ANALISIS *DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD* PADA PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PARABOLIK ORDE EMPAT

SKRIPSI

OLEH
NAFI'UL ABRORIYYAH
NIM. 13610038

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

ANALISIS *DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD* PADA PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PARABOLIK ORDE EMPAT

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Nafi'ul Abroriyyah
NIM. 13610038

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

ANALISIS *DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD* PADA PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PARABOLIK ORDE EMPAT

SKRIPSI

Oleh
Nafi'ul Abroriyyah
NIM. 13610038

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 19 Juni 2020

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	Dr. Ahmad Barizi, M.A
NIP. 19770521 200501 2 004	NIP. 19731212 199803 1 008

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay,M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

ANALISIS *DIFFERENTIAL TRANSFORM METHOD* PADA PENYELESAIAN PERSAMAAN DIFERENSIAL PARSIAL PARABOLIK ORDE EMPAT

SKRIPSI

Oleh
Nafi'ul Abroriyyah
NIM. 13610038

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 19 Juni 2020

Penguji Utama	:	Hairur Rahman, M.Si	....
Ketua Penguji	:	Muhammad Jamhuri, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Dr. Ahmad Barizi, M.A	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Nafi'ul Abroriyyah

NIM : 13610038

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Analisis *Differential Transform Method* pada Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 19 Juni 2020
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
B935AHF513773047
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Nafi'ul Abroriyyah
NIM. 13610038

MOTO

خَيْرُكُمْ مَنْ تَعَلَّمَ الْقُرْآنَ وَعَلَّمَهُ

“Sebaik-baik orang di antara kamu adalah orang yang belajar Al Qur’an dan mengajarkannya” (H.R. Bukhari).

وَإِذْ تَأَذَّنَ رَبُّكُمْ لَئِنْ شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ وَلَئِن كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ ۝٧

"Dan (ingatlah juga), tatkala Tuhanmu memaklumkan; Sesungguhnya jika kamu bersyukur, pasti Kami akan menambah (nikmat) kepadamu, dan jika kamu mengingkari (nikmat-Ku), maka sesungguhnya azab-Ku sangat pedih” (QS. Ibrahim/14: 7).

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Sujono Adi Lestari, ibunda Lilik Choiriyah, serta adik-adik tersayang Fitri Hishniya Tsani, Nabilah Rohadatul 'Aisyi, dan M. Fadhli Ghulam yang selalu memberikan semangat, dukungan, motivasi, kasih sayang, serta doa yang sangat berarti bagi penulis, sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufik serta hidayah -Nya, sehingga penulis mampu untuk menyelesaikan penyusunan skripsi ini yang berjudul "Analisis *Differential Transform Method* pada Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat" dengan baik. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada junjungan Nabi Muhammad Saw. yang telah membawa kita semua dari jalan kegelapan menuju jalan kebenaran yaitu agama Islam.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapatkan bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Faakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

4. Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah memberikan arahan, nasihat, motivasi, pengalaman berharga serta berbagai ilmunya kepada penulis.
5. Dr. Ahmad Barizi, M.A, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, motivasi, dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih untuk segala ilmu dan bimbingannya selama ini.
7. Ayah dan ibu yang selalu memberikan doa, nasihat, motivasi, serta dukungan semangat kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2013, keluarga besar Ma'had Dar Alhikmah, keluarga besar IKASDA terutama yang ada di Singosari, "Keluarga Ngalem", dan "Grup Ciwi-ciwi" yang telah memberikan kenangan, doa, dan semangat bagi penulis.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb

Malang,

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Abroriyyah, Nafi'ul. 2019. **Analisis *Differential Transform Method* pada Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si. (II) Dr. Ahmad Barizi, M.A.

Kata kunci: *Differential transform method*, persamaan diferensial parsial parabolik orde empat, deret Taylor

Penelitian ini membahas tentang penyelesaian persamaan diferensial parsial parabolik orde empat. persamaan tersebut memuat orde dua waktu dan orde empat ruang. Persamaan tersebut akan diselesaikan dengan menggunakan *differential transform method. Differential transform method* merupakan salah satu metode numerik yang solusinya menghasilkan solusi analitik dalam bentuk polinomial. Di mana solusi tersebut membentuk suatu deret Taylor. Metode tersebut dapat diterapkan untuk mencari penyelesaian persamaan diferensial parsial parabolik orde empat tanpa melalui tahap linearisasi. *Differential transform method* yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan tersebut adalah *differential transform* berdimendi dua. Langkah pertama yaitu dengan mentransformasikan kondisi awal ke dalam bentuk fungsi transformasi diferensial dengan definisi *differential transform method*. Langkah selanjutnya mentransformasikan persamaan diferensial parsial parabolik orde empat ke dalam bentuk fungsi transformasi diferensial dengan definisi *differential transform method*. Langkah berikutnya yaitu dengan menggunakan kondisi awal dan persamaan yang telah ditransformasikan untuk mencari nilai $U(k,h)$ untuk k dan h adalah bilangan asli, di mana $U(k,h)$ merupakan fungsi transformasi dari $u(x,t)$. Yang kemudian dengan menggunakan rumus invers transformasi diferensial akan diperoleh solusi perkiraannya. Tujuan dari penelitian ini adalah mencari solusi penyelesaian dari persamaan diferensial parsial parabolik orde empat, yang kemudian dicari keabsahannya dengan memasukkan solusi yang diperoleh ke dalam kondisi awalnya. Hasil dari penelitian ini akan berupa sebuah fungsi $u(x,t)$ yang terekspansi dalam bentuk deret pangkat.

ABSTRACT

Abroriyyah, Nafi'ul. 2019. **Analysis of Differential Transform Method of the Solution of Four Order Parabolic Partial Differential Equations.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology. Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si. (II) Dr. Ahmad Barizi, M.A.

Kata kunci: Differential transform method, fourth order parabolic partial differential equations, Taylor series

This study discusses the solution of fourth order parabolic partial differential equations. The equation contains the order of two respect to times and the order of four respect to spaces. The equation will be solved using the differential transform method. Differential transform method is a numerical method whose solution produces analytical solutions in the form of polynomials, where the solution forms a Taylor series. The method can be applied to find the solution of fourth order parabolic partial differential equations without going through the linearization stage. The differential transform method used to solve the equation is a two-dimensional differential transform. The first step is to transform the initial conditions into the form of a differential transformation function with the definition of the differential transform method. The next step is to transform the fourth order parabolic partial differential equation into the form of a differential transformation function with the definition of the differential transform method. The next step is to use the initial conditions and equations that have been transformed to find the value of $U(k,h)$ for k and h are natural numbers, where $U(k,h)$ is a transformation function of $u(x,t)$. Then using the inverse differential transformation formula, the approximation solution will be obtained. The purpose of this study is to find a solution to the fourth order parabolic partial differential equation, which is then sought its validity by entering the solution obtained in its initial condition. The result of this study will be in the form of a function $u(x,t)$ that is expanded in the form of a power series.

ملخص

الابرارية، نافع. ٢٠١٩ .**تحليل طريقة التحويل التفاضلي في تسوية المعادلات التفاضلية الجزئية المكافئة ذات الدرجة الرابعة.** بحث جامعي. قسم الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. جامة مولانا مالك إبراهيم الاسلامية الحكومية ب مالانج. المشرف (١) اري كوسوماستوتي الماجستير (٢) احمدالبارزي الماجستير.

الكلمة المفتاحية: طريقة تحويل التفاضلية، المعادلة التفاضلية الجزئية من المكافة الدرجة الرابعة ، سلسلة تايلور

تبحث هذه الدراسة في الانتمام من معادلات التفاضلية الجزئية المكافئة من الدرجة الرابعة. تحتوي المعادلة على ترتيب الزمنين وأربعة مساحات. سيتم حل المعادلة باستخدام طريقة التحويل التفاضلي. طريقة التحويل التفاضلية هي طريقة عددية ينتج حلها حلول تحليلية في شكل متعدد الحدود. حيث يشكل الحل سلسلة تايلور. يمكن تطبيق الطريقة لإيجاد حل المعادلات التفاضلية الجزئية المكافئة من الدرجة الرابعة دون المرور بمرحلة الخطية. طريقة التحويل التفاضلي المستخدمة في حل المعادلة هي تحويل تفاضلي ثنائي الأبعاد. الخطوة الأولى هي تحويل الحالة الأولى إلى شكل وضقة تحويل تفاضلي مع تعريف طريقة التحويل التفاضلي. والخطوة الثانية هي تحويل المعادلة التفضلي المكافئة من الرتبة الرابعة إلى شكل دال تحويل تفاضلي مع تحديد طريقة التحويل التفاضلي. والخطوة التالية هي استخدام الحالات والمعادلات الأولى التي تم تحويلها للعثور على قيمة $U(k,h)$ ل k و h هي رقمان طبيعان، حيث $U(k,h)$ **هي** وظيفة تحويل من $u(x,t)$. ثم باستخدام صيغة التحول التفاضلي العكسي ، سيتم الحصول على الحل التقريبي. الغرض من هذه الدراسة هو إيجاد حل لمعادلة تفاضلية جزئية مكافئة من الدرجة الرابعة، التي يتم البحث عنها بعد ذلك عن

طريق إدخال الحل الذي تم الحصول عليه في حالته الأولى. ستكون نتائج هذه الدراسة في شكل دال $u(x,t)$ يتم توسيعها في شكل سلسلة طاقة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penelitian ini didasarkan pada firman Allah Swt dalam al-Quran surat al-Insyirâh/94:5-6, yaitu:

فَإِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٥ إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٦

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (5). Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (6)".

Dalam al-Quran surat al-Insyirâh/94:5-6 dijelaskan bahwasanya Nabi Saw banyak sekali mengalami kesulitan dan hambatan dari orang-orang kafir, kemudian beliau mendapatkan kelapangan dan kemudahan, yaitu setelah beliau mengalami kemenangan atas mereka (Al-Mahalli, dkk, 2004:1349). Surat al-Insyirâh/94:5-6 juga menjelaskan bahwasanya setiap kesulitan tidak terlepas dari kemudahan yang selalu menyertai dan mengiringinya. Maka, ketika terdapat suatu permasalahan yang terasa berat, Allah Swt akan melapangkan kemudahan sehingga permasalahan yang berat tersebut terasa menjadi lebih ringan (Ikhwanudin, 2013). Untuk memecahkan suatu permasalahan terlebih permasalahan dalam kehidupan terdapat banyak caranya, salah satunya telah dijelaskan pada firman Allah Swt dalam al-Quran surat al-Baqarah/2:153:

يَٰٓأَيُّهَا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ ٱسْتَعِينُواْ بِٱلصَّبْرِ وَٱلصَّلَوٰةِ إِنَّ ٱللَّهَ مَعَ ٱلصَّٰبِرِينَ ۝١٥٣

"Hai orang-orang yang beriman, Jadikanlah sabar dan shalat sebagai penolongmu, Sesungguhnya Allah beserta orang-orang yang sabar"

Diceritakan dalam al-Quran surat al-Baqarah/2:153 bahwasanya Allah Swt memerintahkan kepada setiap orang-orang yang beriman untuk menjadikan sabar dan sholat sebagai penolong dalam mencapai kebahagiaan akhirat dan juga untuk selalu taat melakukan ibadah dan sabar menghadapi cobaan. Karena Allah Swt akan selalu melimpahkan pertolongan-Nya kepada mereka yang mau bersabar (Al-Mahalli, dkk, 2004:78).

Penelitian ini merujuk firman Allah Swt pada al-Quran surat al-Insyirâh/94:5-6. Selanjutnya dalam matematika, metode penyelesaian yang dipilih akan menentukan solusi yang diperoleh. Sebagai contoh, *differential transform method* merupakan salah satu metode numerik dalam penyelesaian persamaan diferensial. Konsep *differential transform method* pertama kali dikenalkan oleh Zhou (1986). Metode tersebut menghasilkan solusi analitik dalam bentuk polinomial (Jang, dkk, 2001). *Differential transform method* juga merupakan prosedur iteratif untuk memperoleh solusi deret Taylor analitik dari persamaan diferensial (Jang, dkk, 2001). *Differential transform method* memiliki beberapa operasi di antaranya yaitu, *differential transform* satu dimensi dan *differential transform* dua dimensi. *Differential transform* berdimensi satu digunakan untuk mencari penyelesaian solusi persamaan diferensial biasa. Sedangkan *differential transform* berdimensi dua digunakan untuk mencari penyelesaian solusi persamaan diferensial parsial. Adapun prosedur yang akan dilakukan adalah mentransformasikan kondisi awal dengan definisi dan sifat-sifat *differential transform method*, mentransformasikan persamaan diferensial dengan definisi dan sifat-sifat *differential transform method*, menggunakan kondisi awal yang telah ditransformasikan untuk menentukan nilai $U(k,0), U(k,1), U(k,2), \ldots,$

menggunakan rumus invers transformasi diferensial untuk memperoleh solusi perkiraan untuk masalah nilai awal (Benhammouda, dkk, 2016).

Dalam penelitian ini persamaan diferensial yang akan digunakan adalah persamaan diferensial parsial parabolik orde empat. Persamaan tersebut menggambarkan sebuah persamaan dasar yang mengatur getaran transversal dari balok seragam. Getaran transversal dari balok seragam tersebut tidak terdapat lapisan yang mendukung, sehingga tidak berkontribusi pada energi regangan (Khan, dkk, 2016). Persamaan diferensial parsial parabolik orde empat tersebut memuat orde dua waktu dan orde empat ruang. Dimana u menjelaskan tentang perpindahan transversal dari balok, t dan x adalah variabel waktu dan jarak, $f(x,t)$ adalah fungsi kontinu yang merupakan motor penggerak dinamis per satuan massa (Aziz, dkk, 2005).

Penelitian yang terkait dengan *differential transform method* merujuk pada beberapa penelitian terdahulu. Sebelumnya Soltanalizadeh (2011), *differential transform method* digunakan untuk memecahkan persamaan telegraf hiperbolik. Beberapa tes numerik untuk menunjukkan keefektifan dan efisiensi metode tersebut juga dilakukan. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwasanya metode *differential transform method* merupakan metode dengan proses iteratif yang sederhana, karena dalam proses mencari solusi dari persamaan telegraf hiperbolik tidak memerlukan linierisasi terlebih dahulu. Oleh karena itu, *differential transform method* bisa menjadi cara alternatif untuk mencari solusi dari persamaan diferensial parsial yang tidak memiliki solusi analitik. Pada penelitian berikutnya merujuk pada Yildirim, dkk (2012), *differential transform method* digunakan untuk menemukan solusi dari persamaan *Regularized Long Wave*. Dengan menggunakan kondisi awal dan dua kondisi batas penelitian tersebut memperoleh $u(x,t)$ yang kontinu untuk semua nilai x dan t. Selain itu, dari penelitian tersebut juga menunjukkan bahwasanya *differential transform method* dapat mengurangi kesulitan komputasi dari pada metode lainnya, karena metode tersebut tanpa melalui proses linierisasi terlebih dahulu, sehingga akan mudah dalam menyelesaikan solusi dari persamaan diferensial.

Penelitian ini difokuskan pada analisis solusi persamaan diferensial parabolik orde empat dengan menggunakan *differential transform method.* Hasil dari penelitian tersebut akan dibuktikan keshahihannya dengan mensubstitusikan solusi yang diperoleh ke kondisi awalnya. Hal ini dilakukan untuk mengetahui apakah *differential transform method* merupakan metode yang tepat untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial parabolik orde empat.

Berdasarkan paparan di atas, peneliti ingin mencari solusi penyelesaian dengan menggunakan *differential transform method*. Sehingga peneliti mengajukan judul penelitian "Analisis *Differential Transform Method* pada Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana analisis *differential transform method* pada penyelesaian persamaan diferensial parsial parabolik orde empat?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, maka tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui bagaimana menganalisis *differential transform method* pada penyelesaian persamaan diferensial parsial parabolik orde empat.

1.4 Manfaat Penelitian

Berdasarkan tujuan penelitian tersebut, maka manfaat yang bisa di ambil adalah memperoleh penyelesaian solusi dari persamaan diferensial parsial parabolik orde empat dengan menggunakan *differential transform method*.

1.5 Batasan Masalah

Pada penelitian ini agar lebih fokus dan mendalam, maka penulis membatasi penelitiannya sebagai berikut:

1. Persamaan yang digunakan adalah persamaan diferensial parsial parabolik orde empat, dengan bentuk sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(x,t)$$

2. Kondisi awal yang dipilih yaitu $u(x,0) = f(x)$, di mana x dibatasi dari 0 sampai l.
3. Kondisi awal kedua yang dipilih yaitu $u_t(x,0) = g(x)$, di mana x dibatasi dari 0 sampai l.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian adalah studi literatur. Yang mana, studi literatur merupakan studi di mana peneliti menggunakan beberapa referensi seperti buku, jurnal-jurnal ilmiah, hasil penelitian, skripsi, dan literatur yang lain. Studi literatur ini dilakukan dengan cara membaca, memahami, mengupas, menelaah, membandingkan, mengumpulkan dan mengidentifikasi dari beberapa sumber yang digunakan.

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah:

a. Menentukan kondisi awal yang dibatasi nilai x-nya dari 0 sampai l.
b. Mentransformasikan kondisi awal dengan sifat-sifat *differential transform method*.
c. Mentransformasikan persamaan diferensial parsial parabolik orde empat dengan sifat-sifat *differential transform method*.
d. Menggunakan kondisi awal yang telah ditransformasikan untuk menentukan nilai $U(k,0), U(k,1), U(k,2), \ldots$.
e. Menggunakan rumus invers transformasi diferensial untuk memperoleh solusi perkiraan untuk masalah nilai awal

1.7 Sistematika Penulisan

Dalam sistematika penulisan, penelitian ini menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab terdiri dari sub bab sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Latar Belakang, Rumusan Masalah, Tujuan Penelitian, Manfaat Penelitian, Batasan Masalah, Metode Penelitian dan Sistematika Penulisan.

Bab II Kajian Teori

Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat, Definisi dan Operasi *Differential Transfom Method*, Galat atau *Error* dan *Road Map* Penelitian, Mencari Solusi dalam Perspektif Islam.

Bab III Hasil dan Pembahasan

Preparasi, Proses, dan Hasil

Bab IV Penutup

Kesimpulan dan Saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat

Persamaan diferensial parsial parabolik orde empat merupakan persamaan yang menggambarkan persamaan dasar yang mengatur getaran transversal dari balok seragam. Getaran transversal dari balok seragam tersebut tidak dilapisi oleh lapisan pendukung, sehingga getaran tersebut tidak berkontribusi pada energi regangan (Khan, dkk, 2016). Persamaan diferensial parsial parabolik orde empat pada penelitian ini memuat orde dua waktu dan orde empat ruang. Berikut merupakan rumus umum dari persamaan diferensial parsial parabolik orde empat:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(x,t) \tag{2.1}$$

Keterangan:

u : perpindahan transversal dari balok

t : variabel waktu

x : variabel jarak atau koordinat spasial

α : konstanta posistif

$f(x,t)$: fungsi kontinu yang merupakan motor penggerak dinamis per satuan massa

Diketahui kondisi nilai awal adalah sebagai berikut:

$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \le x \le l \tag{2.2}$$

dan

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x), \qquad 0 \le x \le l \tag{2.3}$$

2.2 Definisi dan Operasi *Differential Transform Method*

2.2.1 *Differential Transform Method* Berdimensi Satu

Definisi dasar dari metode *differential transform* berdimensi satu akan ditunjukkan sebagai berikut:

Definisi 1: Jika $u(t)$ adalah fungsi analitik pada domain waktu T, maka:

$$\frac{d^k u(t)}{dt^k} = \varphi(t,k), \qquad \forall t \in T \tag{2.4}$$

Untuk $t = t_i, \varphi(t,k) = \varphi(t_i,k)$, di mana k adalah bilangan bulat tak negatif. Dinotasikan sebagai domain K. Sehingga persamaan 2.4 dapat dituliskan menjadi:

$$U_i(k) = \varphi(t_i,k) = \left[\frac{d^k u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_i}, \qquad \forall t \in T \tag{2.5}$$

Di mana $U_i(k)$ disebut sebagai spektrum dari $u(t)$ pada $t = t_i$ di dalam domain K (Soltanalizadeh, 2012).

Definisi 2: Jika $u(t)$ adalah solusi analitik, maka dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} U(k) \tag{2.6}$$

Persamaan 2.6 dikenal sebagai invers transformasi dari $U(k)$. Jika $U(k)$ didefinisikan sebagai berikut:

$$U(k) = M(k)\left[\frac{d^k q(t) u(t)}{dt^k}\right]_{t=t_i}, \qquad k = 0,1,2,\ldots. \tag{2.7}$$

maka fungsi $u(t)$ dapat dituliskan menjadi:

$$u(t) = \frac{1}{q(t)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} \frac{U(k)}{M(k)} \tag{2.8}$$

di mana $M(k) \neq 0, q(t) \neq 0$. $M(k)$ disebut faktor pembobot dan $q(t)$ dianggap sebagai *kernel* yang memenuhi $u(t)$. Jika $M(k) = 1$ dan $q(t) = 1$, maka persamaan 2.6 dan 2.8 ekuivalen. Kemudian transformasikan dengan $M(k) = 1/k!$ dan $q(t) = 1$. Sehingga dari persamaan 2.7 kita memiliki:

$$U(k) = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k u(t)}{dt^k} \right]_{t=t_i}, \quad k = 0,1,2, \ldots. \tag{2.9}$$

Dengan menggunakan *differential transform*, persamaan diferensial dalam domain yang diinginkan dapat ditransformasikan ke dalam persamaan aljabar dalam domain K dan $u(t)$ dapat memuat deret Taylor berhingga dan *error* dapat dituliskan sebagai berikut (Soltanalizadeh, 2012):

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{q(t)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t-t_i)^k}{k!} \frac{U(k)}{M(k)} + R_{n+1}(t) \\ &= \sum_{k=0}^{n} (t-t_0)^k \, U(k) + R_{n+1}(t) \end{aligned} \tag{2.10}$$

2.2.2 *Differential Transform Method* Berdimensi Dua

Suatu fungsi dua variabel $u(x,t)$ dianggap sebagai suatu produk dari dua fungsi satu variabel, yaitu $u(x,t) = f(x)g(t)$. Berdasarkan ketentuan pada *differential transform* berdimensi satu, fungsi $u(x,t)$ dapat dituliskan menjadi:

$$u(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} U(k,h) x^k t^h \tag{2.11}$$

di mana $U(k,h)$ disebut sebagai spektrum dari $u(x,t)$. Definisi dasar dari *differential transform* berdimensi 2 adalah sebagai berikut:

Definisi *Differential Transform* Berdimensi 2:

Jika $u(x,t)$ adalah fungsi analitik dan terdiferensiasi secara kontinu terhadap waktu t di dalam domain yang diketahui, maka:

$$U(k,h) = \frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h} u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}, \tag{2.12}$$

dimana $U(k,h)$ adalah fungsi spektrum sebagai transformasi fungsi T. Misalkan $u(x,t)$ adalah fungsi asal dengan batas atas $U(k,h)$ menggunakan transformasi fungsi. Invers transformasi diferensial dari $U(k,h)$ adalah sebagai berikut:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty} U(k,h)(x-x_0)^k(t-t_0)^h \tag{2.13}$$

Dengan menggunakan persamaan 2.12 ke dalam persamaan 2.13, diperoleh hasil sebagai berikut:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h} u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0} x^k t^h \tag{2.14}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty} U(k,h) x^k t^h, \tag{2.15}$$

di mana $x_0 = 0$ dan $t_0 = 0$

Berdasarkan definisi dan persamaan 2.12 dan 2.13 dapat diperoleh sifat-sifat operasi dari transformasi diferensial berdimensi dua pada tabel berikut (Jafari, dkk, 2010):

Tabel 2.1 Operasi Transformasi Diferensial Berdimensi Dua

	Fungsi Asal	**Fungsi Transformasi**
1	$u(x,t) = v(x,t) \pm w(x,t)$	$U(k,h) = V(k,h) \pm W(k,h)$
2	$u(x,t) = cv(x,t)$	$U(k,h) = cV(k,h)$
3	$u(x,t) = \frac{\partial}{\partial x} v(x,t)$	$U(k,h) = (k+1)V(k+1,h)$
4	$u(x,t) = \frac{\partial}{\partial t} v(x,t)$	$U(k,h) = (h+1)V(k,h+1)$
5	$u(x,t) = \frac{\partial^{r+s}}{\partial x^r \partial t^s} v(x,t)$	$U(k,h) = \frac{(k+r)!\,(h+s)!}{k!\,h!} V(k+r,h+s)$
6	$u(x,t) = v(x,t)w(x,t)$	$U(k,h) = \sum_{r=0}^{k}\sum_{s=0}^{h} V(r,h-s)W(k-r,s)$
7	$u(x,t) = x^m y^n$	$U(k,h) = \delta(k-m,h-n) = \delta(k-m)\delta(h-n)$
8	$u(x,t) = \frac{\partial v(x,t)}{\partial x}\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}$	$U(k,h) = \sum_{r=0}^{k}\sum_{s=0}^{h} (r+1)(k-r+1) \times V(r+1,h-s)W(k-r+1,s)$
9	$u(x,t) = x^m \sin(\alpha t + b)$	$U(k,h) = \frac{\alpha^h}{h!}\delta(k-m)\sin\left(\frac{h\pi}{2}+b\right)$
10	$u(x,t) = x^m \cos(\alpha t + b)$	$U(k,h) = \frac{\alpha^h}{h!}\delta(k-m)\cos\left(\frac{h\pi}{2}+b\right)$
11	$u(x,t) = e^{\alpha x} y^n$	$U(k,h) = \frac{\alpha^k}{k!}\delta(h-n)$

(Jafari, dkk, 2010)

2.3 *Road Map* Penelitian

1) Penelitian yang dilakukan Soltanalizadeh (2011)

Pada penelitian ini, beberapa tes numerik dilakukan untuk menunjukkan keefektifan dan efisiensi *differential transform method.* Metode tersebut digunakan untuk memecahkan persamaan telegraf hiperbolik. Berikut merupakan persamaan telegraf hiperbolik yang digunakan:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial u}{\partial t} + \beta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \psi(x,t)$$

di mana $\alpha, \beta \in R, \psi: R \times R \to R$ diketahui dan $u: R \times R \to R$ adalah fungsi yang tidak diketahui.

Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa metode *differential transform method* merupakan metode dengan proses iteratif yang sederhana, karena dalam proses mencari solusi dari persamaan telegraf hiperbolik tidak memerlukan linierisasi terlebih dahulu. Oleh karena itu, *differential transform method* bisa menjadi cara alternatif untuk mencari solusi dari persamaan diferensial parsial yang tidak memiliki solusi analitik.

2) Penelitian yang dilakukan Yildirim, dkk (2012)

Yildirim, dkk (2012), menggunakan *differential transform method* untuk menemukan solusi dari persamaan *Regularized Long Wave.* Berikut merupakan persamaan yang digunakan:

$$u_t + u_x + \lambda u u_x - \mu u_{xxt} = \varphi(x,t)$$

di mana λ dan μ adalah parameter positif, dan jika $\varphi(x,t) = 0$, maka dikethaui bahwa persamaan tersebut adalah persamaan *Regularized Long Wave.*

Dengan menggunakan kondisi awal dan dua kondisi batas penelitian tersebut memperoleh $u(x,t)$ yang kontinu untuk semua nilai x dan t. Selain itu, dari penelitian tersebut juga menunjukkan bahwasanya *differential transform method* dapat mengurangi kesulitan komputasi dari pada metode lainnya, sehingga solusi yang diperoleh akurat.

2.4 Mencari Solusi dalam Perspektif Islam

Al-Quran dan Hadis merupakan sumber ajaran Islam sekaligus pedoman hidup yang harus dipegang erat oleh setiap umat muslim. Dalam kehidupan setiap manusia tidak akan pernah luput dari suatu permasalahan atau kesulitan. Jika permasalahan tersebut tidak dapat diselesaiakan dengan satu cara, maka pasti akan ada cara lain untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Oleh karena itu, al-Quran telah mengajarkan kita sebagai umat Islam untuk bekerja dengan sepenuh hati dan juga bersungguh-sungguh. Seperti yang dijelaskan dalam firman Allah Swt pada al-Quran surat al-Insyirâh/94:5-8:

فَإِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٥ إِنَّ مَعَ ٱلْعُسْرِ يُسْرًا ۝٦ فَإِذَا فَرَغْتَ فَٱنصَبْ ۝٧ وَإِلَىٰ رَبِّكَ فَٱرْغَب ۝٨

"Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan (5). Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan(6). Maka apabila kamu Telah selesai (dari sesuatu urusan), kerjakanlah dengan sungguh-sungguh (urusan) yang lain (7). Dan Hanya kepada Tuhanmulah hendaknya kamu berharap (8)".

Sudah jelas tertera pada al-Quran surat al-Insyirâh/94:5-6 bahwa setiap kesulitan itu pasti akan ada kemudahan. Dan selalu berfikir positif bahwasanya setiap masalah akan ada solusi atau cara untuk menyelesaikannya. Karena Allah

Swt tidak akan menguji hamba-Nya melebihi dari batas kemampuannya. Hal ini dijelaskan dalam firman Allah Swt pada al-Quran surat al-Baqarah/2:286:

لَا يُكَلِّفُ ٱللَّهُ نَفۡسًا إِلَّا وُسۡعَهَاۚ...... ٢٨٦

"Allah tidak membebani seseorang melainkan sesuai dengan kesanggupannya....(286)"

Karena banyaknya permasalahan yang terdapat dalam kehidupan, salah satu alat untuk memecahkan permasalahan tersebut adalah matematika. Pada bidang matematika sendiri terdapat beberapa permasalahan di antaranya, yaitu permasalahan dalam mencari solusi dari persamaan diferensial. Jika persamaan diferensial tersebut tidak dapat dicari dengan satu metode, maka pasti dapat diselesaikan dengan metode yang lainnya.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Solusi Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat dengan Menggunakan *Differential Transform Method*

Pada pembahasan ini akan dibahas solusi persamaan diferensial parsial parabolik orde empat dengan menggunakan *differential transform method*. Misalkan $U(k,h)$ sebagai fungsi transformasi diferensial da $u(x,t)$. Dengan menggunakan sifat-sifat operasi transformasi diferensial berdimensi dua yang terdapat pada tabel (2.1) dan definisi *differential transform method* pada persamaan (2.14), maka diperoleh transformasi diferensial dari persamaan (2.1) adalah sebagai berikut:

(1) Diketahui persamaan diferensial parsial parabolik orde empat:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(x,t)$$

Akan dicari transformasi dari persamaan (2.1) dengan menggunakan definisi *differential transform method* pada persamaan (2.14), maka diperoleh:

Misalkan:

$$u_1(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x,t) \tag{3. 1}$$

$$u_2(x,t) = \frac{\partial^4}{\partial x^4} u(x,t) \tag{3. 2}$$

Dengan menggunakan persamaan (2.14), yaitu:

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{1}{k!\,h!} \left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h} u(x,t) \right]_{x=x_0, t=t_0} x^k t^h$$

Akan diselesaikan terlebih dulu persamaan (3.1), penyelesaiannya sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t)=\frac{\partial^2}{\partial t^2}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k\partial t^h}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^k t^h$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k\partial t^h}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2}x^k t^h\right)^*$$

$$\boxed{*\frac{\partial^2}{\partial t^2}x^k t^h=\frac{\partial}{\partial t}hx^k t^{h-1}=(h-1)hx^k t^{h-2}}$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k\partial t^h}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}(h-1)hx^k t^{h-2}$$

Misalkan: $i=h-2 \quad \leftrightarrow \quad h=i+2$, sehingga,

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,(i+2)!}\left[\frac{\partial^{k+(i+2)}}{\partial x^k\partial t^{(i+2)}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}((i+2)-1)(i+2)x^k t^i$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,(i+2)!}\left[\frac{\partial^{k+(i+2)}}{\partial x^k\partial t^{(i+2)}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}(i+1)(i+2)x^k t^i$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,(i+2)!}\left[\frac{\partial^{k+(i+2)}}{\partial x^k\partial t^{(i+2)}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}\frac{(i+2)!}{i!}x^k t^i$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(i+2)!}{i!}\frac{1}{k!\,(i+2)!}\left[\frac{\partial^{k+(i+2)}}{\partial x^k\partial t^{(i+2)}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^k t^i$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t)=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(i+2)!}{i!}U(k,i+2)x^k t^i$$

Berdasarkan definisi *differential transform* pada persamaan (2.14), maka diperoleh:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{(h+2)!}{h!}U(k,h+2)x^k t^h$$

di mana $\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t)$ adalah fungsi originalnya, dan $\frac{(h+2)!}{h!}U(k,h+2)$ adalah fungsi transformasi dari $\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t)$. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$U_1(k,h) = \frac{(h+2)!}{h!}U(k,h+2) \tag{3.3}$$

Kemudian persamaan (3.2) akan diselesaikan, penyelesaiannya sebagai berikut:

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4}u(x,t) = \frac{\partial^4}{\partial x^4}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0} x^k t^h$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}x^k t^h\right)^*$$

$$* \frac{\partial^4}{\partial x^4}x^k t^h = \frac{\partial^3}{\partial x^3}kx^{k-1}t^h = \frac{\partial^2}{\partial x^2}(k-1)kx^{k-2}t^h$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(k-1)(k-2)kx^{k-3}t^h$$

$$= (k-1)(k-2)(k-3)kx^{k-4}t^h$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k \partial t^h}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}(k-1)(k-2)$$

$$(k-3)kx^{k-4}t^h$$

Misalkan: $j = k-4 \;\leftrightarrow\; k = j+4$, sehingga,

$$= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{(j+4)!\,h!}\left[\frac{\partial^{(j+4)+h}}{\partial x^{(j+4)}\partial t^{h}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}(j+4)$$

$$((j+4)-1)((j+4)-2)((j+4)-3)x^{j}t^{h}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{(j+4)!\,h!}\left[\frac{\partial^{(j+4)+h}}{\partial x^{(j+4)}\partial t^{h}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}(j+4)$$

$$(j+3)(j+2)(j+1)x^{j}t^{h}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{(j+4)!\,h!}\left[\frac{\partial^{(j+4)+h}}{\partial x^{(j+4)}\partial t^{h}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}\frac{(j+4)!}{j!}x^{j}t^{h}$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{(j+4)!}{j!}\frac{1}{(j+4)!\,h!}\left[\frac{\partial^{(j+4)+h}}{\partial x^{(j+4)}\partial t^{h}}u(x,t)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^{j}t^{h}$$

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4}u(x,t) = \sum_{j=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{(j+4)!}{j!}U(j+4,h)x^{j}t^{h}$$

Berdasarkan definisi *differential transform* pada persamaan (2.14), maka diperoleh:

$$\frac{\partial^4}{\partial x^4}u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h)x^{k}t^{h}$$

di mana $\frac{\partial^4}{\partial x^4}u(x,t)$ adalah fungsi originalnya, dan $\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h)$ adalah fungsi transformasi dari $\frac{\partial^4}{\partial x^4}u(x,t)$. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$U_2(k,h) = \frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h) \qquad (3.4)$$

Selanjutnya persamaan (3.3) dan (3.4) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.1) sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(x,t)$$

$$\frac{(h+2)!}{h!}U(k,h+2)+\alpha\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h)=f(k,h) \qquad (3.5)$$

(2) Kemudian kondisi nilai awal pertama pada persamaan (2.2) ditransformasikan,

$$u(x,0)=f(x), \qquad 0\le x\le l$$

Dengan menggunakan definisi *differential transform method* pada persamaan (2.14), maka diperoleh:

$$u(x,0)=\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k\partial t^h}u(x,0)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^kt^h$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^{k}}{\partial x^k}f(x)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^k$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}U(k,0)x^k=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^{k}}{\partial x^k}f(x)\right]x^k$$

$$U(k,0)=\frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^{k}}{\partial x^k}f(x)\right] \qquad (3.6)$$

(3) Dan kondisi nilai awal kedua pada persamaan (2.3) juga ditransformasikan,

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=g(x), \qquad 0\le x\le l$$

Dengan menggunakan definisi *differential transform method* pada persamaan (2.14), maka diperoleh:

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty}\frac{1}{k!\,h!}\left[\frac{\partial^{k+h}}{\partial x^k\partial t^h}u(x,0)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^kt^h$$

$$=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^{k}}{\partial x^k}g(x)\right]_{x=x_0,t=t_0}x^k$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} g(x) \right] x^k$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} U(k,1) x^k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} g(x) \right] x^k$$

$$U(k,1) = \frac{1}{k!} \left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} g(x) \right] \quad (3.7)$$

(4) Dari persamaan (3.5), akan dicari nilai U, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{(h+2)!}{h!} U(k,h+2) + \alpha \frac{(k+4)!}{k!} U(k+4,h) = f(k,h)$$

$$U(k,h+2) = \frac{h!}{(h+2)!} \left(f(k,h) - \alpha \frac{(k+4)!}{k!} U(k+4,h) \right) \quad (3.8)$$

$$k = 0,1,\dots, \qquad h = 0,1,\dots$$

3.2 Contoh Penerapan *Differential Transform Method Pada Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat*

Pada sub bab ini akan diberikan sebuah contoh untuk mendapatkan nilai dari persamaan diferensial parsial parabolik orde empat.

1. Step 1: Menentukan persamaan diferensial parsial.

Persamaan diferensial yang digunakan adalah persamaan diferensial parsial parabolik orde empat, seperti pada persamaan (2.1), yaitu:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = f(x,t)$$

Dimana dimisalkan nilai $\alpha = 2$ dan fungsi $(x,t) = 3e^{x+t}$, maka persamaan (2.1) menjadi:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 3e^{x+t} \tag{3.9}$$

2. Step 2: Menentukan kondisi awal.

Seperti pada persamaan (2.2) dan (2.3), maka kondisi awalnya adalah sebagai berikut:

$$u(x,0) = f(x), \qquad 0 \leq x \leq l$$

dan

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x), \qquad 0 \leq x \leq l$$

Misalkan nilai $f(x) = g(x) = e^x$. Maka kondisi awalnya menjadi:

$$u(x,0) = e^x, \qquad 0 \leq x \leq l \tag{3.10}$$

dan

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = e^x, \qquad 0 \leq x \leq l \tag{3.11}$$

3. Step 3: Mentransformasikan kondisi awal dengan definisi dan sifat-sifat dari *differential transform* berdimensi dua.

Pada step 2 diketahui persamaan (3.2) dan (3.3) sebagai kondisi awal. Selanjutnya, Misalkan $U(k,h)$ sebagai transformasi diferensial dari $u(x,t)$.

1) Persamaan (3.2):

$$u(x,0) = e^x, \qquad 0 \leq x \leq l$$

Jika ditransformasikan dengan menggunakan persamaan (3.5), maka:

$$U(k,0) = \frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} f(x)\right], \qquad k = 0,1,2,\ldots$$

diketahui $f(x) = e^x$, maka $f'(x) = e^x$. Jika $x = 0$, maka $f'(0) = e^0 = 1$. Sehingga diperoleh:

$$U(k,0) = \frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} f(x)\right], \qquad k = 0,1,2,\dots$$

$$U(k,0) = \frac{(e^0)^k}{k!} = \frac{1^k}{k!}, \qquad k = 0,1,2,\dots$$

$$U(k,0) = \frac{1}{k!}, \qquad k = 0,1,2,\dots \tag{3.12}$$

2) Persamaan (3.3):

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = e^x, \qquad 0 \le x \le l$$

Jika ditransformasikan dengan menggunakan persamaan (3.8), maka:

$$U(k,1) = \frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} g(x)\right], \qquad k = 0,1,2,\dots$$

diketahui $g(x) = e^x$, maka $g'(x) = e^x$. Jika $x = 0$, maka $g'(0) = e^0 = 1$. Sehingga diperoleh:

$$U(k,1) = \frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^k}{\partial x^k} g(x)\right], \qquad k = 0,1,2,\dots$$

$$U(k,1) = \frac{(e^0)^k}{k!} = \frac{1^k}{k!}, \qquad k = 0,1,2,\dots$$

$$U(k,1) = \frac{1}{k!}, \qquad k = 0,1,2,\dots \tag{3.13}$$

4. Step 4: Mentransformasikan persamaan diferensial parsial parabolik orde empat dengan definisi dan sifat-sifat dari *differential transform* berdimensi dua.

Pada step 1 telah ditentukan persamaan yang digunakan adalah persamaan diferensial parsial parabolik orde empat, yaitu pada persamaan (3.9):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 3e^{x+t}$$

Selanjutnya, persamaan tersebut akan ditransformasikan sebagai berikut:

Misalkan:

$$u_1(x,t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t)$$

$$u_2(x,t) = \frac{\partial^4}{\partial x^4}u(x,t)$$

$f(x,t) = 3e^{x+t} = 3e^x e^t$, jika ditransformasikan dengan menggunakan sifat *differential transform method*, maka:

$$f(k,h) = 3e^x e^t = 3\frac{1^k}{k!}\frac{1^h}{h!} = \frac{3(1)^{k+h}}{k!\,h!}$$

Selanjutnya, disubstitusikan ke persamaan (3.8), dimana $f(x,t) = 3e^{x+t} \rightarrow f(k,h) = \frac{3(1)^{k+h}}{k!h!}$. Maka diperoleh:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 3e^{x+t}$$

$$\frac{(h+2)!}{h!}U(k,h+2) + 2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h) = \frac{3(1)^{k+h}}{k!\,h!} \qquad (3.14)$$

5. Step 5: Menggunakan kondisi awal yang telah ditransformasikan untuk menentukan nilai $U(k,0), U(k,1), U(k,2), \ldots$.

Dari persamaan (3.14) akan dicari nilai U, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$U(k,h+2)=\left(\frac{3(1)^{k+h}}{k!\,h!}-2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h)\right)\frac{h!}{(h+2)!} \qquad (3.15)$$

$$k=0,1,\ldots, \qquad h=0,1,\ldots$$

Untuk menentukan nilai $U(k,0),U(k,1),U(k,2),\ldots$ di mana $k=0,1,\ldots,$ maka digunakan kondisi awal yang telah ditransformasikan. Karena $U(k,0)$ dan $U(k,1)$ merupakan kondisi awal pertama dan kedua, maka akan diperoleh :

Tabel 3.1 Nilai dari $U(k,0)$ dan $U(k,1)$, di mana $k=0,1,2,3,\ldots$

k \ h	0	1
0	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^0}{0!}=1$	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^0}{0!}=1$
1	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^1}{1!}=1$	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^1}{1!}=1$
2	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^2}{2!}=\frac{1}{2}$	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^2}{2!}=\frac{1}{2}$
3	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^3}{3!}=\frac{1}{6}$	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^3}{3!}=\frac{1}{6}$
4	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^4}{4!}=\frac{1}{24}$	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^4}{4!}=\frac{1}{24}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^n}{n!}$	$\frac{1^k}{k!}=\frac{1^n}{n!}$

Di mana n adalah bilangan bulat posistif.

Selanjutnya dalam mencari nilai $U(k,2)$, $U(k,3)$, $U(k,4),\cdots$. Dapat dicari dengan menggunakan persamaan (3.15).

Jika $h=0$, maka:

$$U(k,h+2)=\left(\frac{3(1)^{k+h}}{k!\,h!}-2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,h)\right)\frac{h!}{(h+2)!}$$

$$U(k,0+2)=\left(\frac{3(1)^{k+0}}{k!\,0!}-2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4{,}0)\right)\frac{0!}{(0+2)!}$$

$$U(k,2)=\left(\frac{3(1)^{k}}{k!}-2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4{,}0)\right)\frac{1}{2!}$$

Maka untuk $k=0{,}1{,}2,\cdots$, diperoleh:

$$U(0{,}2)=\left(\frac{3(1)^{0}}{0!}-2\frac{(0+4)!}{0!}U(0+4,0)\right)\frac{1}{2!}$$

$$U(0{,}2)=\left(3-2\frac{(4)!}{0!}U(4,0)\right)\frac{1}{2!}$$

$$U(0{,}2)=\left(3-2\frac{(4)!}{0!}\frac{1}{4!}\right)\frac{1}{2!}=\left(3-\frac{2}{0!}\right)\frac{1}{2!}=\left(\frac{3-2}{0!}\right)\frac{1}{2!}=\frac{1}{2!}$$

$$U(1{,}2)=\left(\frac{3(1)^{1}}{1!}-2\frac{(1+4)!}{1!}U(1+4,0)\right)\frac{1}{2!}$$

$$U(1{,}2)=\left(3-2\frac{(5)!}{1!}U(5,0)\right)\frac{1}{2!}$$

$$U(1{,}2)=\left(3-2\frac{(5)!}{1!}\frac{1}{5!}\right)\frac{1}{2!}=\left(3-\frac{2}{1!}\right)\frac{1}{2!}=\left(\frac{3-2}{1!}\right)\frac{1}{2!}=\frac{1}{2!}$$

$$U(2{,}2)=\left(\frac{3(1)^{2}}{2!}-2\frac{(2+4)!}{2!}U(2+4,0)\right)\frac{1}{2!}$$

$$U(2{,}2)=\left(\frac{3}{2!}-2\frac{(6)!}{2!}U(6,0)\right)\frac{1}{2!}$$

$$U(2,2) = \left(\frac{3}{2!} - 2\frac{(6)!}{2!}\frac{1}{6!}\right)\frac{1}{2!} = \left(\frac{3}{2!} - \frac{2}{2!}\right)\frac{1}{2!} = \left(\frac{3-2}{2!}\right)\frac{1}{2!} = \frac{1}{2!\,2!}$$

$$U(3,2) = \frac{1}{3!\,2!}, \qquad U(4,2) = \frac{1}{4!\,2!}, \qquad \cdots$$

Untuk $h = 1,2,3,\cdots$ terdapat pada lampiran 1.

6. Step 6: Menggunakan rumus invers *differential transform method* untuk memperoleh nilai $u(x,t)$ sebagai solusi perkiraan.

Untuk mencari nilai $u(x,t)$ sebagai solusi perkiraan maka akan digunakan rumus invers *differential transform method*, seperti pada persamaan (2.15):

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty} U(k,h)x^k t^h,$$

Sehingga,

$$u(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{h=0}^{\infty} U(k,h)x^k t^h$$

$$\begin{aligned} u(x,t) = {} & U(0,0)x^0t^0 + U(1,0)x^1t^0 + U(2,0)x^2t^0 + \cdots + U(k,0)x^k t^0 + \\ & U(0,1)x^0t^1 + U(1,1)x^1t^1 + U(2,1)x^2t^1 + \cdots + U(k,1)x^k t^1 + \\ & U(0,2)x^0t^2 + U(1,2)x^1t^2 + U(2,2)x^2t^2 + \cdots + U(k,2)x^k t^2 + \\ & U(0,3)x^0t^3 + U(1,3)x^1t^3 + U(2,3)x^2t^3 + \cdots + U(k,3)x^k t^3 + \\ & \vdots \\ & U(0,h)x^0t^h + U(1,h)x^1t^h + U(2,h)x^2t^h + \cdots + U(k,h)x^k t^h \end{aligned}$$

$$u(x,t) = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n +$$

$$t + xt + \frac{1}{2!}x^2t + \cdots + \frac{1}{n!}x^nt +$$

$$\frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{2!}xt^2 + \frac{1}{2!\,2!}x^2t^2 + \cdots + \frac{1}{n!\,2!}x^nt^2 +$$

$$\frac{1}{3!}t^3 + \frac{1}{3!}xt^3 + \frac{1}{2!\,3!}x^2t^3 + \cdots + \frac{1}{n!\,3!}x^nt^3 +$$

$$\vdots$$

$$\frac{1}{n!}t^n + \frac{1}{n!}xt^n + \frac{1}{2!\,n!}x^2t^n + \cdots + \frac{1}{n!\,n!}x^nt^n$$

Selanjutnya akan dikelompokkan, sehingga diperoleh nilai $u(x,t)$ sebagai berikut:

$$u(x,t) \cong 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \cdots + \frac{1}{n!}t^n + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots +$$

$$\frac{1}{n!}x^n + xt + \frac{1}{2!}xt^2 + \frac{1}{3!}xt^3 + \cdots + \frac{1}{n!}xt^n + \frac{1}{2!}x^2t +$$

$$\frac{1}{2!\,2!}x^2t^2 + \frac{1}{2!\,3!}x^2t^3 + \cdots + \frac{1}{n!\,n!}x^nt^n + \cdots \qquad (3.16)$$

Sehingga menurut definisi dari persamaan (2.14), persamaan (3.16) merupakan ekspansi deret Taylor dari sebuah fungsi.

7. Step 7: Validasi keabsahan solusi yang diperoleh dari *differential transform method* dengan memasukkan kondisi awal.

Diketahui kondisi awalnya terdapat pada persamaan (3.10) dan (3.11), yaitu:

$$u(x,0) = e^x \cong 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

dan

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = e^x \cong 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

Jika dimasukkan ke dalam kondisi awal pertama, maka diperoleh:

$$u(x,0) = 1 + (0) + \frac{1}{2!}(0)^2 + \frac{1}{3!}(0)^3 + \cdots + \frac{1}{n!}(0)^n + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots +$$

$$\frac{1}{n!}x^n + x(0) + \frac{1}{2!}x(0)^2 + \frac{1}{3!}x(0)^3 + \cdots + \frac{1}{n!}x(0)^n + \frac{1}{2!}x^2(0)$$

$$+ \frac{1}{2!\,2!}x^2(0)^2 + \frac{1}{2!\,3!}x^2(0)^3 + \cdots + \frac{1}{n!\,n!}x^n(0)^n + \cdots$$

$$u(x,0) = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n \cong e^x$$

Jadi solusi tersebut shahih.

Selanjutnya, Jika dimasukkan ke dalam kondisi awal kedua, maka diperoleh:

$$u(x,t) = 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \cdots + \frac{1}{n!}t^n + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots +$$

$$\frac{1}{n!}x^n + xt + \frac{1}{2!}xt^2 + \frac{1}{3!}xt^3 + \cdots + \frac{1}{n!}xt^n + \frac{1}{2!}x^2t +$$

$$\frac{1}{2!\,2!}x^2t^2 + \frac{1}{2!\,3!}x^2t^3 + \cdots + \frac{1}{n!\,n!}x^nt^n + \cdots$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0 + 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \cdots + \frac{n}{n!}t^{n-1} + 0 + 0 + \cdots +$$

$$0 + x + xt + \frac{xt^2}{2!} + \cdots + \frac{n}{n!}xt^{n-1} + \frac{x^2}{2!} +$$

$$\frac{x^2t}{2!} + \frac{x^2t^2}{2!\,2!} + \cdots + \frac{nx^nt^{n-1}}{n!\,n!} + \cdots$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0 + 1 + (0) + \frac{(0)^2}{2!} + \cdots + \frac{n}{n!}(0)^{n-1} + 0 + 0 + \cdots +$$

$$0 + x + x(0) + \frac{x(0)^2}{2!} + \cdots + \frac{n}{n!}x(0)^{n-1} + \frac{x^2}{2!} +$$

$$\frac{x^2(0)}{2!}+\frac{x^2(0)^2}{2!\,2!}+\cdots+\frac{nx^n(0)^{n-1}}{n!\,n!}+\cdots$$

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t}=1+x+\frac{1}{2!}x^2+\cdots+\frac{1}{n!}x^n\cong e^x$$

Jadi solusi tersebut shahih.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya diperoleh kesimpulan bahwa *differential transform method* merupakan salah satu metode numerik yang iteratif, karena dalam menyelesaikan persamaan diferensial parsial parabolik orde empat tidak melalui tahap linearisasi terlebih dahulu. Dan solusi yang diperoleh dengan menggunakan *differential transform method* ini membentuk sebuah deret Taylor. Adapun solusi yang diperoleh dari persamaan diferensial parsial parabolik orde empat , dari persamaan:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 3e^{x+t}$$

dengan nilai awal

$$u(x,0) = e^x, \qquad 0 \le x \le l$$

dan

$$\frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = e^x, \qquad 0 \le x \le l$$

adalah:

$$u(x,t) \cong 1 + t + \frac{1}{2!}t^2 + \frac{1}{3!}t^3 + \cdots + \frac{1}{n!}t^n + x + \frac{1}{2!}x^2 + \cdots + \frac{1}{n!}x^n + xt + \frac{1}{2!}xt^2 + \frac{1}{3!}xt^3 + \cdots + \frac{1}{n!}xt^n + \frac{1}{2!}x^2t + \frac{1}{2!\,2!}x^2t^2 + \frac{1}{2!\,3!}x^2t^3 + \cdots + \frac{1}{n!\,n!}x^nt^n + \cdots$$

4.2 Saran

Penulis menyarankan untuk penelitian selanjutnya dalam menerapkan *differential transform method* tidak hanya mencari solusi dari persamaan yang dicari, tetapi juga dilakukan simulasi perbandingan dengan metode yang lainnya. Selain itu, juga bisa menerapkan *differential transform method* pada penyelesaian persamaan nonlinier.

DAFTAR PUSTAKA

Al-Mahalli, I., & As-Suyuti, I. 2004. Terjemahan Tafsir Jalalain berikut Asbabun Nuzul Jilid 1. Bandung: Sinar Baru Algensindo.

Al-Mahalli, I., & As-Suyuti, I. 2004. Terjemahan Tafsir Jalalain Berikut Asbabun Nuzul Jilid 2. Bandung: Sinar Baru Algensindo.

Aziz, T., Khan, A., & Rashidinia, J. 2005. Spline methods for the solution of fourth-order parabolic partial differential equations. Applied Mathematics and Computation, 167, 153-166.

Benhammouda, B., & Vazquez-Leal, H. 2016. A New Multi-step Technique with Differential Transform Method for Analytical Solution of Some Nonlinear Variable Delay Differential Equations. Br J Math Comput Sci, 1723.

Ikhwanudin. 2013, Mei 15. Fi Zhilalil-Quran (Sayyid Quthb) shared by "Ikhwanudin". Retrieved from Media Fire: https://www.mediafire.com.

Jafari, H., Alipour, M., & Tajadodi, H. 2010. Two-Dimensional Differential Transform Method For Solving Nonlinear Partial Differential Equations. International Journal of Research and Review in Applied Sciences, 47-52.

Jang, M., Chen, C., & Liu, Y. 2001. Two-dimensional differential transform for partial differential equations. Applied Mathematics and Computation, 261-270.

Khan, A., & Sultana, T. 2016. Numerical solution of fourth order parabolic partial differential equation using parametic septic splines. Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 1067-1082.

Soltanalizadeh, B. 2011. Differential transformation method for solving one-space-dimensional telegraph equation. Computational & Applied Mathematics, 639-653.

Soltanalizadeh, B. 2012. Application of Differential Transformation Method for Solving a Fourth-Order Parabolic Partial Differential Equations. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 299-308.

Sudiadi, & Teguh, R. 2015. Metode Numerik. Palembang: STMIK MDP.

Yildirim, A., & Soltanalizadeh, B. 2012. Application of Differential Transformation Method for Numerical Computation of Regularized Long Wave Equation. Z. Naturforsch, 160-166.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Nilai $\boldsymbol{U(k,3)}$, $\boldsymbol{U(k,4)}, \cdots$, di mana $\boldsymbol{k = 0, 1, 2, 3, \cdots}$,.

Jika $h = 1$, maka:

$$U(k, h+2) = \left(\frac{3(1)^{k+h}}{k!\,h!} - 2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4, h)\right)\frac{h!}{(h+2)!}$$

$$U(k, 1+2) = \left(\frac{3(1)^{k+1}}{k!\,1!} - 2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,1)\right)\frac{1!}{(1+2)!}$$

$$U(k, 3) = \left(\frac{3(1)^{k}}{k!} - 2\frac{(k+4)!}{k!}U(k+4,1)\right)\frac{1}{3!}$$

Maka untuk $k = 0,1,2,\cdots$, diperoleh:

$$U(0,3) = \left(\frac{3(1)^{0}}{0!} - 2\frac{(0+4)!}{0!}U(0+4,1)\right)\frac{1}{3!}$$

$$U(0,3) = \left(3 - 2\frac{(4)!}{0!}U(4,1)\right)\frac{1}{3!}$$

$$U(0,3) = \left(3 - 2\frac{(4)!}{0!}\frac{1}{4!}\right)\frac{1}{3!} = \left(3 - \frac{2}{0!}\right)\frac{1}{3!} = \left(\frac{3-2}{0!}\right)\frac{1}{3!} = \frac{1}{3!}$$

$$U(1,3) = \left(\frac{3(1)^{1}}{1!} - 2\frac{(1+4)!}{1!}U(1+4,1)\right)\frac{1}{3!}$$

$$U(1,3) = \left(3 - 2\frac{(5)!}{1!}U(5,1)\right)\frac{1}{3!}$$

$$U(1,3) = \left(3 - 2\frac{(5)!}{1!}\frac{1}{5!}\right)\frac{1}{3!} = \left(3 - \frac{2}{1!}\right)\frac{1}{3!} = \left(\frac{3-2}{1!}\right)\frac{1}{3!} = \frac{1}{3!}$$

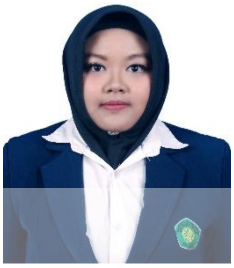
$$U(2,3)=\left(\frac{3(1)^2}{2!}-2\frac{(2+4)!}{2!}U(2+4,1)\right)\frac{1}{3!}$$

$$U(2,3)=\left(\frac{3}{2!}-2\frac{(6)!}{2!}U(6,1)\right)\frac{1}{3!}$$

$$U(2,3)=\left(\frac{3}{2!}-2\frac{(6)!}{2!}\frac{1}{6!}\right)\frac{1}{3!}=\left(\frac{3}{2!}-\frac{2}{2!}\right)\frac{1}{3!}=\left(\frac{3-2}{2!}\right)\frac{1}{3!}=\frac{1}{3!\,2!}$$

$$U(3,3)=\frac{1}{3!\,3!},\qquad U(4,3)=\frac{1}{4!\,3!},\qquad \cdots$$

RIWAYAT HIDUP



Nafi'ul Abroriyyah, perempuan kelahiran Malang pada tanggal 03 November 1994, adalah putri pertama dari empat bersaudara.

Perempuan yang akrab disapa Nafi'ul ini telah mengenyam pendidikan formal mulai dari TK Muslimat 01 Singosari, yang kemudian melanjutkan ke jenjang SD di MI Al-Ma'arif 02 Singosari pada tahun 2001, kemudian pada tahun 2007, tercatat sebagai siswa MTs Al-Ma'arif Singosari. Dan pada tahun 2010 memasuki masa putih abu-abu di MA Al-Ma'arif Singosari, dan lulus pada tahun 2013. Pada tahun 2013, ia melangkah menjadi seorang mahasiswi di salah satu universitas negeri di Malang, UIN Maulana Malik Ibrahim Malang, dengan mengambil jurusan matematika di Fakultas Sains dan Teknologi dan pernah menjadi asisten laboratorium selama dua semester.

Tidak hanya pendidikan formal saja yang ditempuh melainkan pendidikan nonformal ia juga tempuh. Ia mengenyam pendidikan nonformal di Ma'had Dar Al-Hikmah Singosari sejak duduk di bangku SD sampai SMA, dan setelah itu, selama satu tahun, ia mengeyam pendidikan nonformal di Ma'had Sunan Ampel Al-'Aly. Setelah satu tahun berlalu, pada tahun 2014, ia mengabdi sebagai staf pengajar di Madrasah Diniyyah Ma'had Dar Al-Hikmah Singosari sampai sekarang.

Selain itu ia juga menekuni satu bidang kesenian, yaitu seni kaligrafi. Ia mulai belajar seni kaligrafi sejak duduk di bangku SMA. Dan telah meraih beberapa prestasi, salah satunya pada tahun 2015 ia menjadi juara 2 MKQ cabang dekorasi di UM Malang tingkat Nasional pada acara Yaumul Khot.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Nafi'ul Abroriyyah
NIM : 13610038
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Analisis *Differential Transform Method* pada Penyelesaian Persamaan Diferensial Parsial Parabolik Orde Empat
Pembimbing I : Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si
Pembimbing II : Dr. Ahmad Barizi, M.A

No	Tanggal	Hal	TandaTangan
1.	19 April 2017	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	23 April 2018	Konsultasi Bab I, Bab II dan Bab III	2.
3.	24 April 2018	Konsultasi Kajian Keagamaan Bab I dan Bab II	3.
4.	27 April 2018	Revisi Kajian Keagamaan Bab I dan Bab II	4.
5.	29 Agustus 2018	Konsultasi Bab III	5.
6.	30 Agustus 2018	Konsultasi Kajian Keagamaan	6.
7.	26 Desember 2019	Konsultasi Bab I, Bab II, Bab III, Bab IV, dan abstrak	7.
8.	16 Januari 2020	ACC Kajian Keagamaan	8.
9.	16 Januari 2020	ACC Keseluruhan	9.

Malang, 16 Januari 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001