JUMLAH JARAK EKSENTRIK PADA GRAF LILY

SKRIPSI

OLEH
MOH. BADRUT TAMAM
NIM. 14610095

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

JUMLAH JARAK EKSENTRIK PADA GRAF LILY

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
MOH. BADRUT TAMAM
NIM. 14610095

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

JUMLAH JARAK EKSENTRIK PADA GRAF LILY

SKRIPSI

Oleh
MOH. BADRUT TAMAM
NIM. 14610095

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 27 Agustus 2020

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Dr. Abdussakir, M.Pd	M. Nafie Jauhari, M.Si
NIP. 19751006 200312 1 001	NIDT. 19870218 2016 0801 1056

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

JUMLAH JARAK EKSENTRIK PADA GRAF LILY

SKRIPSI

Oleh
MOH. BADRUT TAMAM
NIM. 14610095

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains (S.Mat)
Tanggal 22 September 2020

Penguji Utama	:	Evawati Alisah, M.Pd	....
Ketua Penguji	:	Dr. Turmudi, M.Si, Ph.D	....
Sekretaris Penguji	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Anggota Penguji	:	Mohammad Nafie Jauhari, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Moh. Badrut Tamam

NIM : 14610095

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Jumlah jarak eksentrik pada Graf Lily

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 27 Agustus 2020
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
B2189AEF463906169
6000 ENAM RIBU RUPIAH

Moh. Badrut Tamam
NIM. 14610095

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

MOTO

Mencari dan mencoba melakukan kebenaran yang didapatkan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Ibunda tercinta yang selalu mendoakan penulis sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

Ayahanda yang telah mengingatkan dan memberi semangat kepada penulis.

Kakak perempuan yang selalu memberi motivasi kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga senantiasa tercurahkan kepada nabi Muhammad Saw. yang telah membimbing manusia dari jalan kegelapan menuju jalan yang terang benderang yaitu agama Islam.

Selama proses penulisan skripsi ini, penulis banyak mendapat saran, bimbingan, arahan, doa, dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis sampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya serta penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

5. M. Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan saran dan bantuan dalam penulisan skripsi ini.
6. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan Ibu tercinta yang telah mencurahkan kasih sayang, doa, bimbingan, dan motivasi hingga terselesaikannya skripsi ini.
8. Saudara-saudara tersayang yang telah memberikan semangat kepada penulis.
9. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2014 dan terima kasih untuk kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
10. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 27 Agustus 2020

Penulis

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR ISI

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR TABEL

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR GAMBAR

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRAK

Tamam, Moh. Badrut. 2019. **Jumlah Jarak Eksentrik pada Graf Lily.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) M. Nafie Jauhari, M.Si.

Kata kunci: jumlah jarak eksentrik, graf lily.

Graf lily $Ly(m,n)$ adalah graf dengan himpunan titik $V(Ly(m,n)) = \{v_{i,j}, v_c\}(i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)$ dan himpunan sisi $E(Ly(m,n)) = \{v_{0,j}v_c\}(j = 0,1,\dots,m-1; i = 0,1,\dots,n) \cup \{v_{i,j}v_{i+1,j}, v_{i,j}v_{i+1,j+1(mod\ m)}, (j = 0,1,\dots,m-1)\}$ dengan $n \geq 1$ dan $m \geq 2$. Misal G adalah graf terhubung, jumlah jarak eksentrik dari graf G didefinisikan $\xi^{ds}(\mathrm{G}) = \sum_{u \in V(G)} e(u)D(u)$, $e(u)$ merupakan eksentrisitas titik u di G dan $D(u)$ merupakan jumlah titik u di G.

Tujuan dari penelitian ini adalah memperoleh pola jumlah jarak eksentrik pada graf lily $Ly(m,1)$ yang nantinya dijadikan teorema. Jumlah jarak eksentrik pada $Ly(m,1)$ adalah

$$\xi^{ds}(Ly(m,1)) = \begin{cases} 2m(5m+4), & m = 2 \\ 3m(12m-13), & m = 3 \\ m(43m-49), & m \geq 4 \end{cases}, \quad m \in \mathbb{N}$$

Bagi penelitian selanjutnya diharapkan menemukan pola jumlah jarak eksentrik pada graf lily $Ly(m,n)$ dengan $n \neq 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ABSTRACT

Tamam, Moh Badrut. 2019. **Eccentric-Distance Sum of Lily Graph.** Thesis. Department of Matematics, Faculty of Science and Tecnology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University, Malang. Advisor: (I) Dr. Abdussakir, M.Pd. (II) M. Nafie Jauhari, M.Si.

Keyword: eccentric-distance sum, lily graph.

Lily graph $Ly(m,n)$ is a graph with the set of vertices $V\big(Ly(m,n)\big) = \{v_{i,j}, v_c\}$ $(i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)$ and set of edges $E\big(Ly(m,n)\big) = \{v_{0,j}v_c\}$ $(j = 0,1,\dots,m-1)$ $\cup$ $\{v_{i,j}v_{i+1,j}, v_{i,j}v_{i+1,j+1(mod\ m)},$ $(\ i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)\}$ where $n \geq 1$ and $m \geq 2$. Let G be a connected graph, the eccentric-distance sum of G is defined as $\xi^{ds}(\mathrm{G}) = \sum_{u\in V(G)} e(u)D(u)$, where $e(u)$ is the eccentricity of vertex u in G and $D(u)$ is distance sum of vertex u in G.

The purpose of this research is to find a formula of eccentric-distance sum of lily graph $Ly(m,1)$ which will be stated as theorem. The eccentric-distance sum of $Ly(m,1)$ is

$$\xi^{ds}(Ly(m,1)) = \begin{cases} 2m(5m+4), & m = 2 \\ 3m(12m-13), & m = 3 \\ m(43m-49), & m \geq 4 \end{cases}, \qquad m \in \mathbb{N}$$

For further research, it is sugested to find the formula of eccentric-distance sum of lily graph $Ly(m,n)$ and $n \neq 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

ملخص

التمام، محمد بدر. ٢٠١٩. **Jumlah jarak eksentrik في المخطط اليلى**. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الاسلامية الحكومية بمالانج. المشرف: (١)الدكتور عبد الشاكر الماجيستير (٢) محمد نافع جوهاري الماجيستير.

الكلمات الرئسسة: Jumlah jarak eksentrik، المخطط اليلى.

المخطط اليلى $Ly(m,n)$ هو مجموعة من النقطة $V(Ly(m,n)) = \{v_{i,j}, v_c\}$ $(i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)$ ومجموعة من الحا فة $E(Ly(m,n)) = \{v_{0,j}v_c\}$ $(j = 0,1,\dots,m-1)$ $\cup$ $\{v_{i,j}v_{i+1,j}, v_{i,j}v_{i+1,j+1(mod\ m)},$ $(i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)\}$ حيث $n \geq 1$ و $m \geq 2$. الثال G عبارة عن مخطط متصل، ويعرف jumlah jarak eksentrik لمخطط G تعرف $\xi^{ds}(G) = \sum_{u \in V(G)} e(u)D(u)$ حيث $e(u)$ هو الانحراف من النقطة u في G و $D(u)$ يمثل عدد النقاط المسافة في G.

والغرض من هذه الراسة هو البحث عن أنماط لمسافات jumlah jarak eksentrik في المخطط اليلى $Ly(m,1)$ والتي ستكون نظرية. jumlah jarak eksentrik في $Ly(m,1)$ هي:

$$\xi^{ds}(Ly(m,1)) = \begin{cases} 2m(5m+4), & m = 2 \\ 3m(12m-13), & m = 3 \\ m(43m-49), & m \geq 4 \end{cases}, \quad m \in \mathbb{N}$$

لمزيد من البحث ومن المتوقع آن تجد نمطا منمسافات jumlah jarak eksentrik في المخطط اليلى $Ly(m,n)$ و $n \neq 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Alam semesta memuat bentuk-bentuk dan konsep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan oleh Allah Swt dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan-perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79). Tidak ada yang Allah Swt ciptakan dengan ketidaksingkronan antara satu dengan yang lainnya. Maka hendaklah kita percaya bahwa segala sesuatu datangnya dari Allah Swt dengan takaran dan ukuran yang tepat. Seperti firman Allah Swt dalam al-Quran surat al-Qamar ayat 49 yang artinya: "*sungguhnya Kami menciptakan segala sesuatu menurut ukuran*"(QS Al-Qamar, 54:49).

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari sifat-sifat graf. Graf G adalah pasangan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan tidak kosong dari objek-objek yang disebut titik, dan $E(G)$ adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di $V(G)$ yang disebut sisi. Jika uv merupakan sisi dari G, maka u dan v adalah titik yang terhubung langsung (Chartrand, dkk, 2016:3). Teori graf ini menjelaskan bahwa terdapat hubungan dan pasangan pada titik-titik tertentu seperti pada kehidupan ini yaitu hubungan antara manusia dengan ketakwaannya kepada Allah Swt dan hubungan antar sesama manusia, salah satunya hubungan laki-laki dan perempuan yang sengaja diciptakan berpasang-pasang. Seperti firman Allah Swt dalam surat al Hujurât ayat 13 yang artinya:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

"Hai manusia, sesungguhnya Kami menciptakan kamu dari seorang laki-laki dan seorang perempuan dan menjadikan kamu berbangsa-bangsa dan bersuku-suku supaya kamu saling kenal-mengenal. Sesungguhnya orang yang paling mulia diantara kamu di sisi Allah ialah orang yang paling taqwa di antara kamu. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui lagi Maha Mengenal".

Graf lily $Ly(m,n)$ adalah graf dengan himpunan titik $V(Ly(m,n)) = \{v_{i,j}, v_c\}(i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)$ dan mempunyai himpunan sisi $E(Ly(m,n)) = \{(v_{0,j}v_c), (j = 0,1,\dots,m-1)\} \cup \{(v_{i,j}v_{i+1,j}), (v_{i,j}v_{i+1,j+1}), (i = 0,1,\dots,n;\ \ j = 0,1,\dots,m-1)\}$penjumlahan j dalam $(mod\ m)$ dengan $n \geq 1$ dan $m \geq 2$ (Nafie dan Salman).

Misalkan G adalah graf terhubung, u dan v adalah titik di G (tidak harus berbeda). Jalan $u-v$ pada G adalah barisan berhingga yang berselang-seling $W{:}\,u = v_0,\ e_1,\ v_1,\ e_2, v_2, \dots,\ e_n,\ v_n = v$ antara titik dan sisi yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan $e_i = (v_{i-1}, v_i)\forall i = 1,2,3,\dots,n$ adalah sisi di G. n menyatakan panjang dari W. Jika $v_0 \neq v_n$, maka W disebut jalan terbuka. Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan (Abdussakir, dkk, 2009:51).

Misalkan u dan v adalah dua titik yang berbeda di graf terhubung G. Jarak antara titik u dan v, ditulis $d(u,v)$, merupakan panjang lintasan terpendek dari titik u ke titik v dan jumlah jarak titik u, ditulis $D(u)$, merupakan jumlah jarak antara titik u dengan semua titik yang berbeda di G. Eksentrisitas titik u pada graf G adalah jarak maksimal atau jarak terjauh antara titik u dengan sebarang titik di G. Jumlah jarak eksentrik (EDS) dari suatu graf G adalah penjumlahan dari hasil perkalian antara eksentrisitas dan jumlah jarak dari masing-masing titik pada graf G (Padmapriya dan Mathad, 2017:52).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Membahas EDS tidak terlepas dari beberapa penelitian yang sudah ada. Padmapriya dan Mathad (2017) menganalisis dan membuktikan bentuk umum atau pola dari EDS dari graf roda, graf bintang, graf sapu, graf planar, dan graf lolipop. Selain itu Mustika Ana Kurfia (2017) juga mengkaji EDS pada graf invers grup dehidral. Mengacu pada penelitian tersebut, peneliti tertarik untuk mengembangkan sehingga diperoleh kajian tentang jumlah jarak eksentrik pada graf lily.

Berdasarkan uraian di atas, penulis memilih pokok bahasan EDS untuk mencari EDS pada graf lily. Maka judul dari penelitian ini adalah "Jumlah jarak eksentrik pada Graf Lily".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana rumus jumlah jarak eksentrik pada graf lily?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu untuk mengetahui rumus jumlah jarak eksentrik pada graf lily.

1.4 Batasan Masalah

Pada penelitian ini dibatasi pada graf lily $Ly(m,n)$ dibatasi untuk $n = 1, m \in \mathbb{N}$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah dapat memperkaya informasi dalam perkembangan teori graf tentang jumlah jarak eksentrik pada graf lily yang nantinya juga dapat dijadikan sebagai bahan rujukan untuk penelitian selanjutnya.

1.6 Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan adalah dengan pendekatan penelitian kualitatif. Jenis penelitian yang digunakan berupa studi kepustakaan (*library research*), yaitu teknik pengumpulan data dengan mengadakan studi penelaahan terhadap buku- buku, catatan-catatan, dan hasil penelitian ilmiah lain yang berhubungan dengan objek permasalahan.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menjabarkan anggota dari beberapa graf lily.
2. Menggambar beberapa graf lily.
3. Mencari nilai eksentrisitas titik pada beberapa graf lily.
4. Mencari jumlah jarak masing-masing titik pada beberapa graf lily.
5. Mencari nilai jumlah jarak eksentrik pada beberapa graf lily.
6. Merumuskan pola jumlah jarak eksentrik pada beberapa graf lily.
7. Membuktikan pola jumlah jarak eksentrik pada beberapa graf lily.

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, masing–masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Bab I Pendahuluan

Berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi literatur pendukung objek permasalahan antara lain tentang jumlah jarak eksentrik, graf lily dan suatu kajian keagamaan.

Bab III Pembahasan

Berisi pembahasan mengenai pola dari jumlah jarak eksentrik pada graf lily $(m, 1)$.

Bab IV Penutup

Berisi kesimpulan dan saran.

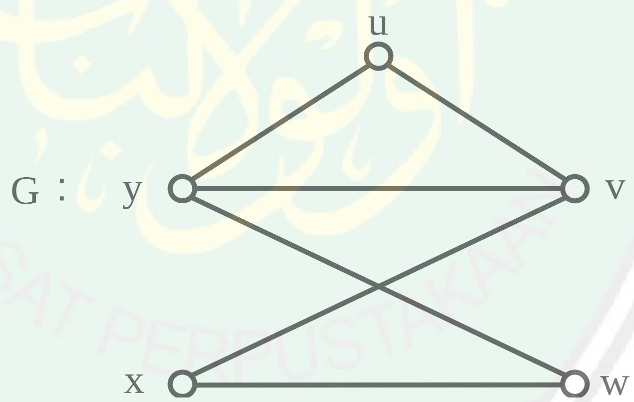
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB II
KAJIAN PUSTAKA

2.1 Graf

2.1.1 Definisi Graf

Graf G adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik dan E adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik yang berbeda di V yang disebut sebagai sisi. Untuk menegaskan bahwa V dan E adalah himpunan titik dan himpunan sisi dari graf G, biasanya V dinotasikan sebagai $V(G)$ dan E dinotasikan sebagai $E(G)$ (Chartrand, dkk, 2016:3). Sebagai contoh, graf G dengan himpunan titik $V(G) = \{u, v, w, x, y\}$ dan himpunan sisi $E(G) = \{(u, v), (u, y), (v, x), (v, y), (w, x), (w, y)\}$.



Gambar 2.1 Graf G

2.1.2 Terhubung Langsung, Terkait Langsung, Order, dan Ukuran

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan titik u dan v. Jika $e = (u, v)$ adalah sisi di graf G, maka u dan v disebut terhubung langsung (*adjacent*), v dan e serta u dan e disebut terkait langsung (*incident*), dan titik u disebut ujung dari e.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Dua sisi berbeda (u, v) dan (v, w) disebut terhubung langsung jika terkait langsung pada satu titik yang sama (Abdussakir, dkk, 2009:6).

Banyaknya titik pada graf G disebut order dari G dan banyaknya sisi pada graf G disebut ukuran dari G. Biasanya order dari graf G dinotasikan sebagai n dan ukuran dari graf G dinotasikan sebagai m. Suatu graf dengan order 1 disebut graf trivial. Suatu graf dengan ukuran 0 disebut graf kosong (Chartrand, dkk, 2016:4).

Berdasarkan graf G pada Gambar 2.1, maka titik u dan v terhubung langsung, demikian juga dengan u dan y, v dan x, v dan y, w dan y, serta w dan x. Titik u dan w tidak terhubung langsung, demikian juga dengan titik u dan x, v dan w, serta x dan y. Sisi (u, v) terkait langsung dengan titik u dan v, namun tidak terkait langsung dengan titik u dan y. Sisi (u, v) dan (u, y) terhubung langsung karena terkait langsung pada satu titik yang sama, yaitu titik u. Sisi (u, v) dan (w, x) tidak terhubung langsung karena tidak terkait langsung pada titik yang sama. Order dari graf G adalah 5 dan ukurannya adalah 6.

2.1.3 Derajat Titik

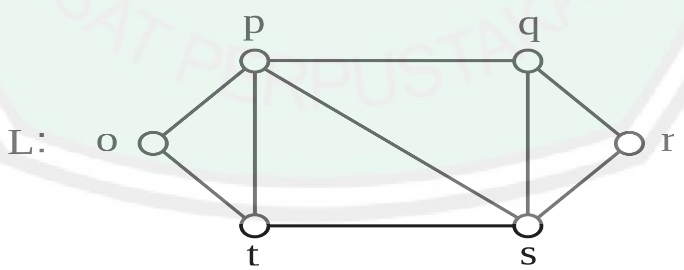
Derajat titik v dari graf G merupakan banyaknya titik di G yang terhubung langsung dengan v. Derajat dari titik v pada graf G dinotasikan dengan $\deg_G v$ atau $\deg v$. Suatu titik yang berderajat 0 disebut titik terasing dan titik yang berderajat 1 disebut titik ujung atau daun. Derajat terbesar dari semua titik di G disebut derajat maksimum dari G dan dinotasikan dengan $\Delta(G)$. Derajat minimum dari G dinotasikan dengan $\delta(G)$. Oleh karena itu, jika v merupakan titik dari graf G dengan order n, maka $0 \leq \delta(G) \leq \deg v \leq \Delta(G) \leq n - 1$ (Chartrand, dkk, 2016:5).

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan Gambar 2.1, maka diperoleh bahwa deg u = deg w = deg x = 2 dan deg v = deg y = 3. Jadi, $\delta(G) = 2$ dan $\Delta(G) = 3$.

2.1.4 Jalan dan Lintasan

Misalkan G adalah graf. Misalkan u dan v adalah titik di G (tidak harus berbeda). Jalan $u - v$ pada G adalah barisan berhingga yang berselang-seling $W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n = v$ antara titik dan sisi yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan $e_i = (v_{i-1}, v_i), \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$ adalah sisi di G. v_0 disebut titik awal, v_n disebut titik akhir, titik $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$ disebut titik internal, dan n menyatakan panjang dari W. Jika $v_0 \neq v_n$, maka W disebut jalan terbuka. Jika $v_0 = v_n$, maka W disebut jalan tertutup. Jalan yang tidak mempunyai sisi disebut jalan trivial (Abdussakir, dkk, 2009:49). Karena dalam graf dua titik hanya akan dihubungkan oleh tepat satu sisi, maka jalan $u - v$ dapat ditulis menjadi $W: u = v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n = v$ (Abdussakir, dkk, 2009:50). Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan (Abdussakir, dkk, 2009:51). Perhatikan graf L pada Gambar 2.2 sebagai berikut.



Gambar 2. 2 Jalan dan Lintasan pada Graf

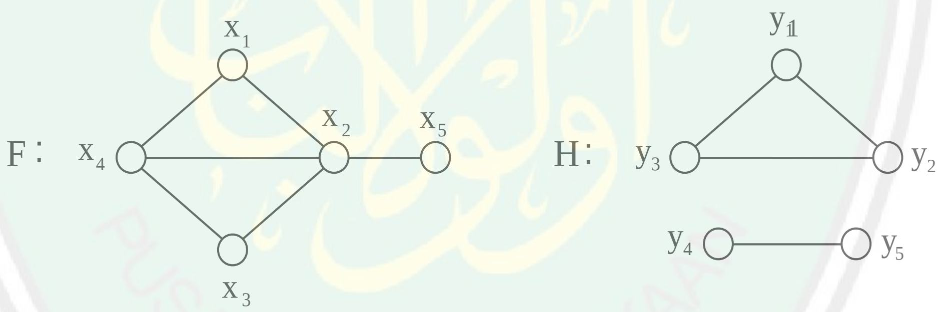
Berdasarkan Gambar 2.2, maka $W_1 = o, p, q, r, s, p, t, o$ dan $W_2 = o, p, q, r, s, p, t$ adalah jalan di L. W_1 adalah jalan tertutup dan W_2 adalah jalan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

terbuka. W_1 mempunyai panjang 7 dan W_2 mempunyai panjang 6. $W_3 = o, p, q, r, s, t$ adalah lintasan di L karena semua titiknya berbeda.

2.1.5 Graf Terhubung

Misalkan u dan v titik berbeda pada graf G. Titik u dan v dikatakan terhubung, jika terdapat lintasan $u - v$ di G. Suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u dan v yang berbeda di G terhubung (Abdussakir, dkk, 2009:55). Dengan kata lain, suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap u dan v di G terdapat lintasan $u - v$ di G. Sebaliknya, jika ada dua titik u dan v di G tetapi tidak ada lintasan $u - v$ di G, maka G dikatakan tak terhubung (Abdussakir, dkk, 2009:56). Graf F dari Gambar 2.3 adalah graf terhubung sedangkan graf H adalah graf tak terhubung.



Gambar 2. 3 Graf Terhubung dan Graf Tak Terhubung

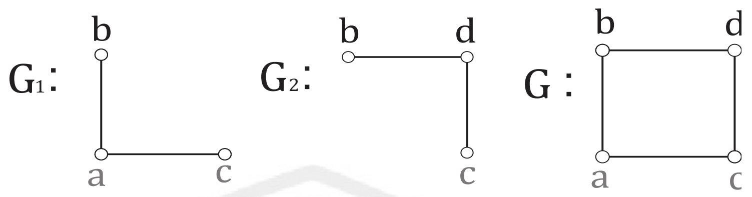
2.1.6 Gabungan

Misalkan $G_1 = (V_1, E_1)$ dan $G_2 = (V_2, E_2)$. G adalah gabungan dari G_1 dan G_2, $G = G_1 \cup G_2$ jika dan hanya jika himpunan titik $V(G) = V_1 \cup V_2$ dan himpunan sisi $E = E_1 \cup E_2$ (Marsudi, 2016:25). Contoh $V_1(G_1) = \{a, b, c\}$,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$V_2(G_2) = \{b, c, d\}$ dan $E_1(G_1) = \{(a, b), (a, c)\}$, $E_2(G_2) = \{(d, b), (d, c)\}$.

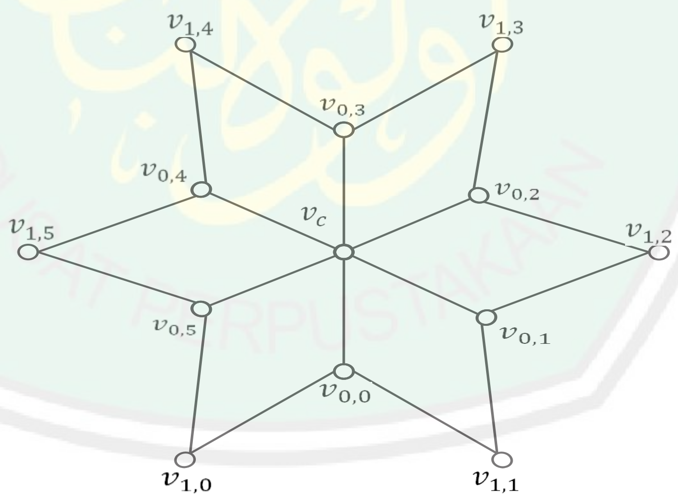
Bentuk graf G, G_1, G_2 ditunjukkan pada Gambar 2.4 berikut.



Gambar 2.4 Gabungan antara 2 Graf

2.1.7 Graf Lily

Graf lily adalah graf dengan himpunan titik $V\big(Ly(m,n)\big) = \{v_{i,j}, v_c\}(i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)$ dan mempunyai himpunan sisi $E\big(Ly(m,n)\big) = \{(v_{0,j}, v_c), (j = 0,1,\dots,m-1)\} \cup \{(v_{i,j}v_{i+1,j}), (v_{i,j}v_{i+1,j+1}), (i = 0,1,\dots,n;\ j = 0,1,\dots,m-1)\}$ penjumlahan j dalam $(mod\ m)$ dengan $n \geq 1$ dan $m \geq 2$ (Nafie dan Salman). Contoh graf lily (6,1) ditunjukkan pada Gambar 2.5 berikut.



Gambar 2.5 Graf Lily (6,1)

2.1.8 Jarak pada Graf

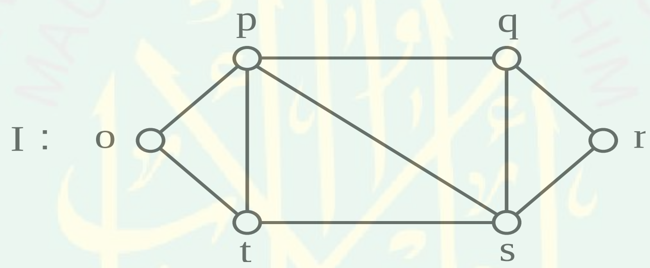
Jika u dan v adalah titik yang berbeda pada graf terhubung G, maka terdapat suatu lintasan $u - v$ di G. Sehingga, bisa jadi terdapat beberapa lintasan $u - v$ di G

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

dengan kemungkinan panjang yang berbeda. Jarak $d_G(u, v)$ dari titik u ke titik v pada graf terhubung G merupakan panjang terkecil dari suatu lintasan $u - v$ di G. Jarak dari titik u ke titik v pada suatu graf G biasanya dinotasikan dengan $d(u,v)$ (Chartrand, dkk, 2016:44). Jumlah jarak dari titik u pada suatu graf G yang dinotasikan $D(u)$ merupakan jumlah jarak antara titik u dan semua titik dari graf G (Padmapriya dan Mathad, 2017:51). Jumlah jarak dari titik u pada suatu graf G didefinisikan sebagai

$$D(u) = \sum_{v \in V(G)} d(u,v)$$

(Ilic, dkk, 2011:590). Perhatikan graf I pada Gambar 2.6 berikut.



Gambar 2. 6 Graf *I*

Berdasarkan Gambar 2.2, diperoleh bahwa $d(p, q) = 1$ karena panjang terkecil dari lintasan $p - q$ adalah satu. Begitu juga dengan $d(p,s) = d(p,t) = d(p, o) = 1$. $d(p, r) = 2$ karena panjang terkecil lintasan $p - r$ adalah dua.

2.1.9 Eksentrisitas Titik

Eksentrisitas titik v pada suatu graf terhubung G disimbolkan $e(v)$ adalah jarak terbesar antara titik v dengan sebarang titik pada graf G. Eksentrisitas titik v didefinisikan sebagai $e(v) = \max\{d(u,v) | \, u \in V(G)\}$ (Padmapriya dan Mathad,

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

2017:51). Eksentrisitas titik graf L pada Gambar 2.6 adalah $e(o) = 3, e(p) = 2, e(q) = 2, e(r) = 3, e(s) = 2, e(t) = 2$.

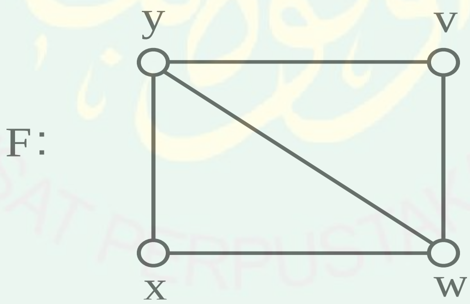
2.2 Jumlah jarak eksentrik

Suatu invarian graf baru dalam memprediksi sifat biologis dan fisik jumlah jarak eksentrik atau jumlah jarak eksentrik diperkenalkan oleh S. Gupta, M. Singh, dan A.K. Madan pada tahun 2002. Jumlah jarak eksentrik merupakan penjumlahan dari hasil perkalian antara eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik dalam suatu graf G. Jumlah jarak eksentrik didefinisikan sebagai:

$$\xi^{ds}(\mathrm{G}) = \sum_{u \in V(G)} e(u)D(u)$$

dengan $e(u)$ merupakan eksentrisitas titik u dan $D(u)$ merupakan jumlah jarak titik u ke semua titik pada graf G (Padmapriya dan Mathad, 2017:52).

Misalkan graf F ditunjukkan pada Gambar 2.6 sebagai berikut.



Gambar 2.7 Graf F

Berdasarkan Gambar 2.6, dapat diketahui bahwa $e(y) = e(w) = 1$ dan $e(v) = e(x) = 2$. Selain itu, dapat diketahui bahwa $D(y) = D(w) = 3$ dan $D(v) = D(x) = 4$. Sehingga diperoleh

$$\xi^{ds}(\mathrm{G}) = \sum_{u \in V(G)} e(u)D(u)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$= e(v)D(v) + e(w)D(w) + e(x)D(x) + e(y)D(y)$

$= (2 \cdot 4) + (1 \cdot 3) + (2 \cdot 4) + (1 \cdot 3)$

$= 22.$

2.3 Kajian Graf dalam Perspektif Islam

Graf adalah pasangan himpunan tidak kosong dari objek-objek yang disebut titik, dan himpunan (mungkin kosong) pasangan takberurutan dari titik-titik berbeda yang disebut sisi. Jika tedapat sisi antara dua titik yang berbeda maka dapat dikatakan kedua titik tersebut terhubung langsung. Sehingga terdapat keterhubungan antara kedua titik tersebut. Sebagai mana yang dijelaskan dalam al-Quran tentang keterhubungan yaitu silaturahim.

Silaturahim berasal dari kata *silah* yang berarti hubungan dan *ar-rahim* yang berarti kerabat. Sehingga dapat diartikan silaturahim adalah hubungan kekerabatan. Anjuran menjalin silaturahim disebutkan dalam al-Quran surat an-Nisa ayat ke-1 yang artinya:

"Hai sekalian manusia, bertakwalah kalian kepada tuhan kalian yang menciptakan kalian dari seorang diri, dan darinya Allah menciptakan istrinya, dan dari keduanya Allah memperkembangbiakkan laki-laki dan perempuan yang banyak. Dan bertakwalah kepada Allah yang dengan (mempergunakan) nama-Nyakalian meminta satu sama lain, dan peliharalah hubungan silaturahim. Sesungguhnya Allah selalu menjaga dan mengawasi kalian".

Terdapat beberapa cara untuk menjalin silaturahim. Seperti yang disebutkan dalam al-Quran surat an-Nahl ayat 90 yang artinya:

"Sesungguhnya Allah menyuruh (kamu) berlaku adil dan berbuat kebajikan, memberi kepada kaum kerabat, dan Allah melarang dari perbuatan keji, kemungkaran, dan permusuhan. Dia memberi pengajaran kepada kalian agar kalian dapat mengambil pelajaran".

Allah Swt. menyebutkan bahwa Dia memerintahkan untuk berbuat adil, yakni tidak memihak siapapun. Allah Swt. memerintahkan untuk berbuat

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

kebajikan, dan memberi kepada kaum kerabat. Allah Swt. melarang berbuat keji, kemungkaran dan permusuhan agar tetap terjalin silaturahim.

Selain itu dalam surat ar-Rum ayat 38 juga menjelaskan tentang memberi bantuan kepda kerabat, orang miskin, dan orang yang sedang dalam perjalanan. Arti surat ar-Rum ayat 38 adalah:

"Maka berikanlah kepada kerabat yang terdekat akan haknya, demikian (pula) kepada fakir miskin dan orang-orang yang dalam perjalanan. Itulah yang lebih baik bagi orang-orang yang mencari keridhaan Allah; dan mereka itulah orang-orang yang beruntung".

Allah Swt. berfirman, memerintahkan (kepada kaum muslim) agar memberikan kepada kerabat mereka akan haknya, yakni berbuat dan menghubungkan silaturahim, juga kepada orang miskin. Yang dimaksud orang miskin ialah orang yang tidak mempunyai sesuatu pun untuk ia belanjakan buat dirinya atau memiliki sesuatu tetapi belum mencukupinya. Juga kepada *ibnu sabil*, yaitu seorang musafir yang memerlukan biaya dan keperluan hidupnya dalam perjalanan, karena biayanya kehabisan di tengah jalan (Katsir, 2004:377).

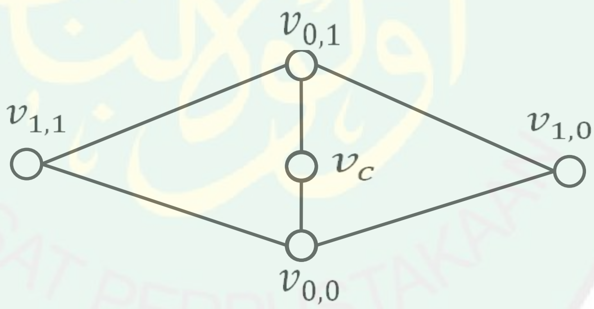
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB III
PEMBAHASAN

Bab ini membahas tentang pola jumlah jarak eksentrik pada graf lily. Dalam pencarian pola, terlebih dahulu dicari dan ditunjukkan nilai jumlah jarak eksentrik pada beberapa contoh dari graf lily.

3.1 Jumlah Jarak Eksentrik pada $Ly(2,1)$

Himpunan titik dan sisi dari graf lily $(Ly(2,1))$ dapat dicari dengan memperhatikan definisi 2.1.2 tentang graf lily sehingga didapatkan himpunan titik pada graf lily $(Ly(2,1))$ adalah $V(Ly(2,1)) = \{v_c, v_{0,0}, v_{0,1}, v_{1,0}, v_{1,1}\}$ dan himpunan sisi $E(Ly(2,1)) = \{(v_{0,0}, v_c),\ (v_{0,1}, v_c),\ (v_{0,0}, v_{1,0}),\ (v_{0,0}, v_{1,1}),$ $(v_{0,1}, v_{1,1}), (v_{0,1}, v_{1,0})\}$. Sehingga graf lily $(Ly(2,1))$ dapat ditunjukkan pada Gambar 3.1



Gambar 3.1 Graf Lily (2,1)

Berdasarkan Gambar 3.1 maka dapat dicari eksentrisitas titik u $e(u)$ pada $Ly(2,1)$ dengan sebarang titik di $Ly(2,1)$. Eksentrisitas titik pada $Ly(2,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$e(v_c) = \max\{d(v_c, v_{0,0}), d(v_c, v_{0,1}), d(v_c, v_{1,0}), d(v_c, v_{1,1})\}$$
$$= \max\{1, 1, 2, 2\}$$
$$= 2$$

$$e(v_{0,0}) = \max\{d(v_{0,0}, v_c), d(v_{0,0}, v_{0,1}), d(v_{0,0}, v_{1,0}), d(v_{0,0}, v_{1,1})\}$$
$$= \max\{1, 2, 1, 1\}$$
$$= 2$$

$$e(v_{0,1}) = \max\{d(v_{0,1}, v_c), d(v_{0,1}, v_{0,0}), d(v_{0,1}, v_{1,0}), d(v_{0,1}, v_{1,1})\}$$
$$= \max\{1, 2, 1, 1\}$$
$$= 2$$

$$e(v_{1,0}) = \max\{d(v_{1,0}, v_c), d(v_{1,0}, v_{0,0}), d(v_{1,0}, v_{0,1}), d(v_{1,0}, v_{1,1})\}$$
$$= \max\{2, 1, 1, 2\}$$
$$= 2$$

$$e(v_{1,1}) = \max\{d(v_{1,1}, v_c), d(v_{1,1}, v_{0,0}), d(v_{1,1}, v_{0,1}), d(v_{1,1}, v_{0,1})\}$$
$$= \max\{2, 1, 1, 2\}$$
$$= 2$$

Dapat disimpulkan bahwa $e(v_c) = 2$ dan $e(v_{i,j}) = 2, \forall v_{i,j} \in V(Ly(2,1))$.

Berdasarkan Gambar 3.1 dapat dicari jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(2,1)$. Jumlah jarak titik u $D(u)$ pada $Ly(2,1)$ merupakan jumlah jarak titik u dengan semua titik di $Ly(2,1)$. Nilai jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(2,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$D(v_c) = d(v_c, v_{0,0}) + d(v_c, v_{0,1}) + d(v_c, v_{1,0}) + d(v_c, v_{1,1})$$
$$= 1 + 1 + 2 + 2$$
$$= 6$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$D(v_{0,0}) = d(v_{0,0}, v_c) + d(v_{0,0}, v_{0,1}) + d(v_{0,0}, v_{1,0}) + d(v_{0,0}, v_{1,1})$

$= 1 + 2 + 1 + 1$

$= 5$

$D(v_{0,1}) = d(v_{0,1}, v_c) + d(v_{0,1}, v_{0,0}) + d(v_{0,1}, v_{1,0}) + d(v_{0,1}, v_{1,1})$

$= 1 + 2 + 1 + 1$

$= 5$

$D(v_{1,0}) = d(v_{1,0}, v_c) + d(v_{1,0}, v_{0,0}) + d(v_{1,0}, v_{0,1}) + d(v_{1,0}, v_{1,1})$

$= 2 + 1 + 1 + 2$

$= 6$

$D(v_{1,1}) = d(v_{1,1}, v_c) + d(v_{1,1}, v_{0,0}) + d(v_{1,1}, v_{0,1}) + d(v_{1,1}, v_{0,1})$

$= 2 + 1 + 1 + 2$

$= 6$

Dapat disimpulkan bahwa $D(v_c) = 6$, $D(v_{0,j}) = 5$ dan $D(v_{1,j}) = 6, v_{i,j} \in V(Ly(2,1))$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(2,1)$, maka dapat dilakukan perhitungan jumlah jarak eksentrik dari $Ly(2,1)$ sebagai berikut.

$$\xi^{ds}(Ly(2,1)) = \sum_{u \in V(Ly(2,1))} e(u)D(u)$$

$$= (e(v_c)D(v_c)) + (e(v_{0,0})D(v_{0,0})) + (e(v_{0,1})D(v_{0,1})) + (e(v_{1,0})D(v_{1,0})) + (e(v_{1,1})D(v_{1,1}))$$

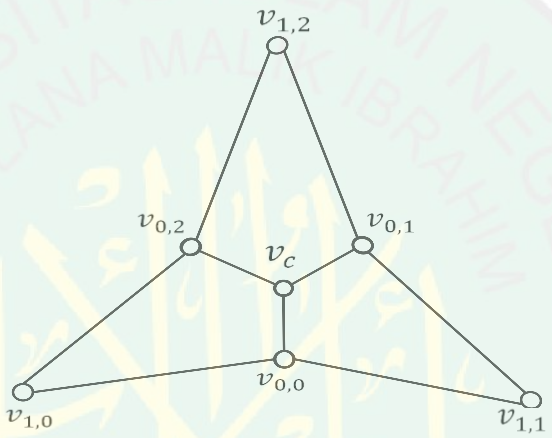
$$= (2(6)) + (2(5)) + (2(5)) + (2(6)) + (2(6))$$

$$= 56$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.2 Jumlah Jarak Eksentrik pada $Ly(3,1)$

Himpunan titik dan sisi dari graf lily $Ly(3,1)$ dapat dicari dengan memperhatikan definisi 2.1.2 tentang graf lily sehingga didapatkan himpunan titik pada graf lily $Ly(3,1)$ adalah $V\big(Ly(3,1)\big) = \{v_c, v_{0,0}, v_{0,1}, v_{0,1}, v_{1,0}, v_{1,1}, v_{1,2}\}$ dan himpunan sisi $E\big(Ly(3,1)\big) = \{(v_{0,0}, v_c), (v_{0,1}, v_c), (v_{0,2}, v_c), (v_{0,0}, v_{1,0}), (v_{0,1}, v_{1,1}), (v_{0,2}, v_{1,2}), (v_{0,0}, v_{1,1}), (v_{0,1}, v_{1,2}), (v_{0,2}, v_{1,0})\}$. Sehingga graf lily $Ly(2,1)$ dapat ditunjukkan pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Graf Lily (3,1)

Berdasarkan Gambar 3.2 maka dapat dicari eksentrisitas titik u $e(u)$ pada $Ly(3,1)$ dengan sebarang titik di $Ly(3,1)$. Eksentrisitas titik pada $Ly(3,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$e(v_c) = \max\{d(v_c, v_{0,0}), d(v_c, v_{0,1}), d(v_c, v_{0,2}), d(v_c, v_{1,0}), d(v_c, v_{1,1}), d(v_c, v_{1,2})\}$$
$$= \max\{1, 1, 1, 2, 2, 2\}$$
$$= 2$$

$$e(v_{0,0}) = \max\{d(v_{0,0}, v_c), d(v_{0,0}, v_{0,1}), d(v_{0,0}, v_{0,2}), d(v_{0,0}, v_{1,0}), d(v_{0,0}, v_{1,1}), d(v_{0,0}, v_{1,2})\}$$
$$= \max\{1, 2, 2, 1, 1, 3\}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$= 3$

$e(v_{0,1}) = \max\{d(v_{0,1}, v_c), d(v_{0,1}, v_{0,0}), d(v_{0,1}, v_{0,2}), d(v_{0,1}, v_{1,0}), d(v_{0,1}, v_{1,1}),$

$d(v_{0,1}, v_{1,2})\}$

$= \max\{1, 2, 2, 3, 1, 1\}$

$= 3$

$e(v_{0,2}) = \max\{d(v_{0,2}, v_c), d(v_{0,2}, v_{0,0}), d(v_{0,2}, v_{0,1}), d(v_{0,2}, v_{1,0}), d(v_{0,2}, v_{1,1}),$

$d(v_{0,2}, v_{1,2})\}$

$= \max\{1, 2, 2, 1, 3, 1\}$

$= 3$

$e(v_{1,0}) = \max\{d(v_{1,0}, v_c), d(v_{1,0}, v_{0,0}), d(v_{1,0}, v_{0,1}), d(v_{1,0}, v_{0,2}), d(v_{1,0}, v_{1,1}),$

$d(v_{1,0}, v_{1,2})\}$

$= \max\{2, 1, 1, 3, 2, 2\}$

$= 3$

$e(v_{1,1}) = \max\{d(v_{1,1}, v_c), d(v_{1,1}, v_{0,0}), d(v_{1,1}, v_{0,1}), d(v_{1,1}, v_{0,2}), d(v_{1,1}, v_{1,0}),$

$d(v_{1,1}, v_{1,2})\}$

$= \max\{2, 3, 1, 1, 2, 2\}$

$= 3$

$e(v_{1,2}) = \max\{d(v_{1,2}, v_c), d(v_{1,2}, v_{0,0}), d(v_{1,2}, v_{0,1}), d(v_{1,2}, v_{0,2}), d(v_{1,1}, v_{1,0}),$

$d(v_{1,2}, v_{1,1})\}$

$= \max\{2, 1, 3, 1, 2, 2\}$

$= 3$

Dapat disimpulkan bahwa $e(v_c) = 2$, $e(v_{0,j}) = 3$ dan $e(v_{1,j}) = 3, \forall v_{i,j} \in V(Ly(3,1))$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Berdasarkan Gambar 3.2 dapat dicari jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(3,1)$. Jumlah jarak titik u $D(u)$ pada $Ly(3,1)$ merupakan jumlah jarak titik u dengan semua titik di $Ly(3,1)$. Nilai jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(3,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} D(v_c) &= d(v_c, v_{0,0}) + d(v_c, v_{0,1}) + d(v_c, v_{0,2}) + d(v_c, v_{1,0}) + d(v_c, v_{1,1}) + \\ &\quad d(v_c, v_{1,2}) \\ &= 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(v_{0,0}) &= d(v_{0,0}, v_c) + d(v_{0,0}, v_{0,1}) + d(v_{0,0}, v_{0,2}) + d(v_{0,0}, v_{1,0}) + \\ &\quad d(v_{0,0}, v_{1,1}) + d(v_{0,0}, v_{1,2}) \\ &= 1 + 2 + 2 + 1 + +1 + 3 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(v_{0,1}) &= d(v_{0,1}, v_c) + d(v_{0,1}, v_{0,0}) + d(v_{0,1}, v_{0,2}) + d(v_{0,1}, v_{1,0}) + \\ &\quad d(v_{0,1}, v_{1,1}) + d(v_{0,1}, v_{1,2}) \\ &= 1 + 2 + 2 + 3 + 1 + 1 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(v_{0,2}) &= d(v_{0,2}, v_c) + d(v_{0,2}, v_{0,0}) + d(v_{0,2}, v_{0,1}) + d(v_{0,2}, v_{1,0}) + \\ &\quad d(v_{0,2}, v_{1,1}) + d(v_{0,2}, v_{1,2}) \\ &= 1 + 2 + 2 + 1 + 3 + 1 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(v_{1,0}) &= d(v_{1,0}, v_c) + d(v_{1,0}, v_{0,0}) + d(v_{1,0}, v_{0,2}) + d(v_{1,0}, v_{0,1}) + \\ &\quad d(v_{1,0}, v_{1,1}) + d(v_{1,0}, v_{1,2}) \\ &= 2 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2 \end{aligned}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$= 11$

$D(v_{1,1}) = d(v_{1,1}, v_c) + d(v_{1,1}, v_{0,0}) + d(v_{1,1}, v_{0,1}) + d(v_{1,1}, v_{0,2}) + d(v_{1,1}, v_{1,0}) + d(v_{1,1}, v_{1,2})\}$

$= 2 + 1 + 1 + 3 + 2 + 2$

$= 11$

$D(v_{1,2}) = d(v_{1,2}, v_c) + d(v_{1,2}, v_{0,0}) + d(v_{1,2}, v_{0,1}) + d(v_{1,2}, v_{0,2}) + d(v_{1,1}, v_{1,0}) + d(v_{1,2}, v_{1,1})\}$

$= 2 + 3 + 1 + 1 + 2 + 2$

$= 11$

Dapat disimpulkan bahwa $D(v_c) = 9, D(v_{0.j}) = 10$ dan $D(v_{1,j}) = 11$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(3,1))$

Setelah diketahui eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(3,1)$, maka dapat dilakukan perhitungan jumlah jarak eksentrik dari $Ly(3,1)$ sebagai berikut.

$$\xi^{ds}(Ly(3,1)) = \sum_{u \in V(Ly(3,1))} e(u)D(u)$$

$$= (e(v_c)D(v_c)) + (e(v_{0,0})D(v_{0,0})) + (e(v_{0,1})D(v_{0,1})) + (e(v_{0,1})D(v_{0,1})) + (e(v_{1,0})D(v_{1,0})) + (e(v_{1,1})D(v_{1,1})) + (e(v_{1,2})D(v_{1,2}))$$

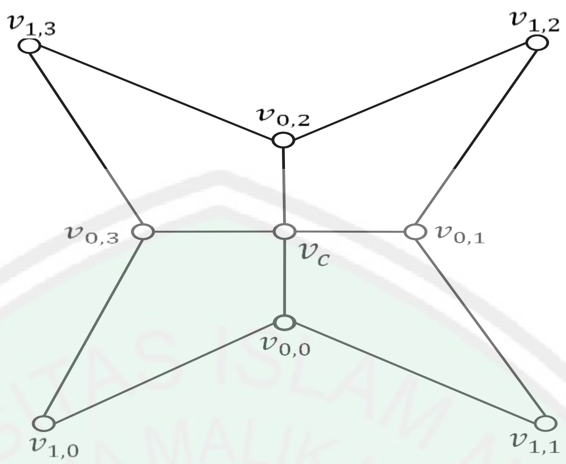
$$= (2(9)) + (3(10)) + (3(10)) + (3(10)) + (3(11)) + (3(11)) + (3(11))$$

$$= 207$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

3.3 Jumlah Jarak Eksentrik pada $Ly(4,1)$

Bentuk graf lily $Ly(4,1)$ dapat ditunjukkan pada Gambar 3.3



Gambar 3.3 Graf Lily (4,1)

Berdasarkan Gambar 3.3 maka dapat dicari eksentrisitas titik u $e(u)$ pada $Ly(4,1)$ dengan sebarang titik di $Ly(4,1)$. Dengan cara yang sama seperti sebelumnya eksentrisitas titik pada $Ly(4,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$e(v_c) = \max\{1,1,1,1,2,2,2,2\}$

$= 2$

$e(v_{0,0}) = \max\{1,2,2,2,1,3,3,1\}$

$= 3$

$e(v_{0,1}) = \max\{1,2,2,2,1,3,3,1\}$

$= 3$

$e(v_{0,2}) = \max\{1,2,2,2,1,3,3,1\}$

$= 3$

$e(v_{0,3}) = \max\{1,2,2,2,1,3,3,1\}$

$= 3$

$e(v_{1,0}) = \max\{2,1,3,3,1,2,4,2\}$

$= 4$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$e(v_{1,1})$ $= \max\{2, 1, 3, 3, 1, 2, 4, 2\}$

$= 4$

$e(v_{1,2})$ $= \max\{2, 1, 3, 3, 1, 2, 4, 2\}$

$= 4$

$e(v_{1,3})$ $= \max\{2, 1, 3, 3, 1, 2, 4, 2\}$

$= 4$

Dapat disimpulkan bahwa $e(v_c) = 2, e(v_{0,j}) = 3$ dan $e(v_{1,j}) = 4$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(4,1))$.

Berdasarkan Gambar 3.3 dapat dicari jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(4,1)$. Jumlah jarak titik u $D(u)$ pada $Ly(4,1)$ merupakan jumlah jarak titik u dengan semua titik di $Ly(4,1)$. Dengan cara yang sama seperti sebelumnya jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(4,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$D(v_c)$ $= 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2$

$= 12$

$D(v_{0,0})$ $= 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 1$

$= 15$

$D(v_{0,1})$ $= 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 1$

$= 15$

$D(v_{0,2})$ $= 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 1$

$= 15$

$D(v_{0,3})$ $= 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 1$

$= 15$

$D(v_{1,0})$ $= 2 + 1 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 2$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$= 18$

$D(v_{1,1}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 2$

$= 18$

$D(v_{1,2}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 2$

$= 18$

$D(v_{1,3}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 2$

$= 18$

Dapat disimpulkan bahwa $D(v_c) = 12, D(v_{0,j}) = 15$ dan $D(v_{1,j}) = 18$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(4,1))$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(4,1)$, maka dapat dilakukan perhitungan jumlah jarak eksentrik dari $Ly(4,1)$ sebagai berikut.

$$\xi^{ds}(Ly(4,1)) = \sum_{u \in V(Ly(4,1))} e(u)D(u)$$

$$= \left(e(v_c)D(v_c)\right) + \left(e(v_{0,0})D(v_{0,0})\right) + \left(e(v_{0,1})D(v_{0,1})\right) + \left(e(v_{0,2})D(v_{0,2})\right) + \left(e(v_{0,3})D(v_{0,3})\right) + \left(e(v_{1,0})D(v_{1,0})\right) + \left(e(v_{1,1})D(v_{1,1})\right) + \left(e(v_{1,2})D(v_{1,2})\right) + \left(e(v_{1,3})D(v_{1,3})\right)$$

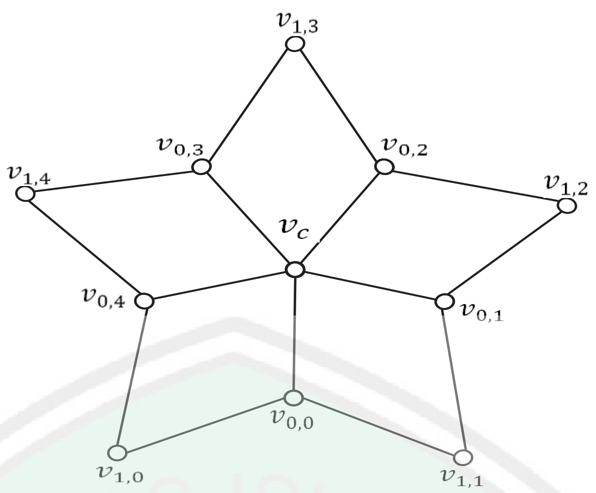
$$= (2(12)) + (3(15)) + (3(15)) + (3(15)) + (3(15)) + (4(18)) + (4(18)) + (4(18)) + (4(18))$$

$$= 492$$

3.4 Jumlah Jarak Eksentrik pada $Ly(5,1)$

Bentuk graf lily $Ly(5,1)$ dapat ditunjukkan pada Gambar 3.4

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



Gambar 3. 4 Graf Lily (5,1)

Berdasarkan Gambar 3.4 maka dapat dicari eksentrisitas titik u $e(u)$ pada $Ly(5,1)$ dengan sebarang titik di $Ly(5,1)$. Dengan menggunakan cara yang sama seperti sebelumnya eksentrisitas titik pada $Ly(5,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$e(v_c)$ = max$\{1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2\}$

= 2

$e(v_{0,0})$ $= \max\{1, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 1\}$

$= 3$

$e(v_{0,1})$ $= \max\{1, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 1\}$

$= 3$

$e(v_{0,2})$ $= \max\{1, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 1\}$

$= 3$

$e(v_{0,3})$ $= \max\{1, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 1\}$

$= 3$

$e(v_{0,4})$ $= \max\{1, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 1\}$

$= 3$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$e(v_{1,0})\ = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 2\}$

$= 4$

$e(v_{1,1})\ = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 2\}$

$= 4$

$e(v_{1,2})\ = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 2\}$

$= 4$

$e(v_{1,3})\ = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 2\}$

$= 4$

$e(v_{1,4})\ = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 2\}$

$= 4$

Dapat disimpulkan bahwa $e(v_c) = 2, e\left(v_{0,j}\right) = 3$ dan $e\left(v_{1,j}\right) = 4$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(5,1))$.

Berdasarkan Gambar 3.4 dapat dicari jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(5,1)$. Jumlah jarak titik u $D(u)$ pada $Ly(5,1)$ merupakan jumlah jarak titik u dengan semua titik di $Ly(5,1)$. Dengan cara yang sama seperti sebelumnya jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(5,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$D(v_c)\ = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

$= 15$

$D(v_{0,0}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 20$

$D(v_{0,1}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 20$

$D(v_{0,2}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$= 20$

$D(v_{0,3}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 20$

$D(v_{0,4}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 20$

$D(v_{1,0}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 2$

$= 25$

$D(v_{1,1}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 2$

$= 25$

$D(v_{1,2}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 2$

$= 25$

$D(v_{1,3}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 2$

$= 25$

$D(v_{1,4}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 2$

$= 25$

Dapat disimpulkan bahwa $D(v_c) = 15, D(v_{0,j}) = 20$ dan $D(v_{1,j}) = 25$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(5,1))$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(5,1)$, maka dapat dilakukan perhitungan jumlah jarak eksentrik dari $Ly(5,1)$ sebagai berikut.

$$\xi^{ds}(Ly(5,1)) = \sum_{u \in V(Ly(5,1))} e(u)D(u)$$
$$= \big(e(v_c)D(v_c)\big) + \big(e(v_{0,0})D(v_{0,0})\big) + \big(e(v_{0,1})D(v_{0,1})\big) +$$
$$\big(e(v_{0,2})D(v_{0,2})\big) + \big(e(v_{0,3})D(v_{0,3})\big) + \big(e(v_{0,4})D(v_{0,4})\big) +$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$\left(e(v_{1,0})D(v_{1,0})\right) + \left(e(v_{1,1})D(v_{1,1})\right) + \left(e(v_{1,2})D(v_{1,2})\right) +$$

$$\left(e(v_{1,3})D(v_{1,3})\right) + \left(e(v_{1,4})D(v_{1,4})\right)$$

$$= \left(2(15)\right) + \left(3(20)\right) + \left(3(20)\right) + \left(3(20)\right) + \left(3(20)\right) +$$

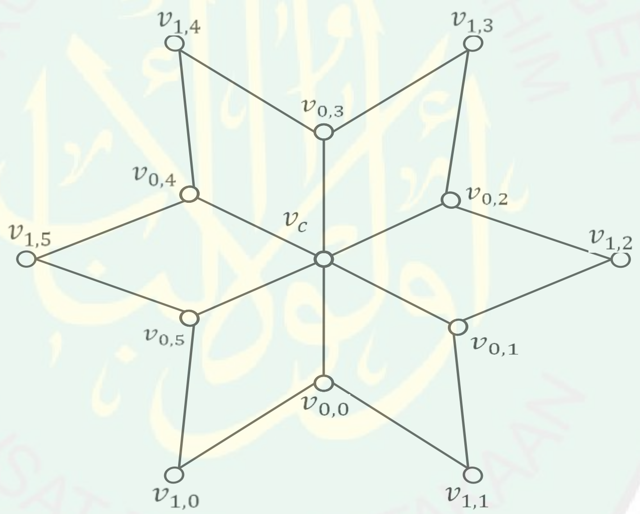
$$\left(3(20)\right) + \left(4(25)\right) + \left(4(25)\right) + \left(4(25)\right) + \left(4(25)\right) +$$

$$\left(4(25)\right)$$

$$= 670.$$

3.5 Jumlah Jarak Eksentrik pada $Ly(6,1)$

Bentuk graf lily $Ly(6,1)$ dapat ditunjukkan pada Gambar 3.5



Gambar 3. 5 Graf Lily (6,1)

Berdasarkan Gambar 3.4 maka dapat dicari eksentrisitas titik u $e(u)$ pada $Ly(6,1)$ dengan sebarang titik di $Ly(6,1)$. Dengan menggunakan cara yang sama seperti sebelumnya eksentrisitas titik pada $Ly(6,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$e(v_c)$ $= \max\{1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2\}$

$= 2$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$e(v_{0,0}) = \max\{1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 3, 1\}$$
$$= 3$$
$$e(v_{0,1}) = \max\{1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 3, 1\}$$
$$= 3$$
$$e(v_{0,2}) = \max\{1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 3, 1\}$$
$$= 3$$
$$e(v_{0,3}) = \max\{1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 3, 1\}$$
$$= 3$$
$$e(v_{0,4}) = \max\{1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 3, 1\}$$
$$= 3$$
$$e(v_{0,5}) = \max\{1, 2, 2, 2, 2, 2, 1, 3, 3, 3, 3, 1\}$$
$$= 3$$
$$e(v_{1,0}) = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 2\}$$
$$= 4$$
$$e(v_{1,1}) = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 2\}$$
$$= 4$$
$$e(v_{1,2}) = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 2\}$$
$$= 4$$
$$e(v_{1,3}) = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 2\}$$
$$= 4$$
$$e(v_{1,4}) = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 2\}$$
$$= 4$$
$$e(v_{1,5}) = \max\{2, 1, 3, 3, 3, 3, 1, 2, 4, 4, 4, 2\}$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$= 4$

Dapat disimpulkan bahwa $e(v_c) = 2, e(v_{0,j}) = 3$ dan $e(v_{1,j}) = 4$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(5,1))$.

Berdasarkan Gambar 3.5 dapat dicari jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(6,1)$. Jumlah jarak titik u $D(u)$ pada $Ly(6,1)$ merupakan jumlah jarak titik u dengan semua titik di $Ly(6,1)$. Dengan cara yang sama seperti sebelumnya jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(6,1)$ dapat dijabarkan sebagai berikut.

$D(v_c) = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

$= 18$

$D(v_{0,0}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 25$

$D(v_{0,1}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 25$

$D(v_{0,2}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 25$

$D(v_{0,3}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 25$

$D(v_{0,4}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 25$

$D(v_{0,5}) = 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1$

$= 25$

$D(v_{1,0}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 4 + 2$

$= 32$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$D(v_{1,1}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 4 + 2$

$= 32$

$D(v_{1,2}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 4 + 2$

$= 32$

$D(v_{1,3}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 4 + 2$

$= 32$

$D(v_{1,4}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 4 + 2$

$= 32$

$D(v_{1,5}) = 2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 2 + 4 + 4 + 4 + 2$

$= 32$

Dapat disimpulkan bahwa $D(v_c) = 18, D(v_{0,j}) = 25$ dan $D(v_{1,j}) = 32$, $\forall v_{i,j} \in V(Ly(6,1))$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik pada $Ly(6,1)$, maka dapat dilakukan perhitungan jumlah jarak eksentrik dari $Ly(6,1)$ sebagai berikut.

$$\xi^{ds}(Ly(6,1)) = \sum_{u \in V(Ly(6,1))} e(u)D(u)$$

$$= (e(v_c)D(v_c)) + \left(e(v_{0,0})D(v_{0,0})\right) + \left(e(v_{0,1})D(v_{0,1})\right) + \left(e(v_{0,2})D(v_{0,2})\right) + \left(e(v_{0,3})D(v_{0,3})\right) + \left(e(v_{0,4})D(v_{0,4})\right) + \left(e(v_{0,5})D(v_{0,5})\right) + \left(e(v_{1,0})D(v_{1,0})\right) + \left(e(v_{1,1})D(v_{1,1})\right) + \left(e(v_{1,2})D(v_{1,2})\right) + \left(e(v_{1,3})D(v_{1,3})\right) + \left(e(v_{1,4})D(v_{1,4})\right) + \left(e(v_{1,5})D(v_{1,5})\right)$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$= (2(18)) + (3(25)) + (3(25)) + (3(25)) + (3(25)) + (3(25)) + (3(25)) + (4(32)) + (4(32)) + (4(32)) + (4(32)) + (4(32)) + (4(32))$$

$$= 1254.$$

3.6 Jumlah Jarak Eksentrik pada $Ly(m,1)$

Pola eksentrisitas titik pada graf $Ly(m,1)$ ditunjukkan pada Tabel 3.1 berikut.

Tabel 3.1 Eksentrisitas Titik pada $Ly(m,1)$

	$e(v_c)$	$e(v_{0,j})$	$e(v_{1,j})$
$Ly(2,1)$	2	2	2
$Ly(3,1)$	2	3	3
$Ly(4,1)$	2	3	4
$Ly(5,1)$	2	3	4
$Ly(6,1)$	2	3	4
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Ly(m,1)$	2	$e(v_{0,j}) = 2, m = 2$ dan $e(v_{0,j}) = 3, m \geq 3$	$e(v_{1,j}) = 2, m = 2$ $e(v_{1,j}) = 3, m = 3$ dan $e(v_{1,j}) = 4, m \geq 4$

Proposisi 1

Pada $Ly(m,1)$ diperoleh $e(v_c) = 2$.

Bukti

Karena $(v_c, v_{0,j}), (v_{0,j}, v_{1,j}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0, 1, \dots, m-1$ maka $d(v_c, v_{0,j}) = 1$ dan $d(v_c, v_{1,j}) = 2$. Dengan demikian $e(v_c) = 2$.

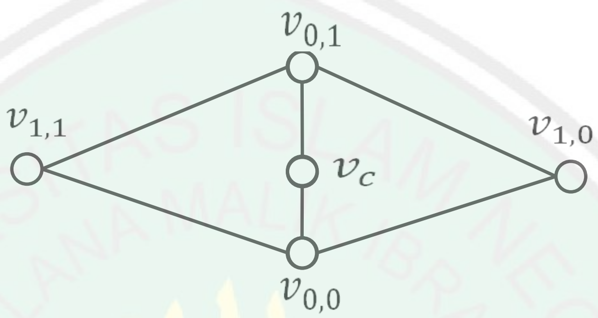
CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Proposisi 2

Pada $Ly(m,1)$ diperoleh $e(v_{0,j}) = 2$ untuk $m = 2$ dan $e(v_{0,j}) = 3$ untuk $m \geq 3$ dengan $j = 0,1,\dots,m-1$

Bukti

Untuk $m = 2$



$$
\begin{aligned}
e(v_{0,0}) &= \max\{d(v_{0,0}, v_c), d(v_{0,0}, v_{0,1}), d(v_{0,0}, v_{1,0}), d(v_{0,0}, v_{1,1})\} \\
&= \max\{1, 2, 1, 1\} \\
&= 2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e(v_{0,1}) &= \max\{d(v_{0,1}, v_c), d(v_{0,1}, v_{0,0}), d(v_{0,1}, v_{1,0}), d(v_{0,1}, v_{1,1})\} \\
&= \max\{1, 2, 1, 1\} \\
&= 2
\end{aligned}
$$

Sehingga didapatkan $e(v_{0,j}) = 2$.

Untuk $m \geq 3$

Karena $(v_c, v_{0,j}), (v_c, v_{0,k}) \in E(Ly(m,1)), \forall j,k = 0,1,\dots,m-1$ maka

$$d(v_{0,j}, v_{0,k}) = 2.$$

$(v_c, v_{0,j}), (v_c, v_{0,k}), (v_{0,k}, v_{1,k}) \in E(Ly(m,1)), \forall j,k = 0,1,\dots,m-1$ sehingga $d(v_{0,j}, v_c) = 1$ dan $d(v_c, v_{1,k}) = 2$. Karena $d(v_{0,j}, v_c) = 1$ dan $d(v_c, v_{1,k}) = 2$ serta $(v_{0,j}, v_{1,j}), (v_{0,j}, v_{1,j+1}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0,1,\dots,m-1$ maka

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$$d(v_{0,j}, v_{1,k}) = 3$$

untuk $k = 0, 1, \dots, m-1$ dan $k \neq j, j+1$

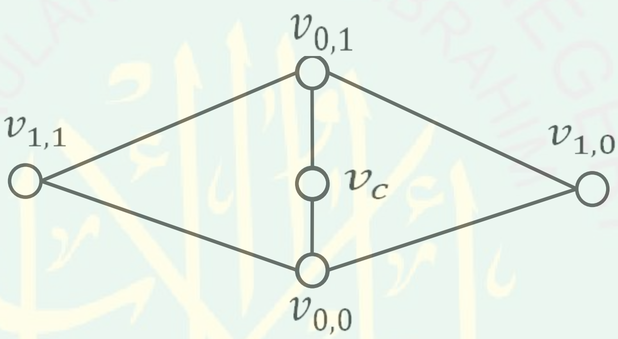
Dengan demikian diperoleh $e(v_{0,j}) = 3$.

Proposisi 3

Pada $Ly(m,1)$ diperoleh $e(v_{1,j}) = \begin{cases} 2, & m = 2 \\ 3, & m = 3 \\ 4, & m \geq 4 \end{cases}$ untuk $j = 0, 1, \dots, m-1$

Bukti

Untuk $m = 2$



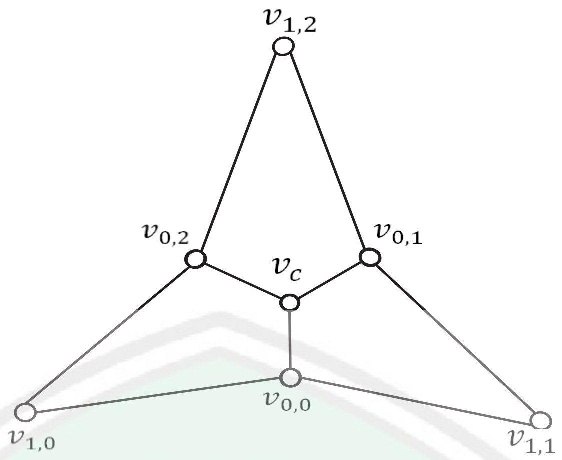
$$\begin{aligned} e(v_{1,0}) &= \max\{d(v_{1,0}, v_c), d(v_{1,0}, v_{0,0}), d(v_{1,0}, v_{0,1}), d(v_{1,0}, v_{1,1})\} \\ &= \max\{2, 1, 1, 2\} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(v_{1,1}) &= \max\{d(v_{1,1}, v_c), d(v_{1,1}, v_{0,0}), d(v_{1,1}, v_{0,1}), d(v_{1,1}, v_{0,1})\} \\ &= \max\{2, 1, 1, 2\} \\ &= 2 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan $e(v_{1,j}) = 2$.

Untuk $m = 3$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG



$$
\begin{aligned}
e(v_{1,0}) &= \max\{d(v_{1,0}, v_c), d(v_{1,0}, v_{0,0}), d(v_{1,0}, v_{0,1}), d(v_{1,0}, v_{0,2}), d(v_{1,0}, v_{1,1}),\\
&\quad d(v_{1,0}, v_{1,2})\}\\
&= \max\{2, 1, 1, 3, 2, 2\}\\
&= 3\\
e(v_{1,1}) &= \max\{d(v_{1,1}, v_c), d(v_{1,1}, v_{0,0}), d(v_{1,1}, v_{0,1}), d(v_{1,1}, v_{0,2}), d(v_{1,1}, v_{1,0}),\\
&\quad d(v_{1,1}, v_{1,2})\}\\
&= \max\{2, 3, 1, 1, 2, 2\}\\
&= 3\\
e(v_{1,2}) &= \max\{d(v_{1,2}, v_c), d(v_{1,2}, v_{0,0}), d(v_{1,2}, v_{0,1}), d(v_{1,2}, v_{0,2}), d(v_{1,1}, v_{1,0}),\\
&\quad d(v_{1,2}, v_{1,1})\}\\
&= \max\{2, 1, 3, 1, 2, 2\}\\
&= 3
\end{aligned}
$$

Sehingga didapatkan $e(v_{1,j}) = 3$.

Untuk $m \geq 4$

$(v_c, v_{0,j}), (v_{0,j}, v_{1,j}), (v_{0,j}, v_{1,j+1}) \in E(Ly(m, 1)), \forall j = 0, 1, \dots, m-1$ sehingga $d(v_{1,j}, v_c) = 2$ dan $d(v_{1,j}, v_{1,j\pm1}) = 2$. Karena $d(v_{1,j}, v_c) = 2$ dan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$d(v_{1,j}, v_{1,j\pm1}) = 2$ serta $(v_c, v_{0,k}), (v_{0,k}, v_{1,k}) \in E(Ly(m,1)), \forall k = 0, 1, \dots, m - 1$ maka $d(v_{1,j}, v_{1,k}) = 4, k \neq j \pm 1$.

Jadi $e(v_{1,j}) = 4$.

Pola jumlah jarak titik pada $Ly(m,1)$ ditunjukkan pada Tabel 3.2 berikut.

Tabel 3.2 Jumlah Jarak Titik pada $Ly(m,1)$

	$D(v_c)$	$D(v_{0,j})$	$D(v_{1,j})$
$Ly(2,1)$	6	5	6
$Ly(3,1)$	9	10	11
$Ly(4,1)$	12	15	18
$Ly(5,1)$	15	20	25
$Ly(6,1)$	18	25	32
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$Ly(m,1)$	$3m$	$5(m-1)$	$D(v_{1,j}) = 6, m = 2$ dan $D(v_{1,j}) = 7m - 10, m \geq 3$

Proposisi 4

Pada $Ly(m,1)$ diperoleh $D(v_c) = 3m$ untuk $m \in \mathbb{N}$

Bukti

$(v_c, v_{0,j}), (v_{0,j}, v_{1,j}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0, 1, \dots, m - 1$ sehingga $d(v_c, v_{0,j}) = 1$ dan $d(v_c, v_{1,j}) = 2$. Karena titik $v_{0,j}$ dan $v_{1,j}$ sebanyak m titik, maka $D(v_c) = d(v_c, v_{0,j}) + d(v_c, v_{1,j}) = m + 2m = 3m, m \in \mathbb{N}$.

Proposisi 5

Pada $Ly(m,1)$ diperoleh $D(v_{0,j}) = 5(m-1)$ untuk $j = 0, 1, \dots, m - 1$.

Bukti

$(v_c, v_{0,j}), (v_c, v_{0,k}) \in E(Ly(m,1)), \forall j, k = 0, 1, \dots, m - 1$ untutk $j \neq k$ sehingga $d(v_{0,j}, v_{0,k}) = 2$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

$(v_c, v_{0,j}), (v_{0,j}, v_{1,j}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0,1,\dots,m-1$ sehingga $d(v_c, v_{1,j}) = 2$. Karena $d(v_c, v_{1,j}) = 2$ dan $(v_{0,j}, v_{1,j}), (v_{0,j}, v_{1,j+1}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0,1,\dots,m-1$ maka

$$d(v_{0,j}, v_{1,k}) = 3$$

$$\text{untuk } k = 0,1,\dots,m-1 \text{ dan } k \neq j, j+1$$

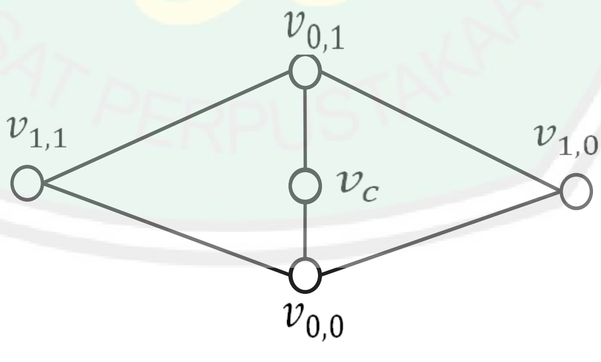
Dengan demikian $d(v_{0,j}, v_{1,j}) = 1$ dan $d(v_{0,j}, v_{1,j+1}) = 1$ serta $d(v_{0,j}, v_{1,k}) = 3$. Karena $v_{0,k}$ sebanyak $m-1$ dan $v_{1,k}$ sebanyak $m-2$, maka $D(v_{0,j}) = d(v_{0,j}, v_c) + d(v_{0,j}, v_{1,j}) + d(v_{0,j}, v_{1,j+1}) + d(v_{0,j}, v_{0,k}) + d(v_{0,j}, v_{1,k}) = 1 + 1 + 1 + 2(m-1) + 3(m-2) = 5(m-1)$.

Proposisi 6

Pada $Ly(m,1)$ diperoleh $D(v_{1,j}) = \begin{cases} 6, & m = 2 \\ 7m-10, & m \geq 3 \end{cases}$ untuk $j = 0,1,\dots,m-1$.

Bukti

Untuk $m = 2$



$$D(v_{1,0}) = d(v_{1,0}, v_c) + d(v_{1,0}, v_{0,0}) + d(v_{1,0}, v_{0,1}) + d(v_{1,0}, v_{1,1})$$

$$= 2 + 1 + 1 + 2$$

$$= 6$$

$$D(v_{1,1}) = d(v_{1,1}, v_c) + d(v_{1,1}, v_{0,0}) + d(v_{1,1}, v_{0,1}) + d(v_{1,1}, v_{0,1})$$
$$= 2 + 1 + 1 + 2$$
$$= 6$$

Sehingga diperoleh $D(v_{1,j}) = 6$.

Untuk $m \geq 3$

$(v_c, v_{0,j}), (v_{0,j}, v_{1,j}), (v_{0,j}, v_{1,j+1}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0, 1, \dots, m-1$ sehingga

$$d(v_{1,j}, v_{0,j-1}) = 1 \text{ dan } d(v_{1,j}, v_{0,j}) = 1.$$

Karena $(v_c, v_{0,k}), (v_{0,j}, v_{1,k}), (v_{0,j}, v_{1,k+1}) \in E(Ly(m,1)), \forall k = 0, 1, \dots, m-1$ maka $d(v_{1,k}, v_c) = 2$ dan $d(v_c, v_{0,k}) = 1$. Dengan demikian

$$d(v_{1,j}, v_{0,k}) = 3, k \neq j, j-1$$

$(v_{0,j}, v_{1,j}), (v_{0,j}, v_{1,j+1}) \in E(Ly(m,1)), \forall j = 0, 1, \dots, m-1$ sehingga

$$d(v_{1,j}, v_{1,j+1}) = 2 \text{ dan } d(v_{1,j}, v_{1,j-1}) = 2$$

$(v_c, v_{0,j}), (v_{0,j}, v_{1,j}), (v_c, v_{0,k}), (v_{0,k}, v_{1,k}) \in E(Ly(m,1)), \forall j, k = 0, 1, \dots, m-1$ dengan $j \neq k$ sehingga $d(v_{1,j}, v_c) = 2$ dan $d(v_{1,k}, v_{0,j}) = 2$. Jadi

$$d(v_{1,j}, v_{1,k}) = 4, k \neq j, j+1, j-1.$$

Karena titik $v_{0,k}$ sebanyak $m-2$ dan $v_{1,k}$ sebanyak $m-3$ maka $D(v_{1,j}) = d(v_{1,j}, v_c) + d(v_{1,j}, v_{0,j}) + d(v_{1,j}, v_{0,j-1}) + d(v_{1,j}, v_{0,k}) + d(v_{1,j}, v_{1,j+1}) + d(v_{1,j}, v_{1,j-1}) + d(v_{1,j}, v_{1,k}) = 2 + 1 + 1 + 3(m-2) + 2 + 2 + 4(m-3) = 7m - 10$.

Pola jumlah jarak eksentrik pada $Ly(m,1)$ ditunjukkan pada Tabel 3.3 berikut.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Tabel 3.3 Jumlah jarak eksentrik pada $Ly(m,1)$

	$\xi^{ds}(Ly)$
$Ly(2,1)$	56
$Ly(3,1)$	207
$Ly(4,1)$	492
$Ly(5,1)$	670
$Ly(6,1)$	1254
$\vdots$	$\vdots$
$Ly(m,1)$	$2m(5m+4), m=2,$ $3m(12m-13), m=3,$ $m(43m-49), m \geq 4$

Teorema 3.1

$$\xi^{ds}(Ly(m,1)) = \begin{cases} 2m(5m+4), m=2, & m \in \mathbb{N} \\ 3m(12m-13), m=3, & m \in \mathbb{N}. \\ m(43m-49), m \geq 4, & m \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Bukti

Menurut definisi jumlah jarak eksentrik,

$$\xi^{ds}(\mathrm{G}) = \sum_{u \in V(G)} e(u)D(u)$$

Jadi

$$\xi^{ds}(Ly(m,1)) = \sum_{v \in V(Ly(m,1))} e(v)D(v)$$

$$\xi^{ds}\big(Ly(m,1)\big) = e(v_c)D(v_c) + \sum_{j=0}^{m-1} e(v_{0,j})D(v_{0,j}) + \sum_{j=0}^{m-1} e(v_{1,j})D(v_{1,j})$$

Sehingga

$$\xi^{ds}\big(Ly(m,1)\big) = e(v_c)D(v_c) + m\left(e\big(v_{0,j}\big)D\big(v_{0,j}\big)\right) + m\left(e\big(v_{1,j}\big)D\big(v_{1,j}\big)\right)$$

Sehingga menurut Proposisi 1 sampai Proposisi 6 didapatkan

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

Untuk $m = 2$

$$\xi^{ds}\big(\mathrm{Ly}(\mathrm{m},1)\big) = 2 \cdot 3m + m\Big(2 \cdot \big(5(m-1)\big)\Big) + m(2 \cdot 6) = 10m^2 + 8m =$$

$$2m(5m+4).$$

Untuk $m = 3$

$$\xi^{ds}\big(Ly(m,1)\big) = 2 \cdot 3m + m\Big(3 \cdot \big(5(m-1)\big)\Big) + m\big(3 \cdot (7m-10)\big)$$

$$\xi^{ds}\big(\mathrm{Ly}(\mathrm{m},1)\big) = 36m^2 - 39m = 3m(12m-13).$$

Untuk $m > 3$

$$\xi^{ds}\big(Ly(m,1)\big) = 2 \cdot 3m + m\Big(3 \cdot \big(5(m-1)\big)\Big) + m\Big(4 \cdot \big(7(m-10)\big)\Big)$$

$$\xi^{ds}\big(\mathrm{Ly}(\mathrm{m},1)\big) = 43m^2 - 49m = m(43m-49).$$

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

BAB IV
PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa rumus jumlah jarak eksentrik pada graf lily $Ly(m,1)$ adalah

$$\xi^{ds}\big(Ly(m,1)\big) = \begin{cases} 2m(5m+4), & m = 2 \\ 3m(12m-13), & m = 3 \\ m(43m-49), & m \geq 4 \end{cases}, \qquad m \in \mathbb{N}$$

4.2 Saran

Penelitian ini hanya membahas tentang jumlah jarak eksentrik pada graf lily $(m,1)$. Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mengembangkannya pada jumlah jarak eksentrik pada $Ly(m,n)$ dengan $n \neq 1$.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

DAFTAR RUJUKAN

Abdussakir, Azizah, N.N., dan Nofandika, F.F. 2009. *Teori Graf Topik Dasar untuk Tugas Akhir/Skripsi*. Malang: UIN-Malang Press.

Chartrand, G., Lesniak, L., dan Zhang, P. 2016. *Graphs and Digraphs Sixth Edition*. Boca Raton: CRC Press.

Ilic, A., Yu, G., dan Feng, L. 2011. On the Eccentric Distance Sum of Graphs. *J. Math. Anal. Appl*, 381: 590-600.

Jauhari, M. Nafie dan Salman, A.N.M. *Some New Classes of α-Graph*.

Marsudi. 2016.*Teori Graf*. Malang: UB Press.

Padmapriya, P dan Mathad, V. 2017. The Jumlah jarak eksentrik of Some Graphs. *Electronic Journal of Graph Theory and Aplications*, 5(1): 51-62.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

RIWAYAT HIDUP

Moh. Badrut Tamam, biasa dipanggil Tamam, lahir di Banyuwangi pada 19 November 1995. Bertempat tinggal di Dusun Krajan RT 05 RW 02 Blimbing Sari Kecamatan Blimbing Sari Kabupaten Banyuwangi. Anak dari bapak Suhaimi dan ibu Rodiah serta adik dari Salimatul fuada.

Mulai menempuh pendidikan dasar di SDN 1 Blimbing Sari pada tahun 2002 hingga 2008, menempuh pendidikan menengah pertama di SMPN 3 Rogojampi pada tahun 2008 hingga 2011, dan menempuh pendidikan menengah atasnya di SMK Darussalam Tegalsari pada tahun 2011 hingga 2014. Selanjutnya pada tahun 2014, melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax. (0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Moh. Badrut Tamam
NIM : 14610095
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Jumlah Jarak Eksentrik pada Graf Lily
Pembimbing I : Dr. Abdussakir, M.Pd.
Pembimbing II : M. Nafie Jauhari, M.Si.

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	16 Oktober 2019	Konsultasi BAB I & II	1
2	16 Oktober 2019	Konsultasi Keagamaan	2
3	23 Oktober 2019	Konsul BAB III	3
4	28 Oktober 2019	ACC Keagamaan	4
5	11 Desember 2019	Konsultasi BAB I, II & III	5
6	26 Desember 2019	Konsultasi BAB I, II, III & IV	6
7	3 Januari 2020	Konsultasi BAB I, II, III & IV	7
8	10 Januari 2020	Konsultasi BAB I, II, III & IV	8
9	28 Januari 2020	Konsultasi Keseluruhan	9
10	27 Agustus 2020	ACC Keseluruhan	10
11	27 Agustus 2020	ACC Agama Keseluruhan	11

Malang, 27 Agustus 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

CENTRAL LIBRARY OF MAULANA MALIK IBRAHIM STATE ISLAMIC UNIVERSITY OF MALANG