

**REGRESI BINOMIAL NEGATIF PADA KASUS TUBERKOLOSIS
PROVINSI JAWA TIMUR MENGGUNAKAN ESTIMATOR SPLINE
TRUNCATED**

SKRIPSI

**OLEH
ILMIATUL MUHIBAH
NIM. 16610010**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020**

**REGRESI BINOMIAL NEGATIF PADA KASUS TUBERKOLOSIS
PROVINSI JAWA TIMUR MENGGUNAKAN ESTIMATOR SPLINE
TRUNCATED**

SKRIPSI

**Diajukan kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
ILMIATUL MUHIBAH
NIM. 16610010**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020**

**REGRESI BINOMIAL NEGATIF PADA KASUS TUBERKOLOSIS
PROVINSI JAWA TIMUR MENGGUNAKAN ESTIMATOR SPLINE
TRUNCATED**

SKRIPSI

Oleh
ILMIATUL MUHIBAH
NIM. 16610010

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 15 Mei 2020

Pembimbing I,



Ria Dhea Layla N.K, M.Si
NIDT. 19900709 20180201 2 228

Pembimbing II,



Dr. Hairur Rahman, M.Si
NIP. 19800429 200604 1 003

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

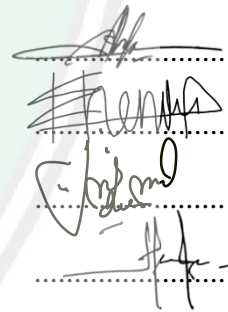
**REGRESI BINOMIAL NEGATIF PADA KASUS TUBERKOLOSIS
PROVINSI JAWA TIMUR MENGGUNAKAN ESTIMATOR SPLINE
TRUNCATED**

SKRIPSI

Oleh
ILMIATUL MUHIBAH
NIM. 16610010

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
Dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu
Persyaratan Untuk Memperoleh Gelar Sarjana
Matematika (S.Mat) Tanggal 15 Mei 2020

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si
Ketua Penguji : Heni Widayani, M.Si
Sekertaris Penguji : Ria Dhea Layla N.K, M.Si
Anggota Penguji : Dr. Hairur Rahman, M.Si



Mengesahkan,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Ilmiatul Muhibah
NIM : 16610010
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Regresi Binomial Negatif Pada Kasus Tuberkolosis
Provinsi Jawa Timur Menggunakan Estimator
Spline Truncated

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 10 Mei 2020
Yang membuat pernyataan,



Ilmiatul Muhibah
NIM. 16610010

MOTO

“Ikhtiar dengan cara yang benar dan tawakal dengan cara yang baik”

dan

وَأَنْ لَّيْسَ لِلْإِنْسَانِ إِلَّا مَا سَعَىٰ

“Dan bahwasanya seorang manusia tiada memperoleh selain apa yang telah diusahakannya”(Q.S An-Najm; 39)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ibunda Suliati, Ayahanda Sukirnu, serta kakak tersayang Lailatus Sholikhah dan keponakan Wahyu Bagus Kholidil Adha. Semua keluarga besar yang telah mendukung setiap langkah penulis dan yang selalu memberikan semangat.



KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarokatuh

Segala puji bagi Allah SWT atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini yang merupakan salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis telah mendapatkan banyak bimbingan serta arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terimakasih kepada:

1. Prof. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku Rektor Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi dan berbagi ilmu serta pemahaman kepada penulis.
5. Dr. Hairur Rahman, M.Si, selaku Dosen Pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi serta berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap civitas akademik Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen atass bimbingannya.

7. Segenap keluarga terutama Ayah dan Ibu serta kakak yang selalu memberikan do'a, dukungan, serta motivasi kepada penulis.
8. Teman-teman seperjuangan Jurusan Matematika angkatan 2016 yang telah memberikan masukan serta motivasi selama pengerjaan skripsi ini.
9. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik secara langsung maupun tidak langsung.

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat mengharapkan saran dan kritik yang bersifat membangun kepada setiap pembaca skripsi ini agar dapat menyempurnakan skripsi ini. Semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi semua pihak yang membacanya.

Wassalamualaikum Warahmatullahi Wabarokatuh

Malang, Maret 2020

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xvi
ABSTRAK	xvii
ABSTRACT	xviii
ملخص	xix
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Manfaat Penelitian	7
1.5 Batasan Masalah	7
1.6 Sistematika Penulisan	8
 BAB II KAJIAN TEORI	
2.1 Distribusi Binomial Negatif.....	9
2.2 Regresi Binomial Negatif	11
2.3 Estimator <i>Spline Truncated</i> Multiprediktor.....	14
2.4 <i>Maximum Likelihood</i> Estimator.....	15
2.5 Metode <i>Newton Raphson</i>	16
2.6 <i>Maximum Likelihood Cross Validation</i> (MLCV).....	17
2.7 Kriteria Kesesuaian Model	18
2.8 Tuberkolosis dan Faktor-Faktor yang Berpengaruh.....	19
 BAB III METODE PENELITIAN	
3.1 Pendekatan Penelitian	22

3.2	Sumber Data	22
3.3	Identifikasi Variabel	22
3.4	Langkah-langkah	23
3.4.1	Estimasi Regresi Nonparametrik Binomial Negatif Menggunakan Estimator <i>Spline Truncated</i>	23
3.4.2	Pemodelan regresi nonparametrik binomial negatif berdasarkan estimator <i>Spline Truncated</i> pada data Tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur.....	24
3.4.3	FLOWCHART.....	24

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Estimasi Regresi Binomial Negatif Menggunakan Estimator <i>Spline Truncated</i>	26
4.2	Pemodelan Regresi Binomial Negatif Menggunakan Estimator <i>Spline Truncated</i> pada Data Tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur	34

BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan	43
5.2	Saran	44

DAFTAR PUSTAKA	46
-----------------------------	-----------

LAMPIRAN

- Lampiran 1
- Lampiran 2
- Lampiran 3
- Lampiran 4
- Lampiran 5

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Variabel penelitian	22
Tabel 4.1	Statistik Deskriptif	34
Tabel 4.2	Pemilihan Jumlah Knot Optimum pada variabel X	37
Tabel 4.3	Nilai Parameter	38
Tabel 4.4	Kriteria Kesesuaian Model	39
Tabel 4.5	Hasil estimasi Model regresi.....	40



DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1	Flowchart.....	25
Gambar 4.1	Hasil <i>likelihood ratio test</i>	35
Gambar 4.2	<i>Scatterplot</i> Antara Variabel Respon dengan Variabel Prediktor	36
Gambar 4.3	Plot Observasi dan Estimasi.....	41



DAFTAR SIMBOL

y_i	: Data variabel respon ke-i
x_i	: Data variabel prediktor ke-i
e	: Exponensial
μ	: Rata-rata
α	: Parameter dispersi
β	: nilai konstanta riil
H_0	: Hipotesis awal
H_1	: Hipotesis alternatif
α	: Taraf Signifikan
LR	: Uji <i>Likelihood Ratio</i>
τ_{jk}	: Titik knot ke-jk
$L(\beta, \alpha)$: Fungsi <i>Likelihood</i>
$\ell(\beta, \alpha)$: Fungsi <i>log-Likelihood</i>
ℓ_P	: <i>log-likelihood Poisson</i>
ℓ_{NB}	: <i>log-likelihood Negative Binomial</i>
χ^2	: <i>Chi-Square</i>
d	: Turunan biasa
∂	: Turunan partial
\mathbf{g}	: Vektor Gradient
\mathbf{H}	: Matriks Hessian
ψ	: Fungsi Log-Gamma
ψ'	: Turunan Pertama Fungsi Log-Gamma
D	: <i>Deviance</i>

D_{NB} : *Deviance* pada regresi binomial negatif

\hat{y} : *y* estimasi



DAFTAR LAMPIRAN

- Lampiran 1** Data Banyaknya Kasus Tuberkolosis dengan Variabel Prediktor yang berpengaruh di Provinsi Jawa Timur Tahun 2018
- Lampiran 2** *Output Likelihood Ratio Test*
- Lampiran 3** *Output Parameter Smoothing Optimum dengan Kriteria MLCV*
- Lampiran 4** *Output Estimasi Model Regresi Binomial Negatif Menggunakan Estimator Spline Truncated*
- Lampiran 5** Tabel *Chi-Square*



ABSTRAK

Muhibah, Ilmiatul. 2020. **Regresi Binomial Negatif Pada Kasus Tuberkolosis Provinsi Jawa Timur Menggunakan Estimator *Spline Truncated***. Tugas akhir/skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ria Dhea Layla N.K, M.Si (II) Dr. Hairur Rahman, M.Si.

Kata Kunci: *Overdispersion*, Binomial Negatif, Tuberkolosis, MLCV

Overdispersion adalah salah satu penyebab kesalahan pada inferensi parameter karena nilai variansi lebih besar daripada nilai mean. Regresi binomial negatif dapat digunakan untuk mengatasi adanya *overdispersion* dengan menggunakan estimator *spline truncated*. Estimator *spline truncated* adalah fungsi polinomial tersegmen yang memiliki fleksibilitas baik karena adanya titik-titik knot. Pemilihan parameter *smoothing* optimum berdasarkan kriteria MLCV maksimum. Pada regresi binomial negatif menggunakan estimator *spline truncated* ini akan menghasilkan parameter. Namun, parameter tersebut berbentuk persamaan non linier, sehingga harus dilakukan pendekatan untuk mengetahui nilai parameternya. Pendekatan dilakukan dengan menggunakan metode *newton raphson*. Tujuan dari penelitian ini adalah mencari estimasi parameter serta model regresi binomial negatif menggunakan estimator *spline truncated*. Data yang digunakan adalah banyaknya kasus tuberkolosis di provinsi jawa timur tahun 2018 dengan faktor yang memengaruhinya adalah banyaknya rumah ber-PHBS dan banyaknya tempat umum yang sehat. Model regresi yang diperoleh adalah $\hat{y} = \exp(2,3532165 + 0,000154x_1 + 0,015962x_2)$ dengan titik knotnya adalah 9875, 960 dan 1452. Nilai MLCV maksimum yang diperoleh adalah -224.384. Kriteria kesesuaian model yang digunakan adalah uji statistik *deviance* dengan nilai p-value sebesar $0.99 > \text{nilai } \alpha$, sehingga disimpulkan model telah sesuai.

ABSTRACT

Muhibah, Ilmiatul. 2020. **Negative Binomial Regression in Tuberculosis Cases in East Java Province Using a Spline Estimator**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) Ria Dhea Layla N.K, M.Si (II) Dr. Hairur Rahman, M.Si.

Keywords: Overdispersion, Negatif Binomial, Tuberculosis, MLCV

Overdispersion is one of the causes of errors in parameter inference because the variance value is greater than the mean value. A negative binomial regression can be used to overcome overdispersion by using the spline truncated estimator. The spline truncated estimator is a segmented polynomial function that has good flexibility due to knots. The selection of optimum smoothing parameters is based on the maximum MLCV criteria. A negative binomial regression using the spline truncated estimator produced parameters. However, these parameters are in the form of non-linear equations, so an approach must be made to determine the value of the parameter. The approach is carried out using Newton Raphson method. The purpose of this research is to find the parameter estimations and negative binomial regression models using the truncated spline estimator. The data used is the number of cases of tuberculosis in East Java Province in 2018 with the influencing factors are the number of PHBS houses and the number of healthy public places. The regression model obtained is $\hat{y} = \exp(2,3532165 + 0,000154x_1 + 0,015962x_2)$ with the knots are 9875, 960, and 1452. The obtained maximum MLCV value is -224.384. The suitability criteria of the model used is the statistical test deviance with a p-value of $0.99 > \alpha$, so that the model is concluded to be appropriate.

ملخص

مجه , علمية , ٢٠٢٠ . الانحدار السلبي ذو الحدين في حالات السل في مقاطعة جاوا الشرقية باستخدام مقدر `spline truncated`. المشروع / البحث الاخير. قسم الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية في مالانغ. المشرف: (١) ريا ديا ليلان.ك ، ماجستير (٢) الدكتور. هيور الرحمن ، ماجستير .

الكلمات المفتاحية: التشتت المفرط ، السليبات ذات الحدين ، السل ، MLCV

التشتت الزائد هو أحد أسباب الخطأ في استدلال المعلمة لأن قيمة التباين أكبر من متوسط القيمة. يمكن استخدام الانحدار السلبي ذي الحدين للتغلب على التشتت المفرط باستخدام مقدر `spline truncated`. `spline truncated` هو عبارة عن دالة متعددة الحدود مجزأة ذات مرونة جيدة بسبب العقد. يعتمد اختيار معلمات التنعيم المثلى على معايير MLCV القصوى. في الانحدار السلبي ذي الحدين باستخدام `spline truncated` ، سينتج هذا معلمات. و لكن هذه المعلمات في شكل معادلات غير خطية ، لذلك يجب اتباع نهج لتحديد قيمة المعلمة. يتم تنفيذ النهج باستخدام طريقة نيوتن رافسون (Newton Raphson). الغرض من هذه الدراسة هو البحث عن تقديرات المعلمات ونماذج الانحدار السلبية ذات الحدين باستخدام مقدر `spline truncated`. البيانات المستخدمة هي عدد حالات السل في مقاطعة جاوي الشرقية في عام ٢٠١٨ مع العوامل التي تؤثر عليها هي عدد المنازل التي تتصرف بشكل نظيف وتعيش بصحة جيدة وعدد الأماكن العامة الصحية. نموذج الانحدار الذي تم الحصول عليه ه

$$\hat{y} = \exp(7.4764982 + 0.0044338x_1 - 20.229018 + 2.1630068x_2)$$

٥٧٨٩ و ٩٦. و ٢٤٥١ الحد الأقصى لقيمة MLCV التي تم الحصول عليها هي -٤٨٣.٤٢٢. معايير ملاءمة النموذج المستخدم هي الاختبار الانحراف الإحصائي بقيمة $\alpha < 0.99$ ، بحيث يتم استنتاج النموذج على أنه مناسب.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Tuberkolosis adalah salah satu penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri yang berbentuk batang yang disebut *Mycrobacterium Tuberculosis*, dimana penyakit ini adalah penyakit yang menjadi masalah besar bagi Indonesia (Dinas Kesehatan, 2016). Kementerian Kesehatan RI (2017) menjelaskan bahwa tuberkolosis merupakan salah satu contoh kasus yang penyebarannya tidak merata antar daerah. Provinsi Jawa Timur berada di urutan kedua di Indonesia dalam jumlah penderita tuberkolosis ini. Mayoritas penduduk penderita tuberkolosis ini berada pada usia produktif, sehingga dengan sembuh serta tuntasnya tuberkolosis ini menyebabkan meningkatnya produktifitas kehidupannya serta dapat hidup secara normal. Program penanggulangan tuberkolosis ini dilakukan dengan kegiatan promosi pencegahan, serta kegiatan mendeteksi dini. Jumlah kasus TB di Provinsi Jawa Timur sebanyak 54.811 kasus yang terdiri dari beberapa kabupaten atau kota dengan sebaran yang berbeda-beda (Dinas Kesehatan, 2016). Helper Sahat P Manalu (2010) menjelaskan bahwa terdapat faktor-faktor yang memengaruhi penekanan tuberkolosis ini, diantaranya adalah faktor sarana dan faktor penderita serta lingkungannya. Pada faktor sarana dijelaskan bahwa tersedianya obat yang cukup untuk pengobatan tuberkolosis ini. Sedangkan pada faktor penderita dan lingkungannya adalah dengan menjaga kebersihan diri serta lingkungan dengan tidak membuang dahak sembarangan, apabila batuk menutup mulut, lebih banyak mendapatkan sinar matahari.

Kebersihan adalah sebagian dari iman adalah salah satu hadist yang menjelaskan bahwa kebersihan merupakan hal penting untuk dijaga. Sehingga

kebersihan adalah hal yang utama yang perlu diperhatikan agar terhindar dari berbagai penyakit. Al-quran surat Al-Mutdatsir ayat 4-5 yang berbunyi

وَتِيَابَكَ فَطَهِّرْ (٤) وَالرُّجْزَ فَاهْجُرْ (٥)

“Dan pakaianmu bersihkanlah, dan perbuatan dosa tinggalkanlah.”

Berdasarkan ayat tersebut disebutkan bahwa harus membersihkan pakaian, pakaian bukan hanya pakaian yang dipakai untuk menutupi badan melainkan sesuatu yang perlu dibersihkan seperti lingkungan dan tempat-tempat lainnya. Selain ayat alquran tersebut, terdapat beberapa hadist yang mendukung bahwa kebersihan haruslah dijaga. Hadist tersebut diantaranya yaitu:

تَنْظِفُوا بِكُلِّ مَا اسْتَطَعْتُمْ فَإِنَّ اللَّهَ تَعَالَى بَنَى الْإِسْلَامَ عَلَى النَّظَافَةِ وَلَنْ يَدْخُلَ الْجَنَّةَ إِلَّا
كُلُّ نَظِيفٍ

“Bersihkanlah segala sesuatu semampu kamu. Sesungguhnya Allah membangun islam ini atas dasar kebersihan dan tidak akan masuk surga kecuali setiap yang bersih” (HR Ath-Thabrani).

Berdasarkan hadist diatas dapat diketahui bahwa Allah mencintai kebersihan. Oleh karena itu, menjaga kebersihan merupakan salah satu cara untuk menjauhkan diri dari segala penyakit. Telah diketahui bahwa penyakit datang berasal dari sesuatu yang tidak bersih. Hal ini sesuai dengan faktor yang menyebabkan penyakit tuberkolosis tersebut dapat menyebar melalui rendahnya kebersihan rumah dan lain-lainnya. Oleh karena itu, berperilaku hidup bersih dan sehat dapat menekan penularan penyakit tuberkolosis.

Pemodelan hubungan antara kasus tuberkolosis dan faktor-faktornya dapat dianalisa dengan analisis regresi Poisson. Beberapa penggunaan regresi Poisson dilakukan dengan menggunakan data diskrit, yaitu sebuah model yang

menganalisis hubungan antara variabel respon yang berdistribusi poisson dengan variabel prediktor yang lain (Mc Cullagh dan Nelder, 1989). Asumsi regresi poisson yang harus dipenuhi pada variabel respon tipe diskrit ini adalah asumsi *equidispersion* yaitu nilai rata-rata harus sama dengan nilai variannya. Akan tetapi, dalam pengaplikasiannya banyak ditemukan kasus yang nilai variansi data diskritnya lebih besar daripada nilai rata-ratanya atau biasa disebut *overdispersion* (Mc Cullagh dan Nelder, 1989). Kejadian *overdispersion* tersebut mengakibatkan nilai variansi pada pendugaan regresi poisson lebih kecil dari nilai variansi sebenarnya, sehingga menimbulkan kesalahan pada inferensi parameternya (Astuti dan Yanagawa, 2002). Kasus *overdispersion* tersebut dapat diatasi dengan regresi poisson atau *Generalized Poisson Regression* dan regresi binomial negatif. Hal ini dikarenakan kedua metode tersebut tidak menggunakan asumsi kesamaan nilai rata-rata dengan variansi datanya.

Famoye, dkk (2004) meneliti tentang regresi *Generalized Poisson Regression* mengenai pemodelan data jumlah terjadinya kecelakaan pada pengendara yang berusia lanjut. Menurut Famoye, untuk memodelkan dispersi yang berlebih menggunakan dua model untuk memodelkan datanya yaitu dengan GPR dan NBR, akan tetapi pada penelitian ini diambil kesimpulan bahwa model GPR yang lebih fleksibel, karena model dari keduanya hampir sama dan apabila jenis dispersi tidak diketahui, maka yang digunakan adalah model GPR.

Model regresi untuk data diskrit pada penelitian sebelumnya merupakan model regresi pada regresi parametrik dengan mengasumsikan bahwa kurva dari variabel respon dan variabel prediktor mengikuti bentuk kurvanya tertentu. Akan tetapi, terdapat banyak hubungan antara variabel respon berupa data diskrit dan

prediktor yang belum jelas pola datanya. Namun, masalah tersebut dapat diatasi dengan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik. Regresi nonparametrik ini mengestimasi model regresi dengan teknik *smoothing* sehingga hasilnya lebih sesuai dengan pola datanya. Estimator yang digunakan pada regresi nonparametrik adalah estimator kernel, lokal linier, polinomial lokal, *spline truncated*, dan *deret fourier*. Estimator *spline truncated* adalah estimator regresi nonparametrik yang dapat mengakomodasi data dengan pola yang tak beraturan dan perilakunya berubah pada titik tertentu. *Spline truncated* adalah fungsi polinomial yang bersegmen sehingga menghasilkan fleksibilitas model yang lebih baik jika dibandingkan dengan polinomial biasa (Eubank, 1999). *Spline truncated* memiliki tingkat fleksibilitas yang tinggi sehingga estimasi model yang didapatkan mengikuti pola data yang sebenarnya, hal ini disebabkan adanya titik knot pada estimator ini (Budiantara, 2011).

Memilih titik knot yang optimum sama halnya dengan memilih seorang pemimpin yang baik, sebagaimana dalam al-quran surat An-nisa ayat 144 yang berbunyi:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لَا تَتَّخِذُوا الْكَافِرِينَ أَوْلِيَاءَ مِنْ دُونِ الْمُؤْمِنِينَ أُرِيدُونَ أَنْ تَجْعَلُوا لِلَّهِ عَلَيْكُمْ سُلْطَانًا مُبِينًا

“Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu mengambil orang-orang kafir menjadi WALI (pemimpin) dengan meninggalkan orang-orang mukmin. Apakah kami ingin mengadakan alasan yang nyata bagi Allah (untuk menyiksamu)?”

Berdasarkan tafsir ayat diatas, Allah menganjurkan untuk memilih seorang pemimpin yang beriman, karena orang yang beriman adalah sebaik-baiknya umat. Begitu juga untuk memilih titik knot dengan estimator *spline truncated* yang terbaik sangatlah dianjurkan karena ayat tersebut menjelaskan bahwa seluruh manusia diusahakan untuk memilih segala sesuatu yang terbaik dan meninggalkan

sesuatu yang buruk. Diantara pemilihan titik pada estimator *spline truncated* yang akan diperoleh, pasti akan ada titik yang terbaik untuk menghasilkan model regresi yang terbaik.

Young, dkk (2005) meneliti mengenai pemodelan hubungan antara status sosial ekonomi dengan angka kematian dengan menggunakan estimator *spline* pada regresi poisson. Penelitian ini menggunakan estimator *spline* dengan pemulusan serta ditambahkan struktur model pada regresi hirarki bayesian poisson dan ditambah metode rantai *markov monte carlo* agar model regresi poisson hirarki semakin sesuai akan tetapi untuk melakukan analisis sensitivitas harus menggunakan struktur kovariat sebelumnya dengan tingkat kepercayaan yang berbeda. Peneliti lain yaitu Astuti (2013) mengenai model regresi nonparametrik poisson pada data diskrit menggunakan estimator polinomial lokal. Estimator untuk fungsi regresi disebut estimator lokal maximum likelihood pada distribusi poisson. Model ini bekerja dengan baik untuk meluruskan pola pada jumlah kematian berdasarkan usia. *Overdispersion* terjadi apabila persebaran objek penelitian tidak merata antar sampel dalam satu populasi. Kelebihan dari pemodelan dengan estimator polinomial lokal adalah konstruksi interval kepercayaan yang baik. Penelitian lainnya dilakukan oleh Anggraeni (2018) mengenai model regresi nonparametrik *Spline Truncated* pada jumlah kasus tuberkolosis di provinsi Bali pada tahun 2016. Pada penelitian ini hanya menggunakan beberapa sampel data untuk memodelkan jumlah kasus tuberkolosis dalam beberapa daerah tertentu saja. Estimator *spline* ini sangat fleksibel jika dibandingkan dengan model polinomial biasa sehingga dapat menyesuaikan

model secara lebih efektif terhadap karakteristik lokal suatu fungsi data atau fungsi regresi tersebut sesuai dengan data.

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan diatas, dapat diketahui bahwa belum ada penelitian yang dilakukan untuk mengatasi *overdispersion* pada data diskrit yang variabel prediktornya lebih dari satu dan menggunakan estimator *spline truncated* pada regresi nonparametrik binomial negatif. Hal ini menarik peneliti melakukan penelitian dengan tujuan mengestimasi regresi nonparametrik binomial negatif dengan menggunakan estimator *spline truncated*. Pengestimasi model tersebut akan diterapkan pada data tuberkulosis di Provinsi Jawa Timur tahun 2018.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan paparan latar belakang diatas, maka rumusan masalah yang akan dibahas adalah:

1. Bagaimana estimasi regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated*?
2. Bagaimana model regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated* pada data Tuberkulosis di Provinsi Jawa Timur?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan latar belakang dan rumusan masalah tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mendapatkan estimasi parameter regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated*.

2. Mendapatkan model regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated* pada data Tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diharapkan dari penelitian ini yakni:

1. Menambah pengetahuan dan wawasan tentang estimasi parameter regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated*.
2. Menambah pengetahuan tentang model regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated* pada data Tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur.
3. Sebagai tambahan bahan literatur untuk kajian atau penelitian selanjutnya.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam penelitian ini yakni:

1. Pendekatan yang dilakukan hanya menggunakan estimator *Spline Truncated* pada orde satu atau linier.
2. Penelitian ini diaplikasikan pada kasus tuberkolosis di Jawa Timur tahun 2018 dengan variabel yang digunakan adalah banyaknya penderita tuberkolosis di Jawa Timur tahun 2018 (Y), banyaknya rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (X_1), banyaknya tempat umum memenuhi syarat kesehatan menurut Kabupaten/Kota (X_2).

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Teori

Pada bab ini akan dibahas mengenai teori-teori yang digunakan sebagai acuan dalam pembahasan masalah yang diambil dari berbagai literatur.

Bab III Metode Penelitian

Pada bab ini berisi tentang pendekatan penelitian, sumber data, identifikasi variabel serta langkah-langkah yang digunakan.

Bab IV Pembahasan

Bab ini merupakan bab inti dari penulisan yang berisi tentang pembahasan penelitian serta hasil dari penelitian tersebut.

Bab V Penutup

Bab ini berisi tentang kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan dan penelitian yang telah dilakukan.

Daftar Pustaka

Lampiran

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Distribusi Binomial Negatif

Boswell dan Patil (1970) menjelaskan bahwa distribusi binomial negatif merupakan distribusi dari data diskrit yang dilakukan dengan berbagai macam cara pendekatan yang dapat didekati dengan sebagai barisan Bernauli, campuran Poisson-gamma, dan lain-lain. Campuran distribusi Poisson-gamma merupakan salah satu pendekatan yang umum digunakan dalam distribusi binomial negatif. Bentuk umum fungsi probabilitas distribusi binomial negatif adalah

$$f(y_i, \mu, \alpha) = \begin{cases} \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\alpha})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{\alpha})} \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right)^{y_i}, & y_i = 0, 1, 2, \dots \\ 0, & \text{untuk selainnya} \end{cases} \quad (2.1)$$

dengan $\alpha > 0$ dan $\mu > 0$. μ adalah parameter lokasi dan α adalah parameter dispersi.

Hilbe (2011) menjelaskan bahwa distribusi dari Y masuk dalam anggota keluarga eksponensial apabila memiliki fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$f(y; \theta; \phi) = \exp \left\{ \frac{y\theta - b(\theta)}{\alpha(\phi)} + c(y; \phi) \right\} \quad (2.2)$$

dengan θ merupakan parameter kanonik yaitu parameter yang bentuknya menyesuaikan dengan fungsi penghubung dari variabel respon Y , $\alpha(\phi)$ merupakan parameter skala, $b(\theta)$ merupakan fungsi unit kumulan yang dapat digunakan untuk menghitung momen dari Y dan $b(\theta)$ adalah fungsi dalam μ karena θ merupakan fungsi dalam μ . Apabila distribusi Y merupakan anggota keluarga eksponensial, maka dapat diidentifikasi nilai rata-rata dan variansinya. Rata-rata didapat dari hasil turunan pertama dari $b(\theta)$ atau $E(y) = b'(\theta)$ dan

nilai *variance* diperoleh dari hasil turunan kedua dari $b(\theta)$ atau $Var(y) = b''(\theta) \cdot \alpha(\phi)$.

Hilbe (2011) menyatakan bahwa distribusi binomial negatif merupakan keluarga eksponensial. Berdasarkan persamaan (2.1) dan (2.2) didapatkan bukti sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 f(y; \mu; \alpha) &= \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right)}{y_i! \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right)^{y_i} \\
 &= \exp\left(\ln\left(\frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right)}{y_i! \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right)^{y_i}\right)\right) \\
 &= \exp\left(\ln\left(\frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{\alpha}\right)}{y! \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}\right) + \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right)\right. \\
 &\quad \left.+ y \ln\left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right)\right) \\
 &= \exp\left(\frac{y \ln\left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right) + \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right)}{1}\right) \\
 &\quad \left.+ \ln\left(\frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{\alpha}\right)}{y! \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}\right)\right) \tag{2.3}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan (2.3) tersebut, diperoleh parameter kanoniknya adalah $\theta = \ln\left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right)$, parameter skala $\alpha(\phi) = 1$, fungsi kumulannya adalah $b(\phi) = -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right)$, $c(y; \phi) = \ln\left(\frac{\Gamma\left(y + \frac{1}{\alpha}\right)}{y! \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}\right)$

Berdasarkan persamaan (2.3) terbukti benar bahwa distribusi binomial negatif bagian dari keluarga eksponensial. Sehingga diperoleh nilai harapan distribusi binomial negatif adalah μ dan nilai variansinya adalah $\mu + \alpha$. Hilbe (2011) juga menjelaskan bahwa selain parameter kanonik, parameter skala, dan fungsi unit kumulan, terdapat pula parameter dispersi (α) yaitu parameter yang digunakan untuk mengatasi masalah *overdispersion* yang diperoleh dengan melakukan pengujian *Likelihood Ratio*, dengan hipotesisnya adalah:

$$H_0 : \alpha = 0$$

$$H_1 : \alpha > 0$$

Statistik uji pada *Likelihood Ratio* adalah sebagai berikut:

$$LR = -2 (\ell_P - \ell_{NB}) \quad (2.4)$$

dengan ℓ_P adalah nilai *log-likelihood* pada regresi Poisson dan ℓ_{NB} adalah nilai *log-likelihood* pada regresi Binomial Negatif. Kriteria keputusan yang diambil adalah apabila nilai $LR > \chi^2_{(\alpha,1)}$ atau nilai *p-value* $< \alpha$.

2.2 Regresi Binomial Negatif

Regresi binomial negatif adalah salah satu dari berbagai macam pendekatan yang digunakan untuk mengatasi variabel pada data diskrit yang mengalami *overdispersion*. *Overdispersion* terjadi apabila nilai variansinya lebih besar daripada nilai rata-ratanya (Mc Cullagh dan Nelder, 1989). Selain menggunakan regresi binomial negatif, terdapat regresi Poisson yang lebih umum digunakan untuk mengatasi masalah *overdispersion* tersebut. Penggunaan regresi Poisson pada kasus *overdispersion* menyebabkan kesalahan pada inferensi parameternya (Astuti dan Yanagawa, 2002). Regresi binomial negatif lebih fleksibel dan baik

karena pada regresi binomial negatif tidak menggunakan syarat asumsi tertentu untuk analisisnya. Sehingga, model distribusi campuran Poisson-Gamma pada regresi binomial negatif ini adalah sebagai berikut:

$$f(y_i|x_i) = \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\alpha})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{\alpha})} \left(\frac{1}{1 + \alpha\mu(x_i)} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha\mu(x_i)}{1 + \alpha\mu(x_i)} \right)^{y_i}, \alpha \geq 0, y_i = 0, 1, \dots \quad (2.5)$$

Berdasarkan persamaan (2.3) diketahui bahwa parameter kanonik dari distribusi binomial negatif adalah $\theta = \ln\left(\frac{\alpha\mu}{1+\alpha\mu}\right)$. Jika dimisalkan $g(\mu)$ fungsi dari parameter kanonik, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} g(\mu) = \theta &= \ln\left(\frac{\alpha\mu}{1 + \alpha\mu}\right) \\ &= -\ln\left(\frac{1 + \alpha\mu}{\alpha\mu}\right) \\ &= -\ln\left(\frac{1}{\alpha\mu} + 1\right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Berdasarkan persamaan (2.6), θ dapat diubah bentuknya menjadi berikut ini:

$$\begin{aligned} \theta &= -\ln\left(\frac{1}{\alpha\mu} + 1\right) \\ e^{-\theta} &= \frac{1}{\alpha\mu} + 1 \\ e^{-\theta} - 1 &= \frac{1}{\alpha\mu} \\ 1 &= \alpha\mu(e^{-\theta} - 1) \\ \mu &= \frac{1}{\alpha(e^{-\theta} - 1)} \\ \mu &= \left(\alpha(e^{-\theta} - 1)\right)^{-1} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Sehingga diperoleh hasil pensubstitusiannya adalah sebagai berikut:

$$g^{-1}(\theta) = \mu$$

$$g^{-1}(\mu) = \left(\alpha(e^{-\theta} - 1)\right)^{-1}$$

Maka, fungsi kumulatif yang sesuai dengan persamaan (2.3) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 b(\theta) &= -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right) \\
 &= \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1 + \alpha\mu}{1}\right) \\
 &= \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha\mu)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

dari persamaan (2.7) dan (2.8) maka dapat diperoleh nilai rata-rata dari distribusi binomial negatif tersebut adalah:

$$\begin{aligned}
 b(\theta) &= -\frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{1 + \alpha\mu}\right) \\
 &= \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1 + \alpha\mu}{1}\right) \\
 &= \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha\mu)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Jika $\mu = (\alpha(e^{-\theta} - 1))^{-1}$, maka

$$\mu^{-1} = (\alpha e^{-\theta} - 1)$$

$$\alpha e^{-\theta} = \mu^{-1} + \alpha$$

Sehingga, persamaan (2.9) dapat diubah menjadi:

$$\begin{aligned}
 b'(\theta) &= \frac{1}{1 + \alpha\mu} (\mu^{-1} + \alpha - \alpha)^{-2} (\mu^{-1} + \alpha) \\
 &= \frac{1}{1 + \alpha\mu} \mu^2 (\mu^{-1} + \alpha) \\
 &= \frac{1}{1 + \alpha\mu} \mu (1 + \alpha\mu) \\
 &= \mu
 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai $b'(\theta) = \mu$, maka diperoleh nilai harapan dari y_i adalah:

$$E(y_i|x_i) = \mu(x_i) = s(x_i) \quad (2.10)$$

dengan y_i adalah variabel acak dari data diskrit yang bernilai positif sehingga menghasilkan nilai harapan yang juga bernilai positif. Akan tetapi, hal tersebut kurang sesuai karena nilai i pada persamaan (2.10) berada pada interval $(-\infty, \infty)$. Permasalahan tersebut dapat diatasi menggunakan fungsi penghubung antara μ dan $s(x_i)$ yaitu logaritma atau yang biasa disebut *log link* pada binomial negatif (Hilbe, 2011). Bentuk logaritma binomial negatif dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\ln(\mu(x_i)) = s(x_i) \quad (2.11)$$

Model binomial negatif menggunakan fungsi penghubung yang akan terdefinisi pada interval $(0, \infty)$ dan interpretasi parameternya menjadi lebih mudah. Berdasarkan persamaan (2.11) maka diperoleh nilai rata-rata sebagai berikut:

$$\mu(x_i) = \exp(s(x_i)) \quad (2.12)$$

dengan $s(x_i)$ adalah fungsi regresi pada regresi parametrik yang didefinisikan sebagai $x_i\beta$ (Hilbe, 2011).

2.3 Estimator *Spline Truncated* Multiprediktor

Spline truncated adalah potongan-potongan polinomial dengan segmen polinomial berbeda yang digabungkan dengan knot-knotnya. *Spline truncated* merupakan estimator yang berfungsi untuk mengestimasi fungsi $s(x_i)$ dalam regresi nonparametrik. Sifat segmen memberikan fleksibilitas lebih baik dibandingkan dengan polinomial biasa dan dapat menyesuaikan terhadap karakteristik dari data tersebut. Fungsi *spline truncated* satu variabel dengan

dengan orde (q) dengan titik-titik knotnya adalah $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_m$ yang dinyatakan sebagai berikut:

$$s(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_q x_i^q + \sum_{k=1}^m \beta_{q+k} (x_i - \tau_k)_+^q \quad (2.13)$$

dengan

$$(x - \tau_k)_+^q = \begin{cases} (x - \tau_k)^q, & x \geq \tau_k \\ 0, & x < \tau_k \end{cases} \quad (2.14)$$

dan β adalah nilai konstanta riil (Eubank, 1999).

Berdasarkan persamaan (2.13) dapat dilakukan perluasan persamaan untuk *spline truncated* pada multiprediktor adalah sebagai berikut:

$$s(x_i) = \sum_{j=1}^p \left(\sum_{l=0}^p \beta_{lj} x_{ji}^l + \sum_{k=1}^m \beta_{(q+k)j} (x_{ji} - \tau_{jk})_+^q \right) \quad (2.15)$$

Fungsi *spline truncated* multiprediktor dengan m titik knot berdasarkan persamaan (2.15) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$s(x_i) = \sum_{j=1}^p \left(\beta_{0j} + \beta_{1j} x_{ji} + \sum_{k=1}^{m_j} \beta_{(1+k)j} (x_{ji} - \tau_{jk})_+ \right) \quad (2.16)$$

dengan nilai $(x_{ji} - \tau_{jk})$ adalah:

$$(x_{ji} - \tau_{jk}) = \begin{cases} (x_{ji} - \tau_{jk}), & x_{ji} \geq \tau_{jk} \\ 0, & x_{ji} < \tau_{jk} \end{cases} \quad (2.17)$$

2.4 Maximum Likelihood Estimator

Metode *maximum likelihood* estimator adalah metode untuk memaksimalkan fungsi likelihoodnya. Fungsi ini merupakan fungsi peluang bersama dari sampel acak Y_1, Y_2, \dots, Y_n dengan parameter θ (Hogg dan Craig, 1995). Persamaan fungsi likelihood pada regresi nonparametrik adalah sebagai berikut:

$$L(\beta, \alpha) = \prod_{i=1}^n f(y_i|x_i) \quad (2.18)$$

Nilai $L(\beta, \alpha)$ akan sama dengan nilai dari $\ln\{L(\beta, \alpha)\} = \ell(\beta, \alpha)$. Sehingga pada persamaan (2.18) menjadi:

$$\ell(\beta, \alpha) = \ln \sum_{i=1}^n f(y_i|x_i) \quad (2.19)$$

Estimator $\hat{\beta}$ diperoleh dari turunan pertama fungsi persamaan (2.19) terhadap β dan pada estimator $\hat{\alpha}$ terhadap α kemudian disama dengarkan 0. Sedemikian sehingga mendapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ell(\beta, \alpha)}{\partial \beta} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \ell(\beta, \alpha)}{\partial \alpha} = 0 \quad (2.21)$$

2.5 Metode *Newton Raphson*

Cameron dan Trivedi (2008) menjelaskan bahwa persamaan non-linier dalam parameter akan mengakibatkan penyelesaian tidak dapat langsung ditemukan sehingga memerlukan metode pendekatan selainya yaitu metode *Newton Raphson*. Penyelesaian dengan metode ini membutuhkan komponen vektor gradien dan matriks Hessian. Vektor gradient disimbolkan dengan (\mathbf{g}) dan matriks Hessian adalah (\mathbf{H}), sehingga dapat dinyatakan dengan:

$$\mathbf{g}^T = \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0}, \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}_1}, \dots, \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}_p}, \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}\alpha} \right] \quad (2.22)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \beta_2} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_0 \beta_p} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_0 \alpha} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \beta_p} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \alpha} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p \alpha} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha \beta_1} & \dots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha \beta_p} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha^2} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Syarat memaksimumkan fungsi *likelihood* adalah nilai definit dari matriks hessian haruslah negatif. Matriks dengan nilai definit negatif terjadi apabila bentuk kuadrat bernilai negatif untuk setiap vektor nilai x tidak nol dan elemen diagonal utamanya bernilai negatif. Persamaan iterasinya adalah sebagai berikut:

$$\beta_{(m+1)} = \beta_m - H_m^{-1} \mathbf{g}_m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.24)$$

dengan nilai m adalah kumpulan penaksir parameter konvergen pada iterasi ke- m (Agregti, 2002).

2.6 Maximum Likelihood Cross Validation (MLCV)

Wahba (1990) menyatakan bahwa analisis regresi nonparametrik dengan pendekatan *spline* pada pemilihan parameter *smoothing* digunakan untuk memperoleh model yang terbaik. Menurut Bachoc (2013) metode yang sering digunakan adalah metode *maximum likelihood cross validation* (MLCV). Bentuk umumnya dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$MLCV = \sum_{i=1}^n \ln f(y_t, \hat{s}_{-i}(x)) \quad (2.25)$$

dengan $\hat{s}_{-i}(x)$ adalah estimasi fungsi regresi di titik x tanpa menyertakan data ke- i . Hardle (1990) menjelaskan bahwa titik knot pada fungsi *spline* merupakan titik perpaduan yang menunjukkan perubahan perilaku kurva pada selang berbeda,

sehingga kurva menjadi tersegmentasi pada titik tersebut. Pemilihan knot ini sangat penting karena fungsi *spline* sangat tergantung pada titik knot.

2.7 Kriteria Kesesuaian Model

Hilbe (2011) menyatakan bahwa statistik deviasi adalah salah satu kriteria kesesuaian model untuk mengestimasi model secara statistik. Rumus umum deviasi adalah sebagai berikut:

$$D = 2 \sum_{i=1}^n \{\ell(y_t; y_t) - \ell(\mu_t; y_t)\} \quad (2.26)$$

dengan $\ell(y_t; y_t)$ merupakan fungsi log likelihood dimana nilai dari setiap μ adalah nilai dari y itu sendiri. Sedangkan $\ell(\mu_t; y_t)$ merupakan fungsi log likelihood untuk model yang diestimasi. Hipotesis yang digunakan dalam statistik deviasi adalah:

H_0 : Model tersebut telah sesuai

H_1 : Model tersebut tidak sesuai

Cameron dan Trivedi (1998) menyatakan bahwa statistik deviasi untuk model regresi binomial negatif berdasarkan parameter dispersi α dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$D_{NB} = \sum_{i=1}^n \left\{ y_i \ln \left(\frac{y_i}{\hat{\mu}_i} \right) - (y_i + \alpha^{-1}) \ln \left[\frac{y_i + \alpha^{-1}}{\hat{\mu}_i + \alpha^{-1}} \right] \right\} \quad (2.27)$$

Famoye (2010) menyatakan bahwa kriteria pengujianya adalah apabila nilai $D_{NB} > X^2_{(n-p, \alpha)}$ dan n adalah banyaknya kejadian, p adalah banyaknya variabel prediktor serta α adalah taraf signifikan yang digunakan.

2.8 Tuberkolosis dan Faktor-Faktor yang Berpengaruh

Penyakit tuberkolosis (TB) merupakan penyakit radang pada parenkim paru yang menular karena infeksi kuman bakteri yaitu mikrobakterium tuberkolosis. Kuman TB ini menyerang paru-paru, akan tetapi dapat juga pada organ tubuh lain (Depkes RI, 2008). Gejala yang dirasakan oleh penderita tuberkolosis diantaranya demam, batuk, sesak nafas, nyeri dada, dan malaise. Tuberkolosis memiliki sifat khusus yaitu tahan terhadap asam pada pewarnaan. Kuman Tb cepat mati apabila terpapar sinar matahari secara langsung, akan tetapi dapat bertahan hidup sampai beberapa jam di tempat yang lembab dan juga gelap (Sadoyo, 2009). Sumber penularan penyakit tuberkolosis ini ketika penderita batuk ataupun bersin, penderita akan menyebarkan kuman ke udara dalam bentuk percikan dahak. Sekali batuk bisa sampai menghasilkan sekitar 3000 percikan dahak (Arif, 2000). Program penganggulangan atau pencegahan tuberkolosis ini adalah *direct observed treatment short-course* (DOTS) yang dapat diartikan sebagai penemuan dan penyembuhan, prioritas yang diberikan kepada penderita tuberkolosis. Strategi yang dilakukan melalui DOTS ini adalah komitmen politis, pemeriksaan dahak mikroskopis, pengobatan jangka pendek, jaminan ketersediann OAT, serta sistem pencatatan dan pelaporan hasil pengobatan serta kinerja program secara keseluruhan (Kemenkes RI, 2010).

Pada umumnya faktor yang memengaruhi penyakit tuberkolosis ini adalah faktor umur, pendidikan, pengetahuan, pekerjaan, jenis kelamin, kondisi lingkungan, gizi buruk, kontak langsung dengan penderita, merokok, asap dapur, asap obat nyamuk dan lain-lain (Manalu, 2010). Lennihen dan Fletter (1989), menyatakan bahwa faktor lingkungan merupakan salah satu faktor yang penting untuk diperhatikan. Lingkungan terbagi menjadi beberapa yaitu:

- a. Lingkungan fisik, yaitu segala sesuatu yang berada dis ekitar manusia dan bersifat mati atau tidak bernyawa. Contohnya air, tanah, suhu, angin, dan lainnya.
- b. Lingkungan biologis, yaitu segala sesuatu yang bersifat hidup misalnya tumbuhan, hewan, mikroorganisme, mikrobakteri, dan lainnya.
- c. Lingkungan sosial, yaitu segala sesuatu yang mengatur kehidupan manusia dan beberapa usaha untuk mempertahankan hidupnya. Misalkan jenis pekerjaan, jumlah penghuni dalam rumah, dan lainnya.
- d. Lingkungan rumah, lingkungan ini perlu mendapatkan perlakuan khusus, dikarenakan di lingkungan inilah yang ebih luas wilayahnya daripada wilayah lainnya. Lingkungan rumah yang sehat menurut *American Public Health Assosiation* (APHA) harus memenuhi syarat diantaranya adalah suhu ruangan, pencahayaan yang baik, ruangan harus segar dan tidak berbau, mempunyai isolasi suara sehingga tenang dan tak terngngu suara dari manapun, ruangan harus bervariasi, pengaturan kamar tidur harus sesuai.

Rendahnya tumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat dapat menekan kasus tuberkulosis. Penyebabnya adalah masih kurangnya pengetahuan , sikap, serta keterampilan masyarakat terhadap indikator rumah ber-PHBS (persentase rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat). Indikator yang dimaksud adalah persalinan ditolong oleh tenaga kesehatan yang terdidik, memberikan asi eksklusif, melakukan posyandu secara rutin, menggunakan jamban yang sehat, menggunakan air bersih, mencuci tangan dengan air bersih dan sabun, memberantas jentik secara rutin, memakan buah dan sayur, berolahraga, dan tidak merokok dalam ruang tertutup. Persentase tempat umum memenuhi syarat

kesehatan menurut Kabupaten/Kota dan persentase tempat pengelolaan makanan (TPM) menurut status higine sanitasi merupakan salah satu tempat penyebaran penyakit. Tempat umum serta tempat pengelolaan makanan yang baik adalah yang memenuhi syaratkesehatan, yaitu memiliki sarana air bersih, terdapat tong pembuangan sampah, sarana pembuangan air limbah, ventilasi yang baik, luas ruangan sesuai dengan banyaknya pengunjung di tempat umum serta memiliki pencahayaan yang sesuai (Dinkes, 2012).



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan adalah studi literatur dan deskriptif kuantitatif. Studi literatur menggunakan pengumpulan bahan-bahan pustaka yang mendukung penelitian. Sedangkan deskriptif kuantitatif menggunakan data sekunder yang sesuai dengan kebutuhan penelitian.

3.2 Sumber Data

Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur pada tahun 2018 dengan 29 Kabupaten dan 9 Kota di Provinsi Jawa Timur. Data diambil pada hari Minggu, 16 Februari 2020 pada pukul 09.30 WIB di tempat.

3.3 Identifikasi Variabel

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Variabel penelitian

No.	Variabel	Keterangan	Skala data
1.	y	Banyaknya penderita tuberkolosis di Jawa Timur tahun 2018 (orang)	Diskrit
2.	x_1	Banyaknya rumah tangga yang berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS)	Diskrit
3.	x_2	Banyaknya tempat umum memenuhi syarat kesehatan	Diskrit

3.4 Langkah-langkah

3.4.1 Estimasi Regresi Nonparametrik Binomial Negatif Menggunakan Estimator *Spline Truncated*

Langkah-langkah untuk mengestimasi model adalah sebagai berikut:

1. Mendefinisikan data berpasangan x_i, y_i dengan x_i yaitu variabel prediktor dari observasi ke- i dan y_i adalah variabel respon pada observasi ke- i dengan asumsi berdistribusi binomial negatif berdasarkan persamaan (2.1).
2. Menentukan model regresi binomial negatif multiprediktor yang sesuai pada persamaan (2.5).
3. Mensubstitusikan $\mu(x_i)$ di persamaan langkah 2 pada persamaan (2.12).
4. Mendeteksi fungsi regresi $s(x_i)$ pada langkah 3 dengan menggunakan pendekatan *spline truncated* linier multiprediktor $s(x_{ji})$ sesuai persamaan (2.16).
5. Menyatakan hasil pada langkah 4 dalam bentuk matriks.
6. Mensubstitusikan bentuk notasi matriks dari hasil langkah 5 kedalam persamaan yang diperoleh dari langkah 3.
7. Menentukan fungsi *log-likelihood* distribusi binomial negatif dengan pendekatan *spline truncated* linier berdasarkan persamaan (2.18) dengan mensubstitusikan $f(y_i | x_i)$ sesuai persamaan (2.5).
8. Menentukan turunan pertama terhadap β pada persamaan (2.20) dan turunan pertama pada α sesuai persamaan (2.21) dengan melakukan substitusi $\ell(\beta, \alpha)$ pada persamaan hasil dari langkah 7.
9. Menentukan turunan kedua terhadap α dan β .
10. Menyusun matriks hessian dari hasil turunan kedua.

11. Membuktikan bahwa matriks hessian adalah matriks definit negatif yang merupakan syarat fungsi *log-likelihood* yang maksimum.

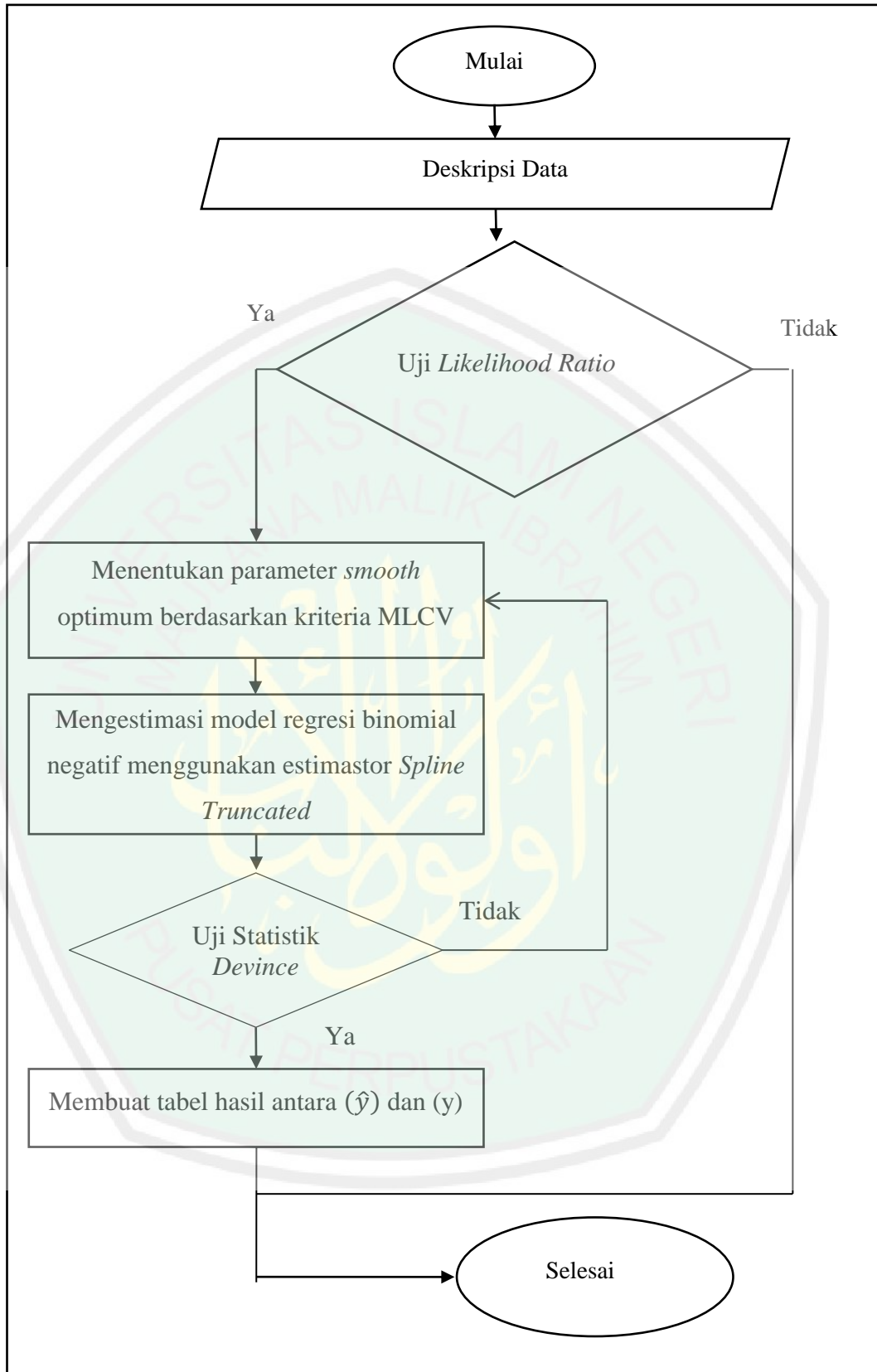
3.4.2 Pemodelan regresi nonparametrik binomial negatif berdasarkan estimator *Spline Truncated* pada data Tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur

Langkah-langkah untuk mengestimasi model regresi non-parametrik binomial negatif menggunakan estimator spline truncated linier adalah sebagai berikut:

1. Input data berpasangan (x_i, y_i) .
2. Mengidentifikasi terjadinya *overdispersion* terhadap variabel respon menggunakan uji *Likelihood Ratio*.
3. Menentukan parameter *smoothing* meliputi jumlah titik knot dan lokasi titik knot berdasarkan kriteria MLCV.
4. Mengestimasi fungsi regresi berdasarkan metode regresi nonparametrik binomial negatif multipreiktor menggunakan estimator *spline truncated* linier dengan parameter smooth yang diperoleh dari langkah 3.
5. Melakukan uji statistik *Deviance*.
6. Membuat tabel hasil \hat{y} dan y .

3.4.3 FLOWCHART

Berdasarkan algoritma yang telah dibuat, maka langkah-langkahnya dapat digambarkan dengan flowchart dibawah ini:



Gambar 3.1 Flowchart

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Regresi Binomial Negatif Menggunakan Estimator *Spline*

Truncated

Data berpasangan (x_i, y_i) dengan x_i adalah variabel prediktor pada observasi ke- i sedangkan y_i adalah variabel respon dari observasi ke- i . Data berpasangan tersebut diasumsikan sudah berdistribusi binomial negatif dengan model sebagai berikut:

$$f(y_i | \mathbf{x}_i) = \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\alpha})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{\alpha})} \left(\frac{1}{1 + \alpha \mu(x_i)} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha \mu(x_i)}{1 + \alpha \mu(x_i)} \right)^{y_i} \quad (4.1)$$

dari persamaan (4.1) diketahui bahwa $\mu(x_i)$ adalah nilai rata-rata dari variabel y yang bergantung pada x_i . Sesuai persamaan (2.8) suatu fungsi penghubung *log-link* adalah sebagai berikut:

$$\mu(x_i) = \exp(\mathbf{s}(\mathbf{x}_i)) \quad (4.2)$$

Fungsi $\mathbf{s}(\mathbf{x}_i)$ adalah fungsi regresi yang bentuknya tidak diketahui dan fungsinya diasumsikan mulus (*smooth*). Persamaan (4.2) disubstitusikan pada persamaan (4.1), sehingga bentuk persamaannya berubah menjadi sebagai berikut:

$$f(y_i | \mathbf{x}_i) = \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\alpha})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{\alpha})} \left(\frac{1}{1 + \alpha \exp(\mathbf{s}(\mathbf{x}_i))} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha \exp(\mathbf{s}(\mathbf{x}_i))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{s}(\mathbf{x}_i))} \right)^{y_i} \quad (4.3)$$

Persamaan (2.16) dan persamaan (2.17) digunakan untuk mengestimasi fungsi $\mathbf{s}(\mathbf{x}_i)$ melalui pendekatan regresi nonparametrik dengan estimator *spline truncated*, dengan $s(x_{ji})$ sebagai berikut:

$$s(x_{ji}) = \sum_{j=1}^p \left(\beta_{0j} + \beta_{1j}x_{ji} + \sum_{k=1}^{m_j} \beta_{(1+k)j}(x_{ji} - \tau_{jk})_+ \right)$$

dengan $(x_{ji} - \tau_{jk})$ menurut Eubank (1999) adalah sebagai berikut:

$$(x_{ji} - \tau_{jk}) = \begin{cases} (x_{ji} - \tau_{jk}), & x_{ji} \geq \tau_{jk} \\ 0, & x_{ji} < \tau_{jk} \end{cases}$$

Estimator *spline truncated* linier multiprediktor dijabarkan dengan n persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} s(x_1) &= \beta_{01} + \beta_{11}x_{21} + \beta_{21}(x_{11} - \tau_{11}) + \dots + \beta_{(1+m_1)1}(x_{11} - \tau_{1m_1})_+ \\ &\quad + \beta_{02} + \beta_{12}x_{21} + \beta_{21}(x_{21} - \tau_{21}) + \dots + \beta_{(1+m_2)2}(x_{21} - \tau_{2m_2})_+ \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \beta_{0p} + \beta_{1p}x_{p1} + \beta_{2p}(x_{p1} - \tau_{p1}) + \dots + \beta_{(1+m_p)p}(x_{p1} - \tau_{pm_p})_+ \\ s(x_2) &= \beta_{01} + \beta_{11}x_{12} + \beta_{21}(x_{12} - \tau_{11}) + \dots + \beta_{(1+m_1)1}(x_{12} - \tau_{1m_1})_+ \\ &\quad + \beta_{02} + \beta_{12}x_{22} + \beta_{21}(x_{22} - \tau_{21}) + \dots + \beta_{(1+m_2)2}(x_{21} - \tau_{2m_2})_+ \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \beta_{0p} + \beta_{1p}x_{p2} + \beta_{2p}(x_{p2} - \tau_{p1}) + \dots + \beta_{(1+m_p)p}(x_{p2} - \tau_{pm_p})_+ \\ &\quad \vdots \\ s(x_n) &= \beta_{01} + \beta_{11}x_{2n} + \beta_{21}(x_{1n} - \tau_{11}) + \dots + \beta_{(1+m_1)1}(x_{1n} - \tau_{1m_1})_+ \\ &\quad + \beta_{02} + \beta_{12}x_{2n} + \beta_{21}(x_{2n} - \tau_{21}) + \dots + \beta_{(1+m_2)2}(x_{2n} - \tau_{2m_2})_+ \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \beta_{0p} + \beta_{1p}x_{pn} + \beta_{2p}(x_{p1} - \tau_{p1}) + \dots + \beta_{(1+m_p)p}(x_{pn} - \tau_{pm_p})_+ \end{aligned} \quad (4.4)$$

Persamaan (4.4) diubah menjadi persamaan dalam bentuk notasi matriks,

sehingga:

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i\boldsymbol{\beta} \quad (4.5)$$

dengan penjabarannya adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}_i) = [1 \quad \mathbf{x}_{1i} \quad \mathbf{x}_{2i} \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{pi}] \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^p \beta_{0j} \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

dengan x_{pi} sebagai berikut:

$$\mathbf{x}_{1i} = [x_{1i}(x_{1i} - \tau_{11})_+ \cdots (x_{1i} - \tau_{1m_1})_+]$$

$$\mathbf{x}_{2i} = [x_{2i}(x_{2i} - \tau_{21})_+ \cdots (x_{2i} - \tau_{2m_2})_+]$$

⋮

$$\mathbf{x}_{pi} = [x_{pi}(x_{pi} - \tau_{p1})_+ \cdots (x_{pi} - \tau_{pm_p})_+]$$

dengan β sebagai berikut:

$$\beta_1 = [\beta_{11} \quad \beta_{21} \quad \cdots \quad \beta_{(1+m_1)1}]^T$$

$$\beta_2 = [\beta_{12} \quad \beta_{22} \quad \cdots \quad \beta_{(1+m_2)2}]^T$$

⋮

$$\beta_p = [\beta_{1p} \quad \beta_{2p} \quad \cdots \quad \beta_{(1+m_p)p}]^T$$

Model regresi binomial negatif diperoleh berdasarkan persamaan (4.3) yang sudah disubstitusikan oleh persamaan (4.5), sehingga modelnya adalah sebagai berikut:

$$f(y_i|\mathbf{x}_i) = \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\alpha})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{\alpha})} \left(\frac{1}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right)^{y_i} \quad (4.6)$$

Model persamaan (4.6) tersebut dapat dirubah seperti di bawah ini:

$$f(y_i|\mathbf{x}_i) = \exp \left(\ln \left\{ \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\alpha})}{y_i! \Gamma(\frac{1}{\alpha})} \left(\frac{1}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right)^{y_i} \right\} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \exp \left(\ln \left(\frac{\Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right)}{y_i! \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right)} \right) + \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{1}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) + y_i \ln \left(\frac{\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) \right) \\
&= \exp \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right. \\
&\quad \left. + y_i \ln(\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\} \\
&= \exp \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right. \\
&\quad \left. + y_i \ln \alpha + y_i(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\} \tag{4.7}
\end{aligned}$$

Metode maksimum *Likelihood* (*Maximum Likelihood Estimator*) adalah metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ pada regresi binomial negatif. Sehingga, bentuk fungsi *likelihood* yang berdistribusi binomial negatif menggunakan pendekatan estimator *spline truncated* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
L(\boldsymbol{\beta}, \alpha) &= \prod_{i=1}^n f(y_i | x_i) \\
&= \prod_{i=1}^n \left(\exp \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + y_i \ln \alpha + y_i(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\} \right) \tag{4.8}
\end{aligned}$$

yang mana fungsi *log-likelihood* nya adalah $\ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha) = \ln L(\boldsymbol{\beta}, \alpha)$, sehingga dapat ditulis menjadi:

$$\begin{aligned}
\ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha) &= \ln \left(\prod_{i=1}^n f(y_i | x_i) \right) \\
&= \ln \left\{ \prod_{i=1}^n \exp \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + y_i \ln \alpha + y_i(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + y_i \ln \alpha + y_i (\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \Big\} \\
= & \ln \left\{ \exp \sum_{i=1}^n \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right. \right. \\
& \left. \left. + y_i \ln \alpha + y_i (\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\} \right\} \\
= & \sum_{i=1}^n \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right. \\
& \left. + y_i \ln \alpha + y_i (\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\} \tag{4.9}
\end{aligned}$$

Nilai $\boldsymbol{\beta}$ dan α pada persamaan (4.9) menghasilkan nilai maksimum pada fungsi *log-likelihood*-nya apabila nilai turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan α sama dengan nol. Maka turunan pertama terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan α adalah:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}} &= \sum_{i=1}^n \left(-\frac{\frac{1}{\alpha} (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \mathbf{x}_i}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} + y_i \mathbf{x}_i - \frac{y_i (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \mathbf{x}_i}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{-x_i (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + y_i x_i (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) - y_i x_i (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{-x_i (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + y_i x_i + y_i x_i (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right. \\
&\quad \left. - \frac{y_i x_i (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i x_i - x_i (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i (y_i - (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha} &= \sum_{i=1}^n \left\{ \psi\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right) - \psi\left(\frac{1}{\alpha}\right) - \left(-\frac{1}{\alpha^2} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))\right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\alpha} \frac{(\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} + \frac{y_i}{\alpha} - \frac{y_i (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \psi\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right) - \psi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{1}{\alpha^2} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) - \frac{1}{\alpha} \frac{(\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_i}{\alpha} - \frac{y_i (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \psi\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right) - \psi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^2 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\alpha (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^2 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} + \frac{y_i \alpha (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) - y_i \alpha^2 (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^2 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \psi\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right) - \psi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{1}{\alpha^2} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right. \\
&\quad \left. + \frac{y_i \alpha + y_i \alpha^2 \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - y_i \alpha^2 (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - \alpha (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})))}{\alpha^2 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \psi\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right) - \psi\left(\frac{1}{\alpha}\right) + \frac{1}{\alpha^2} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + \frac{y_i \alpha - \alpha (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^2 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} \right\} \\
&= \sum_{i=1}^n \left\{ \psi\left(y_i + \frac{1}{\alpha}\right) - \psi\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{\alpha \{y_i - (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))\}}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} + \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right) \right\} \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Persamaan (4.10) dan (4.11) merupakan persamaan implisit dan juga tidak linear maka persamaannya tidak dapat dilakukan secara langsung, sehingga membutuhkan suatu metode pendekatan untuk menyelesaikannya. Metode pendekatan dalam dilakukan dengan menggunakan metode *newton raphson*.

Komponen vektor gradient (\mathbf{g}) dan matriks Hessian (\mathbf{H}) merupakan komponen yang dibutuhkan dalam metode ini. Penyusunan vektor gradien yang sesuai dengan persamaan (2.26) dihasilkan oleh turunan pertama fungsi *log-likelihood* terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan parameter dispersi α . Sedangkan turunan kedua dari parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan parameter dispersi α digunakan untuk menyusun matriks Hessian yang sesuai dengan persamaan (2.27). Sehingga turunan kedua dari persamaan (4.9) terhadap parameter $\boldsymbol{\beta}$ adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}^2} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{-(\mathbf{x}_i y_i (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}_i'))}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} - \frac{\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i' \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(-\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i' \frac{(y_i (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))) + \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(-\mathbf{x}_i \mathbf{x}_i' \frac{(\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + (y_i \alpha + 1)}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Turunan kedua fungsi *log-likelihood* persamaan (4.9) terhadap parameter α adalah:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha^2} &= \sum_{i=1}^n \psi' \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \psi' \left(\frac{1}{\alpha} \right) + \frac{-(y_i - \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^3 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \\ &\quad - \frac{-\alpha y_i \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) + \alpha (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^3 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} + \frac{\alpha (\exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^3 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))} \\ &\quad - \frac{1}{\alpha^3} 2 \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \\ &= \sum_{i=1}^n \psi' \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \psi' \left(\frac{1}{\alpha} \right) + \frac{-\alpha - \alpha^2 \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) (y_i - \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{\alpha^3 (1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \\ &\quad - \frac{1}{\alpha^3} \left(\frac{(-\alpha^2 \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) (y_i - \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) + (\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \frac{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} - 2 \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \psi' \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \psi' \left(\frac{1}{\alpha} \right) \\
& \quad + \frac{1}{\alpha^3} \left(\frac{-\alpha - 2\alpha^2 \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})(y_i - \exp(x_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \\
& \quad + \frac{1}{\alpha^3} \left(\frac{\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(x_i \boldsymbol{\beta}))^2} - 2 \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right) \\
&= \sum_{i=1}^n \psi' \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \psi' \left(\frac{1}{\alpha} \right) \\
& \quad + \frac{1}{\alpha^3} \left(\frac{-\alpha - 2\alpha^2 \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})(y_i - \exp(x_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \\
& \quad + \frac{1}{\alpha^3} \left(\frac{\alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(x_i \boldsymbol{\beta}))^2} - 2 \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right)
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Turunan kedua dari fungsi *log-likelihood* persamaan (4.9) terhadap kedua parameter yaitu β dan parameter dispersi α adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \ell(\beta, \alpha)}{\partial \beta \partial \alpha} &= \sum_i^n \left(\frac{-\mathbf{x}_i (y_i - \alpha(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right) \\
&= \sum_i^n \left(\frac{-\mathbf{x}_i \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})(y_i - \alpha(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}))^2} \right)
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Matriks Hessian \mathbf{H} haruslah definit negatif dan elemen diagonal utamanya bernilai negatif merupakan syarat untuk memaksimumkan fungsi *log-likelihood* tersebut. Suatu matriks dikatakan definit negatif jika dan hanya jika $\mathbf{x}'\mathbf{A}\mathbf{x}$ bernilai negatif untuk setiap vektor $\mathbf{x} \neq 0$. Penggunaan metode *Newton Raphson* ini akan menghasilkan parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan parameter α .

4.2 Pemodelan Regresi Binomial Negatif Menggunakan Estimator *Spline Truncated* pada Data Tuberkulosis di Provinsi Jawa Timur

Data yang diterapkan dalam mengestimasi model regresi binomial negatif ini menggunakan data diskrit dengan variabel terikat adalah banyaknya penderita tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2018 dan variabel bebasnya adalah banyaknya rumah tangga berperilaku hidup sehat (PHBS) dan banyaknya tempat umum memenuhi syarat kesehatan. Berdasarkan data pada Lampiran 1 terdapat 38 Kabupaten atau Kota di Jawa Timur yang akan digunakan untuk pengestimasian. Sebelum melakukan pengestimasian mengenai data tersebut, terlebih dahulu dilakukan analisis statistika deskriptif yang bertujuan untuk pengidentifikasian terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi banyaknya kasus penderita tuberkulosis di Jawa Timur.

Tabel 4. 1 Statistik Deskriptif

	Y	x1	x2
Mean	1555,655	55726	818,931
Variance	1753539,662	28686782	166359,78
Minimum	263	5914	111
Maximum	7007	232012	1646

Berdasarkan tabel 4.1 diketahui bahwa rata-rata penderita penyakit tuberkulosis di Jawa Timur tahun 2018 sebesar 1556 kasus dengan penderita terendah di suatu daerah yaitu 263 kasus sedangkan kasus terbanyak adalah 7007 penderita di satu daerah tertentu dan nilai variansinya sebesar 1753540 kasus. Rata-rata x_1 sebesar 55726 rumah tangga dengan variansinya sebesar 28686782 serta nilai minimum dan maksimumnya adalah 5914 dan 232012 rumah tangga. Sedangkan untuk x_2 diperoleh rata-ratanya sebesar 819 tempat umum dengan

variansi sebesar 166360 tempat umum dan nilai maksimum serta minimumnya adalah sebesar 1646 dan 111 tempat umum. Syarat penggunaan metode regresi binomial negatif adalah variabelnya harus berbentuk data diskrit dan berdistribusi binomial negatif. Tabel 4.1 menunjukkan bahwa nilai variansi pada banyaknya penderita tuberkolosis lebih besar daripada nilai rata-ratanya yaitu $1753540 > 1556$. Sehingga dapat diidentifikasi bahwa data tersebut mengalami *overdispersion*. Selain identifikasi dengan nilai rata-rata dan deviansi, *likelihood ratio test* (LRT) juga dapat digunakan untuk menguji data tersebut mengalami *overdispersion* atau tidak. Hipotesis untuk LRT adalah sebagai berikut:

$H_0 : LR = \chi^2$ (data banyaknya penderita tuberkolosis mengalami *equidispersion*)

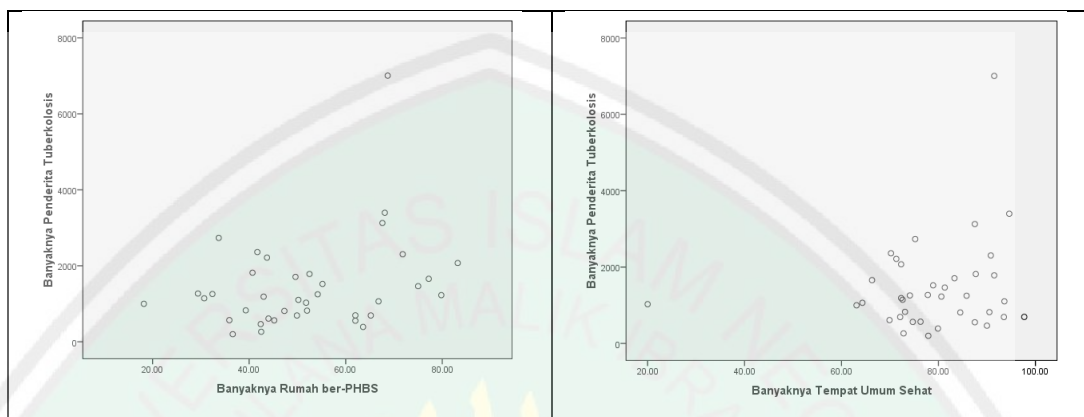
$H_1 : LR > \chi^2$ (data banyaknya penderita tuberkolosis mengalami *overdispersion*)

Number of obs	=	30
LR chi2(2)	=	52.63
Prob > chi2	=	0.0000
Pseudo R2	=	0.0091

Gambar 4.1 Hasil *likelihood ratio test*

Berdasarkan *output* STATA pada Gambar 4.1 dapat diketahui bahwa data tersebut mengalami dispersi pada nilai rata-rata dengan nilai *p-value* LRT tersebut sebesar 0,00 serta nilai *Likelihood Ratio* sebesar 52,63 sedangkan nilai χ^2 sebesar 41,43. Sehingga diketahui bahwa nilai *Likelihood Ratio* $> \chi^2$ yaitu $52,36 > 41,43$ dan apabila *p-value* dibandingkan dengan nilai α yaitu 0,05 maka *p-value* $< \alpha$ yaitu $0,00 < 0,05$. Sehingga dapat diambil keputusan bahwa H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa data tersebut terjadi *overdispersion*. Berdasarkan kesimpulan tersebut data banyaknya penderita tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur memenuhi syarat penggunaan regresi binomial negatif, sehingga dapat dianalisis dengan

regresi binomial negatif. Sebelum melakukan analisis, *plotting* adalah langkah awal untuk memulai analisis data dari banyaknya penderita tuberkolosis dengan masing-masing variabel prediktor yang dianggap konstan. Hasil *plot* tersebut adalah sebagai berikut:



Gambar 4. 2 Scatterplot Antara Variabel Respon dengan Variabel Prediktor

Berdasarkan Gambar 4.2 menunjukkan bahwa plot antara variabel prediktor banyaknya rumah ber-PHBS dan banyaknya tempat umum yang sehat terhadap variabel banyaknya penderita tuberkolosis tidak membentuk pola tertentu dan acak atau tidak beraturan. Sehingga data banyaknya penderita tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur dapat diestimasi menggunakan regresi nonparametrik. Estimator yang digunakan pada regresi binomial negatif nonparametrik ini adalah estimator *spline truncated*. Akan tetapi sebelum melakukan estimasi tersebut, haruslah menentukan parameter *smoothing* yang optimum. Banyaknya penderita tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur akan dianalisis menggunakan kriteria MLCV untuk mengetahui parameter *smoothing* optimum meliputi jumlah knot dan titik lokasi knot. Penentuan parameter *smoothing* optimum pada kedua variabel prediktor dengan memilih nilai MLCV

yang maksimum. Berdasarkan hasil output pada lampiran 3 diperoleh lokasi titik knot dan nilai MLCV nya adalah sebagai berikut:

Tabel 4. 2 Pemilihan Jumlah Knot Optimum pada variabel X

Titik knot		MLCV
X_1	X_2	
7855	960	-229,171
	1452	-228,1511
	960 ; 1452	-231,0111
9875	960	-225,1786
	1452	-227,013
	960 ; 1452	-224,358
7855;9875	960	-225,5641
	1452	-227,1331
	960 ; 1452	-231,1513
MLCV Maksimum		-224,384

Berdasarkan Tabel 4.2 diketahui bahwa nilai MLCV maksimum yang diperoleh dari kombinasi titik knot pada variabel x_1 dan x_2 sebesar -224,384. Nilai MLCV maksimum diperoleh ketika knot pada variabel pertama dengan lokasi titik knot adalah 9875 dan variabel kedua pada titik knot 960 dan 1452. Parameter *smoothing* optimum ini akan digunakan untuk melakukan pemodelan regresi binomial negatif berdasarkan estimator *Spline Truncated*. Metode *Newton Raphson* digunakan untuk menentukan parameter β dan α . Syarat untuk memperoleh parameter β dan α adalah nilai matriks Hessian dari metode *Newton*

Raphson harus definit negatif. Berdasarkan hasil output pada Lampiran 4 diperoleh nilai matriks Hessian sebesar $-1.343734e+13$. Karena nilai matriks Hessian sudah definit negatif, maka diperoleh nilai parameter β dan parameter α sebagai berikut:

Tabel 4. 3 Nilai Parameter

Parameter	Nilai parameter
β_1	5,9500265
β_2	0,00014
β_3	0,000014
β_4	0,013135
β_5	0,0013135
β_6	0,0015135
α	7.158908

Berdasarkan Tabel 4.3 tersebut dapat diperoleh model regresi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated* pada data banyaknya kasus tuberkulosis di Provinsi Jawa Timur adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \hat{y} &= \exp(5,9500265 + 0,00014x_1 + 0,000014(x_1 - 9875) + \\
 &\quad + 0,013135x_2 + 0,0013135(x_2 - 960) + 0,0015135(x_2 - 1452)) \\
 &= \exp(5,9500265 + 0,00014x_1 + 0,000014x_1 + 0,13825 \\
 &\quad + 0,013135x_2 + 0,0013135x_2 + 1,26096 + 0,0015135x_2 + 2.19760) \\
 &= \exp(2,3532165 + 0,000154x_1 + 0,015962x_2) \tag{4.15}
 \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan 4.15 dapat dinyatakan bahwa jika variabel lain bernilai konstan maka nilai y akan dihasilkan 10,59 atau 11 kasus. Setiap bertambahnya jumlah rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS)

sebesar 100 maka akan diperoleh y sebesar 9 kasus. Setiap bertambahnya tempat umum yang sehat dan higienis sebesar 100 tempat maka akan dihasilkan y sebesar 8. Sehingga untuk meminimalkan kasus tuberkulosis maka jumlah rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) serta jumlah tempat umum yang sehat dan higienis harus diperbesar atau diperbanyak.

Kriteria kesesuaian model pada regresi binomial negatif berdasarkan output pada lampiran 4 diperoleh pada tabel dibawah ini.

Tabel 4.4 Kriteria Kesesuaian Model

Kriteria Kesesuaian Model	Regresi Binomial Negatif
<i>Deviance</i>	9,889553
<i>p-value</i>	0,9938729

Hipotesis yang digunakan untuk menguji kesesuaian model menggunakan nilai *deviance* adalah:

$$H_0: D = \chi^2 \text{ (Model telah sesuai)}$$

$$H_1: D > \chi^2 \text{ (Model tidak sesuai)}$$

Berdasarkan Tabel 4.4 tersebut diketahui bahwa nilai statistik uji *deviance* sebesar 7,889553 dan nilai *p-value* sebesar 0,9938729 dengan α sebesar 5% atau 0,05 sedangkan nilai χ^2 sebesar 41,43, semakin kecil nilai D maka akan memperbesar nilai *p-value*. Sehingga dapat diambil keputusan bahwa terima H_0 karena nilai *p-value* $> \alpha$ atau $D < \chi^2$ dan kesimpulannya adalah model tersebut telah sesuai. Model binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated* yang telah terbentuk akan diterapkan atau dicoba pada data testing, yaitu data

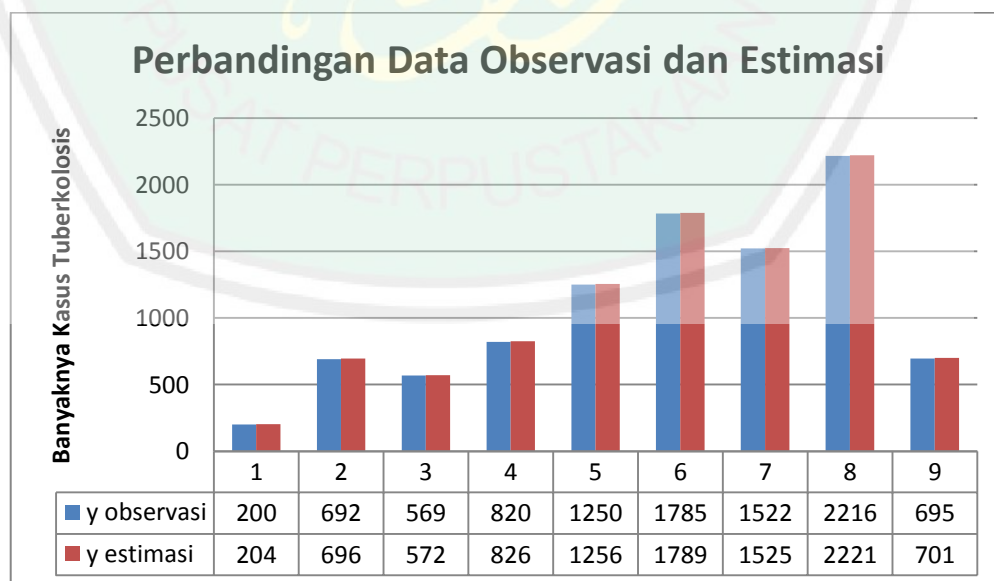
yang tidak digunakan dalam membangun model dan diambil secara acak sebesar 20% dari data atau 9 data.

Tabel 4. 5 Hasil estimasi Model regresi

No.	Kota	y	\hat{y}	<i>Absolute percentage error</i>
1.	Kab. Blitar	695	701	0,8671%
2.	Kab. Banyuwangi	2216	2221	0,2256%
3.	Kab. Jombang	1522	1525	0,1971%
4.	Kab. Mojokerto	1785	1789	0,224%
5.	Kab. Bangkalan	1250	1256	0,48%
6.	Kota Kediri	820	826	0,731%
7.	Kota Pasuruan	569	572	0,527%
8.	Kota Madiun	692	696	0,578%
9.	Kota Batu	200	204	2%

Berdasarkan Tabel 4.5 tersebut diketahui bahwa y observasi pada Kabupaten Blitar sebanyak 695 kasus dengan x_1 sebesar 27724 dan x_2 sebesar 1122 dan menghasilkan y estimasi sebesar 701 kasus dengan error sebesar 0,8671%. Kabupaten Banyuwangi diperoleh y estimasi sebesar 2221 dengan y observasinya sebesar 2216 dan x_1 adalah 52420 dan x_2 adalah 1102 dengan error sebesar 0,2256%. Y observasi pada Kabupaten Jombang sebanyak 1522 kasus dengan x_1 sebesar 43404 dan x_2 sebesar 982 dengan y estimasinya sebanyak 1525 dengan persentase errornya adalah 0,1971%. Pada Kabupaten Bojonegoro diperoleh y estimasi yang diperoleh sebanyak 1789 dari x_1 sebesar 161810 dan x_2 sebesar 1356 serta y observasinya sebanyak 1785 kasus dengan error sebesar 0,224%. Selanjutnya y estimasi yang diperoleh dari Kabupaten Bangkalan

sebanyak 1256 kasus dengan y observasinya sebanyak 1250 kasus dengan x_1 sebesar 35715 dan x_2 sebesar 838 dengan error sebesar 0,48%. Kota Kediri dengan y observasi sebanyak 820 kasus dengan x_1 sebanyak 9470 dan x_2 sebesar 248 diperoleh y estimasi sebesar 826 kasus dengan error sebesar 0,731%. Kota Pasuruan memiliki kasus sebanyak 569 dengan x_1 sebesar 8097 dan x_2 sebanyak 135 dengan y estimasinya sebanyak 572 dan error sebesar 0,572%. Pada Kota Madiun diperoleh nilai y estimasi sebanyak 696 kasus dengan y observasi sebanyak 692 kasus serta x_1 sebesar 10594 dan x_2 sebesar 201 serta persentase errornya adalah 0,578%. Kota Batu memiliki 200 kasus dengan x_1 sebesar 2662 dan x_2 sebesar 159 dengan error sebesar 2%. Berdasarkan error dari masing-masing kabupaten atau kota diperoleh nilai MAPE sebesar 5,8271%. Menurut Kristien Margie (2015) apabila nilai MAPE yang dihasilkan kurang dari 10% maka dapat dikatakan bahwa persentase penyimpangan antara data aktual atau observasi dengan data estimasi memiliki peramalan atau pendugaan yang sangat baik.



Gambar 4. 3 Plot Observasi dan Estimasi

Berdasarkan Gambar 4.3 tersebut dapat diketahui bahwa hasil y observasi dengan y topi atau estimasi tidak terjadi jarak yang terlalu jauh hal ini menunjukkan bahwa adanya keselarasan atau kesesuaian antara hasil observasi dengan hasil estimasi pada data banyaknya kasus tuberkolosis di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2018.



BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Fungsi *log-likelihood* yang berdistribusi binomial negatif menggunakan estimator *Spline Truncated* adalah

$$\ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha) = \sum_{i=1}^n \left\{ \ln \Gamma \left(y_i + \frac{1}{\alpha} \right) - \ln(y_i!) - \ln \Gamma \left(\frac{1}{\alpha} \right) - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right. \\ \left. + y_i \ln \alpha + y_i (\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}) - y_i \ln(1 + \alpha \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta})) \right\}$$

karena persamaan tersebut non-linier maka dilakukan pendekatan menggunakan metode *newton raphson* sehingga bentuk estimasi iterasinya adalah:

$$\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} = \boldsymbol{\beta}_m - \left[\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}'} \right]_m^{-1} \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right]_m \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Dengan

$$\boldsymbol{\beta}_{(m+1)} = \begin{bmatrix} \beta_{(m+1)} \\ \vdots \\ \beta_{(p+1)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta}_m = \begin{bmatrix} \beta_{1m} \\ \vdots \\ \beta_{pm} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{g} = \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta}_p} \end{bmatrix}$$

$$H = \left[\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}'} \right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_0^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \beta_2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_0 \beta_p} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_0 \alpha} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \beta_p} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_1 \alpha} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p^2} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \beta_p \alpha} \\ \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha \beta_0} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha \beta_p} & \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\beta}, \alpha)}{\partial \alpha^2} \end{bmatrix}$$

2. Model regresi binomial negatif menggunakan estimator *spline truncated* pada kasus tuberkulosis Provinsi Jawa Timur menggunakan 3 lokasi titik knot yaitu 9875, 960 dan 1452. Model yang dihasilkan adalah

$$\hat{y} = \exp(2,3532165 + 0,000154x_1 + 0,015962x_2)$$

Kota Batu dengan banyak kasus Tuberkulosis terendah diantara data *testing* memberikan implementasi bahwa apabila terjadi kenaikan pada variabel banyaknya rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (PHBS) (x_1) sebesar 2662 dan variabel banyaknya tempat umum yang sehat dan higienies (x_2) sebesar 159, maka variabel respon banyaknya kasus tuberkulosis akan mengalami perubahan sebesar 0,980392157 kali dari semula atau dari 200 menjadi 204 kasus.

5.2 Saran

Saran yang dapat disampaikan untuk peneliatian selanjutnya berdasarkan hasil penelitian adalah:

1. Disarankan untuk mengembangkan kasus menjadi multirespon pada regresi binomial negatif. Penelitian ini masih terbatas pada estimator yang linier sehingga dapat dilanjutkan dengan menggunakan orde yang lebih dari satu serta mengembangkan dengan menggunakan beberapa estimator lainnya.

2. Upaya pencegahan dan penekanan banyaknya kasus tuberkolosis lebih dioptimalkan lagi dengan memperhatikan banyak faktor yang mempengaruhinya secara signifikan.



DAFTAR PUSTAKA

- Anggraeni, N.P.R, Suciptowati, N.P, dan Srinadi, I.G.A.M. 2018. Model Regresi Nonparametrik Spline pada Jumlah Kasus Tuberkolosis di Provinsi Bali Tahun 2016. *E-Jurnal Matematika*, Volume 07 No 3.
- Arif, Mansjor, dkk. 2000. *Kapita Selekta Kedokteran*. Jakarta: Medica Aesculpalus FKUI.
- Asrul, M and Naing,N.N. 2012. Comparison between Negative Binomial and Poisson Death Rate Regression Analysis: AIDSMortality co Infection Patient. *IOSR Journal of Mathematicd(IOS-JM)*. 1(6). 34-38.
- Astuti, E.T. 2013. *Estimator Poinomial Lokal pada Model Regresi Nonparametrik untuk Data Count. Disertasi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Astuti,E,T,And Yanagawa,T. 2002. Testing Trend for count datawith extra Poisson variability. *Biometric*. 58. 398-402.
- Bachoc, Francois. 2013. Cross Validation and Maximum Likelihood Estimations of Hyper-Parameters of Gaussian Processes with Model Misspecification. France: Universite Paris.
- Boswell, M.T and G.P Patil. 1970. *Chance Mechanisms Generating The Negative Binomial Distribution, In Random Counts In Models and Structures*. University Park: Pennsylvania State Uniiversity Press.
- Budiantara, I.N. 2011. Penelitian Bidang Regresi Spline Menuju Terwujudnya Penelitian Statistikayang Mandiri dan Berkarakter. *Seminar Nasional FMIPA Undisksha 9*.
- Cameron,A.C and Trivedi.P.K. 1998. *Regresi Analysisof Count Data*.United Kingdom: Cambridge University.
- Departemen Kesehatan RI. 2008. *Pedoman Nasional Penanggulangan Tuberkolosis dan StandartInternational untuk Pelayanan Tuberkolosis*. Jakarta: Depkes.
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. 2012. *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur*. Surabaya: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur.
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. 2016. *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur*. Surabaya: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur.
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. 2018. *Profil Kesehatan Provinsi Jawa Timur*. Surabaya: Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur.

- Eubank, R.L. 1999. *Non-parametric Regression and Spline Smoothing 2nd Edition*. New York: Marcel Dekker.
- Famoye, F. 2004. On the Generalized Poisson Regression Model with Application to accident data. *Journal of data science*, volume 2. 287-295.
- Hardle, W. 1990. *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Hilbe, J.M. 2011. *Negative Binomial Regression, 2nd Edition*. Kingdom United: Cambridge University Press.
- Hogg, R.V dan Craig, A.T. 1995. *Introductory to Mathematical Statistics, 5th Edition*. New Jersey: Prentice Hall, Engle Woods.
- Ismi, N.S. 2011. *Penerapan Spline Terboho untuk Mengatasi Heteroskedastisitas pada Regresi Nonparametrik*. Jurnal Jurusan Matematika, FMIPA. Universitas Brawijaya Malang.
- Lennihan dan Fletter. 1989. *Health and Environment*. San Francisco: Academic Press.
- Kementrian Kesehatan RI. 2017. *Profil Data Kesehatan Indonesia Tahun 2017*. Jakarta: Kementrian Kesehatan RI.
- Kementrian kesehatan RI. 2010. *Keputusan Menteri Kesehatan Republik Indonesia*. Jakarta: Kemenkes RI.
- Manalu, P, Sahat. 2010. Faktor-faktor yang memengaruhi kejadian TB baru dan upaya penanggulannya. *Jurnal Ekologi Kesehatan* Vol. 9 No. 4.
- Mc Cullagh, P dan Nelder, J.A. 1989. *Generalized Linier Models, 2nd Edition*. London: Chapman and Hall.
- Sudoyo, W, Aru. 2009. *Buku Ajar Ilmu Penyakit Dalam*. Jakarta: Interna Publishing.
- Young, J., Graham, P, nad Blakely, T. 2006. Modeling the Relation between Socioeconomic Status and Mortality in a Mixture of Majority and Minority Ethnic Groups. *American Journal of Epidemiology*. 164(2), 282-291.

LAMPIRAN

Lampiran 1

Data Banyaknya Kasus Tuberkolosis dengan Variabel Prediktor yang berpengaruh di Provinsi Jawa Timur Tahun 2018

	Kab/Kota	Jumlah TB	PHBS	Tempat Umum sehat
1.	Kab. Pacitan	611	28890	517
2.	Kab. Ponorogo	1065	44421	685
3.	Kab. Trenggalek	465	53064	675
4.	Kab. Tulungagung	1188	32703	694
5.	Kab. Blitar	695	27724	1122
6.	Kab. Kediri	1709	49553	1069
7.	Kab. Malang	2362	50942	1646
8.	Kab. Lumajang	1258	14429	804
9.	Kab. Jember	3397	97011	1584
10.	Kab. Banyuwangi	2216	52420	1102
11.	Kab. Bondowoso	1144	17091	682
12.	Kab. Situbondo	1270	16416	667
13.	Kab. Probolinggo	999	29983	915
14.	Kab. Pasuruan	2735	20064	1125
15.	Kab. Sidoarjo	3127	142016	1115
16.	Kab. Mojokerto	1464	138817	785
17.	Kab. Jombang	1522	43404	982
18.	Kab. Nganjuk	564	29734	775
19.	Kab. Madiun	1103	26924	617
20.	Kab. Magetan	555	46960	660
21.	Kab. Ngawi	811	69940	720
22.	Kab. Bojonegoro	1785	161810	1356
23.	Kab. Tuban	1227	76768	896
24.	Kab. Lamongan	2072	232012	1255
25.	Kab. Gresik	2305	48430	1157
26.	Kab. Bangkalan	1250	35715	838
27.	Kab. Sampang	1028	22552	292
28.	Kab. Pamekasan	827	20641	691
29.	Kab. Sumenep	1657	94212	1135
30.	Kota Kediri	820	9470	248
31.	Kota Blitar	263	5914	115
32.	Kota Malang	1818	28708	558
33.	Kota Probolinggo	692	7199	165
34.	Kota Pasuruan	569	8097	135
35.	Kota Mojokerto	391	8988	111
36.	Kota Madiun	692	10594	201
37.	Kota Surabaya	707	161672	1639
38.	Kota Batu	200	2662	159

Lampiran 3

MENENTUKAN PARAMETER SMOOTHING OPTIMUM
BERDASARKAN KRITERIA MLCV

Call: glm.nb(formula = y ~ x1 + x2, data = datanew, init.theta = 7.158908082,
link = log)

Coefficients:

(Intercept)	x1	x2
6.015e+00	1.385e-06	1.314e-03

Degrees of Freedom: 28 Total (i.e. Null); 26 Residual

Null Deviance: 104.6

Residual Deviance: 29.68 AIC: 446.4

HASIL ESTIMASI PARAMETERTIK

nilai b0: 6.015288

nilai b1: 1.385333e-06

nilai b2: 0.001313546

Alfa : 7.158908

Banyak knot prediktor 1: 2

jumlah knot: 2

titik knot [1]: 7855

titik knot [2]: 9875

Banyak knot prediktor 2: 2

jumlah knot: 2

titik knot [1]: 960

titik knot [2]: 1452

untuk kombinasi ke 1

kombinasi knot Nilai MLCV

[7855 960] -225.171

[7855 1452] -228.1511

[7855 960 1452] -231.0111

[9875 960] -225.1786

[9875 1452] -227.013

[9875 960 1452] -224.358

untuk kombinasi ke 2

kombinasi knot Nilai MLCV

[7855 9875 960] -225.5641

[7855 9875 1452] -227.1331

[7855 9875 960 1452] -231.1513

Nilai MLCV maksimum =
[1] -224.3841



Lampiran 4

=====

ESTIMASI BINOM MENGGUNAKAN SPLINE TRUNCATED

=====

Call: glm.nb(formula = y ~ x1 + x2, data = datanew, init.theta = 7.158908082,
link = log)

Coefficients:

(Intercept)	x1	x2
6.015e+00	1.385e-06	1.314e-03

Degrees of Freedom: 28 Total (i.e. Null); 26 Residual

Null Deviance: 104.6

Residual Deviance: 29.68 AIC: 446.4

=====

Banyak knot prediktor 1: 1

jumlah knot: 1

titik knot [1]: 9875

Banyak knot prediktor 2: 2

jumlah knot: 2

titik knot [1]: 960

titik knot [2]: 1452

MATRIKS

	x	x1	x2		
[1,]	1	28890	19015	517	0 0
[2,]	1	44421	34546	685	0 0
[3,]	1	53064	43189	675	0 0
[4,]	1	32703	22828	694	0 0
[5,]	1	49553	39678	1069	0 0
[6,]	1	50942	41067	1646	194 0
[7,]	1	14429	4554	804	0 0
[8,]	1	97011	87136	1584	132 0
[9,]	1	17091	7216	682	0 0
[10,]	1	16416	6541	667	0 0
[11,]	1	29983	20108	915	0 0
[12,]	1	20064	10189	1125	0 0
[13,]	1	142016	132141	1115	0 0
[14,]	1	138817	128942	785	0 0
[15,]	1	29734	19859	775	0 0
[16,]	1	26924	17049	617	0 0
[17,]	1	46960	37085	660	0 0
[18,]	1	69940	60065	720	0 0
[19,]	1	76768	66893	896	0 0
[20,]	1	232012	222137	1255	0 0
[21,]	1	48430	38555	1157	0 0
[22,]	1	22552	12677	292	0 0

[23,] 1 20641 10766 691 0 0
 [24,] 1 94212 84337 1135 0 0
 [25,] 1 5914 0 115 0 0
 [26,] 1 28708 18833 558 0 0
 [27,] 1 7199 0 165 0 0
 [28,] 1 8988 0 111 0 0
 [29,] 1 161672 151797 1639 187 0

hasil estimasi model regresi

Parameter	nonparametrik
beta 1	5,9500265
beta 2	0,00014
beta 3	0,000014
beta 4	0.013135
beta 5	0.0013135
beta 6	0.0015135
Alfa	7.158908

Nilai Matriks Hessian

	(Intercept)	x1	x1	x2	x2	x2
(Intercept)	-3.838523e+00	-15444525	-15444525	-2.839726e+03	0	0
x1	-1.544453e+07	-616614426068	-530872067030	-1.057950e+10	0	0
x1	-1.544453e+07	-530872067030	-464099737264	-1.057950e+10	0	0
x2	-2.839726e+03	-10579499932	-10579499932	-2.100787e+06	0	0
x2	0.000000e+00	0	0	0.000000e+00	0	0
x2	0.000000e+00	0	0	0.000000e+00	0	0
	2.957995e-02	-2142273	-2145067	-9.112273e+00	0	0

(Intercept)	2.957995e-02
x1	-2.142273e+06
x1	-2.145067e+06
x2	-9.112273e+00
x2	0.000000e+00
x2	0.000000e+00
	3.765872e-01

Nilais'Hs

-1.343734e+13 ==>[Matriks H definit negatif]

Y observasi	Y topi
611	620.8502
1065	1071.275
465	470.031
1188	1196.56
1709	1716.683
2362	2372.812
1258	1261.55
3397	3408.1
1144	1157.417
1270	1276.43
999	1007.436
2735	2744.

3127	3132.34
1464	1472.324
564	571.426
1103	1109.2741
555	563.32
811	819.039
1227	1234.191
2072	2077.171
2305	2312.366
1028	1035.2269
827	834.761
1657	1660.846
263	280.3613
1818	1820.1524
692	698.8832
391	499.8833
7007	6961.025

GOODNESS OF FIT

nilai Deviance	9.88955
p-value	0.9938729

Nilai Chi-Square Tabel = 40.11327

Taraf signifikan = 0.05

keputusan =

p-value Deviance > alfa(0.05), maka

Model Nonparametrik Binomial Negatif sesuai

Lampiran 5

Tabel *Chi-Square*

df	0,1	0,05	0,025	0,001	0,005
1	2,705543	3,841459	5,023886	6,634897	7,879439
2	4,605170	5,991465	7,377759	9,210340	10,596635
3	6,251389	7,814728	9,348404	11,344867	12,838156
4	7,779440	9,487729	11,143287	13,276704	14,860259
5	9,236357	11,070498	12,832502	15,086272	16,749602
6	10,644641	12,591587	14,449375	16,811894	18,547584
7	12,017037	14,067140	16,012764	18,475307	20,277740
8	13,361566	15,507313	17,534546	20,090235	21,954955
9	14,683657	16,918978	19,022768	21,665994	23,589351
10	15,987179	18,307038	20,483177	23,209251	25,188180
11	17,275009	19,675138	21,920049	24,724970	26,756849
12	18,549348	21,026070	23,336664	26,216967	28,299519
13	19,811929	22,362032	24,735605	27,688250	29,819471
14	21,064144	23,684791	26,118948	29,141238	31,319350
15	22,307130	24,995790	27,488393	30,577914	32,801321
16	23,541829	26,296228	28,845351	31,999927	34,267187
17	24,769035	27,587112	30,191009	33,408664	35,718466
18	25,989423	28,869299	31,526378	34,805306	37,156451
19	27,203571	30,143527	32,852327	36,190869	38,582257
20	28,411981	31,410433	34,169607	37,566235	39,996846
21	29,615089	32,670573	35,478876	38,932173	41,401065
22	30,813282	33,924438	36,780712	40,289360	42,795655
23	32,006900	35,172462	38,075627	41,638398	44,181275
24	33,196244	36,415029	39,364077	42,979820	45,558512
25	34,381587	37,652484	40,646469	44,314105	46,927890
26	35,563171	38,885139	41,923170	45,641683	48,289882
27	36,741217	40,113272	43,194511	46,962942	49,644915
28	37,915923	41,337138	44,460792	48,278236	50,993376
29	39,087470	42,556968	45,722286	49,587884	52,335618
30	40,256024	43,772972	46,979242	50,892181	53,671962
31	41,421736	44,985343	48,231890	52,191395	55,002704
32	42,584745	46,194260	49,480438	53,485772	56,328115
33	43,745180	47,399884	50,725080	54,775540	57,648445
34	44,903158	48,602367	51,965995	56,060909	58,963926
35	46,058788	49,801850	53,203349	57,342073	60,274771
36	47,212174	50,998460	54,437294	58,619215	61,581179
37	48,363408	52,192320	55,667973	59,892500	62,883335
38	49,512580	53,383541	56,895521	61,162087	64,181412
39	50,659770	54,572228	58,120060	62,428121	65,475571
40	51,805057	55,758479	59,341707	63,690740	66,765962

RIWAYAT HIDUP



Nama lengkap saya Ilmiatul Muhibah, lahir di Kabupaten Malang pada tanggal 13 Februari 1998. Saya biasa dipanggil Ilmi, tinggal di Dsn.Genengan RT/RW 025/006 Ds.Girimoyo Kec.Karangploso Kab.Malang. Anak kedua dari Ibu Suliati dan Bapak Sukirnu. Pendidikan yang sudah saya tempuh yaitu TK di TK Dharma Wanita Karangploso, kemudian melanjutkan ke Sekolah Dasar di SD Girimoyo 03 lulus pada tahun 2010, kemudian melanjutkan ke Sekolah Menengah Pertama di SMP Negeri 01 Karangploso lulus pada tahun 2013 dan melanjutkan ke jenjang Sekolah Menengah Atas di Madrasah Aliyah Negeri Kota Batu lulus pada tahun 2016. Selanjutnya saya melanjutkan pendidikan di jenjang strata-1 padatahun 2016 di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.




KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Ilmiatul Muhibah
NIM : 16610010
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Regresi Binomial Negatif Pada Kasus Tuberkulosis
Provinsi Jawa Timur Menggunakan Estimator
Spline Truncated
Pembimbing I : Ria Dhea Layla N.K, M.Si
Pembimbing II : Dr. Hairur Rahman, M.Si

No.	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	7 Oktober 2019	Setor dan Konsultasi Judul	1.
2.	6 Februari 2020	Konsultasi Bab I	2.
3.	13 Februari 2020	Revisi Bab I	3.
4.	21 Februari 2020	Revisi Bab I dan Konsultasi Bab II	4.
5.	25 Februari 2020	Revisi Bab II dan konsultasi Bab III	5.
6.	29 Februari 2020	Konsultasi dan Revisi Kajian Agama	6.
7.	2 Maret 2020	ACC Kajian Agama	7.
8.	12 Maret 2020	ACC Bab I, Bab II dan Bab III	8.
9.	19 Maret 2020	Konsultasi Bab IV	9.
10.	2 April 2020	Revisi Bab IV dan Konsultasi Bab V	10.
11.	25 April 2020	ACC Bab IV dan Bab V	11.
12.	5 Mei 2020	Revisi semua bab pasca sidang	12.

13.	30 Mei 2020	ACC Keseluruhan	13. 
-----	-------------	-----------------	---

Malang, 30 Mei 2020

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si

NIP. 19650414 2000312 1 001

