i} + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2, x_{2i} + \frac{3}{32}l_1 + \frac{9}{32}l_2, x_{3i} + \frac{3}{32}m_1 + \frac{9}{32}m_2\right)$$

$$m_3 = (0.1)j\left(t_i + \frac{3}{8}(0.1), x_{1i} + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2, x_{2i} + \frac{3}{32}l_1 + \frac{9}{32}l_2, x_{3i} + \frac{3}{32}m_1 + \frac{9}{32}m_2\right)$$

$$k_4 = (0.1)f\left(t_i + \frac{12}{13}(0.1), x_{1i} + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3, x_{2i} + \frac{1932}{2197}l_1 - \frac{7200}{2197}l_2 + \frac{7296}{2197}l_3, x_3 + \frac{1932}{2197}m_1 - \frac{7200}{2197}m_2 + \frac{7296}{2197}m_3\right)$$

$$l_4 = (0.1)g\left(t_i + \frac{12}{13}(0.1), x_{1i} + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3, x_{2i} + \frac{1932}{2197}l_1 - \frac{7200}{2197}l_2 + \frac{7296}{2197}l_3, x_3 + \frac{1932}{2197}m_1 - \frac{7200}{2197}m_2 + \frac{7296}{2197}m_3\right)$$

$$m_4 = (0.1)j\left(t_i + \frac{12}{13}(0.1), x_{1i} + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3, x_{2i} + \frac{1932}{2197}l_1 - \frac{7200}{2197}l_2 + \frac{7296}{2197}l_3, x_3 + \frac{1932}{2197}m_1 - \frac{7200}{2197}m_2 + \frac{7296}{2197}m_3\right)$$

$$k_5 = (0.1)f\left(t_i + (0.1), x_{1i} + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{410}k_4, x_{2i} + \frac{439}{216}l_1 - 8l_2 + \frac{3680}{513}l_3 - \frac{842}{410}l_4, x_{3i} + \frac{439}{216}m_1 - 8m_2 + \frac{3680}{513}m_4\right)$$

$$l_5 = (0.1)g\Big(t_i + (0.1), x_{1i} + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{410}k_4, x_{2i} + \frac{439}{216}l_1 - 8l_2 + \frac{3680}{513}l_3 - \frac{842}{410}l_4, x_{3i} + \frac{439}{216}m_1 - 8m_2 + \frac{3680}{513}m_4\Big)$$

$$m_5 = (0.1)j\Big(t_i + (0.1), x_{1i} + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3680}{513}k_3 - \frac{845}{410}k_4, x_{2i} + \frac{439}{216}l_1 - 8l_2 + \frac{3680}{513}l_3 - \frac{842}{410}l_4, x_{3i} + \frac{439}{216}m_1 - 8m_2 + \frac{3680}{513}m_4\Big)$$

$$k_6 = (0.1)f\Big(t_i + \frac{1}{2}(0.1), x_{1i} - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5, x_{2i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5, x_{3i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5\Big)$$

$$l_6 = (0.1)g\Big(t_i + \frac{1}{2}(0.1), x_{1i} - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5, x_{2i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5, x_{3i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5\Big)$$

$$m_6 = (0.1)j\Big(t_i + \frac{1}{2}(0.1), x_{1i} - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5, x_{2i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5, x_{3i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5\Big)$$

Selanjutnya untuk iterasi yang pertama $(t = 4000), h = 0.1$, $x_1 = 100, x_2 = 30$ dan $x_3 = 10$ maka diperoleh

$$k_1 = hf(t_0, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (0.1)f(0,100,30,10)$$

$$= (0.1)\left(\frac{0.5}{1000} \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 100 \times 10}{100 + 30 + 10} - \frac{1}{65 \times 365} \times 100\right) = -0.0005622459732$$

$$l_1 = hg(t_0, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (0.1)g(0,100,30,10)$$

$$= (0.1)\left(\left(1 - \frac{0.5}{1000}\right) \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 30 \times 10}{100 + 30 + 10} + 0.00002 \times 10 - \frac{1}{65 \times 365} \times 10\right) = 0.004147848864$$

$$m_1 = hj(t_0, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (0.1)j(0,100,30,10)$$

$$= (0.1)\left(\frac{\frac{0.2}{1000} \times 100 \times 10}{100 + 30 + 10} + \frac{\frac{0.2}{1000} \times 30 \times 10}{100 + 30 + 10} - \left(\frac{1}{65 \times 365} + 0.00002 + \frac{1}{65 \times 365}\right) \times 10\right)$$

$$= 0.0000814150234$$

$$k_2 = (0.1)f\left(t_0 + \frac{1}{4}\times(0.1), x_{1i} + \frac{1}{4}k_1, x_{2i} + \frac{1}{4}l_1, x_{3i} + \frac{1}{4}m_1\right)$$

$$= (0.1)f(0.0025, 9.999859439, 3.001036962, 1.000020354)$$

$$= (0.1)\left(\frac{0.5}{1000}\times\frac{1000}{65\times 365}\right.$$

$$-\frac{\frac{0.2}{1000}\times 9.999859439\times 1.000020354}{9.999859439 + 3.001036962 + 1.000020354} - \frac{1}{65\times 365}$$

$$\left.\times 9.999859439\right) = -0.0005622445352$$

$$l_2 = (0.1)g\left(t_0 + \frac{1}{4}\times(0.1), x_{1i} + \frac{1}{4}k_1, x_{2i} + \frac{1}{4}l_1, x_{3i} + \frac{1}{4}m_1\right)$$

$$= (0.1)g(0.0025, 9.999859439, 3.001036962, 1.000020354)$$

$$= (0.1)\left(\left(1 - \frac{0.5}{1000}\right)\times\frac{1000}{65\times 365}\right.$$

$$-\frac{\frac{0.2}{1000}\times 3.001036962\times 1.000020354}{9.999859439 + 3.001036962 + 1.000020354} + 0.00002$$

$$\left.\times 1.000020354 - \frac{1}{65\times 365}\times 1.000020354\right)$$

$$= 0.004147847531$$

$$m_2 = (0.1)j\left(t_0 + \frac{1}{4}\times(0.1), x_{1i} + \frac{1}{4}k_1, x_{2i} + \frac{1}{4}l_1, x_{3i} + \frac{1}{4}m_1\right)$$

$$= (0.1)j(0.0025, 9.999859439, 3.001036962, 1.000020354)$$

$$= (0.1)\left(\frac{\frac{0.2}{1000}\times 9.999859439\times 1.000020354}{9.999859439 + 3.001036962 + 1.000020354}\right.$$

$$+\frac{\frac{0.2}{1000}\times 3.001036962\times 1.000020354}{9.999859439 + 3.001036962 + 1.000020354}$$

$$\left.-\left(\frac{1}{65\times 365} + 0.00002 + \frac{1}{65\times 365}\right)\times 1.000020354\right)$$

$$= 0.0000814152535$$

$$k_3 = (0.1)f\left(t_0 + \frac{3}{8}\times(0.1), x_{1i} + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2, x_{2i} + \frac{3}{32}l_1 + \frac{9}{32}l_2, x_{3i}\right.$$

$$\left.+\frac{3}{32}m_1 + \frac{9}{32}m_2\right)$$

$$= (0.1)f(0.375, 9.999945761, 3.000507165, 1.000005222)$$

$$= (0.1)\left(\frac{0.5}{1000}\times\frac{1000}{65\times 365}\right.$$

$$-\frac{\frac{0.2}{1000}\times 9.999945761\times 1.000005222}{9.999945761 + 3.000507165 + 1.000005222} - \frac{1}{65\times 365}$$

$$\left.\times 9.999945761\right) = -0.00005622438161$$

$$l_3 = (0.1)g\left(t_0 + \frac{3}{8} \times (0.1), x_{1i} + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2, x_{2i} + \frac{3}{32}l_1 + \frac{9}{32}l_2, x_{3i} + \frac{3}{32}m_1 + \frac{9}{32}m_2\right)$$

$$= (0.1)g(0.375, 9.999945761, 3.000507165, 1.000005222)$$

$$= (0.1)\left(\left(1 - \frac{0.5}{1000}\right) \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 3.000507165 \times 1.000005222}{9.999945761 + 3.000507165 + 1.000005222} + 0.00002 \times 1.000005222 - \frac{1}{65 \times 365} \times 1.000005222\right)$$

$$= 0.004147846864$$

$$m_3 = (0.1)j\left(t_0 + \frac{3}{8} \times (0.1), x_{1i} + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2, x_{2i} + \frac{3}{32}l_1 + \frac{9}{32}l_2, x_{3i} + \frac{3}{32}m_1 + \frac{9}{32}m_2\right)$$

$$= (0.1)j(0.375, 9.999945761, 3.000507165, 1.000005222)$$

$$= (0.1)\left(\frac{\frac{0.2}{1000} \times 9.999945761 \times 1.000005222}{9.999945761 + 3.000507165 + 1.000005222} + \frac{\frac{0.2}{1000} \times 3.000507165 \times 1.000005222}{9.999945761 + 3.000507165 + 1.000005222} - \left(\frac{1}{65 \times 365} + 0.00002 + \frac{1}{65 \times 365}\right) \times 1.000005222\right)$$

$$= 0.0000814153685$$

k_4

$$= (0.1)f\left(t_0 + \frac{12}{13}\times(0.1), x_{1i} + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3, x_{2i} + \frac{1932}{2197}l_1\right.$$

$$\left. - \frac{7200}{2197}l_2 + \frac{7296}{2197}l_3, x_{3i} + \frac{1932}{2197}m_1 - \frac{7200}{2197}m_2 + \frac{7296}{2197}m_3\right)$$

$$= (0.1)f(0.9230769231, 9.999505335, 3.003665919, 1.000102394)$$

$$= (0.1)\left(\frac{0.5}{1000}\times\frac{1000}{65\times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000}\times 9.999505335\times 1.000102394}{9.999505335 + 3.003665919 + 1.000102394}\right.$$

$$\left. - \frac{1}{65\times 365}\times 9.999505335\right) = -0.0005622406641$$

l_4

$$= (0.1)g\left(t_0 + \frac{12}{13}\times(0.1), x_{1i} + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3, x_{2i} + \frac{1932}{2197}l_1\right.$$

$$\left. - \frac{7200}{2197}l_2 + \frac{7296}{2197}l_3, x_{3i} + \frac{1932}{2197}m_1 - \frac{7200}{2197}m_2 + \frac{7296}{2197}m_3\right)$$

$$= (0.1)g(0.9230769231, 9.999505335, 3.003665919, 1.000102394)$$

$$= (0.1)\left(\left(1 - \frac{0.5}{1000}\right)\times\frac{1000}{65\times 365}\right.$$

$$- \frac{\frac{0.2}{1000}\times 3.003665919\times 1.000102394}{9.999505335 + 3.003665919 + 1.000102394} + 0.00002\times 1.000102394$$

$$\left. - \frac{1}{65\times 365}\times 1.000102394\right) = 0.004147843942$$

m_4

$$= (0.1)j\left(t_0 + \frac{12}{13} \times (0.1), x_{1i} + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3, x_{2i} + \frac{1932}{2197}l_1 - \frac{7200}{2197}l_2 + \frac{7296}{2197}l_3, x_{3i} + \frac{1932}{2197}m_1 - \frac{7200}{2197}m_2 + \frac{7296}{2197}m_3\right)$$

$$= (0.1)j(0.9230769231, 9.999505335, 3.003665919, 1.000102394)$$

$$= (0.1)\left(\frac{\frac{0.2}{1000} \times 9.999505335 \times 1.000102394}{9.999505335 + 3.003665919 + 1.000102394} + \frac{\frac{0.2}{1000} \times 3.003665919 \times 1.000102394}{9.999505335 + 3.003665919 + 1.000102394} - \left(\frac{1}{65 \times 365} + 0.00002 + \frac{1}{65 \times 365}\right) \times 1.000102394\right) = 0.0000814158732$$

$$k_5 = (0.1)f\left(t_0 + (0.1), x_{1i} + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3860}{513}k_3 - \frac{842}{4104}k_4, x_{2i} + \frac{439}{216}l_1 - 8l_2 + \frac{3860}{513}l_3 - \frac{842}{4104}l_4, x_{3i} + \frac{439}{216}m_1 - 8m_2 + \frac{3860}{513}m_3 - \frac{842}{4104}m_4\right)$$

$$= (0.1)f(0.1, 9.793704327, 2.946605131, 0.9797215060)$$

$$= (0.1)\left(\frac{0.5}{1000} \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 9.793704327 \times 0.9797215060}{9.793704327 + 2.946605131 + 0.9797215060} - \frac{1}{65 \times 365} \times 9.793704327\right) = -0.000562240224$$

$$l_5 = (0.1)g\left(t_0 + (0.1), x_{1i} + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3860}{513}k_3 - \frac{842}{4104}k_4, x_{2i} + \frac{439}{216}l_1 - 8l_2 + \frac{3860}{513}l_3 - \frac{842}{4104}l_4, x_{3i} + \frac{439}{216}m_1 - 8m_2 + \frac{3860}{513}m_3 - \frac{842}{4104}m_4\right)$$

$$= (0.1)g(0.1, 9.793704327, 2.946605131, 0.9797215060)$$

$$= (0.1)\left(\left(1 - \frac{0.5}{1000}\right) \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 2.946605131 \times 0.9797215060}{9.793704327 + 2.946605131 + 0.9797215060} + 0.00002 \times 0.9797215060 - \frac{1}{65 \times 365} \times 10.9797215060\right)$$

$$= 0.004147843532$$

$$m_5 = (0.1)j\left(t_0 + (0.1), x_{1i} + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 + \frac{3860}{513}k_3 - \frac{842}{4104}k_4, x_{2i} + \frac{439}{216}l_1 - 8l_2 + \frac{3860}{513}l_3 - \frac{842}{4104}l_4, x_{3i} + \frac{439}{216}m_1 - 8m_2 + \frac{3860}{513}m_3 - \frac{842}{4104}m_4\right)$$

$$= (0.1)j(0.1, 9.793704327, 2.946605131, 0.9797215060)$$

$$= (0.1)\left(\frac{\frac{0.2}{1000} \times 9.793704327 \times 0.9797215060}{9.793704327 + 2.946605131 + 0.9797215060} + \frac{\frac{0.2}{1000} \times 2.946605131 \times 0.9797215060}{9.793704327 + 2.946605131 + 0.9797215060} - \left(\frac{1}{65 \times 365} + 0.00002 + \frac{1}{65 \times 365}\right) \times 0.9797215060\right)$$

$$= 0.0000814159442$$

$$k_6 = (0.1)f\left(t_0 + \frac{1}{2} \times (0.1), x_{1i} - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5, x_{2i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5, x_{3i} - \frac{8}{27}m_1 + 2m_2 - \frac{3544}{2565}m_3 + \frac{1859}{4104}m_4 - \frac{11}{40}m_5\right)$$

$$= (0.1)f(0.005, 10.42617119, 3.054057325, 1.018317175)$$

$$= (0.1)\left(\frac{0.5}{1000} \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 10.42617119 \times 1.018317175}{10.42617119 + 3.054057325 + 1.018317175} - \frac{1}{65 \times 365} \times 10.42617119\right) = -0.0005622430974$$

$$l_6 = (0.1)g\left(t_0 + \frac{1}{2} \times (0.1), x_{1i} - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5, x_{2i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5, x_{3i} - \frac{8}{27}m_1 + 2m_2 - \frac{3544}{2565}m_3 + \frac{1859}{4104}m_4 - \frac{11}{40}m_5\right)$$

$$= (0.1)g(0.005, 10.42617119, 3.054057325, 1.018317175)$$

$$= (0.1)\left(\left(1 - \frac{0.5}{1000}\right) \times \frac{1000}{65 \times 365} - \frac{\frac{0.2}{1000} \times 3.054057325 \times 1.018317175}{10.42617119 + 3.054057325 + 1.018317175} + 0.00002 \times 1.018317175 - \frac{1}{65 \times 365} \times 1.018317175\right)$$

$$= 0.004147846197$$

$$m_6 = (0.1)j\left(t_0 + \frac{1}{2} \times (0.1), x_{1i} - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4\right.$$

$$- \frac{11}{40}k_5, x_{2i} - \frac{8}{27}l_1 + 2l_2 - \frac{3544}{2565}l_3 + \frac{1859}{4104}l_4 - \frac{11}{40}l_5, x_{3i}$$

$$\left. - \frac{8}{27}m_1 + 2m_2 - \frac{3544}{2565}m_3 + \frac{1859}{4104}m_4 - \frac{11}{40}m_5\right)$$

$$= (0.1)j(0.005, 10.42617119, 3.054057325, 1.018317175)$$

$$= (0.1)\left(\frac{\frac{0.2}{1000} \times 10.42617119 \times\ 1.018317175}{10.42617119 + 3.054057325 + 1.018317175}\right.$$

$$+ \frac{\frac{0.2}{1000} \times 3.054057325 \times 1.018317175}{10.42617119 + 3.054057325 + 1.018317175}$$

$$\left. - \left(\frac{1}{65 \times 365} + 0.00002 + \frac{1}{65 \times 365}\right) \times 1.018317175\right)$$

$$= 0.0000814154838$$

Langkah 5

Setelah dilakukan perhitungan pada langkah sebelumnya, selanjutnya substitusikan nilai-nilai $k_1 - k_6, l_1 - l_6$ dan $m_1 - m_6$ tersebut ke persamaan (3.3), sehingga diperoleh solusi numerik dari persamaan (3.2) sebagai berikut.

$$x_{1_{i+1}} = x_2 + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56437}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6$$

$$x_{1i} = 100 + \frac{16}{135}(-0.5622459732) + \frac{6656}{12825}(-0.00005432716494)$$

$$+ \frac{28561}{56437}(-0.00005432319512) - \frac{9}{50}(-0.00005315961966)$$

$$+ \frac{2}{55}(-0.00005648425811)$$

$$x_{1i} = 99.99943774$$

$$x_{2_{i+1}} = x_2 + \frac{16}{135} l_1 + \frac{6656}{12825} l_3 + \frac{28561}{56437} l_4 - \frac{9}{50} l_5 + \frac{2}{55} l_6$$

$$x_{2_{i+1}} = 30 + \frac{16}{135}(0.04147848864) + \frac{6656}{12825}(0.004206354342) + \frac{28561}{56437}(0.004206350061) - \frac{9}{50}(0.004206477361) + \frac{2}{55}(0.004206310019)$$

$$x_{2i} = 30.00414785$$

$$x_{3_{i+1}} = x_3 + \frac{16}{135} m_1 + \frac{6656}{12825} m_3 + \frac{28561}{56437} m_4 - \frac{9}{50} m_5 + \frac{2}{55} m_6$$

$$x_{3_{i+1}} = 10 + \frac{16}{135}(0.000814150234) + \frac{6656}{12825}(0.00000814158413) + \frac{28561}{56437}(0.00000814252373) - \frac{9}{50}(0.00000797680582) + \frac{2}{55}(0.00003759368829)$$

$$x_{3i} = 10.00008142$$

Berdasarkan perhitungan di atas diketahui pada saat $t = 0.1$, besarnya $x_1 = 99.99929120, x_2 = 30.00862350$ dan $x_3 = 10.00010477$. Selanjutnya dengan cara yang sama pada iterasi ke 2 saat $t = 0.2$ sampai iterasi ke 4000 saat $t = 4000$, perhitungan dilakukan secara manual dengan menggunakan Matlab sehingga diperoleh nilai sebagai berikut.

Tabel 3.2 Solusi x_1, x_2 dan x_3 dengan Metode RKF 45

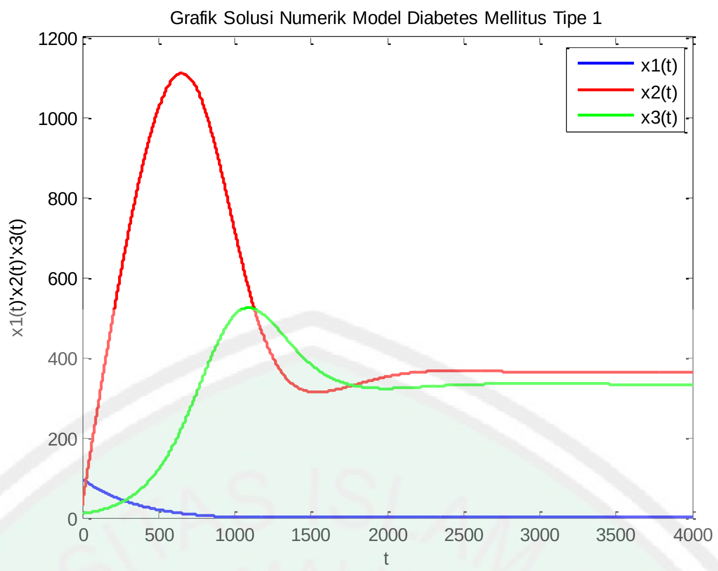
i	t	$Variabel$		
		x_1	x_2	x_3
1	0.1	99.99943774	30.00414785	10.000081042
2	0.2	99.99887552	30.00829568	10.00016284
3	0.3	999.99831329	30.01244352	10.000244221

Hasil penyelesaian numerik model diabetes mellitus tipe 1 dengan metode RKF 45 telah ditunjukkan pada Tabel 3.2. berdasarkan hasil perhitungan dengan metode diatas bersarnyan ketelitian eksak tidak dapat diukur, hal ini disebabkan model diabetes mellitus tipe 1 berbentuk sistem persamaan diferensial nonlinier yang tidak dapat diselesaikan secara analitik atau tidak mempunyai solusi eksak.

3.3 Analisis Hasil Numerik dan Interpretasi Grafik

Dalam penelitian ini, nilai parameter dan nilai awal yang digunakan untuk memperoleh solusi numerik model diabetes mellitus tipe 1 dengan menggunakan metode RKF 45 mengacu pada penelitian yang dilakukan oleh Agustine, (2013) seperti pada Tabel 3.1, dimana penelitian tersebut dilakukan terhadap populasi manusia yang terdiri dari manusia sehat (x_1), manusia sehat tetapi terdapat gen diabetes (x_2), dan manusia sakit yang terkena diabetes (x_3).

Dengan menggunakan metode RKF 45 maka diperoleh grafik $(x_1), (x_2)$ dan (x_3) pada saat $t = 40000$ dengan nilai parameter pada Tabel 3.1 sebagai berikut.



Gambar 3.1 Solusi Numerik Metode RKF 45

Gambar 3.1 menunjukkan populasi (x_1) dimulai pada hari ke 0 infeksi dengan nilai parameter dan nilai awal yang telah disajikan pada Tabel 3.1. Dengan nilai awal $(x_1 = 100)$ grafik pertumbuhan banyaknya manusia sehat bergerak turun sampai pergerakan gen yang tertular mengalami penurunan mendekati 0 diakibatkan kematian secara alami (μ) yang dialami manusia sehat. Dan $(x_2 = 30)$ dimulai dari 30 populasi manusia yang sehat tetapi memiliki gen diabetes terus menerus mengalami kenaikan. Selanjutnya $(x_3 = 10)$ juga mengalami kenaikan yang tidak begitu tinggi pada populasi manusia yang terkena diabetes. Maka berdasarkan Gambar 3.1 di atas perubahan pada populasi yang terdapat gen diabetes dan yang sudah terkena diabetes dari setiap variabel terhadap waktu.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada hasil pembahasan pada bab 3, maka dapat diambil kesimpulan bahwa dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial nonlinier pada model diabetes mellitus tipe 1 dengan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) dapat dilakukan dengan beberapa yaitu: (1). Mengidentifikasi nilai parameter dan nilai awal pada sistem persamaan diferensial yaitu x_1, x_2 dan x_3, (2). Menentukan nilai t (waktu) dan besarnya h (ukuran langkah) yang ditentukan, (3). Menentukan formulasi metode RKF 45, (4). Menghitung nilai $k_1 - k_6$, $l_1 - l_6$ dan $m_1 - m_6$ dengan menggunakan formulasi yang telah ditentukan , (5). Menghitung solusi x_1, x_2 dan x_3 dengan mensubstitusikan variabel-variabel yang telah didapatkan pada langkah 4 ke dalam formulasi metode RKF 45. Dalam penelitian ini dengan $h = 0.1$ dan $t = 40000$, maka untuk metode RKF 45 diperoleh solusi $x_1 = 99.99943774$, $x_2 = 30.00414785$, dan $x_3 = 10.00008142$. Hasil penyelesaian model diabetes mellitus tipe 1 dengan metode RKF 45 dapat ditunjukkan dengan grafik solusi dari metode tersebut.

4.2 Saran

Dalam penelitian ini telah ditunjukkan perbandingan metode Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) dalam menyelesaikan sistem persamaan diferensial nonlinier, maka bagi para pembaca untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan penelitian yang sama menggunakan metode RKF dengan orde yang lebih tinggi atau dengan metode numerik lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Amir, S. M. J., Wungouw, H., & Pangemanan, D. (2015). Kadar Glukosa Darah Sewaktu Pada Pasien Diabetes Melitus Tipe 2 Di Puskesmas Bahu Kota Manado. *Jurnal E-Biomedik*, *3*(1).

Agustine, Debby. (2013). *Model MatematikaPenyakit Diabetes denganPengaruhTransmisiVertikal.*UniversitasNegri Jakarta-Indonesia.

Bilous, R. &. (2014). *Buku Pegangan Diabetes. Edisi Ke-4.* USA: John Willey & Sons Limites.

Boyce, William E and Richard C. Diprima. (2009). *Elementary DifferentialEquation and Boundary Value Problems.* John Wiley and Son: New York.

Chapra, S.C. & Canale, R,P. (2007). *Metode Numerik untuk Teknik.* Jakarta: Universitas Indonesia.

Darmono, P. B. (2012). Solusi Sistem Persamaan Linear dengan Metode Jacobi. *LIMIT-Pendidikan Matematika*, (2).

Dipiro, C.V., 2012, *Anemias*, dalam Wells, B.G., Dipiro, J.T., Schwinghammer, T.C., *Pharmacotherapy Handbook*, 8th edition, 1496-1592, Mc Graw Hill, New York.

Ernawati. (2013). *Keperawatan Diabetes Mellitus Terpadu.* Jakarta: Mitra Wacana Media.

Ibnas, R. 2017. Persamaan Differensial Eksak Dengan Faktor Integrasi. *Jurnal Msa*, 5(5), 91-99.

Munir, R. (2006). *Metode Numerik.* Bandung: Informatika

Urifah, S.N. (2008) *Penyelesaian Numerik Sistem Persamaan Differensial Lotka Voltera dengan Menggunakan Runge Kutta Fehlberg (RKF 45) Skripsi.* Malang: Universitas Islam Negri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Waluyo, S.B. 2006. *Persamaan Diferensial*, Graha Ilmu, Yogyakarta.

RIWAYAT HIDUP

Era Jovanka Fitri, lahir di Pengambengan pada tanggal 13 Januari 1998. Bisa dipanggil Era. Putri pertama dari 4 bersaudara dari pasangan Bapak Halikin dan Ibu Lidya Rini. Selama di Malang bertempat tinggal di Jl. Gajayana No. 67 kec. Lowokwaru Kota Malang.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN 2 Pengambengan dan lulus pada tahun 2009. Setelah itu melanjutkan ke MTs. Manba' Ul-Ulum Negara lulus pada tahun 2012. Pendidikan selanjutnya ditempuh di MAN Negara dan lulus pada tahun 2015. Selanjutnya, pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa, pernah mengikuti organisasi intra kampus menjadi pengurus dalam Himpunan Mahasiswa Jurusan matematika dan juga mengikuti organisasi ektra kampus menjadi pengurus dalam Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	:	Era Jovanka Fitri
NIM	:	15610027
Fakultas/Jurusan	:	SainsdanTeknologi/Matematika
JudulSkripsi	:	Analisis Numerik Model Diabetes Mellitus Tipe 1 Menggunakan Metode Runge Kutta Fehlberg
Pembimbing I	:	Ari Kusumastuti, M.Si., M.Pd
Pembimbing II	:	Muhammad Khudzaifah, M.Si

No	Tanggal	Hal	TandaTangan	
1	07 Agustus 2019	Konsultasi Bab I & Bab II	1.	
2	29 Agustus 2019	Revisi Bab I, Bab II danKonsultasi Bab III		2.
3	09 Oktober 2019	KonsultasiAgama Bab I & Bab II	3.	
4	07 Oktober 2019	Revisi Bab III danACC Bab I & Bab II		4.
5	04 November 2019	ACC Agama Bab I & Bab II	5.	
6	07 Februari 2020	Revisi Bab I & Bab II		6.
7	19 April 2020	Konsultasi Agama Bab III	7.	
8	07 Mei 2020	Revisi Bab III		8.
9	15 Mei 2020	Revisi Bab III dan Konsultasi Bab IV	9.	
10	12 Juli 2020	Revisi Bab III D & Bab IV		10.
11	26 Agustus 2020	ACC Keseluruhan	11.	
12	26 Agustus 2020	ACC Agama Keseluruhan		12.

Malang,30 Desember 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001