

**DEKOMPOSISI GRAF KINCIR  $W_2^m$**

**SKRIPSI**

**OLEH  
THIS'ATUN NA'IMAH  
NIM. 16610025**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**DEKOMPOSISI GRAF KINCIR  $W_2^m$**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
This'atun Na'imah  
NIM. 16610025**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

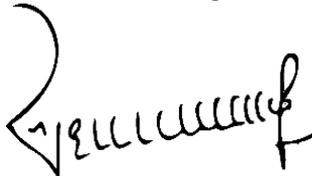
**DEKOMPOSISI GRAF KINCIR  $W_2^m$**

**SKRIPSI**

**Oleh**  
**This'atun Na'imah**  
**NIM. 16610025**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 09 Oktober 2020

Pembimbing I,



Evawati Alisah, M.Pd  
NIP. 19720604 199903 2 001

Pembimbing II,



Dewi Ismiarti, M.Si  
NIDT. 19870505 20160801 2 058

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si.  
NIP. 19650414 200312 1 001

# DEKOMPOSISI GRAF KINCIR $W_2^m$

## SKRIPSI

Oleh  
**This'atun Na'imah**  
NIM. 16610025

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Tanggal, 27 Oktober 2020

Penguji Utama : Dr. H. Turmudi, M.Si, Ph.D  
Ketua Penguji : M. Nafie Jauhari, M.Si  
Sekretaris Penguji : Evawati Alisah, M.Pd  
Anggota Penguji : Dewi Ismiarti, M.Si



Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : This'atun Na'imah

NIM : 16610025

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^m$

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 09 Oktober 2020  
Yang membuat pernyataan



This'atun Na'imah  
NIM.16610025

## M O T T O

*"Terus melangkah ke depan, semangat,  
dan jangan mudah menyerah untuk  
membahagiakan kedua orang tua,  
meraih cita-cita dan kesuksesan"*

## PERSEMBAHAN

*Alhamdulillah Robbil' alamin*

*Segala puji bagi Allah SWT*

*Terimakasih atas rahmat, taufik, dan hidayat-Nya*

*yang telah diberikan kepada penulis*

*Penulisan mempersembahkan skripsi ini kepada*

*Abu Siti Masluha,*

*Bapak Tarmijan,*

*dan adik tersayang M. Nafi'ul Anhar*

*yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberikan nasihat, selalu*

*menyemangati, dan kasih sayang yang tak ternilai.*

## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Dengan menyebut nama Allah SWT Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang dan dengan rasa syukur atas limpahan taufik dan hidayah-Nya sehingga dapat menyelesaikan studi di Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang sekaligus menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul “*Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^m$* ” dengan baik. Sholawat serta salam semoga senantiasa terlimpahkan kepada Nabiullah Muhammad SAW yang telah menunjukkan jalan yang diridhoi oleh Allah SWT, dan semoga syafaatnya selalu tercurah pada kita semua.

Dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari petunjuk dan bimbingan serta masukan dari berbagai pihak. Untuk itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, dan pengalaman berharga kepada penulis.
5. Dewi Ismiarti, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan ilmunya kepada penulis.

6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen yang telah memberikan bimbingan dalam proses perkuliahan.
7. Bapak dan Ibu serta adek tersayang saya yang selalu ikhlas mendo'akan, memberi nasihat, dan selalu memberi semangat, serta motivasi demi keberhasilan penulis.
8. Teman-teman mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2016 yang berjuang bersama-sama untuk menggapai impian.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu, yang telah ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik berupa materil maupun moril.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karuniaNya kepada kita semua. Selain itu, penulis juga berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat khususnya bagi penulis dan pembaca pada umumnya. *Aamiin*

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Malang, 09 Oktober 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL .....	xii
DAFTAR GAMBAR.....	xiii
ABSTRAK .....	xv
ABSTRACT .....	xvi
ملخص .....	xvii
<b>BAB I PENDAHULUAN.....</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Metode Penelitian.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	5
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA .....</b>	<b>6</b>
2.1 Graf.....	6
2.2 Subgraf .....	8
2.3 Derajat Titik .....	9
2.4 Graf Isomorfik.....	10
2.5 Graf Komplit .....	11
2.6 Operasi pada Graf.....	12
2.7 Partisi.....	13
2.8 Graf Bipartisi .....	13
2.9 Graf Bipartisi Komplit .....	14
2.10 Graf Kincir $W_2^m$ .....	14
2.11 Graf Sikel .....	15
2.12 Dekomposisi Graf .....	16
2.13 Kajian Agama.....	18

<b>BAB III PEMBAHASAN .....</b>	<b>22</b>
3.1 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^m$ .....	22
3.1.1 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^1$ .....	22
3.1.2 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^2$ .....	23
3.1.3 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^3$ .....	25
3.1.4 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^4$ .....	27
3.1.5 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^5$ .....	29
3.1.6 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^6$ .....	31
3.1.7 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^m$ .....	34
<b>BAB IV PENUTUP .....</b>	<b>38</b>
4.1 Kesimpulan.....	38
4.2 Saran.....	38

#### **DAFTAR PUSTAKA**

#### **RIWAYAT HIDUP**

## DAFTAR TABEL

Tabel 3.1 Titik dan Sisi Graf Kincir $W_2^m$ .....	34
Tabel 3.2 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^m$ .....	34

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Graf $G$ .....	6
Gambar 2.2 Graf $G$ dengan 5 titik dan 6 sisi.....	7
Gambar 2.3 Subgraf dan bukan subgraf dari graf $G$ .....	8
Gambar 2.4 Subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh $E_i$ dari graf $G$ .....	9
Gambar 2.5 Derajat titik pada graf $G$ .....	10
Gambar 2.6 Graf $G$ Isomorfik dengan graf $H$ .....	10
Gambar 2.7 Graf komplit $K_1, K_2, K_3$ dan $K_4$ .....	11
Gambar 2.8 Gabungan graf dari graf $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_4$ .....	12
Gambar 2.9 Irisan dari graf $G_1 \cap G_2$ .....	12
Gambar 2.10 Penjumlahan graf dari graf $G_1 + G_2$ .....	13
Gambar 2.11 Graf bipartit.....	13
Gambar 2.12 $G_1$ graf bipartit lengkap dan $G_2$ adalah graf bintang .....	14
Gambar 2.13 Graf kincir $W_2^3$ .....	15
Gambar 2.14 Graf sikel-4 ( $C_4$ ) .....	16
Gambar 2.15 Graf $G$ .....	16
Gambar 2.16 Partisi sisi-sisi graf $G$ .....	17
Gambar 3.1 Graf kincir $W_2^1$ .....	22
Gambar 3.2 Partisi sisi graf kincir $W_2^1$ .....	23
Gambar 3.3 Graf kincir $W_2^2$ .....	24
Gambar 3.4 Partisi sisi graf kincir $W_2^2$ .....	24
Gambar 3.5 Graf kincir $W_2^3$ .....	25
Gambar 3.6 Partisi sisi graf kincir $W_2^3$ .....	26
Gambar 3.7 Graf kincir $W_2^4$ .....	27

Gambar 3.8 Partisi sisi graf kincir $W_2^4$ .....	28
Gambar 3.9 Graf kincir $W_2^5$ .....	29
Gambar 3.10 Partisi sisi graf kincir $W_2^5$ .....	30
Gambar 3.11 Graf kincir $W_2^6$ .....	32
Gambar 3.12 Partisi sisi graf kincir $W_2^6$ .....	32

## ABSTRAK

Na'imah, This'atun. 2020. **Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^m$** . Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd. (II) Dewi Ismiarti, M.Si.

**Kata kunci :** *Dekomposisi, Graf kincir  $W_2^m$ , Graf sikel*

Dekomposisi graf  $G$  adalah kumpulan atau koleksi subgraf  $\{H_i\}_{i=1}^n$  dari graf  $G$  sedemikian hingga  $H_i = [E_i]$  untuk suatu  $E_i$  subset dari  $E(G)$ , dan  $\{E_i\}_{i=1}^n$  adalah partisi dari  $E(G)$ . Subgraf  $H_i$  pada dekomposisi  $G$  tidak memuat titik terisolasi. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui dekomposisi graf kincir  $W_2^m$ , untuk  $m$  bilangan asli.

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian kepustakaan. Adapun langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$  adalah sebagai berikut :

- a. Menggambar graf kincir  $W_2^m$  dan memberian label pada setiap titik dan sisinya,
- b. Menentukan partisi sisi-sisi graf kincir  $W_2^m$ ,
- c. Membangun subgraf dari partisi sisi-sisi graf kincir  $W_2^m$ ,
- d. Menentukan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$ ,
- e. Mentabulasi dugaan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$ , dan
- f. Menyusun teorema dekomposisi graf kincir  $W_2^m$  serta pembuktiannya.

Hasil dari penelitian ini yaitu misalkan  $m$  bilangan asli, karena graf kincir  $W_2^m$  didekomposisikan oleh graf sikel  $C_3$  maka graf kincir  $W_2^m$  merupakan  $C_3$  – dekomposisi.

## ABSTRACT

Na'imah, This'atun. 2020. **On The Decomposition of the Windmill Graph  $W_2^m$** . Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Evawati Alisah, M.Pd. (II) Dewi Ismiarti, M.Si.

**Keyword :** *Decomposition, Windmill graph  $W_2^m$ , Cycle graph*

A decomposition of the graph  $G$  is a set or collection of subgraphs  $\{H_i\}_{i=1}^n$  of the graph  $G$  such that  $H_i = [E_i]$  for  $E_i$  is a subset of  $E(G)$ , and  $\{E_i\}_{i=1}^n$  is a partition of  $E(G)$ . Subgraph  $H_i$  on a  $G$  decomposition does not contain isolated vertices. The purpose of this research was to determine the decomposition of the windmill  $W_2^m$ , for  $m$  natural numbers.

The research method used in this research is library research. The steps used in determining the decomposition of the windmill graph  $W_2^m$  are as follows :

- a. Draw a windmill graph  $W_2^m$  and label each vertex and edge,
- b. Determine the partition on the edges of the windmill graph  $W_2^m$ ,
- c. Build subgraphs from the edge partition of the windmill graph  $W_2^m$ ,
- d. Determine the decomposition of the windmill graph  $W_2^m$ ,
- e. Tabulate a conjecture on the decomposition of the windmill graph  $W_2^m$ , and
- f. Construct theorem of the decomposition theorem of windmill graph  $W_2^m$  and its proof.

The result of this research is that if  $m$  is a natural number, because the windmill graph  $W_2^m$  is decomposed by the cycle graph  $C_3$  then the windmill graph  $W_2^m$  is a  $C_3$  – decomposition.

## ملخص

النعمة، تسعة. ٢٠٢٠. تحليل عجلة الطاحونة  $W_2^m$ . البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية بمالابج. المشرفة: (١) ايفاوتي أليسة، الماجستير (٢) دوي اسمي ارتي، الماجستير

الكلمات الرئيسية: تقسيم، عجلة فيريس  $W_2^m$ ، دورة الرسم البياني

تحليل الرسم البياني  $G$  هو مجموعة أو مجموعة من الرسومات الفرعية  $\{H_i\}_{i=1}^n$  من الرسم البياني  $G$  بحيث  $H_i = [E_i]$  لمجموعة  $E_i$  فرعية من  $E(G)$ ، و  $\{E_i\}_{i=1}^n$  هو قسم  $E(G)$ . لا يحتوي الرسم البياني  $H_i$  على التحلل  $G$  على نقاط معزولة. الغرض من هذه الدراسة هو تحديد تحلل الرسم البياني لطاحونة الهواء  $W_2^m$  إلى  $m$  الأعداد الطبيعية. طريقة البحث المستخدمة في هذا البحث هي بحث المكتبة. الخطوات المستخدمة في تحديد تحلل الرسم البياني لطاحونة  $W_2^m$  هي كما يلي:

- ارسم رسمًا بيانيًا لعجلة  $W_2^m$  وقم بتسمية كل نقطة وجانب،
- تحديد تقسيم جوانب المروحة  $W_2^m$ ،
- إنشاء رسم فرعي من القسم على جانبي الرسم البياني لطاحونة  $W_2^m$ ،
- حدد تحلل دولاب الهواء  $W_2^m$ ،
- تمت جدولة تحلل الرسم البياني لطاحونة  $W_2^m$ ، و
- تجميع نظرية التحلل للرسم البياني لدولاب الدولاب  $W_2^m$  وإثباته.

نتائج هذه الدراسة وهي لنفترض أن  $m$  عدد طبيعي، لأن الرسم البياني لطاحونة الهواء  $W_2^m$  يتحلل بواسطة الرسم البياني للدورة  $C_3$  فإن الرسم البياني لطاحونة الهواء  $W_2^m$  هو  $C_3$  - التحلل.

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu yang banyak manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari. Hampir di setiap aspek kehidupan ilmu matematika banyak diterapkan. Oleh karena itu, matematika mendapat julukan sebagai ratu segala ilmu. Matematika juga dapat mengimbangi perkembangan zaman yang semakin modern. Terutama di masa sekarang ketika segala sesuatu dapat dilakukan dengan menggunakan komputer. Salah satu topik yang dibahas di dalam ilmu matematika adalah teori graf.

Teori graf adalah salah satu cabang dari matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler pada tahun 1736, sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Konigsberg yang tercatat dalam sejarah untuk pertama kali menggunakan graf. Teori graf banyak dijadikan model dalam memecahkan masalah yang ada di kehidupan sehari-hari.

Suatu permasalahan dalam hidup itu tidak hanya memiliki satu penyelesaian atau satu solusi. Solusi dari suatu permasalahan tersebut sesungguhnya tidaklah trivial, tidaklah tunggal. Sebagaimana firman Allah pada Surat Al Insyiraah ayat 5 – 6 sebagai berikut :

فَاِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا (5) اِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا (6)

Artinya : “*Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan*”. (QS. Al Insyiraah : 5 – 6).

Sesungguhnya Allah telah memberitahukan bahwa bersama kesulitan itu terdapat kemudahan. Kemudian Dia mempertegas berita tersebut. Ibnu Jarir meriwayatkan dari al-Hasan, dia berkata : “Nabi Muhammad SAW pernah keluar rumah pada suatu hari dalam keadaan senang dan gembira, dan beliau juga dalam keadaan tertawa seraya bersabda :

(( لَنْ يَغْلِبَ عُسْرٌ يُسْرَيْنِ، لَنْ يَغْلِبَ عُسْرٌ يُسْرَيْنِ، فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ))

“*Satu kesulitan itu tidak akan pernah mengalahkan dua kemudahan, satu kesulitan itu tidak akan pernah mengalahkan dua kemudahan, karena bersama kesulitan itu pasti terdapat kemudahan, sesungguhnya bersama kesulitan itu terdapat kemudahan*”

Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa kesulitan itu dapat diketahui pada dua keadaan, dimana kalimatnya dalam bentuk *mufrad* (tunggal). Sedangkan kemudahan (*al-yusr*) dalam bentuk *nakirah* (tidak ada ketentuannya) sehingga bilangannya bertambah banyak (Abdullah, 2003).

Berdasarkan ayat tersebut, Allah mengatakan bahwa sesungguhnya disetiap kesulitan itu ada kemudahan. Sehingga pada suatu permasalahan yang besar terdapat solusi (kemudahan) untuk menyelesaikannya. Suatu permasalahan yang besar itu terdiri dari beberapa hal yang kecil, maka untuk menyelesaikan suatu permasalahannya yang besar kita bisa memahami karakteristiknya terlebih dahulu dengan cara dipecah-pecah. Salah satunya dengan menggunakan konsep dekomposisi. Dekomposisi adalah proses perubahan suatu objek menjadi bentuk yang lebih kecil (sederhana).

Dalam ilmu matematika, tidak menutup kemungkinan bahwa dekomposisi bisa diaplikasikan dengan teori graf, yaitu misalnya menentukan dekomposisi pada suatu graf. Menurut definisi, graf merupakan pasangan dari himpunan tak kosong yang memuat objek-objek yang disebut titik dengan

himpunan (mungkin kosong) suatu pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda yang disebut sisi. Sedangkan dekomposisi graf merupakan kumpulan atau koleksi subgraf  $\{H_i\}_{i=1}^n$  dari graf  $G$  dimana subgraf  $H_i$  dibangun oleh partisi sisi-sisi di  $G$ . Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi atau titik yang berderajat 0.

Penelitian tentang dekomposisi graf telah banyak dikaji di beberapa jurnal. Salah satu artikel yang ditulis oleh Nur Rahmawati pada tahun 2014 yang membahas tentang dekomposisi dari empat graf, yaitu graf sikel, graf roda, graf gir, dan graf persahabatan, serta membuktikan bahwa graf sikel  $C_n$  merupakan  $K_2$  – dekomposisi, graf roda  $W_n$  dimana  $n \geq 3$  merupakan  $2K_2$  – dekomposisi, graf gir  $G_n$  dimana  $n \geq 3$  merupakan  $3K_2$  – dekomposisi, dan graf persahabatan  $F_n$  dimana  $n \geq 2$  merupakan  $C_3$  – dekomposisi.

Pada tahun 2014, Okky Panca Pratama juga telah menelaah tentang menentukan bentuk umum banyaknya pohon rentang pada graf kincir  $W_2^m$  dengan menggunakan representasi matriks. Graf kincir adalah graf yang dibentuk dari hasil penjumlahan dari graf komplit  $K_1$  dan  $mK_2$ , dimana  $m$  adalah banyaknya  $K_2$ , dengan cara menghubungkan semua titik  $mK_2$  dengan titik pusat. Graf kincir dengan  $K_1$  dan  $mK_2$  disimbolkan dengan  $W_2^m$ . Graf kincir mempunyai keunikan tersendiri, sehingga kita mempunyai hipotesa bahwa graf kincir memiliki pola dan keunikan-keunikan tertentu yang tidak semua graf memiliki keunikan tersebut sehingga graf kincir dapat ditelaah untuk lebih lanjut.

Berdasarkan penelitian sebelumnya, penelitian mengenai dekomposisi graf masih dapat dilanjutkan pada graf yang lain. Sehingga berdasarkan hal tersebut, untuk membedakan dengan penelitian sebelumnya maka penulis mengambil judul penelitian “*Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^m$* ”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimanakah dekomposisi graf kincir  $W_2^m$ ?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$ .

## 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah menambah wawasan atau pengetahuan tentang graf, khususnya tentang dekomposisi pada suatu graf dan graf kincir.

## 1.5 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini peneliti menggunakan jenis penelitian deskriptif kualitatif dengan metode penelitian kepustakaan (*library research*) atau kajian pustaka, yakni melakukan penelitian untuk memperoleh informasi-informasi serta objek yang digunakan dalam pembahasan masalah tersebut.

Adapun langkah-langkah yang akan digunakan oleh peneliti dalam membahas penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menggambar graf kincir  $W_2^m$  dan memberikan label pada setiap titik dan sisinya
2. Menentukan partisi sisi-sisi graf kincir  $W_2^m$
3. Membangun subgraf dari partisi sisi-sisi graf kincir  $W_2^m$

4. Menentukan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$
5. Mentabulasi dugaan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$
6. Menyusun teorema dekomposisi graf kincir  $W_2^m$  serta pembuktiannya.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan penelitian ini, peneliti membagi tulisan ini ke dalam empat bab. Sehingga penulisan penelitian ini sistematis dan mudah ditelaah serta dipahami oleh pembaca. Masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan rumusan sebagai berikut :

### BAB I PENDAHULUAN

Dalam bab I ini dijelaskan latar belakang, rumusan masalah tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

### BAB II KAJIAN PUSTAKA

Dalam bab II ini dikemukakan hal-hal yang mendasari dalam teori yang dikaji, yaitu memuat graf, subgraf, derajat titik, graf isomorfik, graf komplit, opsai pada graf, partisi, graf bipartisi, graf bipartisi komplit, graf kincir  $W_2^m$ , graf sikel, dekomposisi graf, dan kajian agama.

### BAB III PEMBAHASAN

Dalam bab III ini dipaparkan tentang bagaimana hasil dekomposisi dari graf kincir  $W_2^m$ .

### BAB IV PENUTUP

Dalam bab IV ini dikemukakan kesimpulan akhir dari penelitian dan beberapa saran.

**BAB II**  
**KAJIAN PUSTAKA**

**2.1 Graf**

**Definisi 2.1.1**

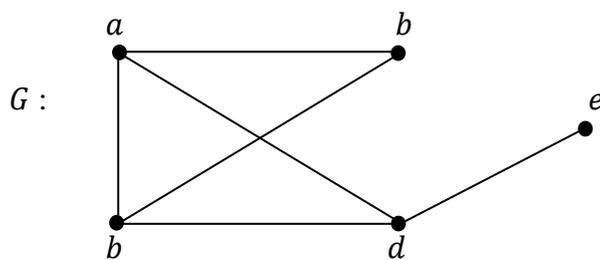
Graf  $G$  adalah pasangan  $(V(G), E(G))$  dengan  $V(G)$  adalah himpunan titik yang tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik, dan  $E(G)$  adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di  $V(G)$  yang disebut sisi (Abdussakir, dkk , 2009).

Perhatikan graf  $G$  dengan himpunan titik  $V(G)$  dan himpunan sisi  $E(G)$  seperti dibawah ini.

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$$

Graf  $G$  tersebut secara lebih jelas dapat digambarkan sebagai berikut.



**Gambar 2.1** Graf  $G$

Pada Gambar 2.1 di atas, graf  $G$  mempunyai 5 titik dan mempunyai 6 sisi. Graf  $G$  dengan himpunan titik dan sisi masing-masing

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{(a, b), (a, c), (a, d), (b, d), (b, c), (d, e)\}$$

dapat ditulis juga dengan

$$V(G) = \{a, b, c, d, e\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$$

dengan

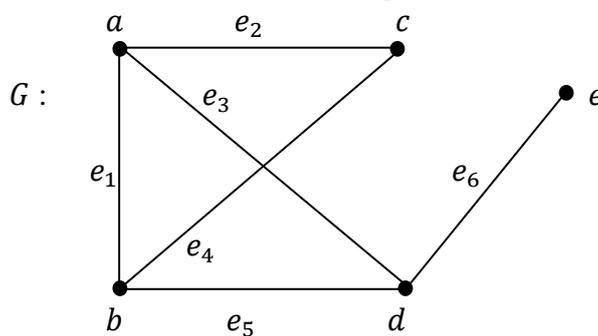
$$e_1 = (a, b) \quad e_4 = (b, d)$$

$$e_2 = (a, c) \quad e_5 = (b, c)$$

$$e_3 = (a, d) \quad e_6 = (d, e) \quad (\text{Abdussakir, dkk, 2009}).$$

Sisi  $e = (u, v)$  dikatakan menghubungkan titik  $u$  dan titik  $v$ . Jika  $e = (u, v)$  adalah sisi di graf  $G$ , maka  $u$  dan  $v$  disebut terhubung langsung (*adjacent*), sedangkan  $v$  dan  $e$  serta  $u$  dan  $e$  disebut terkait langsung (*incident*). Titik  $u$  dan  $v$  disebut ujung dari  $e$ . Dua sisi berbeda  $e_1$  dan  $e_2$  disebut terhubung langsung (*adjacent*), jika terkait langsung pada satu titik yang sama. Untuk selanjutnya, sisi  $e = (u, v)$  dapat juga ditulis  $e = uv$ .

Perhatikan kembali graf  $G$  berikut.



**Gambar 2.2** Graf  $G$  dengan 5 titik dan 6 sisi

Berdasarkan Gambar 2.2 graf  $G$  tersebut, maka titik  $a$  dan  $b$  terhubung langsung, demikian juga dengan  $a$  dan  $c$ ,  $a$  dan  $d$ , serta  $d$  dan  $e$ . Titik  $a$  dan  $e$  tidak terhubung langsung, demikian juga dengan titik  $b$  dan  $e$  (Abdussakir, dkk, 2009).

Sisi  $e_1$  terkait langsung dengan titik  $a$  dan  $b$ . Sisi  $e_2$  terkait langsung dengan titik  $a$  dan  $c$ . Sisi  $e_1$  tidak terkait langsung dengan titik  $c$  dan  $d$ . Perlu diperhatikan bahwa satu sisi hanya dapat terkait langsung dengan dua titik

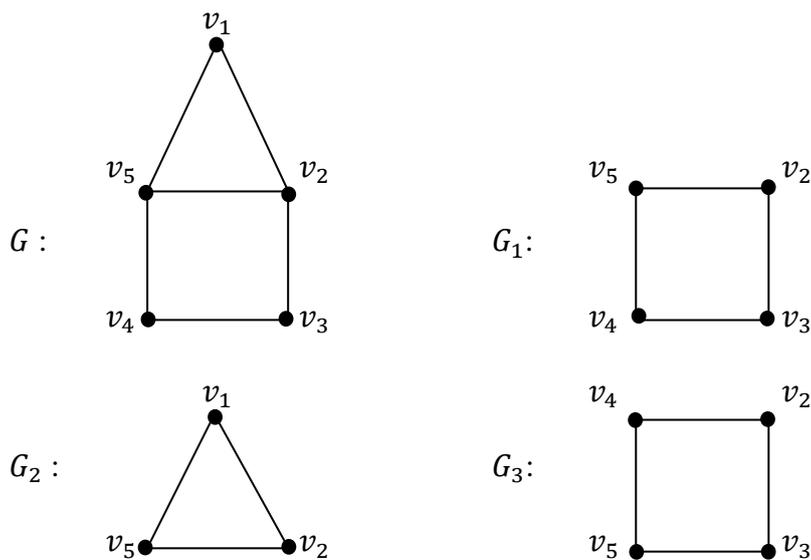
berbeda. Hal ini terjadi karena satu sisi hanya menghubungkan dua titik berbeda. Sisi  $e_1$  dan  $e_2$  terhubung langsung karena terkait langsung pada satu titik yang sama, yaitu titik  $a$ . Sisi  $e_1$  dan  $e_6$  tidak terhubung langsung karena tidak terkait langsung pada titik yang sama (Abdussakir, dkk, 2009).

## 2.2. Subgraf

### Definisi 2.2.1

Graf  $H$  dikatakan subgraf dari graf  $G$  jika setiap titik di  $H$  adalah titik di  $G$  dan setiap sisi di  $H$  adalah sisi di  $G$ . Dengan kata lain, graf  $H$  adalah subgraf dari  $G$  jika  $V(H) \subseteq V(G)$  dan  $E(H) \subseteq E(G)$ . Jika  $H$  adalah subgraf dari  $G$  maka dapat ditulis  $H \subseteq G$ . Jika  $H$  adalah subgraf dari  $G$  tetapi  $H \neq G$ , maka  $H$  disebut subgraf sejati dari  $G$ , dan ditulis dengan  $H \subset G$ . Pada kasus  $H$  adalah subgraf  $G$ , maka  $G$  disebut supergraf dari  $H$  (Abdussakir, dkk, 2009).

Pada contoh berikut  $G_1$  dan  $G_2$  adalah subgraf dari  $G$  sedangkan  $G_3$  bukan subgraf dari  $G$  karena ada sisi  $v_2v_4$  di  $G_3$  tetapi  $v_2v_4$  bukan sisi di  $G$ .



**Gambar 2.3** Subgraf dan bukan subgraf dari Graf  $G$

### Definisi 2.2.2

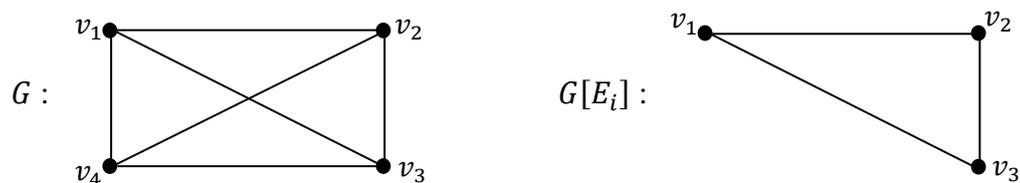
Misalkan  $E_i \subset E(G)$ , subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  dilambangkan dengan  $G[E_i]$  adalah sebuah subgraf dari  $G$  yang himpunan sisinya adalah  $E_i$  dan himpunan titiknya beranggotakan titik yang terkait langsung dengan sisi-sisi di  $E_i$  (Budayasa, 2007).

Contoh subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  dari graf  $G$

Misalkan  $E[G] = \{v_1v_2, v_1v_3, v_1v_4, v_2v_3, v_2v_4, v_3v_4\}$

$$E_i = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3\}$$

Maka  $G[E_i]$  adalah sebagaimana gambar dibawah ini



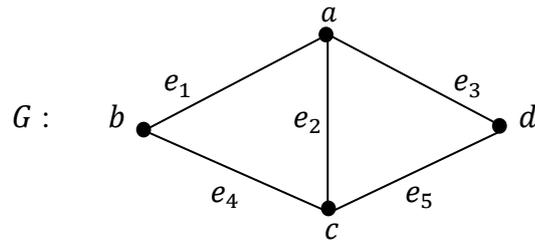
**Gambar 2.4** Subgraf yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  dari graf  $G$

## 2.3 Derajat Titik

### Definisi 2.3.1

Derajat dari titik  $v$  di graf  $G$ , ditulis dengan  $deg_G(v)$  atau bisa dinotasikan dengan  $deg(v)$ , adalah banyaknya sisi di  $G$  yang terkait langsung dengan  $v$ . Titik yang berderajat genap disebut titik genap dan titik yang berderajat ganjil disebut titik ganjil. Derajat maksimum titik di  $G$  dilambangkan dengan  $D(G)$  dan derajat minimum titik di  $G$  dilambangkan dengan  $d(G)$  (Abdussakir, dkk, 2009).

Perhatikan graf  $G$  berikut yang mempunyai himpunan titik  $V(G) = \{a, b, c, d\}$  dan himpunan sisi  $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ .



**Gambar 2.5** Derajat titik pada graf  $G$

Berdasarkan Gambar 2.5 di atas, maka diperoleh bahwa

$$\deg(a) = 3 \quad \deg(b) = 2 \quad \deg(c) = 3 \quad \deg(d) = 2$$

Dengan demikian derajat maksimum di  $G$  adalah  $D(G) = 3$  dan derajat minimum di  $G$  adalah  $d(G) = 2$ . Titik  $b$  dan  $d$  adalah titik genap, titik  $c$  dan  $a$  adalah titik ganjil (Abdussakir, dkk, 2009).

### Definisi 2.3.2

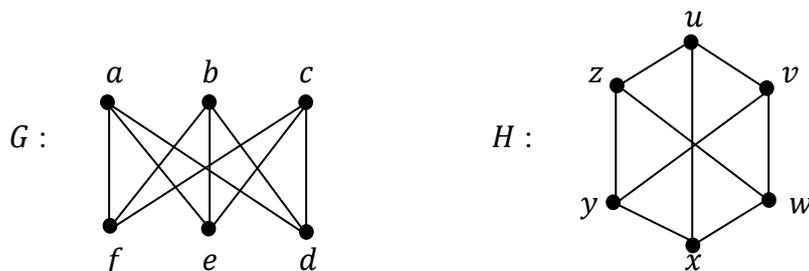
Titik terisolasi (*isolated vertex*) adalah titik yang tidak satupun terhubung langsung dengan titik-titik yang lainnya (Rahmawati, 2014).

## 2.4 Graf Isomorfik

### Definisi 2.4.1

Graf  $G$  disebut isomorfik dengan graf  $H$ , jika terdapat fungsi  $\phi$  (pemetaan) yang bersifat bijektif dari  $V(G)$  ke  $V(H)$ , yang disebut isomorfisme, yaitu  $(uv) \in E(G)$  jika dan hanya jika  $\phi(u)\phi(v) \in E(H)$ . Jika graf  $G$  isomorfik dengan graf  $H$ , maka dinotasikan dengan  $G \cong H$  (Abdussakir, dkk, 2009).

Perhatikan gambar berikut.



**Gambar 2.6** Graf  $G$  isomorfik dengan graf  $H$

Pada Gambar 2.6,  $G \cong H$  karena ada pemetaan

$$\begin{array}{ll} \phi : V(G) \longrightarrow V(H) & \phi : E(G) \longrightarrow E(H) \\ a \longrightarrow u & af \longrightarrow uz \\ b \longrightarrow w & ae \longrightarrow ux \\ c \longrightarrow y & ad \longrightarrow uv \\ d \longrightarrow v & bf \longrightarrow wz \\ e \longrightarrow x & be \longrightarrow wx \\ f \longrightarrow z & bd \longrightarrow wv \\ & cf \longrightarrow yz \\ & ce \longrightarrow yx \\ & cd \longrightarrow yv \end{array}$$

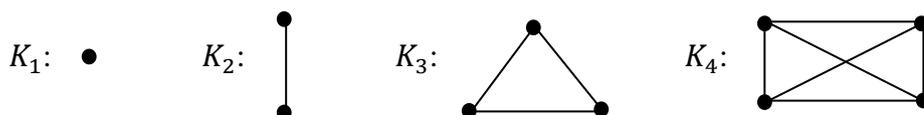
Maka graf  $G$  dan  $H$  dapat dikatakan graf isomorfik, karena tetap terjaga keterhubungannya.

## 2.5 Graf Komplit

### Definisi 2.5.1

Graf komplit (*complete*) adalah graf yang setiap dua titik yang berbeda saling terhubung langsung (*adjacent*). Graf komplit dengan  $n$  titik dinyatakan dengan  $K_n$  (Wilson, dkk, 1990).

Contoh gambar graf komplit adalah sebagai berikut :



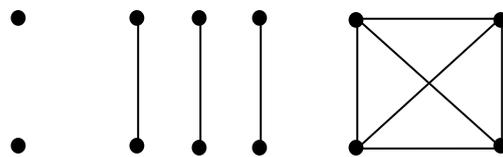
**Gambar 2.7** Graf komplit  $K_1, K_2, K_3$  dan  $K_4$

## 2.6 Operasi pada Graf

### Definisi 2.6.1

Gabungan (*union*) dari  $G_1$  dan  $G_2$ , dapat ditulis  $G = G_1 \cup G_2$ , adalah graf dengan  $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$  dan  $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$ . Jika  $G$  merupakan gabungan dari sebanyak  $n$  graf  $H$ ,  $n \geq 2$ , maka ditulis  $G = nH$  (Abdussakir, dkk, 2009).

Misalnya graf  $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_4$  dapat digambarkan sebagai berikut.

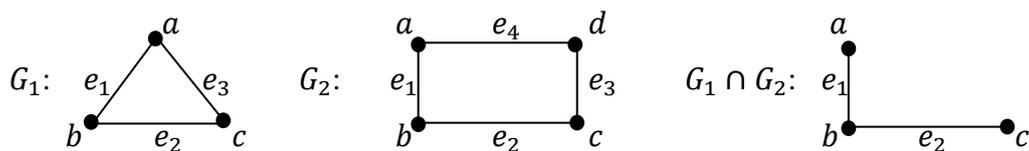


Gambar 2.8 Gabungan graf dari graf  $2K_1 \cup 3K_2 \cup K_4$

### Definisi 2.6.2

Irisan (*Intersection*) dari  $G_1$  dan  $G_2$ , dapat dituliskan  $G = G_1 \cap G_2$ , adalah graf dengan  $V(G) = V(G_1) \cap V(G_2)$  dan  $E(G) = E(G_1) \cap E(G_2)$  (Marsudi, 2016).

Misalnya graf  $G_1 \cap G_2$  dapat digambarkan sebagai berikut.

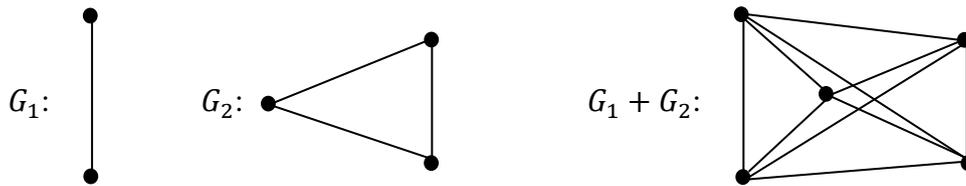


Gambar 2.9 Irisan dari graf  $G_1 \cap G_2$

### Definisi 2.6.3

Penjumlahan (*join*) dari  $G_1$  dan  $G_2$ , ditulis  $G = G_1 + G_2$ , adalah graf dengan  $V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$  dan  $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv | u \in V(G_1) \text{ dan } v \in V(G_2)\}$ . Menggunakan operasi penjumlahan, maka jelas bahwa  $K_{m,n} \cong K_m + K_n$  (Abdussakir, dkk, 2009).

Berikut ini adalah contoh operasi penjumlahan dua graf.



**Gambar 2.10** Penjumlahan graf dari graf  $G_1 + G_2$

## 2.7 Partisi

### Definisi 2.7.1

Misalkan  $V_1, V_2, \dots, V_n$  adalah subhimpunan dari himpunan titik  $V(G)$  pada suatu graf  $G$ . Untuk setiap  $i$ , himpunan  $V_i$  disebut partisi dari  $V(G)$  jika

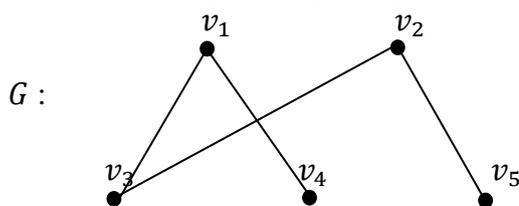
- $V_i \neq \emptyset$ ,
- $V(G) = \bigcup_{i=1}^n V_i$ , serta
- $V_i \cap V_j = \emptyset$  untuk  $i \neq j$  (Hasmawati, 2013)

## 2.8 Graf Bipartisi

### Definisi 2.8.1

Graf  $G$  dikatakan bipartisi jika  $V(G)$  dapat dipartisi menjadi  $V(G) = A \cup B$  dengan  $A \cap B = \emptyset$  dan untuk setiap  $uv \in E(G)$  berlaku salah satu  $u \in A$  dan  $v \in B$  atau  $u \in B$  dan  $v \in A$ . Sehingga himpunan titik dalam satu partisi tidak boleh terhubung langsung (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Contoh gambar graf bipartisi :



**Gambar 2.11** Graf bipartisi

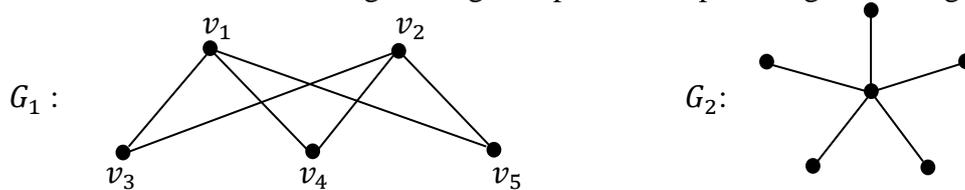
Berdasarkan Gambar 2.11, maka graf  $G$  dapat dipartisi menjadi dua himpunan, yaitu  $A = \{v_1, v_2\}$  dan  $B = \{v_3, v_4, v_5\}$ . Sehingga masing-masing sisi di  $G$  terkait langsung dengan titik di  $A$  dan titik di  $B$ .

## 2.9 Graf Bipartisi Komplit

### Definisi 2.9.1

Graf  $G$  disebut graf bipartisi komplit jika  $G$  adalah graf bipartisi dan komplit. Graf bipartisi komplit yang masing-masing partisi memuat titik  $m$  dan titik  $n$  dilambangkan dengan  $K_{(m,n)}$ . Graf bipartisi komplit  $K_{(1,n)}$  disebut dengan graf bintang dan dinotasikan dengan  $S_n$  (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Perhatikan contoh gambar graf bipartisi komplit dan graf bintang berikut:



**Gambar 2.12**  $G_1$  adalah graf bipartisi lengkap dan  $G_2$  adalah graf bintang

Berdasarkan Gambar 2.12 maka  $G_1$  adalah graf bipartisi komplit  $K_{2,3}$  dengan partisi  $V_1 = \{v_1, v_2\}$  dan  $V_2 = \{v_3, v_4, v_5\}$ , sedangkan  $G_2$  adalah graf komplit  $K_{1,5}$  atau graf bintang  $S_5$ .

## 2.10 Graf Kincir $W_2^m$

### Definisi 2.10.1

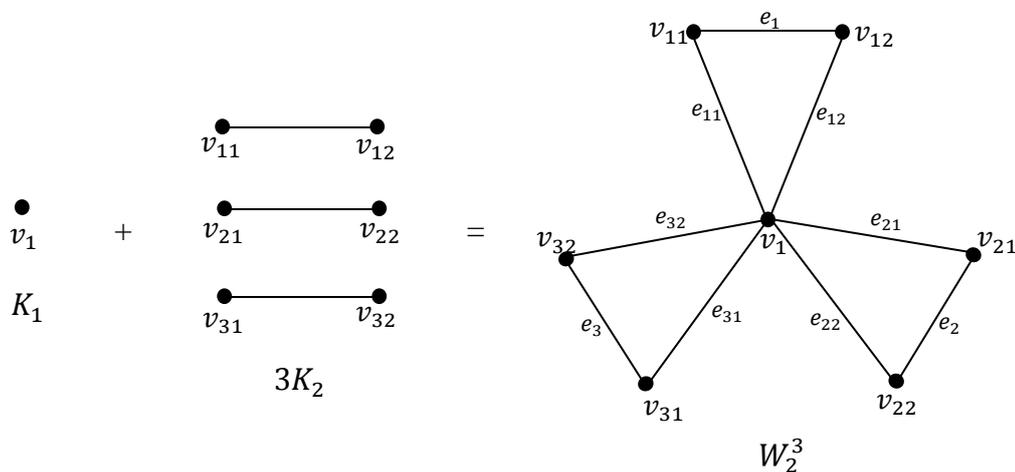
Graf kincir yang dibangun dengan  $K_1$  dan  $mK_2$  dinotasikan dengan  $W_2^m$  adalah graf yang menghubungkan semua titik  $mK_2 = \underbrace{K_2 \cup K_2 \cup \dots \cup K_2}_m$  dengan suatu titik yang disebut dengan titik pusat. Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1$

dan  $mK_2$ , secara matematis dinotasikan dengan  $W_2^m = K_1 + mK_2$ . Titik pusat pada graf kincir  $W_2^m$  adalah titik dari graf komplit  $K_1$  (Pratama, 2014).

Graf kincir  $W_2^m$  merupakan graf bipartisi dan komplit, yang memuat partisi titik  $K_1$  dan titik  $mK_2$ . Sehingga graf kincir  $W_2^m$  juga dapat disebut dengan graf bipartisi komplit.

#### Contoh 2.10.1

Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + 3K_2 = W_2^3$ . Maka graf kincir  $W_2^3$  adalah sebagaimana gambar di bawah ini



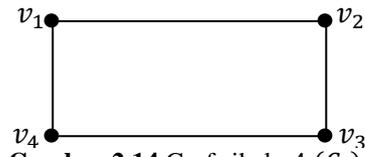
**Gambar 2.13** Graf kincir  $W_2^3$ .

## 2.11 Graf Sikel

### Definisi 2.11.1

Graf sikel ( $C_n$ ) adalah graf terhubung dengan  $n$  titik yang setiap titiknya berderajat 2. Sikel adalah jalan tertutup dengan barisan titik yang berbeda. Sikel dengan panjang  $n$  disebut sikel- $n$ . Panjang sikel pada sebuah graf paling kecil adalah 3 (Chartrand dan Lesniak, 1986).

Contoh 2.11.1



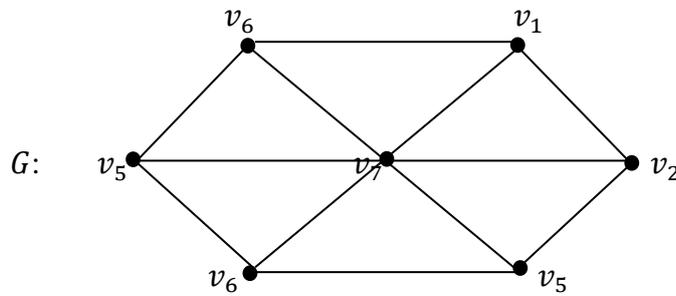
Gambar 2.14 Graf sikel-4 ( $C_4$ )

## 2.12 Dekomposisi Graf

### Definisi 2.12.1

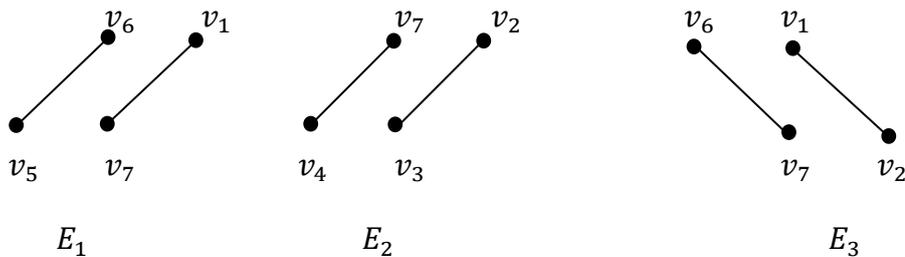
Dekomposisi graf  $G$  adalah kumpulan atau koleksi subgraf  $\{H_i\}_{i=1}^n$  dari graf  $G$  sedemikian hingga  $H_i = G[E_i]$  untuk suatu  $E_i$  subset dari  $E(G)$ , dan  $\{E_i\}_{i=1}^n$  adalah partisi dari  $E(G)$ . Subgraf  $H_i$  pada dekomposisi  $G$  tidak memuat titik terisolasi. Jika  $\{H_i\}_{i=1}^n$  adalah dekomposisi dari  $G$  maka dapat dituliskan sebagai  $G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus \dots \oplus H_n$ . Jika  $\{H_i\}_{i=1}^n$  adalah dekomposisi graf  $G$  dan  $H_i \cong H$  untuk suatu  $H$  dan untuk setiap  $i$ , maka  $G$  dikatakan  $H$ -dekomposisi (Chartrand dan Lesniak, 1986).

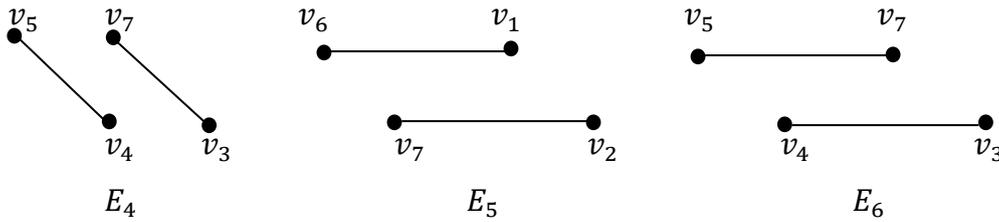
Perhatikan contoh graf  $G$  berikut ini.



Gambar 2.15 Graf G

Berikut adalah suatu partisi sisi-sisi dari graf  $G$  :





**Gambar 2.16** Partisi sisi-sisi graf  $G$

Dari Gambar 2.16 di atas, terlihat bahwa diperoleh suatu partisi dari  $E(G)$ , yaitu  $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$  dengan

$$E_1 = \{v_6v_5, v_1v_7\}$$

$$E_2 = \{v_7v_4, v_2v_3\}$$

$$E_3 = \{v_6v_7, v_1v_2\}$$

$$E_4 = \{v_5v_4, v_7v_3\}$$

$$E_5 = \{v_6v_1, v_7v_2\}$$

$$E_6 = \{v_5v_7, v_4v_3\}$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_i$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  untuk  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , maka

$$H_1 = G[E_1] = G[\{v_6v_5, v_1v_7\}]$$

$$H_2 = G[E_2] = G[\{v_7v_4, v_2v_3\}]$$

$$H_3 = G[E_3] = G[\{v_6v_7, v_1v_2\}]$$

$$H_4 = G[E_4] = G[\{v_5v_4, v_7v_3\}]$$

$$H_5 = G[E_5] = G[\{v_6v_1, v_7v_2\}]$$

$$H_6 = G[E_6] = G[\{v_5v_7, v_4v_3\}]$$

Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi dari  $\{H_i\}_{i=1}^6$  memenuhi definisi dekomposisi graf, sehingga  $G$  dapat didekomposisikan. Jika  $\{H_i\}_{i=1}^6$  adalah dekomposisi dari  $G$  maka dapat dituliskan sebagai

$$G = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6$$

Jika  $\{H_i\}_{i=1}^6$  adalah dekomposisi graf  $G$  dan  $H_i \cong 2K_2$  untuk setiap  $i$ , maka graf  $G$  dikatakan  $2K_2$ -dekomposisi.

### 2.13 Kajian Agama

Salah satu keistimewaan Al-Qur'an yang paling utama adalah hubungannya dengan ilmu pengetahuan. Salah satu ilmu pengetahuan yang dapat diintegrasikan dari Al-Qur'an adalah ilmu matematika. Pada ilmu matematika, salah satu topik yang dibahas di dalam ilmu matematika adalah teori graf.

Teori graf adalah salah satu cabang dari matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler pada tahun 1736, sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Konigsberg yang tercatat dalam sejarah untuk pertama kali menggunakan graf. Teori graf banyak dijadikan model dalam memecahkan masalah yang ada di kehidupan sehari-hari.

Pada surat Al Insyirah ayat 5-6, Allah mengatakan bahwa sesungguhnya disetiap kesulitan itu ada kemudahan. Sehingga pada suatu permasalahan yang besar terdapat solusi (kemudahan) untuk menyelesaikannya. Suatu permasalahan yang besar itu terdiri dari beberapa hal yang kecil, maka untuk menyelesaikan suatu permasalahannya yang besar kita bisa memahami karakteristiknya terlebih dahulu dengan cara dipecah-pecah. Salah satunya dengan menggunakan konsep dekomposisi. Dekomposisi adalah proses perubahan suatu objek menjadi bentuk yang lebih kecil (sederhana). Hasil dekomposisi dari suatu objek ialah suatu bentuk yang lebih kecil (sederhana) dari suatu objek tersebut, dimana bentuk yang

lebih kecil (sederhana) tersebut merupakan suatu partisi dari suatu objek yang didekomposisikan.

Pada surat An Nuur ayat 45 :

وَاللَّهُ خَلَقَ كُلَّ دَابَّةٍ مِنْ مَّاءٍ ۖ فَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ بَطْنِهِ ۖ وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ رِجْلَيْنِ ۖ وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ أَرْبَعٍ ۗ يَخْلُقُ اللَّهُ مَا يَشَاءُ ۗ إِنَّ اللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ

Artinya : ”Dan Allah telah menciptakan semua jenis hewan dari air, maka sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya dan sebagian berjalan dengan dua kaki, sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki. Allah menciptakan apa yang dikehendaki-Nya, sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu”. (QS. An Nuur (24) : 45).

Allah menyebutkan kekuasaan-Nya yang Maha Sempurna atas kerajaan-Nya Yang Maha Agung dengan menciptakan berbagai jenis hewan dalam bentuk, rupa, warna dan gerak-gerik yang berbeda dari satu unsur yang sama, yaitu air (Ibnu Katsir, 2003).

Firman Allah, ( فَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ بَطْنِهِ ) “Sebagian dari hewan itu ada yang berjalan di atas perutnya,” seperti ular dan sejenisnya. Firman Allah, ( وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ رِجْلَيْنِ ) “sebagian berjalan dengan dua kaki,” seperti burung dan sejenisnya. Firman Allah ( وَمِنْهُمْ مَنْ يَمْشِي عَلَىٰ أَرْبَعٍ ) “sedang sebagian (yang lain) berjalan dengan empat kaki,” seperti hewan ternak dan binatang-binatang lainnya. Oleh sebab itu, Allah berfirman, ( يَخْلُقُ اللَّهُ مَا يَشَاءُ ) “Allah menciptakan apa yang dikehendaki-Nya,” yakni menciptakan dengan kekuasaan-Nya, karena apa yang dikehendaki-Nya pasti terjadi dan apa yang tidak dikehendaki-Nya pasti tidak akan terjadi. Oleh karena itu, Allah menutup dengan firman-Nya, ( إِنَّ اللَّهَ عَلَىٰ كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ ) “sesungguhnya Allah Maha Kuasa atas segala sesuatu” (Abdullah, 2003).

Berdasarkan uraian di atas, Al-Qur'an berbicara mengenai pengelompokan objek-objek menjadi beberapa bagian kelompok. Dalam surat An Nuur tersebut, terdapat konsep matematika yang terkandung di dalamnya yaitu tentang suatu partisi. Partisi adalah pembagian suatu objek kedalam beberapa bagian dengan tujuan tertentu.

Pada uraian di atas juga sudah dijelaskan bahwa pada surat An Nuur terdapat beberapa kelompok hewan. Kelompok hewan yang berjalan di atas perutnya, yang artinya hewan tersebut tidak berjalan dengan dua kaki atau empat kaki. Maka tidak ada hewan di dalam kelompok hewan yang berjalan di atas perutnya tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan dua kaki serta berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan empat kaki.

Kelompok hewan berjalan dengan dua kaki, yang artinya hewan tersebut tidak berjalan di atas perutnya dan tidak berjalan dengan empat kaki. Maka tidak ada hewan di dalam kelompok hewan yang berjalan dengan dua kaki tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan berjalan di atas perutnya serta berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan empat kaki.

Begitupun juga dengan kelompok hewan yang berjalan dengan empat kaki, yang artinya hewan tersebut tidak berjalan di atas perutnya dan tidak berjalan dengan dua kaki atau lebih. Maka tidak ada hewan di dalam kelompok hewan yang berjalan dengan empat kaki tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan berjalan di atas perutnya serta berada di dalam kelompok hewan berjalan dengan dua kaki.

Dengan demikian, setiap satu kelompok hewan pasti ada seekor hewan yang berada di dalam kelompok tersebut (kelompoknya tidak kosong), dan tidak

ada seekor hewan yang berada dalam satu kelompok hewan tetapi dia juga berada di dalam kelompok hewan lainnya. Sehingga hewan yang berjalan di atas perutnya, hewan yang berjalan dengan dua kaki, dan hewan yang berjalan dengan empat kaki merupakan partisi dari himpunan hewan.

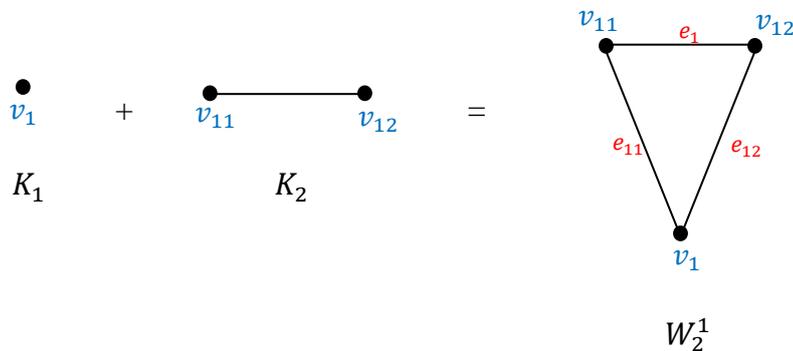
**BAB III**  
**PEMBAHASAN**

Pada bab ini akan dibahas tentang dekomposisi suatu graf yaitu dekomposisi graf kincir  $W_2^m$ .

**3.1 Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^m$**

**3.1.1 Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^1$**

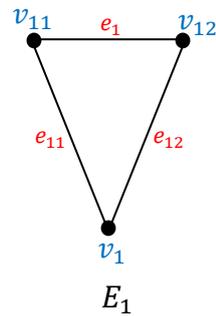
Graf kincir  $W_2^1$  dibangun oleh graf komplit  $K_2$  yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit  $K_1$ . Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + K_2 = W_2^1$ . Maka graf kincir  $W_2^1$  adalah sebagaimana gambar berikut ini :



**Gambar 3.1** Graf kincir  $W_2^1$ .

Graf kincir  $W_2^1$  pada Gambar 3.1 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir  $W_2^1$  adalah  $V(W_2^1) = \{v_1, v_{11}, v_{12}\}$  dan himpunan sisi  $E(W_2^1) = \{e_1, e_{11}, e_{12}\}$ .

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir  $W_2^1$



**Gambar 3.2** Partisi sisi graf kincir  $W_2^1$

Dari Gambar 3.2, terlihat bahwa diperoleh 1 partisi dari  $E(W_2^1)$ , yaitu  $E_1$  dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_1$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_1$ , maka

$$H_1 = W_2^1[E_1] = W_2^1[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}].$$

Subgraf  $H_1$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi  $H_1$  memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir  $W_2^1$  dapat didekomposisikan. Karena  $H_1$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^1$  maka dapat dituliskan sebagai

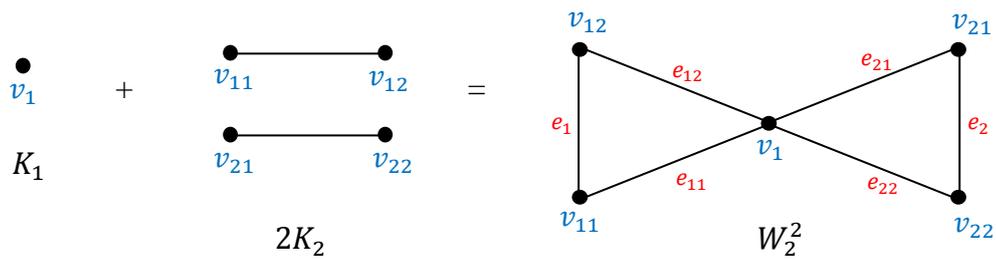
$$W_2^1 = H_1.$$

Karena setiap titik pada koleksi  $H_1$  berderajat 2 dan panjang sikel pada koleksi  $H_1$  adalah 3, maka  $H_1 \cong C_3$ .

Jadi, karena  $H_1$  adalah dekomposisi graf kincir  $W_2^1$  dan  $H_1 \cong C_3$ , maka graf kincir  $W_2^1$  merupakan  $C_3$  –dekomposisi.

### 3.1.2 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^2$

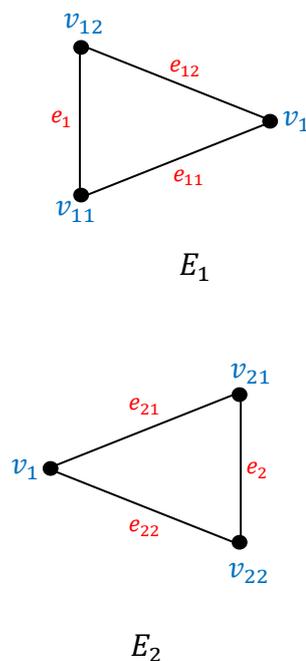
Graf kincir  $W_2^2$  dibangun oleh graf komplit  $2K_2$  yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit  $K_1$ . Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + 2K_2 = W_2^2$ . Maka graf kincir  $W_2^2$  adalah sebagaimana gambar berikut ini :



**Gambar 3.3** Graf kincir  $W_2^2$ .

Graf kincir  $W_2^2$  pada Gambar 3.3 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir  $W_2^2$  adalah  $V(W_2^2) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}\}$  dan himpunan sisi  $E(W_2^2) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}\}$ .

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir  $W_2^2$



**Gambar 3.4** Partisi sisi graf kincir  $W_2^2$

Dari Gambar 3.4, terlihat bahwa diperoleh 2 partisi dari  $E(W_2^2)$ , yaitu  $E_1$  dan  $E_2$  dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_i$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  untuk  $i = 1, 2$ , maka

$$H_1 = W_2^2[E_1] = W_2^2[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^2[E_2] = W_2^2[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}].$$

Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^2$  memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir  $W_2^2$  dapat didekomposisikan. Karena  $\{H_i\}_{i=1}^2$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^2$  maka dapat dituliskan sebagai

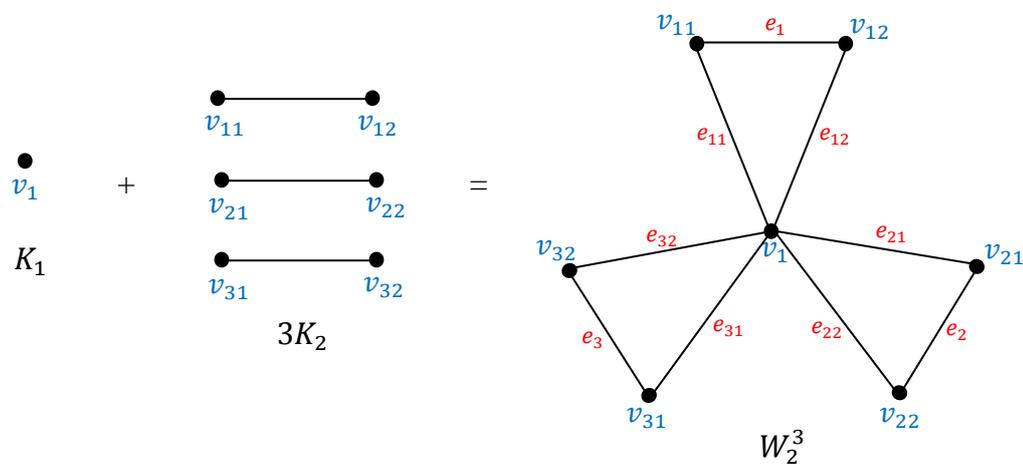
$$W_2^2 = H_1 \oplus H_2.$$

Karena setiap titik pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^2$  berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^2$  adalah 3, maka  $H_i \cong C_3$ .

Jadi, karena  $\{H_i\}_{i=1}^2$  adalah dekomposisi graf kincir  $W_2^2$  dan  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ , maka graf kincir  $W_2^2$  merupakan  $C_3$  –dekomposisi.

### 3.1.3 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^3$

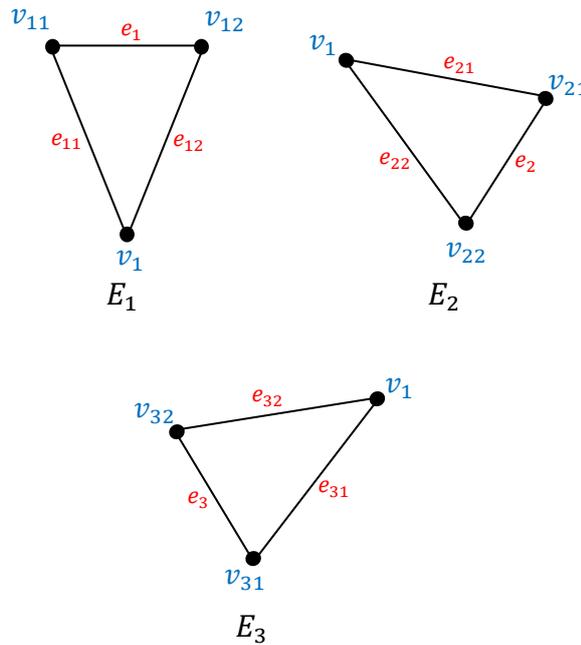
Graf kincir  $W_2^3$  dibangun oleh graf komplit  $3K_2$  yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit  $K_1$ . Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + 3K_2 = W_2^3$ . Maka graf kincir  $W_2^3$  adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.5 Graf kincir  $W_2^3$

Graf kincir  $W_2^3$  pada Gambar 3.5 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir  $W_2^3$  adalah  $V(W_2^3) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}\}$  dan himpunan sisi pada graf kincir  $W_2^3$  adalah  $E(W_2^3) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}\}$ .

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir  $W_2^3$



**Gambar 3.6** Partisi sisi graf kincir  $W_2^3$

Dari Gambar 3.6, terlihat bahwa diperoleh 3 partisi dari  $E(W_2^3)$ , yaitu  $E_1, E_2, E_3$  dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_i$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  untuk  $i = 1, 2, 3$ , maka

$$H_1 = W_2^3[E_1] = W_2^3[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^3[E_2] = W_2^3[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^3[E_3] = W_2^3[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}].$$

Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^3$  memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir  $W_2^3$  dapat didekomposisikan. Karena  $\{H_i\}_{i=1}^3$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^3$  maka dapat dituliskan sebagai

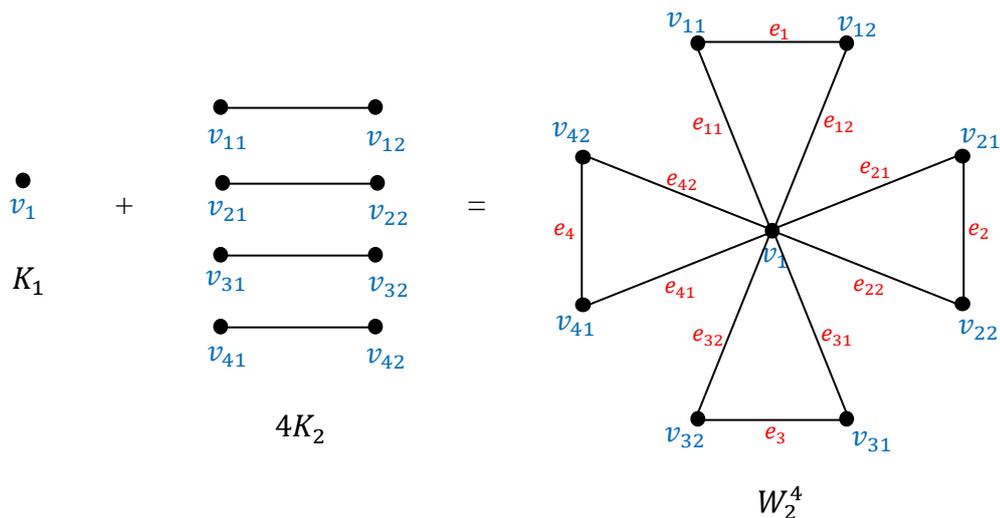
$$W_2^3 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3.$$

Karena setiap titik pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^3$  berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^3$  adalah 3, maka  $H_i \cong C_3$ .

Jadi, karena  $\{H_i\}_{i=1}^3$  adalah dekomposisi graf kincir  $W_2^3$  dan  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ , maka graf kincir  $W_2^3$  merupakan  $C_3$  –dekomposisi.

### 3.1.4 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^4$

Graf kincir  $W_2^4$  dibangun oleh graf komplit  $4K_2$  yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit  $K_1$ . Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + 4K_2 = W_2^4$ . Maka graf kincir  $W_2^4$  adalah sebagaimana gambar berikut ini :

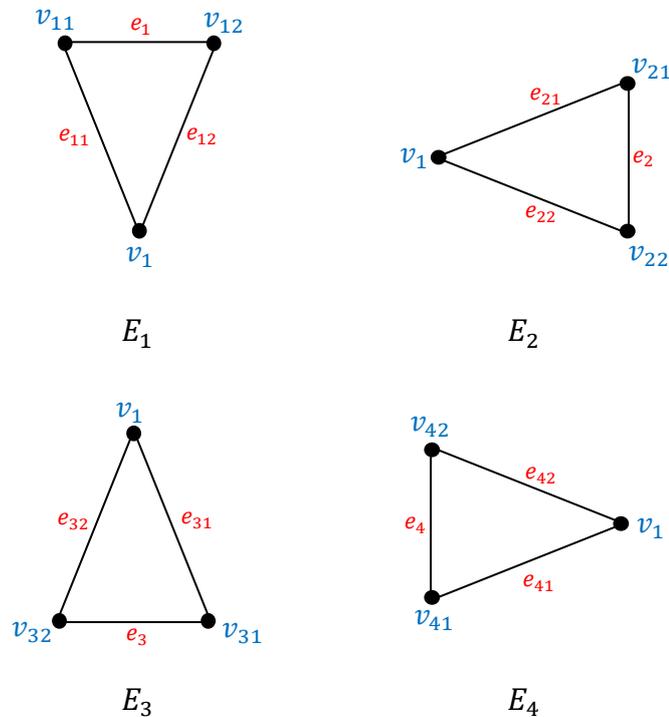


Gambar 3.7 Graf kincir  $W_2^4$ .

Graf kincir  $W_2^4$  pada Gambar 3.7 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir  $W_2^4$  adalah  $V(W_2^4) =$

$\{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}, v_{41}, v_{42}\}$  dan himpunan sisi pada graf kincir  $W_2^4$  adalah  $E(W_2^4) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}, e_4, e_{41}, e_{42}\}$ .

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir  $W_2^4$



**Gambar 3.8** Partisi sisi graf kincir  $W_2^4$

Dari Gambar 3.8, terlihat bahwa diperoleh 4 partisi dari  $E(W_2^4)$ , yaitu

$E_1, E_2, E_3, E_4$  dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\},$$

$$E_4 = \{e_4, e_{41}, e_{42}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_i$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  untuk  $i = 1, 2, 3, 4$ , maka

$$H_1 = W_2^4[E_1] = W_2^4[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^4[E_2] = W_2^4[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^4[E_3] = W_2^4[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}],$$

$$H_4 = W_2^4[E_4] = W_2^4[\{e_4, e_{41}, e_{42}\}].$$

Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^4$  memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir  $W_2^4$  dapat didekomposisikan. Karena  $\{H_i\}_{i=1}^4$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^4$  maka dapat dituliskan sebagai

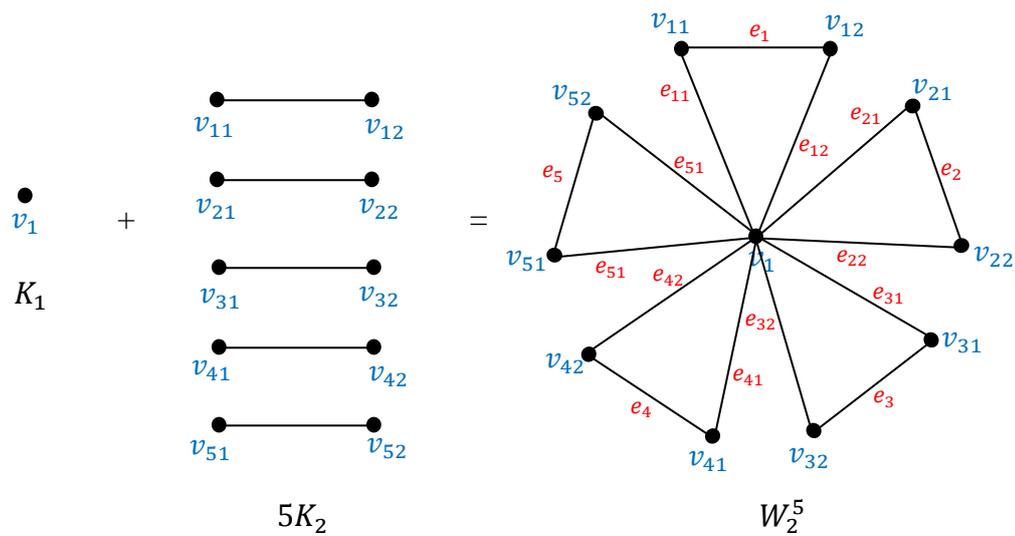
$$W_2^4 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4.$$

Karena setiap titik pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^4$  berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^4$  adalah 3, maka  $H_i \cong C_3$ .

Jadi, karena  $\{H_i\}_{i=1}^4$  adalah dekomposisi graf kincir  $W_2^4$  dan  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ , maka graf kincir  $W_2^4$  merupakan  $C_3$  –dekomposisi.

### 3.1.5 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^5$

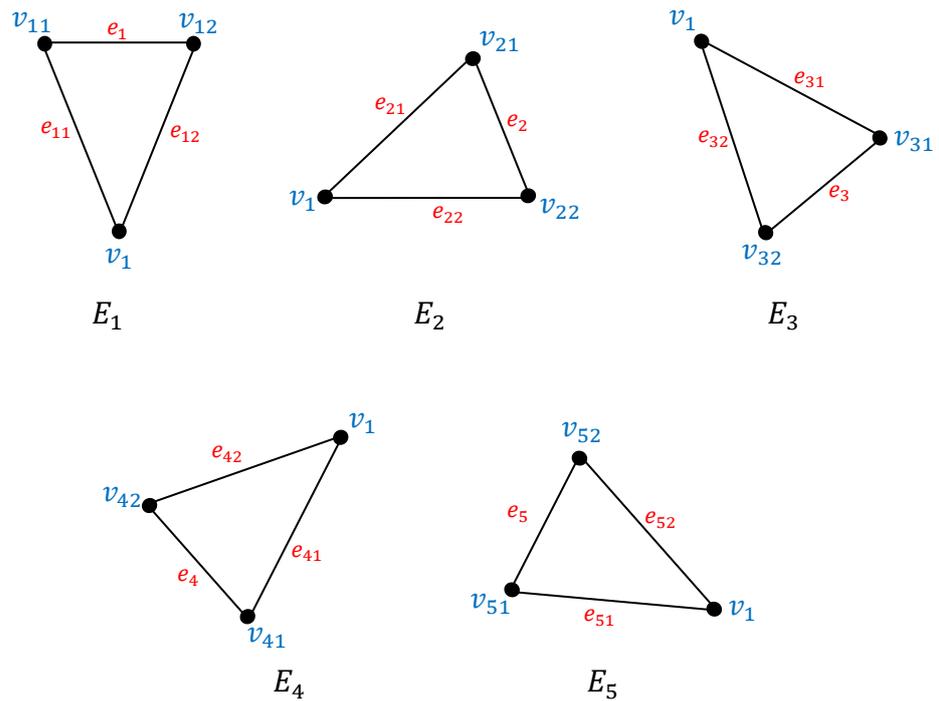
Graf kincir  $W_2^5$  dibangun oleh graf komplit  $5K_2$  yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit  $K_1$ . Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + 5K_2 = W_2^5$ . Maka graf kincir  $W_2^5$  adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.9 Graf kincir  $W_2^5$ .

Graf kincir  $W_2^5$  pada Gambar 3.9 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir  $W_2^5$  adalah  $V(W_2^5) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}, v_{41}, v_{42}, v_{51}, v_{52}\}$  dan himpunan sisinya adalah  $E(W_2^5) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}, e_4, e_{41}, e_{42}, e_5, e_{51}, e_{52}\}$ .

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir  $W_2^5$



**Gambar 3.10** Partisi sisi graf kincir  $W_2^5$

Dari Gambar 3.10, terlihat bahwa diperoleh 5 partisi dari  $E(W_2^5)$ , yaitu

$E_1, E_2, E_3, E_4, E_5$  dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\},$$

$$E_4 = \{e_4, e_{41}, e_{42}\},$$

$$E_5 = \{e_5, e_{51}, e_{52}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_i$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  untuk  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ , maka

$$H_1 = W_2^5[E_1] = W_2^5[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^5[E_2] = W_2^5[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^5[E_3] = W_2^5[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}],$$

$$H_4 = W_2^5[E_4] = W_2^5[\{e_4, e_{41}, e_{42}\}],$$

$$H_5 = W_2^5[E_5] = W_2^5[\{e_5, e_{51}, e_{52}\}].$$

Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^5$  memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir  $W_2^5$  dapat didekomposisikan. Karena  $\{H_i\}_{i=1}^5$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^5$  maka dapat dituliskan sebagai

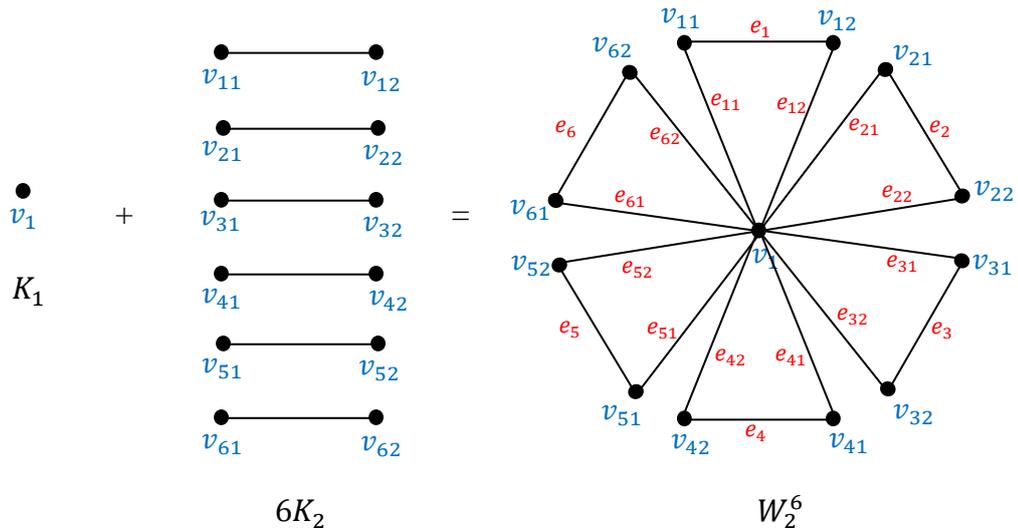
$$W_2^5 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5.$$

Karena setiap titik pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^5$  berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^5$  adalah 3, maka  $H_i \cong C_3$ .

Jadi, karena  $\{H_i\}_{i=1}^5$  adalah dekomposisi graf kincir  $W_2^5$  dan  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ , maka graf kincir  $W_2^5$  merupakan  $C_3$  –dekomposisi.

### 3.1.6 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^6$

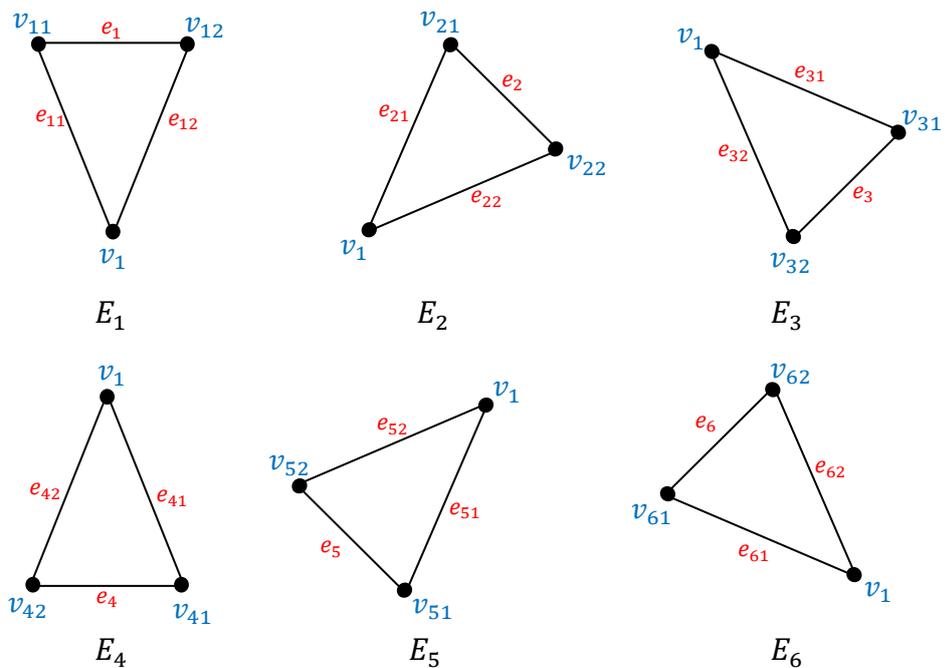
Graf kincir  $W_2^6$  dibangun oleh graf komplit  $6K_2$  yang semua titiknya dihubungkan dengan graf komplit  $K_1$ . Operasi penjumlahan graf komplit  $K_1 + 6K_2 = W_2^6$ . Maka graf kincir  $W_2^6$  adalah sebagaimana gambar berikut ini :



Gambar 3.11 Graf kincir  $W_2^6$ .

Graf kincir  $W_2^6$  pada Gambar 3.11 sudah diberi label pada setiap titik dan sisinya, sehingga himpunan titik pada graf kincir  $W_2^6$  adalah  $V(W_2^6) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, v_{31}, v_{32}, v_{41}, v_{42}, v_{51}, v_{52}, v_{61}, v_{62}\}$  dan himpunan sisi pada graf kincir  $W_2^6$  adalah  $E(W_2^6) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, e_3, e_{31}, e_{32}, e_4, e_{41}, e_{42}, e_5, e_{51}, e_{52}, e_6, e_{61}, e_{62}\}$ .

Berikut adalah suatu partisi dari graf kincir  $W_2^6$



Gambar 3.12 Partisi sisi graf kincir  $W_2^6$

Dari Gambar 3.12, terlihat bahwa diperoleh 6 partisi dari  $E(W_2^6)$ , yaitu

$E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$  dengan

$$E_1 = \{e_1, e_{11}, e_{12}\},$$

$$E_2 = \{e_2, e_{21}, e_{22}\},$$

$$E_3 = \{e_3, e_{31}, e_{32}\},$$

$$E_4 = \{e_4, e_{41}, e_{42}\},$$

$$E_5 = \{e_5, e_{51}, e_{52}\},$$

$$E_6 = \{e_6, e_{61}, e_{62}\}.$$

Selanjutnya dibentuk subgraf  $H_i$  yang dibangun (diinduksi) oleh  $E_i$  untuk  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , maka

$$H_1 = W_2^6[E_1] = W_2^6[\{e_1, e_{11}, e_{12}\}],$$

$$H_2 = W_2^6[E_2] = W_2^6[\{e_2, e_{21}, e_{22}\}],$$

$$H_3 = W_2^6[E_3] = W_2^6[\{e_3, e_{31}, e_{32}\}],$$

$$H_4 = W_2^6[E_4] = W_2^6[\{e_4, e_{41}, e_{42}\}],$$

$$H_5 = W_2^6[E_5] = W_2^6[\{e_5, e_{51}, e_{52}\}],$$

$$H_6 = W_2^6[E_6] = W_2^6[\{e_6, e_{61}, e_{62}\}].$$

Subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi, maka koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^6$  memenuhi definisi dekomposisi graf sehingga graf kincir  $W_2^6$  dapat didekomposisikan. Karena  $\{H_i\}_{i=1}^6$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^6$  maka dapat dituliskan sebagai

$$W_2^6 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5 \oplus H_6.$$

Karena setiap titik pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^6$  berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^6$  adalah 3, maka  $H_i \cong C_3$ .

Jadi, karena  $\{H_i\}_{i=1}^6$  adalah dekomposisi graf kincir  $W_2^6$  dan  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ , maka graf kincir  $W_2^6$  merupakan  $C_3$ -dekomposisi.

### 3.1.7 Dekomposisi Graf Kincir $W_2^m$

Berdasarkan Definisi 2.10.1 dan penggambaran graf kincir  $W_2^m$ , untuk  $m = 1,2,3,4,5,6$ , maka diperoleh titik dan sisi dari graf kincir  $W_2^m$ , yaitu sebagai berikut :

**Tabel 3.1** Titik dan Sisi Graf Kincir  $W_2^m$

$m$	Graf Kincir $W_2^m$	$ V(W_2^m) $	$ E(W_2^m) $
1	$W_2^1$	3	3
2	$W_2^2$	5	6
3	$W_2^3$	7	9
4	$W_2^4$	9	12
5	$W_2^5$	11	15
6	$W_2^6$	13	18
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$m$	$W_2^m$	$2m + 1$	$3m$

Berdasarkan Definisi 2.12.1 dan pendekomposisian graf kincir  $W_2^m$ , untuk  $m = 1,2,3,4,5,6$ , maka diperoleh dugaan dekomposisi graf kincir  $W_2^m$  dengan  $m$  adalah bilangan asli, sebagai berikut :

**Tabel 3.2** Dekomposisi Graf kincir  $W_2^m$

$m$	Graf Kincir $W_2^m$	Dekomposisi	$ V(H_i) $	$ E(H_i) $
1	$W_2^1$	$W_2^1 = H_1$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3
2	$W_2^2$	$W_2^2 = H_1 \oplus H_2$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3

3	$W_2^3$	$W_2^3 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3
4	$W_2^4$	$W_2^4 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3
5	$W_2^5$	$W_2^5 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_5$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3
6	$W_2^6$	$W_2^6 = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_4 \oplus H_6$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$m$	$W_2^m$	$W_2^m = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus H_4 \oplus H_4 \oplus H_6 \oplus \dots \oplus H_m$ dengan $H_i \cong C_3$ untuk setiap $i$	3	3

Sehingga, berdasarkan Tabel 3.2, maka diperoleh teorema sebagai berikut :

### **Teorema 3.1**

Misalkan  $m$  bilangan asli, maka graf kincir  $W_2^m$  merupakan  $C_3$  – dekomposisi.

### **Bukti**

Ambil sebarang  $m$  adalah bilangan asli, maka akan ditunjukkan bahwa graf kincir

$W_2^m$  merupakan  $C_3$  – dekomposisi.

Misalkan  $V(W_2^m) = \{v_1, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, \dots, v_{m1}, v_{m2}\}$

$$E(W_2^m) = \{e_1, e_{11}, e_{12}, e_2, e_{21}, e_{22}, \dots, e_m, e_{m1}, e_{m2}\}$$

dengan

$$e_i = (v_{i2}, v_{i1})$$

$$e_{i1} = (v_{i1}, v_1)$$

$$e_{i2} = (v_1, v_{i2})$$

Selanjutnya akan dibentuk partisi sisi-sisi graf kincir  $W_2^m$ .

Misalkan  $E_i = \{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}$  untuk  $i = 1, 2, 3, \dots, m$ .

Maka akan ditunjukkan bahwa  $\{E_i\}_{i=1}^m$  adalah suatu partisi dari  $E(W_2^m)$ .

a)  $E_i \neq \emptyset$

Karena  $E_i = \{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}$ , maka terlihat bahwa  $E_i$  memiliki 3 anggota yaitu  $e_i, e_{i1}$ , dan  $e_{i2}$ , sehingga  $E_i \neq \emptyset$ .

b)  $E(W_2^m) = \cup_{i=1}^m E_i$

Ambil  $x \in E(W_2^m)$ , maka  $x = e_k$  atau  $x = e_{t1}$  atau  $x = e_{s2}$  untuk suatu  $k, t, s \in \{1, 2, \dots, m\}$ . Artinya  $x \in E_k$  atau  $x \in E_t$  atau  $x \in E_s$ , jadi  $x \in \cup_{i=1}^m E_i$ .

$$\therefore E(W_2^m) \subseteq \cup_{i=1}^m E_i.$$

Sebaliknya, jika  $x \in \cup_{i=1}^m E_i$  maka  $x \in E_k$  untuk suatu  $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ . Jadi  $x = e_k$  atau  $x = e_{k1}$  atau  $x = e_{k2}$ . Oleh karena itu  $x \in E(W_2^m)$ .

$$\therefore \cup_{i=1}^m E_i \subseteq E(W_2^m).$$

c)  $E_i \cap E_j = \emptyset$  untuk  $i \neq j$

Perhatikan bahwa  $E_i = \{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}$  dan  $E_j = \{e_j, e_{j1}, e_{j2}\}$ , oleh karena itu jika  $i \neq j$  maka  $e_i \neq e_j$  dan  $e_{i1} \neq e_{j1}$  dan  $e_{i2} \neq e_{j2}$ .

Sehingga jelas bahwa  $E_i \cap E_j = \emptyset$  untuk  $i \neq j$ .

Karena  $\{E_i\}_{i=1}^m$  memenuhi a), b), dan c), maka terbukti bahwa  $\{E_i\}_{i=1}^m$  adalah suatu partisi dari  $E(W_2^m)$ .

Selanjutnya, akan dibentuk suatu subgraf.

Pada dekomposisi graf, subgraf dari graf kincir  $W_2^m$  dibangun (diinduksi) oleh partisi sisi-sisi dari  $E(W_2^m)$ .

Misalkan subgraf  $H_i$ , maka subgraf  $H_i$  dibangun(diinduksi) oleh  $E_i$  untuk setiap  $i$ , sehingga

$$H_i = W_2^m[E_i] = W_2^m[\{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}].$$

Karena  $\{E_i\}$  berupa sisi-sisi maka subgraf  $H_i$  tidak memuat titik yang berderajat 0 sehingga subgraf  $H_i$  tidak memuat titik terisolasi.

Dengan demikian koleksi subgraf  $\{H_i\}_{i=1}^m$  memenuhi Definisi 2.12.1, maka graf kincir  $W_2^m$  dapat didekomposisikan. Karena  $\{H_i\}_{i=1}^m$  adalah dekomposisi dari graf kincir  $W_2^m$  maka dapat dituliskan sebagai

$$W_2^m = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus \dots \oplus H_m.$$

Selanjutnya, perhatikan bahwa  $H_i = W_2^m[E_i] = W_2^m[\{e_i, e_{i1}, e_{i2}\}]$

$$\text{dengan } e_i = (v_{i2}, v_{i1})$$

$$e_{i1} = (v_{i1}, v_1)$$

$$e_{i2} = (v_1, v_{i2})$$

Maka diperoleh bahwa  $e_i$ ,  $e_{i1}$ , dan  $e_{i2}$  saling terhubung langsung karena  $e_i$  dan  $e_{i1}$  terkait langsung pada satu titik yang sama yaitu  $v_{i1}$ ,  $e_i$  dan  $e_{i2}$  juga terkait langsung pada satu titik yang sama yaitu  $v_{i2}$ , begitupun juga dengan  $e_{i1}$  dan  $e_{i2}$  terkait langsung pada satu titik yang sama yaitu  $v_1$ . Sehingga, dari koleksi subgraf  $\{H_i\}_{i=1}^m$  terlihat bahwa setiap titik pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^m$  berderajat 2 dan panjang siklus pada koleksi  $\{H_i\}_{i=1}^m$  adalah 3, maka berdasarkan Definisi 2.11.1 koleksi subgraf  $\{H_i\}_{i=1}^m$  berupa  $C_3$ . Dengan demikian, berdasarkan Definisi 2.4.1 maka  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ .

Jadi, karena  $W_2^m = H_1 \oplus H_2 \oplus H_3 \oplus \dots \oplus H_m$  dan  $H_i \cong C_3$  untuk setiap  $i$ , maka graf kincir  $W_2^m$  merupakan  $C_3$  –dekomposisi.

## **BAB IV**

### **PENUTUP**

#### **4.1 Kesimpulan**

Misalkan  $m$  bilangan asli maka berdasarkan hasil pembahasan, karena graf kincir  $W_2^m$  didekomposisikan oleh graf sikel  $C_3$ , maka dapat diambil kesimpulan yaitu misalkan bahwa graf kincir  $W_2^m$  merupakan  $C_3$  – dekomposisi.

#### **4.2 Saran**

Pada skripsi ini, penulis hanya memfokuskan pada pokok pembahasan masalah dekomposisi pada graf kincir  $W_2^m$ . Maka dari itu, untuk penulisan skripsi selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengkaji masalah dekomposisi pada graf-graf yang lain, seperti pada graf piramida atau graf berlian.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, M. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Bogor : Pustaka Imam Asy-Syafi'i.
- Abdussakir, Azizah, Nilna N, & Nofandika, Fifi F. 2009. *Teori Graf*. Malang : UIN Malang Press.
- Budayasa, I. K. 2007. *Teori Graf dan Aplikasinya*. Surabaya : University Press UNESA.
- Chartrand, Gery and Lesniak, Linda. 1986. *Graphs and Diagraphs Second Edition*. California : a Division of Wadsworth, Inc.
- Hasmawati. 2013. *Penerapan Teorema Bondy pada Penentuan Bilangan Ramsey Graf Bintang Terhadap Graf Roda*. Jurnal Matematika, Statistik, dan Komputasi (JMSK). Vol 9. No 2.
- Khairiah, Annisatu, Evi Noviani, & Fransiskus Fran. 2020. *Dimensi Partisi Pada Graf*. Bimaster. Vol 09. No 1.
- Lipschutz, Seymour, dan Lipson, Marc Lars. 2002. *Seri Penyelesaian Soal Schaum : Matamatika Diskrit*. Jakarta : Salemba Teknika.
- Marsudi. 2016. *Teori Graf*. Malang : UB Press.
- Pratama, Okky Panca. 2014. *Menentukan Pohon Rentang Pada Graf Kincir Dengan Representasi Matriks*.
- Rahmawati, Nur. 2014. *Dekomposisi Graf Sikel, Graf Roda, Graf Gir Dan Graf Persahabatan*. MATHunesa. Vol 3. No 3.
- Wilson, R.J. dan Watkins. 1990. *Graph and Introductory Approach*. Singapore : Open University Course.

## RIWAYAT HIDUP



This'atun Na'imah, lahir di Kabupaten Tuban pada tanggal 22 Februari 1999, biasa dipanggil Isa, This, atau This'a, tinggal di dusun Semampir RT/RW 003/003, desa Sembungrejo, Kec. Merakurak, Kab. Tuban. Anak pertama dari Bapak Tarmijan dan Ibu Siti Masluha, serta kakak dari M. Nafi'ul Anhar.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN sembungrejo No. 120 dan lulus pada tahun 2010, setelah itu melanjutkan ke SMP Negeri 1 Merakurak dan lulus pada tahun 2013. Kemudian dia melanjutkan pendidikan ke MAN Tambakberas Jombang (MAN 3 Jombang) dan lulus pada tahun 2016. Selanjutnya, pada tahun 2016 menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil jurusan Matematika, dia menjadi anggota HMJ divisi PRI pada periode 2017/2018, anggota Mathematics English Club (MEC), dan anggota Mathematics Arabic Club (MAC).



**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933**

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : This'atun Na'imah  
NIM : 16610025  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika  
Judul Skripsi : Dekomposisi Graf Kincir  $W_2^m$   
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd  
Pembimbing II : Dewi Ismiarti, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1.	20 Februari 2020	Konsultasi Bab I dan Bab II	1. ef	
2.	28 Februari 2020	Revisi Bab I dan Bab II, Konsultasi Bab III		2. ef
3.	10 Maret 2020	ACC Bab I, Revisi Bab II dan Bab III	3. ef	
4.	27 Maret 2020	ACC Bab II dan Bab III		4. ef
5.	29 Maret 2020	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II	5. [Signature]	
6.	14 April 2020	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II		6. [Signature]
7.	23 April 2020	ACC Agama Bab I dan Revisi Bab II	7. [Signature]	
8.	01 Mei 2020	ACC Kajian Agama Bab II		8. [Signature]
9.	01 Mei 2020	ACC Ujian Sempro Pembimbing 1	9. ef	
10.	01 Mei 2020	ACC Ujian Sempro Pembimbing 2		10. [Signature]
11.	2 Juni 2020	Konsultasi Pembuktiaan Bab III	11. ef	
12.	18 Juni 2020	Revisi Pembuktiaan Bab III		12. ef
13.	15 Juli 2020	Konsultasi Kajian Agama Bab I dan Bab II (ganti ayat baru)	13. [Signature]	
14.	07 September 2020	Revisi Kajian Agama Bab I dan Bab II		14. [Signature]

15.	14 September 2020	Revisi Pembuktian Bab III	15. ef	
16.	29 September 2020	ACC Pembuktian Bab III dan Konsultasi Bab IV		16. ef
17.	04 Oktober 2020	ACC Kajian Agama Bab I dan Revisi Kajian Agama Bab II	17. [Signature]	
18.	09 Oktober 2020	ACC Kajian Agama Bab II		18. [Signature]
19.	09 Oktober 2020	ACC Keseluruhan untuk Ujian Sidang dari Pembimbing 1	19. ef	
20.	09 Oktober 2020	ACC Keseluruhan untuk Ujian Sidang dari Pembimbing 2		20. [Signature]

Malang, 27 Oktober 2020  
Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001