

**PENGUNAAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN  
UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI  
NONLINIER  
(STUDI KASUS PADA DATA NILAI HARAPAN HIDUP TERHADAP  
BIAYA PERAWATAN MEDIS)**

**SKRIPSI**

**OLEH  
YUSRI FAIZZATIN NABILLA  
NIM. 13610011**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**PENGUNAAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN  
UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI  
NONLINIER  
(STUDI KASUS PADA DATA NILAI HARAPAN HIDUP TERHADAP  
BIAYA PERAWATAN MEDIS)**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Yusri Faizzatin Nabilla  
NIM. 13610011**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**PENGUNAAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN  
UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI  
NONLINIER  
(STUDI KASUS PADA DATA NILAI HARAPAN HIDUP TERHADAP  
BIAYA PERAWATAN MEDIS)**

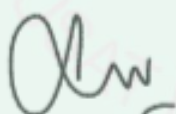
**SKRIPSI**

**Oleh  
Yusri Faizzatin Nabilla  
NIM. 13610011**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 27 Desember 2019

Pembimbing I,

Pembimbing II,

  
Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd  
NIP. 19630502 198703 1 005

  
Ach. Nasichuddin, M.A  
NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

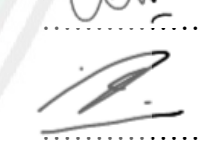
**PENGUNAAN METODE REGRESI KUANTIL MEDIAN  
UNTUK MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS PADA REGRESI  
NONLINIER  
(STUDI KASUS PADA DATA NILAI HARAPAN HIDUP TERHADAP  
BIAYA PERAWATAN MEDIS)**

**SKRIPSI**

**Oleh  
Yusri Faizzatin Nabilla  
NIM. 13610011**

Telah Dipertahankan di Depan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Tanggal 27 Desember 2019

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si  
Ketua Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si  
Sekretaris Penguji : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd  
Anggota Penguji : Ach. Nasichuddin, M.A

  
.....  
  
.....  
  
.....  
  
.....

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

  
Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yusri Faizzatin Nabilla  
NIM : 13610011  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Penggunaan Metode Regresi Kuantil Median untuk  
Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Non Linier  
(Studi Kasus Pada Nilai Harapan Hidup Terhadap Biaya  
Perawatan Medis)

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 27 Desember 2019  
Yang membuat pernyataan,



Yusri Faizzatin Nabilla  
NIM. 13610011

## **MOTO**

Kesuksesan adalah ketika niat dan kesempatan bertemu



## PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Mustaqim, ibunda Khusnaliyah, kakak Ahmad Nasucha dan seluruh keluarga yang senantiasa mendoakan dan memotivasi penulis, serta sahabat tercinta yang dengan ikhlas mendukung, membantu, mendo'akan dan menghibur untuk penulis (Indri Rofiah Ambarwati, Ahmad Sukron Jazuli, Ahmad Bayhaqi, Solichin Muchorobin). Teman-teman asrama ibu suri (Nia Muthoharotul Muharromah, dan Siti Nur Maulidiah) terima kasih atas dukungan melalui chat whatsapp yang selalu membuat penulis semangat. Teman kos dan teman tidur selama berada di Malang (Nela Fauziah dan Amelia RK) yang turut mendukung dan menghibur. Kekasih hati saat ini (Mohammad Nur Cholis) yang senantiasa memberi semangat dan dukungan secara moral maupun materi. Teman seangkatan (Nyik Ifa dan Mbak Rahma) yang membantu dan menyemangati disaat-saat terakhir deadline.



## KATA PENGANTAR

*Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam kepada Nabi Muhammad Saw., yang telah menuntun umat manusia menuju jalan yang terang benderang yakni *ad-Diin al-Islam* dan dinantikan syafaatnya kelak.

Proses penyusunan skripsi ini, penulis mendapat banyak bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu penulis memberikan ucapan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
5. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing II yang selalu memberikan motivasi kepada penulis.



6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas ilmu dan bimbingannya.
7. Segenap keluarga terutama Ayah dan Ibu yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2013 yang tiada hentinya membantu, mendukung, dan mendoakan dalam mewujudkan cita-cita, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai cita-cita.
9. Seluruh pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil serta baik secara langsung ataupun tidak langsung.

Penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat dan diambil hikmahnya bagi pembaca maupun bagi penulis.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Malang, 27 Desember 2019

Penulis

## DAFTAR ISI

|                                                   |      |
|---------------------------------------------------|------|
| <b>HALAMAN JUDUL</b>                              |      |
| <b>HALAMAN PENGAJUAN</b>                          |      |
| <b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>                        |      |
| <b>HALAMAN PENGESAHAN</b>                         |      |
| <b>HALAMAN MOTO</b>                               |      |
| <b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>                        |      |
| <b>PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>                |      |
| <b>MOTO</b>                                       |      |
| <b>PERSEMBAHAN</b>                                |      |
| <b>KATA PENGANTAR</b> .....                       | viii |
| <b>DAFTAR ISI</b> .....                           | x    |
| <b>DAFTAR TABEL</b> .....                         | xii  |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b> .....                        | xiii |
| <b>ABSTRAK</b> .....                              | xiv  |
| <b>ABSTRACT</b> .....                             | xv   |
| <b>ملخص</b> .....                                 | xvi  |
| <br><b>BAB I PENDAHULUAN</b>                      |      |
| 1.1 Latar Belakang.....                           | 1    |
| 1.2 Rumusan Masalah.....                          | 3    |
| 1.3 Tujuan Penelitian .....                       | 3    |
| 1.4 Manfaat Penelitian .....                      | 4    |
| 1.5 Batasan Penelitian.....                       | 4    |
| 1.6 Metode Penelitian .....                       | 4    |
| 1.6.1 Pendekatan Penelitian.....                  | 4    |
| 1.6.2 Variabel Penelitian .....                   | 5    |
| 1.6.3 Tahap Analisis Data .....                   | 5    |
| 1.7 Sistematika Penulisan.....                    | 7    |
| <br><b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>                  |      |
| 2.1 Regresi Non Linier Model Eksponensial .....   | 8    |
| 2.2 Estimasi Ordinary Least Square (OLS).....     | 9    |
| 2.3 Heteroskedastisitas .....                     | 13   |
| 2.3.1 Akibat Terjadinya Heteroskedastisitas ..... | 15   |

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 2.3.2 Uji Heteroskedastisitas dengan Uji Park ..... | 18 |
| 2.4 Regresi Kuantil Median .....                    | 19 |
| 2.5 Kajian Matematika dalam Al-qur'an .....         | 21 |

### **BAB III HASIL DAN PEMBAHASAN**

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1 Deskripsi Data .....                                            | 24 |
| 3.2 Regresi Eksponensial dan Uji Heteroskedastisitas .....          | 25 |
| 3.3 Metode Regresi Kuantil Median dan Uji Heteroskedastisitas ..... | 26 |

### **BAB IV PENUTUP**

|                      |    |
|----------------------|----|
| 4.1 Kesimpulan ..... | 28 |
| 4.2 Saran .....      | 28 |

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| <b>DAFTAR RUJUKAN</b> ..... | 29 |
|-----------------------------|----|

### **LAMPIRAN**

### **RIWAYAT HIDUP**

## DAFTAR TABEL

|           |                            |    |
|-----------|----------------------------|----|
| Tabel 3.1 | Hasil Regresi Kuantil..... | 25 |
|-----------|----------------------------|----|



## DAFTAR GAMBAR

|            |                                                 |    |
|------------|-------------------------------------------------|----|
| Gambar 2.1 | Residual dengan sifat homoskedastisitas .....   | 13 |
| Gambar 2.2 | Residual dengan sifat heteroskedastisitas ..... | 14 |
| Gambar 3.1 | Scatter plot pada data .....                    | 23 |
| Gambar 3.2 | Hasil Park Heteroskedastisitas .....            | 24 |
| Gambar 4.2 | Hasil Uji Park Heteroskedastisitas.....         | 26 |

## ABSTRAK

Nabilla, Yusri Faizzatin. 2019. **Penggunaan Metode Regresi Kuantil Median Untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Non Linier.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing : (1) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd (2) Ach Nasichuddin, M.A.

**Kata Kunci:** Regresi Kuantil Median, Heteroskedastisitas, Homoskedastisitas, Regresi Non Linier, Uji Park.

Regresi Non linier merupakan hubungan ketergantungan antara satu atau lebih variabel bebas terhadap variabel terikat. Fungsi regresi memuat parameter-parameter yang tidak diketahui. Regresi non linier yang memiliki unsur heteroskedastisitas memiliki nilai varians *error* yang berbeda atau tidak identik. Namun sebaliknya jika regresi tersebut memiliki nilai varians yang identik atau sama maka disebut homoskedastisitas. Untuk mendeteksi apakah terdapat heteroskedastisitas dapat menggunakan uji park. Regresi kuantil median memberikan estimator dari suatu model linier terhadap variabel tak bebas diperoleh dengan meminimumkan nilai *loss function* yang tidak simetris dengan meminimumkan nilai harapan. Dengan begitu akan lebih mudah untuk mengatasi heteroskedastisitas dengan menggunakan metode regresi kuantil median.

## ABSTRACT

Nabilla, Yusri Faizzatin. 2019. **Using the Median Quantile Regression Method to Overcome Heteroscedasticity in Non-Linear Regression.** Essay. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (1) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd (2) Ach Nasichuddin, M.A.

**Keywords:** Median Quantile Regression, Heteroscedasticity, Homoscedasticity, Non Linear Regression, Park Test.

Non-linear regression is a dependent relationship between one or more independent variables on the dependent variable. The regression function contains unknown parameters. Non-linear regression which has an element of heteroscedasticity has a different or non-identical error variance. On the other hand, if the regression has identical or the same variance, it is called homoscedasticity. To detect whether there is heteroscedasticity, you can use the Park test. Median quantile regression provides an estimator of a linear model for the dependent variable obtained by minimizing the asymmetric loss function value by minimizing the expected value. That way it will be easier to overcome heteroscedasticity using the median quantile regression method.



## ملخص

نبيلة ويسري فيزاتين. 2019. استخدام طريقة الانحدار الكمي المتوسط للتغلب على التغيرات المرنة في الانحدار غير الخطي. مقال. قسم الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة الدولة الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المستشارون: (1) د. هـ. إمام سجارو ، ماجستير (2) أش ناسي الدين ، ماجستير

**الكلمات الرئيسية:** الانحدار الكمي المتوسط ، التغيرات المرنة ، اللواط ، الانحدار غير الخطي ، اختبار بارك

الانحدار غير الخطي هو علاقة تبعية بين واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة على المتغير التابع. تحتوي وظيفة الانحدار على معلمات غير معروفة. الانحدار غير الخطي الذي يحتوي على عنصر تغيرات المرنة له تباين خطأ مختلف أو غير متطابق. من ناحية أخرى ، إذا كان للانحدار تبايناً متطابقاً أو متماثلاً ، فإنه لاكتشاف ما إذا كان هناك عدم تغيرات المرنة ، يمكنك استخدام اختبار homoscedasticity يطلق عليه يوفر الانحدار الكمي المتوسط مقدراً للنموذج خطي للمتغير التابع الذي تم الحصول عليه عن طريق Park. تقليل قيمة دالة الخسارة غير المتماثلة عن طريق تقليل القيمة المتوقعة. بهذه الطريقة سيكون من الأسهل التغلب على عدم التجانس باستخدام طريقة الانحدار الكمي المتوسط

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang mendasari berbagai macam ilmu yang lain misalkan ekonomi, kesehatan, pertahanan, dan keamanan, budaya, social, politik, dan agama. Sedangkan cabang ilmu yang mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penganalisisan, penafsiran dan penarikan kesimpulan.

Seperti yang diketahui banyak kejadian atau peristiwa di alam maupun masyarakat yang menunjukkan bahwa tidak hanya dipengaruhi satu hal saja tetapi oleh beberapa hal lain (*multivariat*) yang mempengaruhi secara bersamaan. Dalam menghadapi permasalahan ini, ilmu statistika mendekatinya dengan menggunakan model regresi.

Regresi merupakan salah satu cabang dari ilmu statistika, yaitu suatu tehnik statistic dimana dapat menghubungkan anantara variable bebas (*independent*) dengan variable terikat (*dependent*) (setiawan, 2010). Dalam analisis regresi terdapat dua macam regresi yaitu regresi linier dan regresi non linier. Regresi non linier memiliki beberapa model, salah satunya adalah model eksponensial.

Dalam regresi non linier ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi adalah varians error masing-masing variable bebas harus konstan. Hal ini dikenal dengan istilah homoskedastisitas, kemudian lawan dari homoskedastisitas adalah heteroskedastisitas, terkait dengan masalah heteroskedastisitas yaitu terdapat suatu masalah dalam regresi non linier dengan nilai residual error yang melebar sehingga membuat selang kepercayaan semakin sedikit. Namun masalah tersebut

dapat diatasi dengan menggunakan metode Regresi Kuantil Median, yaitu metode yang dapat memperlihatkan bentuk heteroskedastisitas nya dan melakukan estimasi pada setiap kuantil sehingga dapat memperkecil residual *error* tersebut sehingga selang kepercayaan semakin baik dan membuat suatu regresi tersebut bersifat homoskedastisitas.

Di dalam pandangan Islam masalah yang sering terjadi pada manusia adalah kesalahan bersikap, salah satu kesalahan yang sering menimpa manusia adalah sombong, yang mana hal ini sangat dilarang oleh Allah. Sebagaimana Allah berfirman dalam surat Luqman ayat 18 :

الَّذِينَ يَسْتَمِعُونَ الْقَوْلَ فَيَتَّبِعُونَ أَحْسَنَهُ أُولَٰئِكَ الَّذِينَ هَدَاهُمُ اللَّهُ وَأُولَٰئِكَ هُمْ أُولُوا  
الْأَلْبَابِ ١٨

*“Dan janganlah kamu memalingkan mukamu dari manusia (karena sombong) dan janganlah kamu berjalan dimuka bumi dengan angkuh. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang-orang yang sombong lagi membanggakan diri”* (QS. Luqman/31:18).

Pada ayat tersebut menjelaskan bahwa salah satu kesalahan sikap pada manusia adalah sombong. Sifat sombong dalam Islam adalah sikap yang tentunya diharamkan dan tidak sama sekali dicontohkan oleh Rasulullah SAW, sehingga dapat dikatakan bahwa kesalahan sikap ini dapat menjerumuskan pada hal-hal buruk. Dalam hal ini masalah regresi tidak jauh beda dengan masalah yang terdapat pada manusia, seperti halnya dengan masalah regresi yaitu heteroskedastisitas yang dapat membuat regresi tersebut terdapat error atau menjadi tidak efisien.

Ada beberapa macam cara untuk mengatasi masalah heteroskedastisitas antara lain adalah dengan menggunakan *Robust Standart Error*, metode *Weighted Least Square*, transformasi *Box-Cox*, metode Regresi Kuantil Median dan Metode HCSE.

Berdasarkan peneliti sebelumnya Ida Ayu Prasetya Uthami, dkk (2013) mengatakan bahwa hasil estimasi dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) tidak memenuhi asumsi klasik, sehingga dilakukan dengan regresi kuantil median pada regresi linier, untuk itu peneliti menggunakan metode Regresi Kuantil Median pada regresi non linier untuk dapat melihat lebih jelas kemampuan analisis regresi kuantil median dalam mengatasi heteroskedastisitas.

. Oleh karena itu, pada penelitian ini peneliti akan membahas “Penggunaan Metode Regresi Kuantil Median untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Non Linier”.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat diperoleh rumusan masalah yaitu, bagaimana hasil metode regresi kuantil median dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi non linier (studi kasus data nilai harapan hidup terhadap biaya perawatan medis).

## **1.3 Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui hasil metode regresi kuantil median digunakan dalam mengatasi heteroskedastisitas pada regresi non linier (studi kasus data nilai harapan hidup terhadap biaya perawatan medis).

#### **1.4 Manfaat Penelitian**

Adapun manfaat penelitian ini bagi peneliti mampu mengetahui, menelaah, dan memahami regresi kuantil median untuk mengatasi heteroskedastisitas pada regresi non linier. Bagi pembaca dapat memberikan informasi terkait materi sehingga dapat berguna untuk bahan referensi atau bahan perbandingan. Bagi akademis sebagai bahan informasi tentang mata kuliah ekonometri.

#### **1.5 Batasan Penelitian**

Batasan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Model regresi yang digunakan adalah regresi non linier fungsi eksponensial.
2. Menggunakan uji park untuk mendeteksi heteroskedastisitas.
3. Diaplikasikan pada data dari pabrik oksidasi amoniak menjadi asam nitrat.

#### **1.6 Metode Penelitian**

##### **1.6.1 Pendekatan Penelitian**

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah dengan pendekatan studi kuantitatif, yaitu dengan mencari dan mengumpulkan informasi yang dibutuhkan dalam buku-buku sebagai acuan untuk menyelesaikan penelitian, dengan menyusun data dan menganalisis data yang sudah ada sesuai yang dibutuhkan.

### 1.6.2 Variabel Penelitian

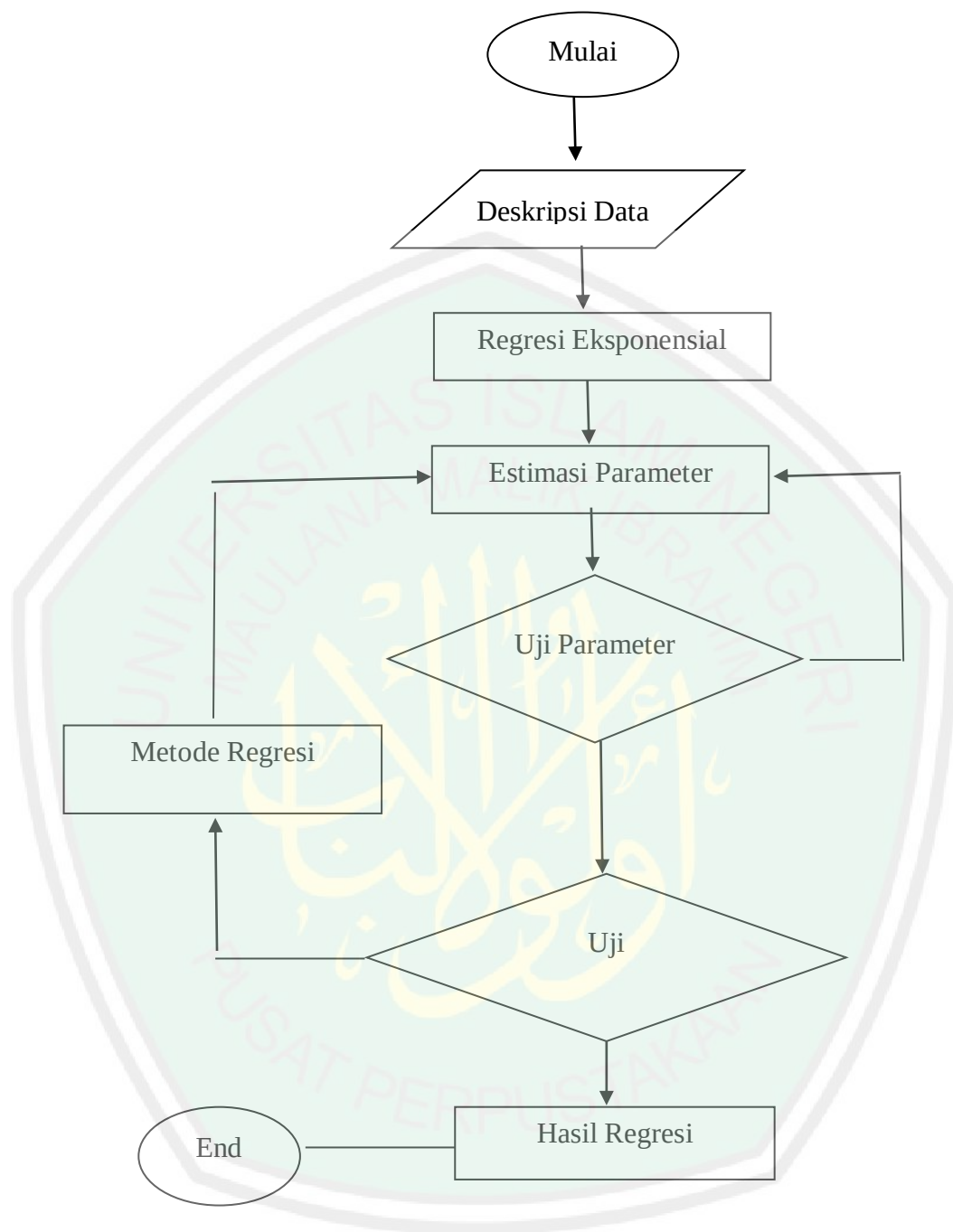
Pada penelitian ini variabel penelitian dibagi menjadi dua, yaitu variabel terikat atau variabel tak bebas ( $Y$ ) yang merupakan nilai harapan hidup dalam tahun dan untuk variabel bebas ( $X$ ) merupakan biaya perawatan medis dalam nilai mata uang rupiah.

### 1.6.3 Tahap Analisis Data

Berikut adalah flowchart dari metode regresi kuantil median untuk mengatasi heteroskedastisitas pada Regresi Non Linier :









## 1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan merupakan rangkaian urutan dari beberapa uraian penjelas dalam suatu karya ilmiah, adapun sistematika penulisan penelitian ini adalah:

### Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

### Bab II Kajian Pustaka

Penulis membahas mengenai kajian teori yang mendukung secara langsung pembahasan dalam penulisan penelitian ini.

### Bab III Metode Penelitian

Meliputi jenis penelitian, jenis dan sumber data, variable penelitian, dan definisi operasional, metode pengumpulan data, serta Teknik analisis.

### Bab IV Pembahasan

Pembahasan pada bab ini yaitu tentang hasil dari penelitian, yaitu penyelesaian masalah dengan menggunakan regresi kuantil median.

### Bab V Penutup

Penulis pada bab ini membahas tentang kesimpulan dari hasil penelitian serta saran.

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Regresi Non Linier Model Eksponensial

Analisis regresi merupakan analisis ketergantungan dari satu atau lebih variabel bebas terhadap satu variabel tergantungan, dengan tujuan untuk menduga atau memprediksi nilai rata-rata populasi berdasarkan nilai-nilai variabel bebasnya. Analisis regresi sering digunakan sebagai salah satu alat analisis untuk membuat proyeksi. Hal ini didasari kenyataan bahwa nilai suatu variabel dapat dipengaruhi oleh satu atau lebih perubahan variabel lain. Dengan menggunakan analisis regresi maka akan diperoleh koefisien untuk setiap variabel bebasnya. Dengan diperoleh koefisien regresi maka diharapkan akan dapat dibuat proyeksi atas besarnya nilai variabel tergantungan yang mampu meminimumkan penyimpangan (Suliyanto, 2011).

Fungsi eksponensial merupakan bentuk non linier yang mana kurvanya mengalami perubahan tidak lurus. Hal ini berbeda dengan bentuk linier, baik perubahan positif maupun negatif mempunyai kurva yang lurus mengikuti proporsional disebut juga nilai koefisien garis. Semakin besar nilai koefisien garis perubahan pun semakin besar, begitu juga dengan sebaliknya (Danang, 2011).

Menurut Draper dan Smith (1992) bentuk persamaannya adalah :

$$Y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki}} \cdot \varepsilon_i$$

dimana :

$Y_i$  = nilai pengamatan ke-i

$X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, \dots, X_{ki}$  = nilai peubah  $X$  yang ke-1*i*, 2*i*, 3*i*, ..., *ki*

$e$  = 2,71828

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k$  = Parameter

$\varepsilon_i$  = galat atau residual ke- $i$

## 2.2 Estimasi Ordinary Least Square (OLS)

Metode estimasi *Ordinary Least Square* (OLS) merupakan salah satu Teknik pendugaan parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. metode yang dikembangkan oleh Carl Friedrich Gauss ini dapat digunakan untuk mengestimasi nilai rata-rata dari peubah acak. Gauss adalah yang pertama mengaplikasikan perataan kuadrat terkecil dalam hitungan masalah astronomi sehingga metode *least square* ini menjadi populer (Firdaus, 2004):

Misalkan terdapat persamaan model regresi linier:

$$Y = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + e$$

sejumlah  $n$  data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1k} \\ X_{21} & \dots & X_{2k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & \dots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

sehingga model linier ini dapat disederhanakan sebagai berikut :

$$Y = X\beta + e$$

Variabel  $e$  sangat memegang peran dalam model ekonometrika, tetapi variable ini tidak dapat diteliti dan tidak pula tersedia informasi tentang bentuk distribusi kemungkinannya. Disamping asumsi mengenai distribusi probabilitasnya, beberapa asumsi lainnya khususnya tentang sifat statistiknya perlu dibuat dalam menerapkan metode OLS (Aziz, 2010)

Berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya, Gauss telah membuat asumsi mengenai variable  $e$  sebagai berikut:

1. Nilai rata-rata atau harapan variable  $e$  adalah sama dengan nol atau  $E(e) = 0$  yang berarti nilai bersyarat  $e$  yang diharapkan adalah sama dengan nol dimana syaratnya yang dimaksud tergantung pada nilai  $X$ . Dengan demikian untuk nilai  $X$  tertentu mungkin nilai  $e$  sama dengan nol, mungkin positif atau negatif, tetapi untuk banyak nilai  $X$  secara keseluruhan nilai rata-rata  $e$  diharapkan sama dengan nol.
2. Tidak terdapat korelasi serial atau autokorelasi anatar variabel untuk setiap observasi. Dengan demikian dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif atau negative antara  $e_i$  dan  $e_j$ , dan tidak terdapat heteroskedastisitas antar variabel  $e$  memenuhi syarat homoskedastisitas. Artinya variabel  $e$  mempunyai varian yang positif dan konstan yang nilainya  $\sigma^2$  yaitu

$$var(e_i, e_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} var(e_1) & cov(e_1, e_2) & \cdots & cov(e_1, e_n) \\ cov(e_2, e_1) & var(e_2) & \cdots & cov(e_2, e_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(e_n, e_1) & cov(e_n, e_2) & \cdots & var(e_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

sehingga asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\begin{aligned} cov(e_i, e_j) &= E[(e_i - E(e_i))(e_j - E(e_j))] \\ &= E[e_i e_j - 2e_i E(e_j) + E(e_i)E(e_j)] \\ &= E(e_i e_j) - 2E(e_i)E(e_j) + E(e_i)E(e_j) \\ &= E(e_i e_j) - E(e_i)E(e_j) \end{aligned}$$

$$= E(e_i e_j)$$

$$= \sigma^2 I_n$$

3. Variabel  $X$  dan variabel  $e$  adalah saling tidak mempengaruhi (saling bebas) untuk setiap observasi sehingga

$$\begin{aligned} \text{cov}(x_1, e_1) &= E[(X_i - E(X_i))(e_i - E(e_i))] \\ &= E[(X_i - \bar{X})(e_i - 0)] \\ &= E[(X_i - \bar{X})(e_i)] \\ &= E(X_i - \bar{X})E(e_i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

dari ketiga asumsi diperoleh

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(X\hat{a} + e) \\ &= E(X\hat{a}) + E(e) \\ &= X\hat{a} + 0 \\ &= X\hat{a} \end{aligned}$$

dan kovariansi

$$\text{cov}(Y_i, Y_j) = \sigma^2 I_n$$

Misalkan sampel  $Y$  diberikan, maka aturan main yang memungkinkan pemakaian sampel tadi untuk mendapatkan taksiran dari  $\hat{a}$  adalah dengan membuat  $e = Y - X\hat{a}$  sekecil mungkin. Dengan aturan main ini, diharapkan akan menghasilkan komponen sistematis yang lebih berperan dari pada komponen stokastiknya. Karena bila komponen stokastik yang lebih berperan artinya hanya diperoleh sedikit informasi tentang  $Y$ , dengan kata lain  $X$  tidak mampu menjelaskan  $Y$ .

Untuk tujuan ini maka perlu memilih parameter  $\hat{a}$  sehingga

$$S = e^T e = (Y - X\hat{a})^T (Y - X\hat{a})$$

sekecil mungkin (minimal)

Persamaan  $cov(Y_i, Y_j) = \sigma^2 I_n$  adalah skalar, sehingga komponen-komponennya juga skalar. Dan akibatnya, tranpos skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Sehingga  $S$  dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} S &= (Y - X\hat{a})^T (Y - X\hat{a}) \\ &= (Y^T - \hat{a}^T X^T)(Y - X\hat{a}) \\ &= Y^T Y - Y^T X\hat{a} - \hat{a}^T X^T Y + \hat{a}^T X^T X\hat{a} \\ &= Y^T Y - (Y^T X\hat{a})^T - \hat{a}^T X^T Y + \hat{a}^T X^T X\hat{a} \\ &= Y^T Y - \hat{a}^T X^T Y - \hat{a}^T X^T Y + \hat{a}^T X^T X\hat{a} \\ &= Y^T Y - 2\hat{a}^T X^T Y + \hat{a}^T X^T X\hat{a} \end{aligned}$$

untuk meminimumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama  $S$  terhadap  $\hat{a}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\hat{a}} &= \frac{d}{d\hat{a}} (Y^T Y - 2\hat{a}^T X^T Y + \hat{a}^T X^T X\hat{a}) \\ &= \frac{d(Y^T Y)}{d\hat{a}} - \frac{d(2\hat{a}^T X^T Y)}{d\hat{a}} + \frac{d(\hat{a}^T X^T X\hat{a})}{d\hat{a}} \\ &= 0 - 2X^T Y + \left[ \frac{d(\hat{a}^T X^T X\hat{a})}{d\hat{a}} + \left( \frac{d(\hat{a}^T X^T X\hat{a})}{d\hat{a}^T} \right)^T \right] \\ &= 0 - 2X^T Y + [X^T X\hat{a} + (\hat{a}^T X^T X)^T] \\ &= -2X^T Y + [X^T X\hat{a} + X^T X\hat{a}] \\ &= -2X^T Y + 2X^T X\hat{a} \end{aligned}$$

dan menyamakan dengan nol diperoleh

$$-2X^T Y + 2X^T X\hat{a} = 0$$

$$X^T X\hat{a} = X^T Y$$



$$(X^T X)^{-1} X^T X \hat{\alpha} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

yang dinamakan sebagai persamaan normal, dan

$$\hat{\alpha}_{ols} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

yang dinamakan sebagai penaksir (estimator) parameter  $\hat{\alpha}$  secara kuadrat terkecil (*ordinary least square*). (Aziz, 2010)

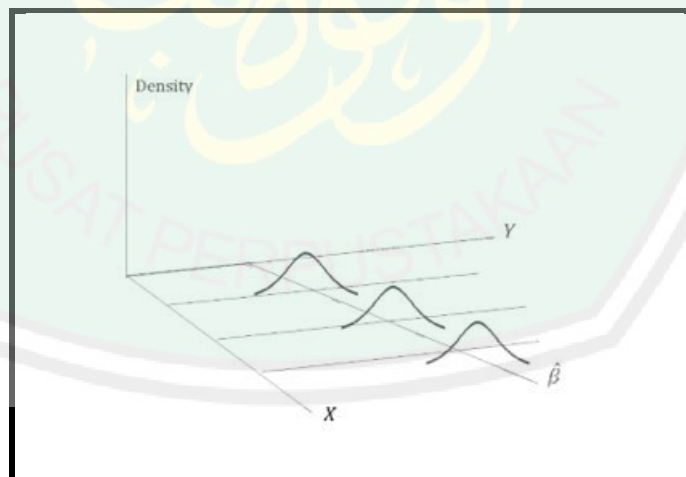
### 2.3 Heteroskedastisitas

Salah satu asumsi regresi linier yang harus dipenuhi adalah homogenitas varians dari error (homoskedastisitas). Homoskedastisitas berarti bahwa variansi error bersifat konstan (tetap) atau disebut juga identic. Kebalikannya adalah kasus heteroskedastisitas, yaitu jika kondisi variansi error (atau  $Y$ ) tidak identic (Setiawan dan Kursini, 2010).

Heteroskedastisitas adalah suatu gejala dimana residual dari suatu persamaan regresi berubah-ubah pada suatu rentang data tertentu. Sebagaimana diketahui residu dihasilkan dari regresi yang digunakan dalam penelitian. Heteroskedastisitas biasanya muncul pada data cross section dan jarang terjadi pada data time series (deret waktu). Instuisinya karena data cross section dibentuk dari suatu individu yang berbeda-beda pada satu waktu tertentu. Biasanya setiap individu memiliki karakteristik yang dipengaruhi secara tetap oleh variabel lainnya. Sebagai contoh, konsumsi individu dipengaruhi oleh pendapatan. Jika kita melakukan regresi pada kedua variabel ini, akan didapatkan parameter yang tetap untuk seluruh variabel. Perubahan-perubahan variabel individu ini tentunya akan terekam dalam residu. Peningkatan pendapatan tentunya akan meningkatkan konsumsi. Jika parameter yang dihasilkan tidak bisa, maka kita dapat melihat

residu yang tetap untuk semua individu. Tetapi jika kita mendapatkan parameter yang bisa, residu akan merekam pola peningkatan konsumsi atau peningkatan pendapatan tidak proporsional. Akibatnya residu akan berubah-ubah sesuai dengan tingkat pendapatan atau peningkatan konsumsi. Gejala residu yang berubah-ubah menurut pola variabel independen tertentu (jika pendapatan meningkat maka residu akan meningkat) disebut sebagai gejala heteroskedastik. Oleh sebab itu hampir semua metode untuk mendeteksi heteroskedastik menggunakan cara meregresi kuadrat residu terhadap variabel independent (Ekananda, 2015).

Asumsi penting (Gauss Markov) dalam penggunaan least square adalah variansi residual yang konstan. Variansi dan residual tidak berubah dengan berubahnya satu atau lebih variabel bebas. Jika asumsi ini terpenuhi, maka residual disebut homoskedastisitas, jika tidak disebut heteroskedastisitas. Secara grafis hal ini ditunjukkan pada gambar berikut (Ariefianto, 2012).



(Sumber: Ariefianto)

**Gambar 2. 1. Residual dengan sifat homoskedastisitas**

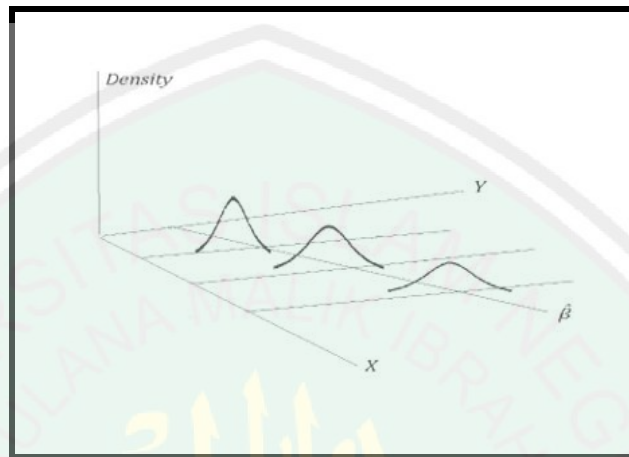
Secara formal homoskedastisitas dinyatakan sebagai : Ariefianto, 2012)

$$\text{Var}(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2$$

Jika asumsi ini terlanggar maka terjadi heteroskedastisitas yang dapat dinyatakan

$$\text{Var}(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma_i^2$$

dimana indeks  $i$  menunjukkan bahwa varians berubah dari observasi ke observasi (bersifat variabel). Kondisi heteroskedastisitas dapat diperlihatkan secara grafis sebagai berikut :



(Sumber: Ariefianto)

**Gambar 2. 2. Residual dengan sifat heteroskedastisitas**

Secara simbolis kita mengekspresikan heteroskedastisitas sebagai

$$E(u_i^2) = \sigma_i^2$$

Perhatikan lagi subskrip pada  $\sigma^2$ , yang merupakan pengingat bahwa varians  $u_i$ , tidak lagi konstan tapi bervariasi dari observasi ke observasi (Gujarati, 2006). Didapatkan dari sumber yang berbeda, adanya unsur heteroskedastisitas dapat mengakibatkan seperti berikut : (Firdausi, 2004).

### 2.3.1 Akibat Terjadinya Heteroskedastisitas

Terdapatnya heteroskedastisitas tidak berarti bentuk regresi lemah, apabila dengan adanya heteroskedastisitas tetap digunakan regresi dengan cara *Ordinary Least Square* (OLS) terus maka akan didapatkan persamaan tidak bias dari koefisien hasil estimasi  $\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2$  sampai  $\hat{\alpha}_k$ , namun nilai koefisien tersebut berfluktuasi lebih tajam dari pada nilai sebenarnya. Dengan demikian, apabila

persamaan itu diperbarui ulang dengan sampel-sampel yang digunakan berbeda atau dengan menambah data, maka nilai rata-ratanya dari koefisien hasil estimasi akan berbeda secara signifikan. Karena ayunan cukup melebar terhadap koefisien dari hasil estimasi, jadi suatu kesalahan pada taksiran tunggal yang ada pada setiap persamaan yang telah diperbaharui juga akan berubah-ubah secara melebar pula maka dari itu taksirannya menjadi tidak baik (tidak efisien) dari pada seharusnya. Dengan model tanpa heteroskedastisitas maka rata-rata kesalahan taksiran dalam jangka Panjang akan konstan (tetap). Model taksiran dapat dikatakan baik apabila koefisien estimasi tersebut tidak bias juga bahwa taksiran tunggal dari model berubah dalam suatu jarak yang tidak melebar. Hal ini yang disebut dengan konsep tak bias dan estimator yang baik (efisien). Dilihat pada contoh berikut ini akan didapatkan koefisien taksiran yang tidak bias dalam konteks model 2 variabel dengan deviasi (Gujarati, 2006).

Untuk  $\hat{a}_1$

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_1 &= \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \\
 &= \frac{\sum X_i (\hat{a}_1 X_i + e_i)}{\sum X_i^2} \\
 &= \frac{\hat{a}_1 \sum X_i X_i}{\sum X_i^2} + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2} \\
 &= \frac{\hat{a}_1 \sum X_i^2}{\sum X_i^2} + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2}
 \end{aligned}$$

$$= \hat{a}_1 + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2}$$

$$E(\hat{a}_1) = \hat{a}_1$$

Untuk  $\hat{a}_k$

$$\begin{aligned} \hat{a}_k &= \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \\ &= \frac{\sum X_i (\hat{a}_k X_i + e_i)}{\sum X_i^2} \\ &= \frac{\hat{a}_k \sum X_i X_i}{\sum X_i^2} + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2} \\ &= \frac{\hat{a}_k \sum X_i^2}{\sum X_i^2} + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2} \\ &= \hat{a}_k + \frac{\sum X_i e_i}{\sum X_i^2} \end{aligned}$$

$$E(\hat{a}_k) = \hat{a}_k$$

Dapat dilihat bahwa varians dari error tidak dipengaruhi dalam pembuktian penaksiran-penaksiran dengan Ordinary Least Square adalah tidak bias. Dalam persamaan tersebut memiliki asumsi homoskedastisitas. Namun jika asumsi itu terlanggar, maka akan terjadi unsur heteroskedastisitas sehingga varians penaksirannya menjadi (Sarwoko, 2005).

$$Var(\hat{a}_1) = \frac{\sum X_i^2 \hat{\sigma}_i^2}{(\sum X_i^2)^2}$$

### 2.3.2 Uji Heteroskedastisitas dengan Uji Park

Terdapat beberapa uji heteroskedastisitas, salah satunya adalah uji park. Metode ujitersebut dilakukan dengan cara meregresikan nilai logaritma natural dari kuadrat *error* dengan variabel-variabel independen. Prosedur pengujiannya sebagai berikut (Gujarati dan Porter, 2009: 387):

Hipotesis :

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma^2$$

Statistik uji :

$$\ln(\varepsilon^2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon$$

dimana :

$\varepsilon$  : nilai *error*

$\ln(\varepsilon^2)$  : nilai kuadrat *error* yang ditransformasikan dalam logaritma natural

$\beta_0$  : Konstanta

$\beta_1$  : Koefisien regresi dari variabel  $X_1$

Keputusan :

Tolak  $H_0$  apabila signifikan variabel  $< \alpha$ , dimana  $\alpha$  taraf signifikan.

Kesimpulan :

Tolak  $H_0$  artinya data memiliki pengaruh heteroskedastisitas.



## 2.4 Regresi Kuantil Median

Regresi kuantil median merupakan suatu pendekatan dalam analisis regresi yang dikenalkan oleh Koenker dan Basset (1978). Pendekatan ini menduga berbagai fungsi kuantil dari suatu distribusi  $Y$  sebagai fungsi  $X$ . Regresi kuantil median sangat berguna jika distribusi data tidak homogen (*heterogenous*) dan tidak berbentuk standar seperti tidak simetris, terdapat ekor pada sebaran, atau *truncated distribution*.

$$q_Y(\mu) := F_Y^{-1}(\mu) = \inf\{y: F_Y(y) \geq \mu\}$$

Sehingga  $100 \mu(100(1 - \mu))$  dari masa peluang  $Y$  berada dibawah atau diatas  $q_Y(\mu)$ .

Dalam regresi kuantil median, kuantil ke- $\mu$  dari  $F_Y$  dapat diperoleh dengan meminimalkan jumlah kuadrat sisaan untuk mencari nilai dugaan bagi  $\beta$ , menggunakan fungsi berikut terhadap  $q$  (Koenker dan Baset, 1978).

$$\begin{aligned} & \mu \int_{y>q} |y - q| dF_Y(y) + (1 - \mu) \int_{y<q} |y - q| dF_Y(y) \\ &= \mu \int_{y>q} |y - q| dF_Y(y) - (1 - \mu) \int_{y<q} |y - q| dF_Y(y) \end{aligned}$$

dengan meminimumkan fungsi di atas, akan diperoleh persamaan berikut :

$$\begin{aligned} 0 &= -\mu \int_{y>q} dF_Y(y) + (1 - \mu) \int_{y<q} dF_Y(y) \\ &= -\mu[1 - F_Y(q)] + (1 - \mu)F_Y(q) \\ &= -\mu + F_Y(q) \\ F_Y(q) &= \mu \end{aligned}$$

sehingga kuantil ke- $\mu$  merupakan solusi dari  $F_Y$ .

Jika  $Y$  sebagai fungsi dari  $X$  yang telah diketahui, memiliki peluang  $F_{Y|X}(y)$ , kuantil ke- $\mu$  dari fungsi tersebut dapat dituliskan sebagai  $Q_{Y|X}(\mu) := F_{Y|X}^{-1}(\mu)$ .  $Q_{Y|X}(\mu)$  merupakan fungsi dari  $X$  dan diselesaikan dengan persamaan berikut:

$$\min_q \mu \int_{y>q} |y - q| dF_Y(y) + (1 - \mu) \int_{y<q} |y - q| dF_{Y|X}(y)$$

$Q_{Y|X}(0,5)$  adalah median  $Y$  (sebagai fungsi dari  $X$ ) yang menunjukkan titik simetri dari  $F_{Y|X}$ ; untuk  $\mu$  mendekati 0 atau 1,  $Q_{Y|X}(\mu)$  menunjukkan ekor kiri (kanan) dari  $F_{Y|X}$  (Koenker dan Basset, 1978).

Jika  $Q_{Y|X}(\mu)$  adalah fungsi linier  $X'\beta$  maka persamaan diatas akan menjadi:

$$\min_{\hat{\alpha}} \left[ \mu \int_{y>X'\beta} |y - X'\beta| dF_Y(y) + (1 - \mu) \int_{y<X'\beta} |y - X'\beta| dF_Y(y) \right]$$

solusi dari persamaan ini dinotasikan sebagai  $\beta_\mu$  dan kuantil  $Y$  (sebagai fungsi dari  $X$ ) kuantil ke- $\mu$  adalah  $Q_{Y|X}(\mu) = X'\beta_\mu$ .

Persamaan umum regresi kuantil median husus untuk kuantil bersyarat  $Q_{Y_i}(\mu|x_1, x_2, \dots, x_{\tilde{n}i})$  dari variable respon  $y_i$  adalah

$$y_i = \beta_{\mu 0} + \beta_{\mu 1}x_{1i} + \dots + \beta_{\mu p}x_{pi} + \beta_{\mu i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dimana :

$y_i$ : variabel dependen pada pengamatan ke- $i$

$x_{pi}$ : variable independent ke- $p$  pada pengamatan ke- $i$

$\beta_{\mu p}$ : parameter regresi pada variable ke- $p$  pada kuantil ke- $\mu$

atau secara umum dapat dituliskan sebagai

$$y_i = x_i'\beta_\mu + \beta_{\mu i}$$

Penduga bagi  $\hat{\alpha}$  dari regresi kuantil ke- $\mu$  diperoleh dengan meminimumkan jumlah nilai mutlak dari residual dengan pembobot  $\mu$  untuk residual positif dan pembobot  $(1 - \mu)$  untuk residual negatif yaitu sebagai berikut:

$$\beta_\mu = \min_{\beta} \left[ \mu \sum_{y_i \geq x'_i \beta} |y_i - x'_i \beta| + (1 - \mu) \sum_{y_i < x'_i \beta} |y_i - x'_i \beta| \right]$$

Misal  $\tilde{n}_\mu$  menjadi fungsi sedemikian sehingga  $\tilde{n}_\mu(\beta) = \mu_\beta$  jika  $\beta \leq 0$  dan  $\tilde{n}_\mu(\beta) = (\mu - 1)\beta$  jika  $\beta < 0$ . Fungsi  $\tilde{n}_\mu(\beta)$  disebut sebagai fungsi *check* dimana  $\beta$  adalah residual, dalam hal ini adalah  $(y_i - x'_i \beta)$  dan  $\mu$  adalah indeks kuantil dengan  $\mu \in (0,1)$ .

Kemudian

$$\min_{\beta} \left[ \mu \int_{y > X' \beta} |y - X' \beta| dF_Y(y) + (1 - \mu) \int_{y < X' \beta} |y - X' \beta| dF_Y(y) \right]$$

dapat dituliskan sebagai berikut

$$\beta_\mu = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n \tilde{n}_\mu(y_i - x'_i \beta)$$

Solusi dari persamaan ini tidak dapat diperoleh secara analitik tetapi dilakukan secara numarik. Persamaan di atas dapat dinyatakan sebagai masalah optimasi dengan meminimumkan fungsi *check*, metode yang digunakan untuk menyelesaikan diantaranya adalah metode simpleks, metode *smoothing* dan metode *interior point* (Koenker, 2005).

## 2.5 Kajian Matematika dalam Al-qur'an

Seperti yang telah dibahas sebelumnya, ada beberapa ayat Al-qur'an yang menyinggung penelitian ini, yakni : Surat ash-Shaffat ayat 147 menginspirasi estimasi, ayat ini menceritakan tentang kisah Nabi Yunus yang keluar dari

kaumnya ketika akan disiksa oleh kaumnya sebelum mendapat perintah dari Allah SWT untuk Hijrah. Kemudian Nabi Yunus mendapatkan balasan dari Allah SWT. Setelah itu, Nabi Yunus diutus kembali kepada kaumnya. “Kami mengutusnyanya” yakni menugaskannya lagi “kepada seratus ribu orang atau lebih” jika kamu melihat mereka sekali pandang (Shihab,2003:83).

Pada Lafadz **وَأَلْفٍ يَزِيدُونَ** yang artinya “seratus atau lebih” merupakan contoh suatu kisaran. Hal ini seperti seseorang ditanya berapa banyak mahasiswa UIN yang ikut seminar, dan orang tersebut menjawab 300 atau lebih, jawaban tersebut merupakan dugaan menurut pandangannya, karena orang tersebut tidak bisa memberikan jawaban yang pasti. Sama halnya dengan **وَأَلْفٍ يَزِيدُونَ** pada surat Ash Shaffat ayat 147, jika seseorang menanyakan berapa banyak umat Nabi Yunus secara pasti, maka orang tersebut hanya dapat menduga banyaknya karena ayat tersebut tidak ada kejelasan dalam menerangkan banyak umat Nabi Yunus. Terdapat berbagai pendapat dalam menafsirkan **وَأَلْفٍ يَزِيدُونَ** anatar lain sebagai berikut :

3. Shihab dalam Tafsir al-Misbah (2003:84)

Kata **وَأ** yang artinya “atau” pada kalimat **وَأَلْفٍ يَزِيدُونَ**, lebih ditafsirkan oleh ulama dengan artian “bahkan”, ada juga yang menafsirkan “dan”. Jika diartikan “atau”, maka ayat ini seperti mereka menyatakan mereka sebanyak seratus atau lebih. Jika dipahami dalam arti “dan” atau “bahkan”, maka bisa diartikan beliau diutus kepada dua kelompok, yakni seratus ribu orang adalah orang-orang Yahudi penduduk negeri Nainawa,

yang ketika itu berada dalam tawanan kerajaan Asyur, sedang yang lebih adalah selain orang Yahudi yang bermukim juga dinegeri itu.

4. Hamka dalam Tafsir al-azhar (1981:194)

Tafsir ini menceritakan bahwa setelah Nabi Yunus sehat dan kuat kembali, dia diperintahkan Tuhan melaksanakan perintah, yaitu mendatangi dan melakukan dakwah kepada kaumnya di negeri Ninive ini, yang berjumlah seratus ribu orang atau lebih, artinya lebih dari seratus ribu kaum, dan tidak mungkin kurang dari itu.

5. Al-Mahally dan As-Syuyuthi, dalam tafsir jalalain (1990:1946)

Menjelaskan bahwa وَأَرْسَلْنَاهُ (dan kami utus dia) kepada kaum Bunainawiy إِلَى مِائَةٍ (kepada seratus ribu orang) bahkan وَأَيُّزِيدُونَ (atau lebih dari itu) yakni lebihnya dua puluh atau tiga puluh atau tujuh puluh ribu orang. Para ulama memperkirakan jumlah umat Nabi Yunus dengan jumlah yang berbeda-beda, meskipun demikian tidak ada yang mengatakan kurang dari seratus ribu orang.

Dari ketiga penafsiran diatas dapat disimpulkan bahwa terdapat suatu penggunaan istilah pendugaan pada surat Ash Shaffat ayat 147. Dari penjelasan diatas telah dibuktikan bahwa Al-Quran tidak hanya berbicara tentang ilmu-ilmu agama saja, akan tetapi juga berbicara konsep-konsep ilmu statistik. Namun, dalam Al-Quran konsep-konsep ilmu statistik tidak disajikan secara langsung, akan tetapi berupa pengetahuan yang membutuhkan penafsiran secara mendalam.



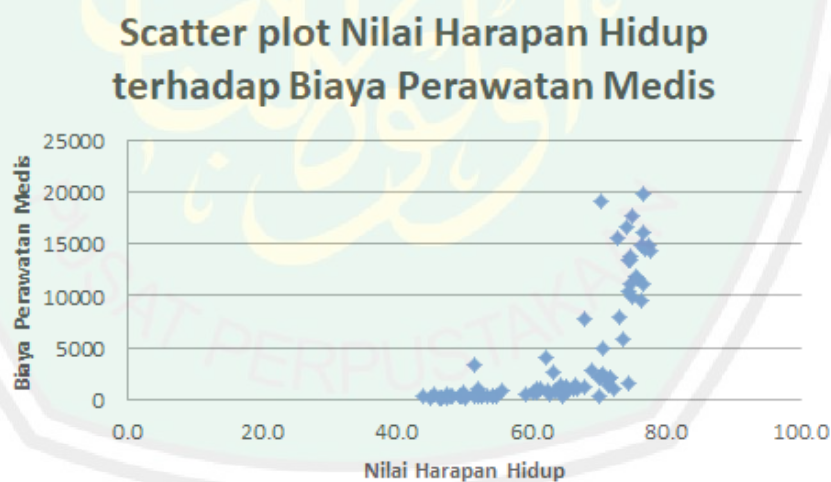
## BAB III

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 3.1 Deskripsi Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data yang bersumber dari Skripsi model regresi non linier dan penerapannya milik Silvester Arista Susianto yang dikutip dari *Procedia Economic and Finance* (2014) dan memiliki dua variabel yaitu variabel bebas (X) yang merupakan nilai harapan hidup sebagai rata-rata jumlah tahun seseorang dapat berharap untuk hidup jika ia berada pada usia tertentu, sedangkan variabel tak bebas (Y) didefinisikan sebagai peluang konsumsi dan tabungan yang diperoleh suatu kesatuan dalam jangka waktu tertentu, yang secara umum dinyatakan dalam satuan mata uang.

Didapat Scatter Plot sebagai berikut :



(Sumber : Output Excel)

Gambar 3. 1. Scatter Plot Data

Dari gambar diatas menunjukkan bahwa data adalah non linier dibuktikan dengan pola sebaran data variabel independen tidak mengikuti garis linier terhadap variabel dependen.



### 3.2 Regresi Eksponensial dan Uji Heteroskedastisitas

Model yang digunakan dalam analisis regresi adalah model regresi nonlinier eksponensial :

$$Y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 X_i} \cdot \varepsilon_i$$

Kemudian dilakukan transformasi dengan melalui pengambilan logaritmanya, sebagai berikut :

$$\ln Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \ln \varepsilon_i$$

Dapat ditulis dengan bentuk matriks sebagai berikut:

$Z = X\beta + e$  dengan:

$$Z = \begin{bmatrix} \ln Y_1 \\ \ln Y_2 \\ \vdots \\ \ln Y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & X_1 \\ 1 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & X_n \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} \ln \varepsilon_1 \\ \ln \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \ln \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Berikut adalah hasil output SPSS pada data yang diduga mengalami heteroskedastisitas, data nilai harapan hidup dan biaya perawatan medis:

**Coefficients<sup>a</sup>**

| Model |                     | Unstandardized Coefficients |            | Standardized Coefficients | t      | Sig. |
|-------|---------------------|-----------------------------|------------|---------------------------|--------|------|
|       |                     | B                           | Std. Error | Beta                      |        |      |
| 1     | (Constant)          | -5570.847                   | 2153.419   |                           | -2.587 | .014 |
|       | Nilai Harapan Hidup | 135.345                     | 34.238     | .540                      | 3.953  | .000 |

a. Dependent Variable: ABS\_Res3

(Sumber: output SPSS)

**Gambar 3. 2.** Hasil Uji Park Heteroskedastisitas

Berdasarkan tabel output SPSS di atas maka dapat dilihat signifikansi nilai harapan hidup adalah 0.000 yang berarti lebih kecil dari  $\alpha$  yaitu 0.05 dengan begitu dapat disimpulkan bahwa data tersebut mengalami heteroskedastisitas.

Dari Gambar 3.2 dapat diketahui model logaritma dan eksponensialnya adalah sebagai berikut :

$$\ln Y_i = -5570.847 + 135.345X_i + \ln \varepsilon_i$$

### 3.3 Metode Regresi Kuantil Median

Regresi kuantil median adalah regresi yang mendefinisikan median sebagai solusi untuk meminimumkan jumlah absolut residual, regresi kuantil median adalah salah satu metode analisi yang tidak akan terpengaruh pada masalah heteroskedastisitas, sehingga metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah heteroskedastisitas.

Berikut ini adalah hasil estimasi dengan regresi kuantil median menggunakan *software R* :

Tabel 3. 1. Hasil Regresi Kuantil Median

| Peubah | Kuantil | Koefisien | t-stat |
|--------|---------|-----------|--------|
| X      | 0.15    | 1.03      | 1.95   |
|        | 0.20    | 0.99      | 2.77   |
|        | 0.25    | 1.38      | 0.00   |
|        | 0.30    | 1.43      | 4.29   |
|        | 0.35    | 1.40      | 4.36   |
|        | 0.40    | 1.53      | 4.45   |
|        | 0.45    | 1.50      | 0.00   |
|        | 0.50    | 1.38      | 3.50   |
|        | 0.55    | 1.41      | 4.72   |
|        | 0.60    | 1.46      | 6.70   |
|        | 0.65    | 1.40      | 6.05   |
|        | 0.70    | 1.39      | 3.90   |
|        | 0.75    | 1.27      | 3.97   |
|        | 0.80    | 1.22      | 1.88   |
|        | 0.85    | 1.20      | 1.86   |

(Sumber: Output Software R)

Pada tabel di atas, hasil pengujian koefisien regresi dugaan untuk  $X$  menunjukkan kuantil median terdapat pada kuantil 0.50 dimana memiliki nilai koefisien 1.38.

Berdasarkan dari penjelasan di atas maka hasil koefisien  $X$  menghasilkan model regresi kuantil median seperti berikut :

$$Z_i = 1.38X_1 + \varepsilon_i$$

$$\ln Y_i = 1.38X_i + \varepsilon_i$$

$$Y_i = e^{1.38X_i + \varepsilon_i}$$

$$= e^{(1.38X_i)} \varepsilon_i$$

Setelah melakukan estimasi dengan regresi kuantil median, selanjutnya akan dilakukan pengujian heteroskedastisitas pada data hasil uji regresi kuantil median dengan menggunakan uji park dan menggunakan bantuan aplikasi SPSS:

| Coefficients <sup>a</sup> |                     |                             |            |                           |      |
|---------------------------|---------------------|-----------------------------|------------|---------------------------|------|
| Model                     |                     | Unstandardized Coefficients |            | Standardized Coefficients | Sig. |
|                           |                     | B                           | Std. Error | Beta                      |      |
| 1                         | (Constant)          | -2.444                      | 2.727      |                           | .386 |
|                           | Nilai harapan hidup | 2.823                       | 2.033      | .359                      | .188 |

a. Dependent Variable: ABS\_Res1

(Sumber: Output SPSS)

Gambar 3. 3. Hasil Uji Park Heteroskedastisitas

Berdasarkan tabel output SPSS di atas maka dapat dilihat signifikansi nilai harapan hidup adalah 0.188 yang berarti lebih besar dari  $\alpha$  yaitu 0.05 dengan begitu dapat disimpulkan bahwa data tersebut mengalami homoskedastisitas.

## BAB IV

### PENUTUP

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan kemampuan metode regresi kuantil median dalam menyelesaikan permasalahan heteroskedastisitas dilihat pada hasil uji heteroskedastisitas pada *error* data setelah dilakukan analisis regresi kuantil, kemudian dilakukan analisis regresi kuantil median, data yang semula mengandung heteroskedastisitas menjadi tidak mengandung heteroskedastisitas atau dengan kata lain memenuhi homoskedastisitas. Hal ini menunjukkan bahwa regresi kuantil median mampu untuk menangani heteroskedastisitas pada data dan menghasilkan model regresi kuantil median pada studi kasus nilai harapan hidup terhadap biaya perawatan medis:

$$Y_i = e^{(1.38X_i)} \varepsilon_i$$

#### 5.2 Saran

Dalam penelitian ini menggunakan model regresi non linier dan pengujian heteroskedastisitas adalah uji park serta transformasi yang digunakan adalah metode regresi kuantil median. Bagi pembaca yang ingin melakukan penelitian serupa, dapat dengan menggunakan metode yang lain dengan beberapa uji yang lain seperti *Rank Sperman*, uji *white* dan yang lain-lain.

## DAFTAR RUJUKAN

- Algifari, dan Badrudin, Rudy. 1992. *Matematika Ekonomi*. Yogyakarta: Bagian Penerbitan Se.
- Al-Mahalli, Imam Jalalud-din dan Imam Jalalud-din As-Suyuthi. 1990. *Tafsir Al-jalalain jilid 1 Terjemahan Bahrur Abubakar*. Bandung: Sinar Baru.
- Ariefianto, M. D. 2012. *Ekonometrika Esensi dan Aplikasi dengan Menggunakan EViews* New York: John Wiley & Sons.
- Aziz, A. 2010. *Ekonometrika Teori & Praktik Eksperimen dengan Matlab*. Malang: Uin-Maliki Press.
- Davino, C., Furno, M. and Vistoco, D. 2014. *Quantile Regresion Theory And Application*, India: Pondicherry.
- Ekananda, M. 2015. *Ekonometrika Dasar Untuk Penelitian Dibidang Ekonomi, Sosial dan Bisnis*. Jakarta: Mitra Wacana Media.
- Firdausi, M. 2004. *Ekonometri Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Gujarati, D. N. 2006. *Dasar - dasar Ekonometrika Edisi Ketiga*. Jakarta: Erlangga.
- Koenker, Roger dan Gibert Basset. 1978. *Econometrica*. 1. 46.
- Koenker, R. 2005. *Quantile Regression*. London: Cambridge University Press.
- Leliana, A. (2014, desember 19). *Berbagi Ilmu*. Retrieved from Penjelasan Surah Ar-Ra'd ayat 11:  
<http://kumpulantugassekolahdankuliah.blogspot.co.id/2014/12/penjelasan-surah-ar-rad-ayat-11.html>, diakses 28 agustus 2017.
- Mustafa, Ahmad. 1994. *Tafsir Al-Maraghi*, Semarang: CV Toha Putra Semarang.
- Porter, D. N. Gujarat dan D.C. (2009). *Basic Econometrics Fifth Edition*. New York: Me Graw Hill.
- Prasetya, Ida Ayu. 2013. *Regres Kuantil Median Untuk Mengatasi Heteroskedastisitas Pada Analisis Regresi*. Bali: Universitas Udayana.
- Salim, dan Said. 1988. *Terjemahan singkat tafsir ibnu katsir*, Kuala Lumpur: Victory Agencie.

- Sarwoko. 2005. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Yogyakarta: CV Andi Offset.
- Setiawan, dan Kursini. Dwi Endah. 2010. *Ekonometrika*. Yogyakarta: C.V Andi.
- Susianto, Silvester Arista, 2019. *Model Regresi Non Linier dan Penerapannya*. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma
- Shihab, M Quraish. 2003. *Tafsir Al-Misbah*. Jakarta: Lentera Hati.
- Suliyanto. 2011. *Ekonometrika Terapan Teori dan Aplikasi dengan SPSS*. Yogyakarta: C.V Andi Offset
- Sunyoto, Danang. 2011. *Matematika Ekonomi & Bisnis*. Yogyakarta: Caps.





## LAMPIRAN

Lampiran 1 Data Penelitian

| No  | Nilai Harapan<br>Hidup | Biaya<br>Perawatan<br>Medis | No  | Nilai Harapan<br>Hidup | Biaya<br>Perawatan<br>Medis |
|-----|------------------------|-----------------------------|-----|------------------------|-----------------------------|
| 1.  | 71.8                   | 2046                        | 21. | 52.6                   | 248                         |
| 2.  | 60.2                   | 686                         | 22. | 67.9                   | 7794                        |
| 3.  | 76.4                   | 14826                       | 23. | 72.3                   | 994                         |
| 4.  | 75.9                   | 11760                       | 24. | 59.3                   | 522                         |
| 5.  | 73.2                   | 7944                        | 25. | 53.6                   | 384                         |
| 6.  | 49.8                   | 296                         | 26. | 70.7                   | 4956                        |
| 7.  | 51.6                   | 3288                        | 27. | 74.6                   | 13408                       |
| 8.  | 50.3                   | 156                         | 28. | 71.3                   | 1974                        |
| 9.  | 52.6                   | 482                         | 29. | 62.1                   | 3964                        |
| 10. | 64.5                   | 1456                        | 30. | 45.5                   | 420                         |
| 11. | 52.6                   | 324                         | 31. | 44.0                   | 252                         |
| 12. | 62.8                   | 462                         | 32. | 71.4                   | 1472                        |
| 13. | 50.3                   | 292                         | 33. | 52.0                   | 744                         |
| 14. | 75.7                   | 11923                       | 34. | 63.5                   | 780                         |
| 15. | 48.0                   | 294                         | 35. | 70.4                   | 19182                       |
| 16. | 48.3                   | 244                         | 36. | 74.7                   | 11076                       |
| 17. | 63.2                   | 2560                        | 37. | 60.8                   | 1078                        |
| 18. | 55.0                   | 392                         | 38. | 52.2                   | 980                         |

|     |      |      |     |      |       |
|-----|------|------|-----|------|-------|
| 19. | 66.8 | 1094 | 39. | 74.1 | 16624 |
| 20. | 66.3 | 1038 | 40. | 75.0 | 9898  |

(Sumber: Skripsi Silvester, 2019)



## RIWAYAT HIDUP



Yusri Faizzatin Nabilla, biasa dipanggil Nabilla atau Bella, lahir di Jember pada tanggal 04 agustus 1996, dia merupakan anak kedua dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Mustaqim dan Ibu Khusnaliyah serta saudara kandung bernama Ahmad Nasucha yang bertempat tinggal di dusun Krajan 1 desa Karangduren RT.04 RW.03 kecamatan Balung kabupaten Jember.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SD NU XI YASINAT dan lulus pada tahun 2007, kemudian dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMPN 1 Balung dan lulus pada tahun 2010. Setelah itu dia melanjutkan pendidikan SLTA di MAN 1 Jember pada program penjurusan IPA, selanjutnya dia menempuh pendidikan Strata 1 (S1) di Universitas Islam Negerri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SNMPTN dengan jurusan matematika di fakultas Sains dan Teknologi, selama menempuh pendidikannya di kampus dia aktif dalam kegiatan intra kampus yaitu menjabat di bagian devisi Minat dan Bakat Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Integral Matematika UIN Maulana Malik Ibrahim Malang periode 2015-2016 dan menjabat di bagian devisi Kemendagri Dewan Eksekutif Mahasiswa (DEMA) Fakultas Sains dan Teknologi UIN Maulana Malik Ibrahim Malang periode 2016-2017.



**KEMENTERIAN AGAMA RI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI**  
**MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG**  
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933**

### **BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Yusri Faizzatin Nabilla  
NIM : 13610011  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika  
Judul Skripsi : Penggunaan Metode Regresi Kuantil Median untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Non Linier (Studi Kasus Pada Nilai Harapan Hidup Terhadap Biaya Perawatan Medis)  
Pembimbing I : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd  
Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, MA

| No  | Tanggal          | Hal                            | Tanda Tangan |
|-----|------------------|--------------------------------|--------------|
| 1.  | 28 Desember 2017 | Konsultasi BAB I, II dan III   | 1.           |
| 2.  | 5 Januari 2018   | ACC BAB I, II, dan III         | 2.           |
| 3.  | 5 Februari 2018  | Konsultasi Kajian Agama        | 3.           |
| 4.  | 29 Mei 2017      | Konsultasi Agama BAB II        | 4.           |
| 5.  | 16 Januari 2018  | Revisi Kajian Agama            | 5.           |
| 6.  | 5 Maret 2018     | ACC Kajian Agama               | 6.           |
| 7.  | 11 Juli 2018     | ACC Seminar Proposal           | 7.           |
| 8.  | 7 Agustus 2019   | Konsultasi BAB IV dan V        | 8.           |
| 9.  | 4 November 2019  | ACC BAB IV dan V               | 9.           |
| 10. | 6 November 2019  | Konsultasi Kajian Agama BAB IV | 10.          |
| 11. | 6 November 2019  | Revisi Kajian Agama BAB IV     | 12.          |
| 13. | 4 Desember 2019  | ACC Keseluruhan                | 13.          |

Malang, 12 Desember 2019  
Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19770521 200501 2 004