

**PENERAPAN METODE REGRESI LOGISTIK BINER PADA  
KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA DI KABUPATEN MOJOKERTO**

**SKRIPSI**

**OLEH  
DEVI NUR AFIFAH  
NIM. 16610046**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**PENERAPAN METODE REGRESI LOGISTIK BINER PADA  
KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA DI KABUPATEN MOJOKERTO**

**SKRIPSI**

**OLEH  
DEVI NUR AFIFAH  
NIM. 16610046**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**PENERAPAN METODE REGRESI LOGISTIK BINER PADA  
KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA DI KABUPATEN MOJOKERTO**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Devi Nur Afifah  
NIM. 16610046**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**PENERAPAN METODE REGRESI LOGISTIK BINER PADA  
KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA DI KABUPATEN MOJOKERTO**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Devi Nur Afifah**  
NIM. 16610046

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 1 September 2020

Pembimbing I

Pembimbing II

  
Evawati Alisah, M.Pd  
NIP. 19720604 199903 2 001

  
Angga Dwi Mulyanto, M.Si  
NIP. 19890813 201903 1 012

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

  
Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

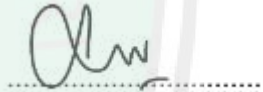
**PENERAPAN METODE REGRESI LOGISTIK BINER PADA  
KESEJAHTERAAN RUMAH TANGGA DI KABUPATEN MOJOKERTO**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Devi Nur Afifah**  
**NIM. 16610046**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Tanggal 1 September 2020

Penguji Utama : Dr. Imam Sujarwo, M.Pd



Ketua Penguji : Abdul Aziz, M.Si



Sekretaris Penguji : Evawati Alisah, M.Pd



Anggota Penguji : Angga Dwi Mulyanto, M.Si



Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

**PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN**

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Devi Nur Afifah

NIM : 16610046

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Penerapan Metode Regresi Logistik Biner pada Kesejahteraan  
Rumah Tangga Di Kabupaten Mojokerto

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 20 Oktober 2020  
Yang membuat pernyataan,

A 6000 Rupiah postage stamp with a signature over it. The stamp is green and yellow, with the text 'METERAI KEMPEL', '6000', and 'RUPIAH' visible. The signature is in black ink.

Devi Nur Afifah  
NIM. 16610046

## MOTO

*“Laa tahtaqir syai’an shaghiiran muhtaqaran. Farubbamaa asaalati ad-dama al-ibaru” (Al-Mahfudzat)*

Janganlah meremehkan hal-hal kecil yang terhina. Bahkan sebuah jarum kecilpun mampu membuat kita berdarah.



## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta, ayahanda Agus Basuki dan ibunda Sulistiyah, yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan dan memberi semangat, serta kakak tersayang Bagus Fattakhul Khoffi dan Bidayatul Hidayah dan adik tersayang Muhammad Hafidz Thoriqul Haq yang selalu memberi semangat bagi penulis.





## KATA PENGANTAR

*Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah SWT atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Skripsi yang berjudul “Penerapan Metode Regresi Logistik Biner pada Kesejahteraan Rumah Tangga Di Kabupaten Mojokerto”. Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Evawati Alisah, M.Pd, selaku Pembimbing I yang selalu membimbing penulis dengan segala pengalaman serta memberi arahan, nasihat dan motivasi saat melakukan penelitian.
5. Ratnaning Palupi, M.Si, selaku Pembimbing II pengganti yang selalu membimbing penulis dalam penulisan skripsi serta memberi arahan.
6. Angga Dwi Mulyanto, M.Si, selaku Pembimbing II yang selalu memberi arahan saat melakukan penelitian.
7. Segenap civitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
8. Bapak dan Ibu serta kakak dan adik tercinta yang selalu memberikan do'a, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
9. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2016 khususnya teman-teman dekat penulis yang telah memberikan dukungan yaitu Rif'atul

Syarifah dan Soimatul Maghfiroh. Tidak lupa teman seperjuangan yang selalu memberikan semangat yaitu Vilnanda Ulvillia Pratiwi.

10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah SWT melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Malang, 26 November 2020

Penulis



## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b>	
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>	
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>	
<b>HALAMAN MOTO</b>	
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xiii
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xiv
<b>ABSTRAK</b> .....	xv
<b>ABSTRACT</b> .....	xvi
<b>ملخص</b> .....	xvii
 <b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	5
1.3 Tujuan Penelitian .....	5
1.4 Manfaat Penelitian .....	5
1.5 Batasan Masalah .....	6
1.6 Sistematika Penulisan .....	6
 <b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Statistik Deskriptif .....	8
2.2 Distribusi Bernoulli.....	8
2.3 Regresi Logistik .....	10
2.4 Regresi Logistik Biner .....	11
2.5 Estimasi Parameter Model Regresi Logistik Biner.....	12
2.6 Pengujian Parameter Model.....	14
2.6.1 Uji Simultan.....	14
2.6.2 Uji Parsial .....	15
2.6.3 Uji Kesesuaian Model .....	16
2.7 Interpretasi Koefisien Parameter.....	17

2.8	Ketepatan Klasifikasi .....	18
2.9	Uji Multikolinearitas .....	19
2.10	<i>Ordinary Least Square (OLS)</i> .....	19
2.11	<i>Maximum Likelihood Estimation (MLE)</i> .....	20
2.12	Metode Newton-Raphson .....	21
2.13	Kesejahteraan Rumah Tangga .....	23
2.14	Kajian Keagamaan .....	28
<b>BAB III METODELOGI PENELITIAN</b>		
3.1	Pendekatan Penelitian .....	31
3.2	Sumber Data .....	31
3.3	Identifikasi Variabel .....	32
3.4	Langkah-langkah Penelitian .....	33
3.5	Flowchart .....	34
<b>BAB IV PEMBAHASAN</b>		
4.1	Estimasi Regresi Logistik Biner .....	35
4.2	Penerapan Regresi Logistik Biner .....	43
	4.2.1 Deskriptif Data .....	43
	4.2.2 Model Regresi Logistik Biner .....	51
4.3	Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kesejahteraan Rumah Tangga .....	61
<b>BAB V PENUTUP</b>		
5.1	Kesimpulan .....	64
5.2	Saran .....	65
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>		<b>66</b>
<b>LAMPIRAN</b>		

**DAFTAR TABEL**

Tabel 2.1	Nilai dari Model Regresi Logistik .....	17
Tabel 2.2	Matriks Konfusi .....	18
Tabel 3.1	Variabel Penelitian.....	32
Tabel 4.1	Statistik Deskriptif Rata-rata Total Pengeluaran per Kapita.....	44
Tabel 4.2	Statistik Deskriptif Jumlah Anggota Rumah Tangga .....	46
Tabel 4.3	Nilai VIF Variabel Prediktor.....	51
Tabel 4.4	Uji Signifikansi Parsial .....	56
Tabel 4.5	Uji Signifikansi Secara Serentak.....	57
Tabel 4.6	Nilai Keragaman .....	58
Tabel 4.7	Koefisien Regresi .....	58
Tabel 4.8	Uji Hosmer dan Lemeshow.....	59
Tabel 4.9	Nilai Odds Ratio dan Confident Interval .....	60
Tabel 4.10	Ketetapatan Klasifikasi Model.....	61

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Flowchart Regresi Logistik Biner .....	34
Gambar 4.1	Persentase Kelompok Rumah Tangga Miskin dan Tidak Miskin... 44	
Gambar 4.2	Statistik Deskriptif Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga..... 45	
Gambar 4.3	Statistik Deskriptif Usia Kepala Rumah Tangga .....	45
Gambar 4.4	Statistik Deskriptif Jenjang Pendidikan Kepala Rumah Tangga .... 47	
Gambar 4.5	Statistik Deskriptif Memiliki BPJS .....	47
Gambar 4.6	Statistik Deskriptif Status Pekerjaan..... 48	
Gambar 4.7	Statistik Deskriptif Membeli Beras RASKIN .....	49
Gambar 4.8	Statistik Deskriptif Kepemilikan Tempat Tinggal .....	49
Gambar 4.9	Statistik Deskriptif Sumber Air Minum .....	50
Gambar 4.10	Statistik Deskriptif Memiliki HP .....	51

## DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam skripsi ini mempunyai makna yaitu sebagai berikut:

$f(x; \pi)$	: Distribusi <i>Bernoulli</i>
$E(Y)$	: Rata-rata dari distribusi <i>Bernoulli</i>
$\sigma^2$	: Variansi dari distribusi <i>Bernoulli</i>
$\pi(x)$	: Probabilitas regresi logistik
$l(\beta)$	: Fungsi <i>likelihood</i>
$L(\beta)$	: Logaritma natural fungsi <i>likelihood</i>
$G$	: Uji rasio <i>likelihood</i>
$W_j$	: Uji wald
$\widehat{SE}(\hat{\beta}_j)$	: Standard error parameter
$\chi^2(\alpha, p)$	: <i>Chi-Square</i>
$\hat{C}$	: Uji <i>goodness of fit</i>
$n_j'$	: Jumlah subjek pada grup ke- $j$
$o_j$	: Jumlah nilai variabel respon pada grup ke- $j$
$\bar{\pi}_j$	: Rata-rata estimasi probabilitas
$\Omega_i$	: Rasio Kemungkinan atau <i>odds ratio</i>
$\psi$	: Rasio kemungkinan $\Omega_1$ dan $\Omega_2$
$n_{11}$	: Jumlah dari subjek $y_1$ sudah tepat diklasifikasikan sebagai $y_1$
$n_{12}$	: Jumlah dari subjek $y_1$ belum tepat diklasifikasikan sebagai $y_2$
$n_{21}$	: Jumlah dari subjek $y_2$ belum tepat diklasifikasikan sebagai $y_1$
$n_{22}$	: Jumlah dari subjek $y_2$ sudah tepat diklasifikasikan sebagai $y_2$
$\beta^{(r+1)}$	: Vektor estimasi parameter pada iterasi ke $r + 1$
$\beta^{(r)}$	: Vektor estimasi parameter pada iterasi ke $r$
$(H^{(r)})^{-1}$	: Invers dari matriks <i>Hessian</i> yang isi dari matriks merupakan turunan kedua dari $\ln L(\beta)$
$g^{(r)}$	: Vektor dari matriks kemiringan ( <i>Slope</i> ) yang berisikan turunan pertama dari $\ln L(\beta)$

## ABSTRAK

Afifah, Devi Nur. 2020. **Penerapan Metode Regresi Logistik Biner pada Kesejahteraan Rumah Tangga Di Kabupaten Mojokerto**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Evawati Alisah, M.Pd (II) Angga Dwi Mulyanto, M.Si

Kata Kunci: Regresi Logistik Biner, Ketepatan Klasifikasi, Kesejahteraan Rumah Tangga

Kesejahteraan rumah tangga merupakan salah satu aspek penting untuk membangun suatu daerah. Penelitian ini terdapat berbagai faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga yaitu jenis kelamin kepala rumah tangga, usia kepala rumah tangga, jumlah anggota, jenjang tertinggi yang ditempuh oleh kepala rumah tangga, memiliki Badan Penyelenggara Jaminan Sosial Kesehatan Penerima Bantuan Iuran, status pekerjaan utama, membeli beras miskin (raskin), status penguasaan atau kepemilikan, sumber air minum dan menggunakan handphone. Pengelompokan kesejahteraan rumah tangga (variabel respon) dibagi menjadi dua, yaitu rumah tangga miskin dan rumah tangga tidak miskin. Variabel respon yang digunakan berupa data kategori sehingga metode yang digunakan regresi logistik biner. Regresi logistik biner merupakan analisis regresi yang variabel responnya berupa kategori atau biner (1 atau 0). Oleh karena itu, tujuan penelitian ini dilakukan untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto. Hasil penelitian diperoleh tiga variabel prediktor yang signifikan, yaitu jumlah anggota rumah tangga ( $x_3$ ), ada tidaknya rumah tangga yang membeli beras miskin ( $x_7$ ) dan anggota rumah tangga yang menggunakan telepon seluler ( $x_{10}$ ) dengan nilai ketetapan klasifikasi sebesar 94,49%.



## ABSTRACT

Afifah, Devi Nur. 2020. **Application of Binary Logistic Regression Methods in Household Welfare in Mojokerto Regency**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Evawati Alisah, M.Pd (II) Angga Dwi Mulyanto, M.Si

Keyword: Binary Logistic Regression, Accuracy of Classification, Household Welfare

Household welfare is the most important aspects to develop an area. In this study, there are various factors that affect household welfare, namely the sex of the head of the household, the age of the head of the household, the number of members, the highest level taken by the head of the household, having a Social Insurance Administration Organization for health contribution assistance recipient, main job status, buying rice for the poor (raskin), status of ownership, sources of water for drinking and using mobile phones. The classification of household welfare (response variable) is divided into two, namely poor households and non-poor households. The response variable used is categorical data, so the method used is binary logistic regression. Binary logistic regression is a regression analysis in which the response variable is categorical or binary (1 or 0). Therefore, the purpose of this study is to determine the factors that influence household welfare in Mojokerto Regency. The results obtained by three significant predictor variables, namely the number of household members ( $x_3$ ), whether there are households that buy rice for the poor ( $x_7$ ) and household members who use cell phones ( $x_{10}$ ) with a classification assessment value of 94.49%.

## ملخص

أفيفه، دفي نور. ٢٠٢٠. تطبيق الانحدار اللوجستي الثنائي في رعاية الأسرة في حي موجوكرتو. البحث الجامعي. الشعبة الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المستشار: (I) أفواتي اليسة (II) انغغا دوي موليانتو

**الكلمة الرئيسية :** الانحدار اللوجستي الثنائي ، دقة التصنيف ، رعاية الأسرة

رفاهية الأسرة هي أهم جوانب تطوير المنطقة. في هذه الدراسة، هناك العديد من العوامل التي تؤثر على رفاهية الأسرة، وهي جنس رب الأسرة، وعمر رب الأسرة، وعدد الأفراد، وأعلى مستوى درجة التربية التي يتخذها رب الأسرة، وإدارة التأمينات الاجتماعية منظمة لمتلقي مساعدات المساهمة الصحية، حالة الوظيفة الرئيسية، شراء الأرز للفقراء (راسكين)، حالة الملكية، مصادر المياه للشرب واستخدام الهواتف المحمولة. ينقسم تصنيف رفاهية الأسرة (متغير الاستجابة) إلى قسمين، وهما الأسر الفقيرة والأسر غير الفقيرة. متغير الاستجابة المستخدم عبارة عن بيانات فئوية، لذا فإن الطريقة المستخدمة هي الانحدار اللوجستي الثنائي. الانحدار اللوجستي الثنائي هو تحليل انحدار يكون فيه متغير الاستجابة قاطعاً أو ثنائياً (1 أو 0). لذلك، كان الغرض من هذه الدراسة هو تحديد العوامل التي تؤثر على رفاهية الأسرة في حي موجوكرتو. تم الحصول على النتائج من خلال ثلاثة متغيرات تنبؤية مهمة، وهي عدد أفراد الأسرة ( $X_3$ )، وما إذا كانت هناك أسر تشتري الأرز للفقراء ( $X_7$ )، وأفراد الأسرة الذين يستخدمون الهواتف المحمولة ( $X_{10}$ )، بقيمة تقييم تصنيف 94,49%.

# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Kesejahteraan merupakan salah satu titik ukur bagi rumah tangga bahwa berada di kondisi sejahtera. Kesejahteraan dapat diukur dari kesehatan, keadaan ekonomi, kebahagiaan dan kualitas hidup rakyat. Kesejahteraan ini mewujudkan agar dapat hidup layak dan mampu mengembangkan diri, jika masyarakat sejahtera berarti mengalami kemakmuran. Keluarga yang sejahtera dapat meningkatkan angka kemakmuran pada suatu daerah, yang nantinya akan mengurangi jumlah kemiskinan pada daerah tertentu (Widyastuti, 2012). Selain itu, kesejahteraan merupakan tujuan kehidupan. Hal ini menjadikan motivasi dan sumber inspirasi, karena dengan meningkatnya kesejahteraan maka kehidupan terasa lebih bermakna (Yulhendri, 2017).

Kemiskinan merupakan keadaan rumah tangga yang mengalami kesulitan untuk memenuhi kebutuhan dasar, sementara lingkungan sekitar kurang memberikan peluang untuk meningkatkan kesejahteraan secara berkesinambungan (Cahyat, Gonner, & Haug, 2007). Sehingga rumah tangga miskin memiliki rata-rata pengeluaran per kapita dibawah garis kemiskinan (GK). Garis kemiskinan merupakan batas yang digunakan untuk mengelompokkan penduduk miskin dan penduduk tidak miskin. Perhitungan garis miskin berbeda antara perkotaan dan perdesaan (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

Permasalahan kesejahteraan dan kemiskinan penduduk menjadi salah penanganan khusus bagi pemerintah, baik pemerintah pusat maupun daerah tak terkecuali bagi Pemerintahan Kabupaten Mojokerto. Pemerintahan Kabupaten Mojokerto memiliki misi yaitu “Makin Mandiri dan Sejahtera Bersama Wong Cilik”, pemerintah juga melakukan berbagai upaya untuk mengurangi angka kemiskinan di Kabupaten Mojokerto. Dalam kurun sewindu, persentase penduduk miskin turun sebesar 1,3 persen dari 11,38 persen pada tahun 2011 menjadi 10,08 persen pada tahun 2018. Selain itu, garis kemiskinan Kabupaten Mojokerto mengalami peningkatan selama 2014-2018. Pada tahun 2014 garis kemiskinan

sebesar Rp. 293.609,00 dan terus meningkat hingga Rp. 370.610,00 pada tahun 2018 (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

Kabupaten Mojokerto dikenal dengan tempat bersejarah karena terdapat peninggalan sejarah Kerajaan Majapahit yang berada di Kecamatan Trowulan. Selain itu, pada sektor industri yang ada di Kabupaten Mojokerto memiliki kegiatan industri besar dan kecil atau industri rumah tangga atau kerajinan. Salah satu industri besar yang ada di Kabupaten Mojokerto yaitu Ngoro Industri Persada (NIP), Industri Estate Mojokerto dan Industri Estate Jetis. Sedangkan industri kecil atau rumah tangga yaitu alas kaki, patung batu, cor kuningan, gerabah, kripik kedelai dan lain-lain. Tidak hanya pada sektor industri pada sektor pariwisata Kabupaten Mojokerto memiliki kawasan paling strategis yang berada di Trawas dan Pacet yang memperlihatkan keindahan alam dan alam buatan (Harya, 2019).

Pada penelitian ini menggunakan variabel responnya penduduk miskin dan penduduk tidak miskin, sehingga analisis regresi biasa tidak dapat digunakan untuk memodelkan hubungan antar variabel. Karena variabel respon yang digunakan berupa data biner, pendekatan yang dapat digunakan adalah analisis regresi logistik biner. Regresi logistik biner merupakan untuk mengetahui hubungan antara variabel respon atau terikat berupa variabel berskala kategori bertipe data nominal atau ordinal dengan dua kategori atau biner dengan variabel prediktor atau bebas yang berskala kategorik ataupun rasio. Sifat biner dari variabel respon membuat regresi logistik cocok untuk analisis penelitian ini (Moomen, Mashhadi, & Ksaibati, 2018). Dalam hal ini, metode kuadrat terkecil (*least square*) tidak memberikan estimasi yang tepat karena kuadrat terkecil memerlukan asumsi-asumsi salah satunya asumsi normalitas. Sehingga estimasi yang tepat pada regresi logistik adalah *maximum likelihood estimation* (MLE) dengan proses iterasi *Newton Raphson*, penggunaan model regresi untuk menghitung atau memprediksi kemungkinan suatu spesifikasi ( $\pi(x)$ ). Penyajian model regresi logistik biner, yang merupakan kasus dari model linier umum, lebih tepatnya model *logit* (Menezes, Liska, Cirillo, & Vivanco, 2017).

Estimasi telah disinggung di dalam Al-Qur'an surat Ar-Rum ayat 4 dan artinya:

*Fī biḍ'i sinān, lillāhil-amru ming qablu wa mim ba'd, wa yauma 'iziy yafrahul-mu'minun*

“Dalam beberapa tahun lagi. Bagi Allah-lah urusan sebelum dan sesudah (mereka menang). Dan di hari (kemenangan bangsa Rumawi) itu bergembiralah orang-orang yang beriman”.

Dalam Tafsir Al Muyassar bahwa Kerajaan Persia mengalahkan kerajaan Rumawi di bagian negeri Syam yang terdekat kepada negeri Persia, namun orang-orang Rumawi akan mengalahkan orang-orang Persia dalam beberapa waktu, tidak lebih dari sepuluh tahun dan tidak kurang dari tiga tahun. Hanya milik Allah segala urusan sebelum kemenangan orang-orang Rumawi dan sesudahnya. Di hari orang-orang Rumawi mengalahkan orang-orang Persia, orang-orang Mukmin berbahagia dengan kemenangan yang diberikan Allah kepada orang-orang Rumawi atas orang-orang Persia. Allah memberikan kemenangan kepada siapa yang Dia kehendaki dan mengalahkan siapa yang Dia kehendaki. Dia Maha perkasa yang tidak dikalahkan dan Maha Penyayang kepada siapa yang Dia kehendaki dari makhlukNya. Hal ini benar-benar terjadi, di mana orang-orang Rumawi mengalahkan orang-orang Persia setelah tujuh tahun dan kaum muslimin berbahagia karena itu, sebab orang-orang Rumawi adalah Ahli Kitab sekalipun mereka telah menyelewengkannya.

Dalam surat Ar-Rum berisi tentang estimasi atau perkiraan selang waktu atas kemenangan bangsa Rumawi. Menurut Ibnu Katsir dari kalimat “beberapa tahun lagi” dapat ditafsirkan sebagai perkiraan. Selang waktu dari kalimat tersebut antara tiga tahun sampai dengan sembilan atau sepuluh tahun. Pada kalimat “beberapa tahun lagi” menunjukkan suatu ketidakpastian berapa tahun Kerajaan Persia mengalahkan Kerajaan Rumawi.

Selanjutnya dilakukan pengujian multikolinearitas, jika uji multikolinearitas terpenuhi akan dilanjutkan dengan uji signifikansi menggunakan nilai kemungkinan log dan uji wald. Uji signifikansi ini bertujuan untuk mengetahui prediksi variabel prediktor termasuk dalam model yang tepat. Statistik  $G$  dihitung perbedaan antara kemungkinan log dari model dasar. Hasil yang signifikan menunjukkan bahwa setidaknya satu dari variabel prediktor secara signifikan terkait dengan variabel respon. Setelah signifikan di langkah sebelumnya koefisien regresi individu di uji dengan uji *Wald*, yang sama dengan estimasi koefisien regresi

dibagi dengan kesalahan standar (SE) dan dibandingkan dengan standar distribusi Z normal (Peeters, Dewil, & Smets, 2012). Uji kecocokan model digunakan untuk memverifikasi penyuaian model regresi logistik. Uji statistik yang Hosmer dan Lemeshow memiliki distribusi kuadrat dengan  $(g - 2)$  derajat bebas. Hipotesis nol dari uji ini sesuai dengan kecocokan model yang cukup memuaskan (Menezes, Liska, Cirillo, & Vivanco, 2017). Selanjutnya untuk menentukan ketepatan klasifikasi regresi logistik biner dapat dihitung menggunakan *apparent error rate* (APER) (Sari, Susilawati, & Srinadi, 2016).

Berdasarkan pada penelitian sebelumnya yang diteliti oleh Z Z Y I Pratama dan E Widodo pada tahun 2017 yang berjudul Analisis Faktor-Faktor dan Peluang yang Berpengaruh terhadap Tingkat Keparahan Korban Kecelakaan Lalu Lintas di Sleman Yogyakarta Menggunakan Regresi Logistik Ordinal. Penelitian tersebut menggunakan variabel respon yang memiliki lebih dari dua kategori dan skala pengukuran bersifat ordinal. Hasil dari tingkat ketepatan klasifikasi model sebesar 90,5% untuk menjelaskan keparahan korban kecelakaan (Pratama & Widodo, 2017). Selanjutnya penelitian yang diteliti oleh Ridha Ramandhani, Sudarno dan Diah Safitri pada tahun 2017 dengan judul Metode Bootstrap Aggregating Regresi Logistik Biner Untuk Ketepatan Klasifikasi Kesejahteraan Rumah Tangga Di Kota Pati. Hasil dari penelitian tersebut variabel yang signifikan yaitu jenis kelamin kepala keluarga, jumlah anggota rumah tangga, dan penguasaan telepon seluler dengan tingkat akurasi sebesar 79,87% (Ramandhani, Sudarno, & Safitri, 2017). Selain itu, penelitian yang diteliti oleh Chun Man Clement Wan, Alvaro Nosedal-Sanchez, Jenaro Nosedal-Sanchez, Ali Asgary, Ben Pantin pada tahun 2019 yang berjudul Modeling Provision of Disaster Mutual Assistance by Electricity Utilities Using Logistic Regression. Hasil penelitian tersebut menggunakan regresi logistik dengan akurasi prediksi sebesar 75,2% (Wan, Nosedal-Sanchez, Nosedal-Sanchez, Asgary, & Pantin, 2019).

Berdasarkan uraian dari latar belakang, peneliti menggunakan metode regresi logistik biner karena data yang digunakan berupa data kategorik. Data yang digunakan data mikro Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) 2018 yaitu kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto (Badan Pusat Statistik, 2018). Sehingga diambil judul “Penerapan Metode Regresi Logistik Biner pada

Kesejahteraan Rumah Tangga di Kabupaten Mojokerto”. Tujuan dari penelitian untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, dapat dirumuskan sebuah masalah dalam penelitian ini yaitu:

1. Bagaimana mengestimasi parameter regresi logistik biner dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)?
2. Bagaimana model dari metode regresi logistik biner pada data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto?
3. Apa saja faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, diperoleh tujuan dalam penelitian ini yaitu:

1. Untuk mengetahui estimasi parameter regresi logistik biner dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Untuk mengetahui model dari metode regresi logistik biner pada data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto.
3. Untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui penerapan metode regresi logistik biner pada kesejahteraan rumah tangga. Secara praktik penelitian ini diharapkan mampu memberikan manfaat:

1. Memberikan informasi tentang estimasi parameter regresi logistik biner dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Memberikan informasi tentang model dari metode regresi logistik biner pada data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto.

3. Memberikan informasi tentang faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto.

### 1.5 Batasan Masalah

Penelitian ini membatasi masalah agar pembahasan tidak meluas atau menyimpang dari pembahasan. Maka penulis membatasi pada metode yang digunakan yaitu regresi logistik biner. Studi kasus kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto. Dengan menggunakan variabel respon yaitu total pengeluaran per kapita ( $y$ ) dan variabel prediktor jenis kelamin kepala rumah tangga ( $x_1$ ), usia kepala rumah tangga ( $x_2$ ), jumlah anggota rumah tangga ( $x_3$ ), jenjang tertinggi yang ditempuh oleh kepala rumah tangga ( $x_4$ ), memiliki BPJS kesehatan Penerima Bantuan Iuran (PBI) ( $x_5$ ), status pekerjaan utama ( $x_6$ ), ada tidaknya rumah tangga membeli beras miskin (raskin) ( $x_7$ ), status penguasaan atau kepemilikan ( $x_8$ ), sumber air minum ( $x_9$ ) dan menggunakan handphone (Hp) ( $x_{10}$ ). Menggunakan bantuan Microsoft Excel dan software aplikasi R Studio dan Minitab.

### 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian merupakan cara pemahaman penulisan secara keseluruhan. Sistematika penulisan sebagai berikut:

#### BAB I PENDAHULUAN

Pada bab ini peneliti akan membahas tentang latar belakang dari penelitian, perumusan masalah yang didapat dari latar belakang, tujuan yang dapat diambil, manfaat penelitian yang dapat diambil dan digunakan, batasan masalah agar pembahasan tidak meluas dan sistematika penulisan.

#### BAB II KAJIAN PUSTAKA

Pada bab ini peneliti akan membahas tentang teori yang mendukung penelitian mengenai metode regresi logistik biner yang diambil dari beberapa referensi yang terkait dengan penelitian ini.

#### BAB III METODELOGI PENELITIAN

Pada bab ini peneliti akan membahas tentang pendekatan penelitian, sumber data yang diambil mulai dari tempat pengambilan dan kapan



pengambilan, identifikasi variabel menjelaskan setiap variabel yang digunakan, langkah-langkah penelitian dan flowchart.

#### BAB IV PEMBAHASAN

Pada bab ini berisi tentang hasil estimasi parameter regresi logistik biner, analisis deskriptif setiap variabel dan penerapan regresi logistik biner pada data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto.

#### BAB V PENUTUP

Pada bab ini berisi tentang kesimpulan dari pembahasan dan saran yang sesuai dari hasil penelitian.



## BAB II KAJIAN PUSTAKA

### 2.1 Statistik Deskriptif

Statistika deskriptif merupakan bagian statistika yang membahas tentang metode-metode untuk menyajikan data sehingga menarik dan informatif. Secara umum statistika deskriptif dapat diartikan sebagai metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu gugus data sehingga memberikan informasi yang berguna. Di dalam statistika deskriptif tidak ada data yang berunsur probability (kemungkinan). Data dalam statistika deskriptif disajikan dalam bentuk tabel, histogram, diagram, grafik dan besaran-besaran lain. Dalam statistika deskriptif terdapat dua ukuran yaitu ukuran pemusatan data dan ukuran penyebaran data (Walpole, 1995).

Menganalisa data kuantitatif dimulai dengan menjelaskan karakteristik data. Penjelasan tersebut didapatkan dari pendefinisian ukuran-ukuran numerik yang dihitung dari pusat data tersebut. Ukuran statistik yang dapat menjadi pusat rangkaian data dan memberi gambaran singkat tentang data disebut ukuran pemusatan data. Ukuran pemusatan data dapat berupa mean (rata-rata), median, modus dan kuartil (Walpole, 1995).

Ukuran penyebaran data adalah ukuran yang memberikan gambaran seberapa besar data menyebar dari titik-titik pemusatan. Nilai sentral kurang bermanfaat apabila tidak diketahui nilai pemencaran atau penyimpangan tiap datanya terhadap nilai tengah. Jika suatu data mempunyai nilai yang terlalu jauh menyimpang dari nilai sentralnya, maka data tersebut kurang akurat untuk menggambarkan keseluruhan data. Ukuran penyebaran data dapat meliputi range, varians, standar deviasi, dan jangkauan antar kuartil (Walpole, 1995).

### 2.2 Distribusi Bernoulli

Distribusi *Bernoulli* apabila sebuah percobaan mempunyai dua hasil yaitu sukses atau gagal. Distribusi *Bernoulli* memiliki masing-masing peluangnya  $\pi$  dan  $(1 - \pi)$  (Utomo, 2009). Peubah acak  $X$  yang berdistribusi *Bernoulli* dapat dikatakan peubah acak *Bernoulli*. Penulisan notasi dari peubah acak yang

berdistribusi *Bernoulli* adalah  $B(x, 1, \pi)$ . Ciri-ciri yang harus dipenuhi sebelum menggunakan distribusi *Bernoulli* yaitu memiliki jumlah percobaan dilakukan sekali saja, setiap percobaan mempunyai dua hasil yaitu sukses atau gagal dan peluang sukses dinyatakan dengan  $\pi$ , tidak berubah dari usaha yang satu ke yang berikutnya (Hogg, Tanis, & Zimmerman, 2015).

Suatu peubah acak  $X$  mempunyai distribusi *Bernoulli* ( $X$  dikatakan peubah acak *Bernoulli*) jika dan hanya jika distribusi peluangnya diberikan dengan

$$f(x; \pi) = \pi^x (1 - \pi)^{1-x}, y = 0, 1 \quad (2.1)$$

Keterangan:

- $x$  = Jumlah sukses
- $(1 - x)$  = Jumlah gagal
- $\pi$  = Peluang sukses
- $(1 - \pi)$  = Peluang gagal

Distribusi *Bernoulli*  $f(x; \pi)$  mempunyai rata-rata dan variansi

$$E(Y) = \mu = \pi$$

$$\sigma^2 = \pi(1 - \pi)$$

Bukti:

Untuk rata-rata

$$\begin{aligned} E(Y) = \mu &= \sum_{x=0}^1 x f(x; \pi) \\ &= \sum_{x=0}^1 x \pi^x (1 - \pi)^{1-x} \\ &= 0\pi^0(1 - \pi)^{1-0} + 1\pi^1(1 - \pi)^{1-1} \\ &= \pi \end{aligned}$$

Untuk variansi

$$\sigma^2 = E(x_i - \mu)^2 = E(x)^2 - (E(x))^2$$

Dan  $\mu = E(x) = \pi$ , selanjutnya dicari  $E(x)^2$  sebagai berikut

$$\begin{aligned} \mu = E(x)^2 &= \sum_{x=0}^1 x^2 f(x; \pi) \\ &= \sum_{x=0}^1 x^2 \pi^x (1 - \pi)^{1-x} \\ &= 0^2 \pi^0 (1 - \pi)^{1-0} + 1^2 \pi^1 (1 - \pi)^{1-1} \\ &= \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } \sigma^2 &= E(x_i - \mu)^2 = E(x)^2 - (E(x))^2 \\ &= \pi - \pi^2 = \pi(1 - \pi) \end{aligned}$$

### 2.3 Regresi Logistik

Analisis regresi adalah analisis yang menjelaskan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yang mengandung sebab akibat. Jika model regresi terdapat satu variabel prediktor dan satu variabel respon, maka hubungan ini disebut model regresi sederhana. Sedangkan, jika model regresi terdapat satu atau lebih variabel prediktor dan satu variabel respon, maka hubungan ini disebut model regresi berganda. Metode statistik untuk memodelkan variabel respon yang bersifat kategorik skala nominal maupun ordinal dengan variabel prediktor satu atau lebih dengan kategori maupun kontinu (skala rasio atau interval) disebut regresi logistik (Varamita, 2017).

Model regresi linier dengan variabel  $X$  (independen) tunggal atau ganda, variabel dependen  $Y$  adalah variabel acak kontinu. Namun, dalam beberapa situasi, variabel dependen kualitatif dan diungkapkan oleh dua kategori atau lebih, hasil dari regresi adalah dua atau lebih. Dalam hal ini, metode kuadrat terkecil tidak memberikan penduga yang tepat. Perkiraan yang tepat diperoleh dengan menggunakan regresi logistik, yang memungkinkan penggunaan model regresi untuk menghitung atau memprediksi kemungkinan suatu spesifikasi  $\pi(x)$  (Menezes, Liska, Cirillo, & Vivanco, 2017).

Regresi logistik tidak mengasumsikan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor secara linier. Berikut ini menyajikan model regresi logistik biner, yang merupakan kasus khusus dari model linier umum, lebih khususnya model *logit*. Variabel respon regresi logistik yang bersifat random dan biner yaitu probabilitas  $\pi$  untuk bernilai 0 sedangkan probabilitas  $1 - \pi$  untuk bernilai 1 disebut sebagai *point-binomial* (Nirwana, 2015).

Model regresi dengan nilai yang diharapkan dari variabel respon didapatkan dari variabel prediktor disimbolkan sebagai  $E(Y|x)$ . Regresi linier mengasumsikan bahwa rata-rata (*mean*) dinyatakan sebagai persamaan linier dalam  $x$  (atau transformasi dari  $x$  atau  $y$ ), sebagai berikut:

$$E(Y|x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (2.2)$$

Persamaan ini menjelaskan bahwa  $E(Y|x)$  untuk mengambil setiap nilai  $x$  di interval antara  $-\infty$  dan  $+\infty$  (Hosmer & Lemeshow, 2000).

Penyederhanaan notasi, digunakan kuantitas  $\pi(x) = E(Y|x)$  untuk menjelaskan kondisi mean variabel respon yang diperoleh dari variabel prediktor ketika menggunakan distribusi logistik. Berikut adalah model Probabilitas regresi logistik (Hosmer & Lemeshow, 2000):

$$\pi(x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}} \quad (2.3)$$

Transformasi dari  $\pi(x)$  adalah pusat dari regresi logistik. Transformasi  $\pi(x)$  didefinisikan sebagai berikut:

$$g(x) = \ln \left[ \frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} \right]$$

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x \quad (2.4)$$

#### 2.4 Regresi Logistik Biner

Regresi logistik biner digunakan untuk memodelkan suatu kejadian dengan variabel respon bertipe kategori dua pilihan yaitu sukses atau gagal yang dinotasikan dengan  $Y = 1$  (Sukses) dan  $Y = 0$  (Gagal). Distribusi yang digunakan regresi logistik biner adalah distribusi *Bernoulli* (Agresti, 1990).

$$f(y_i) = \pi_i^{y_i} (1 - \pi_i)^{1 - y_i} \quad (2.5)$$

$y_i$  adalah peluang peubah acak ke- $i$ . Jika diketahui variabel respon bernilai 0 dan  $q$  maka

$$p = (Y = 1 | X = x_i) = \pi(x_i) \text{ dan}$$

$$p = (Y = 0 | X = x_i) = 1 - \pi(x_i)$$

Model regresi logistik diasumsikan bahwa variabel biner harus saling bebas, sehingga variabel biner memiliki sebaran binom. Model regresi logistik dari persamaan (2.2) dengan sebaran binom sebagai berikut (Varamita, 2017):

$$\pi(x) = \frac{e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}}{1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}}$$

Atau

$$\pi(x) = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)} \quad (2.6)$$

Keterangan:

$n$  : banyak variabel prediktor

$\pi(x)$  : probabilitas sukses dengan nilai probabilitas  $0 \leq \pi(x) \leq 1$

Nilai probabilitas  $\pi(x)$  berkisar antara nol dan satu, linear sederhana representasi untuk  $\pi$  atas semua nilai  $x$  yang mungkin tidak memadai, karena nilainya linear dalam kisaran  $(-\infty, +\infty)$ . Pada kasus ini, transformasi harus digunakan untuk memungkinkan nilai  $x$  apa pun dimiliki nilai yang sesuai dalam kisaran  $[0,1]$ . Mempertimbangkan logistik transformasi disebut juga *logit* (Menezes, Liska, Cirillo, & Vivanco, 2017).

$$\{\pi(x)\}\{1 + e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}\} = e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

$$\{\pi(x)\}\{\pi(x)e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}\} = e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

$$\pi(x) = e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)} - \pi(x)e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

$$\pi(x) = \{1 - \pi(x)\}e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

$$\frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} = e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

$$\ln \left[ \frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} \right] = \ln e^{(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n)}$$

$$\ln \left[ \frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} \right] = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n$$

Sehingga persamaan yang diperoleh

$$g(x) = \ln \left[ \frac{\pi(x)}{1 - \pi(x)} \right] = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n \quad (2.7)$$

## 2.5 Estimasi Parameter Model Regresi Logistik Biner

Estimasi parameter dalam regresi logistik menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Menurut Hosmer dan Lemeshow (2000), fungsi *likelihood* distribusi *Bernoulli* untuk  $n$  sampel independen. Parameter  $\beta$  diestimasi dengan cara memaksimalkan fungsi *likelihood* yang merupakan penyelesaian dari turunan pertama dari fungsi logaritma natural *likelihood* (Aji, 2014). Fungsi *likelihood*nya dengan menggunakan distribusi *Bernoulli* pada persamaan (2.5) adalah

$$\begin{aligned} l(\beta) &= \prod_{i=1}^n P(Y = y_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \pi(x_i)^{y_i} [1 - \pi(x_i)]^{1-y_i} \\ &= \left\{ \prod_{i=1}^n \left( 1 + \exp(\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm}) \right)^{-1} \right\} \exp\left\{ \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm} y_i) \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Dimana  $l(\beta)$  mengacu pada fungsi kemungkinan,  $y_i$  merupakan data yang diamati bernilai (0 atau 1) dari variabel respon biner untuk kasus  $i$ ,  $\pi(x_i)$  merupakan prediksi

probabilitas,  $\prod$  merupakan persamaan multiplikasi dari penjumlahan tanda mation artinya fungsi tersebut mengalikan nilai untuk setiap model. Fungsi probabilitas  $l(\beta)$  bervariasi 0 dan 1. Untuk menghindari penggandaan probabilitas dan biasanya angka yang didapat sangat kecil, sehingga fungsi  $l(\beta)$  ditransformasikan menjadi Log-likelihood (Peeters, Dewil, & Smets, 2012).

Untuk memudahkan perhitungan, maka fungsi *likelihood* dimaksimumkan dalam bentuk  $\ln l(\beta)$

$$\begin{aligned} L(\beta) &= \ln l(\beta) \\ &= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n (1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}))^{-1} \right\} \exp\{\sum_{i=1}^n (\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} y_i)\} \\ &= \{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm} y_i)\} - \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm})\} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Selanjutnya, menurunkan  $L(\beta)$  terhadap  $\beta_m$  dan hasilnya disamadengankan nol

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\beta)}{\partial \beta_m} &= \frac{\partial \{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm} y_i) - \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm})\}\}}{\partial \beta_m} \\ &= \sum_{j=1}^n x_{01} y_0 - \sum_{i=1}^n x_{i0} \pi(x_i) = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Menurut Hosmer dan Lemeshow (2000) estimasi varian dan kovarian diperoleh dari turunan kedua fungsi  $\ln likelihood$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\beta)}{\partial \beta_m^2} &= \frac{\partial \{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm} y_i) - \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\sum_{j=1}^m \beta_m x_{nm})\}\}}{\partial \beta_m^2} \\ &= - \sum_{j=1}^n x_i^2 \pi(x) (1 - \pi(x)) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Hasil turunan fungsi  $L(\beta)$  berbentuk non linear sehingga untuk menyelesaikan menggunakan metode *Newton Raphson*. Metode ini merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan non linear dengan iterasi. Proses iterasi akan berhenti sampai konvergen (Agresti, 1990).

$$\beta^{(r+1)} = \beta^{(r)} + (X^T V^{(r)} X)^{-1} X^T (Y - \pi(x)^{(r)}) \quad (2.12)$$

Sebelum mendapatkan estimasi pertama mencari  $\hat{\beta}^{(1)}$  dan  $r = 0$  dibutuhkan  $\beta_0$  dapat dihitung dengan menggunakan *ordinary least square* yaitu nilai tebakan awal adalah  $\beta^{(0)} = (X^T X)^{-1} X^T Q$  dengan  $Q$  adalah vektor kolom dengan panjang  $N$  yang dihitung dari data observasi dan mempunyai elemen  $Q_i = \log\left(\frac{y_i}{n_i - y_i}\right)$  sehingga matriks  $\beta^{(0)}$  (Fatah & Mahmood, 2016):

$$\boldsymbol{\beta}^{(0)} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

Setelah mendapatkan  $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$  dapat dicari iterasi ke- $r$  dengan persamaan (2.12)

$$\text{Dengan } \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{x})^{(r)} = \begin{bmatrix} \pi(x_1)^{(r)} \\ \pi(x_2)^{(r)} \\ \vdots \\ \pi(x_n)^{(r)} \end{bmatrix}, \text{ dimana } \pi(x)^{(r)} = \frac{\exp(\beta_0^{(r)} + \beta_1^{(r)}x_{i1} + \dots + \beta_p^{(r)}x_{np})}{1 + \exp(\beta_0^{(r)} + \beta_1^{(r)}x_{i1} + \dots + \beta_p^{(r)}x_{np})}$$

Dan  $V_i^{(r)}$  merupakan matriks diagonal dengan ukuran  $n \times n$  dengan elemen-elemennya merupakan nilai dari  $\pi(x_i)^{(r)}(1 - \pi(x_i)^{(r)})$

$$V_i^{(r)} = \begin{bmatrix} \pi(x_1)^{(r)}(1 - \pi(x_1)^{(r)}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \pi(x_2)^{(r)}(1 - \pi(x_2)^{(r)}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \pi(x_n)^{(r)}(1 - \pi(x_n)^{(r)}) \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan hasil estimasi parameter dengan menggunakan proses iterasi sampai iterasi akan berhenti ketika nilai taksiran yang didapat konvergen

$$\boldsymbol{\beta}^{(r)} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \text{ dengan syarat } \boldsymbol{\beta}^{(r+1)} \approx \boldsymbol{\beta}^{(r)} \text{ atau } \|\boldsymbol{\beta}^{(r+1)} - \boldsymbol{\beta}^{(r)}\| < \varepsilon$$

dengan  $\varepsilon$  merupakan bilangan positif, misalkan  $\varepsilon = 0,0001$ .

## 2.6 Pengujian Parameter Model

Uji signifikan parameter model digunakan untuk mengetahui variabel prediktor signifikan secara serentak terhadap model atau tidak, dan uji masing-masing parameter untuk mengetahui seberapa pengaruhnya parameter terhadap model.

### 2.6.1 Uji Simultan

Uji rasio *likelihood* merupakan uji signifikan secara simultan atau serentak yang membandingkan model yang lebih baik jika model tersebut mengandung variabel prediktor atau model yang tidak mengandung variabel prediktor. Berikut adalah hipotesis perbandingan hasil pengamatan dengan hasil prediksi yang



diperoleh menggunakan fungsi *likelihood* sebagai berikut (Suniantara, Putra, & Suwardika, 2019):

- Hipotesis

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \dots = \beta_k = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_m \neq 0 \text{ dengan } m = 1, 2, \dots, k$$

- Statistik uji

$$G = -2 \ln \left( \frac{\text{likelihood tanpa variabel prediktor}}{\text{likelihood dengan variabel prediktor}} \right)$$

$$G = -2 \ln \left[ \frac{\left(\frac{n_1}{n}\right)^{n_1} \left(\frac{n_0}{n}\right)^{n_0}}{\prod_{i=1}^n \hat{\pi}_i^{y_i} (1 - \hat{\pi}_i)^{(1-y_i)}} \right] \quad (2.13)$$

Atau

$$G = 2 \{ \sum_{i=1}^n [y_i \ln(\hat{\pi}_i) + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{\pi}_i)] - [n_1 \ln(n_1) + n_0 \ln(n_0) - n \ln(n)] \}$$

Keterangan:

$n_0$  : Banyaknya pengamatan yang bernilai  $Y = 0$

$n_1$  : Banyaknya pengamatan yang bernilai  $Y = 1$

$n$  : Total pengamatan

- Daerah keputusan

Tolak  $H_0$  jika nilai  $G > \chi^2(\alpha, p)$

Terima  $H_0$  jika nilai  $G < \chi^2(\alpha, p)$

- Kesimpulan

Tolak  $H_0$ , artinya model yang mengandung variabel prediktor signifikan secara serentak terhadap model.

### 2.6.2 Uji Parsial

Uji *Wald* untuk mengetahui peranan masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon. Berikut adalah pengujian Uji *Wald* (Ramandhani, Sudarno, & Safitri, 2017):

- Hipotesis

$$H_0 : \beta_j = 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, k$$

- Statistik uji

$$W_j = \left[ \frac{\hat{\beta}_j}{\widehat{SE}(\hat{\beta}_j)} \right]^2 \text{ atau } W_j = \frac{\hat{\beta}_j^2}{\widehat{SE}(\hat{\beta}_j)^2} \quad (2.14)$$

dimana

$$\widehat{SE}(\hat{\beta}_j) = \sqrt{\frac{\pi_j(1-\pi_j)}{n}}, j = 1, 2, \dots, k$$

- Daerah keputusan  
Tolak  $H_0$  jika nilai  $W > \chi^2(\alpha, p)$   
Terima  $H_0$  jika nilai  $W < \chi^2(\alpha, p)$
- Kesimpulan  
Tolak  $H_0$ , artinya variabel prediktor berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

### 2.6.3 Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model atau disebut *Goodness of fit* menilai seberapa baik model regresi yang menjelaskan data yang diamati. Dalam regresi logistik biner menilai kesesuaian model dengan membandingkan frekuensi yang diamati. Uji yang digunakan sebagai berikut (Peeters, Dewil, & Smets, 2012):

- Hipotesis  
 $H_0$  : Model yang digunakan sesuai dengan data  
 $H_1$  : Model yang digunakan tidak sesuai dengan data
- Statistik uji

$$\hat{C} = \sum_{j=1}^g \frac{(o_j - n_j' \bar{\pi}_j)^2}{n_j' \bar{\pi}_j (1 - \bar{\pi}_j)} \quad (2.15)$$

Dimana  $\bar{\pi}_j$  dan  $o_j$  dengan rumus sebagai berikut:

$$\bar{\pi}_j = \sum_{k=1}^{c_j} \frac{m_k \hat{\pi}(x_k)}{n_k'}$$

Dimana  $m_k$  adalah banyaknya subjek pada  $c_j$  kombinasi variabel prediktor.

$$o_j = \sum_{j=1}^g y_j$$

Keterangan:

$g$  = Jumlah group

$n_j'$  = Jumlah subjek pada group ke- $j$

$o_j$  = Jumlah nilai variabel respon pada group ke- $j$

$\bar{\pi}_j$  = Rata-rata estimasi probabilitas

- Daerah keputusan

Tolak  $H_0$ , jika nilai  $\hat{C} > \chi^2(p - 2)$

Terima  $H_0$ , jika nilai  $\hat{C} < \chi^2(p - 2)$

- Kesimpulan

Tolak  $H_0$ , artinya model yang dibentuk sudah sesuai dengan data yang digunakan.

## 2.7 Interpretasi Koefisien Parameter

Interpretasi koefisien parameter adalah menentukan hubungan fungsional antara variabel respon dan variabel prediktor serta mendefinisikan setiap perubahan variabel respon yang disebabkan variabel prediktor. Model dari regresi logistik terdapat dua nilai  $\pi(x)$  dan dua nilai  $1 - \pi(x)$ . Interpretasi koefisien parameter dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Nilai dari Model Regresi Logistik

Variabel Respon ( $Y$ )	Variabel Prediktor ( $X$ )	
	$x = 1$	$x = 0$
$y = 1$	$\pi(1) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}}$	$\pi(0) = \frac{e^{\beta_0}}{1 + e^{\beta_0}}$
$y = 0$	$1 - \pi(1) = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1}}$	$1 - \pi(0) = \frac{1}{1 + e^{\beta_0}}$

*Odds ratio* atau rasio kecendrungan merupakan angka kecendrungan yang didefinisikan sebagai rasio antara jumlah individu yang mengalami peristiwa tertentu dengan jumlah individu yang tidak mengalami peristiwa tersebut, baik sampel maupun populasi. Untuk peluang  $\pi$  adalah berhasil, maka nilai *odds ratio* didefinisikan sebagai berikut (Agresti, 1990):

$$\Omega_i = \frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \quad (2.16)$$

Rasio kemungkinan  $\Omega_1$  dan  $\Omega_2$  sebagai berikut:

$$\psi = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \frac{\frac{\pi_1}{1 - \pi_1}}{\frac{\pi_2}{1 - \pi_2}} \quad (2.17)$$

## 2.8 Ketepatan Klasifikasi

Prosedur klasifikasi dihitung yang bertujuan untuk mengetahui apakah data klasifikasi sudah benar atau tidak. Prosedur klasifikasi yang digunakan pada regresi logistik adalah *apparent error rate* (APER). Nilai APER menyatakan proporsi sampel yang salah diklasifikasikan oleh fungsi klasifikasi (Johnson & Wichern, 1992). Menghitung nilai APER lebih mudah dengan menggunakan tabel silang antara hasil observasi dengan taksiran klasifikasi seperti tabel berikut:

Tabel 2.2 Matriks Konfusi

Hasil Observasi	Taksiran	
	$y_1$	$y_2$
$y_1$	$n_{11}$	$n_{12}$
$y_2$	$n_{21}$	$n_{22}$

Keterangan:

$n_{11}$  : jumlah dari subjek  $y_1$  sudah tepat diklasifikasikan sebagai  $y_1$

$n_{12}$  : jumlah dari subjek  $y_1$  belum tepat diklasifikasikan sebagai  $y_2$

$n_{21}$  : jumlah dari subjek  $y_2$  sudah tepat diklasifikasikan sebagai  $y_1$

$n_{22}$  : jumlah dari subjek  $y_2$  sudah tepat diklasifikasikan sebagai  $y_2$

Nilai APER dari hasil perhitungan merupakan proporsi yang diprediksi tidak benar oleh klasifikasi sebagai berikut (Ramandhani, Sudarno, & Safitri, 2017):

$$APER(\%) = \frac{n_{12} + n_{21}}{n_{11} + n_{12} + n_{21} + n_{22}} \quad (2.18)$$

$$\text{Ketepatan Klasifikasi} = 100\% - APER(\%)$$

## 2.9 Uji Multikolinearitas

Asumsi dalam model persamaan yang tidak boleh dilanggar adalah multikolinearitas, karena dapat memberikan efek yang fatal yaitu model menjadi *non identified* yang berarti parameter dalam model tidak dapat diestimasi dan keluaran dalam bentuk diagram jalur tidak dapat ditampilkan atau jika parameter berhasil diestimasi dan keluaran diagram jalur berhasil ditampilkan, tetap hasilnya akan bias (Wijanto, 2008). Metode untuk menguji adanya multikolinearitas dapat dilihat dari nilai *tolerance value* atau *variance inflation factor* (VIF). Nilai VIF dapat diperoleh dengan rumus berikut:

$$VIF = \frac{1}{Tolerance} \quad (2.19)$$

Atau

$$Tolerance = \frac{1}{(1 - R^2)}$$

Untuk mencari nilai R-Square sebagai berikut

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{error}}{SS_{total}}$$

$$R^2 = \frac{SS_{regresi}}{SS_{total}}$$

Batas *tolerance value* adalah 0,10 atau nilai VIF adalah 10. Jika VIF lebih dari 10 dan nilai *tolerance* kurang dari 0,10, maka terjadi multikolinearitas tinggi antar variabel bebas dengan variabel bebas lainnya. Jika VIF kurang dari 10 dan nilai *tolerance* lebih dari 0,10, maka dapat diartikan tidak terdapat multikolinearitas. Regresi yang baik memiliki VIF disekitar angka 1 dan mempunyai nilai *tolerance* mendekati 1 (Santoso, 2012).

## 2.10 Ordinary Least Square (OLS)

*Ordinary Least Square* atau kuadrat terkecil adalah salah satu metode yang digunakan untuk menduga sebuah model regresi. Metode ini digunakan untuk meminimumkan jumlah kuadrat residual (selisih antara data sebenarnya dengan data dugaan) dari model yang terbentuk. Berikut model regresi (Babo, 2016):

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_i X_i + \varepsilon_i$$

Dengan pendekatan matriks dapat disederhanakan sebagai berikut:

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Penaksiran  $\beta$  agar nilai error yang didapatkan sekecil mungkin yaitu dengan  $\varepsilon = Y - X\beta$  maka parameter  $\beta$  juga kecil.

$$K = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - X\beta)^T Y - X\beta$$

Untuk meminimumkan diperoleh dengan cara melakukan turunan parsial pertama  $K$  terhadap  $\beta$  kemudian disamakan dengan nol. Sehingga  $\beta_{OLS}$  dinyatakan dalam bentuk matriks persamaannya sebagai berikut:

$$\beta_{OLS} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.20)$$

dimana,

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$n \times 1$                                    $n \times n$

$$\beta_{OLS} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$n \times n$                                    $n \times n$                                    $n \times n$                                    $n \times 1$

### 2.11 Maximum Likelihood Estimation (MLE)

Fungsi densitas bersama dari variabel random  $X_1, X_2, \dots, X_n$  yang bernilai  $x_1, x_2, \dots, x_n$  adalah  $L(\beta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \beta)$  yang merupakan fungsi likelihood. Untuk  $x_1, x_2, \dots, x_n$  tetap, fungsi likelihood merupakan fungsi dari  $\beta$  dan dilambangkan dengan  $L(\beta)$ . Jika  $X_1, X_2, \dots, X_n$  mewakili sebuah sampel random dari  $f(x; \beta)$ , maka  $L(\beta) = f(x_1; \beta) \cdot f(x_2; \beta) \dots f(x_n; \beta)$  dapat dituliskan sebagai berikut (Hogg & Craigh, 1995):

$$\begin{aligned} L(\beta) &= f(\tilde{x}; \beta) \\ &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \beta) \\ &= f(x_1; \beta) \cdot f(x_2; \beta) \dots f(x_n; \beta) \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^n f(x_i; \beta) \quad (2.21)$$

$L(\beta) = f(x_1, x_2, \dots, x_n; \beta)$  merupakan fungsi densitas probabilitas dari  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Untuk hasil pengamatan  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , nilai  $\hat{\beta}$  berada dalam  $\Omega(\hat{\beta} \in \Omega)$ , dimana  $L(\beta)$  maksimum disebut sebagai *Maximim Likelihood Estimation* (MLE) dari  $\beta$ . Jadi  $\hat{\beta}$  merupakan nilai dugaan dari  $\beta$  (Hogg & Craigh, 1995).

Jika  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \max f(x_1, x_2, \dots, x_n; \beta); \beta \in \Omega$ , maka untuk memperoleh nilai  $\hat{\beta}$  tersebut yang memaksimumkan  $L(\beta)$  harus diturunkan dengan langkah-langkah sebagai berikut (Hogg & Craigh, 1995):

1. Nilai  $\beta$  diperoleh dari turunan pertama jika

$$\left. \frac{\partial}{\partial \beta} L(\beta) \right|_{\beta=\hat{\beta}} = 0$$

2. Nilai  $\hat{\beta}$  dikatakan memaksimumkan  $L(\beta)$  jika

$$\left. \frac{\partial}{\partial \beta} L(\beta) \right|_{\beta=\hat{\beta}} < 0$$

Nilai  $\hat{\beta}$  selain diperoleh dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* juga dapat dengan memaksimumkan fungsi *ln likelihood*, karena memaksimumkan fungsi *ln likelihood*, juga memaksimumkan fungsi *likelihood*. Maka untuk memperoleh  $\hat{\beta}$  dapat dilakukan dengan langkah-langkah yang sama sebagai berikut (Fitriyah, 2017):

1. Nilai  $\hat{\beta}$  diperoleh dari turunan pertama jika

$$\left. \frac{\partial}{\partial \beta} L(\beta) \right|_{\beta=\hat{\beta}} = 0$$

2. Nilai  $\hat{\beta}$  dikatakan memaksimumkan ( $\beta$ ) jika

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial^2 \beta} L(\beta) \right|_{\beta=\hat{\beta}} = 0$$

## 2.12 Metode Newton-Raphson

Metode *Newton-Raphson* adalah metode pendekatan untuk menyelesaikan persamaan *nonlinear* atau digunakan menentukan titik saat fungsi maksimum. *Newton-Raphson* adalah metode untuk menyelesaikan persamaan non linier dengan menggunakan *iterative* seperti persamaan *likelihood* yang memaksimumkan suatu

fungsi. Dasar dari metode ini menggunakan pendekatan deret *Taylor* linier (Agresti, 1990).

$$f(x) = f(x^0) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} \frac{\partial^i f(x^0)}{\partial (x^0)^i} (x - x^0)^i$$

Perluasan dari bentuk orde I

$$\frac{\partial F(\beta)}{\partial \beta} = 0$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(\beta)}{\partial \beta} &= f(\beta^0) + H^0(\beta - \beta^0) \\ &= G^0 + H^0(\beta - \beta^0) \end{aligned}$$

Jika  $\beta^0$  merupakan nilai awal dari  $\beta$  dengan  $r = 0$ , maka dapat dimisalkan  $\beta = \beta^{(r+1)}$ . Dapat diperoleh sebagai berikut (Agresti, 1990):

$$\beta^{(r+1)} = \beta^{(r)} + (H^{(r)})^{-1} g^{(r)} \quad (2.22)$$

dimana,  $g^{(r)}$  merupakan vektor kemiringan (*slope*) yang didapatkan dari hasil turunan parsial pertama sebagai berikut:

$$g^{(r)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_0} \\ \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i0} y_i - \sum_{i=1}^n x_{i0} \pi(x_i) \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i - \sum_{i=1}^n x_{i1} \pi(x_i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{im} y_i - \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i) \end{bmatrix}$$

Pada iterasi ke-  $r$  berlaku

$$g_p^{(r)} = \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_m} = \sum_{i=1}^n x_{im} y_i - \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i)$$

Apabila persamaan dituliskan dengan matriks maka

$$\begin{aligned} g_p^{(r)} &= X^T Y - X^T \pi(x)^{(r)} \\ &= X^T (Y - \pi(x)^{(r)}) \end{aligned}$$

Setelah didapatkan turunan parsial pertama, akan dihitung turunan parsial kedua dari persamaan *ln likelihood* terhadap parameter  $\beta$ . Elemen-elemen dari turunan parsial kedua akan membentuk matriks *Hessian*



$$H(\boldsymbol{\beta}^{(r)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_0 \partial \beta_k} \\ \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1 \partial \beta_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_m \partial \beta_0} & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_m \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_m \partial \beta_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{00} & H_{01} & \cdots & H_{0m} \\ H_{10} & H_{11} & \cdots & H_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m0} & H_{m1} & \cdots & H_{mm} \end{bmatrix}$$

Untuk iterasi ke- $r$  berlaku

$$H(\boldsymbol{\beta}_m^{(r)}) = \frac{\partial^2 l(\boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_m^2} = - \sum_{i=1}^n x_{im} x_{im} \pi(x_i)^{(r)} (1 - \pi(x_i)^{(r)})$$

Sehingga dalam bentuk matriks menjadi

$$H = X^T V^{(r)} X$$

Keterangan:

$\boldsymbol{\beta}^{(r+1)}$  = vektor estimasi parameter pada iterasi ke  $r + 1$

$\boldsymbol{\beta}^{(r)}$  = vektor estimasi parameter pada iterasi ke  $r$

$(H^{(r)})^{-1}$  = invers dari matriks *Hessian* yang isi dari matriks merupakan turunan kedua dari  $\ln L(\boldsymbol{\beta})$

$\boldsymbol{g}^{(r)}$  = vektor dari matriks kemiringan (*Slope*) yang berisikan turunan pertama dari  $\ln L(\boldsymbol{\beta})$

Metode *Newton-Raphson* membutuhkan turunan pertama dan turunan kedua dari  $\ln L(\boldsymbol{\beta})$ . Sehingga dapat juga ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\beta}^{(r+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(r)} + (X^T V^{(r)} X)^{-1} X^T (Y - \boldsymbol{\pi}(x)^{(r)}) \quad (2.23)$$

Proses iterasi akan berhenti pada saat nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen yaitu saat

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta}^{(r+1)} &\approx \boldsymbol{\beta}^{(r)} \text{ atau} \\ |\boldsymbol{\beta}^{(r+1)} - \boldsymbol{\beta}^{(r)}| &< \varepsilon \end{aligned}$$

### 2.13 Kesejahteraan Rumah Tangga

Kesejahteraan merupakan suatu kemampuan yang mengatur anggaran yang diperoleh dari pendapatan suatu rumah tangga. Pendapatan tersebut adalah salah satu faktor penentu dari tingkat kesejahteraan rumah tangga. Selain dari pendapatan, manusia sebagai makhluk sosial terdapat beberapa aspek yang mempengaruhi kesejahteraan (Yulhendri, 2017). Adapun pengertian sejahtera

adalah kondisi masyarakat dalam keadaan makmur, dalam keadaan sehat, dan damai, sehingga untuk mencapai kondisi itu memerlukan suatu usaha (Widyastuti, 2012).

Undang-undnag RI nomor 6 tahun 1974 pasal 2 ayat 1 tentang ketentuan-ketentuan pokok Kesejahteraan Sosial maka kesejahteraan sosial dapat diartikan sebagai:

“Suatu kehidupan dan penghidupan sosial, material maupun spritual yang diliputi oleh rasa keselamatan, kesusilaan, dan ketentraman lahir dan batin, yang memungkinkan bagi setiap warga negara untuk mengadakan usaha pemunahan kebutuhan-kebutuhan jasmaniah, rohaniah dan sosial yang sebaik-baiknya bagi diri, keluarga, serta masyarakat dengan menjunjung tinggi hak-hak atau kewajiban manusia dengan Pancasila.” (Badan Pemeriksa Keuangan Republik Indonesia, 1974)

Pemerintah Indonesia memiliki beberapa model kesejahteraan dan kemiskinan misalnya, Badan pusat statistik yang mengukur kemiskinan dengan fokus konsumsi dan Badan Koordinasi Keluarga Berencana Nasional (BKKBN) yang berfokus pada kesejahteraan keluarga. Lembaga-lembaga internasional, seperti United Nations Development Programme (UNDP) juga memperhatikan isu pengembangan manusia, yang didefinisikan sebagai harapan hidup, tingkat melek huruf, pendidikan, dan tingkat daya beli per kapita. Konsep-konsep tersebut memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing (Cahyat, Gonner, & Haug, 2007).

Oleh karena itu, konsep kemiskinan dan kesejahteraan yang baru diperlukan untuk menghubungkan aktivitas pemantauan dan perencanaan secara lebih baik. Ciri khas lokal, kepentingan pemerintah daerah, dan persepsi masyarakat tentang kemiskinan dan kesejahteraan dipelajari melalui studi kehidupan masyarakat secara mendalam, lokakarya pemerintah, dan analisis kebijakan. Berdasarkan temuan dari pembelajaran partisipatif ini, kemiskinan didefinisikan sebagai berikut:

“Kemiskinan adalah suatu situasi dimana seseorang atau rumah tangga mengalami kesulitan untuk memenuhi kebutuhan dasar, sementara lingkungan pendukungnya kurang memberikan peluang untuk meningkatkan kesejahteraan secara

berkesinambungan atau untuk keluar dari kerentanan”. (Cahyat, Gonner, & Haug, 2007)

Faktor-faktor yang diduga menjadi karakteristik kesejahteraan suatu rumah tangga dapat ditinjau dari beberapa aspek antara lain aspek kependudukan, pendidikan, kesehatan, perumahan, sosial ekonomi rumah tangga, dan teknologi informasi dan komunikasi (Dimas, 2011).

#### 1. Kependudukan

Kependudukan yang ada pada daerah berkaitan dengan pertumbuhan penduduk. Penduduk merupakan modal awal dalam sebuah pembangunan, tetapi di sisi lain juga dapat menjadi sebuah hambatan dalam mencapai tujuan pembangunan karena adanya pertumbuhan penduduk yang tidak terkendali dan tidak imbang. Selain tingkat pertumbuhan penduduk, masalah komposisi penduduk dan ketimpangan distribusi penduduk merupakan sebuah masalah bagi pemerintahan. Kabupaten Mojokerto menduduki peringkat kelima belas dari jumlah penduduk 38 kabupaten atau kota yang ada di Provinsi Jawa Timur. Tingkat pertumbuhan penduduk Kabupaten Mojokerto pada tahun 2018 tercatat sebesar 0,90 persen dan mengalami penurunan dibandingkan pada tahun 2017 tercatat sebesar 0,93 persen. Hal ini mengindikasikan bahwa kebijakan pemerintah cukup berhasil (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

Bila dilihat komposisi penduduk menurut jenis kelamin penduduk perempuan dan laki-laki, rasio jenis kelamin sebesar 99,83. Artinya bahwa dari setiap 1000 penduduk perempuan terdapat 998 penduduk laki-laki. Dengan kata lain penduduk laki-laki lebih sedikit daripada penduduk perempuan (BPS Kabupaten Mojokerto, 2019). Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor kependudukan yaitu penduduk indonesia, rasio jenis kelamin, angka beban ketergantungan, belum kawin, kawin, cerai hidup, cerai mati, pernah kawin, akta kelahiran dan nomor induk kependudukan (NIK) (Badan Pusat Statistik, 2018).

#### 2. Kesehatan

Tingkat kesehatan merupakan salah satu indikator untuk menggambarkan mutu pembangunan manusia suatu wilayah. Semakin sehat

kondisi masyarakat semakin mendukung dinamika pembangunan ekonomi. Upaya pemerintah melalui program-program pembangunan yang telah dilakukan salah satunya memberikan pelayanan kesehatan gratis bagi penduduk miskin. Meningkatkan sarana dan prasarana melalui pembangunan Puskesmas, Rumah sakit, dan lain-lain serta penyediaan obat-obatan (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019). Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor kesehatan yaitu keluhan kesehatan, menderita sakit, berobat jalan, jaminan kesehatan, rawat inap, merokok dan imunisasi (Badan Pusat Statistik, 2018).

### 3. Pendidikan

Pada era globalisasi modern bidang ilmu pengetahuan berkembang semakin pesat. Pendidikan merupakan cikal bakal terbentuknya kualitas sumber daya manusia yang handal. Indikator dalam bidang pendidikan di Kabupaten Mojokerto melihat dan mengidentifikasi dalam rangka untuk mencapai kesejahteraan masyarakat (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor pendidikan yaitu dapat membaca dan menulis, angka buta huruf, tidak atau belum pernah sekolah, pendidikan formal, pendidikan non formal, masih bersekolah, tidak bersekolah lagi, pendidikan tertinggi yang ditamatkan, tamat sekolah, angka partisipasi sekolah (APS), angka partisipasi murni (APM), dan pendidikan prasekolah (Badan Pusat Statistik, 2018).

### 4. Ketenagakerjaan

Ketenagakerjaan berperan dalam sebuah aktivitas bisnis dan perekonomian unggulan di Kabupaten Mojokerto. Ketenagakerjaan masih menjadi permasalahan yang dihadapi oleh pemerintah untuk mendukung pembangunan daerah. Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor ketenagakerjaan yang bersumber dari Survei Angkatan Kerja Nasional (SAKERNAS) kondisi Agustus tahun 2013-2018 (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019). Indikator tersebut antara lain Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK), Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), Persentase pengangguran menurut tingkat pendidikan, status pekerjaan,

lapangan usaha dan jumlah jam kerja, serta kelompok upah, gaji atau pendapat bersih.

#### 5. Perumahan dan Lingkungan

Kebutuhan pokok bagi kehidupan manusia salah satunya adanya rumah tinggal. Rumah tinggal merupakan kebutuhan dasar dan menjadi faktor penentu kesejahteraan rakyat. Rumah selain untuk tempat tinggal juga berfungsi sebagai tempat pendidikan, pembinaan keluarga, dan peningkatan kualitas generasi yang akan datang. Undang-undang No. 1 Tahun 2011 tentang Perumahan dan Pemukiman mencatumkan bahwa salah satu tujuan diselenggarakannya perumahan dan kawasan permukiman yaitu untuk menjamin terwujudnya rumah yang layak dihuni (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor perumahan dan lingkungan yaitu keluarga, kepemilikan bangunan, luas lantai, parket, mandi, cuci, dan kakus (MCK) komunal, instalasi pembuangan air limbah (IPAL), air minum layak dan bersih, perpipaan, hidran umum atau terminal air, sumber air minum bersih, sumber air minum layak dan akses air layak (Badan Pusat Statistik, 2018).

#### 6. Kemiskinan

Kemiskinan merupakan suatu keadaan dimana masyarakat tidak bisa memenuhi kebutuhan pokok. Mhatma Gendhi menyebut mereka sebagai *the last, the lowest, and the loss*. Persentase penduduk miskin di Kabupaten Mojokerto cenderung turun seiring banyaknya program pengentasan kemiskinan yang dilakukan oleh pemerintah daerah. Dalam kurun sewindu, persentase penduduk miskin Kabupaten Mojokerto berhasil turun sebesar 1,3 poin persen dari 11,38 persen pada tahun 2011 menjadi 10,08 persen pada tahun 2018 (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor kemiskinan yaitu beras miskin (raskin) atau beras sejahtera (rastra), program indonesia pintar (PIP), dan Kartu perlindungan sosial (KPS) atau Kartu Keluarga Sejahtera (KKS) (Badan Pusat Statistik, 2018).

## 7. Teknologi Informasi dan Komunikasi

Memasuki era digital, penguasaan atau kepemilikan akses teknologi informasi dan komunikasi untuk mengetahui seberapa jauh perkembangan kesejahteraan rakyat. Adapun indikator-indikator yang termasuk dalam sektor teknologi informasi dan komunikasi yaitu telepon seluler (HP), komputer, internet dan telepon tetap nirkabel atau *Fixed Wireless Acces* (FWA) (Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto, 2019).

### 2.14 Kajian Keagamaan

Metode statistik yang digunakan untuk memodelkan suatu hubungan antara variabel. Variabel yang digunakan variabel respon yang bersifat biner terdiri dua kategorik yaitu sukses dan gagal dengan variabel prediktor disebut dengan regresi logistik biner. Regresi logistik biner mengikuti distribusi *Bernoulli*, yang memiliki peluang kejadian bertipe kategori atau pilihan yaitu sukses atau gagal.

Dalam Al-Qur'an surah Az-Zalzalah, ayat 7 dan 8 sebagai berikut:

*Fa may ya 'mal mišqāla žarratin khairay yarah. Wa may ya 'mal mišqāla žarratin syarray yarah.*

Yang artinya: "Barangsiapa berbuat kebaikan sebesar zaroh pun, niscaya dia akan melihat (balasan)nya. Dan barangsiapa yang mengerjakan keburukan sebesar zaroh pun, niscaya ia akan melihat (balasan)nya pula."

Menurut Zubdatut Tafsir kalimat *Fa may ya 'mal* yang artinya barangsiapa yang mengerjakan ketika di dunia. Dan kalimat *mišqāla žarratin khairay yarah* artinya kebaikan seberat dzarrahpun, niscaya dia akan melihatnya di hari kiamat dalam kitab catatan amalnya, sehingga ia merasa bahagia. Atau dia akan melihatnya terpampang baginya. Dan barangsiapa melakukan keburukan di dunia seberat dzarra, maka dia akan mengetahui balasannya di akhirat. Ibnu Abu Hatim dari Sa'id bin Jubair berkata: "saat ayat ini turun orang-orang muslim beranggapan bahwa mereka tidak menerima pahala atas sesuatu yang sedikit bila memberikannya (kepada orang lain), sedangkan yang lain beranggapan bahwa mereka tidak akan disalahkan atas dosa yang remeh, yaitu berbohong, mengintip, mengumpat dan dosa-dosa lain yang serupa, sesungguhnya Allah hanya

menjanjikan neraka bagi orang-orang yang berdosa besar, maka Allah menurunkan dua ayat ini ayat 7 dan 8”.

Ibnu Abi Hatim meriwayatkan dari Said bin Jabir yang berkata, “Tatkala turun ayat, ‘Dan mereka memberikan makanan yang disukai-Nya,’ kaum muslimin berpikir bahwa mereka tidak akan diberi pahala jika melakukan kebaikan yang kecil, sementara yang lain berpandangan bahwa mereka tidak akan mendapat siksaan jika melakukan dosa-dosa kecil, seperti berbohong, melihat kepada yang haram, menggunjing, dan hal-hal sejenis. Mereka antara lain berkata, ‘Sesungguhnya Allah hanya menyiksa orang-orang yang melakukan dosa besar.’ Allah lalu menurunkan ayat tersebut” (As-Suyuthi, 2008).

Berdasarkan QS. Az-Zalzalah pada ayat 7 dan 8 terdapat konsep distribusi *Bernoulli*. Kalimat Barangsiapa berbuat kebaikan sebesar zaroh pun, niscaya dia akan melihat (balasan)nya. Kalimat tersebut menjelaskan bahwa orang yang berbuat baik kepada setiap manusia Allah SWT menjanjikan kepada setiap orang yang menaburkan kebaikan akan mendapatkan balasan. Hal tersebut dapat dikategorikan sebagai kesuksesan. Sedangkan dan barangsiapa yang mengerjakan keburukan sebesar zaroh pun, niscaya ia akan melihat (balasan)nya pula. Dan sebaliknya jika orang itu menaburkan keburukan atau kejahatan akan mendapatkan balasan dari Allah SWT. Kalimat tersebut menjelaskan bahwa orang itu gagal menjadi orang baik.

Estimasi adalah metode yang memperkirakan nilai dari populasi dengan menggunakan nilai dari sampel. Ayat Al-Qur’an yang menjelaskan estimasi terdapat dalam QS. Ash-Shaffat ayat 147 dan artinya:

*Wa-arsalnaahu ila mii-ati alfin au yaziidun(a)*

“Dan kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih.”

Pada ayat tersebut dijelaskan bahwa Nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100000 orang atau lebih. Dari ayat tersebut terdapat keraguan dalam menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan bahwa umatnya 100000 atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah sebenarnya? Bukankah Allah SWT maha mengetahui segalanya yaitu yang gaib dan yang nyata? (Abdussakir, 2014).

Berdasarkan QS. Ash-Shaffat ayat 147 terdapat konsep estimasi pada kalimat “seratus ribu orang atau lebih”. Jika membaca ayat tersebut menunjukkan ketidakpastiaan atau perkiraan menentukan jumlah umat Nabi Yunus. Ibnu Abbas dalam suatu riwayat menyebutkan bahwa lebih dari seratus ribu orang, jumlah mereka adalah seratus tiga puluh ribu orang. Riwayat lain yang bersumber darinya menyebutkan seratus tiga puluh ribu orang lebih beberapa ribu. Menurut riwayat lainnya lagi yang bersumberkan darinya adalah seratus empat puluh ribu lebih beberapa ribu orang, hanya Allah-lah Yang Maha Mengetahui. Sa'id ibnu Jubair menyebutkan lebih dari tujuh puluh ribu orang, yakni seratus tujuh puluh ribu orang. Makhul mengatakan bahwa jumlah mereka seratus sepuluh ribu orang, menurut apa yang diriwayatkan oleh Ibnu Abu Hatim (Al-Dimasiqy, 2002).





## **BAB III**

### **METODELOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Pendekatan Penelitian**

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur sebagai rujukan dalam penelitian. Studi literatur yaitu dengan mengumpulkan referensi-referensi seperti jurnal, buku, skripsi dan referensi lainnya. Sedangkan pendekatan deskriptif kuantitatif yaitu dengan menganalisis dan menyusun data yang akan digunakan sesuai dengan kebutuhan penelitian.

#### **3.2 Sumber Data**

Sumber data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data yang didapatkan tidak langsung oleh peneliti. Data yang digunakan adalah data mikro Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) pada bulan Maret 2018 yang diakses melalui <https://silastik.bps.go.id/v3/index.php/mikrodata/view/ak12UGkrRzJ1azZUMmpSeW5qQUsyQT09> (Badan Pusat Statistik, 2018). Data yang diambil dari data Kesejahteraan Rumah Tangga 2018 di Kabupaten Mojokerto terdiri atas 799 responden. Variabel respon pada penelitian ini jika total pengeluaran per kapita di bawah Garis Kemiskinan (GK) dikategorikan penduduk miskin dan sebaliknya. Garis Kemiskinan (GK) diperoleh dari web BPS pada tahun 2018 di Kabupaten Mojokerto. Sedangkan variabel prediktor merupakan faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga. Data tersebut diakses pada hari Jum'at, 20 Maret 2020 pukul 15.00 WIB.

### 3.3 Identifikasi Variabel

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel respon (dependen) yang disimbolkan dengan  $Y$  dan variabel prediktor (independen) yang disimbolkan  $X$ . Variabel respon dan variabel prediktor dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Variabel Penelitian

Variabel		Keterangan	Skala
Variabel $Y$	Total Pengeluaran per Kapita	0 = Miskin 1 = Tidak Miskin	Nominal
Variabel $X$	Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga (KRT) ( $X_1$ )	0 = Laki-laki 1 = Perempuan	Nominal
	Usia KRT ( $X_2$ )	0 = $\leq 50$ 1 = $> 50$	Nominal
	Jumlah Anggota RT ( $X_3$ )		Rasio
	Jenjang Tertinggi KRT ( $X_4$ )	0 = $\leq$ SMP 1 = $>$ SMP	Ordinal
	Memiliki BPJS Kesehatan Penerima Bantuan Iuran (PBI) ( $X_5$ )	0 = Ya 1 = Tidak	Nominal
	Status Pekerjaan ( $X_6$ )	0 = Usaha Sendiri 1 = Tidak Usaha Sendiri	Nominal
	Membeli Beras Miskin/Beras Kesejahteraan ( $X_7$ )	0 = Ya 1 = Tidak	Nominal
	Status Penguasaan/Kepemilikan ( $X_8$ )	0 = Milik Sendiri 1 = Bukan Milik Sendiri	Nominal
	Sumber Air Minum ( $X_9$ )	0 = Air Kemasan 1 = Bukan Air Kemasan	Nominal
	Menggunakan Handphone ( $X_{10}$ )	0 = Ya 1 = Tidak	Nominal

### 3.4 Langkah-langkah Penelitian

Metode penelitian yang akan digunakan sebagai berikut:

#### 1. Estimasi Parameter Regresi Logistik Biner

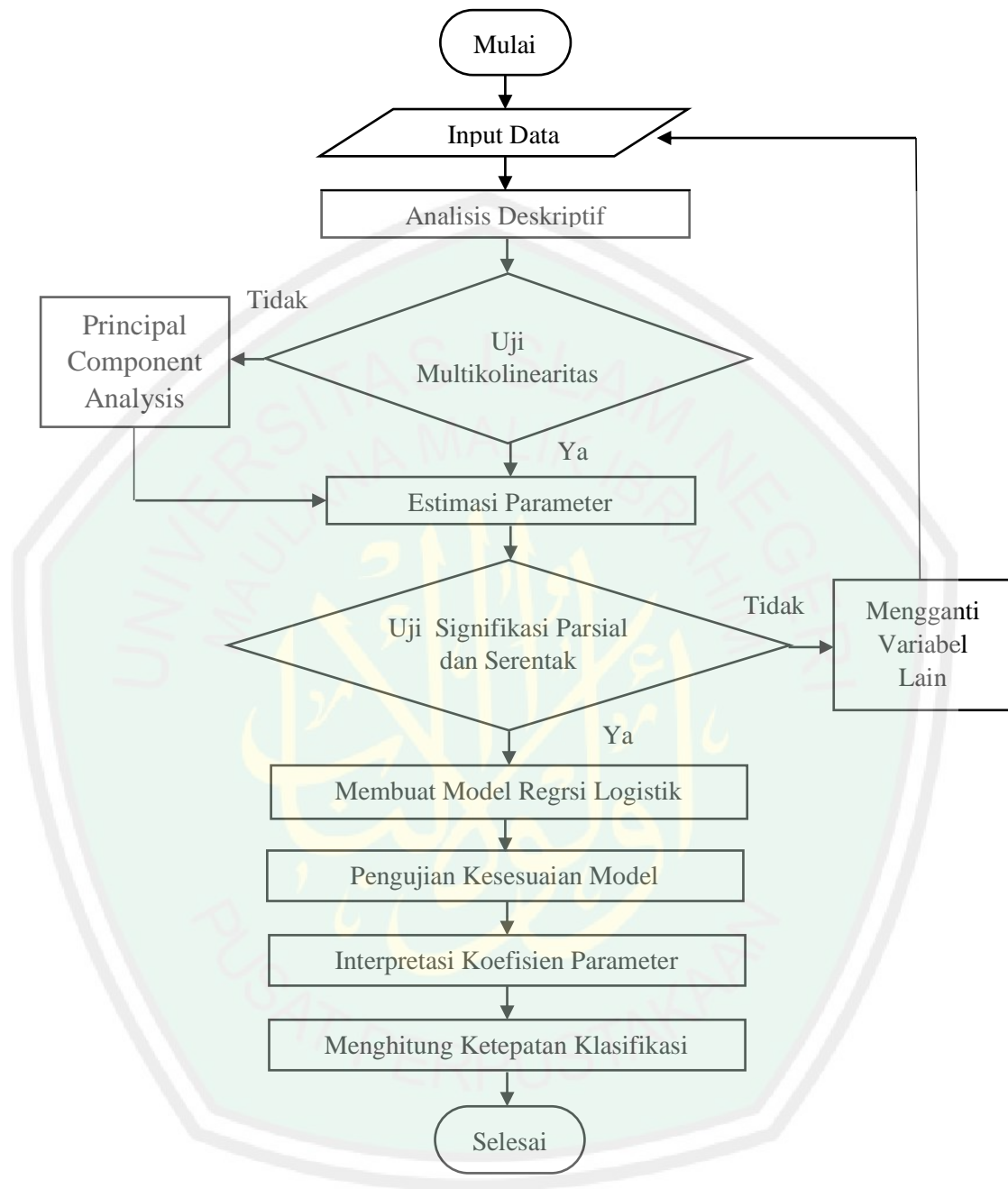
Langkah-langkah estimasi parameter model regresi logistik biner menggunakan *maximum likelihood estimation* dengan iterasi newton raphson sebagai berikut:

- a. Membentuk fungsi likelihood yang disimbolkan  $L(\beta)$ .
  - b. Membentuk fungsi ln likelihood  $l(\beta)$ .
  - c. Memaksimalkan fungsi  $l(\beta)$ .
  - d. Membentuk vektor kemiringan (slope)  $g$ .
  - e. Membentuk matriks Hessian  $H$ .
  - f. Membentuk model estimasi parameter regresi logistik biner.
- #### 2. Penerapan Regresi Logistik Biner pada Data Kesejahteraan Rumah Tangga di Kabupaten Mojokerto.

Langkah-langkah penerapan pada regresi logistik biner sebagai berikut:

- a. Menganalisis deskriptif setiap variabel yang digunakan dalam penelitian.
  - b. Melakukan uji Multikolinearitas.
  - c. Membentuk estimasi parameter regresi logistik biner.
  - d. Melakukan pengujian parameter secara parsial dengan uji Wald.
  - e. Melakukan pengujian parameter secara serentak dengan uji G (uji *Likelihood Ratio*).
  - f. Membentuk model regresi logistik biner.
  - g. Memilih model terbaik dengan uji Hosmer dan Lemeshow.
  - h. Menginterpretasi model dengan menggunakan Odds Ratio.
  - i. Menghitung ketepatan klasifikasi model.
- #### 3. Untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto dapat dilihat pada uji Wald dengan variabel signifikan.

## 3.5 Flowchart



Gambar 3.1 Flowchart Regresi Logistik Biner

## BAB IV PEMBAHASAN

### 4.1 Estimasi Regresi Logistik Biner

Regresi logistik memiliki variabel respon 2 kategori yaitu variabel  $Y = 0$  menyatakan hasil yang diperoleh “gagal” dan variabel  $Y = 1$  menyatakan hasil yang diperoleh “sukses”. Fungsi distribusi dari regresi logistik mengikuti distribusi *Bernoulli* sehingga parameter  $\beta$  diestimasi menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Distribusi yang digunakan sesuai dengan persamaan (2.1) maka selanjutnya dicari fungsi *likelihood* yang dinotasikan dengan  $L(\beta)$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 L(\beta) &= \prod_{i=1}^n P(Y = y_i) \\
 &= \prod_{i=1}^n \pi(x_i)^{y_i} (1 - \pi(x_i))^{1-y_i} \\
 &= \prod_{i=1}^n \left( \pi(x_i)^{y_i} \frac{(1-\pi(x_i))}{(1-\pi(x_i))^{y_i}} \right) \\
 &= \prod_{i=1}^n \left( \frac{\pi(x_i)^{y_i}}{(1-\pi(x_i))^{y_i}} (1 - \pi(x_i)) \right) \\
 &= \prod_{i=1}^n \left( (1 - \pi(x_i)) \left( \frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)} \right)^{y_i} \right) \\
 &= \left\{ \prod_{i=1}^n (1 - \pi(x_i)) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^n \exp \left( \ln \left( \frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)} \right)^{y_i} \right) \right\} \\
 &= \left\{ \prod_{i=1}^n (1 - \pi(x_i)) \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n y_i \ln \left( \frac{\pi(x_i)}{1-\pi(x_i)} \right) \right\} \\
 &= \left\{ \prod_{i=1}^n \left( 1 - \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_m x_{im})}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_m x_{im})} \right) \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n y_i (\beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_m x_{im}) \right\} \\
 &= \left\{ \prod_{i=1}^n \left( \frac{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})}{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \right) \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n y_i (\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) \right\} \\
 &= \left\{ \prod_{i=1}^n \left( \frac{1}{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \right) \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n (\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} y_i) \right\} \\
 &= \left\{ \prod_{i=1}^n (1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}))^{-1} \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n (\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} y_i) \right\} \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Memaksimumkan fungsi *likelihood* menggunakan fungsi *ln likelihood* untuk mempermudah perhitungan. Sehingga perasamaannya adalah

$$\begin{aligned}
l(\beta) &= \ln L(\beta) \\
&= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n (1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}))^{-1} \right\} \exp\{\sum_{i=1}^n (\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} y_i)\} \\
&= \{\sum_{k=0}^m (\sum_{i=1}^n x_{ik} y_i) \beta_k\} - \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})\} \quad (4.2)
\end{aligned}$$

Untuk memperoleh estimasi parameter-parameter regresi logistik biner menggunakan turunan secara parsial pada fungsi *likelihood* kemudian disamakan dengan nol. Turunan pertama pada fungsi *ln likelihood* terhadap parameter  $\beta$  digunakan untuk mencari elemen-elemen vektor kemiringan ( $g$ ), sebelum melakukan turunan dimisalkan untuk mempermudah perhitungan sebagai berikut:

$$a = \{\sum_{k=0}^m (\sum_{i=1}^n x_{ik} y_i) \beta_k\}$$

$$b = \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})\}$$

Menghitung turunan pertama terhadap  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$

- Turunan pertama terhadap  $\beta_0$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial a}{\partial \beta_0} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \{\sum_{k=0}^m (\sum_{i=1}^n x_{ik} y_i) \beta_k\} \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \{(\sum_{i=1}^n x_{i0} y_i) \beta_0 + (\sum_{i=1}^n x_{i1} y_i) \beta_1 + \dots + (\sum_{i=1}^n x_{im} y_i) \beta_m\} \\
&= (\sum_{i=1}^n x_{i0} y_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial b}{\partial \beta_0} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})\} \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \sum_{i=1}^n \ln\{1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})\} \\
&= \sum_{i=1}^n x_{i0} \left\{ \frac{\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})}{1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n x_{i0} \left\{ \frac{\exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})}{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n x_{i0} \pi(x_i)
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_0} &= \frac{\partial a}{\partial \beta_0} - \frac{\partial b}{\partial \beta_0} \\
&= \sum_{i=1}^n x_{i0} y_i - \sum_{i=1}^n x_{i0} \pi(x_i) \quad (4.3)
\end{aligned}$$

- Turunan pertama terhadap  $\beta_1$

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left\{ \sum_{k=0}^m \left( \sum_{i=1}^n x_{ik} y_i \right) \beta_k \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left\{ \left( \sum_{i=1}^n x_{i0} y_i \right) \beta_0 + \left( \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i \right) \beta_1 + \cdots + \left( \sum_{i=1}^n x_{im} y_i \right) \beta_m \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial b}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \sum_{i=1}^n \ln \{ 1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) \} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \sum_{i=1}^n \ln \{ 1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_m x_{im}) \} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i0} \left\{ \frac{\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_m x_{im})}{1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_m x_{im})} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i0} \left\{ \frac{\exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})}{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i1} \pi(x_i)\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_1} &= \frac{\partial a}{\partial \beta_1} - \frac{\partial b}{\partial \beta_1} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i - \sum_{i=1}^n x_{i1} \pi(x_i)\end{aligned}\tag{4.4}$$

Dari persamaan (4.3) dan (4.4) diperoleh pola turunan parsial terhadap  $\beta$  sehingga untuk menghitung turunan parsial terhadap  $\beta_m$  dengan  $m = 0, 1, 2, \dots, m$  adalah

- Turunan pertama terhadap  $\beta_m$

$$\begin{aligned}\frac{\partial a}{\partial \beta_m} &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} \left\{ \sum_{k=0}^m \left( \sum_{i=1}^n x_{ik} y_i \right) \beta_k \right\} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} \left\{ \left( \sum_{i=1}^n x_{i0} y_i \right) \beta_0 + \left( \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i \right) \beta_1 + \cdots + \left( \sum_{i=1}^n x_{im} y_i \right) \beta_m \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{im} y_i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial b}{\partial \beta_m} &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} \sum_{i=1}^n \ln \{ 1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) \} \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} \sum_{i=1}^n \ln \{ 1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_m x_{im}) \} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i0} \left\{ \frac{\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_m x_{im})}{1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_m x_{im})} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{i0} \left\{ \frac{\exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})}{1 + \exp(\sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \right\} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i)\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_m} &= \frac{\partial a}{\partial \beta_m} - \frac{\partial b}{\partial \beta_m} \\ &= \sum_{i=1}^n x_{im} y_i - \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i)\end{aligned}\quad (4.5)$$

Hasil yang didapat pada turunan pertama secara parsial terhadap  $\beta$  masih dalam bentuk implisit sehingga dibutuhkan metode numerik untuk menyelesaikannya. Metode numerik yang digunakan adalah metode yang menggunakan pendekatan iterasi *newton raphson* terdapat dalam persamaan (2.22).

$\mathbf{g}^{(r)}$  merupakan vektor kemiringan (*slope*) yang didapatkan dari hasil turunan parsial pertama sebagai berikut:

$$\mathbf{g}^{(r)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_0} \\ \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_{i0} y_i - \sum_{i=1}^n x_{i0} \pi(x_i) \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} y_i - \sum_{i=1}^n x_{i1} \pi(x_i) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{im} y_i - \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i) \end{bmatrix}\quad (4.6)$$

Pada iterasi ke-  $r$  berlaku

$$\mathbf{g}_p^{(r)} = \frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta_m} = \sum_{i=1}^n x_{im} y_i - \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i)\quad (4.7)$$

Apabila persamaan (4.7) dituliskan dengan matriks maka

$$\begin{aligned}\mathbf{g}_p^{(r)} &= \mathbf{X}^T \mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(r)} \\ &= \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(r)})\end{aligned}\quad (4.8)$$

Setelah didapatkan turunan parsial pertama, akan dihitung turunan parsial kedua dari persamaan ln *likelihood* terhadap parameter  $\beta$ . Elemen-elemen dari turunan parsial kedua akan membentuk matriks *Hessian* pada persamaa (2.22).

- Untuk  $H_{00}$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0^2} &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( - \sum_{i=1}^n x_{i0} \pi(x_i) \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( - \sum_{i=1}^n x_{i0} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \right)\end{aligned}$$

Misal

$$\begin{aligned}u &= \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} \\ u' &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} \left( \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im}) \right) \\ &= \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}) x_{i0}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i0} \\
v &= 1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} \\
v' &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} (1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= x_{i0} (\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= x_{i0} (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) \\
\frac{u'v - v'u}{v^2} &= \\
&= \frac{[(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i0})(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - (x_{i0} (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})) (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})]}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})^2} \\
&= \frac{(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i0}) [(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})]}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})^2} \\
&= \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i0}}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) (1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \\
&= x_{i0} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \left( \frac{1}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \\
&= x_{i0} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \left( \frac{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \\
&= x_{i0} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0^2} &= - \sum_{i=1}^n x_{i0} \left( \frac{u'v - v'u}{v^2} \right) \\
&= - \sum_{i=1}^n x_{i0} x_{i0} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i)) \\
&= - \sum_{i=1}^n x_{i0}^2 \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))
\end{aligned} \tag{4.9}$$

- Untuk  $H_{01}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} (- \sum_{i=1}^n x_{i1} \pi(x_i)) \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left( - \sum_{i=1}^n x_{i1} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \right)
\end{aligned}$$

Misal

$$\begin{aligned}
u &= \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} \\
u' &= \frac{\partial}{\partial \beta_1} (\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}) x_{i1} \\
&= \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i1} \\
v &= 1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v' &= \frac{\partial}{\partial \beta_0} (1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= x_{i1} (\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= x_{i1} (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) \\
\frac{u'v - v'u}{v^2} &= \\
&= \frac{[(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i1})(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - (x_{i1} (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}))(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})]}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})^2} \\
&= \frac{(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i1})[(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})]}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})^2} \\
&= \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{i1}}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \\
&= x_{i1} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \left( \frac{1}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \\
&= x_{i1} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \left( \frac{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \\
&= x_{i1} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} &= - \sum_{i=1}^n x_{i1} \left( \frac{u'v - v'u}{v^2} \right) \\
&= - \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i1} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i)) \\
&= - \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \pi(x_i) (1 - \pi(x_i)) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

Dari persamaan (4.9) dan (4.10) diperoleh pola turunan parsial terhadap  $\beta$  sehingga untuk menghitung turunan parsial terhadap  $\beta_m$  dengan  $m = 0, 1, 2, \dots, m$  adalah

- Untuk  $H_{mm}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_m^2} &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} \left( - \sum_{i=1}^n x_{im} \pi(x_i) \right) \\
&= \frac{\partial}{\partial \beta_m} \left( - \sum_{i=1}^n x_{im} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \right)
\end{aligned}$$

Misal

$$\begin{aligned}
u &= \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} \\
u' &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} (\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}) x_{im} \\
&= \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{im} \\
v &= 1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v' &= \frac{\partial}{\partial \beta_m} (1 + \exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= x_{im} (\exp(\beta_0 x_{i0} + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_m x_{im})) \\
&= x_{im} (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) \\
\frac{u'v-v'u}{v^2} &= \\
&= \frac{[(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{im})(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - (x_{im} (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})) (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})]}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})^2} \\
&= \frac{(\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{im}) [(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) - (\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})]}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})^2} \\
&= \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik} x_{im}}{(1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}) (1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik})} \\
&= x_{im} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \left( \frac{1}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \\
&= x_{im} \left( \frac{\exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \left( \frac{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}}{1 + \exp \sum_{k=0}^m \beta_k x_{ik}} \right) \\
&= x_{im} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_m^2} &= - \sum_{i=1}^n x_{im} \left( \frac{u'v-v'u}{v^2} \right) \\
&= - \sum_{i=1}^n x_{im} x_{im} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i)) \\
&= - \sum_{i=1}^n x_{im}^2 \pi(x_i) (1 - \pi(x_i)) \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Selanjutnya akan dibentuk matriks *Hessian* dengan elemen-elemen turunan parsial kedua dari fungsi  $l(\beta)$  sebagai berikut:

$$\mathbf{H}(\beta^{(r)}) = \begin{bmatrix} H_{00} & H_{01} & \dots & H_{0m} \\ H_{10} & H_{11} & \dots & H_{1m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m0} & H_{m1} & \dots & H_{mm} \end{bmatrix}$$

Elemen-elemen dari matriks *Hessian*

$$H_{00} = - \sum_{i=1}^n x_{i0}^2 \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{01} = - \sum_{i=1}^n x_{i0} x_{i1} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{0m} = - \sum_{i=1}^n x_{i0} x_{im} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{10} = - \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{i0} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{11} = - \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{1m} = - \sum_{i=1}^n x_{i1} x_{im} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{m0} = - \sum_{i=1}^n x_{im} x_{i0} \pi(x_i) (1 - \pi(x_i))$$

$$H_{m1} = -\sum_{i=1}^n x_{im} x_{i1} \pi(x_i)(1 - \pi(x_i))$$

$$H_{mm} = -\sum_{i=1}^n x_{im}^2 \pi(x_i)(1 - \pi(x_i))$$

Untuk iterasi ke- $r$  berlaku

$$H(\beta_m^{(r)}) \frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta_m^2} = -\sum_{i=1}^n x_{im} x_{im} \pi(x_i)^{(r)}(1 - \pi(x_i)^{(r)})$$

Sehingga dalam bentuk matriks menjadi

$$\mathbf{H} = \mathbf{X}^T \mathbf{V}^{(r)} \mathbf{X} \quad (4.12)$$

Jadi iterasi *Newton Raphson* pada persamaan (2.22) sehingga dapat ditulis juga pada persamaan (2.23) sebagai berikut

$$\beta^{(r+1)} = \beta^{(r)} + (\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{(r)} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(r)})$$

Sebelum mendapatkan estimasi pertama mencari  $\hat{\beta}^{(1)}$  dan  $r = 0$  dibutuhkan  $\beta_0$  dapat dihitung dengan menggunakan *ordinary least square*.

$$\beta^{(0)} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$$\beta^{(0)} =$$

$$\left[ \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[ \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{n1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1k} & x_{2k} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \right]$$

$$\beta^{(0)} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$$

Setelah mendapatkan  $\beta_{OLS}$  atau  $\beta_0$  dapat dicari iterasi ke- $r$  dengan persamaan (2.23)

$$\text{Dengan } \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(r)} = \begin{bmatrix} \pi(x_1)^{(r)} \\ \pi(x_2)^{(r)} \\ \vdots \\ \pi(x_n)^{(r)} \end{bmatrix}, \text{ dimana } \pi(x)^{(r)} = \frac{\exp(\beta_0^{(r)} + \beta_1^{(r)} x_{i1} + \cdots + \beta_p^{(r)} x_{ip})}{1 + \exp(\beta_0^{(r)} + \beta_1^{(r)} x_{i1} + \cdots + \beta_p^{(r)} x_{ip})}$$

Dan  $\mathbf{V}_i^{(r)}$  merupakan matriks diagonal dengan ukuran  $n \times n$  dengan elemen-elemenya merupakan nilai dari  $\pi(x_i)^{(r)}(1 - \pi(x_i)^{(r)})$

$$\mathbf{V}_i^{(r)} = \begin{bmatrix} \pi(x_1)^{(r)}(1 - \pi(x_1)^{(r)}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \pi(x_2)^{(r)}(1 - \pi(x_2)^{(r)}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \pi(x_n)^{(r)}(1 - \pi(x_n)^{(r)}) \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan hasil estimasi paramater dengan menggunakan proses iterasi sampai iterasi akan berhenti ketika nilai taksiran yang didapat konvergen

$$\boldsymbol{\beta}^{(r)} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \text{ dengan syarat } \boldsymbol{\beta}^{(r+1)} \approx \boldsymbol{\beta}^{(r)} \text{ atau } \|\boldsymbol{\beta}^{(r+1)} - \boldsymbol{\beta}^{(r)}\| < \varepsilon$$

dengan  $\varepsilon$  merupakan bilangan positif, misalkan  $\varepsilon = 0,0001$ . Sehingga estimasi parameter model regresi logistik biner adalah

$$\boldsymbol{\beta}^{(r+1)} = \boldsymbol{\beta}^{(r)} + (\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{(r)} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(r)})$$

## 4.2 Penerapan Regresi Logistik Biner

### 4.2.1 Deskriptif Data

Penelitian ini menggunakan data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto pada tahun 2018. Kesejahteraan merupakan salah satu aspek penting untuk membangun dan mengembangkan bangsa Indonesia. Variabel respon yang digunakan yaitu total pengeluaran per kapita ( $y$ ) dan variabel prediktor jenis kelamin kepala rumah tangga ( $x_1$ ), usia kepala rumah tangga ( $x_2$ ), jumlah anggota ( $x_3$ ), jenjang tertinggi yang ditempuh oleh kepala rumah tangga ( $x_4$ ), memiliki BPJS kesehatan Penerima Bantuan Iuran (PBI) ( $x_5$ ), status pekerjaan utama ( $x_6$ ), membeli beras miskin (raskin) ( $x_7$ ), status penguasaan atau kepemilikan ( $x_8$ ), sumber air minum ( $x_9$ ) dan menggunakan handphone (Hp) ( $x_{10}$ ).

Data kesejahteraan rumah tangga terlebih dahulu dilakukan analisis statistika deskriptif dengan tujuan untuk menggambarkan gambaran umum mengenai faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto 2018. Pada penelitian ini, klasifikasi kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto diklasifikasikan pada besarnya pengeluaran per kapita rumah tangga. Pengelompokan rumah tangga miskin dan tidak miskin berdasarkan garis kemiskinan (GK) yang ditetapkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) yaitu Rp

370.610,00. Apabila suatu rumah tangga memiliki rata-rata total pengeluaran per kapita di bawah nilai garis kemiskinan, maka rumah tangga tersebut dikelompokkan sebagai rumah tangga miskin dan sebaliknya. Berikut hasil dari analisis statistika deskriptif rata-rata total pengeluaran perkapita disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Rata-rata Total Pengeluaran per Kapita

<i>n</i>	<i>Minimum</i>	<i>Maximum</i>	<i>Mean</i>
799	209.429	6.285.792	1.100.596

Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rumah tangga di Kabupaten Mojokerto memiliki rata-rata total pengeluaran terkecil sebesar Rp 209.429,00, sedangkan rata-rata total pengeluaran per kapita terbesar sebesar Rp 6.285.792,00. *Mean* dari rata-rata total pengeluaran rumah tangga per kapita di Kabupaten Mojokerto dari 799 rumah tangga sebesar Rp 1.100.596,00. Selanjutnya dapat dilihat hasil pengelompokkan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto berdasarkan garis kemiskinan dapat dilihat pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Persentase Kelompok Rumah Tangga Miskin dan Tidak Miskin

Berdasarkan Gambar 4.1 persentase kelompok rumah tangga miskin di Kabupaten Mojokerto sebesar 6% karena memiliki rata-rata total pengeluaran per kapita di bawah garis kemiskinan. Sedangkan 94% termasuk dalam kelompok rumah tangga tidak miskin. Rumah tangga miskin dipengaruhi oleh beberapa faktor.

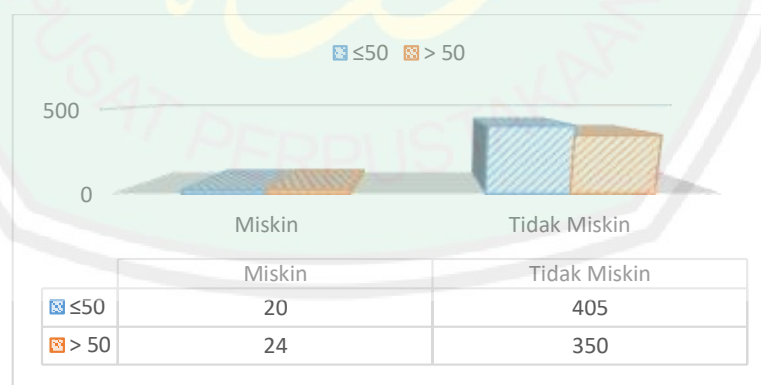
Pada aspek kependudukan terdapat beberapa indikator yang dapat dijadikan sebagai peninjau kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto tahun 2018. Indikator tersebut yaitu jenis kelamin kepala rumah tangga, usia kepala rumah

tangga dan jumlah anggota rumah tangga. Deskriptif jenis kelamin ditunjukkan pada Gambar 4.2, usia kepala rumah tangga ditunjukkan pada Gambar 4.3 dan jumlah anggota rumah tangga pada Tabel 4.2.



Gambar 4.2 Statistik Deskriptif Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga

Berdasarkan Gambar 4.2 menunjukkan jenis kelamin kepala rumah tangga di Kabupaten Mojokerto. Pada kelompok rumah tangga miskin jenis kelamin laki-laki sebanyak 36 kepala rumah tangga dan jenis kelamin perempuan sebanyak 8 kepala rumah tangga. Sedangkan pada kelompok rumah tangga tidak miskin jenis kelamin laki-laki sebanyak 646 kepala rumah tangga sedangkan jenis kelamin perempuan sebanyak 109 kepala rumah tangga.



Gambar 4.3 Statistik Deskriptif Usia Kepala Rumah Tangga

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa usia kepala rumah tangga di Kabupaten Mojokerto terdapat kategori usia yaitu usia di bawah 50 dan usia di atas 50. Pada kategori usia di bawah 50, rumah tangga pada kelompok miskin sebanyak 20 dan

rumah tangga pada kelompok tidak miskin sebanyak 405. Sedangkan usia di atas 50, pada kelompok rumah tangga miskin lebih banyak dibandingkan dengan usia dibawah 50 yaitu 24 tetapi pada kelompok rumah tangga tidak miskin lebih sedikit dibandingkan dengan usia dibawah 50 yaitu 350.

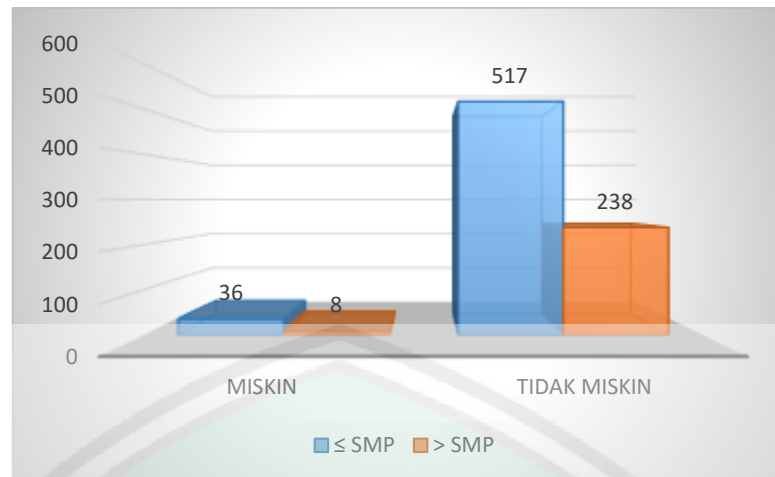
Tabel 4. 2 Statistik Deskriptif Jumlah Anggota Rumah Tangga

Aspek Kependudukan	Jumlah Anggota Rumah Tangga	
	<i>Mean</i>	<i>St. Deviation</i>
Miskin	4,4	4,97
Tidak Miskin	75,5	78,88

Berdasarkan Tabel 4.2 menunjukkan bahwa banyaknya anggota rumah tangga di Kabupaten Mojokerto berdasarkan kelompok rumah tangga miskin dan tidak miskin. Hasil yang diperoleh dari analisis deskriptif bahwa nilai rata-rata (*Mean*) dan *standard deviation* kelompok miskin lebih kecil dibandingkan dengan kelompok tidak miskin. Pada kelompok miskin memiliki rata-rata sebanyak 4,4 atau sebanding dengan 4 orang sedangkan kelompok tidak miskin sebanyak 75,5 atau 76 orang. Selain itu standart deviation yang dimiliki kelompok rumah tangga miskin sebesar 4,97 dan kelompok rumah tangga tidak miskin sebesar 78,88.

Selain aspek kependudukan terdapat aspek lainnya yaitu aspek pendidikan yang dapat meninjau kesejahteraan rumah tangga. Aspek pendidikan merupakan tingkat pendidikan tertinggi yang ditamatkan kepala rumah tangga. Aspek ini salah satu indikator kemajuan dari sumber daya manusia (SDM), semakin tinggi pendidikan semakin berkualitas SDM.

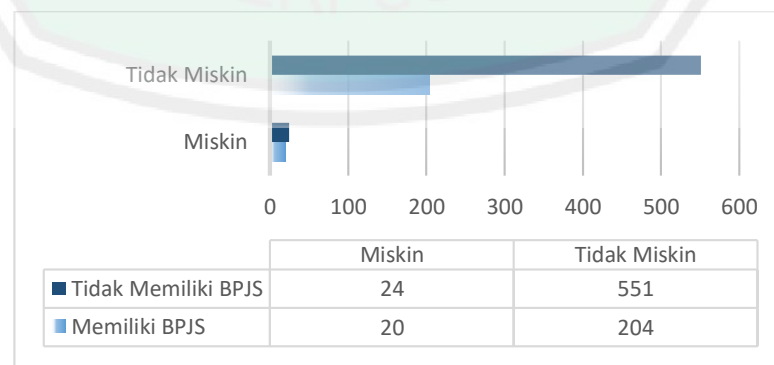




Gambar 4.4 Statistik Deskriptif Jenjang Pendidikan Kepala Rumah Tangga

Berdasarkan Gambar 4.4 menunjukkan bahwa banyaknya kepala rumah tangga yang menempuh pendidikan tertinggi. Kepala rumah tangga miskin yang menempuh pendidikan dari sekolah dasar sampai sekolah menengah pertama sebanyak 36 orang dan kepala rumah tangga tidak miskin sebanyak 517 orang. Sedangkan pada kepala rumah tangga miskin yang menempuh pendidikan terakhir sekolah menengah atas sampai perguruan tinggi sebanyak 8 orang dan kepala rumah tangga tidak miskin sebanyak 238 orang. Hal ini menunjukkan bahwa pendidikan salah satu faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga.

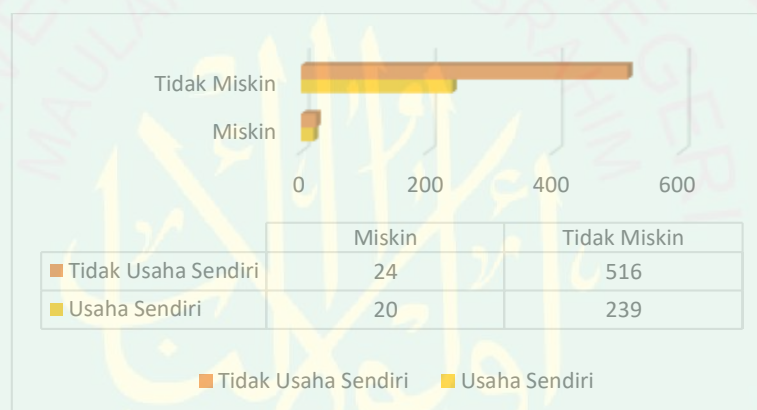
Karakteristik kesejahteraan rumah tangga berdasarkan aspek kesehatan. Tingkat kesehatan merupakan salah satu pendukung dinamika pembangunan ekonomi. Upaya pemerintah memberikan pelayanan kesehatan gratis salah satunya memiliki BPJS Kesehatan Penerima Bantuan Iuran (PBI).



Gambar 4.5 Statistik Deskriptif Memiliki BPJS

Berdasarkan Gambar 4.5 menunjukkan bahwa rumah tangga miskin yang tidak memiliki BPJS lebih banyak sebanyak 24 orang dibandingkan yang memiliki BPJS sebanyak 20 orang. Sedangkan rumah tangga tidak miskin yang tidak memiliki lebih banyak dibandingkan memiliki BPJS. Hal ini dapat menunjukkan bahwa kesejahteraan rumah tangga dapat dilihat dari memiliki pelayanan kesehatan gratis yang diberikan oleh pemerintah.

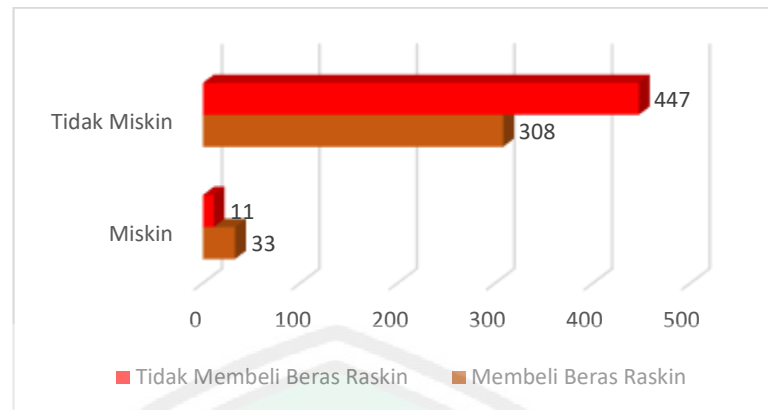
Karakteristik kesejahteraan rumah tangga berdasarkan aspek ketenagakerjaan salah satunya status pekerjaan utama. Ketenagakerjaan masih menjadi permasalahan yang dihadapi oleh pemerintah untuk mendukung pembangunan daerah. Jika banyak kepala rumah tangga yang bekerja maka kesejahteraan rumah tangga dapat terwujud.



Gambar 4.6 Statistik Deskriptif Status Pekerjaan

Berdasarkan Gambar 4.6 memberikan informasi banyaknya kepala rumah tangga dalam status pekerjaan. Rumah tangga miskin yang tidak usaha sendiri sebanyak 24 orang dibandingkan yang usaha sendiri lebih sedikit sebanyak 20 orang. Sedangkan rumah tangga tidak miskin yang tidak usaha sendiri lebih banyak dibandingkan dengan yang usaha sendiri.

Karakteristik kesejahteraan rumah tangga berdasarkan aspek ekonomi salah satunya dideskripsikan dengan membeli beras miskin (raskin) atau beras sejahtera (rasstra). Masyarakat yang tidak bisa memenuhi kebutuhan pokok dikelompokkan sebagai rumah tangga miskin dan sebaliknya dikelompokkan sebagai rumah tangga tidak miskin. Deskriptif dari rumah tangga yang membeli beras miskin dapat dilihat pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7 Statistik Deskriptif Membeli Beras RASKIN

Berdasarkan Gambar 4.7 menunjukkan bahwa rumah tangga yang tidak membeli beras raskin dan membeli raskin. Rumah tangga yang membeli beras miskin pada kelompok rumah tangga miskin sebanyak 33 orang sedangkan pada kelompok rumah tangga tidak miskin sebanyak 308 orang. Selain itu, rumah tangga yang tidak membeli beras miskin pada kelompok rumah tangga miskin sebanyak 11 orang dan rumah tangga tidak miskin sebanyak 447 orang.

Karakteristik kesejahteraan rumah tangga berdasarkan aspek perumahan dideskripsikan dalam status penguasaan bangunan tempat tinggal dan sumber air minum. Kepala rumah tangga dalam status penguasaan bangunan apakah milik sendiri atau bukan milik sendiri (kontrak atau sewa, dinas, dan lainnya). Sedangkan sumber air minum yang dibeli berupa air kemasan atau bukan air kemasan (sumber mata air, sumur, dan lainnya).



Gambar 4.8 Statistik Deskriptif Kepemilikan Tempat Tinggal

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa persentase status penguasaan bangunan tempat tinggal rumah tangga miskin dan tidak miskin di Kabupaten Mojokerto. Persentase kepala rumah tangga miskin dengan status penguasaan bangunan milik sendiri lebih tinggi 2% dibandingkan dengan status penguasaan bangunan bukan milik sendiri. Sedangkan persentase kepala rumah tangga tidak miskin dengan status penguasaan bangunan milik sendiri lebih rendah 2% dibandingkan dengan status penguasaan bangunan bukan milik sendiri.



Gambar 4.9 Statistik Deskriptif Sumber Air Minum

Berdasarkan Gambar 4.9 memberikan informasi bahwa persentase rumah tangga miskin untuk mengkonsumsi sumber air minum modern seperti air kemasan semakin sedikit yang mengkonsumsi sebesar 1% dibandingkan dengan bukan air kemasan sebesar 7%. Sedangkan persentase rumah tangga tidak miskin untuk mengkonsumsi sumber air minum berbanding terbalik dengan rumah tangga miskin yaitu lebih banyak yang mengkonsumsi.

Karakteristik kesejahteraan rumah tangga berdasarkan aspek teknologi informasi dan komunikasi. Aspek ini dideskripsikan berdasarkan ada atau tidak ada anggota rumah tangga yang memiliki Handphone atau telepon seluler. Aspek ini untuk mengetahui seberapa jauh perkembangan kesejahteraan rumah tangga.



Gambar 4.10 Statistik Deskriptif Memiliki HP

Berdasarkan Gambar 4.10 memberikan informasi bahwa persentase anggota rumah tangga miskin yang memiliki telepon seluler lebih kecil daripada yang tidak memiliki telepon seluler. Sebaliknya, persentase anggota rumah tangga tidak miskin yang memiliki telepon seluler lebih besar daripada yang tidak memiliki telepon seluler.

#### 4.2.2 Model Regresi Logistik Biner

Model regresi logistik biner dilakukan bertujuan untuk mengetahui pengaruh antara faktor-faktor yang mempengaruhi kesejahteraan rumah tangga terhadap tingkat kesejahteraan di Kabupaten Mojokerto. Sebelum membentuk model regresi logistik biner melakukan pengujian multikolinearitas dengan menggunakan nilai *Variance Inflation Factors* (VIF). Nilai VIF dapat dilihat pada Tabel 4.3.

Tabel 4.3 Nilai VIF Variabel Prediktor

Variabel	Nilai VIF
$x_1$	1,20
$x_2$	1,62
$x_3$	1,09
$x_4$	1,41
$x_5$	1,17
$x_6$	1,22
$x_7$	1,28
$x_8$	1,06

$x_9$	1,05
$x_{10}$	1,50

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat dilihat bahwa nilai VIF dari masing-masing variabel prediktor data kesejahteraan rumah tangga kurang dari 10. Pada masing-masing variabel prediktor tidak terjadi multikolinieritas antar variabel prediktor atau tidak saling berkorelasi. Sehingga data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto dapat digunakan.

Penentuan model regresi logistik biner menggunakan iterasi newton raphson terdapat pada persamaan (2.11). Menentukan nilai  $\hat{\beta}_0$  awal dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) dengan variabel prediktor dan variabel respon yang digunakan adalah data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto yang sudah dikategorikan pada Lampiran 2. Berikut adalah perhitungan manual estimasi  $\beta^{(0)}$  dengan bantuan MS. Excel:

$$\beta^{(0)} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\beta^{(0)} = \begin{bmatrix} [1 & 1 & \dots & 1] \\ [0 & 1 & \dots & 0] \\ [\vdots & \vdots & \ddots & \vdots] \\ [0 & 1 & \dots & 0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [1 & 0 & \dots & 0] \\ [1 & 1 & \dots & 1] \\ [\vdots & \vdots & \ddots & \vdots] \\ [1 & 0 & \dots & 1] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [1 & 1 & \dots & 1] \\ [0 & 1 & \dots & 0] \\ [\vdots & \vdots & \ddots & \vdots] \\ [0 & 1 & \dots & 0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [1] \\ [1] \\ [\vdots] \\ [1] \end{bmatrix}$$

$11 \times 799 \quad 799 \times 11 \quad 11 \times 799 \quad 799 \times 1$   
 $11 \times 11 \quad 11 \times 799$

$$\beta^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,975 \\ -0,005 \\ \vdots \\ -0,047 \end{bmatrix}$$

Kemudian melalui proses iterasi *newton raphson* yang merujuk pada persamaan (2.11) maka diperoleh estimasi untuk  $\hat{\beta}^{(1)}$  sebagai berikut

$$\hat{\beta}^{(1)} = \beta^{(0)} + (X^T V^{(0)} X)^{-1} X^T (Y - \pi(x)^{(0)})$$

$$\begin{aligned}
\pi(x)^{(1)} &= \frac{\exp(\beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)}x_1 + \dots + \beta_{10}^{(1)}x_{10})}{1 + \exp(\beta_0^{(1)} + \beta_1^{(1)}x_1 + \dots + \beta_{10}^{(1)}x_{10})} \\
&= \frac{\exp(0,975+0+0-0,052+0+0,015+0,026+0+0-0,028+0)}{1 + \exp(0,975+0+0-0,052+0+0,015+0,026+0+0-0,028+0)} \\
&= \frac{\exp(0,935)}{1 + \exp(0,935)} \\
&= \frac{2,548}{1 + \exp(2,548)} \\
&= 0,718
\end{aligned}$$

$$\pi(x)^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,718 \\ 0,710 \\ \vdots \\ 0,711 \end{bmatrix} \text{ merupakan matriks berukuran } 799 \times 1$$

Dan  $V^{(0)}$  merupakan matriks diagonal dengan ukuran  $799 \times 799$  dengan elemen-elemennya merupakan nilai dari  $\pi(x_i)^{(0)}(1 - \pi(x_i)^{(0)})$

$$\pi(x_i)^{(0)}(1 - \pi(x_i)^{(0)}) = 0,718(1 - 0,718) = 0,202$$

$$V^{(0)} = \begin{bmatrix} 0,202 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,206 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,205 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh

$$(X^T V^{(0)} X)^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,202 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0,206 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0,205 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$11 \times 799 \qquad 799 \times 799 \qquad 799 \times 11$   
 $11 \times 11$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 161,005 & 23,713 & \dots & 64,897 \\ 23,713 & 23,713 & \dots & 15,967 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 64,897 & 15,967 & \dots & 64,897 \end{bmatrix}^{-1} \\
&= \begin{bmatrix} 0,159 & -0,027 & \dots & -0,014 \\ -0,027 & 0,059 & \dots & -0,005 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -0,014 & -0,005 & \dots & 0,038 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}^T(\mathbf{Y} - \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(0)}) &= \begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,718 \\ 0,710 \\ \vdots \\ 0,711 \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{matrix} 11 \times 799 & 799 \times 1 & 799 \times 1 \end{matrix} \\
&= \begin{matrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,282 \\ 0,290 \\ \vdots \\ 0,289 \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{matrix} 11 \times 799 & 799 \times 1 \\ & 11 \times 1 \end{matrix} \\
&= \begin{bmatrix} 179,728 \\ 25,078 \\ \vdots \\ 62,097 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga hasil parameter  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)}$  dengan proses itersi Newton-Raphson yaitu:

$$\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(1)} &= \boldsymbol{\beta}^{(0)} + (\mathbf{X}^T \mathbf{V}^{(0)} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - \boldsymbol{\pi}(\mathbf{x})^{(0)}) \\
&= \begin{bmatrix} 0,975 \\ -0,005 \\ \vdots \\ -0,047 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,159 & -0,027 & \dots & -0,014 \\ -0,027 & 0,059 & \dots & -0,005 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -0,014 & -0,005 & \dots & 0,038 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 179,728 \\ 25,078 \\ \vdots \\ 62,097 \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{matrix} 11 \times 1 & & 11 \times 11 & & 11 \times 1 \end{matrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0,975 \\ -0,005 \\ \vdots \\ -0,047 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,257 \\ -0,020 \\ \vdots \\ -0,209 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 2,232 \\ -0,025 \\ \vdots \\ -0,256 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Hasil estimasi selanjutnya  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(2)}$  dan seterusnya menggunakan langkah yang sama, sampai proses iterasi akan berhenti ketika nilai taksiran yang didapat harus konvergen. Proses iterasi berhenti pada iterasi ke 7 dengan estimasi  $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(7)}$ .

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(7)} = \begin{bmatrix} 4,32603 \\ -0,03059 \\ \vdots \\ -0,97023 \end{bmatrix}$$

Pengujian signifikan parameter dilakukan untuk mengetahui variabel prediktor yang digunakan memiliki pengaruh secara signifikan terhadap variabel



respon. Uji signifikan ini terbagi menjadi dua yaitu uji signifikan parsial atau secara individu dan uji signifikan simultan atau secara serentak.

### 1. Uji Signifikansi Parsial

Uji signifikansi parsial dilakukan dengan pengujian secara individu setiap variabel prediktor. Tujuan dari pengujian ini untuk mengetahui pengaruh antara variabel prediktor terhadap variabel respon. Pengujian ini menggunakan uji Wald.

#### a. Hipotesis

$$H_0 : \beta_j = 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, 10$$

(Tidak terdapat variabel prediktor ( $x_j$ ) yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon secara parsial)

$$H_1 : \beta_j \neq 0, \text{ dengan } j = 1, 2, \dots, 10$$

(Terdapat variabel prediktor ( $x_j$ ) yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon secara parsial)

#### b. Taraf signifikansi

Taraf signifikansi yang digunakan yaitu  $\alpha = 0,05$  (5%)

#### c. Daerah keputusan

Tolak  $H_0$  jika nilai  $W > \chi^2(0,05; 1)$  atau  $p - \text{value} < 0,05$

Terima  $H_0$  jika nilai  $W < \chi^2(0,05; 1)$  atau  $p - \text{value} > 0,05$

#### d. Statistik uji

Statistik uji pada uji signifikan parsial menggunakan uji Wald dengan rumus pada persamaan 2.13. Hasil manual yang dihasilkan uji Wald dengan memperhatikan  $\hat{\beta}$  dan  $\widehat{SE}(\hat{\beta})$  pada Tabel 4.4 sebagai berikut:

Untuk koefisien variabel  $x_1(1)$ :

$$W_1 = \left[ \frac{\hat{\beta}_1}{\widehat{SE}(\hat{\beta}_1)} \right]^2 = \left[ \frac{-0,03059}{0,45593} \right]^2 = 0,004502$$

Untuk koefisien variabel  $x_2(1)$ :

$$W_2 = \left[ \frac{\hat{\beta}_2}{\widehat{SE}(\hat{\beta}_2)} \right]^2 = \left[ \frac{0,45685}{0,40729} \right]^2 = 1,258171$$

⋮

Untuk koefisien variabel  $x_{10}(1)$ :

$$W_{10} = \left[ \frac{\hat{\beta}_{10}}{SE(\hat{\beta}_{10})} \right]^2 = \left[ \frac{-0,97023}{0,40708} \right]^2 = 5,680543$$

Selain itu bisa didapatkan dengan membandingkan nilai p-value dengan  $\alpha$ .

Tabel 4.4 Uji Signifikansi Parsial

Variabel	Estimate	Std. Error	Z-Value	Pr(> z )	Kesimpulan
Intercept	4.32603	1.00264	4.315	1.6e-05	Tolak $H_0$
$x_1(1)$	-0.03059	0.45593	-0.067	0.94651	Terima $H_0$
$x_2(1)$	0.45685	0.40729	1.122	0.26200	Terima $H_0$
$x_3$	0.23692	0.10499	-2.257	0.02404	Tolak $H_0$
$x_4(1)$	-0.33873	0.48314	-0.701	0.48324	Terima $H_0$
$x_5(1)$	0.17778	0.34737	0.512	0.60880	Terima $H_0$
$x_6(1)$	0.50736	0.35559	1.427	0.15364	Terima $H_0$
$x_7(1)$	1.16729	0.40765	2.863	0.00419	Tolak $H_0$
$x_8(1)$	-0.16769	0.78341	-0.214	0.83050	Terima $H_0$
$x_9(1)$	-1.20108	0.75475	-1.591	0.11153	Terima $H_0$
$x_{10}(1)$	-0.97023	0.40708	-2.383	0.01715	Tolak $H_0$

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa uji signifikansi parsial atau uji secara individu terdapat 3 variabel prediktor yang signifikan atau yang berpengaruh terhadap kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto, yaitu  $x_3$  adalah jumlah atau banyaknya anggota rumah tangga,  $x_7(1)$  adalah pengalaman membeli beras miskin atau raskin dan  $x_{10}(1)$  adalah anggota keluarga yang menggunakan telepon seluler (Hp). Pada variabel  $x_3$  menghasilkan nilai  $p - value = 0.02404 < \alpha = 0,05$ , maka keputusannya adalah tolak  $H_0$ . Pada variabel  $x_7$  menghasilkan nilai  $p - value = 0.00419 < \alpha = 0,05$ , maka keputusannya adalah tolak  $H_0$ . Pada variabel  $x_{10}$  menghasilkan nilai  $p - value = 0.01715 < \alpha = 0,05$ , maka keputusannya adalah tolak  $H_0$ . Artinya, variabel prediktor  $x_3, x_7$  dan  $x_{10}$  masing-masing terdapat pengaruh yang signifikan terhadap kesejahteraan rumah tangga

secara parsial. Sedangkan 7 variabel prediktor yang lain tidak terdapat pengaruh yang signifikan terhadap variabel respon karena nilai  $p$  –  $value$  lebih besar dari nilai  $\alpha$ .

## 2. Uji Signifikansi Serentak

Uji signifikansi simultan atau uji secara serentak (menyeluruh atau bersama). Tujuan dari pengujian ini untuk mengetahui pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon secara menyeluruh. Pengujian ini menggunakan uji rasio *likelihood*.

### a. Hipotesis

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \dots = \beta_{10} = 0$$

(Tidak terdapat variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon secara serentak)

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_m \neq 0 \text{ dengan } m = 1, 2, \dots, 10$$

(Minimal terdapat satu variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon secara serentak)

### b. Taraf signifikansi

Taraf signifikansi yang digunakan yaitu  $\alpha = 0,05$  (5%)

### c. Daerah keputusan

Tolak  $H_0$  jika nilai  $G > \chi^2(0,05,3) = 7,8147279$  atau  $\chi^2(0,05,3) = 18,30704$

### d. Statistik uji

Tabel 4.5 Uji Signifikansi Secara Serentak

G2	Df	p-value
38,06196358	10	0,000

Berdasarkan hasil dari uji G pada Tabel 4.5 dapat dilihat bahwa nilai uji G pada model diperoleh adalah 38,06196358 dengan derajat kebebasan 10 dan p-value sebesar 0,000. Karena nilai  $p$  –  $value = 0,000 < \alpha = 0,05$  atau  $G = 38,06196358 > \chi^2(0,05,10) = 18,30704$  maka daerah keputusan tolak  $H_0$ . Kesimpulan dari uji G adalah minimal ada satu variabel prediktor signifikan secara serentak terhadap model.

Tabel 4.6 Nilai Keragaman

Coxsnell	Nagelkerke
0,04652016	0,1340191

Berdasarkan Tabel 4.6 diperoleh nilai Nagelkerke R-Square. Pada model nilai Nagelkerke sebesar 0,1340191 yang artinya bahwa variabel prediktor yang masuk ke dalam model mampu menjelaskan keragaman sebesar 13,4% dan sisanya 86,6% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak masuk dalam model. Sedangkan nilai Coxsnell pada model sebesar 0,04652016.

### 3. Model Regresi Logistik Biner

Model regresi logistik biner berdasarkan pengujian signifikansi parameter secara parsial dan serentak dapat dilihat pada Tabel 4.7. Hasil pengujian yang didapat variabel prediktor yang signifikan yaitu variabel  $x_3$ ,  $x_7(1)$  dan  $x_{10}(1)$ . Sehingga diperoleh nilai koefisien regresi sebagai berikut:

Tabel 4.7 Koefisien Regresi

Variabel	Estimate
Intercept	4,32603
$x_3$	-0,23692
$x_7(1)$	1,16729
$x_{10}(1)$	-0,97023

Berikut model regresi logistik biner sebagai berikut:

$$g(x) = 4,32603 - 0,23692x_3 + 1,16729x_7(1) - 0,97023x_{10}(1)$$

$$\pi(x) = \frac{e^{g(x)}}{1 + e^{g(x)}}$$

$$\pi(x) = \frac{e^{4,32603 - 0,23692x_3 + 1,16729x_7(1) - 0,97023x_{10}(1)}}{1 + e^{4,32603 - 0,23692x_3 + 1,16729x_7(1) - 0,97023x_{10}(1)}}$$

#### 4. Uji Kesesuaian Model

Uji kesesuaian model digunakan untuk mengetahui apakah model yang digunakan sudah sesuai. Pengujian ini menggunakan uji Hosmer dan Lemeshow.

##### a. Hipotesis

$H_0$  : Model yang digunakan sesuai dengan data

$H_1$  : Model yang digunakan tidak sesuai dengan data

##### b. Taraf signifikansi

Taraf signifikansi yang digunakan yaitu  $\alpha = 0,05$  (5%)

##### c. Daerah keputusan

Tolak  $H_0$ , jika nilai  $\hat{C} > \chi^2(0,05; 8) = 15,50731$

Terima  $H_0$ , jika nilai  $\hat{C} < \chi^2(0,05; 8) = 15,50731$

##### d. Statistik uji

Tabel 4.8 Uji Hosmer dan Lemeshow

$\hat{C}$	Df	p-value
4,5221	8	0,8072

Berdasarkan Tabel 4.8 menunjukkan uji kesesuaian model pada model bahwa dapat dilihat nilai  $\hat{C}$  atau *chi-square* sebesar 4,5221 dengan derajat bebas sebesar 8 dan p-value sebesar 0,8072. Karena nilai  $p - value = 0,8072 > \alpha = 0,05$  atau  $\hat{C} = 4,5221 < \chi^2(0,05; 8) = 15,50731$  maka daerah keputusan terima  $H_0$ . Kesimpulannya bahwa model yang digunakan sesuai.

#### 5. Interpretasi Koefisien Model

Interpretasi koefisien model yang digunakan adalah nilai *odds ratio*. Nilai *odds ratio* dapat dilihat pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 Nilai Odds Ratio dan Confident Interval

Variabel	Odds Ratio	Estimate	2,5%	97,5%
Intercept	36.3561333	3,59336	13.7117376	102.7259106
$x_3$	0.8139801	-0,20582	0.6706048	0.9874186
$x_7(1)$	3.4092117	1,22648	1.7075373	7.2994124
$x_{10}(1)$	0.4268955	-0,85122	0.2148472	0.8182142

Berdasarkan Tabel 4.9 menunjukkan bahwa nilai *odds ratio* untuk mengetahui besarnya pengaruh variabel prediktor terhadap kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto. Interpretasi yang diperoleh dari variabel jumlah anggota rumah tangga memiliki nilai *odds ratio* sebesar 0,8139801 dan nilai  $\beta$  bertabda negatif. Hal ini menunjukkan bahwa jumlah anggota rumah tangga yang sedikit memiliki resiko lebih kecil dibandingkan dengan anggota rumah tangga yang anggota lebih banyak untuk menjadi kategori rumah tangga tidak miskin. Pada variabel membeli beras miskin (raskin) atau beras sejahtera memiliki resiko sebesar 3,4092117 kali lebih tinggi daripada rumah tangga yang tidak membeli beras miskin (raskin) untuk menjadi kategori rumah tangga tidak miskin.. Pada variabel ada atau tidak ada anggota ya menggunakan telepon seluler (Hp), rumah tangga yang menggunakan telepon seluler memiliki resiko sebesar 0,4268955 kali lebih tinggi daripada yang tidak ada anggota yang menggunakan telepon seluler (Hp) untuk menjadi kategori rumah tangga tidak miskin.

#### 6. Ketepatan Klasifikasi

Ketepatan klasifikasi pada model regresi logistik biner pada data kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto tahun 2018. Ketepatan klasifikasi digunakan untuk menyatakan kelayakan suatu model dengan seberapa besar persentase observasi secara tepat diklasifikasikan. Hasil ketepatan klasifikasi dapat dilihat pada Tabel 4.10.

Tabel 4.10 Ketepatan Klasifikasi Model

Hasil Observasi	Taksiran		Ketepatan Klasifikasi (%)
	Miskin	Tidak Miskin	
Miskin	0	44	0
Tidak Miskin	0	755	100
Ketepatan Klasifikasi Total (%)			94,49

Nilai ketepatan klasifikasi dihitung dengan menggunakan APER sebagai berikut:

$$APER(\%) = \frac{44 + 0}{0 + 44 + 0 + 755} = 0,055$$

$$\begin{aligned} \text{Ketepatan Klasifikasi} &= 1 - APER(\%) \\ &= 1 - 0,055 \\ &= 0,9449312 \end{aligned}$$

Berdasarkan dari perhitungan APER, dapat dilihat bahwa nilai kesalahan klasifikasi sebesar 5,5%. Sedangkan persentase seluruh observasi yang terklasifikasikan dengan tepat sebesar 94,49%. Nilai persentase kesalahan klasifikasi yang didapat tidak terlalu besar sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam klasifikais rumah tangga miskin dan tidak miskin pada model regresi logistik biner cukup baik.

#### 4.3 Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kesejahteraan Rumah Tangga

Kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto memiliki beberapa faktor-faktor untuk menjadikan keluarga tersebut kelompok keluarga sejahtera. Faktor-faktor yang mempengaruhi dapat dilihat pada uji signifikansi parameter dengan ketentuan variabel tersebut harus signifikan. Hasil yang didapatkan dari uji signifikan terdapat 3 variabel prediktor yang signifikan atau yang berpengaruh terhadap kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto, yaitu  $x_3$  adalah jumlah atau banyaknya anggota rumah tangga,  $x_7(1)$  adalah pengalaman membeli beras miskin atau raskin dan  $x_{10}(1)$  adalah anggota keluarga yang menggunakan telepon seluler (Hp).

Selanjutnya dapat dicari perhitungan nilai peluang dari variabel prediktor yang signifikan sebagai berikut:

- a. Peluang jumlah anggota rumah tangga  $x_3$

Misal, rumah tangga dengan jumlah anggota rumah tangga sebanyak 3 orang, membeli beras miskin dan anggota rumah tangga yang menggunakan telepon seluler memiliki nilai peluang untuk menjadi rumah tangga tidak miskin sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(\text{tidak miskin}) &= \frac{e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(0)-0,97023(0)}}{1+e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(0)-0,97023(0)}} \\ &= \frac{37,16138}{38,16138} = 0,973795 \end{aligned}$$

Sedangkan dengan jumlah anggota semakin banyak misal jumlah anggota rumah tangga sebanyak 5 yaitu

$$\begin{aligned} P(\text{tidak miskin}) &= \frac{e^{4,32603-0,23692(5)+1,16729(0)-0,97023(0)}}{1+e^{4,32603-0,23692(5)+1,16729(0)-0,97023(0)}} \\ &= \frac{23,13693}{24,13693} = 0,95857 \end{aligned}$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa semakin banyak anggota rumah tangga peluang untuk menjadi kategori rumah tangga tidak miskin semakin kecil.

- b. Peluang pengalaman membeli beras miskin atau raskin  $x_7(1)$

Misal, rumah tangga dengan jumlah anggota rumah tangga sebanyak 3 orang, membeli beras miskin dan anggota rumah tangga yang menggunakan telepon seluler memiliki nilai peluang untuk menjadi rumah tangga tidak miskin sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(\text{tidak miskin}) &= \frac{e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(0)-0,97023(0)}}{1+e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(0)-0,97023(0)}} \\ &= \frac{37,16138}{38,16138} = 0,973795 \end{aligned}$$

Sedangkan dengan anggota rumah tangga tidak membeli beras miskin yaitu

$$\begin{aligned} P(\text{tidak miskin}) &= \frac{e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(1)-0,97023(0)}}{1+e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(1)-0,97023(0)}} \\ &= \frac{119,4096}{120,4096} = 0,991695 \end{aligned}$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa rumah tangga yang membeli beras miskin peluangnya lebih kecil untuk menjadi rumah tangga tidak miskin.



- c. Peluang anggota keluarga yang menggunakan telepon seluler (Hp)  $x_{10}(1)$   
 Misal, rumah tangga dengan jumlah anggota rumah tangga sebanyak 3 orang, tidak membeli beras miskin dan anggota rumah tangga yang menggunakan telepon seluler memiliki nilai peluang untuk menjadi rumah tangga tidak miskin sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P(\text{tidak miskin}) &= \frac{e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(1)-0,97023(0)}}{1+e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(1)-0,97023(0)}} \\ &= \frac{119,4096}{120,4096} = 0,991695 \end{aligned}$$

Sedangkan dengan anggota rumah tangga tidak menggunakan telepon seluler (Hp) yaitu

$$\begin{aligned} P(\text{tidak miskin}) &= \frac{e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(1)-0,97023(1)}}{1+e^{4,32603-0,23692(3)+1,16729(1)-0,97023(1)}} \\ &= \frac{45,25576}{46,25576} = 0,978381 \end{aligned}$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa rumah tangga yang menggunakan telepon seluler (Hp) peluangnya lebih besar untuk menjadi rumah tangga tidak miskin.

## BAB V PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dari penelitian ini, dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model estimasi parameter regresi logistik biner menggunakan *maximum likelihood estimation* (MLE) dengan proses iterasi newton raphson yang disimbolkan dengan

$$\beta^{(r+1)} = \beta^{(r)} + (X^T V^{(r)} X)^{-1} X^T (Y - \pi(x)^{(r)})$$

Proses iterasi akan berhenti saat nilai taksiran yang diperoleh sudah konvergen di suatu nilai atau dapat disimbolkan dengan

$$\beta^{(r+1)} \approx \beta^{(r)} \text{ atau } \|\beta^{(r+1)} - \beta^{(r)}\| < \varepsilon$$

2. Model regresi logistik biner pada kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto dengan variabel yang signifikan, yaitu

$$\pi(x) = \frac{e^{4,32603-0,23692x_3+1,16729x_7(1)-0,97023x_{10}(1)}}{1 + e^{4,32603-0,23692x_3+1,16729x_7(1)-0,97023x_{10}(1)}}$$

Persentase ketepatan klasifikasi pada model regresi logistik biner sebesar 94,49%.

3. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap kesejahteraan rumah tangga di Kabupaten Mojokerto pada model regresi logistik biner terdapat 3 variabel prediktor yang signifikan, yaitu jumlah atau banyaknya anggota rumah tangga ( $x_3$ ) dengan peluang semakin banyak anggota rumah tangga peluang rumah tangga tidak miskin semakin kecil, ada tidaknya anggota rumah tangga membeli beras miskin atau raskin ( $x_7$ ) dengan peluang rumah tangga yang membeli beras miskin lebih kecil dibanding yang tidak membeli untuk menjadi rumah tangga tidak miskin dan ada atau tidak ada anggota rumah tangga menggunakan telepon seluler (Hp) ( $x_{10}$ ) dengan peluang rumah tangga yang menggunakan telepon seluler lebih besar untuk menjadi rumah tangga tidak miskin.

## 5.2 Saran

Saran yang didapatkan dari penelitian ini yaitu

1. Untuk penelitian selanjutnya disarankan penentuan faktor-faktor yang berpengaruh lebih tepat lagi.
2. Penelitian dapat menggunakan metode lain dengan menambahkan *bootstrap aggregating* (bagging) atau membandingkan dengan *classification algorithm regression trees* (CART) dan lain sebagainya.



## DAFTAR PUSTAKA

- Abdussakir. (2014). *Matematika Dalam Al-Qur'an*. Malang: UIN-Maliki Press.
- Agresti, A. (1990). *Categorical Data Analysis*. New York: John Wiley and Sons.
- Aji, C. M. (2014). Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Laju Pertumbuhan Penduduk Kota Semarang Tahun 2011 Menggunakan Geographically Weighted Logistic Regression. *Jurnal Gaussian*, Vol 3 No 2: 161-171.
- Al-Dimasiqy, I. a.-D.-F.-B. (2002). *Terjemah Tafsir Ibnu Katsir*. Bandung: Sinar Baru al-Gensindo.
- As-Suyuthi, J. (2008). *Asbabun Nuzul: Sebab Turunnya Ayat Al-Qur'an*. Jakarta: Gema Insani.
- Babo, M. V. (2016). *Aplikasi Model Regresi Logistik untuk Menganalisis Faktor-Faktor yang Berhubungan dengan Terjangkitnya Malaria*. Yogyakarta: Universitas Sanata Dharma Yogyakarta.
- Badan Pemeriksa Keuangan Republik Indonesia. (1974). *Undang-undang (UU) tentang Ketentuan-Ketentuan Pokok Kesejahteraan Sosial*. Diambil kembali dari Database Peraturan: <https://peraturan.bpk.go.id/Home/Details/47414/uu-no-6-tahun-1974>
- Badan Pusat Statistik. (2018). *Statistik Kesejahteraan Rakyat 2018*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Badan Pusat Statistik. (2018). *Survei Sosial Ekonomi Nasional 2018 Maret (KOR)*. Diambil kembali dari Sistem Informasi Layanan Statistik: <https://silastik.bps.go.id/v3/index.php/mikrodata/view/ak12UGkrRzJ1azZUMmpSeW5qQUsyQT09>
- Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto. (2019). *Indikator Kesejahteraan Rakyat Kabupaten Mojokerto 2019*. Mojokerto: Badan Pusat Statistik Kabupaten Mojokerto.
- Cahyat, A., Gonner, C., & Haug, d. M. (2007). *Mengkaji Kemiskinan dan Kesejahteraan Rumah Tangga*. Bogor Barat: Center for International Forestry Research.
- Dimas, A. P. (2011). *Klasifikasi Kesejahteraan Rumah Tangga di Jawa Timur dengan Pendekatan Multivariate Adaptive Regression Splines - Bootstrap Agregating (BAGGING MARS)*. Surabaya: Tugas Akhir tidak dipublikasikan, Jurusan Statistik Insitut Teknologi Sepuluh November.

- Fatah, K. S., & Mahmood, R. F. (2016). Parameter Estimation for Binary Logistic Regression Using Different Iterative Methods. *Journal of Zankoy Sulaimani*, Vol 19 No 2: 177-178.
- Fitriyah, I. (2017). *Estimasi Parameter Model Geographically Weighted Negative Binomial Regression (GWNBR) dengan Pembobot Adaptive Gaussian Kernel*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maliki Malang.
- Harya, G. I. (2019). Analisis Profil Kemiskinan Makro Kabupaten Mojokerto. Vol 19 No 1: 4-6.
- Hogg, R. V., Tanis, E. A., & Zimmerman, D. L. (2015). *Probability and Statistical Inference Ninth Edition*. United States of America: Pearson Education, Inc.
- Hogg, R., & Craig, A. (1995). *Introduction to Mathematical Statistics (5th ed)*. New Jersey: Prentice-Hall International.
- Hosmer, D. W., & Lemeshow, S. (2000). *Applied Logistic Regression*. USA: John Wiley and Sons.
- Johnson, R., & Wichern, D. (1992). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall New Jersey.
- Menezes, F. S., Liska, G. R., Cirillo, M. A., & Vivanco, M. J. (2017). Data Classification with Binary Response Through The Boosting Algorithm and Logistic Regression. *Expert Systems With Application*, Vol 69: 63-65.
- Moomen, M., Mashhadi, M. M., & Ksaibati, K. (2018). An Investigation of Influential Factors of Downgrade Truck Crashes: A Logistic Regression Approach. *Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition)*, 7-8.
- Nirwana, S. R. (2015). *Regresi Logistik Multinomial dan Penerapannya dalam Menentukan Faktor yang Berpengaruh pada Pemilihan Program Studi di Jurusan Matematika UNM*. Makassar: Skripsi Universitas Negeri Makassar.
- Peeters, B., Dewil, R., & Smets, I. Y. (2012). Improved Process Control of an Industrial Sludge Centrifuge-dryer Installation Through Binary Logistic Regression Modeling of The Fouling Issues. *Journal of Process Control*, Vol 22: 1390-1391.
- Pratama, Z. Z., & Widodo, E. (2017). Analisis Faktor-Faktor dan Peluang yang Berpengaruh terhadap Tingkat Keparahan Korban Kecelakaan Lalu Lintas di Sleman Yogyakarta Menggunakan Regresi Logistik Ordinal. *Jurnal MIPA*, Vol 40 No 2: 125.

- Ramandhani, R., Sudarno, & Safitri, D. (2017). Metode Bootstrap Aggregating Regresi Logistik Biner untuk Ketepatan Klasifikasi Kesejahteraan Rumah Tangga di Kota Pati. *Jurnal Gaussian*, Vol 6 No 1: 121-124.
- Santoso, S. (2012). *Analisis SPSS pada Statistik Parametrik*. Jakarta: PT. Elex Media Komputiindo.
- Sari, P. P., Susilawati, M., & Srinadi, I. G. (2016). Bootstrap Aggregating (BAGING) Regresi Logistik Ordinal untuk Mengklasifikasikan Status Gizi Balita di Kabupaten Klungkung. *E-Jurnal Matematika*, Vol 5 No 3: 103.
- Suniantara, I. K., Putra, I. G., & Suwardika, G. (2019). Peningkatan Ketepatan Klasifikasi dengan Metode Bootstrap Aggregating pada Regresi Logistik Ordinal. *Jurnal Ilmiah Penelitian dan Penerapan Teknologi Sistem Informasi*, Vol 3 No 1 : 36.
- Utomo, S. (2009). *Model Regresi Logistik untuk Menunjukkan Pengaruh Pendapatan Per Kapita, Tingkat Pendidikan, dan Status Pekerjaan Terhadap Status Gizi Masyarakat Kota Surakarta*. Skripsi. Surakarta: Universitas Sebelas Maret Surakarta.
- Varamita, A. (2017). *Analisis Regresi Logistik dan Aplikasinya pada Penyakit Anemia untuk Ibu Hamil di Rskd Ibu dan Anak Siti Fatimah Makassar*. Skripsi Universitas Negeri Makassar.
- Walpole, R. (1995). *Pengantar Statistika*. Jakarta: Gramedia.
- Wan, C. M., Nosedal-Sanchez, A., Nosedal-Sanchez, J., Asgary, A., & Pantin, B. (2019). Modeling Provision of Disaster Mutual Assistance by Electricity Utilities Using Logistic Regression. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 8-9.
- Widyastuti, A. (2012). Analisis Hubungan Antara Produktivitas Pekerja dan Tingkat Pendidikan Pekerja Terhadap Kesejahteraan Keluarga di Jawa Tengah Tahun 2009. *Economics Development Analysis Journal*, Vol 1 No 1: 2-4.
- Wijanto, S. (2008). *Structural Equation Modeling dengan Lisrel 8.8: Konsep dan Tutorial*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Yulhendri, N. S. (2017). Analisis Konfirmatory Faktor Pengukuran Indikator Kesejahteraan Rumah Tangga. *Jurnal Ilmiah Econosains*, Vol 15 No 2 : 185-186.

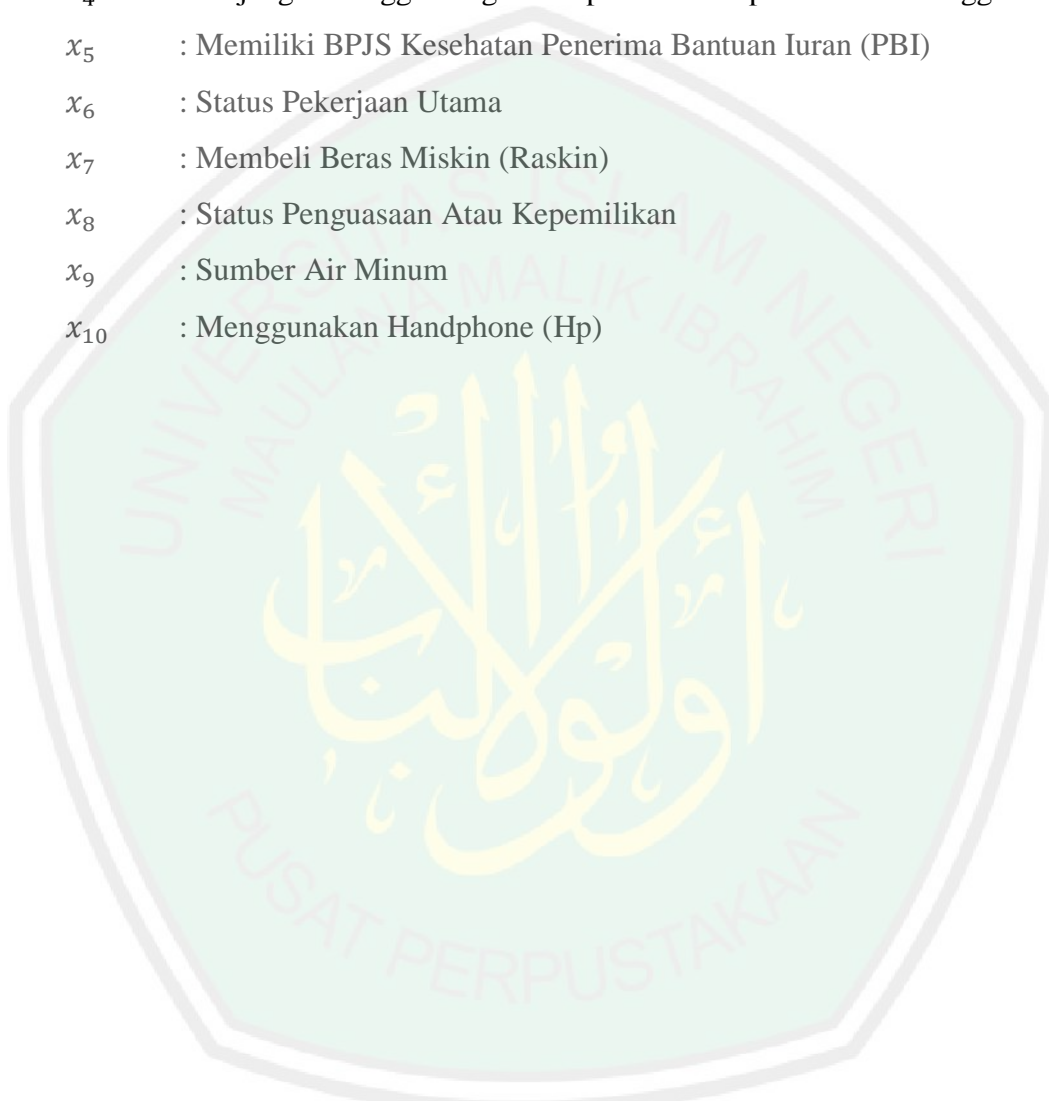
## LAMPIRAN

**Lampiran 1. Data Kesejahteraan Rumah Tangga di Kabupaten Mojokerto 2018 dengan Data Asli**

No	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$
1.	730999,4048	1	41	4	3	A	4	1	1	4	1
2.	875561,1111	2	46	3	3		2	1	1	4	5
3.	1142535,7143	1	50	5	7	A	1	1	1	4	5
4.	609214,8810	1	47	4	11		5	1	1	2	5
5.	906189,8810	1	52	4	3	A	5	1	1	5	1
6.	502686,5079	1	44	3	3	A	5	1	1	4	5
7.	472339,2857	1	35	4	7		5	1	1	4	1
8.	382068,4524	2	55	4	3	A	0	1	1	2	5
9.	1169718,2540	1	48	3	7	A	4	1	1	4	1
10.	1209636,9048	1	46	4	3		5	1	1	4	1
11.	1210033,7302	1	49	3	3		2	5	1	7	1
12.	1547769,8413	1	60	3	3	A	0	1	1	7	5
13.	2144886,9048	1	53	4	18	A	4	5	1	7	1
14.	1405976,1905	1	38	3	3		4	1	1	7	5
15.	1795761,9048	1	46	5	3		4	5	1	7	1
16.	3165324,9524	1	52	5	11	A	1	5	1	7	1
17.	1429092,2619	1	51	4	3		4	5	1	7	5
18.	3207189,7381	1	49	4	3		4	5	1	7	1
19.	1816315,4762	1	51	3	7		4	5	1	7	5
20.	777301,1905	1	33	4	7		4	1	1	7	1
21.	995004,7619	1	41	5	17		1	5	1	4	1
22.	737997,0238	1	55	4	7		4	5	1	5	1
23.	1758880,9524	1	46	2	18		4	5	1	5	1
24.	706783,3333	1	55	5	3		4	5	1	5	5
25.	448323,8095	1	58	5	3		0	1	1	4	5
26.	953345,2381	1	52	4	7		4	5	1	5	5
27.	565848,2143	1	36	4	7		4	5	1	5	1
28.	1032404,7619	2	52	2	3	A	1	1	1	4	5
29.	487295,7143	2	60	5	3		0	1	1	7	5
30.	1135604,1667	1	35	4	11		4	5	1	5	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
799	540480,5556	1	43	3	7		5	1	1	2	5

Keterangan:

- $y$  : Total Pengeluaran per Kapita
- $x_1$  : Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga
- $x_2$  : Usia Kepala Rumah Tangga
- $x_3$  : Jumlah Anggota Rumah Tangga
- $x_4$  : Jenjang Tertinggi Yang Ditempuh Oleh Kepala Rumah Tangga
- $x_5$  : Memiliki BPJS Kesehatan Penerima Bantuan Iuran (PBI)
- $x_6$  : Status Pekerjaan Utama
- $x_7$  : Membeli Beras Miskin (Raskin)
- $x_8$  : Status Penguasaan Atau Kepemilikan
- $x_9$  : Sumber Air Minum
- $x_{10}$  : Menggunakan Handphone (Hp)





**Lampiran 2. Data Kesejahteraan Rumah Tangga di Kabupaten Mojokerto 2018 Setelah Dilakukan Pengkodean**

No	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$y$
1.	0	0	4	0	1	1	0	0	1	0	1
2.	1	0	3	0	1	1	0	0	1	1	1
3.	0	0	5	0	0	0	0	0	1	1	1
4.	0	0	4	1	1	1	0	0	1	1	1
5.	0	1	4	0	0	1	0	0	1	0	1
6.	0	0	3	0	0	1	0	0	1	1	1
7.	0	0	4	0	1	1	0	0	1	0	1
8.	1	1	4	0	0	0	0	0	1	1	1
9.	0	0	3	0	0	1	0	0	1	0	1
10.	0	0	4	0	1	1	0	0	1	0	1
11.	0	0	3	0	1	1	1	0	1	0	1
12.	0	1	3	0	0	0	0	0	1	1	1
13.	0	1	4	1	0	1	1	0	1	0	1
14.	0	0	3	0	1	1	0	0	1	1	1
15.	0	0	5	0	1	1	1	0	1	0	1
16.	0	1	5	1	0	0	1	0	1	0	1
17.	0	1	4	0	1	1	1	0	1	1	1
18.	0	0	4	0	1	1	1	0	1	0	1
19.	0	1	3	0	1	1	1	0	1	1	1
20.	0	0	4	0	1	1	0	0	1	0	1
21.	0	0	5	1	1	0	1	0	1	0	1
22.	0	1	4	0	1	1	1	0	1	0	1
23.	0	0	2	1	1	1	1	0	1	0	1
24.	0	1	5	0	1	1	1	0	1	1	1
25.	0	1	5	0	1	0	0	0	1	1	1
26.	0	1	4	0	1	1	1	0	1	1	1
27.	0	0	4	0	1	1	1	0	1	0	1
28.	1	1	2	0	0	0	0	0	1	1	1
29.	1	1	5	0	1	0	0	0	1	1	1
30.	0	0	4	1	1	1	1	0	1	0	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
799	0	0	3	0	1	1	0	0	1	1	1

Keterangan:

- $y$  : Total Pengeluaran per Kapita  
 $x_1$  : Jenis Kelamin Kepala Rumah Tangga  
 $x_2$  : Usia Kepala Rumah Tangga  
 $x_3$  : Jumlah Anggota Rumah Tangga  
 $x_4$  : Jenjang Tertinggi Yang Ditempuh Oleh Kepala Rumah Tangga  
 $x_5$  : Memiliki BPJS Kesehatan Penerima Bantuan Iuran (PBI)  
 $x_6$  : Status Pekerjaan Utama  
 $x_7$  : Membeli Beras Miskin (Raskin)  
 $x_8$  : Status Penguasaan Atau Kepemilikan  
 $x_9$  : Sumber Air Minum  
 $x_{10}$  : Menggunakan Handphone (Hp)



### Lampiran 3. Hasil Regresi Logistik Biner pada Kesejahteraan Rumah Tangga di Kabupaten Mojokerto

```

> #Memanggil Library
> library(modEVA)
> library(ResourceSelection)
> library(pscl)
> #Mengimport data dari excel
> RLB=read.csv("Data 799 Responen - Copy.csv",sep=";",header=TRUE)
> head(RLB)
  x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 Y
1  0  0  4  0  1  1  0  0  1  0  1
2  1  0  3  0  1  1  0  0  1  1  1
3  0  0  5  0  0  0  0  0  1  1  1
4  0  0  4  1  1  1  0  0  1  1  1
5  0  1  4  0  0  1  0  0  1  0  1
6  0  0  3  0  0  1  0  0  1  1  1
> str(RLB)
'data.frame':   799 obs. of  11 variables:
 $ x1 : int  0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 ...
 $ x2 : int  0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 ...
 $ x3 : int  4 3 5 4 4 3 4 4 3 4 ...
 $ x4 : int  0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 ...
 $ x5 : int  1 1 0 1 0 0 1 0 0 1 ...
 $ x6 : int  1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 ...
 $ x7 : int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
 $ x8 : int  0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
 $ x9 : int  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ x10: int  0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 ...
 $ Y  : int  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...

> #Deskripsi Data
> summary(RLB)
      x1      x2      x3      x4
Min.   :0.0000  Min.   :0.0000  Min.   : 1.000  Min.   :0.0000
1st Qu.:0.0000  1st Qu.:0.0000  1st Qu.: 3.000  1st Qu.:0.0000
Median :0.0000  Median :0.0000  Median : 4.000  Median :0.0000
Mean   :0.1464  Mean   :0.4681  Mean   : 3.741  Mean   :0.3079
3rd Qu.:0.0000  3rd Qu.:1.0000  3rd Qu.: 5.000  3rd Qu.:1.0000
Max.   :1.0000  Max.   :1.0000  Max.   :10.000  Max.   :1.0000

      x5      x6      x7      x8
Min.   :0.0000  Min.   :0.0000  Min.   :0.0000  Min.   :0.00000
1st Qu.:0.0000  1st Qu.:0.0000  1st Qu.:0.0000  1st Qu.:0.00000
Median :1.0000  Median :1.0000  Median :1.0000  Median :0.00000
Mean   :0.7196  Mean   :0.6758  Mean   :0.5732  Mean   :0.06008
3rd Qu.:1.0000  3rd Qu.:1.0000  3rd Qu.:1.0000  3rd Qu.:0.00000
Max.   :1.0000  Max.   :1.0000  Max.   :1.0000  Max.   :1.00000

      x9      x10      Y
Min.   :0.0000  Min.   :0.0000  Min.   :0.0000
1st Qu.:1.0000  1st Qu.:0.0000  1st Qu.:1.0000
Median :1.0000  Median :0.0000  Median :1.0000
Mean   :0.8085  Mean   :0.3967  Mean   :0.9449
3rd Qu.:1.0000  3rd Qu.:1.0000  3rd Qu.:1.0000
Max.   :1.0000  Max.   :1.0000  Max.   :1.0000

> sapply(RLB,sd)
      x1      x2      x3      x4      x5      x6      x7
0.3537613 0.4992929 1.4806063 0.4619078 0.4494518 0.4683515 0.4949201
      x8      x9      x10      Y
0.2377748 0.3937197 0.4895289 0.2282575

> #Tabel Kontingensi 2 arah dari hasil kategori dari variabel prediktor
> xtabs(~Y+x1,data=RLB)
      x1
Y      0      1
0     36      8
1    646    109

```

```

> xtabs(~Y+X2,data=RLB)
  X2
Y   0  1
0  20 24
1 405 350
> xtabs(~Y+X3,data=RLB)
  X3
Y   1  2  3  4  5  6  7  8  9 10
0   3  6  1 14 12  5  2  1  0  0
1  62 85 176 218 144 50 13  4  2  1
> xtabs(~Y+X4,data=RLB)
  X4
Y   0  1
0  36  8
1 517 238
> xtabs(~Y+X5,data=RLB)
  X5
Y   0  1
0  20 24
1 204 551
> xtabs(~Y+X6,data=RLB)
  X6
Y   0  1
0  20 24
1 239 516
> xtabs(~Y+X7,data=RLB)
  X7
Y   0  1
0  33 11
1 308 447
> xtabs(~Y+X8,data=RLB)
  X8
Y   0  1
0  42  2
1 709  46
> xtabs(~Y+X9,data=RLB)
  X9
Y   0  1
0   2 42
1 151 604
> xtabs(~Y+X10,data=RLB)
  X10
Y   0  1
0  15 29
1 467 288
> #Merubah Variabel menjadi faktor/kategori
> RLB$Y<-as.factor(RLB$Y)
> RLB$X1<-as.factor(RLB$X1)
> RLB$X2<-as.factor(RLB$X2)
> RLB$X3<-as.numeric(RLB$X3)
> RLB$X4<-as.factor(RLB$X4)
> RLB$X5<-as.factor(RLB$X5)
> RLB$X6<-as.factor(RLB$X6)
> RLB$X7<-as.factor(RLB$X7)
> RLB$X8<-as.factor(RLB$X8)
> RLB$X9<-as.factor(RLB$X9)
> RLB$X10<-as.factor(RLB$X10)
> str(RLB)
'data.frame': 799 obs. of 11 variables:
 $ X1 : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 1 1 1 1 1 2 1 1 ...
 $ X2 : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 1 2 1 1 2 1 1 ...
 $ X3 : num 4 3 5 4 4 3 4 4 3 4 ...
 $ X4 : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 ...
 $ X5 : Factor w/ 2 levels "0","1": 2 2 1 2 1 1 2 1 1 2 ...
 $ X6 : Factor w/ 2 levels "0","1": 2 2 1 2 2 2 2 2 1 2 ...
 $ X7 : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ X8 : Factor w/ 2 levels "0","1": 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ X9 : Factor w/ 2 levels "0","1": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...
 $ X10: Factor w/ 2 levels "0","1": 1 2 2 2 1 2 1 2 1 1 ...
 $ Y  : Factor w/ 2 levels "0","1": 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 ...

```

```
> #UJI SIGNIFIKAN PARSIAL
> #Model RLB
> Model=glm(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8+X9+X10, data = RLB, family = "binomial")
> summary(Model)
```

```
Call:
glm(formula = Y ~ X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6 + X7 + X8 + X9 +
     X10, family = "binomial", data = RLB)
```

```
Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.9992   0.1669   0.2460   0.3759   0.9033
```

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  4.32603    1.00264   4.315  1.6e-05 ***
X11          -0.03059    0.45593  -0.067  0.94651
X21          0.45685    0.40729   1.122  0.26200
X3           -0.23692    0.10499  -2.257  0.02404 *
X41          -0.33873    0.48314  -0.701  0.48324
X51           0.17778    0.34737   0.512  0.60880
X61           0.50736    0.35559   1.427  0.15364
X71           1.16729    0.40765   2.863  0.00419 **
X81          -0.16769    0.78341  -0.214  0.83050
X91          -1.20108    0.75475  -1.591  0.11153
X101         -0.97023    0.40708  -2.383  0.01715 *
```

```
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
```

```
Null deviance: 340.66 on 798 degrees of freedom
Residual deviance: 302.60 on 788 degrees of freedom
AIC: 324.6
```

```
Number of Fisher Scoring iterations: 7
```

```
> anova(Model, test="Chisq")
Analysis of Deviance Table
```

```
Model: binomial, link: logit
```

```
Response: Y
```

```
Terms added sequentially (first to last)
```

	Df	Deviance	Resid. Df	Resid. Dev	Pr(>Chi)
NULL			798	340.66	
X1	1	0.4404	797	340.22	0.5069422
X2	1	0.8871	796	339.33	0.3462641
X3	1	5.8065	795	333.52	0.0159668 *
X4	1	2.5066	794	331.02	0.1133710
X5	1	4.7585	793	326.26	0.0291536 *
X6	1	2.1740	792	324.09	0.1403571
X7	1	11.7279	791	312.36	0.0006157 ***
X8	1	0.1728	790	312.18	0.6776522
X9	1	3.7586	789	308.43	0.0525360 .
X10	1	5.8295	788	302.60	0.0157597 *

```
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
> qnorm(0.95,1)
```

```
[1] 2.644854
```

```

> #UJI SIGNIFIKAN SERENIAK
> #Pseudo R2
> RsqGLM(Model)
$CoxSnell
[1] 0.04652016

$Nagelkerke
[1] 0.1340191

$McFadden
[1] 0.1117306

$Tjur
[1] 0.05174916

$SsqPearson
[1] 0.04834672

> pR2(Model)
fitting null model for pseudo-r2
      11h      11hNull      G2      McFadden      r2ML
-151.29816930 -170.32915109  38.06196358  0.11173062  0.04652016
      r2CU
      0.13401907
> qchisq(0.95,10) #tabel chi-square
[1] 18.30704

> #Goodness of fit
> hoslem.test(Model$y,fitted(Model))

      Hosmer and Lemeshow goodness of fit (GOF) test

data: Model$y, fitted(Model)
X-squared = 10.272, df = 8, p-value = 0.2464

> qchisq(0.95,8) #tabel chi-square
[1] 15.50731
> #odds ratio
> exp(coef(Model))
(Intercept)      x11      x21      x3      x41      x51
75.6434970  0.9698751  1.5790893  0.7890559  0.7126716  1.1945627
      x61      x71      x81      x91      x101
1.6609038  3.2132653  0.8456126  0.3008699  0.3789946
> #odds ratio dan 95% CI
> exp(cbind(OR=coef(Model),confint(Model)))
waiting for profiling to be done...
      OR      2.5 %      97.5 %
(Intercept) 75.6434970 12.29603507 693.6809129
X11          0.9698751 0.41120757 2.5025922
X21          1.5790893 0.70797809 3.5135358
X3           0.7890559 0.64174766 0.9705164
X41          0.7126716 0.28267985 1.9173462
X51          1.1945627 0.60027463 2.3578120
X61          1.6609038 0.82168754 3.3334825
X71          3.2132653 1.48211351 7.4115813
X81          0.8456126 0.22125460 5.5817903
X91          0.3008699 0.04721112 1.0623989
X101         0.3789946 0.16804271 0.8341592

> #prediksi
> prob.prediksi<-predict(Model,RLB,type = "response")
> prediksi<-ifelse(prob,prediksi>0.5,1,0)
> pred<-factor(prediksi,levels = c(0,1))
> actual<-RLB$Y
> mean(pred==actual)
[1] 0.9449312
> Table(predicted=prediksi, actual=actual)
      actual
Predicted 0 1
1 44 755

```

#### Lampiran 4. Hasil Perhitungan Manual Estimasi Parameter dengan Menggunakan Iterasi Newton-Raphson

Mencari nilai estimasi parameter  $\beta_{OLS}$

##### 1. Membuat Matriks $X$

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	0	0	4	0	1	1	0	0	1	0
1	1	0	3	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	5	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	4	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	4	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	3	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	4	0	1	1	0	0	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	0	0	3	0	1	1	0	0	1	1

##### 2. Membuat Matriks $Y$

1
1
1
1
1
1
⋮
1

##### 3. Membuat Matriks $X^T$

1	1	1	1	1	1	1	...	1
0	1	0	0	0	0	0	...	0
0	0	0	0	1	0	0	...	0
4	3	5	4	4	3	4	...	3
0	0	0	1	0	0	0	...	0
1	1	0	1	0	0	1	...	1
1	1	0	1	1	1	1	...	1
0	0	0	0	0	0	0	...	0
0	0	0	0	0	0	0	...	0
1	1	1	1	1	1	1	...	1
0	1	1	1	0	1	0	...	1

4. Mengalikan matriks  $X^T$  dengan  $X$

799	117	374	2989	246	575	540	...	317
117	117	83	314	12	75	46	...	78
374	83	374	1374	46	248	191	...	241
2989	314	1374	12931	935	2144	2070	...	1162
246	12	46	935	246	204	208	...	25
575	75	248	2144	204	575	398	...	191
540	46	191	2070	208	398	540	...	170
458	53	190	1686	204	393	324	...	129
48	6	7	146	29	41	40	...	11
646	104	315	2417	157	444	421	...	285
317	78	241	1162	25	191	170	...	317

5. Menginverskan  $X^T X$

0,032127	-0,0054	-0,00423	-0,00254	-0,00398	...	-0,00282
-0,0054	0,01213	-0,00046	0,000797	0,000474	...	-0,00102
-0,00423	-0,00046	0,007395	1,82E-06	0,001616	...	-0,00268
-0,00254	0,000797	1,82E-06	0,000641	-2,6E-05	...	-1,9E-05
-0,00398	0,000474	0,001616	-2,6E-05	0,008547	...	0,001454
-0,00498	0,000115	0,000192	8,49E-06	0,000154	...	0,000708
-0,00558	0,001483	0,001481	-6,3E-05	-0,00066	...	0,000342
-0,00295	0,00032	-0,00052	0,000117	-0,00176	...	0,000898
-0,00231	1,18E-05	0,001457	0,000475	-0,00116	...	-0,00048
-0,00877	-0,00019	0,000577	-2,8E-05	0,001805	...	-0,00058
-0,00282	-0,00102	-0,00268	-1,9E-05	0,001454	...	0,007777

6. Mengalikan matriks  $X^T$  dengan  $Y$

755
109
350
2803
238
551
516
447
46
604
288



7. Mengalikan  $(X^T X)^{-1} X^T Y$ 

0,975092
-0,0048
0,015171
-0,01303
-0,015
0,014524
0,025627
0,054561
-0,01782
-0,02788
-0,04701

Mencari nilai estimasi parameter  $\beta^{(1)}$

1. Mengalikan estimasi  $\beta_{OLS}$  dengan variabel prediktor

B0	B1*X1	B2*X2	B3*X3	B4*X4	B5*X5	...	B10*X10
0,975	0,000	0,000	-0,052	0,000	0,015	...	0,000
0,975	-0,005	0,000	-0,039	0,000	0,015	...	-0,047
0,975	0,000	0,000	-0,065	0,000	0,000	...	-0,047
0,975	0,000	0,000	-0,052	-0,015	0,015	...	-0,047
0,975	0,000	0,015	-0,052	0,000	0,000	...	0,000
0,975	0,000	0,000	-0,039	0,000	0,000	...	-0,047
0,975	0,000	0,000	-0,052	0,000	0,015	...	0,000
0,975	-0,005	0,015	-0,052	0,000	0,000	...	-0,047
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
0,975	0,000	0,000	-0,039	0,000	0,015	...	-0,047

2. Menghitung matriks  $\pi(x)$ 

0,718
0,710
0,697
0,705
0,718
0,708
0,718
0,702
⋮
0,711

3. Menghitung matriks  $Y - \pi(x)$

0,282
0,290
0,303
0,295
0,282
0,292
0,282
0,298
⋮
0,289

4. Menghitung matriks  $\pi(x)(1 - \pi(x))$  atau  $V$

0,202
0,206
0,211
0,208
0,202
0,207
0,202
0,209
⋮
0,205

5. Membuat diagonal matriks  $\pi(x)(1 - \pi(x))$  atau  $V$

0,202	0	0	0	0	0	0	...	0
0	0,206	0	0	0	0	0	...	0
0	0	0,211	0	0	0	0	...	0
0	0	0	0,208	0	0	0	...	0
0	0	0	0	0,202	0	0	...	0
0	0	0	0	0	0,207	0	...	0
0	0	0	0	0	0	0,202	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
0	0	0	0	0	0	0	...	0,205

6. Mengalikan matriks  $X^T V$ 

0,202	0,206	0,211	0,208	0,202	0,207	0,202	0,209	...	0,205
0,000	0,206	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,209	...	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,202	0,000	0,000	0,209	...	0,000
0,810	0,617	1,055	0,831	0,809	0,620	0,810	0,836	...	0,616
0,000	0,000	0,000	0,208	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000
0,202	0,206	0,000	0,208	0,000	0,000	0,202	0,000	...	0,205
0,202	0,206	0,000	0,208	0,202	0,207	0,202	0,000	...	0,205
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000
0,202	0,206	0,211	0,208	0,202	0,207	0,202	0,209	...	0,205
0,000	0,206	0,211	0,208	0,000	0,207	0,000	0,209	...	0,205

7. Mengalikan matriks  $X^T V X$ 

161,005	23,713	75,661	604,196	49,081	...	64,897
23,713	23,713	16,881	64,078	2,373	...	15,967
75,661	16,881	75,661	279,177	9,149	...	49,309
604,196	64,078	279,177	2621,470	187,077	...	238,868
49,081	2,373	9,149	187,077	49,081	...	5,124
115,191	15,058	49,776	430,957	40,590	...	38,856
108,308	9,222	38,366	416,509	41,420	...	34,689
91,033	10,539	37,786	336,139	40,499	...	26,002
9,615	1,190	1,404	29,489	5,784	...	2,257
130,746	21,152	63,984	490,639	31,527	...	58,439
64,897	15,967	49,309	238,868	5,124	...	64,897

8. Menginverskan  $X^T V X$ 

0,159402	-0,02665	-0,02089	-0,01251	-0,01992	...	-0,01399
-0,02665	0,059914	-0,0023	0,003916	0,002357	...	-0,00503
-0,021	-0,0023	0,036797	-2,1E-05	0,008007	...	-0,01339
-0,013	0,003916	-2,1E-05	0,00316	-0,00013	...	-9,7E-05
-0,020	0,002357	0,008007	-0,00013	0,042684	...	0,007256
-0,024	0,000607	0,000988	3,43E-05	0,000781	...	0,003502
-0,028	0,007368	0,007393	-0,00031	-0,00324	...	0,001655
-0,014	0,001575	-0,00259	0,000578	-0,0088	...	0,004422
-0,011	7,77E-05	0,007249	0,002294	-0,00583	...	-0,00245
-0,044	-0,00095	0,002857	-0,00013	0,008994	...	-0,00285
-0,014	-0,00503	-0,01339	-9,7E-05	0,007256	...	0,038491

9. Mengalikan  $X^T(Y - \pi(x))$

179,728
25,078
81,420
655,275
59,761
135,454
126,046
114,372
11,312
140,176
62,097

10. Mengalikan  $(X^T V X)^{-1} X^T (Y - \pi(x))$

1,257
-0,020
0,070
-0,058
-0,067
0,063
0,114
0,242
-0,077
-0,128
-0,209

11. Menambahkan  $\beta_{OLS}$  dengan  $(X^T V X)^{-1} X^T (Y - \pi(x))$

2,232
-0,025
0,085
-0,071
-0,082
0,078
0,140
0,296
-0,095
-0,156
-0,256

## RIWAYAT HIDUP



Devi Nur Afifah, lahir di Mojokerto 27 Desember 1997, akrab disebut Devi. Tinggal di Jalan Raya Puri no 121 RT 04 RW 01, Dusun Tegalsari, Desa Puri, Kecamatan Puri, Kabupaten Mojokerto. Anak kedua dari Ayahanda Agus Basuki dan Ibunda Sulistiyah. Adik dari Bagus Fattakhul Khoffi dan Kakak dari Muhammad Hafidz Thoriqul Haq. Pendidikan yang ditempuh Sekolah Dasar yaitu di SDN PURI lulus pada tahun 2010. Setelah itu melanjutkan pendidikan di sekolah menengah yaitu SMPN 1 PURI lulus pada tahun 2013. Pendidikan selanjutnya pada sekolah menengah atas yaitu MAN 2 MOJOKERTO lulus pada tahun 2016. Pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Jurusan Matematika Jalur SBMPTN. Selama menjadi mahasiswa, penulis mengikuti organisasi intra kampus yaitu menjadi anggota Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) Matematika pada periode 2017. Selain itu mengikuti program yang diselenggarakan jurusan Matematika seperti Al-Farazi yang mengembangkan kemampuan berbahasa Arab. Penulis selama menjadi mahasiswa pernah mendapatkan beasiswa akademik yang diselenggarakan oleh Universitas pada periode 2017/2018 dan 2018/2019.



KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

### BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Devi Nur Afifah  
NIM : 16610046  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi / Matematika  
Judul Skripsi : Penerapan Metode Regresi Logistik Biner Pada Kesejahteraan Rumah Tangga di Kabupaten Mojokerto  
Pembimbing I : Evawati Alisah, M.Pd  
Pembimbing II : Angga Dwi Mulyanto, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	26 Maret 2020	Konsultasi Bab I, Bab II, Bab III dan Bab IV	1.
2.	26 Maret 2020	Konsultasi Kajian Keagamaan pada Bab I dan Bab II	2.
3.	29 Maret 2020	Revisi Bab I, Bab II, Bab III dan Bab IV	3.
4.	30 Maret 2020	ACC Bab I, Bab II, Bab III dan Bab IV	4.
5.	15 Juni 2020	Konsultasi Bab I, Bab IV dan Bab V	5.
6.	17 Juni 2020	Revisi Bab I, Bab IV dan Bab V	6.
7.	17 Juni 2020	ACC Bab I, Bab IV dan Bab V	7.
8.	28 Juli 2020	Konsultasi Keseluruhan	8.
9.	4 Agustus 2020	Revisi Keseluruhan	9.
10.	Agustus 2020	ACC Keseluruhan	10.

Malang, 1 September 2020  
Mengetahui  
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001