PENERAPAN METODE KUHN TUCKER UNTUK OPTIMALISASI PRODUKSI

SKRIPSI

OLEH
AFINA SA'BAN
NIM. 13610036

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

PENERAPAN METODE KUHN TUCKER
UNTUK OPTIMALISASI PRODUKSI

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Afina Sa'ban
NIM. 13610036

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

PENERAPAN METODE KUHN TUCKER
UNTUK OPTIMALISASI PRODUKSI

SKRIPSI

Oleh
Afina Sa'ban
NIM. 13610036

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 12 Mei 2020

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	M. Nafie Jauhari, M. Si
NIP. 19770521 200501 2 004	NIDT. 19870218 20160801 1056

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PENERAPAN METODE KUHN TUCKER UNTUK OPTIMALISASI PRODUKSI

SKRIPSI

Oleh
Afina Sa'ban
NIM. 13610036

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 12 Mei 2020

Penguji Utama	: Mohammad Jamhuri, M. Si	....
Ketua Penguji	: Juhari, M. Si	....
Sekretaris Penguji	: Ari Kusumastuti, M. Pd., M. Si	....
Anggota Penguji	: M. Nafie Jauhari, M. Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Afina Sa'ban
NIM	:	13610036
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Penerapan Metode Kuhn Tucker untuk Optimalisasi Produksi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 12 Mei 2020
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL 20
85F1EAHF362963469
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Afina Sa'ban
NIM. 13610036

MOTO

"Balas dendam terbaik adalah dengan memperbaiki diri"

Ali bin Abi Thalib

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Seluruh keluarga besar yang selalu memberikan motivasi dan semangat bagi penulis

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Penerapan Metode Kuhn Tucker untuk Optimalisasi Produksi" untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam selalu terlimpahkan kepada nabi Muhammad Saw. yang telah menuntun manusia ke jalan keselamatan.

Dalam kesempatan ini, penulis mengucapkan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah mendukung dan membantu penyelesaian skripsi ini, yakni kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M. Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Usman Pagalay, M. Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim malang.
3. Ari Kusumastuti, M. Pd., M. Si, selaku dosen pembimbing I yang telah membimbing penulis menyelesaikan skripsi ini.
4. Mohammad Nafie Jauhari, M. Si, selaku dosen pembimbing II yang telah membimbing penulis menyelesaikan skripsi ini.
5. Mohammad Jamhuri, M. Si, selaku penguji utama yang telah memberikan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.

6. Juhari, M. Si, selaku ketua penguji yang telah memberikan arahan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Semoga Allah Swt. melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 12 Mei 2020

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Sa'ban Afina. 2020. **Penerapan Metode Kuhn Tucker untuk Optimalisasi Produksi.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti, M. Pd. M. Si (II) M. Nafie Jauhari, M. Si

Kata Kunci: Optimasi, Metode Kuhn Tucker, Metode Lagrange

Metode Kuhn Tucker merupakan suatu teknik yang dapat digunakan untuk mencari titik optimum dari suatu fungsi kendala tanpa memandang sifat apakah linear atau non linear. Penyelesaian metode Kuhn Tucker sama halnya dengan metode Lagrange, yaitu menghitung nilai (x, λ, S) dan menghitung nilai $f(x)$. Proses pencarian nilai (x, λ, S) menggunakan perkalian matriks. Proses pencarian nilai λ dengan menggunakan aplikasi matlab, sehingga diperoleh hasil yang akurat. Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini merupakan model linier, fungsi tujuan dari model tersebut adalah memaksimalkan keuntungan dari masing-masing jenis kerupuk al-Barakah.

Berdasarkan perhitungan, diperoleh produksi optimal dari kerupuk al-Barokah model mawar sebanyak 1.200 bungkus, kerupuk model kotak sebanyak 1.200 bungkus, kerupuk model kerang sebanyak 1.000 bungkus dan kerupuk model stik sebanyak 1.000 bungkus.

ABSTRACT

Sa’ban, Afina. 2020. The Application of the Kuhn Tucker Method for Production Optimization. Thesis. Department of Mathematics,Faculty of Sains and Technology, Maulana Malik Ibrahim Islamic University State of Malang. Advisors: (I) Ari Kusumastuti, M. Pd. M. Si (II) M. Nafie Jauhari, M. Si.

Keywords: Optimization, Kuhn Tucker’s Method, Lagrange’s Method.

Kuhn Tucker's method is a technique that can be used to find the optimum point of a constraint function regardless of whether it is linear or non-linear. The solution of the Kuhn Tucker method is similar to the Lagrange method, which is to calculate the value (x, λ, S) and calculate the value of $f(x)$. The process of finding (x, λ, S) values uses matrix multiplication. The process of finding λ values using the matlab application, in order to obtain accurate results. The mathematical model used in this study is a linear model, the objective function of the model is to maximize the benefits of each type of al-Barakah crackers. Based on the calculations, the optimal production of al-Barokah crackers is 1.200 packs of rose models, 1.200 packs for box models, 1.200 packs for shell models and 1.200 packs for stick crackers.

ملخص

شعبان عافينا. ٢٠٢٠. تطبيق طريقة **Kuhn Tucker** لتحقيق الإنتاج الامثل. البحث العلمي. **قسم** الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية **بمالانج**. المشرفة (١) آري كوسوما استوتي الماجستير، المشرف (٢) محمد نافع جوهاري الماجستير.

الكلمات الرئيسية: *محقيق الانتاج الامثل*، طريقةKuhn Tucker ، طريقة Lagrange

طريقة Kuhn Tucker هي تقنية يمكن استخدامها للعثور على النقطة المثلى لوظيفة القيد بدون النظر عما إذا كانت خطية أو غير خطية. يشبه إكمال طريقة Kuhn Tucker بطريقة Lagrange، وهي حساب القيمة (x، λ، S) وحساب قيمة ($f(x$. تستخدم عملية البحث عن القيم (x، λ، S) ضرب المصفوفة. عملية ايجاد القيم باستخدام تطبيق matlab للحصول على نتائج دقيقة.النموذج الرياضي المستخدم في هذه الدراسة هو نموذج خطي ، والوظيفة المستهدفة للنموذج هي زيادة الارباح لكل نوع من المفرقعات البركة.بناءً على الحسابات ، تم الحصول على الإنتاج الأمثل لمفرقعات البروكة مع **١٢٠٠** عبوة من لشكل الوردي ، و **١٢٠٠** عبوة لشكل المستطيل ، و **١٠٠٠** عبوة لشكل القديفة ، و **١٠٠٠** عبوات لشكل عيدان.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perdagangan merupakan kegiatan ekonomi yang berhubungan dengan kegiatan menjual atau membeli barang. Kegiatan tersebut dilakukan dengan tujuan memperoleh laba atau untung. Perdagangan merupakan pekerjaan yang dianjurkan oleh Rasulullah SAW, bahkan anjuran untuk berdagang terdapat dalam beberapa ayat dalam al-Qur'an diantaranya didalam surat an-Nisa'/4: 29 Allah SWT berfirman yang artinya:

"Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu saling memakan harta sesamamu dengan jalan yang batil, kecuali dengan jalan perniagaan yang berlaku dengan suka sama-suka di antara kamu. dan janganlah kamu membunuh dirimu, Sesungguhnya Allah adalah Maha Penyayang kepadamu."

Semua jenis jual beli yang dilakukan secara suka sama suka dari kedua belah pihak hukumnya boleh, selain jual beli yang diharamkan Rasulullah SAW, kecuali emas dan perak, yang harus diserah terimakan secara langsung. Dengan demikian juga dengan makanan dan minuman. Kaitan penelitian ini dengan ayat tersebut diambil dari kata tijarah yang artinya berdagang (Ahmad, 2007). Didalam berdagang tentunya terdapat tujuan, yakni untuk mencari keuntungan. Keuntungan tersebut dapat digunakan untuk memenuhi kehidupan sehari-hari.

Banyaknya persaingan dalam berdagang membuat pedagang diharuskan untuk memiliki strategi yang tepat, agar proses penjualan berlangsung dengan lancar dan keuntungan yang diperoleh memuaskan. Berbagai masalah muncul dalam berdagang diantaranya tidak stabilnya jumlah pengeluaran dengan jumlah pemasukan yang menyebabkan jumlah produksi tidak optimal. Dalam hal ini optimalitas yang dimaksud adalah seluruh aktivitas untuk mendapatkan keuntungan terbaik di bawah keadaan masalah produksi yang dihadapi. Seperti halnya teori optimasi yang tujuannya adalah untuk mendapatkan hasil yang optimal baik maksimum ataupun minimum. Secara teori masalah optimasi dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu optimasi dengan kendala dan optimasi tanpa kendala (Moengin, 2011).

Penelitian ini merupakan studi kasus pada hasil wawancara produksi krupuk al-Barakah. Adapun tujuan penelitian ini adalah membantu produsen untuk menentukan jumlah produksi yang optimal untuk mencapai keuntungan yang maksimal dengan menggunakan metode Kuhn Tucker.

Metode Kuhn Tucker merupakan suatu teknik yang dapat digunakan untuk mencari titik optimum dari suatu fungsi kendala tanpa memandang sifat apakah linear atau nonlinear. Penyelesaian metode Kuhn Tucker sama halnya dengan metode Lagrange, yaitu menghitung nilai (x, λ, S)dan menghitung nilai $f(x)$. Proses pencarian nilai (x, λ, S)menggunakan perkalian matriks (Amalia, 2009).

Penelitian ini merujuk pada penelitian-penelitian sebelumnya, diantaranya oleh Anta Dika Karo Karo (2016) menggunakan metode Kuhn Tucker untuk menentukan hasil produksi yang optimal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlah produksi yang optimal dapat ditentukan dengan metode Kuhn Tucker.

Safitri, dkk (2019) menggunakan metode Kuhn Tucker untuk mengoptimalkan hasil produksi Toko Baju Mitra. Keuntungan dari produksi toko Baju Mitra dapat maksimal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan metode Kuhn Tucker.

Berdasarkan paparan di atas peneliti menggunakan metode Kuhn Tucker untuk menentukan jumlah produksi kerupuk al-Barakah yang optimal, untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana penerapan metode Kuhn Tucker untuk optimalisasi produksi?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui penerapan metode Kuhn Tucker untuk optimalisasi produksi.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah untuk mendapatkan wawasan mengenai penerapan metode Kuhn Tucker untuk optimalisasi produksi.

1.5 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan skripsi ini, peneliti menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Meliputi teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan metode Kuhn Tucker

Bab III Metode Penelitian

Meliputi pendekatan penelitian, sumber data, dan tahap analisis data.

Bab IV Pembahasan

Meliputi penerapan metode Kuhn Tucker untuk optimasi keuntungan

Bab V Penutup

Meliputi kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Optimasi

Optimasi merupakan pendekatan normatif dengan mengidentifikasi penyelesaian terbaik dari suatu permasalahan yang diarahkan pada titik maksimum atau minimum suatu fungsi tujuan. Optimasi produksi diperlukan perusahaan dalam rangka mengoptimalkan sumberdaya yang digunakan agar suatu produksi dapat menghasilkan produk dalam kuantitas dan kualitas yang diharapkan, sehingga perusahaan dapat mencapai tujuannya. Setelah masalah diidentifikasi dan tujuan ditetapkan maka langkah selanjutnya adalah memformulasikan model matematik yang meliputi tiga tahap, yaitu: (Siregar dan Ningsih).

a. Menentukan variabel yang tidak diketahui (variabel keputusan) dan nyatakan dalam simbol matematik.
b. Membentuk fungsi tujuan yang ditunjukkan sebagai hubungan linier (bukan perkalian) dari variabel keputusan.
c. Menentukan semua kendala masalah tersebut dan memasukkan dalam persamaan atau pertidaksamaan yang juga merupakan hubungan linier dari variabel keputusan yang mencerminkan keterbatasan sumberdaya masalah tersebut.

Menentukan nilai optimum (nilai maksimum atau nilai minimum) suatu fungsi matematika multivariabel dalam teori optimasi dengan kendala (constraints) berupa suatu persamaan adalah suatu masalah optimasi yang sering ditemukan dalam teori maksimum dan minimum yang terdapat dalam kalkulus. Adapun metode matematika untuk hal tersebut dapat digunakan metode pengali Lagrange. Sedangkan mementukan nilai optimum suatu fungsi matematika multivariabel dengan kendala berupa suatu pertidaksamaan adalah hal khusus yang perlu dipelajari lebih lanjut dalam teori optimasi, diantaranya metode Faktor Pengali Kuhn Tucker (Asih dan Widana, 2012).

2.2 Metode Pengali Lagrange

Metode pengali Lagrange digunakan untuk mencari solusi dari suatu permasalahan titik ekstrim dari beberapa variabel dan fungsi yang memenuhi semua persamaan kendala. Fungsi Lagrange dipakai dalam menyelesaikan permasalahan optimasi dengan kendala persamaan (Safitri, dkk, 2019). Langkah awal metode pengali Lagrange adalah dengan membentuk fungsi baru yakni F yang merupakan gabungan antara dua fungsi obyektif, fungsi kendala ditambah dengan sejumlah variabel pengganda (λ). Bentuk fungsi baru tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$F(f, x, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$$

Dengan syarat: $\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0.$

Lambang λ (lambda) pada fungsi *F*, mewakili angka yang belum ditentukan besarnya dan nilainya tidak tergantung pada *x* dan *y*, yang disebut pengali Lagrange.

2.3 Pemrograman Linier Berkendala

Pemrograman linier berkendala merupakan masalah optimasi yang memiliki batasan-batasan, sehingga untuk $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ maka bentuk standar untuk program-program linier mengandung kendala-kendala persamaan adalah:

Maksimumkan/minimiumkan :$f(x)$

Dengan kendala : $g_m(x) = 0$

Disini $m \geq n$ (jumlah kendala lebih kecil daripada variabel), jika terjadi bahwa $m > n$, maka biasanya tidak dapat diselesaiakan. Pada program minimasi dapat diubah ke dalam bentuk program maksimasi dengan mengalikan fungsi objektif -1.

Suatu metode yang dapat dipakai untuk menyelesaikan masalah optimasi ini adalah metode pengali Lagrange. Metode pengali Lagrange dipilih karena prinsip kerjanya sederhana dan mudah dimengerti. Metode ini dimulai dengan pembentukan fungsi Lagrange yang didefinisikan sebagai: (Dika,2016)

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j g_m(x)$$

Dimana L adalah fungsi Lagrange yang disusun sebagai teknik optimasi pendukung metode Kuhn Tucker dalam perhitungan program linier yang memiliki kendala ketidaksamaan. $f(x)$ adalah suatu fungsi kerangka dalam penyusunan fungsi Lagrange. Dan x adalah variabel-variabel keputusan yang merupakan tujuan optimasi, λ_j adalah suatu pengali dalam optimasi kendala. Sementara g_m adalah merupakan kendala-kendala yang muncul dalam optimisasi.

Syarat perlu bagi sebuah fungsi $f(x)$dengan kendala $g_m(x) = 0$, dengan $j = 1, 2, \dots, m$ agar mempunyai minimum relatif pada titik x^*adalah turunan parsial pertama dari fungsi Lagrange-nya yang didefinisikan sebagai$L = L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_m)$terhadap setiap argumennya mempunyai nilai nol.

Misalkan terdapat permasalahan optimasi dengan suatu kendala sebagai berikut:

Maksimumkan/minimumkan $: f(x)$

Dengan kendala $: g(x) = b$

Fungsi lagrange-nya adalah:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda(b - g(x))$$

Syarat perlu untuk penyelesaian di atas adalah:

$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$ untuk $i = 1,2, \dots, n$ dan

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

Persamaan di atas menghasilkan

$\frac{\partial f}{\partial x_i} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} = 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$

$b - g(x) = 0$ atau $b = g$

Maka

$\frac{\partial f}{\partial x_i} \partial x_i - \lambda \frac{\partial g}{\partial x_i} \partial x_i = 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \partial x_i - \lambda \sum_{i-1}^{n} \frac{\partial g}{\partial x_i} \partial x_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \partial x_i = \lambda \sum_{i-1}^{n} \frac{\partial g}{\partial x_i} \partial x_i$$

Karena $\sum_{i-1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \partial x_i$ adalah df dan $\lambda \sum_{i-1}^{n} \frac{\partial g}{\partial x_i} \partial x_i$ adalah dg

Maka persamaan final dari $\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \partial x_i = \lambda \sum_{i-1}^{n} \frac{\partial g}{\partial x_i} \partial x_i$ adalah $df = \lambda db$ atau $df = \lambda^* db$

Dari persamaan ini dapat ditarik kesimpulan bahwa pada penyelesaian optimum, perubahan fungsi tujuan f, berbanding lurus dengan perubahan kendala b dengan faktor sebesar pengali lagrange λ. Bentuk standar dari program-program linier yang mengandung hanya kendala-kendala ketidaksamaan adalah:

Maksimumkan/ Minimumkan	: $f(x)$	
Dengan kendala	$g_i(x) \leq 0$	untuk $i = 1, 2, \dots, n$
	$x \geq 0$	

Kunci dari penanganan permasalahan di atas adalah merubah kendala pertidaksamaan menjadi persamaan dengan menambahkan variabel slack.

2.4 Metode Kuhn Tucker

Pada tahun 1951 Kuhn Tucker mengemukakan suatu teknik optimasi yang dapat digunakan untuk pencarian titik optimum dari suatu fungsi berkendala. Metode Kuhn Tucker ini dapat dipergunakan untuk mencari solusi yang optimum dari suatu fungsi tanpa memandang sifat dari fungsi tersebut apakah linier atau *non linear*. Jadi metode Kuhn Tucker ini bersifat teknik yang umum dalam pencarian titik optimum dari setiap fungsi.

Metode Kuhn Tucker adalah suatu metode untuk menentukan nilai optimum suatu fungsi dengan kendala berupa suatu pertidaksamaan. Prosedur menggunakan metode Kuhn Tucker untuk memecahkan suatu masalah optimasi dengan kendala berupa pertidaksamaan, secara esensial melibatkan langkah-langkah yang sama seperti halnya dalam menggunakan metode lagrange untuk memecahkan masalah optimasi dengan kendala berupa persamaan (Asih dan Widana, 2012).

Jika x_0 adalah solusi optimal dari pemrograman linier dan Kuhn Tucker kendala yang berlaku, maka terdapat λ_i untuk $i = 1, 2, \dots, m$

$$f(x_0) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i g_i(x_0) = 0$$

$$\lambda_i g_i(x_0) = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\lambda_i \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

Dalam jurnalnya Safitri.dkk (2019) menguraikan bahwa kendala pertidaksamaan dapat ditransformasikan dengan menambahkan slack variabel tak negatif S_i^2, sehingga menjadi

$$g_i(x) + S_i^2 = 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m$$

Dimana slack variable belum diketahui, maka masalah optimasi tersebut menjadi

Maksimumkan: $f(x)$

Kendala $g_i(x) + S_i^2 = 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, m$

Masalah tersebut dapat diselesaikan dengan metode Lagrange, maka fungsi Lagrange untuk masalah ini adalah:

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (g_i(x) - b + S_i^2$$

Diberikan kendala $g(x) \leq 0$, sebuah syarat perlu untuk optimalisasi bahwa λ haruslah tak negatif untuk masalah maksimasi. Moengin (2011) menjelaskan bahwa:

1. Jika $\lambda_i \neq 0$, maka slack variabel bernilai nol, yang berarti bahwa kendala tersebut aktif pada titik optimum.
2. Jika $\lambda_i = 0$, maka slack variable bernilai lebih besar dari nol, yang berarti bahwa kendala tersebut tidak aktif dan selanjutnya dapat diabaikan.

Syarat metode Kuhn Tucker untuk masalah maksimasi dapat dirangkum sebagai berikut:

$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial L}{\partial x_i} + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \frac{\partial L}{\partial x_i} = 0$ untuk $i = 1, 2, \ldots, m$

$\lambda_i g_i = 0$ untuk $i = 1, 2, \ldots, m$

$g_i(x) \leq 0$ untuk $i = 1, 2, \ldots, m$

λ_i tidak dibatasi dalam tanda untuk $i = 1, 2, \ldots, m$

Berdasarkan kasus maksimasi atau minimasi, pengali Lagrange *(λ)* yang terkait dengan kendala kesamaan tidak terbatas tandanya.

Syarat yang diperlukan agar syarat perlu Kuhn Tucker juga merupakan syarat cukup Kuhn Tucker dapat didefinisikan sebagai berikut:

Maksimumkan $= f(x)$

Kendala

$g_i(x) \leq 0$ untuk $i = 1, 2, \ldots, m$

$g_i(x) \geq 0$ untuk $i = m + 1, \ldots, n$

$g_i(x) = 0$ untuk $i = n + 1, \ldots, p$

Fungsi Lagrange yang bersangkutan adalah:

$$L(x,\lambda,S)f(x)+\sum_{i=1}^{m}\lambda_i[g_i(x)+s_i^2]+\sum_{i=m+1}^{n}\lambda_i[g_i(x)+s_i^2]+\sum_{i+n+1}^{p}\lambda_i g_i(x)$$

Dimana λ_i adalah pengali Lagrange yang terkait dengan kendala j.

Dari uraian di atas prosedur menggunakan metode Kuhn Tucker dalam memecahkan suatu masalah optimasi dengan kendala berupa pertidaksamaan, dapat dirangkum sebagai berikut: (Putra,2015)

a. Membentuk suatu fungsi Langrange, maka dapat menghitung titik-titik kritisnya dan menguji nilai fungsi objektif pada setiap titik kritis yang memuat fungsi objektif optimal. Jadi dalam hal ini dibentuk suatu fungsi Lagrange yang didefinisikan dengan:

$$L(X,\lambda)=f(X)+\sum_{i=1}^{l}\lambda_i g_i(X)$$

b. Mencari semua solusi(x,λ) dalam himpunan persamaan berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}(x,\lambda)=0\,;(j=1,2,\dots,n$$

dengan

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x,\lambda)\geq 0;\ \lambda_i\geq 0$$

$$\lambda_i\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x,\lambda)=0\,;i=1,2\dots l$$

Penyelesaian dari sistem persamaan ini, selanjutnya disebut titik kritis dari L. selanjutnya misalkan M menotasikan himpunan titik-titik kritis yaitu $M=\{(x,\lambda)|(x,\lambda)\text{ adalah titik kritis dari }L\}$.

c. Selanjutnya langkah terakhir yaitu menghitung nilai f untuk setiap titik kritis yang merupakan himpunan bagian dari M, yang memuat fungsi tujuan menjadi optimum.

2.5 KajianAgama Mengenai Kerja Keras

Berdasarkan surat an-Nisa'/4: 29 Allah meganjurkan hambaNya untuk memenuhi kebutuhan hidupnya dengan berdagang, selain itu bekerja keras juga dianjurkan oleh Allah didalam berdagang untuk mendapatkan hasil yang maksimal. Dalam surat az-Zumar/39: 39 Allah berfirman yang artinya:

"Katakanlah: Hai kaumku, bekerjalah sesuai keadaanmu, sesungguhnya aku akan bekerja (pula). Maka kelak kamu akan mengetahui".

Tafsir al-Qur'an ayat tersebut menggambarkan posisi Nabi Muhammad ketika berhadapan dengan orang-orang musyrikin Mekah yang menyembah berhala. Untuk mempertegas posisi itu, Allah memerintahkan kepada Nabi Muhammad agar menyampaikan kepada kaumnya untuk mengerjakan apa yang ingin mereka kerjakan dan Nabi mengerjakan apa yang Nabi kerjakan. *Katakanlah* wahai Nabi Muhammad, *"Wahai kaumku! Berbuatlah menurut kedudukanmu* dan sikap hidup kalian, *aku pun berbuat* demikian sesuai dengan sikap hidup dan kepercayaan yang telah dihidayahkan Allah kepadaku. *Kelak kamu akan mengetahui* apa hasil perbuatan tersebut (Qur'an Kemenag).

Kandungan yang tersirat dalam surat az-zumar ayat 39 ini adalah (1) untuk kelanjutan hidup di dunia kita diperintahkan bekerja sesuai dengan keahlian kita, agar mendapat hasil yang maksimal. (2) semua macam ibadah yang dapat kita lakukan, hendaklah kita lakukan dan ikhlas karena Allah bukan karna yang lain.

Kita sebagai manusia, tentulah memohon kelancaran dan keberkahan rezeki kepada Allah dengan berdo’a, tetapi tidak hanya berdo’a, kita harus bekerja keras dengan diiringi do’a tersebut. Dengan demikianlah kerja keras dan do’a akan berjalan seimbang untuk mencapai hasil yang maksimal.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan pada penelitian ini adalah pendekatan studi literatur, yaitu dengan mengumpulkan bahan-bahan pustaka mengenai metode Kuhn Tucker.

3.2 Data dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian adalah data primer yang diambil melalui wawancara dengan pemilik pabrik kerupuk al-Barakah yang berada di Manokwari Papua. Data yang diambil adalah data jumlah produksi kerupuk per hari. Adapun data yang diambil sebagai berikut:

Tabel 3.2.1 Data Bahan Baku (Kg) Kerupuk al-Barakah

Bahan Baku	Komposisi untuk Satu Bungkus Kerupuk (Gram)				Bahan yang Tersedia per Hari (Gram)
	Mawar	Kotak	Kerang	Stik	
Minyak	6,25	6,25	6	6	37.000
Penyedap rasa	0,2	0,3	0,4	0,3	2.000
Bumbu tambahan	-	-	1,8	2	6.000
Kerupuk model mawar	12,5	-	-	-	15.000
Kerupuk model kotak	-	12,5	-	-	15.000
Kerupuk model kerang	-	-	10	-	10.000
Kerupuk model stik	-	-	-	10	10.000

Tabel 3.2.2 Data jumlah produksi kerupuk per hari (bungkus)

Jenis kerupuk	Jumlah produksi/hari
Kerupuk model mawar	1.200 bungkus
Kerupuk model kotak	1.200 bungkus
Kerupuk model kerang	1.000 bungkus
Kerupuk model stik	1.000 bungkus

Tabel 3.2.2 Data Modal dan Harga Jual (Rupiah) Kerupuk al-Barakah

	Mawar	Kotak	Kerang	Stik	Batasan
Modal per Bungkus (Rupiah)	Rp. 350	Rp. 350	Rp. 400	Rp. 400	Rp. 400
Harga Jual per Bungkus (Rupiah)	Rp. 700	Rp. 700	Rp. 700	Rp. 700	Rp. 700

3.3 Analisis Data dengan Metode Kuhn Tucker

Langkah-langkah analisis data dengan metode Kuhn Tucker sebagai berikut:

1. Menentukan variabel keputusan
2. Merumuskan fungsi tujuan
3. Merumuskan fungsi kendala
4. Penyelesaian masalah optimasi menggunakan metode Kuhn Tucker dengan langkah-langkah sebagai berikut:
   a. Membentuk model pemrograman linier dari fungsi tujuan dan fungsi kendala.
   b. Mengubah kendala menjadi bentuk persamaan dengan menambahkan variabel slack.
   c. Membentuk fungsi lagrange sebagai berikut:

$$L(x, \lambda, S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i (g_i(x) - b + S_i^2$$

d. Mencari solusi (x, λ) dalam himpunan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_j}(x, \lambda) = 0 \,; (j = 1, 2, \dots, n$$

dengan

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda_{\mathrm{i}}}(\mathrm{x}, \lambda) \geq 0; \; \lambda_{\mathrm{i}} \geq 0$$

$$\lambda_{\mathrm{i}} \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda_{\mathrm{i}}}(\mathrm{x}, \lambda) = 0 \,; \mathrm{i} = 1, 2 \dots \mathrm{l}$$

e. Menghitung nilai f untuk setiap titik kritis yang memuat fungsi tujuan menjadi optimum.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Pembentukan Variabel Keputusan

Variabel keputusan pada penelitian ini didapat dari macam-macam kerupuk yang diproduksi, diantaranya:

x_1 : Kerupuk model mawar

x_2: Kerupuk model kotak

x_3 : Kerupuk model kerang

x_4: Kerupuk model stik

4.2 Perumusan Fungsi Tujuan

Tujuan adalah fungsi yang harus dioptimalkan sebagai hasil akhir dari perkiraan produksi yang optimal. Untuk mencapai fungsi tujuan maka jumlah harga jual setiap produk harus dikurangi dengan modal sehingga di dapat keuntungan per produk. Sehingga keuntungan inilah yang akan menjadi pengali bagi nilai jumlah produksi yang optimal.

Fungsi tujuan pada penelitian ini yakni:

$$f(x) = 350x_1 + 350x_2 + 300x_3 + 300x_4$$

4.3 Perumusan Fungsi Kendala

Fungsi kendala adalah representasi dari kendala-kendala yang muncul dalam hal pengoptimalan. Dalam suatu produksi kendala-kendala ini biasa disebut sebagai hambatan atau suatu keterbatasan, misalnya ketersediaan bahan baku. Sederhananya fungsi kendala adalah fungsi yang memiliki batasan tertentu.

Dalam hal ini fungsi yang merupakan bentuk dari keterbatasan bahan baku dalam produksi kerupuk al-Barakah sebagai berikut:

Fungsi kendala:

$$6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 37.000$$

$$0{,}3x_1 + 0{,}2\,x_2 + 0{,}2x_3 + 0{,}2x_4 \leq 2.000$$

$$1{,}8x_3 + 2x_4 \leq 6.000$$

$$12{,}5x_1 \leq 15.000$$

$$12{,}5x_2 \leq 15.000$$

$$10x_3 \leq 10.000$$

$$10x_4 \leq 10.000$$

$$x_1 \leq 1.200$$

$$x_2 \leq 1.200$$

$$x_3 \leq 1.000$$

$$x_4 \leq 1.000$$

4.4 Penyelesaian dengan Metode Kuhn Tucker

Setelah fungsi tujuan dan fungsi kendala terbentuk, maka dapat dibentuk model pemograman linier sebagai berikut:

$$f(x) = 350\,x_1 + 350\,x_2 + 300x_3 + 300x_4$$

$$g_1(x) = 6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 \leq 37.000$$

$$g_2(x) = 0{,}2x_1 + 0{,}3\,x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 \leq 1.000$$

$$g_3(x) = 1{,}8x_3 + 2x_4 \leq 6.000$$

$$g_4(x) = 12{,}5x_1 \leq 25.000$$

$$g_5(x) = 12{,}5x_2 \leq 25.000$$

$$g_6(x) = 10x_3 \leq 10.000$$

$$g_7(x) = 10x_4 \leq 10.000$$

$$g_8(x) = x_1 \leq 1.200$$

$$g_9(x) = x_2 \leq 1.200$$

$$g_{10}(x) = x_3 \leq 1.000$$

$$g_{11}(x) = x_4 \leq 1.000$$

Mengubah kendala menjadi bentuk persamaan dengan menambahkan variabel slack pada setiap $g_i(x)$. Maka dihasilkan bentuk persamaan sebagai berikut:

$$f(x) = 350\ x_1 + 350\ x_2 + 300x_3 + 300x_4$$

$$g_1(x) = 6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 + S_1^2 = 37.000$$

$$g_2(x) = 0{,}2x_1 + 0{,}3\ x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 + S_2^2 = 1.000$$

$$g_3(x) = 1{,}8x_3 + 2x_4 + S_3^2 = 6.000$$

$$g_4(x) = 12{,}5x_1 + S_4^2 = 15.000$$

$$g_5(x) = 12{,}5x_2 + S_5^2 = 15.000$$

$$g_6(x) = 10x_3 + S_6^2 = 10.000$$

$$g_7(x) = 10x_4 + S_7^2 = 10.000$$

$$g_8(x) = x_1 + s_8^2 = 1.200$$

$$g_9(x) = x_2 + s_9^2 = 1.200$$

$$g_{10}(x) = x_3 + s_{10}^2 = 1.000$$

$$g_{11}(x) = x_4 + s_{11}^2 = 1.000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11} \geq 0$$

Setelah itu dapat dibentuk kedalam bentuk fungsi Lagrange sebagai berikut:

$$L(x,\lambda,S) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i(g_i(x) - b + S_i^2$$

$$L(x_1,x_2,x_3,X_4,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6,\lambda_7,\lambda_8,\lambda_9,\lambda_{10},\lambda_{11},S_1,S_2,S_3,S_4,S_5,S_6,S_7,S_8,S_9,S_{10},S_{11})$$

$$= 350x_1 + 350x_2 + 300x_3 + 300x_4$$

$$+ \lambda_1(6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 + S_1^2 - 37.000) + \lambda_2(0{,}2x_1 + 0{,}3\,x_2$$

$$+ 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 + S_2^2 - 2.000) + \lambda_3(1{,}8x_3 + 2x_4 + S_3^2 - 6.000)$$

$$+ \lambda_4(12{,}5x_1 + S_4^2 - 15.000) + \lambda_5(12{,}5x_2 + S_5^2 - 15.000)$$

$$+ \lambda_6(10x_3 + S_6^2 - 10.000) + \lambda_7(10x_4 + S_7^2 - 10.000) + \lambda_8(x_1 + S_8^2 - 1.200)$$

$$+ \lambda_9(x_2 + S_9^2 - 1.200) + \lambda_{10}(x_3 + S_{10}^2 - 1.000) + \lambda_{11}(x_4 + S_{11}^2 - 1.000)$$

Fungsi Lagrange di atas akan menjadi fungsi tujuan untuk mencapai hasil produksi dan keuntungan yang maksimum. Selanjutnya mengubah fungsi Lagrange ke dalam bentuk bentuk persamaan Kuhn Tucker dengan bentuk umum sebagai berikut:

$\frac{\partial L}{\partial x_i}(x,\lambda,S) = 0$ di mana $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x,\lambda,S) = 0$ di mana $i = 1, 2, 3, \dots, m$

$\frac{\partial L}{\partial S_i}(x,\lambda,S) = 0$ di mana $i = 1, 2, 3, \dots, m$

Sehingga dapat dibentuk persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 350 + 6{,}25\lambda_1 + 0{,}2\lambda_2 + 12{,}5\lambda_4 + \lambda_8 = 0 \qquad (4.4.1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 350 + 6{,}25\lambda_1 + 0{,}3\lambda_2 + 12{,}5\lambda_5 + \lambda_9 = 0 \qquad (4.4.2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_3} = 300 + 6\lambda_1 + 0{,}4\lambda_2 + 1{,}8\lambda_3 + 10\lambda_6 + \lambda_{10} = 0 \tag{4.4.3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_4} = 300 + 6\lambda_1 + 0{,}3\lambda_2 + 2\lambda_3 + 10\lambda_7 + \lambda_{11} = 0 \tag{4.4.4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 + S_1^2 - 37.000 = 0 \tag{4.4.5}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0{,}2x_1 + 0{,}3\,x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 + S_2^2 - 2.000 = 0 \tag{4.4.6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 1{,}8x_3 + 2x_4 + S_3^2 - 6.000 \tag{4.4.7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = 12{,}5x_1 + S_4^2 - 15.000 = 0 \tag{4.4.8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = 12{,}5x_2 + S_5^2 - 15.000 = 0 \tag{4.4.9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6} = 10x_3 + S_6^2 - 10.000 = 0 \tag{4.4.10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7} = 10x_4 + S_7^2 - 10.000 = 0 \tag{4.4.11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_8} = x_1 + S_8^2 - 1.200 = 0 \tag{4.4.12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_9} = x_2 + S_9^2 - 1.200 = 0 \tag{4.4.13}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{10}} = x_3 + S_{10}^2 - 1.000 = 0 \tag{4.4.14}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{11}} = x_4 + S_{11}^2 - 1.000 = 0 \tag{4.4.15}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_1} = 2\lambda_1 S_1 \tag{4.4.16}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_2} = 2\lambda_2 S_2 \tag{4.4.17}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_3} = 2\lambda_3 S_3 \tag{4.4.18}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_4} = 2\lambda_4 S_4 \tag{4.4.19}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_5} = 2\lambda_5 S_5 \tag{4.4.20}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_6} = 2\lambda_6 S_6 \tag{4.4.21}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_7} = 2\lambda_7 S_7 \tag{4.4.22}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_8} = 2\lambda_8 S_8 \tag{4.4.23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_9} = 2\lambda_9 S_9 \tag{4.4.24}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_{10}} = 2\lambda_{10} S_{10} \tag{4.4.25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_{11}} = 2\lambda_{11} S_{11} \tag{4.4.26}$$

Berdasarkan persamaan (4.4.12) smapai (4.4.19) diporeleh nilai S_1 sampai S_{11} masing-masing bernilai nol. Setelah diperoleh nilai S_1 sampai S_{11} maka subtitusi nilai-nilai tersebut kepersaman (4.4.5) sampai (4.4.15) sehingga menghasilkan:

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 - 37.000 = 0 \tag{4.4.27}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0{,}2x_1 + 0{,}3\,x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 - 2.000 = 0 \tag{4.4.28}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 1{,}8x_3 + 2x_4 - 6.000 \tag{4.4.29}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = 12{,}5x_1 - 15.000 = 0 \tag{4.4.30}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_5} = 12{,}5x_2 - 15.000 = 0 \tag{4.4.31}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_6} = 10x_3 - 10.000 = 0 \tag{4.4.32}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_7} = 10x_4 - 10.000 = 0 \tag{4.4.33}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_8} = x_1 - 1.200 = 0 \tag{4.4.34}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_9} = x_2 - 1.200 = 0 \tag{4.4.35}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{10}} = x_3 - 1.000 = 0 \qquad (4.4.36)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{11}} = x_4 - 1.000 = 0 \qquad (4.4.37)$$

Berdasarkan persamaan (4.4.1) sampai (4.4.4) akan diperoleh nilai λ dengan mengeliminasi persamaan tersebut sehingga muncul persamaan-persamaan berikut:

Eliminasi persamaan (4.4.1) dan (4.4.2) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$-0{,}1\lambda_2 + 12{,}5\lambda_4 - 12{,}5\lambda_5 + \lambda_8 - \lambda_9 = 0 \qquad (4.4.38)$$

Eliminasi persamaan (4.4.1) dan (4.4.3) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$50 + 0{,}25\lambda_1 - 0{,}2\lambda_2 - 1{,}8\lambda_3 + 12{,}5\lambda_4 - 10\lambda_6 + \lambda_8 - \lambda_{10} = 0 \qquad (4.4.39)$$

Eliminasi persamaan (4.4.1) dan (4.4.4) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$50 + 0{,}25\lambda_1 - 0{,}1\lambda_2 - 2\lambda_3 + 12{,}5\lambda_4 - 10\lambda_7 + \lambda_8 - \lambda_{11} = 0 \qquad (4.4.40)$$

Eliminasi persamaan (4.4.2) dan (4.4.3) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$50 + 0{,}25\lambda_1 - 0{,}1\lambda_2 - 1{,}8\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 - 10\lambda_6 + \lambda_9 - \lambda_{10} = 0 \qquad (4.4.41)$$

Eliminasi persamaan (4.4.2) dan (4.4.4) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$50 - 0{,}25\lambda_1 - 2\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 - 10\lambda_7 + \lambda_9 - \lambda_{11} \qquad (4.4.42)$$

Eliminasi persamaan (4.4.3) dan (4.4.4) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$0{,}1\lambda_2 - 0{,}2\lambda_3 + 10\lambda_6 - 10\lambda_7 + \lambda_{10} - \lambda_{11} = 0 \qquad (4.4.43)$$

Eliminasi persamaan (4.4.2) dan (4.4.38) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$350 + 6{,}25\lambda_1 + 0{,}4\lambda_2 - 12{,}5\lambda_4 + 25\lambda_5 - \lambda_8 + 2\lambda_9 \qquad (4.4.44)$$

Eliminasi persamaan (4.4.3) dan (4.4.39) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$250 + 5{,}75\lambda_1 + 0{,}6\lambda_2 + 3{,}6\lambda_3 + 12{,}5\lambda_4 + 20\lambda_6 - \lambda_8 + 2\lambda_{10} \qquad (4.4.45)$$

Eliminasi persamaan (4.4.42) dan (4.4.43) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$50 + 0{,}25\lambda_1 - 0{,}1\lambda_2 - 1{,}8\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 + 10\lambda_6 + \lambda_9 - \lambda_{10} \qquad (4.4.46)$$

Eliminasi persamaan (4.4.3) dan (4.4.41) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$250 + 5{,}75\lambda_1 + 0{,}5\lambda_2 + 3{,}6\lambda_3 - 12{,}5\lambda_5 + 20\lambda_6 - \lambda_9 + 2\lambda_{10} \qquad (4.4.47)$$

Eliminasi persamaan (4.4.4) dan (4.4.42) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$250 + 5{,}75\lambda_1 + 0{,}3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 + 20\lambda_7 - \lambda_9 + 2\lambda_{11} \qquad (4.4.48)$$

Eliminasi persamaan (4.4.4) dan (4.4.43) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$300 + 6\lambda_1 + 0{,}2\lambda_2 + 2{,}2\lambda_3 - 10\lambda_6 + 20\lambda_7 - \lambda_{10} + 2\lambda_{11} \qquad (4.4.49)$$

Eliminasi persamaan (4.4.41) dan (4.4.43) sehingga menghasilkan persamaan baru, yaitu:

$$50 + 0{,}25\lambda_1 - 0{,}2\lambda_2 - 1{,}6\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 + 20\lambda_6 + 10\lambda_7 + \lambda_9 - 2\lambda_{10} + \lambda_{11}$$

(4.4.50)

Berdasarkan persamaan (4.4.1) sampai (4.4.4) dan persamaan (4.4.43)sampai (4.4.50), persamaan tersebut dapat diubah menjadi persamaan linier untuk memperoleh nilai λ. Persamaan tersebut dapat ditulis sebagai berikut:

$$6{,}25\lambda_1 + 0{,}2\lambda_2 + 12{,}5\lambda_4 + \lambda_8 = -350 \quad (4.4.51)$$

$$6{,}25\lambda_1 + 0{,}3\lambda_2 + 12{,}5\lambda_5 + \lambda_9 = -350 \quad (4.4.52)$$

$$6\lambda_1 + 0{,}4\lambda_2 + 1{,}8\lambda_3 + 10\lambda_6 + \lambda_{10} = -300 \quad (4.4.53)$$

$$6\lambda_1 + 0{,}3\lambda_2 + 2\lambda_3 + 10\lambda_7 + \lambda_{11} = -300 \quad (4.4.54)$$

$$6{,}25\lambda_1 + 0{,}4\lambda_2 - 12{,}5\lambda_4 + 25\lambda_5 - \lambda_8 + 2\lambda_9 = -350 \quad (4.4.55)$$

$$5{,}75\lambda_1 + 0{,}6\lambda_2 + 3{,}6\lambda_3 + 12{,}5\lambda_4 + 20\lambda_6 - \lambda_8 + 2\lambda_{10} = -250 \quad (4.4.56)$$

$$0{,}25\lambda_1 - 0{,}1\lambda_2 - 1{,}8\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 + 10\lambda_6 + \lambda_9 - \lambda_{10} = -50 \quad (4.4.57)$$

$$5{,}75\lambda_1 + 0{,}5\lambda_2 + 3{,}6\lambda_3 - 12{,}5\lambda_5 + 20\lambda_6 - \lambda_9 + 2\lambda_{10} = -250 \quad (4.4.58)$$

$$5{,}75\lambda_1 + 0{,}3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 + 20\lambda_7 - \lambda_9 + 2\lambda_{11} = -250 \quad (4.4.59)$$

$$6\lambda_1 + 0{,}2\lambda_2 + 2{,}2\lambda_3 - 10\lambda_6 + 20\lambda_7 - \lambda_{10} + 2\lambda_{11} = -300 \quad (4.4.60)$$

$$0{,}25\lambda_1 - 0{,}2\lambda_2 - 1{,}6\lambda_3 + 12{,}5\lambda_5 + 20\lambda_6 + 10\lambda_7 + \lambda_9 - 2\lambda_{10} + \lambda_{11} = -50$$

(4.4.61)

Selanjutnya persamaan (4.4.51) sampai (4.4.61) dapat dibentuk matriks a dan b sebagai berikut:

$$a=\begin{bmatrix}
6,25 & 0,2 & 0 & 12,5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
6,25 & 0,3 & 0 & 0 & 12,5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\
6 & 0,4 & 1,8 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\
6 & 0,3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 1\\
6,25 & 0,4 & 0 & -12,5 & 25 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0\\
5,75 & 0,6 & 3,6 & 12,5 & 25 & 0 & 0 & -1 & 0 & 2 & 0\\
0,25 & -0,1 & -1,8 & 0 & 12,5 & 10 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0\\
5,75 & 0,5 & 3,6 & 0 & -12,5 & 20 & 0 & 0 & -1 & 2 & 0\\
5,75 & 0,3 & 4 & 0 & 12,5 & 0 & 20 & 0 & -1 & 0 & 2\\
6 & 0,2 & 2,2 & 0 & 0 & 20 & 10 & 0 & 1 & 22 & 1\\
0,25 & -0,2 & -1,6 & 0 & 12,5 & 20 & 10 & 0 & 1 & -2 & 1
\end{bmatrix}$$

$$b=\begin{bmatrix}
-350\\ -350\\ -300\\ -300\\ -350\\ -250\\ -50\\ -250\\ -250\\ -300\\ -50
\end{bmatrix}$$

Berdasarkan aturan perkalian matriks, untuk mencari nilai λ_i maka perlu dicari invers dari matriks a karena untuk mendapatkan matriks λ_I memiliki rumusan $\lambda_i = a^{-1}b$.

Langkah selanjutnya mencari invers matriks a. Hasil dari invers matriks a adalah sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0000 \\ -1,7412 & -0,2781 & -0,5714 & 4,5296 & 0,5396 & -2,2782 & -0,0000 & 2,0672 & -1,2715 & -0,9933 & 0,0000 \\ 0,2005 & 0,0029 & -0,4999 & -0,0476 & 0,0652 & 0,1353 & -0,0000 & 0,1199 & 0,0134 & 0,0104 & 0,0000 \\ 0,0098 & 0,0045 & 0,0091 & -0,0725 & 0,0094 & 0,0004 & 0,0000 & 0,0030 & 0,0203 & 0,0159 & 0,0000 \\ 0,0563 & -0,0563 & -0,0000 & -0,1126 & 0,0281 & 0,0281 & 0,0000 & 0,0000 & 0 & 0,0563 & 0,0000 \\ -0,0000 & 0,0000 & -0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0000 & -0,0000 & 0,0000 \\ -0,0055 & 0,0142 & -0,0214 & 0,2191 & -0,0203 & 0,0148 & 0,0000 & -0,0914 & 0,0649 & -0,1745 & 0,0000 \\ 0,2252 & 0 & 0 & 0 & -0,2252 & 0,4504 & 0 & -0,4504 & 0 & 0 & -0,0000 \\ -0,1813 & 0,7871 & 0,1714 & 0,0485 & -0,5129 & 0,3316 & -0,0000 & -0,6202 & 0,3814 & -0,4057 & \\ 0,3357 & 0,1060 & 1,1285 & -1,7261 & -0,3321 & 0,6678 & -0,0000 & -1,0427 & 0,4845 & 0,3785 & -0,00000 \\ 0,1763 & -0,0644 & 1,3856 & -3,4548 & -0,0882 & 0,2645 & -0,0000 & 0,0536 & -0,2944 & 2,0218 & -0,0000 \end{bmatrix}$$

Setelah invers matriks a diperoleh, langkah selanjutnya yakni mengalikan invers matriks a dengan matriks b sehingga diperoleh nilai matriks λ_i sebagai berikut:

$$\lambda = \begin{bmatrix} -0,2000 \\ 1,4278 \\ 1,0921 \\ 0,0112 \\ 0,0640 \\ -0,0000 \\ -0,0886 \\ 0 \\ 0,1966 \\ -2,4777 \\ 1,5296 \end{bmatrix}$$

Sehingga nilaidari masing-masing λ_i terpapar sebagai berikut:

$\lambda_1 = -0,2000$

$\lambda_2 = 1,4278$

$\lambda_3 = 1,0921$

$\lambda_4 = 0,0112$

$\lambda_5 = 0,0640$

$\lambda_6 = -0,0000$

$\lambda_7 = -0,0886$

$\lambda_8 = 0$

$\lambda_9 = 0{,}1966$

$\lambda_{10} = -2{,}4777$

$\lambda_{11} = 1{,}5296$

Nilai λ yang diambil yakni $\lambda \geq 0$, maka λ yang memenuhi adalah $\lambda_2 = 1{,}4278$, $\lambda_3 = 1{,}0921$, $\lambda_4 = 0{,}0112$, $\lambda_5 = 0{,}0640$, $\lambda_8 = 0$, $\lambda_9 = 0{,}1966$ dan $\lambda_{11} = 1{,}5296$. Dengan demikian λ_2, λ_3, λ_4, λ_5, λ_8, λ_9 dan λ_{11} digunakan untuk mencapai nilai optimal λ_i.

Untuk mencari nilai x_1, x_2, x_3 dan x_4 yang optimal dapat dicari melalui persamaan 4.4.30 sampai 4.4.33. sehingga diperoleh nilai $x_1 = 1.200$, $x_2 = 1.200$, $x_3 = 1.000$, dan $x_4 = 1.000$. sedangkan untuk mencari keuntungan dapat diperoleh melalui fungsi Lagrange yang merupakan fungsi tujuan untuk mencapai nilai hasil produksi dan keuntungan yang maksimal, yaitu:

$$L(x_1, x_2, x_3, X_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11}, S_1, S_2, S_3, S_4, S_{5,}S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}) = 350x_1 + 350x_2 + 300x_3 + 300x_4 + \lambda_1(6{,}25x_1 + 6{,}25x_2 + 6x_3 + 6x_4 + S_1^2 - 37.000) + \lambda_2(0{,}2x_1 + 0{,}3\,x_2 + 0{,}4x_3 + 0{,}3x_4 + S_2^2 - 2.000) + \lambda_3(1{,}8x_3 + 2x_4 + S_3^2 - 6.000) + \lambda_4(12{,}5x_1 + S_4^2 - 15.000) + \lambda_5(12{,}5x_2 + S_5^2 - 15.000) + \lambda_6(10x_3 + S_6^2 - 10.000) + \lambda_7(10x_4 + S_7^2 - 10.000) + \lambda_8(x_1 + S_8^2 - 1.200) + \lambda_9(x_2 + S_9^2 - 1.200) + \lambda_{10}(x_3 + S_{10}^2 - 1.000) + \lambda_{11}(x_4 + S_{11}^2 - 1.000)$$

Subtitusi nilai x dan λ yang telah diketahui sebagai berikut:

$$L(x_1, x_2, x_3, X_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{10}, \lambda_{11}, S_1, S_2, S_3, S_4, S_{5,}S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}) = 350(1.200) + 350(1.200) + 300(1.000) + 300(1.000) + 1{,}4278(0{,}2(1.200) + 0{,}3\,(1.200) + 0{,}4(1.000) + 0{,}3(1.000) + 0 - 2.000) + 1{,}0921(1{,}8(1.200) + 2(1.000) + 0 - 6.000) +$$

$0{,}0112(12{,}5(1.200) + 0 - 15.000) +$

$0{,}0640(12{,}5(1.200) + 0 - 15.000) +$

$0(1.200 + 0 - 1.200) +$

$0{,}1966(1.200 + 0 - 1.200) +$

$1{,}5296(1.000 + 0 - 1.000)$

$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7) = 420.000 +$

$420.000 + 300.000 + 300.000 + 1{,}4278(-700) + 1{,}0921(-1840) +$

$0{,}112(0) + 0{,}0640(0) + 0(0) + 0{,}1966(0) + 1{,}5296(0)$

$L(x_1, x_2, x_3, x_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7) = 1.437.000$

Jumlah produksi yang optimal per hari yakni kerupuk model mawar = 1.200, kerupuk model kotak = 1.200, kerupuk model kerang = 1.000 dan kerupuk model stik = 1.000 dengan keuntungan sebesar Rp. 1.437.000

4.5 Usaha dan Kerja Keras dalam al-Qur'an

Berdasarkan pembahasan tersebut, usaha untuk mencari keuntungan yang maksimal sesuai dengan al-Quran surat at-Taubah 9/105 yang artinya:

Dan katakanlah,"Bekerjalah kamu, maka Allah akan melihat pekerjaanmu, begitu juga Rasul-Nya dan orang-orang mukmin, dan kamu akan dikembalikan kepada (Allah) Yang Mengetahui yang gaib dan yang nyata, lalu diberitakan-Nya kepada kamu apa yang telah kamu kerjakan."

Dan katakanlah (wahai Nabi), kepada orang-orang yang telah ikut berjihad "berbuatlah kalian karena Allah dengan apa yang Dia ridhoi dari ketaatan kepadaNya, dan menunaikan kewajibanNya dan menjauhi maksiat kepadaNya, maka Allah akan melihat amal kalian, begitu pula RasulNya dan kaum mukminin, dan jati diri kalian akan menjadi jelas urusan kalian. Dan kalian akan dikembalikan pada hari kiamat kepada dzat yang mengetahui perkara rahasia dan perkara nyatadari kalian, lalu Dia akan memberitakan kepada kalian tentang apa yang dahulu kalian kerjakan. Dalam ayat ini termuat peringatan dan ancaman bagi orang yang tetap bertahan di atas kebatilan dan keangkuhannya. (Tafsir Al-Mukhtashar)

Jika kita berusaha dengan giat, maka hasil yang didapatkan sesuai dengan yang diharapkan. Allah membei ganjaran kepada ummatNya yang taat beribadah dengan balasan kenikmatan di akhirat. Jika ayat ini diaplikasikan dengan pnelitian ini, akan bermakna jika kita berusaha dan bekerja keras dalam mencari nafkah (mencari cara terbaik) dengan harapan mendapatkan keuntungan yang banyak (maksimal), maka hasil yang kau dapatkan serupa dengan usaha yang dilakukan. Asal tidak dengan cara yang bathil atau cara yang licik, yang tidak sesuai dengan firman Allah.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan penyelesaian penerapan metode Kuhn Tucker untuk optimalisasi produksi di pabrik al-Barokah didapatkan Produksi optimal dari masing-masing kerupuk sebagai berikut:

Kerupuk model mawar = 1.200 bungkus

Kerupuk model kotak = 1.200 bungkus

Kerupuk model kerang = 1.000 bungkus

Kerupuk model stik = 1.000 bungkus

dengan keuntungan sebesar Rp. 1.437.000

5.2 Saran

Penelitian ini membahas penyelesaian optimasi dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang berbentuk linier melalui metode Kuhn Tucker. Pada penelitian selanjutnya peneliti menyarankan untuk membahas masalah dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala yang berbentuk *non liniear*.

DAFTAR RUJUKAN

Ahmad. 2007. Tafsir Imam Syafi'i Surat an-Nisa' dan Surat Ibrahim. Jakarta Timur: Almahira

Amalia. 2009. Peranan Persyaratan Karush-Kuhn-Tucker dalam Menyelesaikan Pemrograman Kuadratis.

Asih, Ni Made dan Widana, I Nyoman. 2012. Aplikasi Metode Kuhn Tucker dalam Penjualan Oli Mobil (Studi Kasus: PT Anugrah Mitra Dewata). Bali:Universitas Udayana. Medan: Universitas Sumatra Utara

Dika, Anta Karo Karo. 2016. Optimalisasi Hasil Produksi dengan Metode Kuhn-Tucker pada pabrik roti WN. Medan: Universitas Sumatra Utara

https://tafsirweb.com/3121-quran-surat-at-taubah-ayat-105.html (Tafsir Al-Mukhtashar

https://quran.kemenag.go.id/index.php/sura/39

Moengin, P. 2011. Metode Optimasi. Bandung: CV Muara Indah

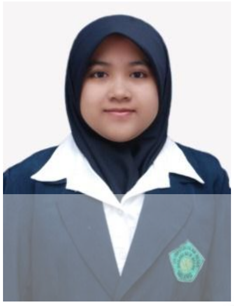
Safitri, Elfira. dkk. 2019. Optimalisasi Hasil Produksi Menggunakan Metode Kuhn-Tucker (Studi Kasus: Toko Baju Mitra Pekanbaru). Jurnal Sains Matematika dan Statistika, Vol 5, No 1.

Sari, Febriana. 2018. Metode dalam Pengambilan Keputusan.Yogyakarta: Cv Budi Utama

Putra, Gede Aris Janova, dkk. 2015. Optimalisasi Penjualan Kain Endek Dengan Metode Karush-Kuhn-Tucker (KKT). Bali: Universitas Udayana

Siregar, Zufri Hasrudy dan Ningsih, Margie Subahagia. Metode-metode Praktis Riset Operasi.

RIWAYAT HIDUP



Afina Sa'ban, lahir di Malang pada tanggal 17 Agustus 1995, biasa dipanggil Afina, tinggal di Jl Ismoyo RT 13/ RW 04 Desa Kidangbang Kecamatan Wajak Kabupaten Malang. Anak dari Bapak H. Taufiq Rohman dan Ibu Ruqoyyah.

Pendidikan dasar ditempuh di SDN Kidangbang 03 dan lulus pada tahun 2006. Setelah itu melanjutkan di SMPI Hasyim Asyari Ngawonggo Tajinan Malang tahun 2009, dilanjutkan di SMK NU Sunan Ampel Poncokusumo Malang dan lulus pada tahun 2012. Pendidikan tinggi selanjutnya ditempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil Jurusan Matematika.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Afina Sa'ban
NIM : 13610036
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Penerapan Metode Kuhn Tucker untuk Optimalisasi Produksi
Pembimbing I : Ari Kusumastuti, M. Pd, M.Si
Pembimbing II : M. Nafie Jauhari, M. Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	15 Oktober 2019	Konsultasi BAB I dan II	1.
2.	21 Oktober 2019	Konsultasi BAB I, II, dan III	2.
3.	12 November 2019	Konsultasi Agama BAB I	3.
4.	18 November 2019	Konsultasi Agama BAB II	4.
5.	28 November 2019	Revisi Agama BAB II	5.
6.	9 Desember 2019	Konsultasi BAB III dan IV	6.
7.	16 Desember 2019	ACC untuk Seminar Proposal	7.
8.	18 Desember 2019	ACC untuk Seminar Proposal	8.
9.	23 Maret 2020	Konsultasi BAB III dan IV	9.
10.	20 April 2020	Konsultasi BAB IV dan V	10.
11.	4 Mei 2020	Revisi BAB IV dan V	11.
12.	12 Mei 2020	ACC Keseluruhan	12.
13.	15 Mei 2020	Konsultasi Agama	13.
14.	18 Mei 2020	ACC Agama Keseluruhan	14.

Malang, 19 Mei 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004