PENERAPAN MODEL *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* PADA DATA INFLASI (INDEKS HARGA KONSUMEN)

SKRIPSI

OLEH
NUR ALIFATUL MUNAWWAROH
NIM. 15610043

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG

2020

PENERAPAN MODEL *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* PADA DATA INFLASI (INDEKS HARGA KONSUMEN)

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Nur Alifatul Munawwaroh
NIM. 15610043

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

PENERAPAN MODEL *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* PADA DATA INFLASI (INDEKS HARGA KONSUMEN)

SKRIPSI

Oleh
Nur Alifatul Munawwaroh
NIM. 15610043

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 17 Desember 2020

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ria Dhea Layla N.K., M.Si	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19900709 20180201 2 228	NIP. 19630501987031005

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 19650414 200312 1 001

PENERAPAN MODEL *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE* PADA DATA INFLASI (INDEKS HARGA KONSUMEN)

SKRIPSI

Oleh
Nur Alifatul Munawwaroh
NIM. 15610043

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 17 Desember 2020

Penguji Utama	:	Dr. Sri Harini, M.Si	....
Ketua Penguji	:	Abdul Aziz, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	....

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nur Alifatul Munawwaroh

NIM : 15610043

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Penerapan Model *Markov Switching Autoregressive* pada Data Inflasi (Indeks Harga Kosumen)

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 07 Oktober 2020

Yang membuat pernyataan

METERAI TEMPEL
87ADCAHF891218545
6000 ENAM RIBU RUPIAH

Nur Alifatul Munawwaroh

NIM. 15610043

MOTTO

“ . . . dan jangan kamu berputus asa dari rahmat Allah . . .”

(Qs. Yusuf : 83)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Abah Thohir dan Ibu Ruqiyatin, yang senantiasa memberikan dukungan serta istiqomah mendoakan, memberikan nasihat, semangat dan kasih sayang yang tidak ternilai. Keluarga besar, kakak – kakak dan adik – adik yang selalu ada untuk memberikan semangat kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan segala nikmat, rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu persyaratan untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam selalu tercurahkan kepada Baginda Nabi Muhammad Saw yang telah menuntun kita dari jaman kegelapan menuju ke jalan yang terang benderang yaitu agama islam

Penulisan skripsi ini tidak dapat terselesaikan tanpa adanya bimbingan, bantuan, dorongan, saran serta do'a dari berbagai pihak. Atas selesainya penyusunan skripsi ini, penulis mengucapkan terimakasih kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M. Si selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi UIN Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M. Si selaku Ketua Jurusan Matematika UIN Malang.
4. Ibu Ria Dhea Layla. N.K, M.Si selaku dosen pembimbing I yang telah membimbing saya dan memberikan arahan kepada saya agar dapat menyelesaikan skripsi.
5. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd selaku pembimbing II yang telah memberikan arahan dan juga membimbing saya dalam menyelesaikan skripsi.
6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang

terutama seluruh dosen yang telah memberikan bimbingan selama proses perkuliahan.

7. Semua keluarga yang selalu mendoakan dan memberi dukungan dan semangat dalam keberhasilan penulis
8. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izinn-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca . *Aamiin*

Wassalam'ualaikum Warohmatullahi Wabarokatuh

Malang, 31 Desember 2020

penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Munawwaroh, Nur Alifatul. 2020. **Penerapan Model *Markov Switching Autoregressive* pada Data Inflasi (Indeks Harga Konsumen)**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

Kata kunci : Model MSAR, Inflasi (Indeks Harga Konsumen), Metode *Maximum Likelihood*, Proses *filtering*, Proses *smoothing*.

Model runtun waktu *Markov Switching Autoregressive* adalah salah satu model runtun waktu yang merupakan perluasan dari model *Autoregressive* (AR). Model MSAR dapat digunakan untuk menghitung peluang transisi (peluang perpindahan *state*) dan menghitung rata-rata lama untuk masing-masing *state*. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah data inflasi (Indeks Harga Konsumen). Tujuan penelitian ini adalah mengetahui model terbaik serta hasil implementasi model MSAR pada data Inflasi (Indeks Harga Konsumen). Metode yang digunakan untuk estimasi parameter MSAR adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan dibantu proses *filtering* dan proses *smoothing*. Proses *filtering* digunakan untuk mendapatkan nilai peluang suatu *state* pada saat t berdasarkan data pengamatan. Proses *smoothing* adalah lanjutan dari proses *filtering*. Model MSAR terbaik dapat dilihat dari model yang memiliki nilai AIC yang terkecil. Berdasarkan hasil estimasi parameter MSAR, disimpulkan bahwa model MSAR terbaik pada data inflasi (indeks harga konsumen) adalah MS(2) – AR(2) dengan $\mu_1 = 3{,}321325$ dan $\mu_2 = 3{,}897116$. Data inflasi (indeks data konsumen) memiliki nilai rata-rata bertahan pada *state* apresiasi sebesar $3{,}321325$ hari dan bertahan pada *state* depresiasi sebesar $3{,}897116$ hari.

ABSTRACT

Munawwaroh, Nur Alifatul. 2020. **Application of the Markov Switching Autoregressive Model on Inflation Data (*Indeks Data Konsumen*)**. Essay. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Keywords: MSAR Model, Inflation (*Indeks Data Konsumen*), Maximum Likelihood Method, Filtering Process, Smoothing Process.

The Markov Switching Autoregressive time series model is a time series model which is an extension of the Autoregressive (AR) model. The MSAR model can be used to calculate the probability of a transition (the probability of state movement) and to calculate the average length for each state. The variable of this research is inflation data (*indeks data konsumen*). The purpose of this study is to determine the best model and the results of the implementation of the MSAR model on the inflation data (*indeks data konsumen*). The method that is used to estimate the MSAR parameter is the Maximum Likelihood Estimation (MLE) method with the help of the filtering process and the smoothing process. The filtering process is used to obtain the probability value of a state at time t based on observational data. The smoothing process is a continuation of the filtering process. The best MSAR model can be seen from the model that has the smallest AIC value. Based on the MSAR parameter estimation results, it is concluded that the best MSAR model for inflation data (consumer price index) is MS (2) - AR (2) with $\mu_1 = 3{,}321325$ and $\mu_2 = 3{,}897116$. The inflation data (consumer data index) has an average value of surviving in a state of appreciation of 3.321325 days and of being held in a state of depreciation of 3.897116 days.

ملخص

المنورة ، نور اليفة. 2020. **تطبيق نموذج ماركوف للتبادل الذاتي علىبيانات** التضخم البحث العلمي – سلعة. قسم الرياضيات ،كلية العلوم والتكنولوجيا ،جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالانج المشرفة الأولى (١) ريا ديبا نور حاريسما، الماجستير المشرف الثاني (٢) الدكتور الحاج إمام سوجاروو الماجستير.

الكلمات الرئيسية: نموذج التضخم (مؤشر أسعار المستهلك) ، طريقة الاحتمالية القصوى ، عملية التصفية ، عملية التنعيم

نموذج السلسلة الزمنية *Markov Switching Autoregressive* هو نموذج سلسلة زمنية وهو امتداد لنموذج الانحدار التلقائي .(AR) يمكن استخدام نموذج MSAR لحساب احتمال الانتقال (احتمالية تغيير الحالة) وحساب متوسط الطول لكل حالة. المتغير المستخدم في هذا البحث هو بيانات التضخم (الرقم القياسي لأسعار المستهلك). الغرض من هذه الدراسة هو تحديد أفضل نموذج ونتائج تطبيق نموذج ماركوف للتبديل الذاتي (MSAR) على بيانات التضخم (مؤشر أسعار المستهلك). الطريقة المستخدمة لتقدير معلمة MSAR هي طريقة تقدير الاحتمالية القصوى(MLE) بمساعدة عملية التصفية وعملية التنعيم. تُستخدم عملية التصفية للحصول على القيمة الاحتمالية لحالة في الوقت بناءً على بيانات المراقبة. عملية التنعيم هي استمرار لعملية التصفية. يمكن رؤية أفضل نموذج MSAR من النموذج الذي يحتوي على أصغر القيمة .AICاستنادًا إلى نتائج تقدير معامل MSAR ، استنتج أن أفضل نموذج MSAR في بيانات التضخم (مؤشر أسعار المستهلك) هو MS (2) - AR (2) مع $\mu_1 = 3.321325$ و $\mu_2 = 3.$أن بيانات التضخم (مؤشر بيانات المستهلك) لها قيمة متوسطة للبقاء في حالة تقدير تبلغ 3.321325 اليوم وأن تظل في حالة انخفاض بقيمة 3.897116 اليوم.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kemajuan teknologi dalam bidang ekonomi saat ini sangat berpengaruh dalam kehidupan manusia. Manusia sebagai makhluk sosial tidak dapat terlepas dari berbagai bentuk aktifitas dalam pemenuhan kebutuhan hidup. Kebutuhan hidup manusia diantaranya meliputi kebutuhan hidup jangka panjang yang dapat mengalami perubahan sewaktu-waktu. Manusia secara tidak langsung harus mampu memprediksi segala bentuk perubahan yang akan terjadi di masa yang akan datang.

Menurut Nasution (1999), *forecasting* adalah proses untuk memperkirakan atau memprediksi segala kebutuhan dimasa yang akan datang yang meliputi kebutuhan dalam ukuran kuantitas, kualitas, waktu dan lokasi yang dibutuhkan dalam rangka memenuhi permintaan barang ataupun jasa. Al-Qur'an sebagai pedoman hidup telah memberikan isyarat bahwasanya kehidupan manusia tidak bisa terlepas dari masalah markov (perpindahan), seperti halnya termaktub dalam QS. Ibrahim Ayat 7.

وَاِذْ تَاَذَّنَ رَبُّكُمْ لَىِٕنْ شَكَرْتُمْ لَاَزِيْدَنَّكُمْ وَلَىِٕنْ كَفَرْتُمْ اِنَّ عَذَابِيْ لَشَدِيْدٌ

"*Dan (ingatlah) ketika Tuhanmu memaklumkan, "Sesungguhnya jika kamu bersyukur, niscaya Aku akan menambah (nikmat) kepadamu, tetapi jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), maka pasti azab-Ku sangat berat*."

Pada ayat ini mengandung penjelasan bahwa Orang yang bersyukur adalah orang yang tahu berterima kasih. Bukan sekedar banyak atau sedikitnya rejeki atau nikmat yang sudah diperoleh. Pada pemaparan diatas dijelaskan bahwa sesungguhnya manusia itu berada diantara 2 *state* yaitu manusia yang pandai bersyukur (berterimakasih) atas nikmat Allah atau manusia yang kufur atas nikmat Allah. Pada ayat ini dijelaskan bahwasanya ketika manusia berada pada *state* bersyukur, maka Allah akan menambah nikmatnya. Sedangkan, ketika manusia berada pada *state* kufur maka sesungguhnya azab Allah sangatlah berat.

Perubahan peristiwa dimasa yang akan datang dapat terjadi dalam berbagai bidang, khususnya dalam bidang ekonomi. Indikator yang sangat berpengaruh dalam bidang ekonomi yang menyebabkan stabil dan tidaknya harga dari berbagai jenis kebutuhan pokok adalah ada tidaknya inflasi. Menurut Suparmoko (2000), inflasi merupakan kenaikan harga secara umum dari barang maupun jasa yang hal tersebut merupakan kebutuhan pokok masyarakat sehingga hal tersebut menyebabkan turunnya nilai dan daya jual mata uang suatu Negara. Harga yang membumbung tinggi dapat digambarkan dengan nilai inflasi yang tinggi. Sementara itu, harga yang relatif stabil tergambar dalam angka inflasi yang rendah. Tingkat inflasi adalah kenaikan persentase tahunan dalam tingkat harga umum yang diukur berdasarkan indeks harga konsumen atau indeks harga lainnya. Inflasi bukanlah suatu keadaan yang dapat disimpulkan ketika kenaikan harga hanya terjadi pada satu barang, tetapi bila kenaikan mengakibatkan harga barang dan jasa yang lain juga naik, maka hal tersebut dapat dikatakan sebagai inflasi.

Menurut Lista dan Irawan (2013), data runtun waktu (*time series*) adalah jenis data yang dikumpulkan menurut urutan waktu dalam suatu rentang waktu tertentu. Analisis data runtun waktu merupakan salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilitas keadaan yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan. Pengumpulan dan pencatatan data pada umumnya dilakukan dalam jangka waktu tertentu misalnya tiap bulan, tiap akhir tahun, sepuluh tahun dan sebagainya. Hal yang perlu diperhatikan pada saat pengumpulan dan pencatatan data untuk proses peramalan adalah galat (*error*). Galat merupakan bagian yang tidak terpisahkan dalam peramalan karena hasil prediksi sangatlah jarang dapat sama dengan data sesungguhnya, oleh karena itu, untuk mendapatkan nilai peramalan yang hampir mendekati nilai sesungguhnya, maka nilai galat dibuat seminimal mungkin.

Pemodelan bentuk linier dari deret waktu adalah *Autoregressive model* (AR), *Moving Average Model* (MA), dan model ARMA. Adapun bentuk non linier dari deret waktu diantaranya adalah model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR). Model runtun waktu MSAR adalah salah satu model runtun waktu yang merupakan perluasan dari model AR (Rahman, J, dkk, 2014). Dasar pikiran dibalik model MSAR adalah parameter dari model AR dipengaruhi oleh kondisi (*state*) yang tidak teramati $S_t \in \{1, \dots, M\}$ dengan M adalah banyaknya *state* dalam bidang ekonomi (Gunanjar, B, 2006). Model MSAR dapat digunakan untuk menghitung peluang transisi (peluang perpindahan *state*) dan menghitung rata-rata lama untuk masing-masing *state*.

Beberapa penelitian sebelumnya telah melakukan penelitian dengan menggunakan metode MSAR oleh Rahman,dkk (2014) dengan judul "*Markov Switching Autoregressive*" dengan studi kasus nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah menyimpulkan bahwa model MSAR yang sesuai pada data nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah yaitu MS(3)-AR(1). Hasil peramalan nilai tukar dolar Amerika terhadap rupiah dengan menggunakan model MS(3)-AR(1) tidak terlalu jauh berbeda dengan nilai sebenarnya. Sehingga model yang dibentuk cukup baik digunakan untuk peramalan. Penelitian oleh Devi, F, dkk (2014) dengan studi kasus data nilai tukar rupiah terhadap dolar Amerika menghasilkan kesimpulan bahwa data kurs rupiah terhadap dolar Amerika tidak stasioner dalam *mean* namun stasioner dalam varian, Model MSAR yang paling sesuai adalah MS(2)-AR(1).

Xie, Y, dkk (2007) dalam penelitiannya menerapkan model MSAR dengan percobaan numerik mengunakan *infinite-order*. Hasil dari percobaan numerik menggunakan model MSAR dengan *infinite-order* akan menghasilkan nilai *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang akan cenderung mendekati nilai normal. Berdasarkan latar belakang, maka penulis ingin mengangkat permasalahan dan menyusun dalam sebuah penelitian dengan judul *"Penerapan Model Markov-Switching Autoregressive pada data inflasi (Indeks Harga Konsumen)"*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang yang dipaparkan, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana bentuk model MSAR pada data Inflasi (Indeks Harga Konsumen)?
2. Berapa nilai peluang transisi masing-masing *state* pada data Inflasi (Indeks Harga Konsumen)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang dipaparkan, tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui:

1. Mengetahui bentuk model MSAR pada data Inflasi (Indeks Harga Konsumen).
2. Mengetahui nilai peluang transisi masing-masing *state* pada data Inflasi (Indeks Harga Konsumen).

1.4 Batasan Masalah

Agar diperoleh hasil pembahasan yang sesuai dengan tujuan yang diharapkan maka diperlukan batasan–batasan masalah seperti berikut:

1. Data yang digunakan adalah data data bulanan Inflasi (Indeks Harga Konsumen) dari bank indonesia yang diperoleh dari website Bank indonesia. Data diambil mulai dari bulan januari 2016 sampai bulan oktober 2019.
2. Estimasi parameter menggunakan MLE dengan dibantu proses *filtering* dan *smoothing*.
3. Metode pemilihan model terbaik pada implementasi data menggunakan AIC.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan dan tujuan penelitian, maka manfaat dari penulisan penelitian ini adalah:

1. Sebagai tambahan informasi dan pengetahuan tentang model MSAR serta memperoleh pemahaman tentang estimasi parameter khususnya metode MLE dengan dibantu proses *filtering* dan *smoothing*.
2. Sebagai pengembangan pengetahuan mengenai implementasi model MSAR pada data inflasi (indeks harga konsumen). Serta dapat digunakan sebagai perbandingan untuk statistik matematik yang lain.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan untuk menyelasikan penulisan ini adalah sebagai berikut:

Bab I PENDAHULUAN

Meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II KAJIAN PUSTAKA

Berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain *Time series*, Model *Autoregressive*, *Stasioneritas*, *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Parsial Autocorrelation Function* (PACF), *State*, *Markov Switching*, Model *Markov Switching Autoregressive*, Estimasi Parameter Model MSAR, Probabilitas *Filtering*, Probabilitas *Smoothing*, Konsep Jual Beli dalam Al-Qur'an

Bab III PEMBAHASAN

Pada bab ini berisi tentang pembahasan mengenai peramalan data inflasi (indeks harga konsumen) dengan menggunakan model MSAR.

Bab IV PENUTUP

Penutup berisi tentang kesimpulan mengenai hasil pembahasan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model *Autoregressive* (AR)

Menurut Wei (2006), model *Autoregressive* (AR) adalah model dari *time series* yang mengambarkan variabel terikat dipengaruhi oleh dirinya sendiri pada periode waktu sebelumnya. Model AR merupakan bentuk regresi dengan nilai pengamatan yang bergantung pada nilai masa lalu dalam selang waktu tertentu. Secara umum model AR dengan orde p $AR(p)$ dapat dituliskan dengan menggunakan persamaan sebagai berikut :

$$\phi_p(B)z_t = a_t \tag{2.1}$$

dari persamaan (2.1) dapat ditulis:

$$(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p)z_t = a_t$$

$$z_t - \phi_1 z_{t-1} - \cdots - \phi_p z_{t-p} = a_t$$

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + a_t \tag{2.2}$$

Karena $z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.2) dapat ditulis :

$$Y_t - \mu = \phi_1(Y_{t-1} - \mu) + \cdots + \phi_p(Y_{t-p} - \mu) + a_t$$

$$= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1\mu + \cdots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p\mu + a_t$$

$$Y_t = \mu - \phi_1\mu - \cdots - \phi_p\mu + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

$$= \mu(1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

dengan $\mu(1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p) = \phi_0$, maka diperoleh

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \tag{2.3}$$

untuk $t = 1,2, \dots k$, persamaan (2.3) dapat diuraikan menjadi

$$Y_1 = \phi_0 + \phi_1 Y_0 + \cdots + \phi_p Y_{1-p} + a_1$$

$$Y_2 = \phi_0 + \phi_1 Y_1 + \cdots + \phi_p Y_{2-p} + a_2$$

$$Y_3 = \phi_0 + \phi_1 Y_2 + \cdots + \phi_p Y_{3-p} + a_3$$

$$\vdots$$

$$Y_k = \phi_0 + \phi_1 Y_{k-1} + \cdots + \phi_p Y_{k-p} + a_k \tag{2.4}$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \cdots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \cdots & Y_{2-p} \\ 1 & Y_2 & \cdots & Y_{3-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{k-1} & \cdots & Y_{k-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix}$$

dengan

Y_t : data Y pada periode ke - $t, t = 1,2,\ldots,k$

Y_{t-P}: data Y pada periode ke- $(t-p)$

a_t : *error* pada periode ke – t

μ : rata-rata Y_t

ϕ_0 : konstanta rata-rata

ϕ_i : koefisien *Autoregressive* ke - $i, i = 1,2,\ldots,p$

z_t : selisih dari variabel Y_t dengan μ.

2.2 Stasioneritas

Stasioneritas berarti tidak terdapat perubahan yang drastic pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan varians dari fluktuasi tersebut (Makridakis dkk, 1999). Bentuk plot secara visual data *time series* seringkali cukup meyakinkan bahwa data tersebut stasioner atau non stasioner.

Menurut Wei (2006), stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Stasioner terhadap rata-rata (*mean*)

Stasioner dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk data plot seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Ciri data tidak stasioner dalam rata-rata antara lain pola diagramnya terdapat adannya trend naik atau turun lambat. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam rata-rata dapat dilakukan proses pembedaan (differencing)

2. Stasioneritas dalam Variansi

Suatu data runtun waktu dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot time series, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Stasionerkan data nonstasioner dalam variansi dapat dilakukan trasformasi data.

2.2.1 Transformasi

Transformasi Box-Cox merupakan transformasi pangkat pada variabel respons yang dikembangkan oleh Box-Cox, yang bertujuan untuk menormalkan data. Box dan Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel respons Y, sehingga diperoleh model trasformasinya Y^{λ} dengan λ merupakan parameter yang harus diduga. Transformasi Box-Cox hanya diberlakukan pada variabel respons Y yang bertanda positif (Draper dan Smith, 1998).

Adapun persamaan transformasi secara umum adalah sebagai berikut:

$$T(Y_t) = \frac{Y_t^{\lambda}-1}{\lambda} \tag{2.5}$$

dengan

Y_t : data pada waktu ke- t

λ : nilai parameter transformasi

Beberapa nilai λ yang umum digunakan adalah sebagai berikut:

Tabel 2.1 Bentuk Transformasi

λ	Bentuk Transformasi
-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0,5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln Y_t$
0,5	$\sqrt{Y_t}$
1	$Y_t(tidak\ ditransformasikan)$

2.2.2 Differencing

Data runtun waktu dikatakan stasioner jika rata-rata dan variansinya konstan, tidak ada unsur trend dalam data, dan tidak ada unsur musiman. Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode *differencing*.

Menurut Makridakis dkk (1999), notasi yang digunakan adalah operator shift mundur (*backward shift*) B, yang penggunaannya adalah sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1} \tag{2.6}$$

dimana:

B : *backward shift* (operator Langkah mundur)

Y_t : nilai Y pada orde ke t

Y_{t-1} : nilai Y pada orde ke $t-1$

notasi B yang dipasangkan pada Y_t memiliki pengaruh untuk menggeser data 1 periode ke belakang. Apabila suatu data runtun waktu tidak stasioner, maka data tersebut distasionerkan dengan melakukan pembedaan (*differencing*) pertama.

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1} \tag{2.7}$$

dimana Y'_t merupakan pembedaan pertama

dengan menggunakan operator *backward shift* , maka persamaan tersebut dapat ditulis sebagai

$$\begin{aligned} Y'_t &= Y_t - BY_t \\ &= (1-B)Y_t \end{aligned} \tag{2.8}$$

Pembedaan pertama dinyatakan oleh $(1-B)$ sama halnya apabila pembedaan orde kedua (yaitu pembedaan pertama dari pembedaan pertama sebelumnya) harus dihitung, maka:

Pembedaan orde kedua:

$$\begin{aligned} Y''_t &= Y'_t - Y'_{t-1} \\ &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ &= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \\ &= (1 - 2B + B^2)Y_t \end{aligned}$$

$$= (1 - B)^2 Y_t \qquad (2.9)$$

dengan:

$Y"_t$: Pembedaan orde kedua.

Pembedaan orde kedua diberi notasi $(1 - B)^2$.

Menurut Makridakis (1999), secara umum jika terdapat *differencing* ke-d untuk mencapai stasioneritas, dapat dinotasikan dengan

$$(1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 + \cdots - B^d) = (1 - B)^d \qquad (2.10)$$

2.3 *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Parsial Autocorrelation Function* (PACF)

Menurut Gujarati (2003), ACF digunakan untuk mengukur korelasi antar pengamatan dengan jeda k, sedangkan PACF digunakan untuk mengukur korelasi antar pengamatan dengan jeda k dan dengan mengontrol korelasi antar dua pengamatan dengan jeda kurang dari k.

1. ***Autocorrelation Function* (ACF)**

Menurut Wei (2006), alat utama yang digunakan untuk mengidentifikasi suatu model dalam metode *time series* dari sebuah data adalah dengan menggunakan *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF). Proses stasioner suatu data *time series* (X_t) diperoleh $E(X_t = \mu)$ dan variansi $Var(X_t) = E(X_t - \mu)^2 = \sigma^2$, yang konstan dan kovariansi $Cov(X_t, X_{t+k})$, yang fungsinya hanya pada perbedaan waktu $|t - (t + k)|$.

Maka dari itu, hasil tersebut dapat ditulis sebagai kovariansi antara X_t dan X_{t+k} sebagai berikut :

$$\gamma_k = Cov\,(X_t, X_{t+k}) = E(X_t - \mu)(\,X_{t+k} - \mu) \tag{2.11}$$

dan korelasi antara X_t, X_{t+k} sebagai berikut:

$$\rho_k = \frac{Cov(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{Var(X_t)}\,\sqrt{Var(X_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \tag{2.12}$$

dimana notasi $Var\,(X_t) = Var(X_{t+k}) = \gamma_0$.

Syarat untuk proses stasioner ialah, fungsi autokovarian (γ_k) dan fungsi autokorelasi (ρ_k) memenuhi asumsi:

$\gamma_0 = var(X_t)$; $\rho_0 = 1$

$|\gamma_k| \leq \gamma_0$; $|\rho_k| \leq 1$

$\gamma_k = \gamma_{-k}$; $\rho_k = \rho_{-k}$

Pada analisis *time series*, γ_k disebut sebagai fungsi autokovarian dan ρ_k disebut fungsi autokorelasi yang merupakan ukuran keeratan antara X_t dan X_{t+k} dari proses yang sama dan hanya dipisahkan oleh selang waktu k. Menurut Wei (2006), fungsi autokorelasi dapat dihitung sesuai dengan pengambilan data dan dirumuskan sebagai berikut:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^{n}(X_t - \bar{X})^2}\,dimana\;k = 0,1,2,\ldots \tag{2.13}$$

2. ***Partial Autocorrelation Function* (PACF)**

Menurut Wei (2006), fungsi autokorelasi parsial berguna untuk mengukur tingkat keeratan hubungan antara pasangan X_t dan X_{t+k} setelah depensi linier dalam variabel $X_{t+1}, X_{t+2}, \ldots, X_{t+k-1}$ telah dihilangkan. Fungsi PACF dalam :

$$\phi_{kk} = Corr(X_t, X_{t+k} | X_{t+1}, \ldots, X_{t+k-1}) \tag{2.14}$$

Nilai PACF dapat dihitung menggunakan persamaan berikut :

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_j} \qquad (2.15)$$

dimana $\phi_{ij} = \phi_{jj} - \phi_{ii}\,\phi_{jj}$

2.4 *State*

Menurut Aulinda (2017), *state* adalah kondisi yang merupakan peubah acak x_t, dimana jika suatu peubah acak berada pada *state* tersebut maka dapat berpindah ke *state* lainnya. Suatu *state* dapat dikatakan mengalami appresiasi atau depresiasi dengan mempertimbangkan melalui nilai μ_{s_t} dengan ketentuan bahwa $\mu_1 < \mu_0$.

dengan :

μ_0 : rataan pada *state* 0

μ_1 : rataan pada *state* 1

2.5 *Markov Switching*

Menurut Aulianda (2017), perubahan (*switching*) dapat terjadi pada rataan maupun rataan dan varian. Model dengan *switching* pada nilai rataan dan varian dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_t = \mu_{s_t} + e_t \qquad (2.16)$$

dengan $e_t \sim N(0, {\sigma_{s_t}}^2)$.

sedangkan s_t adalah *state* atau *regime* dimana $s_t \in \{0,1, \dots M\}$ oleh waktu t dan M adalah banyaknya *state*.

2.6 Model *Markov Switching Autoregressive*

Menurut Hamilton (1994), Rantai *Markov* menjadi dasar dalam model MSAR. Rantai *Markov* merupakan suatu teknik yang dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan di waktu yang akan datan berdasarkan dari perubahan di masa lalu. Misalkan s_t adalah *state* yaitu suatu variabel acak yang diasumsikan sebagai bilangan bulat $1,2,\dots,N$. Anggap bahwa peluang dari suatu s_t yang sama dengan suatu nilai tertentu j hana bergantung pada nilai sebelumnya s_{t-1}. Maka suatu rantai *Markov* didefinisikan sebagai:

$$P\{s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = P\{s_t = j | s_{t-1} = i\} = p_{ij}, \qquad (2.17)$$

dimana p_{ij} disebut sebagai peluang transisi yang memenuhi:

$$p_{i1} + p_{i2} + \cdots + p_{iN} = 1 \qquad (2.18)$$

Peluang transisi p_{ij} menyatakan peluang dari *state j* setelah kejadian *state i*.

Menurut Aulianda P (2017), model MSAR mengontrol suatu perubahan struktur dengan suatu *state* yang tak teramati yang memenuhi orde pertama ranta *Markov*. Sifat *Markov* mengatur nilai perubahan *state* bergantung pada nilai sebelumnya. Model MSAR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\left(y_t - \mu_{s_t}\right) = \sum_{i=1}^{p} \Phi_i\left(y_{t-i} - \mu_{s_{t-i}}\right) + e_t \qquad (2.19)$$

atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\left(y_t - \mu_{s_t}\right) = \Phi_1\left(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}\right) + \cdots + \Phi_p\left(y_{t-p} - \mu_{s_{t-p}}\right) + e_t \qquad (2.20)$$

dengan $e_t \sim iid\ N(0, \sigma_{s_t}{}^2)$.

Keterangan:

$y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}$: data pengamatan

$\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$: koefisien *Autoregressive*

$\mu_{s_t}, \mu_{s_{t-1}}, \dots, \mu_{s_{t-p}}$: rataan pada saat t yang dipengaruhi perubahan *state*

${\sigma_{s_t}}^2$: varian pada saat t yang dipengaruhi perubahan *state*

e_t : residual pada saat t

2.7 Estimasi Parameter Model MSAR

Menurut Hamilton (1994), metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang dikombinasikan dengan *filtered probabilities* dan *smoothed probabilities* dapat digunakan untuk mengestimasi model MSAR. Fungsi densitas model MSAR dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) = \frac{1}{\sigma_{s_t}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_{s_t})-\phi(y_t-\mu_{s_{t-1}})]^2}{2\sigma_{s_t}^2}\right) \quad (2.21)$$

dengan :

Ω_{t-1} : populasi data pengamatan

θ : parameter model MSAR

Fungsi densitas y_t bergantung pada nilai s_t dan s_{t-1}, sedangkan keduanya merupakan sebuah variable yang nilainya tidak diketahui. Sehingga langkah yang harus dilakukan untuk membentuk fungsi densitas dari y_t, s_t dan s_{t-1} adalah sebagai berikut:

1. Menentukan fungsi densitas dari s_t, s_{t-1}, y_t yang bersyarat informasi masa lalu Ω_{t-1}. Fungsi densitas dipengaruhi oleh probabilitas transisi sehingga diperoleh :

   $$f(y_t, s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta) = f(y_t|s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta)P(s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta) \quad (2.22)$$

2. selanjutnya yaitu dengan menjumlahkan fungsi densitas bersama untuk menentukan fungsi densitas y_t.

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}; \theta) = \sum_{s_t=1}^{2} \sum_{s_{t-1}=1}^{2} f(y_t|s_t, s_{t-1}, \Omega_{t-1}; \theta) P(s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta) \quad (2.23)$$

Selanjutnya, nilai peluang dari $P(s_t, s_{t-1}|\Omega_{t-1}; \theta)$ dihitung dengan *filtered probabilities* dan *smoothed probabailities.*

2.8 Probabilitas *Filtering*

Menurut Aulinda (2017), *filtering* adalah suatu proses yang digunakan untuk mendapatkan nilai peluang suatu *state* pada saat t berdasarkan data pengamatan. Hasil dari proses *filtering* adalah nilai *filtered state probability*. Langkah-langkah proses *filtering* adalah sebagai berikut:

$$P\left[S_0 = s_0, S_{t-1} = s_{t-1}, S_{t-2} = s_{t-2}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1}\right] \quad (2.24)$$

dengan:

$$P[S_0 = 1|\Omega_0] = \frac{1 - p_{22}}{2 - p_{22} - p_{11}}$$

$$P[S_0 = 2|\Omega_0] = \frac{1 - p_{11}}{2 - p_{22} - p_{11}}$$

selanjutnya, menghitung:

$$P\left[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i|\Omega_t\right]$$

$$= \frac{f(S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1}|\Omega_t)}{f(y_t|\Omega_{t-1})}$$

$$= \frac{f\left(y_t|S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1}\right)}{\sum_{s_t=0}^{1} \sum_{s_{t-1}=0}^{1} \dots \sum_{s_{t-p}=0}^{1} f\left(y_t, S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1}\right)}$$

$$\times \frac{P[y_t|S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}, \Omega_{t-1}]}{\sum_{s_t=0}^{1} \sum_{s_{t-1}=0}^{1} \dots \sum_{s_{t-p}=0}^{1} f\left(y_t, S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_{t-1}\right)}$$

dan hasil dari proses *filtering*:

$$P\left[S_t = s_t = j, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p+1} = s_{t-p+1} = i|\Omega_t\right]$$

$$= \sum_{s_{t-p}=0}^{1} P[S_t = s_t, S_{t-1} = s_{t-1}, \dots, S_{t-p} = s_{t-p}|\Omega_t] \quad (2.25)$$

Menurut Desy Kurniasari (2014), langkah pertama menentukan nilai *filtered probabilities* dengan Menentukan fungsi densitas y_t untuk semua kemungkinan *state* saat $t = 1$,

$$f(y_t|s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1, \Omega_0; \theta)$$

$$= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[\left(y_t - \mu_{s_t=1}^*\right) - \phi\left(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=1}^*\right)\right]^2}{2\sigma_1^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_1)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (2.26)$$

$$f(y_t|s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2, \Omega_0; \theta)$$

$$= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[\left(y_t - \mu_{s_t=1}^*\right) - \phi\left(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=2}^*\right)\right]^2}{2\sigma_1^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_1)-\phi(y_{t-1}-\mu_2)]^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (2.27)$$

$$f(y_t|s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1, \Omega_0; \theta)$$

$$= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[\left(y_t - \mu_{s_t=2}^*\right) - \phi\left(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=1}^*\right)\right]^2}{2\sigma_2^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_2)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (2.28)$$

$$f(y_t|s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2, \Omega_0; \theta)$$

$$= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left[\left(y_t - \mu_{s_t=2}^*\right) - \phi\left(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}=2}^*\right)\right]^2}{2\sigma_1^2}\right)$$

$$= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_2)-\phi(y_{t-1}-\mu_2)]^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (2.29)$$

Sehingga nilai probabilitas *state* dapat dihitung sebagai berikut

$$P(s_1^* = 1, s_0^* = 1|\Omega_0; \theta) = p_{11} \times P(s_0^* = 1|\Omega_0; \theta) = p_{11} \times \pi_1,$$

$$P(s_1^* = 1, s_0^* = 2|\Omega_0; \theta) = p_{21} \times P(s_0^* = 2|\Omega_0; \theta) = p_{21} \times \pi_2,$$

$$P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_0; \theta) = p_{12} \times P(s_0^* = 1|\Omega_0; \theta) = p_{12} \times \pi_1,$$

$P(s_1^* = 2, s_0^* = 2|\Omega_0; \theta) = p_{22} \times P(s_0^* = 2|\Omega_0; \theta) = p_{22} \times \pi_2.$

Menghitung fungsi densitas y_t bersyarat Ω_{t-1} yang merupakan jumlahan perkalian antara fungsi densitas y_t bersyarat s_t^*, s_{t-1}^*, dan Ω_{t-1} dengan probabilitas *state* untuk semua kemungkinan s_t^* dan s_{t-1}^*. Semua kemungkinan s_t^* dan s_{t-1}^* diperoleh probabilitas y_1 sebagai berikut:

$$P(s_1^* = 1, S_0^* = 1|\Omega_1, y_1; \theta)$$

$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 1, s_0^* = 1, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = 1, s_0^* = 1|\Omega_0; \theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0; \theta)}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_1)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right)\times(p_{11}\times\pi_1)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \quad (2.30)$$

$$P(s_1^* = 1, S_0^* = 2|\Omega_1, y_1; \theta)$$

$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 1, s_0^* = 2, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = 1, s_0^* = 2|\Omega_0; \theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0; \theta)}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_1)-\phi(y_{t-1}-\mu_2)]^2}{2\sigma_1^2}\right)\times(p_{21}\times\pi_2)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \quad (2.31)$$

$$P(s_1^* = 2, S_0^* = 1|\Omega_1, y_1; \theta)$$

$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 2, s_0^* = 1, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = 2, s_0^* = 1|\Omega_0; \theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0; \theta)}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_2)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_2^2}\right)\times(p_{12}\times\pi_1)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \quad (2.32)$$

$$P(s_1^* = 2, S_0^* = 2|\Omega_1, y_1; \theta)$$

$$= \frac{f(y_1|s_1^* = 2, s_0^* = 2, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = 2, s_0^* = 2|\Omega_0; \theta)}{\sum_{j=1}^{2}\sum_{i=1}^{2} f(y_1|s_1^* = j, s_0^* = i, \Omega_0; \theta) \times P(s_1^* = j, s_0^* = i|\Omega_0; \theta)}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_2)-\phi(y_{t-1}-\mu_2)]^2}{2\sigma_2^2}\right)\times(p_{22}\times\pi_2)}{f(y_1|\Omega_0; \theta)} \quad (2.33)$$

Sehingga diperoleh *filtered probabilities* sebagai berikut.

untuk $s_t^* = 1$

$$P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) = P(s_1^* = 1, S_0^* = 1|\Omega_1;\theta) + P(s_1^* = 1, S_0^* = 2|\Omega_1;\theta)$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_1)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right)\times(p_{11}\times\pi_1)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)}$$

$$+\frac{\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_1)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_1^2}\right)\times(p_{11}\times\pi_1)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)} \quad (2.34)$$

untuk $s_t^* = 2$

$$P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) = P(s_1^* = 2, S_0^* = 1|\Omega_1;\theta) + P(s_1^* = 2, S_0^* = 1|\Omega_1;\theta)$$

$$= \frac{\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_2)-\phi(y_{t-1}-\mu_1)]^2}{2\sigma_2^2}\right)\times(p_{12}\times\pi_1)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)}$$

$$+\frac{\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{[(y_t-\mu_2)-\phi(y_{t-1}-\mu_2)]^2}{2\sigma_2^2}\right)\times(p_{22}\times\pi_2)}{f(y_1|\Omega_0;\theta)} \quad (2.35)$$

dengan cara yang sama dapat ditentukan *filtered probabilities* sampai waktu T

Jika $P(s_T = j|\Psi_T;\eta)$ merupakan nilai iterasi terakhir pada proses *filtering*.

2.9 *Smoothing Probabilities*

Langkah kedua melakukan perhitungan pada proses *smoothing* sebagai berikut.

$P(s_t^* = j, s_{t+1}^* = k|\Omega_T;\theta)$

$$= \frac{P(s_{t+1}^* = k|\Omega_T;\theta)\times P(s_t^* = j|\Omega_t;\theta)\times P(s_{t+1}^* = k|s_t^* = j,\Omega_t;\theta)}{P(s_{t+1}^* = k|\Omega_t;\theta)} \quad (2.36)$$

Berdasarkan persamaan (2.36), proses *smoothing* untuk semua kemungkinan $t = 1$ adalah sebagai berikut :

$P(s_1^* = 1, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta)$

$$= \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_{50};\theta)\times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta)\times P(s_2^* = 1|s_1^* = 1,\Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)} \quad (2.37)$$

$$P(s_1^* = 1, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_{50};\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 1, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)} \quad (2.38)$$

$$P(s_1^* = 2, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_{50};\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 2, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)} \quad (2.39)$$

$$P(s_1^* = 2, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_{50};\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta\ ) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 2, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)} \quad (2.40)$$

Sehingga diperoleh *smoothed probabilities* sebagai berikut,

$$P(s_1^* = 1|\Omega_T;\theta) = P(s_1^* = 1, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) + P(s_1^* = 1, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 1, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)}$$

$$+ \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_{50};\theta) \times P(s_1^* = 1|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 1, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)}$$

(2.41)

$$P(s_1^* = 2|\Omega_T;\theta) = P(s_1^* = 2, s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) + P(s_1^* = 2, s_2^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{P(s_2^* = 1|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 1|s_1^* = 2, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 1|\Omega_1;\theta)}$$

$$+ \frac{P(s_2^* = 2|\Omega_T;\theta) \times P(s_1^* = 2|\Omega_1;\theta) \times P(s_2^* = 2|s_1^* = 2, \Omega_1;\theta)}{P(s_2^* = 2|\Omega_1;\theta)}$$

(2.42)

Fungsi log *likehood* dapat dituliskan sebagai

$$\ln L(\theta) = \sum_{t=1}^{T} \ln\left[\sum_{j=1}^{N} f(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right] \quad (2.43)$$

Langkah terakhir , fungsi log *likelihood* pada persamaan (2.43) dideferensialkan terhadap masing-masing parameter untuk mendapatkan nilai maksimum sebagai estimator.

1. Parameter μ_1

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \mu_1} = \frac{\partial}{\partial \mu_1} \sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t, s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \mu_1} \sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t|s_t^* = 1, \Omega_T; \theta) \times P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_1}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(y_t - \mu_1)^2}{2\sigma^2} \times P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t; \theta)} \times \frac{(y_t - \mu_1)}{\sigma^2} \times P(y_t, s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t; \theta)} \times \frac{(y_t - \mu_1)}{\sigma^2} \times P(s_t^* = 1|y_t, \Omega_T; \theta) \times f(y_t; \theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t - \mu_1)}{\sigma^2} \times P(s_t^* = 1|y_t, \Omega_T; \theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} (y_t - \mu_1) \times P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta) = T\mu_1 \sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)$$

$$\hat{\mu}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)}{T \sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)} \qquad (2.44)$$

selnjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial {\mu_1}^2} \ln L(\theta) = \frac{\partial}{\partial \mu_1}\left(\sum_{t=1}^{T} (y_t - \mu_1) \times P(s_t^* = 1|\Omega_T; \theta)\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_1}\left(\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta) - T\mu_1 \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= -T \times P(s_t^* = 1|\Omega_T;\theta) < 0, \qquad (2.45)$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial {\mu_1}^2} \ln L(\theta) < 0$ sehingga fungsi log *likelihood* tersebut maksimum.

2. Parameter μ_2

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \mu_2} = \frac{\partial}{\partial \mu_2}\sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t, s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \mu_2}\sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t|s_t^* = 2, \Omega_T;\theta) \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_2}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(y_t - \mu_2)^2}{2\sigma^2} \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \frac{(y_t - \mu_2)}{\sigma^2} \times P(y_t, s_t^* = 1|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \times \frac{(y_t - \mu_2)}{\sigma^2} \times P(s_t^* = 2|y_t, \Omega_T;\theta) \times f(y_t;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{(y_t - \mu_2)}{\sigma^2} \times P(s_t^* = 2|y_t, \Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} (y_t - \mu_2) \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta) = T\mu_2 \sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)}{T\sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)} \qquad (2.46)$$

selanjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial {\mu_2}^2}\ln L(\theta) = \frac{\partial}{\partial \mu_2}\left(\sum_{t=1}^{T}(y_t - \mu_2) \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \mu_2}\left(\sum_{t=1}^{T} y_t \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta) - T\mu_2 \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= -T \times P(s_t^* = 2|\Omega_T;\theta) < 0, \qquad (2.47)$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial {\mu_2}^2}\ln L(\theta) < 0$ sehingga fungsi log *likelihood* tersebut maksimum.

3. Parameter σ^2

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial}{\partial \sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \sigma^2}\sum_{t=1}^{T}\ln[f(y_t|s_t^* = j, \Omega_T;\theta) \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial \sigma^2}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(\frac{-(y_t - \mu_1)^2}{2\sigma^2} \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)}\left(-\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(y_t - \mu_j)^2}{2\sigma^4}\right) \times P(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\frac{1}{f(y_t;\theta)}\left(-\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(y_t - \mu_j)^2}{2\sigma^4}\right) \times P(s_t^* = j|y_t, \Omega_T;\theta)$$

$$\times f(y_t;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left(-\frac{1}{2\sigma^2} + \frac{(y_t - \mu_j)^2}{2\sigma^4}\right) \times P(s_t^* = j|y_t, \Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T}\left(-\sigma^2 + (y_t - \mu_j)^2\right) \times P(s_t^* = j|y_t, \Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \left(y_t - \mu_j\right)^2 \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta) = T\sigma^2 \sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{t=1}^{T}(y_t-\mu_j)^2 \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)}{T\sum_{t=1}^{T} P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)} \tag{2.48}$$

selanjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial(\sigma^2)^2} \ln L(\theta) = \frac{\partial}{\partial\sigma^2} \sum_{t=1}^{T} (-\sigma^2 + (y_t - \mu_t)^2) \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)$$

$$= \frac{\partial}{\partial\sigma^2}\left(\sum_{t=1}^{T}\left(y_t - \mu_j\right)^2 \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta) - T\sigma^2 \right.$$

$$\left. \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right)$$

$$= -T \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta) < 0, \tag{2.49}$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial(\sigma^2)^2} \ln L(\theta) < 0$ sehingga fungsi log *likelihood* maksimum.

4. Parameter ϕ

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial\phi} = \frac{\partial}{\partial\phi} \sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)]$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial\phi} \sum_{t=1}^{T} \ln[f(y_t|s_t^* = j, \Omega_T;\theta) \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial\phi}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\left(y_t - \mu_j\right)^2}{2\sigma^2} \times P(s_t^* = j|\Omega_T;\theta)\right)\right]$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{\phi\left(y_t - \mu_j\right)^2}{2\sigma^2}\right) \times P(y_t, s_t^* = j|\Omega_T;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{f(y_t;\theta)} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{\phi(y_t - \mu_j)^2}{2\sigma^2} \right) \times P(s_t^* = j | y_t, \Omega_T; \theta) \times f(y_t;\theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{\phi(y_t - \mu_j)^2}{2\sigma^2} \right) \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{j=1}^{N} \phi(y_t - \mu_j)^2 \right) \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{N} (y_t - \mu_j)^2 \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)$$

$$= T\phi \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{N} P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)$$

$$\hat{\phi} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{2} (y_t - \mu_j)^2 \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)}{T \sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{2} P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)} \qquad (2.50)$$

selanjutnya diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \ln L(\theta) = \frac{\partial}{\partial \phi} \sum_{t=1}^{T} (\sum_{j=1}^{N} -\phi(y_t - \mu_j)^2) \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sum_{t=1}^{T} \sum_{j=1}^{N} (y_t - \mu_j)^2 \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta) - T\phi \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta) \right)$$

$$= -T \times P(s_t^* = j | \Omega_T; \theta) < 0 \qquad (2.51)$$

karena $\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \ln L(\theta) < 0$ sehingga fungsi log *likelihood* tersebut maksimum.

Jika diketahui $X_T = \left((y_t - \mu^*_{S_T}), \dots, (y_{-r+1} - \mu_{S-r+1})\right)$, maka untuk rantai Markov dengan 2 *state*, estimasi nilai probabilitas transisi p_{11} danp_{22} dapat dihitung sebagai

5. Parameter p_{11}

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial p_{11}} = \frac{\partial}{\partial p_{11}} \sum_{t=2}^{T} \ln[f(\Omega_T, s_t^*, s_{t-1}^* | X_T; \theta)]$$

$$0 = \sum_{t=2}^{T} \begin{Bmatrix} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T, X_T; \theta) \times \frac{1}{p_{11}} \\ P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T, X_T; \theta) \times \frac{1}{1-p_{11}} \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1 - p_{11}}{p_{11}} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T; \theta)}$$

$$p_{11} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T; \theta) + P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T; \theta)}$$

$$= q = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 1 | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1 | \Omega_T; \theta)} \tag{2.52}$$

6. Parameter p_{22}

$$\frac{\partial \ln L(\theta)}{\partial p_{22}} = \frac{\partial}{\partial p_{22}} \sum_{t=2}^{T} \ln[f(\Omega_T, s_t^*, s_{t-1}^* | X_T; \theta)]$$

$$0 = \sum_{t=2}^{T} \begin{Bmatrix} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T, X_T; \theta) \times \frac{1}{p_{22}} \\ P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T, X_T; \theta) \times \frac{1}{1 - p_{22}} \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1 - p_{22}}{p_{22}} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T; \theta)}$$

$$p_{22} = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T; \theta) + P(s_t^* = 1, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T; \theta)}$$

$$= p = \frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2, s_{t-1}^* = 2 | \Omega_T; \theta)}{\sum_{t=2}^{T} P(s_t^* = 2 | \Omega_T; \theta)} \tag{2.53}$$

sehingga diperoleh matriks transisi yaitu

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & 1 - p_{22} \\ 1 - p_{11} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}, \qquad (2.54)$$

dengan p_{11} merupakan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 1$ ke $s_t^* = 1$, p_{12} merupakan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 1$ ke $s_t^* = 2$, p_{21} merupakan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 2$ ke $s_t^* = 1$, p_{22} merupakan probabilitas transisi dari $s_{t-1}^* = 2$ ke $s_t^* = 2$. Jumlahan dari $p_{11} + p_{12} = 1$ dan jumlahan$p_{21} + p_{22} = 1$.

2.10 *Akaike's Information Criterion* (AIC)

Menurut Akaike (1973), AIC merupakan metode terbaik untuk menentukan model yang terbaik. Suatu model dikatakan terbaik jika memiliki nilai AIC terkecil. Nilai AIC dapat dirumuskan sebagau berikut:

$$AIC = -2\left(\frac{l}{T}\right) + 2\left(\frac{k}{T}\right) \qquad (2.55)$$

dengan l adalah fungsi log-*likelihood*, k adalah jumlah parameter yang diestimasi, T adalah jumlah observasi. Semakin besar nilai log-*likelihood* yang dimiliki suatu model, maka model tersebut akan semakin baik.

2.11 Konsep Jual Beli dalam Al-Qur'an

Menurut Mujiatun (2013), Jual beli dalam bahasa Arabnya disebut dengan *al-bay'*. Artinya,tukar menukar atau saling menukar. Menurut terminologi adalah " tukar menukar harta atas dasar suka sama suka". Menurut Ibn Qudamah yang dikutip oleh Rahmad Syafei pengertian jual beli adalah " tukar menukar harta untuk saling dijadikan hak milik". Dapat disimpulkan, bahwa pengertian jual beli menurut bisnis syariah adalah tukar menukar barang antara dua orang atau lebih dengan dasar suka sama suka, untuk saling memiliki. Dengan jual beli, penjual berhak memiliki uang secara sah. Pihak pembeli berhak memiliki barang yang dia terima dari penjual. Kepemilikan masingmasing pihak dilindungi oleh hukum.

Adapun Ayat Al-Qur’an yang membahas tentang jual beli dintaranya adalah:

1) Qs. Al-Baqarah Ayat 275

بِأَنَّهُمْ ذَٰلِكَ ۚ الْمَسِّ مِنَ الشَّيْطَانُ يَتَخَبَّطُهُ الَّذِي يَقُومُ كَمَا إِلَّا يَقُومُونَ لَا الرِّبَا يَأْكُلُونَ الَّذِينَ

فَانْتَهَىٰ رَبِّهِ مِنْ مَوْعِظَةٌ جَاءَهُ فَمَنْ ۚ الرِّبَا وَحَرَّمَ الْبَيْعَ اللَّهُ وَأَحَلَّ ۗ الرِّبَا مِثْلُ الْبَيْعُ إِنَّمَا قَالُوا

خَالِدُونَ فِيهَا هُمْ ۖ النَّارِ أَصْحَابُ فَأُولَٰئِكَ عَادَ وَمَنْ ۖ اللَّهِ إِلَى وَأَمْرُهُ سَلَفَ مَا فَلَهُ

275. orang-orang yang Makan (mengambil) riba[174] tidak dapat berdiri melainkan seperti berdirinya orang yang kemasukan syaitan lantaran (tekanan) penyakit gila[175]. Keadaan mereka yang demikian itu, adalah disebabkan mereka berkata (berpendapat), Sesungguhnya jual beli itu sama dengan riba, Padahal Allah telah menghalalkan jual beli dan mengharamkan riba. orang-orang yang telah sampai kepadanya larangan dari Tuhannya, lalu terus berhenti (dari mengambil riba), Maka baginya apa yang telah diambilnya dahulu[176] (sebelum datang larangan); dan urusannya (terserah) kepada Allah. orang yang kembali (mengambil riba), Maka orang itu adalah penghuni-penghuni neraka; mereka kekal di dalamnya.

2) Qs. Al-Baqarah Ayat 282

ۚ بِالْعَدْلِ كَاتِبٌ بَيْنَكُمْ وَلْيَكْتُبْ ۚ فَاكْتُبُوهُ مُسَمًّى أَجَلٍ إِلَىٰ بِدَيْنٍ تَدَايَنْتُمْ إِذَا آمَنُوا الَّذِينَ أَيُّهَا يَا

وَلَا رَبَّهُ اللَّهَ وَلْيَتَّقِ الْحَقُّ عَلَيْهِ الَّذِي وَلْيُمْلِلِ فَلْيَكْتُبْ ۚ اللَّهُ عَلَّمَهُ كَمَا يَكْتُبَ أَنْ كَاتِبٌ يَأْبَ وَلَا

فَلْيُمْلِلْ هُوَ يُمِلَّ أَنْ يَسْتَطِيعُ لَا أَوْ ضَعِيفًا أَوْ سَفِيهًا الْحَقُّ عَلَيْهِ الَّذِي كَانَ فَإِنْ ۚ شَيْئًا مِنْهُ يَبْخَسْ

مِمَّنْ وَامْرَأَتَانِ فَرَجُلٌ رَجُلَيْنِ يَكُونَا لَمْ فَإِنْ ۖ رِجَالِكُمْ مِنْ شَهِيدَيْنِ وَاسْتَشْهِدُوا ۚ بِالْعَدْلِ وَلِيُّهُ

دُعُوا مَا إِذَا الشُّهَدَاءُ يَأْبَ وَلَا ۚ الْأُخْرَىٰ إِحْدَاهُمَا فَتُذَكِّرَ إِحْدَاهُمَا تَضِلَّ أَنْ الشُّهَدَاءِ مِنَ تَرْضَوْنَ

وَأَدْنَىٰ لِلشَّهَادَةِ وَأَقْوَمُ اللَّهِ عِنْدَ أَقْسَطُ ذَٰلِكُمْ ۚ أَجَلِهِ إِلَىٰ كَبِيرًا أَوْ صَغِيرًا تَكْتُبُوهُ أَنْ تَسْأَمُوا وَلَا ۚ

ۗ تَكْتُبُوهَا أَلَّا جُنَاحٌ عَلَيْكُمْ فَلَيْسَ بَيْنَكُمْ تُدِيرُونَهَا حَاضِرَةً تِجَارَةً تَكُونَ أَنْ إِلَّا ۖ تَرْتَابُوا أَلَّا

ۖ اللَّهَ وَاتَّقُوا ۗ بِكُمْ فُسُوقٌ فَإِنَّهُ تَفْعَلُوا وَإِنْ ۚ شَهِيدٌ وَلَا كَاتِبٌ يُضَارَّ وَلَا ۚ تَبَايَعْتُمْ إِذَا وَأَشْهِدُوا

عَلِيمٌ شَيْءٍ بِكُلِّ وَاللَّهُ ۗ اللَّهُ وَيُعَلِّمُكُمُ

282. Hai orang-orang yang beriman, apabila kamu bermu'amalah[179] tidak secara tunai untuk waktu yang ditentukan, hendaklah kamu menuliskannya. dan hendaklah seorang penulis di antara kamu menuliskannya dengan benar. dan janganlah penulis enggan menuliskannya sebagaimana Allah mengajarkannya, meka hendaklah ia menulis, dan hendaklah orang yang berhutang itu mengimlakkan (apa yang akan ditulis itu), dan hendaklah ia bertakwa kepada Allah Tuhannya, dan janganlah ia mengurangi sedikitpun daripada hutangnya. jika yang berhutang itu orang yang lemah akalnya atau lemah (keadaannya) atau Dia sendiri tidak mampu mengimlakkan, Maka hendaklah walinya mengimlakkan dengan jujur. dan persaksikanlah dengan dua orang saksi dari orang-orang lelaki (di antaramu). jika tak ada dua oang lelaki, Maka (boleh) seorang lelaki dan dua orang perempuan dari saksi-saksi yang kamu ridhai, supaya jika seorang lupa Maka yang seorang mengingatkannya. janganlah saksi-saksi itu enggan (memberi keterangan) apabila mereka dipanggil; dan janganlah kamu jemu menulis hutang itu, baik kecil maupun besar sampai batas waktu membayarnya. yang demikian itu, lebih adil di sisi Allah dan lebih menguatkan persaksian dan lebih dekat kepada tidak (menimbulkan) keraguanmu. (Tulislah mu'amalahmu itu), kecuali jika mu'amalah itu perdagangan tunai yang kamu jalankan di antara kamu, Maka tidak ada dosa bagi kamu, (jika) kamu tidak menulisnya. dan persaksikanlah apabila kamu berjual beli; dan janganlah penulis dan saksi saling sulit menyulitkan. jika kamu lakukan (yang demikian), Maka Sesungguhnya hal itu adalah suatu kefasikan pada dirimu. dan bertakwalah kepada Allah; Allah mengajarmu; dan Allah Maha mengetahui segala sesuatu.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur deskriptif kuantitatif. Studi literatur yaitu dengan mengumpulkan bahan pustaka dari buku, jurnal, artikel, dan skripsi terdahulu yang digunakan sebagai bahan acuan untuk menyelesaikan penelitian. Deskriptif kuantitatif yaitu menyusun dan menganalisis data sesuai dengan kebutuhan penelitian.

3.2 Sumber Data

Pada penelitian ini, data yang digunakan sebagai bahan penelitian adalah data sekunder. Data sekunder merupakan data yang didapat secara tidak langsung oleh peneliti atau diperoleh dari sumber yang sudah ada. Data bersumber dari Bank Indonesia yang diperoleh dari website Bank indonesia yang diakses melalui www.bi.go.id.

3.3 Variabel Penelitian

Variabel merupakan objek dari suatu penelitian yang dijadikan sebagai suatu titik perhatian dalam penelitian. Dalam penelitian ini, variabel penelitian yang digunakan adalah data bulanan Inflasi (Indeks Harga Konsumen) dari Bank Indonesia yang diperoleh dari website Bank indonesia. Data diambil mulai dari bulan januari 2016 sampai bulan oktober 2019 sebanyak 46 bulan.

3.4 Tahapan Analisis Data

Adapun tahapan yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

3.4.1 Menentukan Model MSAR pada data inflasi (indeks harga konsumen)

1) Deskripsi Data
2) Melakukan Uji Stasioneritas
3) Melakukan estimasi parameter untuk memperoleh orde yang sesuai. Metode yang digunakan untuk estimasi parameter adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dikombinasikan dengan *filtering* dan *smoothing* karena pada Markov *Switching Autoregressive* terdapat parameter p_{ij} yang merupakan nilai peluang dari masing-masing *state*.
4) Melakukan uji signifikan parameter model.

   Uji signifikan parameter model meliputi signifikansi parameter, yang diketahui melalui nilai *p-value* dari parameter pada model Markov *Switching Autoregressive*
5) Pemilihan model terbaik, didapat dari nilai AIC yang minimum.

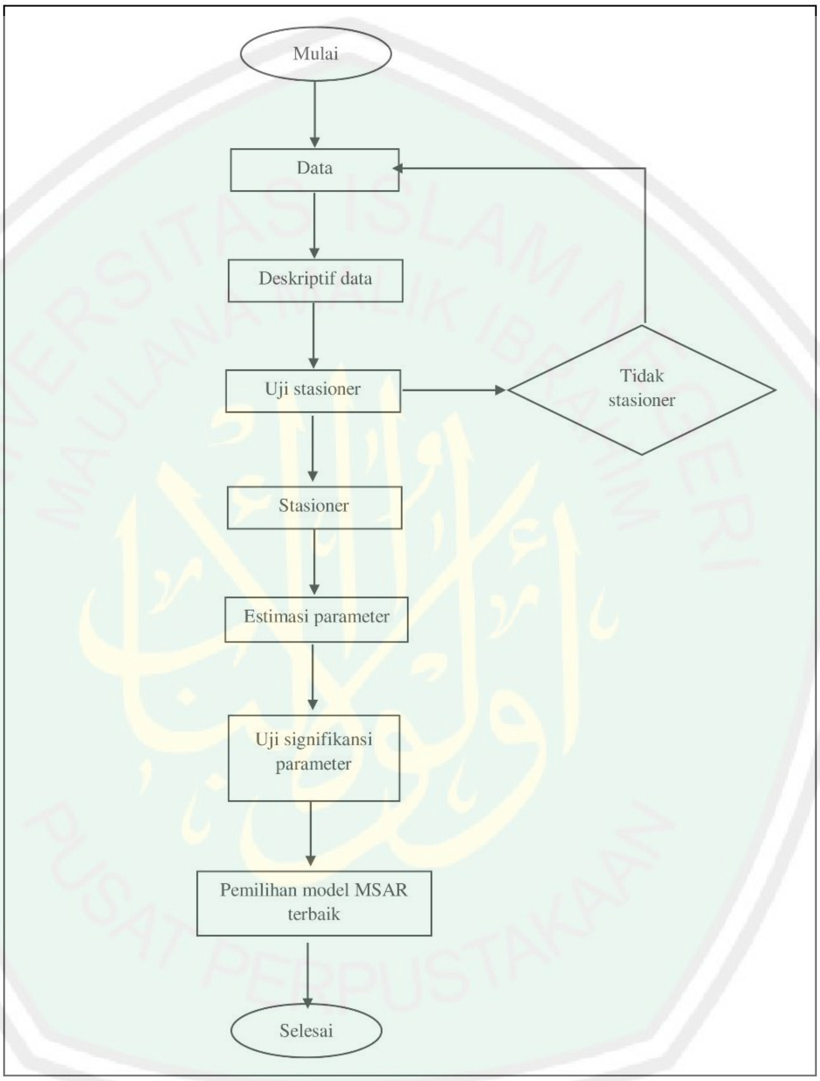
3.4.2 Menentukan Peluang Transisi Model MSAR

1) Pemilihan model MSAR terbaik
2) Melihat nilai peluang transisi dari model MSAR
3) Melakukan peramalan beberapa periode ke depan

3.5 *Flow Chart*

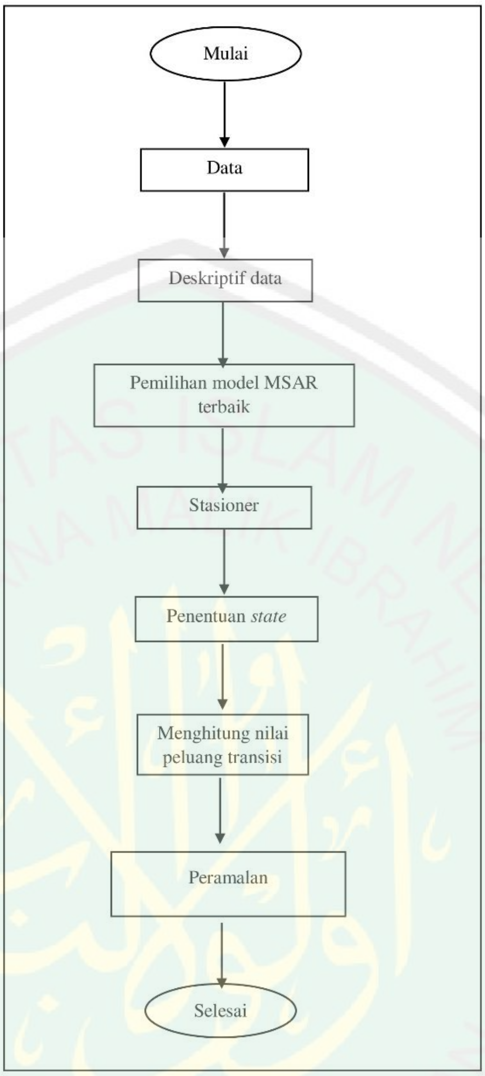
Flow Chart dari tahapan Penerapan Model MSAR pada data inflasi (Indeks Harga Konsumen) sebagai berikut:

3.5.1 Menentukan Model MSAR pada data inflasi (indeks harga konsumen)



Gambar 3.1 *Flow Chart* Penentuan Model MSAR pada data inflasi (indeks harga konsumen)

3.5.2 Menentukan Peluang Transisi Model MSAR



Gambar 3.2 *Flow Chart* Peluang Transisi Model MSAR

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Pemodelan MSAR Data Inflasi (Indeks Harga Konsumen)

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data bulanan Inflasi (Indeks Harga Konsumen) dari bank indonesia yang diperoleh dari website Bank Indonesia. Data diambil mulai dari bulan Januari 2016 sampai bulan oktober 2019. Data terlampir pada lampiran 1.

4.1.1 Deskripsi Data

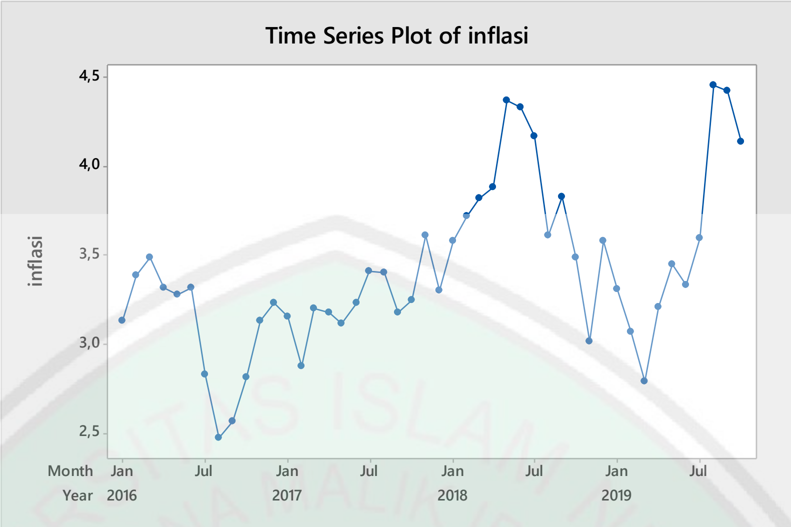
Data bulanan inflasi (Indeks Harga Konsumen) dapat dideskripsikan sebagai berikut:

Tabel 4.1. Deskripsi data

Variable	Mean	Variansi	Minimum	Maximum	Banyak Data
IHK	3,4148	0,2147	2,48	4,45	46

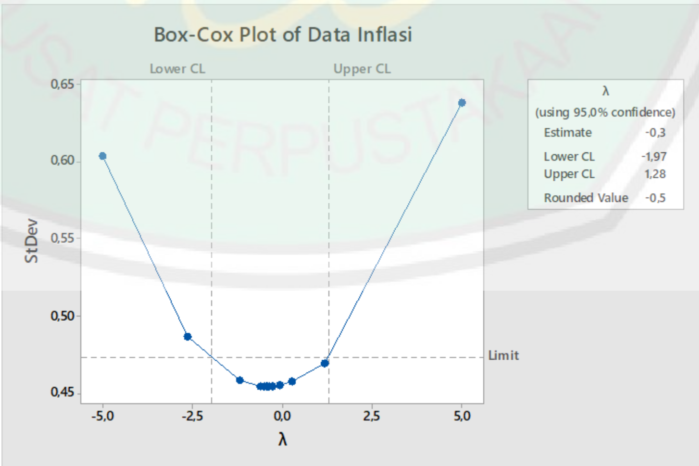
Deskripsi data pada tabel 4.1 terlihat bahwa banyak data IHK yang digunakan dalam penelitian sebanyak 46 data yang memiliki nilai rata-rata sebesar 3,4148. Nilai variansi digunakan sebagai indikasi untuk mengetahui apakah data layak digunakan atau tidak. Semakin besar nilai variansi maka semakin tinggi pula nilai keberagaman suatu data. Pada tabel diketahui bahwa nilai variansi data ihk sebesar 0,2147 dengan nilai maximum sebesar 4,45 dan nilai minimum sebesar 2,48.

4.1.2 Uji Stasioneritas



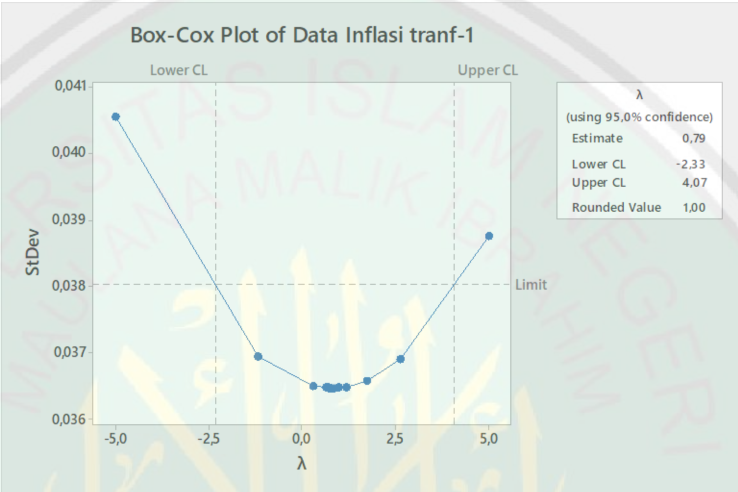
Gambar 4.1. Plot Data inflasi (Indeks Harga Konsumen)

Gambar 4.1 diketahui bahwasanya data bulanan inflasi (Indeks Harga Konsumen) belum dapat diketahui kestasionerannya. Data dikatakan stasioner jika sudah stasioner terhadap ragam dan rata-rata. Stasioner terhadap ragam dapat dilihat dari diagram Box-Cox. Data dikatakan stasioner jika nilai dari *rounded-valuenya* sama dengan 1,00.



Gambar 4.2. Box-cox Data Inflasi

Gambar 4.2 dapat dilihat bahwa data inflasi (indeks harga konsumen) belum stasioner dalam variansi karena nilai *Rounded Valuenya* sama dengan $-0{,}5$, sehingga variabel perlu dilakukan proses transformasi sampai data tersebut mencapai stasioner dengan nilai batas bawah dan batas atas secara berturut-turut adalah $-1{,}97$ dan $1{,}28$.



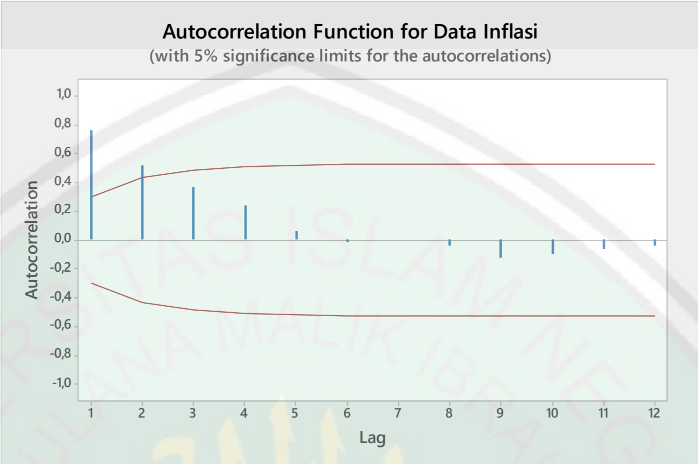
Gambar 4.3. Box-cox Transormasi Data Inflasi

Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa inflasi (indeks harga konsumen) sudah stasioner dalam varian karena nilai *rounded-value*nya sama dengan 1,00, dengan nilai batas atas dan batas bawah berturut-turut adalah $-2{,}33$ dan $4{,}07$. Adapun perhitungan transformasinya dapat diperoleh dengan rumus $\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$ maka transformasi unuk masing-masing variabel dapat dilihat pada lampiran 1 sebagai contoh adalah berikut:

Tabel 4.2. Transformasi Data Inflasi

y_t	$Z_t = \frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
3,13	0,565233
3,39	0,543125
3,49	0,535288

Selanjutnya, kestasioneran data terhadap rata-rata dapat diketahui dengan menggunakan plot ACF. Data dapat dikatakan stasioner terhadap rata-rata jika tidak ada lebih dari 3 lag yang keluar dari *confident interval*.



Gambar 4.4. ACF Data Inflasi

Gambar 4.4 menunjukkan nilai ACF turun secara perlahan menuju nol. Terdapat kurang dari 3 lag yang keluar dari *confident Interval* sehingga data sudah stasioner terhadap rata-rata. Setelah data sudah stasioner, maka langkah selanjutnya yaitu melakukan estimasi model MSAR.

4.1.3 Estimasi Parameter Model MSAR

Esimasi parameter model MSAR data inflasi (indeks harga konsumen) dengan menggunakan metode MLE dibantu metode *filtering* dan *smoothing* menunjukkan bahwa model MSAR yang sesuai adalah model MS(2) – AR(2) karena model tersebut memiliki nilai AIC terkecil yaitu 0,537138. Adapun hasil estimasi parameter model MSAR dapat dilihat pada lampiran 2.

4.1.4 Uji Signifikansi Parameter Model

Pengujian signifikansi parameter dilakukan untuk melihat model yang terpilih layak untuk digunakan pemodelan. Pengujian signifikansi parameter dilakukan secara parsial dengan membandingkan $p - value$ dengan α.

Uji hipotesis :

H_0 : $Parameter\ model\ MSAR\ signifikan$

H_1 : $Parameter\ model\ MSAR\ tidak\ signifikan$

Nilai taraf signifikansi model (α) :

$\alpha = 5\% = 0{,}05$ untuk parameter $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\sigma}^2, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3$

Keputusan :

$p - value > \alpha$ tolak H_0

Kesimpulan karena $p - value$ setiap parameter dari model MS(2) – AR(2) $<$ α yaitu $\hat{\mu}_1 = 0{,}0000, \hat{\mu}_2 = 0{,}0000, \hat{\sigma}^2 = 0{,}0000, \hat{\phi}_1 = 0{,}0001$ dan $\hat{\phi}_2 = 0{,}01842$ maka tidak tolak H_0 yang artinya parameter model MSAR signifikan dan model tersebut layak untuk digunakan.

4.1.5 Pemilihan Model Terbaik

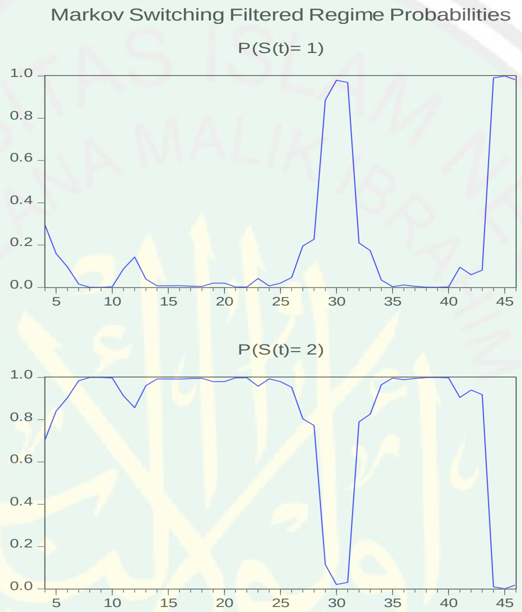
Pemilihan model terbaik dari model MSAR dilakukan dengan cara membandingkan nilai AIC dan nilai SC dari setiap model. Karena dari hasil estimasi diperoleh model terbaik yaitu MS(2) – AR(2) sebagai berikut:

$$z_t - \mu_{s_t} = 0{,}870749(z_{t-1} - \mu_{s_t-1}) + 0{,}135984(z_{t-2} - \mu_{s_t-2}) + e_t$$

dengan $e_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$

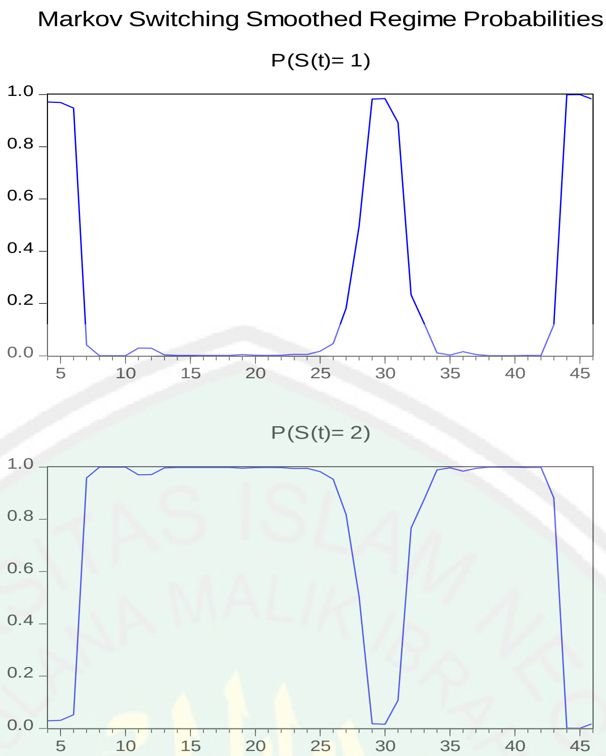
$$\mu_{s_t} = \begin{cases} \mu_1 = 3{,}321325\ untuk\ s_t = 1(apresiasi) \\ \mu_2 = 3{,}897116\ untuk\ s_t = 2(depresiasi) \end{cases}$$

Parameter $\hat{\mu}_1 = 3{,}321325$ menyatakan rata-rata data inflasi (indeks harga konsumen) pada *state* apresiasi, parameter $\hat{\mu}_2 = 3{,}897116$ menyatakan rata-rata data inflasi (indeks harga konsumen) pada *state* depresiasi, $\hat{\sigma}^2 = -1{,}421020$ menyatakan varian, parameter *autoregressive* $\hat{\phi}_1 = 0{,}870749$ dan parameter *autoregressive* $\hat{\phi}_2 = -0{,}135984$. Adapun nilai *filtered* dan *smooted probabilties* dapat digambarkan pada grafik sebagai berikut:



Gambar 4.5. Nilai filtered probabilities model MS(2) – AR(2)

Gambar 4.5. menunjukkan bahwa nilai probabilitas data inflasi (Indeks Data Konsumen) yang berada pada *state* 1 lebih kecil daripada nilai probabilitas yang berada pada *state* 2. Hal ini disebabkan karena nilai *filtered* pada *state* 1 cenderung mendekati 1, sedangkan nilai *filtered* pada *state* 2 cenderung mendekati 0.



Gambar 4. 6. Nilai smoothed probabilities model MS(2) – AR(2)

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa nilai probabilitas data inflasi (Indeks Data Konsumen) yang berada pada *state* 1 lebih kecil daripada nilai probabilitas yang berada pada *state* 2. Hal ini disebabkan karena nilai *smoothed* pada *state* 1 cenderung mendekati 1, sedangkan nilai *smoothed* pada *state* 2 cenderung mendekati 0.

4.2 Peluang Transisi Model MSAR

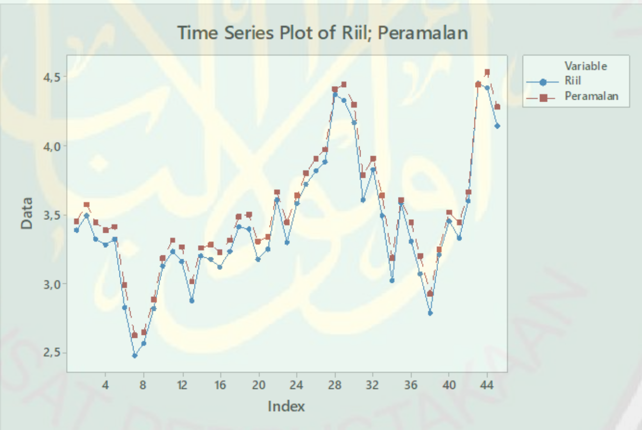
Pada tabel 3.2 dipaparkan bahwasanya nilai peluang transisi $p_{11} = 0{,}793919$ dan $p_{21} = 0{,}778732$ sehingga, peluang transisi model model MS(2) – AR(2) adalah sebagai berikut:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}793919 & 0{,}206081 \\ 0{,}778732 & 0{,}221268 \end{bmatrix}$$

Peluang transisi *state* tetap berada pada *state* 1 adalah 0,793919, peluang transisi dari *state* 1 ke *state* 2 adalah 0,206081, Peluang transisi *state* tetap berada pada *state* 2 adalah 0,778732, dan peluang transisi dari *state* 2 ke *state* 1 adalah 0,221268.

4.2.1 Peramalan Beberapa Periode ke Depan

Kestabilan, penurunan, dan kenaikan data dapat diketahui dengan peramalan dengan tujuan dijadikan parameter untuk pengambilan keputusan dan tindakan masyarakat terhadap laju pertumbuhan ekonomi pada periode berikutnya. Adapun grafik hasil model MSAR data inflasi (Indeks Harga Konsumen) adalah sebagai berikut :



Gambar 4.7. Hasil Model MSAR Data Inflasi (Indeks Harga Konsumen)

Berdasarkan gambar 4.7 diketahui bahwa data hasil peramalan dan data riil memiliki pola naik turun yang cenderung sama. Hal ini menunjukkan bahwa penerapan model MSAR pada data inflasi (Indeks Harga Konsumen) pada periode selanjutnya tergolong baik.

4.2.2 Jual Beli dalam Pandangan Islam

Menurut Parakkasi (2016), Inflasi merupakan suatu fenomena yang sangat berpengaruh dalam kegiatan ekonomi khususnya kegiatan jual beli seperti yang telah dijelaskan pada bab II. Jual beli merupakan salah satu aktivitas bisnis yang sudah berlangsung cukup lama dalam masyarakat. Hukum asal dari jual beli adalah halal seperti disebutkan dalam Al-qur'an QS. Al-Baqarah :275

وَأَحَلَّ اللَّهُ الْبَيْعَ وَحَرَّمَ الرِّبَا

" Padahal Allah telah menghalalkan jual beli da mengharamkan riba"

Seperti yang telah dipaparkan dalam tafsir Al-misbah "Orang orang yang memakan riba tiada berdiri, melainkan sebagai berdiri orang yang dibanting syaithan (kemasukan syaithan). Yang demikian itu disebabkan perkataan mereka bahwasanya jual beli itu, sama dengan riba". Bagaimana mereka menyamakan jual beli dengan riba padahal Allah telah menghalalkan jual beli dan mengharamkan riba Allah tidak menyamakan hukum keduanya Maka barang siapa datang kepadanya pengajaran dari Tuhannya, lalu berhenti, maka menjadi kepunyaannya apa yang telah diambil. Dan urusannya terserah kepada Allah . dan barangsiapa kembali lagi memakan riba maka itulah penghuni penghuni neraka, mereka kekal di dalamnya.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada analisis pembahasan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut

1. Bentuk model MSAR pada data inflasi (indeks harga konsumen) adalah MS(2) – AR(2), yaitu:

   $$z_t - \mu_{s_t} = 0{,}870749\left(z_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}\right) + 0{,}135984\left(z_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}\right) + e_t$$

   dengan $\boldsymbol{e_t \sim N\left(0, \sigma^2_{s_t}\right)}$

   $$\mu_{s_t} = \begin{cases} \mu_1 = 3{,}321325 \; untuk \; s_t = 1 (apresiasi) \\ \mu_2 = 3{,}897116 \; untuk \; s_t = 2 (depresiasi) \end{cases}$$

   Artinya, data inflasi (indeks data konsumen) memiliki nilai rata-rata bertahan pada *state* apresiasi sebesar 3,321325 hari dan bertahan pada *state* depresiasi sebesar 3,897116 hari.

2. Nilai peluang transisi model model MS(2) – AR(2) tetap berada pada *state* 1 adalah 0,793919, peluang transisi dari *state* 1 ke *state* 2 adalah 0,206081, Peluang transisi *state* tetap berada pada *state* 2 adalah 0,778732, dan peluang transisi dari *state* 2 ke *state* 1 adalah 0,221268.

5.2 Saran

Penelitian ini menggunakan metode *maximum likelihood estimation* dikombinasi dengan metode *filtered* dan *smoothed probabilities* dalam melakukan estimasi parameter model MSAR. Oleh karena itu, penulis berharap kepada pembaca untuk melakukan estimasi parameter dengan menggunakan meode lain

DAFTAR PUSTAKA

Akaike, H. 1973, *Information theory and an extension of the maximum likelihood principle*, in Petrov, B.N.; Csáki, F., 2nd International Symposium on Information Theory, Tsahkadsor, Armenia, USSR, September 2-8, 1971, Budapest: Akadémiai Kiadó, p. 267-281

Ariyani, Fiqria Devi,. Warsito, Budi., dan Yasin, Hasbi. 2014. *Pemodelan Markov Switching Autoregressive*. Vol. 3, No. 3: 382-385.

Arman, Hakim Nasution. 1999. *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. Jakarta : Guna Widya.

Aulianda P., Mustofa U., & Durroh A. 2017. *Pemodelan Markov Switching Autoregressive (MSAR) pada Data Time Series*. Prosiding Seminar Nasional Metode Kuantitatif 2017, ISBN No. 978-602-98559-3-7: 263-276.

Bank Indonesia. 2019. *Laporan Inflasi (Indeks Harga Konsumen)* https://www.bi.go.id/id/moneter/inflasi/data/Default.aspx (diakses November 2019)

Gujarati, Damodar. 2003. Ekonometrika Dasar. Terjemah Sumarno Zein. Jakarta: Erlangga.

Gunanjar, Bayu. 2006. *Penerapan Model Arch/Garch Dan Model Msar (Markov-Switching Autoregression) Pada Nilai Tukar Rupiah Terhadap Dolar Amerika Dan Ihsg*. Skripsi. Tidak Diterbitkan. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam . Institut Pertanian Bogor: Bogor.

Halim, Siana. 2006. *Diktat-Time Series Analysis*. Surabaya : UK.Petra.

Hamilton, J.D. 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press.

Kurniasari, Desy . 2014. *Model Markov Switching Autoregressive (Msar) dan Aplikasinya pada Nilai Tukar Rupiah terhadap Yen*. Skripsi. Universitas Sebelas Maret Surakarta.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Airlangga.

Parakkasi, Idris. 2016. *Inflasi dalam Prespektif Islam*. Vol. 3, No. 1:42.

Rahman, Jaelani., Puspita, Entit., dan Suherman, Maman. 2014. *Markov Switching Autoregressive.* Vol.2, No.1 : 65-66.

Suparmoko. 2000. *Keuangan Negara : Teori dan Praktek*. Yogyakarta : BPFE

Tauryawati, Mey Lista dan Iraman, M Isa. 2014. *Perbandingan Metode Fuzzy Time Series Cheng dan Metode Box-Jenkins untuk Memprediksi ISHG.* Vol 3, No. 2.

Wei, Willian W. S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods (2nd ed).* Pearson: New York.

Xie, Y. & Ranneby, B. 2007. *A General Autoregressive Model with Markov Switching: Estimation and Cnsistency*. Research Report Centre of Biostochastics, ISSN. 1651-8543: 1-19.

Tauryawati, Mey Lista dan Iraman, M Isa. 2014. *Perbandingan Metode Fuzzy Time Series Cheng dan Metode Box-Jenkins untuk Memprediksi ISHG.* Vol 3, No. 2.

Wei, Willian W. S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods (2nd ed).* Pearson: New York.

Xie, Y. & Ranneby, B. 2007. *A General Autoregressive Model with Markov Switching: Estimation and Cnsistency*. Research Report Centre of Biostochastics, ISSN. 1651-8543: 1-19

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data bulanan inflasi (Indeks Harga Konsumen) bulan januari 2006–oktober 2019

Tahun	Bulan	Inflasi	z_t	MSAR
2016	januari	3,13	0,565233	-0,045
	februari	3,39	0,543125	0,078
	maret	3,49	0,535288	-0,057
	april	3,32	0,548821	-0,114
	mei	3,28	0,552158	-0,085
	juni	3,32	0,548821	-0,506
	juli	2,83	0,594438	-0,878
	agustus	2,48	0,635001	-0,847
	september	2,57	0,623783	-0,617
	oktober	2,82	0,595491	-0,313
	november	3,13	0,565233	-0,184
	desember	3,23	0,556415	-0,231
2017	januari	3,16	0,562544	-0,485
	februari	2,88	0,589256	-0,244
	maret	3,2	0,559017	-0,218
	april	3,18	0,560772	-0,273
	mei	3,12	0,566139	-0,185
	juni	3,23	0,556415	-0,014
	juli	3,41	0,541530	0,002
	agustus	3,4	0,542326	-0,191
	september	3,18	0,560772	-0,160
	oktober	3,25	0,554700	0,163
	november	3,61	0,526316	-0,058
	desember	3,3	0,550482	0,144
2018	januari	3,58	0,528516	0,304
	februari	3,72	0,518476	0,410
	maret	3,82	0,511645	0,476
	april	3,88	0,507673	0,911
	mei	4,37	0,478365	0,943
	juni	4,33	0,480569	0,798
	juli	4,17	0,489702	0,288
	agustus	3,61	0,526316	0,404
	september	3,83	0,510976	0,138
	oktober	3,49	0,535288	-0,318
	november	3,02	0,575435	0,106
	desember	3,58	0,528516	-0,053

2019	januari	3,31	0,549650	-0,299
	februari	3,07	0,570730	-0,575
	maret	2,79	0,598684	-0,247
	april	3,21	0,558146	0,019
	mei	3,45	0,538382	-0,053
	juni	3,33	0,547997	0,166
	juli	3,6	0,527046	0,942
	agustus	4,45	0,474045	1,032
	september	4,42	0,475651	0,784
	oktober	4,14	0,491473	-2,859

Lampiran 2: Hasil Estimasi Model MSAR aplikasi program *e-views*

1. MS(2) AR(2)

Dependent Variable: DATA_INFLASI				
Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 07/24/20 Time: 15:38				
Sample (adjusted): 3 46				
Included observations: 44 after adjustments				
Number of states: 2				
Initial probabilities obtained from ergodic solution				
Standard errors & covariance computed using observed Hessian				
Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard				
deviation (rng=kn, seed=362531181)				
Convergence achieved after 11 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	3.321325346961865	0.21202337073018 24	15.664902107365	2.6283403898 97008e-55
Regime 2				
C	3.897115849830233	0.36242281214985 03	10.752954061343 4 1	5.7393503463 83564e-27
Common				
AR(1)	0.870749051116 6438	0.22559023636573 3	3.859870290241471	0.0001134472275517 681
AR(2)	-0.135984238962 7495	0.24851493270577 83	-0.54718739627507 19	0.0184249994 24487
LOG(SIGMA)	-1.421019535173 998	0.18890235448864 58	-7.52250832987584 4	5.3735192672 59251e-14

Transition Matrix Parameters				
P11-C	0.793918878559946	0.62711826221973 78	1.26597952314417 3	0.2055204134517763
P21-C	-0.778732203772 3969	0.59686979501445 29	-1.30469360365863 4	0.1919972003889881
Mean dependent var	3.421818181818 182	S.D. dependent var		0.4719788757948998
S.E. of regression	0.299217693005 8622	Sum squared resid		3.491717884502266
Durbin-Watson stat	1.837217496758 185	Log likelihood		-6.137037284707535
Akaike info criterion	0.537138058395 797	Schwarz criterion		0.8809864092464295
Hannan-Quinn criter.	0.702402710770 3629			
Inverted AR Roots	.67	.20		

2. MS(2)AR(3)

Dependent Variable: DATA_INFLASI	
Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)	
Date: 07/24/20 Time: 15:54	
Sample (adjusted): 4 46	
Included observations: 43 after adjustments	
Number of states: 2	
Initial probabilities obtained from ergodic solution	
Standard errors & covariance computed using observed Hessian	
Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard	
deviation (rng=kn, seed=1055241451)	
Convergence achieved after 23 iterations	

Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	3.668786782902308	0.2105589136262331	17.42403928534148	5.4211311648924666e-68
Regime 2				
C	3.260504963419433	0.21297456865177779	15.309362916238566	6.6209275404083 72e-53
Common				
AR(1)	1.554631595000133	0.18098834173313992	8.5896780981196 12	8.7213320863770 61e-18
AR(2)	-0.926447585987885	0.29731112234260 86	-3.1160878835884 48	0.0018326764552173 33
AR(3)	0.2418662258229346	0.18639286269729 91	1.2976152751928 27	0.1944195704958426
LOG(SIGMA)	-1.879541587277711	0.14302090190571 21	-13.14172657446124	1.8984494763609 06e-39
Transition Matrix Parameters				
P11-C	2.968577985507514	1.6087277041262 93	1.8452954952496 21	0.0649945654271904 1
P21-C	-1.635986116228598	1.4188737890026 27	-1.1530173641297 48	0.2489032574284158
Mean dependent var	3.420232558139535	S.D. dependent var		0.4774460247334523

S.E. of regression	0.28648383444434	Sum squared resid		3.036700533723485
Durbin-Watson stat	1.990963956684682	Log likelihood		-4.588963202195564
Akaike info criterion	0.5855331721951425	Schwarz criterion		0.913198309998596
Hannan-Quinn criter.	0.706365948448363 6			
Inverted AR Roots	.75	.40+.40i	.40-.40i	

3. MS(2)AR(4)

Dependent Variable: DATA_INFLASI				
Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 07/24/20 Time: 16:03				
Sample (adjusted): 5 46				
Included observations: 42 after adjustments				
Number of states: 2				
Initial probabilities obtained from ergodic solution				
Standard errors & covariance computed using observed Hessian				
Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard				
deviation (rng=kn, seed=1389932824)				
Convergence achieved after 26 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	3.415021020422157	0.19884826310468 06	17.17400477682006	4.157216250898736e-66
Regime 2				
C	3.51465	0.200072	17.56690	4.4162

	163284325	3374781238	44363894	14951998167e-69
Common				
AR(1)	1.140536437489498	0.1777425444625659	6.416789187631465	1.391784382460805e-10
AR(2)	-0.5920942127307136	0.2656905260655549	-2.228510822341568	0.02584647046832785
AR(3)	0.608204866968291	0.2735112228323968	2.223692544203164	0.02616913721030909
AR(4)	-0.3796988561493917	0.1947159938684522	-1.950013702551377	0.05117448586605321
LOG(SIGMA)	-1.413106672201732	0.1363394219608683	-10.36462273257486	3.591729861143129e-25
Transition Matrix Parameters				
P11-C	-1.42530139564984	1.871063411583097	-0.7617600701431602	0.4462032159624906
P21-C	13.19227496626667	1488.601934863188	0.008862191199206745	0.992929087023795
Mean dependent var	3.422619047619048	S.D. dependent var		0.4829738139839394
S.E. of regression	0.2970128008875515	Sum squared resid		3.087581136187391
Durbin-Watson stat	2.01718595843784	Log likelihood		-4.427462602151547
Akaike info criterion	0.639402981054	Schwarz criterion		1.0117607564

	8355			01272
Hannan-Quinn criter.	0.775886832699 9762			
Inverted AR Roots	.78-.25i	.78+.25i	-.21+.73i	-.21-.73i

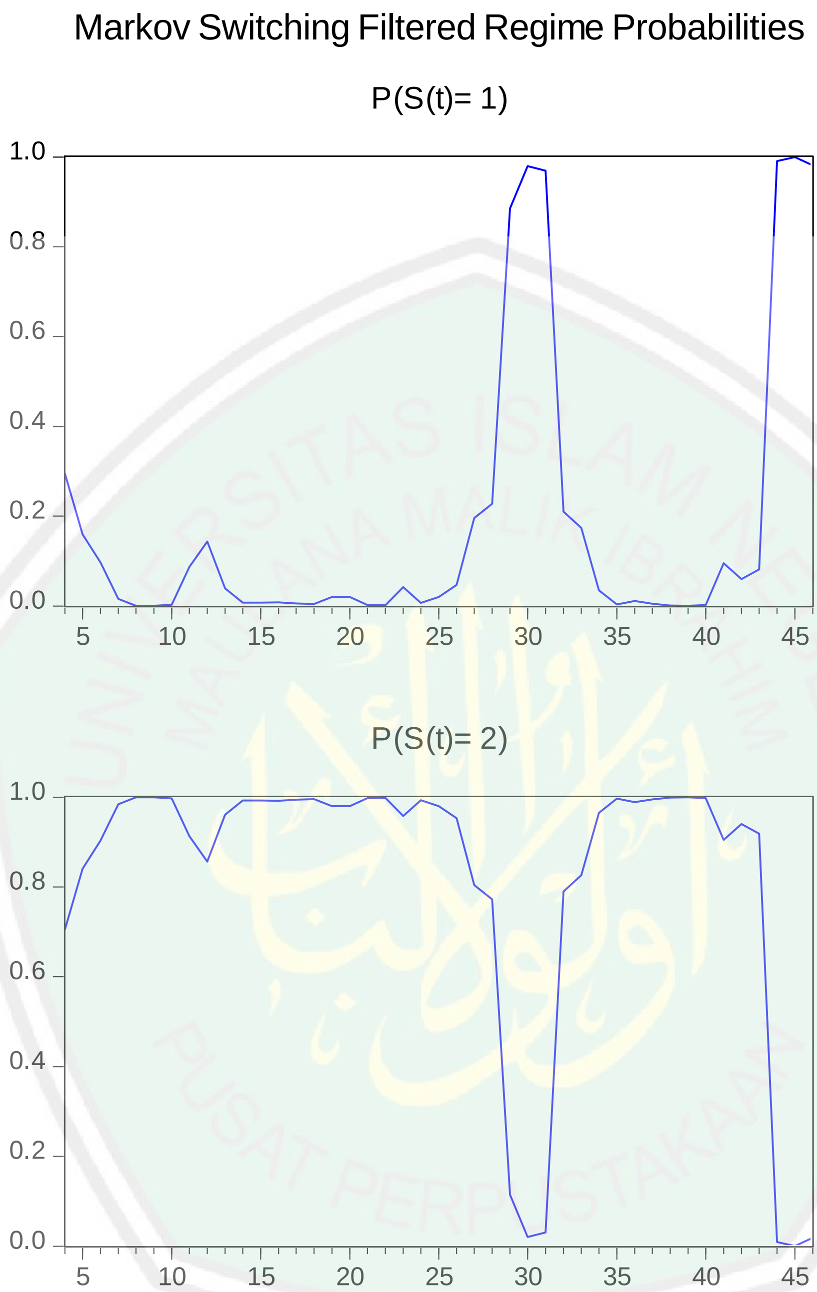
4. MS(2)AR(5)

Dependent Variable: DATA_INFLASI				
Method: Markov Switching Regression (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 07/24/20 Time: 16:10				
Sample (adjusted): 6 46				
Included observations: 41 after adjustments				
Number of states: 2				
Initial probabilities obtained from ergodic solution				
Standard errors & covariance computed using observed Hessian				
Random search: 25 starting values with 10 iterations using 1 standard				
deviation (rng=kn, seed=1032768799)				
Convergence achieved after 27 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Regime 1				
C	3.340050240512795	0.18507112557787 88	18.04738707933824	8.2712224006 76004e-73
Regime 2				
C	3.740667013618358	0.18121983464908 72	20.641598205084 77	1.1615756488 7648e-94
Common				
AR(1)	1.221104895384343	0.318539831279746	3.833444911672451	0.0001263611 090370798
AR(2)	-0.68078	0.50873140963444	-1.338199	0.1808314061

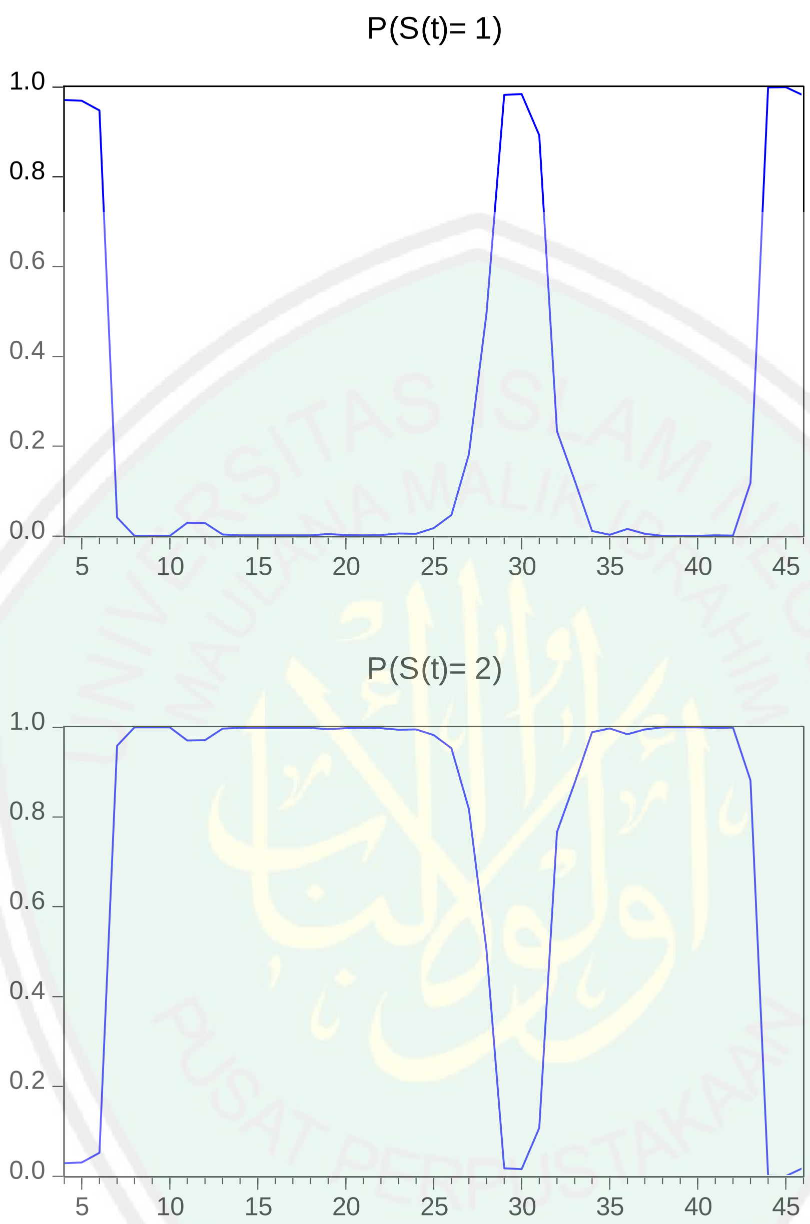
	41273133766	35	51829309	137072
AR(3)	0.7483575964701144	0.37580817280687 56	1.9913286900620 13	0.04644476329467397
AR(4)	-0.263453872747 3015	0.39275716865824 71	-0.67078055799038 2	0.5023603346900523
AR(5)	-0.216052566234 7399	0.25279755598902 2	-0.85464657832420 74	0.3927468333141473
LOG(SIGMA)	-1.818261402453 036	0.18752606150521 32	-9.69604644740266 5	3.1340821883 58298e-22
Transition Matrix Parameters				
P11-C	1.382870131143 267	0.70332459907791 95	1.96619048012290 9	0.04927661173757331
P21-C	-0.460633964247 2443	0.83475160817633 24	-0.55182159547267 42	0.5810705899886696
Mean dependent var	3.426097560975 61	S.D. dependent var		0.4884407745509198
S.E. of regression	0.289639469433 9951	Sum squared resid		2.768403734382203
Durbin-Watson stat	1.738453346455 934	Log likelihood		-2.818899623811133
Akaike info criterion	0.625312176771 2748	Schwarz criterion		1.043256583284521
Hannan-Quinn criter.	0.777504486341 2274			
Inverted AR	.89-.25i	.89+.2	-.12-.86i	-

Roots		5i		.12+.86 i
	-.33			

Lampiran 3:Plot model MSAR terbaik MS(2)-AR(2)



Markov Switching Smoothed Regime Probabilities



RIWAYAT HIDUP

Nur Alifatul Munawwaroh, bertempat lahir di Lamongan pada tanggal 19 Mei 1996, akrab dipanggil dengan sebutan Alifa. Merupakan anak keempat dari delapan bersaudara dari pasangan Bapak Thohir dan Ibu Ruqiyatin.

Telah menyelesaikan Pendidikan Dasar di MI MA'ARIF NU Kebalandono, Babat Lamongan dan lulus pada tahun 2008. Kemudian, dia melanjutkan sekolah di MTS N Model Babat – Lamongan dan lulus pada tahun 2012. Pendidikan selanjutnya ditempuh di MAN Lamongan dan lulus pada tahun 2015. Selanjutnya pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Jurusan Matematika Murni dan berdomisili di Jl. Sididadi RT.05 RW.07 Ds. Kebalandono, Kec. Babat, Kab. Lamongan.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama	:	Nur Alifatul Munawwaroh
NIM	:	15610043
Fakultas/Jurusan	:	Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi	:	Penerapan Model *Markov Switching Autoregressive* pada Data Inflasi (Indeks Harga Konsumen)
Pembimbing I	:	Ria Dhea N.L.K.,M.Si
Pembimbing II	:	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	16 September 2019	Revisi Bab I (Kalimat umum dan khusus)	1.	
2	7 Oktober 2019	Revisi Bab I, Bab II, dan Lanjut Bab III		2.
3	4 November 2019	1. ACC bab I, II, dan III 2. Lanjut Seminar Proposal	3.	
4	30 Oktober 2019	1. Penulisan latar belakang, umum, dan khusus 2. Kajian agama di bab 2 dan bab 4		4.
5	04 November 2019	Perbaikan kajian agama	5.	
6	05 November 2019	ACC seminar proposal		6.
7	27 Februari 2020	Revisi Ayat al-qur'an di bab I	7.	
8	15 Mei 2020	Cek ulang bab I dan bab IV		8.
9	07 September 2020	ACC Sidang Pembimbing II	9.	
10	04 Desember 2020	ACC Sidang Pembimbing 1		10.
11				

Malang, Desember 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001