METODE *MONTE CARLO CONTROL VARIATE*
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI *DOUBLE BARRIER*

SKRIPSI

OLEH
INTAN FARA MAULIDA
NIM. 16610056

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

METODE *MONTE CARLO CONTROL VARIATE*
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI *DOUBLE BARRIER*

SKRIPSI

Diajukan kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarajana Matematika (S.Mat)

Oleh
INTAN FARA MAULIDA
NIM. 16610056

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2020

METODE *MONTE CARLO CONTROL VARIATE*
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI *DOUBLE BARRIER*

SKRIPSI

Oleh
INTAN FARA MAULIDA
NIM. 16610056

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 13 Mei 2020

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Abdul Aziz, M.Si	Evawati Alisah, M.Pd
NIP. 19760318 200604 1 002	NIP. 19720604 199903 2 001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

METODE *MONTE CARLO CONTROL VARIATE*
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI *DOUBLE BARRIER*

SKRIPSI

Oleh
INTAN FARA MAULIDA
NIM. 16610056

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 13 Mei 2020

Penguji Utama	: Dr. Sri Harini, M.Si NIP. 19731014 200112 2 002	………………...
Ketua Penguji	: Dr. Imam Sujarwo, M.Pd NIP. 19630502 198703 1 005	………………...
Sekretaris Penguji	: Abdul Aziz, M.Si NIP. 19760318 200604 1 002	………………...
Anggota Penguji	: Evawati Alisah, M.Pd NIP. 19720604 199903 2 001	………………...

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Intan Fara Maulida
NIM	: 16610056
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Metode *Monte Carlo Control Variate* Dalam Penentuan Nilai Opsi *Double Barrier*

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambiln data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Mei 2020
Yang membuat pernyataan,

Intan Fara Maulida
NIM. 16610056

MOTTO

"la vie est belle"

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayah Solikin, ibu Triningsih, serta adik tersayang Aprilia
Juga saudara dan teman-teman tercinta yang selalu memberikan dukungan dan bimbingan bagi penulis baik moral maupun spiritual.

KATA PENGANTAR

Assalammua'alaikum Wr. Wb

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M,Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga bagi penulis.
5. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terimakasih atas segala ilmu dan bimbinganya.

7. Ayah, ibu, semua saudara dan sahabatku yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2016, khususnya tim bimbingan *option pricing* 2016 yang menemani penulis dalam pengerjaan skripsi, dan juga emalia, lisa, dan mumtaz yang selalu menerima semua keluh kesah penulis selama kuliah, terimakasih atas kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

Wassalamu'alaikum Wr. Wb

Malang, 13 Mei 2020

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III METODE PENELITIAN

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

BAB V PENUTUP

DAFTAR RUJUKAN

LAMPIRAN

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam penelitian ini mempunyai makna sebagai berikut:

σ^2 : Variansi

μ : Rata-rata

σ : Volatilitas

T : Waktu jatuh tempo

S_0 : Harga saham awal

S_T : Harga saham pada waktu jatuh tempo

M : Banyak sampel / Banyak simulasi

V_P : Nilai opsi *put* metode *Monte Carlo* Standart

V_C : Nilai opsi *call* metode *Monte Carlo* Standart

V_{BC} : Nilai opsi *Black Scholes call*

V_{BP} : Nilai opsi *Black Scholes put*

K : Harga kesepakatan

C : *Payoff call*

P : *Payoff put*

U : Batas *Barrier* atas

L : Batas *Barrier* bawah

r : Tingkat suku bunga bebas risiko

ϵ : Sampel acak yang berdistribusi normal

σ_m^2 : Variansi nilai opsi dari metode *Monte Carlo* Standart

V_{mc} : Rata-rata nilai opsi dari metode *Monte Carlo Control Variate*

σ_{mc}^2 : Variansi nilai opsi dari metode *Monte Carlo Control Variate*

ABSTRAK

Maulida, Intan Fara. 2020. **Metode *Monte Carlo Control Variate* Dalam Penentuan Nilai Opsi *Double Barrier***. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains Dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Evawati Alisah, M.Pd.

Kata Kunci: Metode *Control Variate*, opsi *Double Barrier*, saham, Simulasi *Monte Carlo*

Opsi *Double Barrier* sangat populer di kalangan investor karena pada opsi ini terdapat *barrier* yang mana dapat memberi investor perlindungan tambahan. Metode *Monte Carlo Control Variate* adalah salah satu pengembangan metode untuk mencari nilai opsi secara numerik. Hasil numerik pada metode simulasi *Monte Carlo* tidak berbeda dari hasil perhitungan menggunakan model *Black-Scholes*. Keefisienan dan keakuratan hasil metode *Monte Carlo* dapat ditingkatkan dengan meningkatkan banyaknya simulasi. Metode *Monte Carlo Control Variate* pada penentuan opsi *Double Knock-Out* memperhitungkan proporsi jarak antara saham awal dengan batas atas dan batas bawah. Dengan demikian nilai opsi dengan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih dekat dengan nilai *Black-Scholes* dan menghasilkan nilai simpangan baku yang lebih kecil dibandingkan dengan metode *Monte Carlo* Standart. Penelitian ini dapat dikembangkan untuk penentuan nilai opsi *Double Barrier* dengan *Double Knock-In* secara *Monte Carlo* Standart dan *Control Variate*.

ABSTRACT

Maulida, Intan Fara. 2020. **The Control Variate Monte Carlo Method In Double Barrier Option Pricing.** Thesis. Department Of Mathematics, Faculty Of Science And Technology, State Islamic University Of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Evawati Alisah, M.Pd.

Keyword: Control variate method, stock, double barrier option, monte carlo simulation.

A Double Barrier option is very popular among retail investors since it can provide the investor with additional protection. Control Variate Monte Carlo method is one of the development methods to find a numerical option value. The numerical results of the Monte Carlo method are not different from the result of calculations using the Black-Scholes model. The efficiency and accuracy result of the Monte Carlo method can be improved by increasing the number of simulations. Control Variate Monte Carlo method on option pricing Double Barrier Knock-Out calculates the proportion of the distance between initial stock price with the upper and lower Barrier. Accordingly, the option value with the Control Variate Monte Carlo method is closer to the value of Black-Scholes and the value of standard deviation is smaller than the standard Monte Carlo method. This research can be developed to determine the value of Double Barrier Knock-In Standard Monte Carlo and Control Variate.

الملخص

موليدا ، إنتان فارا. 2020. طريقة ***Monte Carlo Control Variate*** في تصميم نتيجة حيار ***Double Barrier***. البحث الجامعي. قشم الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم في مالانج. المشرف: (1) عبد العزيز الماجستير (2) إيباواتي أليسة الماجستير.

الكلمات الرئيسية: طريقة *Control Variate* ، خيارات *Double Barrier* ، الأسهم ، محاكاة *Monte Carlo*

بشتهر خيار حواجزمضاعفة *(Double Barrier)* عند المستثمر لأنّ فيه الحجز *(Barrier)* يسطيع أن يضمنهم أكش صنمانا. طريقة *Monte Carlo Control Variate* إحدى التطويرات المنهجية لبحث عن قيمة الخيار عدديا. لا تختلف النتيبة العددية فى طريقة مهاكاة *Monte Carlo* من نتيجة الحساب باسجدام نمقذج *Black-Scholes* . يمكن فعاليه و دقة نتاءج طريقة *Monte Carlo* ارتفاعهما بتعزيز عددقيام المرحاكاة. تحتسب طريقة *Monte Carlo Control Variate* حند تعبين جيار *Double Knock-Out* نسية مسافة بين السهم الأول بالحد الأقصى و الحد الأدنى. فالنتيحة عن ذلك, قيمةالجيار بطربية *Monte Carlo Control Variate* أقرب بقيمة *Black-Scholes* و تنتج إلى قيمة الا نحراف المعياري الأصغر من طريقة *Monte Carlo Standard*. يمكن هذا البحث تطويره لتعيين خيار *Double Barrier* مع *Double Knock-In* بغلا ل *Monte Carlo Standard* و *Monte Carlo Control Variate*.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika merupkan ilmu yang mendasari perkembangan teknologi dan banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, untuk menggambarkan suatu hasil dari percobaan sebagai nilai-nilai numerik sederhana dapat menggunakan variabel acak. Varibel acak merupakan bilangan nyata yang variansi nilai-nilainya ditentukan oleh suatu percobaan acak. Variabel acak terdapat dua macam yaitu variabel acak diskrit dan kontinu. Contoh variabel acak diskrit yaitu jumlah mobil yang terjual setiap bulan dan jumlah pelanggan di swalayan. Sedangkan, contoh variabel acak kontinu adalah usia penduduk pada suatu daerah dan naik turunnya harga saham suatu perusahaan (Sugiarto, 2006).

Saham merupakan salah satu contoh dari variabel acak kontinu yang merupakan salah satu bentuk investasi. Selain saham terdapat bentuk investasi yang lain yaitu opsi. Opsi merupakan salah satu bentuk investasi yang sangat populer karena kontrak pada opsi memungkinkan seseorang untuk mengendalikan resiko dan dapat berpotensi menghilangkannya (Mawby, 2007). Opsi merupakan instrumen keuangan yang nilainya diturunkan dari nilai aset dasar. Opsi memberikan hak kepada pemilik opsi tetapi tidak berkewajiban untuk membeli atau menjual aset dasar dengan harga tertentu pada waktu tertentu (Sinclair, 2010). Terdapat beberapa jenis opsi yang diperdagangkan di pasar modal. Opsi Eropa atau Amerika merupakan opsi *plain-vanilla* dimana opsi tersebut memiliki bentuk standart dan banyak diperdagangkan. Sedangkan, opsi eksotik memiliki bentuk yang tidak sederhana. Opsi tersebut tidak hanya bergantung pada harga aset dasar pada saat jatuh tempo, tetapi bergantung pada seluruh lintasan harga aset dasar tersebut. Opsi eksotik penting untuk pembeli saham karena lebih menguntungkan daripada opsi *plain-vanilla*. Salah satu opsi eksotik adalah opsi *Barrier* (Hull, 2012).

Opsi *Barrier* adalah opsi dimana *payoff*-nya bergantung pada harga aset dasar mencapai level tertentu selama periode waktu tertentu (Hull, 2012). Opsi *Barrier* sangat populer di kalangan investor karena pada opsi ini terdapat *barrier* yang mana dapat memberi investor perlindungan tambahan (Weert, 2008). Penghitungan harga opsi dapat diselesaikan dengan menghitung solusi analitik menggunakan metode *Black-Scholes*. Selain solusi analitik terdapat metode numerik. Metode numerik merupakan metode alternatif yang dapat digunakan untuk mengaproksimasi solusi analitik untuk perhitungan nilai opsi. Salah satu metode numerik tersebut adalah metode *Monte Carlo*. Hasil numerik pada metode simulasi *Monte Carlo* secara statistik tidak berbeda dari hasil perhitungan menggunakan metode *Black-Scholes*. Keefisienan dan keakuratan hasil metode *Monte Carlo* dapat ditingkatkan dengan meningkatkan jumlah jalur dalam simulasi (Hull, 2000).

Perhitungan nilai opsi *Barrier* telah diteliti oleh Nouri, dkk (2016) yang membahas mengenai penentuan nilai opsi *Barrier* dan *Double Barrier* menggunakan metode *Monte Carlo* yang dimodifikasi. Hasil dari penelitian tersebut menyatakan bahwa nilai eror pada metode *Monte Carlo* yang dimodifikasi lebih cepat konvergen daripada metode *Monte Carlo* Standart. Penelitian terkait juga dilakukan oleh Kamila (2017) yang membahas mengenai penentuan nilai opsi *Barrier up-and-out call*, *down-and-out call*, dan *up-and-in call* dengan suku bunga tak konstan. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode *Monte Carlo* Standart. Hasil dari penelitian tersebut menunjukkan bahwa membesarnya harga kesepakatan menyebabkan nilai opsi *Barrier up-and-out call*, *down-and-out call* dan *up-and-in call* menjadi semakin kecil. Penelitian tentang metode *Monte Carlo* juga dilakukan oleh Artanadi, dkk (2017), peneliti menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* untuk menentukan nilai opsi Asia. Penelitian tersebut menghasilkan bahwa simulasi *Monte Carlo Control Variate* dapat mengurangi variansi dari *Monte Carlo* Standart. Pengurangan variansi ini menyebabkan *Monte Carlo Control Variate* dari awal simulasi standart *error*-nya sudah mendekati nol dengan harga opsi yang lebih cepat menuju konvergen dari simulasi *Monte Carlo* Standart. Hal ini dapat diketahui dari perbedaan standart *error* dengan harga opsi yang diperoleh. Dalam penelitian ini menggunakan suku bunga konstan dan tidak menggunakan faktor-faktor lain yang ada.

Saham dan opsi merupakan suatu bentuk jual beli. Dalam kegiatan jual beli dalam mengambil keuntungan pejual harus bersikap adil terhadap pembeli dalam mencukupkan takaran dan timbangan. Seperti yang dijelaskan dalam Al-Qur’an surat As-Syu’araa’ ayat 181-182:

۞أَوۡفُواْ ٱلۡكَيۡلَ وَلَا تَكُونُواْ مِنَ ٱلۡمُخۡسِرِينَ ١٨١ وَزِنُواْ بِٱلۡقِسۡطَاسِ ٱلۡمُسۡتَقِيمِ ١٨٢

Artinya: “Sempurnakanlah takaran dan janganlah kamu termasuk orang-orang yang merugikan. dan timbanglah dengan timbangan yang lurus.”

Dalam tafsir Ibnu Katsir jilid 6 (2004), dijelaskan bahwa dalam mengambil keputusan diperintahkan untuk menyempurnakan takaran dan timbangan sehingga tidak merugikan orang lain. Jika ingin memberikan sesuatu kepada seseorang atau mengambil keuntungan hendaknya adil, yaitu menyetarakan antara hak dan kewajiban yang harus dilakukan. Sehingga tidak ada pihak yang dirugikan. Seperti pada jual beli opsi, yang dilaksanakan dengan perjanjian antara penjual dan pembeli selama jangka waktu tertentu.

Berdasarkan hasil dari beberapa penelitian di atas, terutama Nouri (2016) dan Artanadi (2017), peneliti ingin membandingan metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart. Dimana, Nouri (2016) telah menejelaskan mengenai metode *Monte Carlo* dipercepat untuk penentuan nilai opsi *Barrier* dan *Double Barrier* dan juga Artanadi (2017) telah menjelaskan mengenai metode *Monte Carlo* Standart dan *Monte Carlo Control Variate* dalam penentuan nilai opsi *call* tipe Asia dan membandingkan hasil perhitungan dari opsi yang didapat. Sehingga, dalam skripsi ini peneliti bermaksud untuk membandingkan hasil dari penentuan nilai opsi *Double Barrier* dengan menerapkan metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana simulasi numerik metode *Monte Carlo Control Variate* dengan *Monte Carlo* Standart pada penentuan nilai opsi *Double Barrier*?
2. Bagaimana perbandingan metode *Monte Carlo Control Variate* dengan *Monte Carlo* Standart pada penentuan nilai opsi *Double Barrier*?
3. Bagaimana implementasi metode *Monte Carlo Control Variate* dengan metode *Monte Carlo* Standart pada trader saham?

1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas maka dari penelitian ini tujuan adalah:

1. Untuk mengetahui hasil simulasi numerik metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart pada penentuan nilai opsi *Double Barrier*.
2. Untuk mengetahui perbandingan metode *Monte Carlo Control Variate* dengan *Monte Carlo* Standart pada penentuan nilai opsi *Double Barrier*.
3. Untuk mengetahui implementasi metode *Monte Carlo Control Variate* dengan metode *Monte Carlo* Standart pada trader saham.

1.4 Manfaat Penelitian

Beberapa manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Penelitian ini dapat menambah wawasan khususnya tentang nilai opsi dan metode *Monte Carlo Control Variate*.
2. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan informasi mengenai dengan metode *Monte Carlo Control Variate* dan metode *Monte Carlo* Standart
3. Penelitian ini dapat memberikan metode alternatif bagi praktisi untuk membuat prediksi atau perkiraan dalam penentuan nilai opsi kususnya dengan metode *Monte Carlo Control Variate*

1.5 Batasan Masalah

Agar tidak terjadi perluasan masalah pada penelitian ini maka diperlukan batasan masalah sebagai berikut:

1. Opsi yang diteliti adalah opsi *Double Barrier Knock Out* untuk opsi *Call* dan *Put* tipe Eropa.
2. Tingkat suku bunga konstan, volatilitas konstan, dan tanpa pembagian dividen.
3. Hanya membandingkan simpangan baku, nilai opsi, dan nilai kesalahan.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini akan dijelaskan tentang gambaran umum teori-teori yang mendasari pembahasan diantaranya; distribusi normal, proses stokastik untuk harga saham, hukum bilangan besar, saham dan opsi, opsi *Double Barrier*, model *Black-Scholes*, simulasi *Monte Carlo* Standart, simulasi *Monte Carlo Control Variate.*

Bab III Metode Penelitian

Bab ini berisi tentang uraian dari jenis dan sumber data, variabel penelitian, analisis data, dan *flowchart*.

Bab IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini merupakan inti dari skripsi yang berisi tentang uraian dari aproksimasi numerik, simulasi numerik, perbandingan hasil antara metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart pada nilai opsi

Double Barrier, implementasi nilai opsi metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart, dan jual beli dalam islam.

Bab V Penutup

Pada bab ini disajikan mengenai kesimpulan dari hasil penelitian yang telah dibahas dan dilengkapi dengan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian ini.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan distribusi peluang yang paling penting. Distribusi ini banyak digunakan sebagai model bagi data riil diberbagai bidang misalnya kesalahan pengukuran dalam eksperimen ilmiah, pengukuran nilai skor berbagai pengujian, dan berbagai ukuran dan indikator ekonomi. Ada empat alasan yang membuat distribusi normal menjadi distribusi yang penting: (Harinaldi, 2005)

1. Distribusi normal terjadi secara alami karena banyak peristiwa di dunia nyata yang terdistribusi normal.
2. Beberapa variabel acak yang tidak berdistribusi normal dapat diubah menjadi distribusi normal.
3. Jika suatu model berdistribusi normal akan lebih mudah dikerjakan atau hasilnya benar.
4. Terdapat beberapa variabel acak yang tidak menunjukkan distribusi normal. Namun, jika distribusi tersebut dirata-rata hasilnya menunjukkan bahwa variavel acak tersebut berdistribusi normal.

Menurut Higham (2004), distribusi normal merupakan salah satu tipe dari variabel acak. Misal X adalah variabel acak kontinu dengan fungsi kepadatan peluang:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty \tag{2.1}$$

jika, $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$ maka:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, -\infty < x < \infty \tag{2.2}$$

artinya X distribusi normal standart dan dapat ditulis $X \sim N(0,1)$.

2.2 Proses Stokastik Untuk Harga Saham

Menurut Hull (2012), proses markov merupakan jenis dari proses stokastik dimana hanya nilai sekarang dari variabel yang relevan untuk memprediksi masa depan. Harga saham selalu diasumsikan mengikuti proses Markov. Jika harga saham mengikuti proses markov maka untuk memprediksi masa depan tidak bergantung pada harga yang lalu, namun hanya menggunkan nilai sekarang. Proses stokastik merupakan nilai dari setiap variabel yang berubah dari waktu ke waktu dengan cara yang tidak pasti.

Proses Wiener juga termasuk salah satu jenis dari proses stokastik. Proses ini merupakan proses yang diikuti oleh variabel yang kita pertimbangkan dengan *mean* 0 dan variansi 1. Hal tersebut biasa digunakan dalam fisika untuk mendeskripsikan gerak dari suatu partikel yang disebut dengan gerak brown. Saham merupakan salah satu contoh dari proses stokastik kontinu karena harga saham dapat berubah secara kontinu setiap detik dan mengikuti gerak brown. Jika S adalah harga saham, σ adalah volatilitas, μ adalah konstanta, dan dz adalah variabel acak yang mengikuti proses Wiener, maka harga saham untuk proses stokastik didefinisikan: (Hull, 2012)

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \tag{2.3}$$

2.3 Hukum Bilangan Besar

Hukum bilangan besar merupakan penduga dari rata-rata populasi yang besar untuk suatu bilangan acak (Subanar, 1992). Prinsip dari hukum bilangan besar ini digunakan untuk menghitung solusi dengan metode *Monte Carlo*. Metode tersebut menerapkan model stokastik dengan bilangan acak berdistribusi normal baku sebagai suatu penjumlahan parsial untuk memperoleh hasil yang lebih baik (Kijima, 2002).

Menurut Spiegel, dkk (2004), terdapat teorema hukum bilangan besar, yaitu: misalkan untuk setiap $\varepsilon > 0$ dan $X_1, X_2, \dots, X_n$ adalah variabel-variabel acak independen diskrit atau kontinu yang memiliki *mean* (μ) dan variansi (σ^2) yang berhingga. Jika

$$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n \tag{2.4}$$

dimana: $n = 1,2,3, \dots$.

maka,

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \mu\right| \geq \varepsilon\right) = 0 \tag{2.5}$$

karena $\mu = \frac{S_n}{n}$, sehingga nilai ekspetasi dari $\mu < \varepsilon$ dan akan mendekati nol ketika $n \to \infty$.

2.4 Volatilitas dan Return Harga Saham

Return (R) merupakan keuntungan atau kerugian yang diperoleh dalam kurun waktu tertentu. Setiap nilai ekspetasi return pada aset dasar dapat disebeut juga sebagai tingkat suku bunga bebas risiko perhari (r). Nilai return juga dapat digunakan untuk mengestimasi volatilitas harga saham. Volatilitas didefinisikan sebagai σ dari hari harga saham adalah ukuran ketidakpastian tentang pergerakan harga saham yang akan datang. Volatilitas dapat dihitung dari data historis harga saham. Untuk mengestimasi volatilitas secara empiris dari harga saham digunakan data dengan interval perhari, perminggu, atau pertahun. Untuk menghitung nilai volatilitas tersebut didefinisikan sebagai (Hull, 2012):

$n+1$: banyaknya subinterval waktu selama periode opsi

S_i : harga saham apada akhir dari interval i dengan $i = 0,1,2, \dots, n$

τ : banyak dari interval waktu dalam tahun

$$R = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right), i = 1, 2, \dots, n \tag{2.6}$$

Sehingga ekspetasi return per hari adalah

$$\bar{R} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \ln \frac{S_i}{S_{i-1}} \tag{2.7}$$

dengan penaksir tak bias σ^2 per hari yaitu :

$$\sigma^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(R-\bar{R})^2 \tag{2.8}$$

Sehingga untuk volatilitas per tahun dapat dihitung dengan :

$$\sigma = \sqrt{\tau\left(\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(R-\bar{R})^2\right)} \tag{2.9}$$

2.5 Saham dan Opsi

Menurut Tambunan (2008), saham merupakan suatu surat berharga kepemilikan seseorang atau badan hukum dalam suatu perusahaan. Saham merupakan salah satu bentuk dari investasi yang memiliki risiko tinggi. Dengan membeli saham, berarti seseorang atau badan hukum melakukan investasi yang nantinya akan digunakan untuk membiayai kegiatan operasional perusahaan. Harga saham selalu mengalami perubahan atau berfluktuasi dan sulit diprediksi.

Hal tersebut mempengaruhi pada nilai *return* saham. Saham dapat dijadikan sebagai aset dasar dalam perhitungan nilai opsi.

Opsi merupakan suatu kontrak resmi yang memberikan hak kepada pemilik opsi tetapi tidak berkewajiban untuk membeli atau menjual aset dasar dengan harga tertentu pada waktu tertentu. Terdapat dua jenis opsi dasar yaitu: opsi *call* dan opsi *put*. Opsi *call* memberikan kepada *holder* (pemegang opsi) hak, tetapi bukan kewajiban untuk membeli sebuah aset dari *writer* (pemilik opsi) dengan harga yang telah disepakati pada waktu yang telah ditentukan. Sedangkan, opsi put memberikan *holder* hak tetapi bukan kewajiban untuk menjual sebuah aset kepada writer dengan harga yang telah disepakati pada waktu yang telah ditentukan (Sinclair, 2010).

Nilai opsi dapat dipengaruhi oleh beberapa variabel, diantaranya: (Hull, 2012)

1) Harga Saham Awal

   Harga saham awal merupakan harga saham ketika pada waktu *writer* dan *holder* melakukan kontrak.

2) Harga Kesepakatan

   Harga kesepakatan adalah harga yang disepakati oleh *writer* dan *holder* ketika melakukan kontrak. Harga kesepakatan ini mempengaruhi apakah *holder* akan untung atau rugi ketika melakukan *exercises* pada jwaktu jatuh tempo.

3) Waktu Jatuh Tempo

   Waktu jatuh tempo merupakan waktu yang disepakati dalam kontrak opsi.

4) Volatilitas

Volatilitas merupakan salah satu variabel yang penting untuk nilai opsi, karena volatrilitas dapat mempengaruhi nilai opsi. Ukuran dasar untuk risiko pada pasar modal atau bisa didapt dari selisih nilai maksimum dan minimum perubahan harga dalam pasar modal (Widioatmodjo, 2008).

5) Tingkat Suku Bunga Bebas Risiko

Tingkat suku bunga bebas resiko merupakan tingkat suku bunga yang bebas tidak memiliki risiko sama sekali. Tingkat suku bunga bebas risiko pada penerapan penentuan nilai opsi, perusahaan akan memilih opsi *put* pada pasar saham, karena untuk melindungi kerugian yang berasal dari kenaikan tingkat suku bunga bebas risiko. Tingkat suku bunga bebas resiko jangka pendek, *holder* akan tertarik untuk membeli opsi *call*, karena semakin pendek jangka waktu perjanjian akan mengurangi risiko kenaikan tingkat suku bunga (Widioatmodjo, 2008).

6) Dividen

Dividen merupakan pembagian keuntungan kepada pemilik saham sesuai dengan banyaknya saham yang dimiliki. Dividen dapat dikatakan pemindahan catatan pembukuan dalam akun pemegang saham di neraca perusahaan. Proporsi kepemilikan pemegang saham dalam perusahaan tidak berubah. Jika investor ingin menjual beberapa lembar sahamnya, hasil dari pembagian dividen tersebut dapat dijual kembali tanpa menggunakan saham awal pemilik (Horne & Wachowicz, 2007).

Pemegang opsi yang melakukan *exercise* akan mendapatkan keuntungan kotor yang disebut dengan *payoff*. Untuk menghitung *payoff* dari opsi call dengan nilai dari opsi eropa didefinisikan (Seydel, 2009):

K : harga kesepakatan (*exercise price)*

S_T : harga aset dasar pada waktu ke-T

S_t : harga aset dasar pada waktu ke-t

Jika $S_T > K$, di waktu terakhir maka pemilik opsi *call* Eropa membeli aset K dan menjual sebesar S_T, sehingga mendapat nilai *payoff* $S_T - K$. Di sisi lain, jika $S_T \leq K$ maka pemilik tidak mendapat apa-apa atau nilai *payoff*nya sebesar 0. Jadi, *payoff* opsi *call* Eropa (C) dapat ditulis:

$$C(S_T, T) = \begin{cases} S_T - K, \; S_T > K \\ 0, \qquad S_T \leq K \end{cases} \tag{2.10}$$

Singkatnya dapat ditulis:

$$C = \max\left(S_T - K, 0\right) \tag{2.11}$$

Untuk menghitung *payoff* dari opsi *put* Eropa: jika $S_T < K$ dan pemilik membeli aset sebesar S_T dan menjual sebesar K, maka pemilik mendapat *payoff* sebesar $K - S_T$. Jika $S_T \geq K$ maka pemilik tidak mendapatkan apa-apa atau nilai *payoff*nya sebesar 0. Jadi, *payoff* opsi *put* Eropa(P):

$$P(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, \; S_T < K \\ 0, \qquad S_T \geq K \end{cases} \tag{2.12}$$

Singkatnya dapat ditulis:

$$P = \max\left(K - S_T, 0\right) \tag{2.13}$$

Sehingga untuk mencari nilai opsi *call* tipe Eropa digunkan rumus:

$$V_{CE} = e^{-rT} C \tag{2.14}$$

dan nilai opsi *put* tipe Eropa digunkan rumus:

$$V_{PE} = e^{-rT} P \tag{2.15}$$

2.6 Opsi *Double Barrier*

Menurut Hull (2012), opsi *Barrier* merupakan opsi dimana *payoff*-nya bergantung pada aset dasar yang mencapai level tertentu selama periode waktu tertentu. Opsi *Barrier* banyak digunakan di pasaran. Terdapat dua macam jenis opsi *Barrier* yaitu opsi *Single Barrier* dan opsi *Double Barrier*. Opsi *Single Barrier* merupakan opsi dimana memiliki satu batas yaitu batas atas (U) atau batas bawah (L). Opsi *Single Barrier* diklasifikasikan menjadi *Knock-Out* dan *Knock-in*. *Knock-Out* adalah opsi yang akan hidup selama harga aset tidak menyentuh nilai *barrier*. Sedangkan *Knock-in* adalah opsi yang akan double hidup jika harga aset telah menyentuh *barrier*.

Opsi *Double Barrier* merupakan opsi dimana memiliki dua batas yaitu batas atas (U) dan batas bawah (L). Opsi tersebut akan bernilai jika harga aset dasar menyentuh atau tidak menyentuh batas U atau L sebelum opsi itu kadaluawarsa. Opsi *Double Barrier* dapat diklasifikasikan menjadi *Double Knock-Out* dan *Double Knock-in* (Haug, 2007):

1. *Up-and-Out* dan *Down-and-Out (Double Knock Out)*

   Opsi ini hidup selama harga aset belum menyentuh nilai *barrier*, dengan S_0 adalah harga saham awal. $S_0 > L$ dan $S_0 < U$, pada selang waktu $[0, T]$.

2. *Up-and-In* dan *Down-and-In (Double Knock In)*

   Opsi ini hidup hanya setelah harga aset menyentuh nilai *barrier*, dengan $S_0 > L$ dan $S_0 < U$, pada selang waktu $[0, T]$.

2.7 Model *Black-Scholes*

Model *Black-Scholes* merupakan solusi analitik untuk menghitung nilai opsi. Model *Black-Scholes* ini biasa digunakan untuk acuan dalam membandingkan nilai opsi metode numerik dengan anlitik, jika nilai opsi metode numerik mendekati nilai *Black-Scholes* (nilai erornya kecil) maka metode numerik tersebut baik. Dalam menghitung nilai opsi dengan model *Black-Scholes* terdapat dua rumus yaitu untuk opsi *call* dan opsi *put*.

Berikut merupakan rumus *Black-Scholes* untuk penentuan nilai opsi Eropa (Hull, 2012):

1. Opsi Eropa *call*

$$V_{BC} = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \tag{2.16}$$

2. Opsi Eropa *put*

$$V_{BP} = Ke^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{2.17}$$

dimana :

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}y^2}\,dy$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1(t) - \sigma\sqrt{T-t}$$

Dalam menentukan nilai opsi yang memiliki batas terdapat model *Black-Scholes* yang lain. Berikut merupakan rumus *Black-Scholes* untuk penentuan nilai opsi *Double Barrier Knock-Out* (Haug, 2007):

1. *Call Up-and-Out* dan *Down-and-Out (Duoble Knock Out)*

$$V_{BC} = Se^{(b-r)T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \left(\frac{U^n}{L^n} \right)^{\mu_1} \left(\frac{L}{S} \right)^{\mu_2} \left[N(d_1) - N(d_2) \right] - \left(\frac{L^{n+1}}{U^n S} \right)^{\mu_3} \left[N(d_3) - N(d_4) \right] \right\}$$

$$- Ke^{-rT} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{U^n}{L^n} \right)^{\mu_1 - 2} \left(\frac{L}{S} \right)^{\mu_2} \left[N\left(d_1 - \sigma\sqrt{T}\right) - N\left(d_2 - \sigma\sqrt{T}\right) \right] - \\ \left(\frac{L^{n+1}}{U^n S} \right)^{\mu_3 - 2} \left[N\left(d_3 - \sigma\sqrt{T}\right) - N\left(d_4 - \sigma\sqrt{T}\right) \right] \end{array} \right\} \tag{2.18}$$

dimana :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{SU^{2n}}{KL^{2n}}\right) + \left(b + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{SU^{2n}}{FL^{2n}}\right) + \left(b + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_3 = \frac{\ln\left(\frac{L^{2n+2}}{KSU^{2n}}\right) + \left(b + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_4 = \frac{\ln\left(\frac{L^{2n+2}}{FSU^{2n}}\right) + \left(b + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\mu_1 = \frac{2[b - \delta_2 - n(\delta_1 - \delta_2)]}{\sigma^2} + 1$$

$$\mu_2 = 2n\frac{(\delta_1 - \delta_2)}{\sigma^2}$$

$$\mu_3 = \frac{2[b - \delta_2 - n(\delta_1 - \delta_2)]}{\sigma^2} + 1$$

$$F = Ue^{\delta_1 T}$$

2. *Put Up-and-Out* dan *Down-and-Out (Double Knock out)*

$$V_{BP} = Ke^{-rT} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{U^n}{L^n} \right)^{\mu_1 - 2} \left(\frac{L}{S} \right)^{\mu_2} \left[N\left(\gamma_1 - \sigma\sqrt{T}\right) - N\left(\gamma_2 - \sigma\sqrt{T}\right) \right] - \\ \left(\frac{L^{n+1}}{U^n S} \right)^{\mu_3 - 2} \left[N\left(\gamma_3 - \sigma\sqrt{T}\right) - N\left(\gamma_4 - \sigma\sqrt{T}\right) \right] \end{array} \right\}$$

$$- Se^{(b-r)T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \left(\frac{U^n}{L^n} \right)^{\mu_1} \left(\frac{L}{S} \right)^{\mu_2} \left[N(\gamma_1) - N(\gamma_2) \right] - \left(\frac{L^{n+1}}{U^n S} \right)^{\mu_3} \left[N(\gamma_3) - N(\gamma_4) \right] \right\} \tag{2.19}$$

dimana :

$$\gamma_1 = \frac{\ln\left(\frac{SU^{2n}}{EL^{2n}}\right)+\left(b+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\gamma_2 = \frac{\ln\left(\frac{SU^{2n}}{KL^{2n}}\right)+\left(b+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\gamma_3 = \frac{\ln\left(\frac{L^{2n+2}}{ESU^{2n}}\right)+\left(b+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$\gamma_4 = \frac{\ln\left(\frac{L^{2n+2}}{KSU^{2n}}\right)+\left(b+\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$E = Ue^{\delta_2 T}$$

2.8 Simulasi *Monte Carlo* Standart

Menurut Hull (2012), simulasi *Monte Carlo* merupakan metode numerik yang solusinya mendekati dengan analitik. *Monte Carlo* dapat digunakan untuk simulasi dengan menggunakan proses stokastik. Ilustrasi simulasi *Monte Carlo* dapat dilakukan dari aset dasar yang mengikuti bentuk *Brownian Motion*, untuk menghitung pergerakan harga saham dengan metode *Monte Carlo* maka dapat dihitung dengan rumus (Hull, 2012):

$$S_{t+\Delta t} = S_t e^{\left[\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t+\sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}\right]} \tag{2.20}$$

dengan:

S_0 : Harga saham pada waktu ke-0

σ : Volatilitas

ϵ : Sampel acak yang berdistribusi normal dengan rata-rata 0 dan simpangan baku 1

Δt : waktu pada saat Δt

Dimana $\hat{\mu}$ merupakan ekspetasi return pertahun yang didefinisikan sebagai:

$$\hat{\mu} = \frac{S_T - S_0}{S_0} \tag{2.21}$$

karena tingkat return harus berdistribusi normal maka persamaan (2.21) menjadi:

$$\ln \hat{\mu} = \ln\left(S_T - S_0\right) - \ln\left(S_0\right) \tag{2.22}$$

Menurut Higham (2004), misalkan C dan P adalah nilai opsi pada simulasi tunggal dengan nilai ekspetasi dari nilai opsi adalah V dan variansi σ^2, maka nilai opsi *call* adalah:

$$V_C = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e^{-rT} C_i \tag{2.23}$$

nilai opsi *put* adalah

$$V_P = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e^{-rT} P_i \tag{2.24}$$

dan penaksir tak bias untuk σ^2pada opsi *call* adalah

$$\sigma_m{}^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\left(\left(e^{-rT} C_i\right) - V_c\right)^2 \tag{2.25}$$

penaksir tak bias untuk σ^2 pada opsi *put* adalah

$$\sigma_m{}^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\left(\left(e^{-rT} P_i\right) - V_P\right)^2 \tag{2.26}$$

2.9 Simulasi *Monte Carlo Control Variate*

Menurut Higham (2004), teknik *Monte Carlo Control Variate* mengambil dari variabel acak dengan nilai harapan yang diketahui dan berkorelasi positif dengan variabel yang dipertimbangkan. Dalam mengimplementasikan simulasi *Monte Carlo Control Variate* untuk mencari nilai opsi *Double Barrier*, dicari terlebih dahulu *Control Variate* dari nilai opsi *Double Barrier* yang akan diestimasi. Opsi yang dijadikan kontrol adalah opsi tipe Eropa. Jika terdapat variabel acak lain Y, maka variabel acak untuk simulasi *Monte Carlo Control Variate* dari nilai opsi *Double Barrier* didefinisikan:

$$Z = X + E(Y) - Y \tag{2.27}$$

dengan Y sebagai *control* yang mendefinisikan nilai opsi Eropa *Monte Carlo*, $E(Y)$ adalah harga opsi Eropa model *Black Scholes*, dan X adalah harga opsi *Double Barrier*. Persamaan (2.19) dapat diperumum menjadi :

$$Z_i = X_i + \theta\left(E(Y_i) - Y_i\right), \theta \in \mathbb{R} \tag{2.28}$$

$$\theta_{\min} = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\operatorname{var}(Y)} \tag{2.29}$$

Sehingga, untuk menghitung rata-rata nilai opsi *Double Barrier Monte Carlo Control Variate* dapat ditulis (Higham, 2004):

$$V_{mcv} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} Z_i \tag{2.30}$$

dan penaksir tak bias untuk σ^2 adalah

$$\sigma_{mc}^{\ 2} = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\left(Z_i - V_{mcv}\right)^2 \tag{2.31}$$

2.10 Jual Beli dalam Islam

Menurut Sudiarti (2018), jual beli merupakan transaksi yang sering dilakukan dimasyarakat yang bertujuan untuk memenuhi kebutuhan sehari-hari maupun untuk tujuan investasi. Bentuk transaksi dalam melakukan jual beli sangat beragam misalnya, dengan cara tradisional ataupun modern melalui lembaga keuangan. Secara etimologi, jual beli merupakan pertukaran sesuatu dengan sesuatu yang lain. Secara terminologi jual beli adalah persetujuan singkat antara penjual dan pembeli. Ada berbagai definisi jual beli sehingga dapat disimpulkan bahwa, jual beli merupakan pertukaran harta dari pejual kepada pembeli sesuai dengan harga yang disepakati. Dalam melakukan transaksi jual beli seseorang pasti melakukan akad atau perjanjian antara penjual dan pembeli.

Menurut Sudiarti (2018), secara etimologi akad memiliki arti mengikat, menghimpun, menyepakati, menguatkan, dan mengumpulkan diantara dua sesuatu. Secara terminologi akad merupakan perikatan diantara dua perikatan atau sesuatu perkataan dari seseorang yang berpengaruh kepada kedua belah pihak. Secara umum akad dapat diartikan sebagai kesepakatan antara kedua keinginan dalam mencapai komitmen yang diinginkan pada waktu yang akan datang dan telah diketahui secara mutlak, salah satu contohnya adalah jual beli. Seperti dalam hadist tentang jual beli yang berbunyi:

الْبَيِّعَانِ بِالْخِيَارِ مَا لَمْ يَفْتَرِقَا فَإِنْ صَدَقَا وَبَيَّنَا بُورِكَ لَهُمَا فِى بَيْعِهِمَا وَإِنْ كَتَمَا وَكَذَبَا مُحِقَتِ الْبَرَكَةُ مِنْ بَيْعِهِمَا

Artinya:"Penjual dan pembeli masing-masing memiliki hak pilih (khiyar) selama keduanya belum berpisah. Bila keduanya berlaku jujur dan saling terus terang, maka keduanya akan memperoleh keberkahan dalam transaksi tersebut. Sebaliknya, bila mereka berlaku dusta dan saling menutup-nutupi, niscaya akan hilanglah keberkahan bagi mereka pada transaksi itu". (HR. Bukhari 2079 dan Muslim 1532)

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder harga saham yang diperoleh dari www.finance.yahoo.com dari Merck & Co Inc mulai 2 Maret 2015 sampai 24 Februari 2020. Jumlah data yang diambil adalah selama 261 minggu yang dapat dilihat dalam lampiran 1.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan pada penelitian adalah harga saham penutupan dari Merck & Co Inc 2 Maret 2015 sampai 24 Februari 2020. Dan parameter-parameter yang digunakan adalah harga saham awal S_0, harga kesepakatan K, nilai *Barrier* atas U, nilai *Barrier* bawah L, tingkat suku bunga bebas risiko r, volatilitas σ, periode waktu T, dan banyak monitoring N.

3.3 Analisis Data

Adapun langkah-langkah yang digunakan pada penelitian ini terbagi menjadi dua bagian seperti pada rumusan masalah, yaitu:

1. Simulasi numerik nilai opsi *Double Barrier* dengan metode *Monte Carlo* Standart dan *Monte Carlo Control Variate* dilakukan dengan cara sebagai berikut:
   a. Menetukan parameter-parameter yang diperlukan dalam penentuan nilai opsi yaitu: harga saham awal, tingkat suku bunga bebas risiko, volatilitas, harga

kesepakatan, waktu jatuh tempo, banyak simulasi, nilai *barrier* atas, dan nilai *barrier* bawah.

b. Menentukan nilai opsi *Double Barrier* menggunakan metode *Monte Carlo* Standart:

1) Membangkitkan vektor bilangan-bilangan random yang berdistribusi normal baku.
2) Menghitung harga saham menggunakan bilangan-bilangan random yang telah dibangkitkan dan variabel-variabel yang telah ditentukan.
3) Menghitung harga saham maksimum dan minimum pada alur pergerakan harga saham yang diperoleh, untuk melihat apakah harga saham selama selang waktu kontrak opsi pernah menyentuh *Barrier* atau tidak.
4) Jika ada harga saham yang menyentuh nilai *Barrier* maka opsi tidak bernilai, sebaliknya, jika tidak ada harga saham yang menyentuh nilai *Barrier* maka dilanjutkan dengan menghitung nilai *payoff*.
5) Menentukan nilai *payoff call* dan *put*.
6) Menentukan nilai opsi *Double Barrier call* dan *put*.
7) Mengulangi langkah (1) sampai (6) sebanyak simulasi yang diinginkan.
8) Menghitung rata-rata nilai opsi yang telah didapatkan.

a. Menentukan nilai opsi *Double Barrier* menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate*:

2) Membangkitkan vektor bilangan-bilangan random yang berdistribusi normal baku.
3) Menghitung harga saham menggunakan bilangan-bilangan random yang telah dibangkitkan.

4) Menghitung harga saham maksimum dan minimum pada alur pergerakan harga saham yang diperoleh, untuk melihat apakah harga saham selama selang waktu kontrak opsi pernah menyentuh *Barrier* atau tidak.

5) Jika ada harga saham yang menyentuh nilai *Barrier* maka opsi tidak bernilai, sebaliknya, jika tidak ada harga saham yang menyentuh nilai *Barrier* maka dilanjutkan dengan menghitung nilai opsi.

6) Menghitung harga saham untuk opsi tipe Eropa pada alur pergerakan harga saham yang diperoleh.

7) Menentukan nilai *payoff call* dan *put* untuk opsi *Double Barrier* dan opsi tipe Eropa.

8) Menentukan nilai *call* dan *put* untuk opsi *Double Barrier* dan opsi tipe Eropa.

9) Menghitung korelasi antara nilai opsi tipe Eropa dengan opsi *Double Barrier* Standart.

10) Menghitung nilai tetha.

11) Menghitung nilai opsi *Double Barrier call* dan *put*.

12) Mengulangi langkah (1)sampai(10) sebanyak simulasi yang diinginkan.

13) Menghitung rata-rata nilai opsi yang telah didapatkan.

2. Perbandingan hasil perhitungan numerik nilai opsi *Double Barrier* antara metode *Monte Carlo* Standart dan *Monte Carlo Control Variate* dilakukan dengan cara sebagai berikut:

   a. Menghitung soulisi analitik dari nilai opsi *Double Barrier* menggunakan formula *Black-Scholes*.

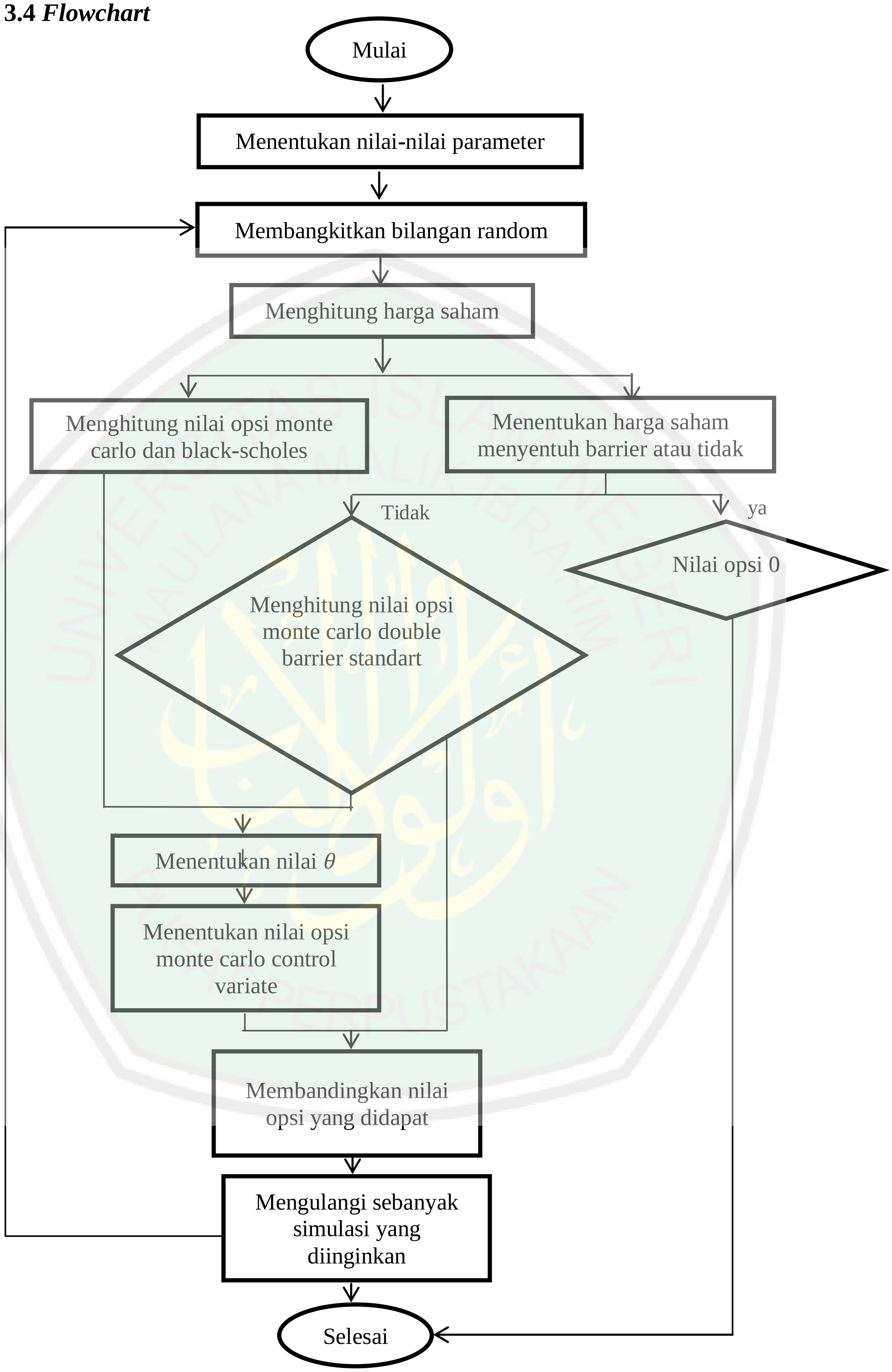
b. Menghitung nilai eror opsi *Double Barrier* metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart terhadap hasil dari solusi analitik.

c. Menghitung variansi dan selang kepercayaan dari nilai opsi *Double Barrier* metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart.

d. Menggambarkan grafik hasil perhitungan nilai opsi *Double Barrier call* dan *put* metode *Monte Carlo Control Variate*, *Monte Carlo* Standart, dan *Black-Scholes.*

e. Membandingkan hasil dari nilai opsi, nilai kesalahan, dan variansi antara metode *Monte Carlo Control Variate*, *Monte Carlo* Standart.

3.4 *Flowchart*



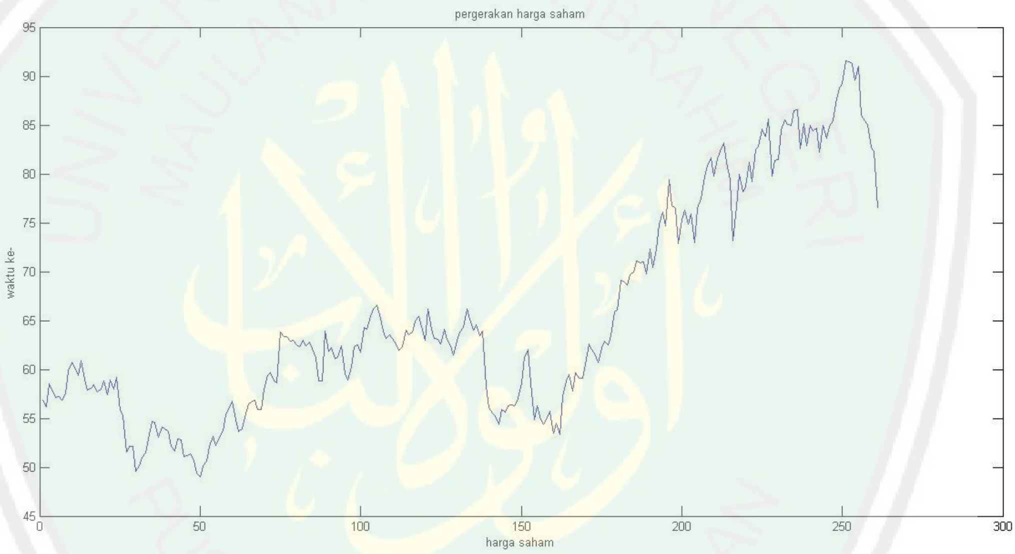
BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Simulasi Numerik Metode *Monte Carlo* Standart dan *Monte Carlo Control Variate* Pada Opsi *Double Barrier*

4.1.1 Penentuan Parameter-Parameter yang Akan Digunakan

Harga saham yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga saham tanpa data yang *outlier* dapat dilihat dalam lampiran 1. Berikut merupakan grafik pergerakan harga saham:



Gambar 4.1 Grafik Pergerakan Harga Saham Dari 2 Maret 2015 sampai 24 Februari 2020

Gambar di atas merupakan pergerakan harga saham yang digunakan sebagai sampel untuk membangkitkan harga saham selanjutnya. Dari data harga yang digunakan dapat ditentukan return harga saham dengan menggunakan persamaan (2.6) didapatkan return harga saham sebanyak 260. Dari data return harga saham tersebut diperoleh rata-rata return harga saham ($\bar{R}$) sebesar 0,0012 sehingga dapat dihitung tingkat suku bunga bebas risiko per tahun menggunakan persamaan (2.22) diperoleh sebsar 0,06. Juga dapat ditentukan volatilitas per tahun yaitu dengan menggunakan persamaan (2.9):

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\tau\left(\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R-\bar{R}\right)^2\right)} \\ &= \sqrt{52(0,00067)} \\ &= 0,19\end{aligned}$$

Nilai saham awal $S_0 = \$76{,}56$, harga kesepakatan opsi *call* yang diasumsikan sebesar $KC = \$54{,}28$, harga kesepakatan opsi *put* yang diasumsikan sebesar $KP = \$91{,}25$, waktu jatuh tempo $T = 1$ tahun dengan banyak periode $N = 52$ minggu per tahun.

4.1.2 Simulasi Numerik Metode *Monte Carlo* Standart dengan *M*=1 dan *M*=2

4.1.2.1 Penentuan Nilai Opsi *Call Double Barrier* Metode *Monte Carlo* Standart

Simulasi *Monte Carlo* dalam menentukan nilai opsi *call Double Barrier* dapat dilakukan sebanyak *M* simulasi yang diinginkan. Berikut ini beberapa kasus perhitungan nilai opsi *call* dengan metode *Monte Carlo* Standart:

1. Kasus $M = 1$

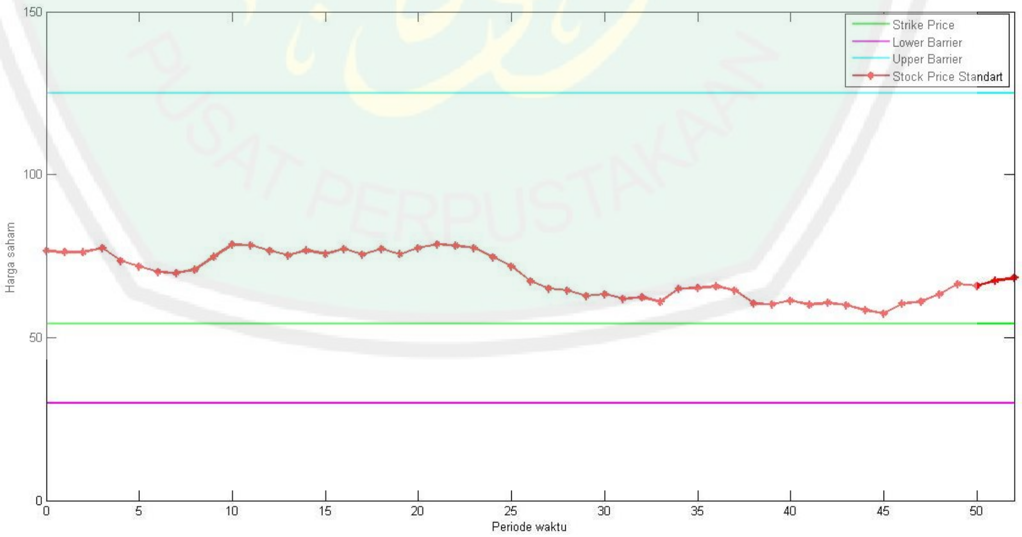
Pada simulasi *Monte Carlo*, setelah menentukan parameter yang akan digunakan maka langkah selanjutnya adalah membangkitkan bilangan random. Karena metode monte carlo mengikuti gerak brown dimana titik-titiknya atau dapat disebut variabel-variabel acak tersebut bergerak secara bebas, maka berdasarkan hukum bilangan besar dan teorema limit pusat bilangan random yang dibangkitkan adalah berdistribusi normal baku. Bilangan random yang dibangkitakn sebanyak partisi simulasi yang diinginkan untuk menghitung harga saham. Untuk simulasi pertama $(M = 1)$ peneliti membangkitkan bilangan random sebanyak 52 bilangan random, karena dalam penelitian ini harga saham dalam satu periode dimonitoring sebanyak 52 minggu, nilai *Barrier* atas opsi *call* yang diasumsikan sebesar $U = \$125$, dan nilai *Barrier* bawah opsi *call* sebesar $L = \$30$. Setelah membangkitkan bilangan random selanjutnya adalah menghitung harga saham dari bilangan random yang telah ditentukan. Dengan menggunakan rumus (2.20) diperoleh harga saham periode pertama :

$$S_1 = S_0 e^{\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t}\right]}$$

$$= 76,56 e^{\left[\left(0,06 - \frac{0,19^2}{2}\right)0,02 + 0.19(-0.191396023802537\sqrt{0,02})\right]}$$

$$= 76,236360884805634$$

Dengan cara yang sama diperoleh harga saham pada saat jatuh tempo (S_{52}) sebesar 68,339290200945754. Nilai-nilai harga saham $M = 1$ terdapat pada lampiran 2 yang dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 4. 2 Pergerakan Harga Saham Opsi *Call Double Barrier*

Pada gambar 4.2 dapat dilihat bahwa opsi *call* tersebut bernilai, karena harga saham yang diperoleh tidak melewati batas atas ataupun batas bawah. Selain itu harga saham saat jatuh tempo lebih dari harga kesepakatan karena dalam menentukan nilai opsi *call Double Barrier* harga saham tersebut harus memenuhi syarat bahwa $S_T > K$.

Berikut ini merupakan contoh grafik pergerakan harga saham untuk opsi yang tidak bernilai.

Gambar 4.3 Contoh Pergerakan Harga Saham Jika Melebihi Salah Satu Batas

Pada gambar 4.3 di atas dapat dilihat bahwa harga saham melewati batas atas, maka harga saham tersebut tidak bernilai atau nilai opsinya adalah 0. Namun, dalam penelitian ini hanya menggunakan kondisi dimana harga saham tidak pernah melewati batas atas dan batas bawah.

Jika harga saham yang sudah dihitung dan memenuhi syarat tidak melawati batas atas ataupun batas bawah, maka dapat dicari nilai *payoff* dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.11). Dengan menggunakan data yang diperoleh di atas maka dapat dicari *payoff* untuk opsi *call* yaitu sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
C &= \max\left(S_T - \text{KC};0\right) \\
&= \max\left(68,339290200945754 - 54,28;0\right) \\
&= \max\left(14,059290200945754;0\right) \\
&= 14,059290200945754
\end{aligned}
$$

Hasil dari nilai *payoff* tersebut dapat digunakan untuk mencari nilai opsi *call* dengan persamaan (2.23) yaitu sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
V_C &= e^{-rT}C \\
&= e^{-0,09(1)}14,059290200945754 \\
&= 13,240540878619276
\end{aligned}
$$

2. Kasus $M = 2$

Pada kasus $M > 1$ sama seperti kasus $M = 1$ langkah pertama adalah membangkitkan bilangan random berdistribusi normal baku, namun pada $M > 1$ bilangan rondom akan dibangkitan sebanyak partisi simulasi yang akan digunakan dan menggunakan nilai *Barrier* yang sama seperti M=1. Pada kasus ini dibangkitkan bilangan random dua kali sebanyak 52 pada setiap pembagkitan. Dengan menggunkan rumus pada (2.20), diperoleh:

a. Harga saham pada periode pertama simulasi pertama:

$$
\begin{aligned}
S_{11} &= S_0 e^{\left[\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}\right]} \\
&= 76,56 e^{\left[\left(0,06 - \frac{0,19^2}{2}\right)0,02 + 0,19(1,316849360472643\sqrt{0,02})\right]} \\
&= 79,326969575412548
\end{aligned}
$$

Dengan cara yang serupa dapat diketahui harga saham selanjutnya pada saat S jatuh tempo (S_{52}) sebesar 76,408269743322961.

b. Harga saham pada periode pertama simulasi kedua:

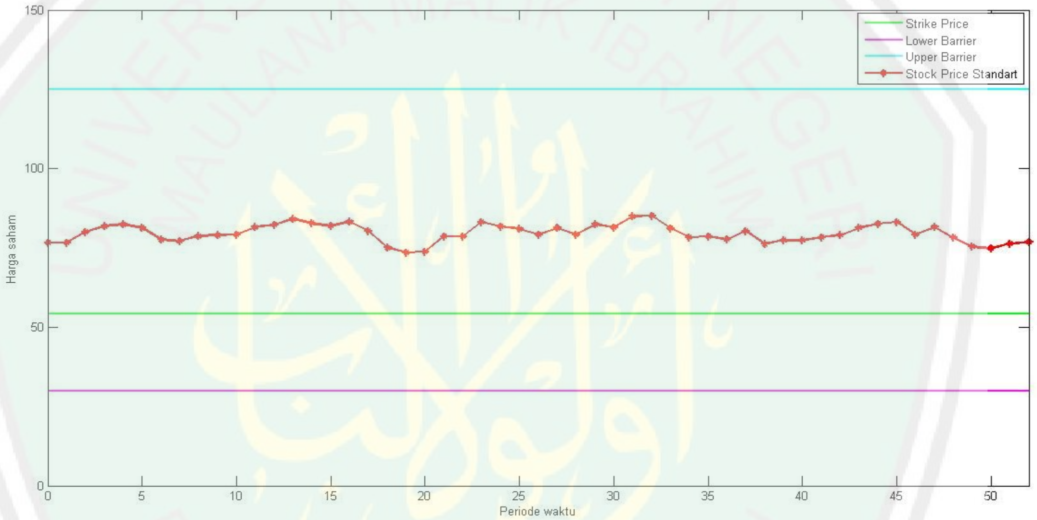
$$S_{12} = S_0 e^{\left[\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t+\sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}\right]}$$

$$= 76,56e^{\left[\left(0,06-\frac{0,19^2}{2}\right)0,02+0,19(\ -0,104018853507175\sqrt{0,02}\,)\right]}$$

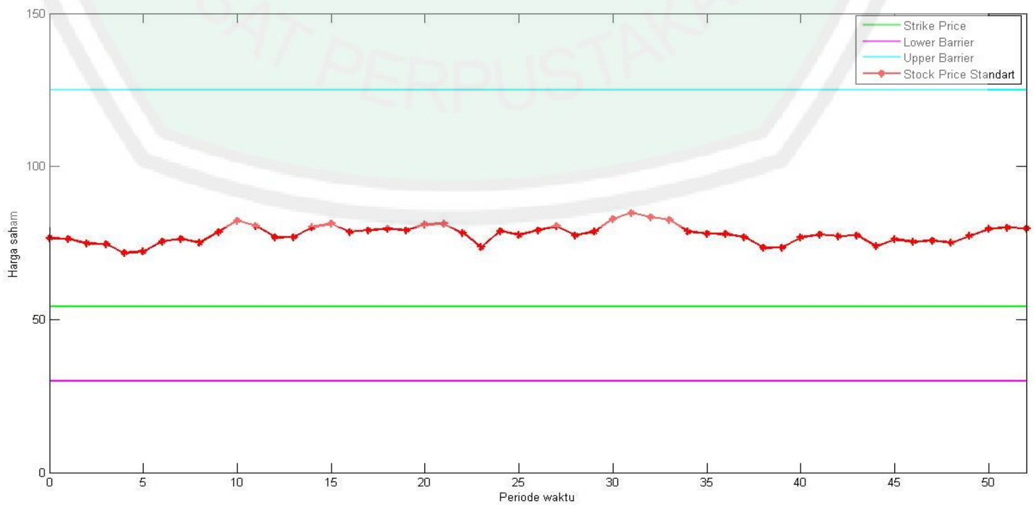
$$= 76,412077198018594$$

Dengan cara yang serupa dapat diketahui harga saham selanjutnya pada saat S jatuh tempo (S_{52}) dengan cara yang sama diperoleh sebesar 79,707453440350989.

Nilai-nilai harga saham tersebut dapat digambarkan dalam grafik sebagai berikut :



Gambar 4. 4 Pergerakan Harga Saham Pada Saat Periode Pertama M=2



Gambar 4. 5 Pergerakan Harga Saham Pada Saat Periode Kedua M=2

Pada gambar 4.4 dan gambar 4.5 dapat dilihat bahwa opsi *call* tersebut bernilai, karena harga saham yang diperoleh tidak melewati batas atas ataupun batas bawah. Selain itu harga saham saat jatuh tempo lebih dari harga kesepakatan karena karena dalam menentukan nilai opsi *call Double Barrier* harga saham tersebut harus memenuhi syarat bahwa $S_T > K$.

Jika harga saham yang sudah dihitung dan memenuhi syarat tidak melawati batas atas ataupun batas bawah, maka dapat dicari nilai *payoff* dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.11). Dengan menggunakan data yang diperoleh di atas maka dapat dicari *payoff* untuk opsi *call* yaitu sebagai berikut:

a. Nilai *payoff* opsi *call* periode pertama simulasi pertama:

$$\begin{aligned} C_1 &= \max\left(S_T - \mathrm{KC};0\right) \\ &= \max\left(76,408269743322961 - 54,28;0\right) \\ &= \max\left(22,128269743322961;0\right) \\ &= 22,128269743322961 \end{aligned}$$

b. Nilai *payoff* opsi *call* periode pertama simulasi kedua:

$$\begin{aligned} C_2 &= \max\left(S_T - \mathrm{KC};0\right) \\ &= \max\left(79,707453440350989 - 54,28;0\right) \\ &= \max\left(25,427453440350989;0\right) \\ &= 25,427453440350989 \end{aligned}$$

Hasil dari nilai *payoff* tersebut dapat digunakan untuk mencari nilai opsi *call* menggunakan persamaan (2.23) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V_C &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e^{-rT} C_i \\ &= \frac{1}{2}(e^{-0,06(1)}22,128269743322961 + e^{-0,06(1)}25,427453440350989) \\ &= 22,393146731667169 \end{aligned}$$

4.1.2.2 Penentuan Nilai Opsi *Put Double Barrier* Metode *Monte Carlo* Standart

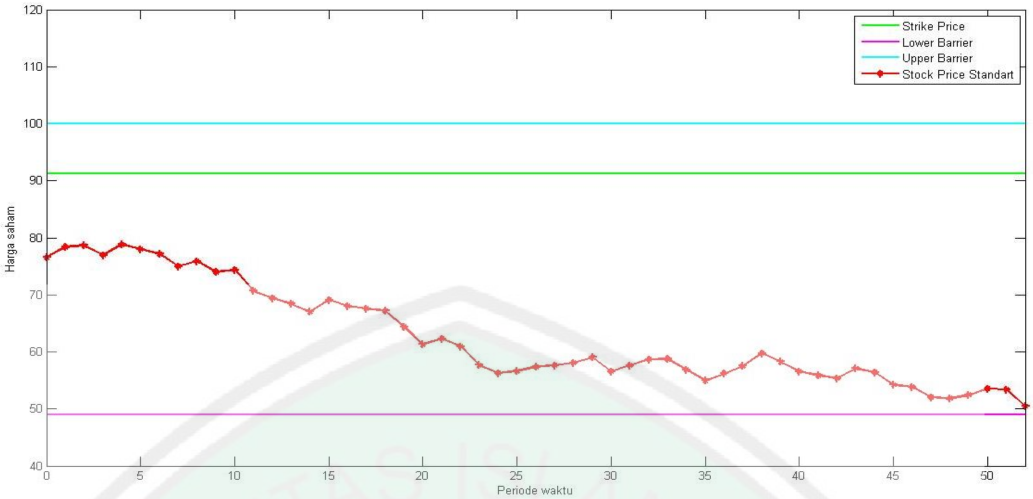
Simulasi *Monte Carlo* dalam menentukan nilai opsi *put Double Barrier* dapat dilakukan sebanyak M simulasi yang diinginkan. Berikut ini beberapa kasus perhitungan nilai opsi *put* dengan metode *Monte Carlo* Standart:

1. Kasus $M = 1$

Pada simulasi *Monte Carlo* untuk mencari nilai opsi *put* sama seperti mencari nilai opsi *call* sebelumnya yaitu menentukan parameter yang akan digunakan, langkah selanjutnya adalah membangkitkan bilangan random yang berdistribusi normal baku sebanyak partisi simulasi yang diinginkan untuk menghitung harga saham. Untuk simulasi pertama peneliti membangkitkan bilangan random sebanyak 52 bilangan random, karena dalam penelitian ini harga saham dalam satu periode dimonitoring sebanyak 52 minggu dan menggunakan nilai *Barrier* atas opsi *put* yang diasumsikan sebesar $U = \$100$ dan nilai *Barrier* opsi *put* yang diasumsikan sebesar $L = \$49$. Setelah membangkitkan bilangan random selanjutnya adalah menghitung harga saham dari bilangan random yang telah ditentukan. Dengan menggunakan rumus (2.20) diperoleh:

$$
\begin{aligned}
S_1 &= S_0 e^{\left[\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t+\sigma\epsilon\sqrt{\Delta t}\right]} \\
&= 76,56 e^{\left[\left(0,06-\frac{0,19^2}{2}\right)0,02+0.19(0,64397318249258\sqrt{0,02})\right]} \\
&= 78,386901650283022
\end{aligned}
$$

Dengan cara yang sama diperoleh S pada saat jatuh tempo (S_{52}) sebesar 50,449544915935753. Nilai-nilai harga saham pada saat $M = 1$ dapat dilihat dalam lampiran 2 yang dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 4. 6 Pergerakan Harga Saham Opsi *Put Double Barrier*

Pada gambar 4.6 dapat dilihat bahwa opsi *put* tersebut bernilai, karena harga saham yang diperoleh tidak melewati batas atas ataupun batas bawah. Selain itu harga saham saat jatuh tempo kurang dari harga kesepakatan karena karena dalam menentukan nilai opsi *put Double Barrier* harga saham tersebut harus memenuhi syarat bahwa $K > S_T$.

Jika harga saham yang sudah dihitung dan memenuhi syarat tidak melawati batas atas ataupun batas bawah, maka dapat dicari nilai *payoff* opsi *put* dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.13). Dengan menggunakan data yang diperoleh di atas maka dapat dicari *payoff* untuk opsi *put* yaitu sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
P &= \max\left(KP - S_T;0\right) \\
&= \max\left(91,25 - 50,449544915935753;0\right) \\
&= \max\left(40,800455085064243;0\right) \\
&= 40,800455085064243
\end{aligned}
$$

Hasil dari nilai *payoff* tersebut dapat digunakan untuk mencari nilai opsi *put* menggunakan persamaan (2.24) sebagai berikut.

$$
\begin{aligned}
V_P &= e^{-rT}P \\
&= e^{-0,09(1)}40,800455085064243 \\
&= 38,424421552268853
\end{aligned}
$$

2. Kasus M=2

Pada kasus $M > 1$ sama seperti kasus $M = 1$ langkah pertama adalah membangkitkan bilangan random berdistribusi normal baku, namun pada $M > 1$ bilangan rondom akan dibangkitan sebanyak partisi simulasi yang diinginkan. Pada kasus ini dibangkitkan bilangan random dua kali sebanyak 52 pada setiap pembagkitan dan menggunakan nilai *Barrier* yang sama dengan opsi *put* M=1. Dengan menggunkan rumus pada (2.20), diperoleh:

a. Harga saham periode pertama simulasi pertama:

$$
\begin{aligned}
S_{11} &= S_0 e^{\left[\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)\triangle t+\sigma\epsilon\sqrt{\triangle t}\right]} \\
&= 76,56e^{\left[\left(0,06-\frac{0,19^2}{2}\right)0,02+0,19(-0,644226188013935\sqrt{0,02})\right]} \\
&= 75,3321678337398
\end{aligned}
$$

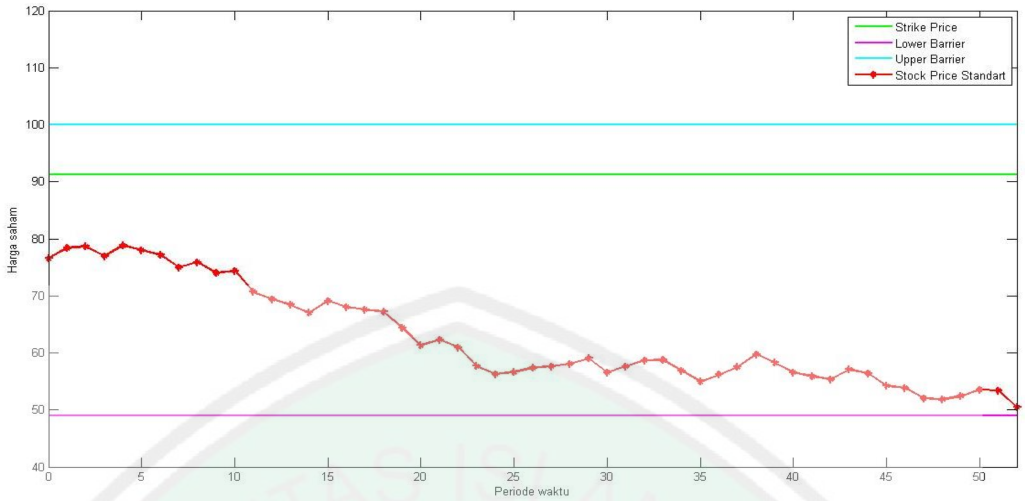
Dengan cara yang sama diperoleh harga saham saat jatuh tempo (S_{52}) sebesar $113,3550975033806$.

c. Harga saham periode pertama simulasi kedua:

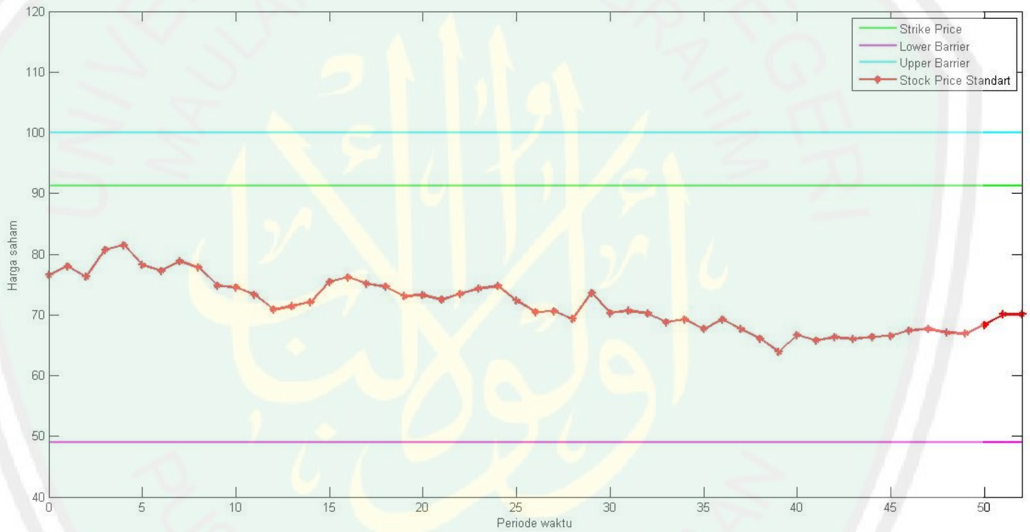
$$
\begin{aligned}
S_{12} &= S_0 e^{\left[\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)\triangle t+\sigma\epsilon\sqrt{\triangle t}\right]} \\
&= 76,56e^{\left[\left(0,06-\frac{0,19^2}{2}\right)0,02+0,19(\ 0,685937780378510\sqrt{0,02})\right]} \\
&= 78,019183942429180
\end{aligned}
$$

Dengan cara yang sama diperoleh harga saham saat jatuh tempo (S_{52}) diperoleh sebesar 70,078855042703751.

Nilai-nilai harga saham tersebut dapat digambarkan dalam grafik sebagai berikut:



Gambar 4. 7 Pegerakan Harga Saham Periode Petama M=2



Gambar 4. 8 Pegerakan Harga Saham Periode Kedua M=2

Pada gambar 4.7 dan gambar 4.8 dapat dilihat bahwa opsi *put* tersebut bernilai, karena harga saham yang diperoleh tidak melewati batas atas ataupun batas bawah. Selain itu harga saham saat jatuh tempo kurang dari harga kesepakatan karena karena dalam menentukan nilai opsi *put Double Barrier* harga saham tersebut harus memenuhi syarat bahwa $K > S_T$.

Jika harga saham yang sudah dihitung dan memenuhi syarat tidak melawati batas atas ataupun batas bawah, maka dapat dicari nilai *payoff* opsi *put* dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.13). Dengan menggunakan data yang diperoleh di atas maka dapat dicari *payoff* untuk opsi *put* yaitu sebagai berikut:

a. Nilai *payoff* periode pertama simulasi pertama

$$\begin{aligned} P_1 &= \max\left(KP - S_T;0\right) \\ &= \max\left(91,25 - 113,3550975033806;0\right) \\ &= \max\left(\text{-}21,9050975033806;0\right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

c. Nilai *payoff* periode kedua simulasi kedua

$$\begin{aligned} P_2 &= \max\left(KP - S_T;0\right) \\ &= \max\left(91,25 - 70,078855042703751;0\right) \\ &= \max\left(21,171144957296249;0\right) \\ &= 21,171144957296249 \end{aligned}$$

Hasil dari nilai *payoff* tersebut dapat digunakan untuk mencari nilai opsi *put* menggunakan persamaan (2.23) sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V_P &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e^{-rT} P_i \\ &= \frac{1}{2}(e^{-0,06(1)}0 + e^{-0,06(1)}21,171144957296249) \\ &= 9,969116728076310 \end{aligned}$$

4.1.3 Simulasi Numerik Metode *Monte Carlo Control Variate* dengan M=1 dan M=2

4.1.3.1 Penentuan Nilai Opsi *Call Double Barrier* Metode *Monte Carlo Control Variate*

Simulasi *Monte Carlo* dalam menentukan nilai opsi *call Double Barrier* dapat dilakukan sebanyak M simulasi yang diinginkan. Berikut ini beberapa kasus perhitungan nilai opsi *call* dengan metode *Monte Carlo Control Variate*:

1. Kasus $M = 1$

Pada simulasi $M = 1$ seperti pada metode *Monte Carlo* Standart, *Monte Carlo Control Variate* juga membangkitkan bilangan random yang berdistribusi normal baku, namun metode ini menggunakan bilangan random yang sama seperti pada opsi *call* metode *Monte Carlo* Standart simulasi M =1. Kerena opsi *Monte Carlo Control Variate* menggunakan opsi tipe Eropa sebagai *control* maka dengan menggunakan persamaan (2.16) didapatkan nilai analitik *Black-Scholes* tipe Eropa sebesar 25.512322406367467 dan menggunakan persamaan (2.14) didapatkan nilai opsi *Monte Carlo* tipe Eropa sebesar 13.240540878619276.

Untuk menghitung nilai opsi *call Monte Carlo Control Variate* dicari terlebih dahulu nilai kovariansi dari nilai opsi *Monte Carlo* tipe Eropa dan nilai opsi *Monte Carlo* Standart (θ) dengan menggunkan persamaan (2.29). Dalam metode ini jika hanya disimulasikan satu kali maka hasil dari nilai θ adalah 0/0 artinya tidak terdefinisi, maka untuk M=1 tidak dapat dilakukan untuk *Monte Carlo Control Variate* atau tidak bernilai. Hal tersebut terjadi karena hanya ada 1 data saja yang disimulasikan, sehingga hasil dari θ adalah 0. Dengan demikian nilai dari opsi *call Monte Carlo Control Variate* untuk $M = 1$ adalah tidak bernialai.

2. Kasus $M = 2$

Pada simulasi $M = 2$ seperti pada metode *Monte Carlo* Standart M=2, juga membangkitkan bilangan random yang berdistribusi normal baku. Metode ini menggunakan bilangan random yang sama dengan opsi *call* metode *Monte Carlo* Standart simulasi M =2. Kerena opsi *Monte Carlo Control Variate* menggunakan opsi tipe Eropa sebagai *control* maka dengan menggunakan persamaan (2.16) didapatkan nilai analitik *Black-Scholes* tipe Eropa sebesar 25.512322406367467 dan menggunakan persamaan (2.14) didapatkan nilai opsi *Monte Carlo* tipe Eropa sebesar periode pertama simulasi pertama sebesar 20,839619633846990 dan periode pertama simulasi kedua sebesar 23,946673829487349. Selanjutnya sama seperti metode *Monte Carlo Control Variate* M=1 menggunakan persamaan (2.29) diperoleh nilai kovariansi (θ) sebesar 1. Sehingga, dengan menggunkan persamaan (2.30) dan nilai opsi *Monte Carlo* Standart *Double Barrier* pada subbab 4.1.2.1 diperoleh nilai opsi *put Monte Carlo Control Variate* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
V_{mcv} &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} Z_i \\
&= \frac{1}{2}(((25,512322406367467 + 1(20,839619633846990 - 20,839619633846990)) + \\
&\qquad (25,512322406367467 + 1(23,946673829487349 - 23,946673829487349))) \\
&= 25,512322406367467
\end{aligned}
$$

4.1.3.2 Penentuan Nilai Opsi *Put Double Barrier* Metode *Monte Carlo Control Variate*

Simulasi *Monte Carlo* dalam menentukan nilai opsi *put Double Barrier* dapat dilakukan sebanyak M simulasi yang diinginkan. Berikut ini beberapa kasus perhitungan nilai opsi *put* dengan metode *Monte Carlo Control Variate*:

1. Kasus $M = 1$

Pada simulasi $M = 1$ seperti pada metode *Monte Carlo* standart untuk opsi *put*, *Monte Carlo Control Variate* juga membangkitkan bilangan random yang berdistribusi normal baku, namun metode ini menggunakan bilangan random yang sama seperti pada opsi *put* metode *Monte Carlo* Standart simulasi M =1. Kerena opsi *Monte Carlo Control Variate* menggunakan opsi tipe Eropa sebagai *control* maka dengan menggunakan persamaan (2.16) didapatkan nilai analitik *Black-Scholes* tipe Eropa sebesar 38,424421552268853 dan menggunakan persamaan (2.15) didapatkan nilai opsi *Monte Carlo* tipe Eropa sebesar 11,935415507444503.

Untuk menghitung nilai opsi *put Monte Carlo Control Variate* dicari terlebih dahulu nilai kovariansi dari nilai opsi *put Monte Carlo* tipe Eropa dan nilai opsi *put Monte Carlo* Standart (θ) dengan menggunkan persamaan (2.29). Dalam metode ini jika hanya disimulasikan satu kali maka hasil dari nilai θ adalah 0/0 artinya tidak terdefinisi maka untuk M=1 tidak dapat dilakukan untuk *Monte Carlo Control Variate* atau tidak bernilai. Hal tersebut terjadi karena hanya ada 1 data saja yang disimulasikan, sehingga hasil θ adalah 0. Dengan demikian nilai dari opsi *put Monte Carlo Control Variate* untuk $M = 1$ adalah tidak bernilai.

2. Kasus $M = 2$

Pada simulasi $M = 2$ seperti pada metode *Monte Carlo* Standart M=2, juga membangkitkan bilangan random yang berdistribusi normal baku. Metode ini menggunakan bilangan random yang sama dengan opsi *put* metode *Monte Carlo* Standart simulasi M =2. Kerena opsi *Monte Carlo Control Variate* menggunakan opsi tipe Eropa sebagai *control* maka dengan menggunakan persamaan (2.16) didapatkan nilai analitik *Black-Scholes* tipe Eropa sebesar 11,935415507444503 dan menggunakan persamaan (2.15) didapatkan nilai opsi *put Monte Carlo* tipe Eropa sebesar periode pertama simulasi pertama sebesar 0 dan periode pertama simulasi kedua sebesar 19,938233456152620. Selanjutnya sama seperti metode *Monte Carlo Control Variate* M=1 menggunakan persamaan (2.29) diperoleh nilai kovariansi (θ) sebesar 1. Sehingga, dengan menggunkan persamaan (2.30) dan nilai opsi *put Monte Carlo* Standart *Double Barrier* pada subbab 4.1.2.2 diperoleh nilai opsi *put Monte Carlo Control Variate* sebagi berikut:

$$
\begin{aligned}
V_{mcv} &= \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} Z_i \\
&= \frac{1}{2}(((11{,}935415507444503 + 1(0-0)) + \\
&\quad (11{,}935415507444503 + 1(19{,}938233456152620 - 19{,}938233456152620))) \\
&= 11{,}935415507444503
\end{aligned}
$$

4.1.4 Simulasi Numerik Metode *Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Standart dengan *M* lebih dari 2

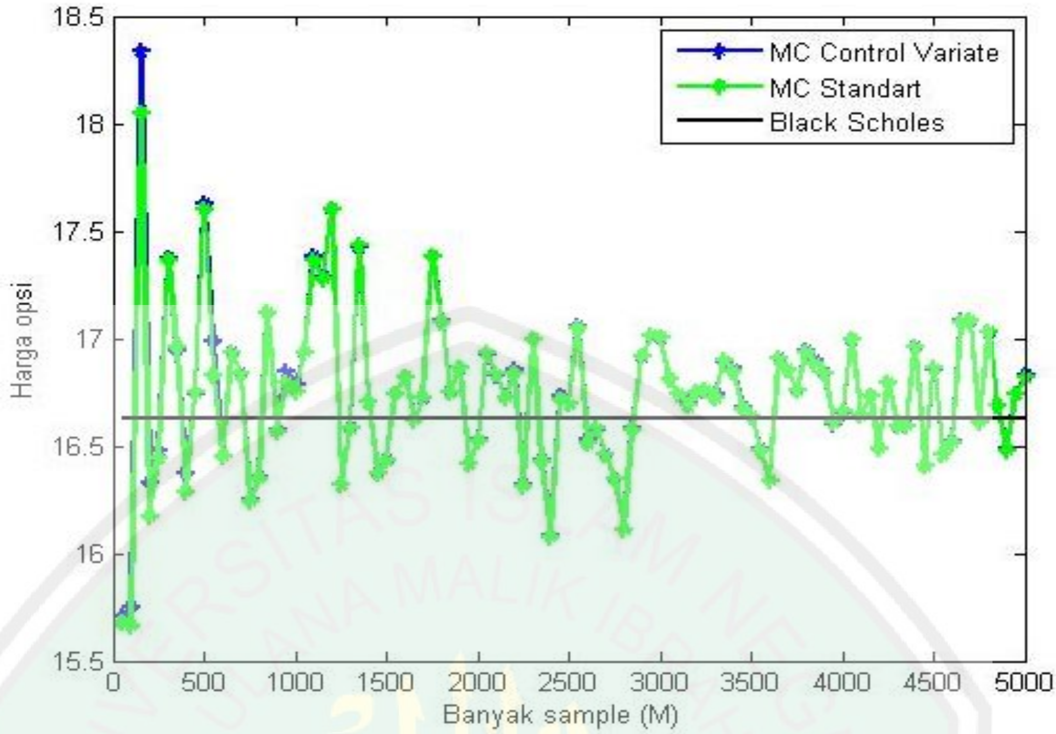
4.1.4.1 Penentuan Nilai Opsi *Call Double Barrier*

Dalam melakukan perhitungan nilai opsi *call Double Barrier* akan digunakan 2 nilai *Barrier* atas dan bawah yang berbeda yang disimulasikan sebanyak $M = 50, 500, 5000$ hal tersebut untuk mengetahui besar nilai opsi yang lebih optimal. Langkah-langkah mencari nilai opsi untuk simulasi 50, 500, dan 5000 sama seperti $M = 2$ dilakukan berulang sebanyak M yang diinginkan lalu dihitung rata-ratanya. Diperoleh nilai-nilai opsi untuk setiap $M = 50, 500$, 5000 sebagaimana tabel di bawah ini.

Tabel 4. 1 Hasil Simulasi Numerik Opsi *Call Double Barrier* Dengan Nilai *Barrier* yang Berbeda

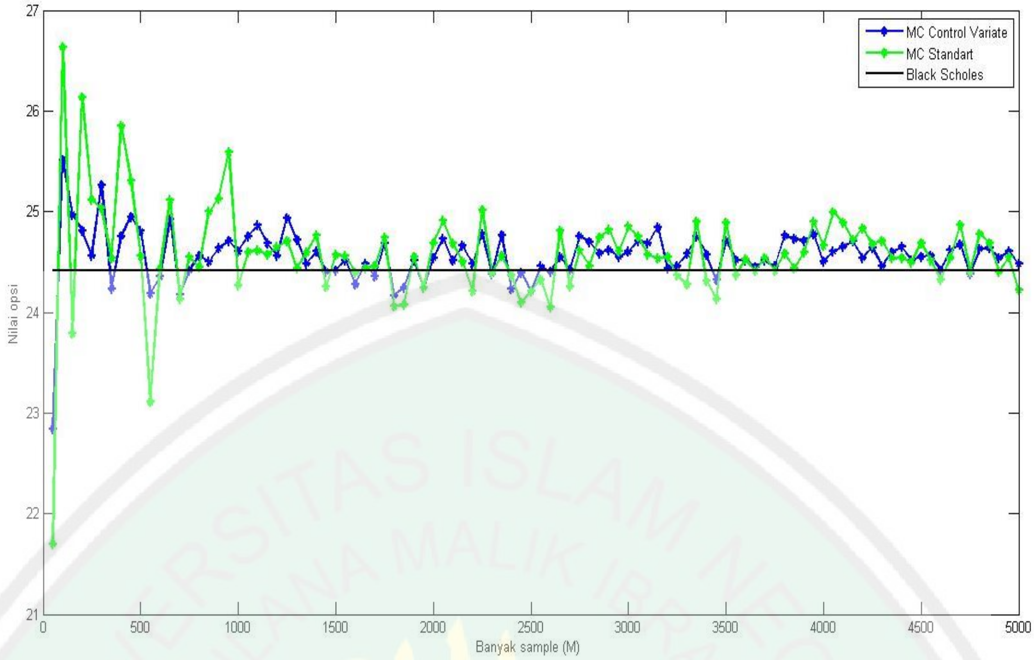
U	L	Banyak Simulasi	*Monte Carlo* Standart	*Monte Carlo Control Variate*	Perbedaan
100	49	50	15,6783823061	15,7028686428	0,0244863367
		500	17,6044001555	17,6258753852	0,0214752302
		5000	16,8169414729	16,8324224808	0,0154810079
125	30	50	21,7006231823	22,8425731338	1,1419500108
		500	24,5551469033	24,8064176527	0,2512707494
		5000	24,2166946547	24,4775821466	0,2608874919

Dari tabel di atas dapat dilihat bahwa nilai opsi dengan batas atas sebesar 100 dan batas bawah sebesar 49 menghasilkan nilai yang hampir sama yaitu rata-rata selisih nilai opsi *Monte Carlo* Standart dengan nilai opsi *Monte Carlo Control Variate* sebesar 0,02. Sedangkan rata-rata selisih nilai opsi *Monte Carlo* Standart dengan nilai *Barrier* atas sebesar 125 dan batas bawah sebesar 30 dengan *Monte Carlo Control Variate* sebesar 0,2. Berikut merupakan grafik nilai opsi dengan batas atas sebesar 100 dan batas bawah sebesar 49 yang menghasilkan nilai yang hampir sama dengan banyak simulasi $M = 50, 150, \dots, 5000$.



Gambar 4. 9 Nilai Opsi *Call* Dengan U=100 Dan L=49

Dari gambar 4.9 dapat dilihat dengan batas atas 100 dan batas bawah 49 konvergensi nilai opsi antara kedua metode memiliki nilai yang hampir sama, sehingga menghasilkan grafik yang berhimpit.



Gambar 4. 10 Nilai Opsi *Call* Dengan U=125 Dan L=30

Dari gambar 4.10 dapat dilihat dengan batas atas 125 dan batas bawah 30, konvergensi nilai opsi antara kedua metode memiliki nilai yang berbeda. Tetapi dapat diketahui bahwa nilai opsi dengan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nilai *Black-Scholes*. Jadi dapat diasumsikan agar nilai opsi *call* tersebut optimal, jika antara S_0 dengan U memiliki selisih yang jauh.

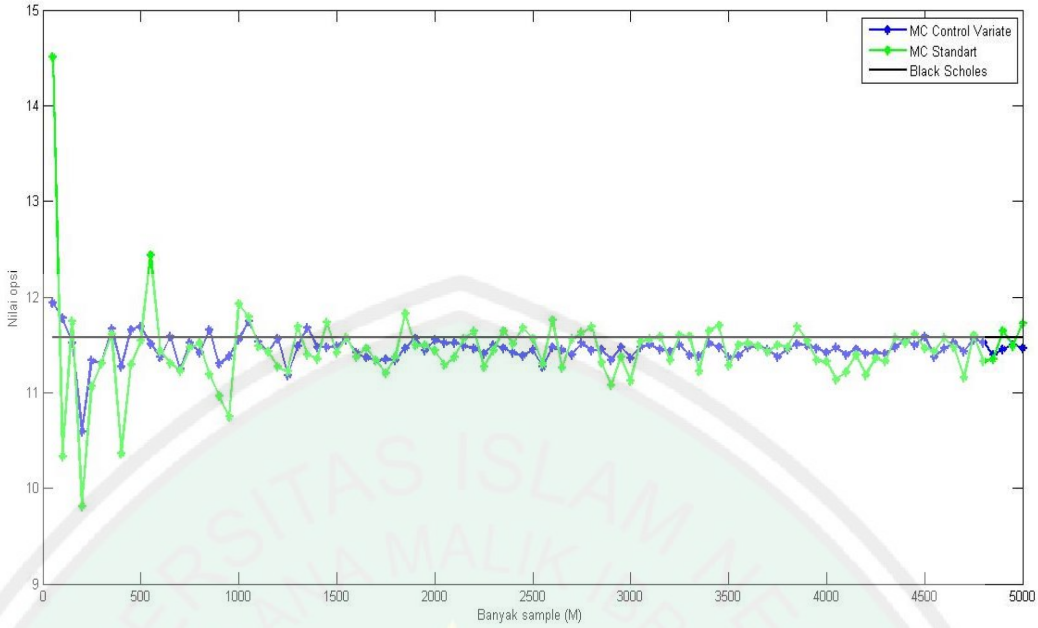
4.1.4.2 Penentuan Nilai Opsi *Put Double Barrier*

Dalam melakukan perhitungan nilai opsi *Put Double Barrier* akan digunakan 2 nilai *Barrier* atas dan bawah yang berbeda yang disimulasikan sebanyak $M = 50, 500, 5000$ hal tersebut untuk mengetahui besar nilai opsi yang lebih optimal. Langkah-langkah mencari nilai opsi untuk simulasi 50, 500, dan 5000 sama seperti $M = 2$ dilakukan berulang sebanyak M yang diinginkan lalu dihitung rata-ratanya. Diperoleh nilai-nilai opsi untuk setiap $M = 50, 500\ , 5000$ sebagaimana tabel di bawah ini.

Tabel 4. 2 Hasil Simulasi Numerik Opsi *Put Double Barrier* Dengan Nilai *Barrier* yang Berbeda

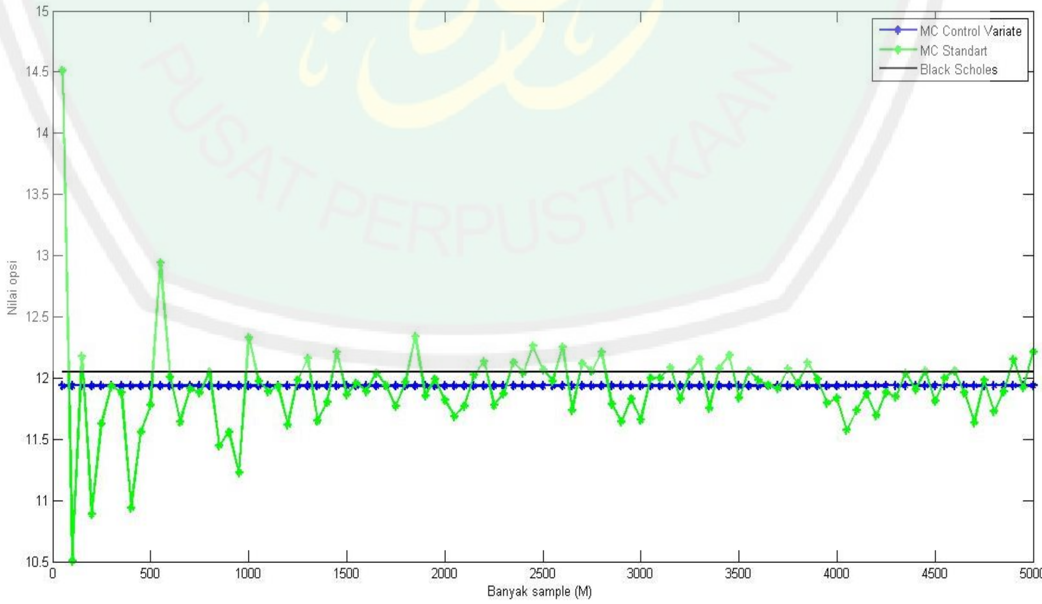
U	L	Banyak Simulasi	*Monte Carlo* Standart	*Monte Carlo Control Variate*	Perbedaan
100	49	50	14,5118246847	11,9354155074	2,5764091773
		500	11,5376270361	11,6886126943	0,1509856582
		5000	11,7201350302	11,4677415337	0,2523934965
125	30	50	14,5118246847	11,9354155074	2,5764091773
		500	11,7782610850	11,9354155074	0,1571544224
		5000	12,2139105541	11,9354155074	0,2784950467

Dari tabel di atas dapat dilihat dengan batas 100 dan batas bawah 49 menghasilkan nilai opsi yang semakin kecil. Sedangkan nilai opsi yang dihasilkan dengan batas atas 125 dan batas bawah 30 memiliki nilai opsi yang hampir sama. Berikut merupakan contoh grafik nilai opsi dengan batas atas sebesar 100 dan batas bawah sebesar 49 yang menghasilkan nilai yang hampir sama dengan banyak simulasi $M = 50, 500, \dots , 5000$.



Gambar 4. 11 Nilai Opsi *Put* Dengan U=100 dan L=49

Dari gambar 4.11 dapat dilihat dengan batas atas 100 dan batas bawah 49 konvergensi nilai opsi metode *Monte Carlo Control Variate* menghasilkan nilai opsi yang lebih kecil daripada nilai opsi *Monte Carlo* standart.



Gambar 4. 12 Nilai Opsi *Put* dengan U=125 dan L=30

Dari gambar 4.12 dapat dilihat dengan batas atas 125 dan batas bawah 30 konvergensi nilai opsi antara kedua metode memiliki nilai yang berbeda dengan selisih antar nilai opsi hanya berkisar 0,1 sehingga nilai opsi *Monte Carlo Control Variate* terlihat bernilai sama semua. Jadi dapat diasumsikan agar nilai opsi *put* tersebut optimal, jika antara S_0 dengan U memiliki selisih yang kecil.

4.2 Perbandingan Metode *Monte Carlo* Standart dan *Monte Carlo Control Variate* Pada Opsi *Double Barrier*

4.2.1 Perbandingan Nilai Opsi Metode *Call Double Barrier Monte Carlo* Standart Dengan Metode *Monte Carlo Control Variate*

Dalam penentuan nilai opsi *call* diperoleh nilai analitik *Black-Scholes* sebesar 24,409645162805027, diketahui pula nilai simpangan baku dengan menggunakan persamaan (2.25) untuk *Monte Carlo* Standart dan persamaan (2.31) untuk *Monte Carlo Control Variate* untuk setiap simulasi, dan juga diketahui nilai kesalahan dengan cara menghitung selisih dari nilai opsi *Double Barrier* dengan nilai analitik *Black-Scholes*. Perbandingan hasil perhitungan nilai opsi *call* antara metode *Monte Carlo Control Variate* dan metode *Monte Carlo* Standart dengan nilai *barrier* atas sebesar \$125 dan *barrier* bawah sebesar \$30 dengan banyak simulasi 50, 500, 5000 disajikan pada tabel berikut:

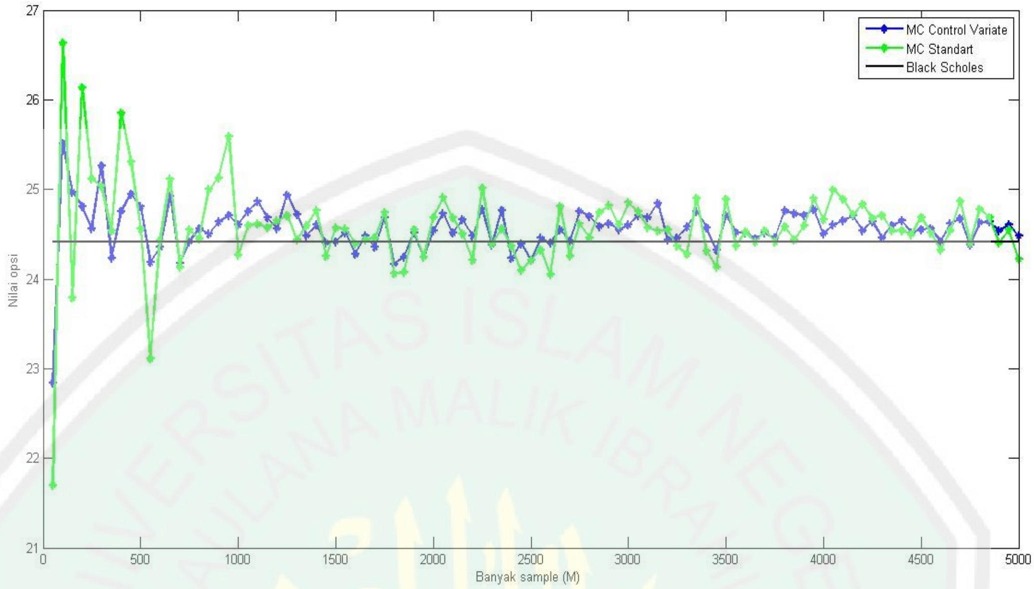
Tabel 4. 3 Nilai Opsi *Call Double Barrier Knock Out* Menggunakan Kedua Metode *Monte Carlo*

Monte Carlo	Banyak Simulasi	Nilai Opsi	Simpangan Baku	Nilai Kesalahan
Standart	50	21,70062318233	14,7300515834	2,70902198046
	500	24,55514690336	13,23885024205	0,14550174055
	5000	24,21669465477	13,84415587386	0,19295050803
Control Variate	50	22,84257313381	10,72212042704	1,56707202899
	500	24,80641765276	6,31452867217	0,39677248995
	5000	24,47758214665	7,66480488559	0,06793698384

Dari tabel di atas dapat terlihat dengan nilai *barrier* atas \$125 dan *barrier* bawah \$30 untuk opsi *call* metode *Monte Carlo* Standart dan *Control Variate* sama-sama menghasilkan nilai opsi yang mendekati *Black-Scholes*. Namun, simpangan baku yang dihasilkan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih kecil karena metode *Monte Carlo Control Variate* mereduksi variansi dan juga jika dibandingkan dengan nilai *Black-Scholes*, nilai opsi metode *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nilai *Black-Scholes* dibandingkan dengan nilai opsi metode *Monte Carlo* Standart hal tersebut dapat dilihat pada simulasi ke 5000 pada metode *Monte Carlo Control Variate* nilai kesalahan yang didapat sebesar 0,06. Sehingga, metode *Monte Carlo Control Variate* lebih baik daripada metode *Monte Carlo* Standart, karena nilai opsi yang didapat pada metode *Monte Carlo Control Variate* lebih cepat mendekati *Black-Scholes* daripada metode *Monte Carlo* Standart.

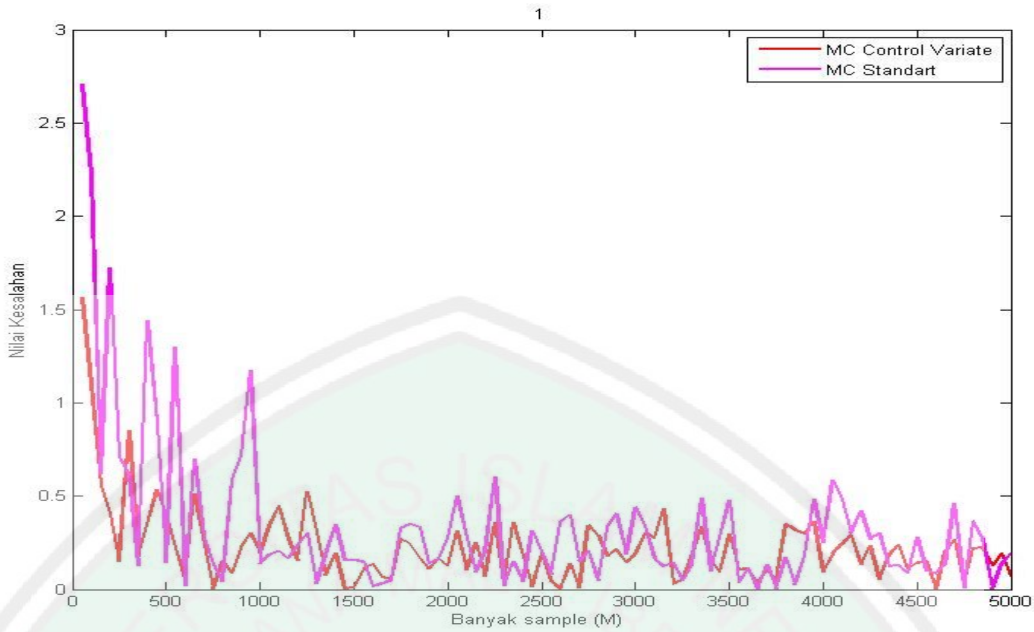
Nilai opsi yang diperoleh dengan metode *Monte Carlo* sangat tergantung pada banyaknya simulasi. Pada gambar 4.17 berikut akan diperlihatkan grafik nilai opsi *call Double Barrier Knock-Out* menggunakan nilai *Barrier* atas sebesar \$125 dan *Barrier* bawah sebesar \$30 dengan menggunakan metode *Monte Carlo*

Standart dan *Control Variate* dengan banyaknya sampel $M = 50{,}100{,}\ldots{,}5000$ dan tabel nilai opsi dapat dilihat dalam lampiran 3 dan lampiran 4.



Gambar 4.13 Grafik Nilai Opsi *Call* Metode *Monte Carlo* Standrat dan *Control Variate* Berdasarkan Banyak Sampel

Hasil dari simulasi opsi *call knock-out* menunjukkan garis berwarna biru merupakan hasil perhitungan nilai opsi dengan menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* dan garis berwarna hijau merupakan hasil perhitungan nilai opsi dengan metode *Monte Carlo* Standart. Grafik nilai opsi *call Double Barrier knock out* yang dihasilkan dengan menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nilai analitik *Black-Scholes* dibandingkan dengan metode *Monte Carlo* Standart. Didapat pula nilai simpangan baku dan nilai kesalahan yang dapat dilihat dalam lampiran 3 dan 4. Berikut merupakan grafik nilai kesalahan dan simpangan baku.



Gambar 4. 14 Grafik Selisih Nilai Opsi

Gambar 4. 15 Grafik Nilai Simpangan Baku

Pada gambar 4.14 dan 4.15 dapat dilihat grafik perbandingan nilai kesalahan metode *Monte Carlo Control Variate* dan Standart juga perbandingan simpangan baku antara dua metode tersebut. Diketahui bahwa nilai kesalahan dari *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nol daripada *Monte Carlo* Standart. Sama halnya dengan nilai dari simpangan baku, metode *Monte Carlo Control*

Variate menghasilkan nilai yang lebih kecil daripada *Monte Carlo* Standart Karena metode *Monte Carlo Control Variate* dapat mengecilkan variansi, meskipun fluktuasi grafik *Monte Carlo* Standart lebih baik. Sehingga metode *Monte Carlo Control Variate* lebih baik daripada metode *Monte Carlo* Standart.

4.2.2 Perbandingan Nilai Opsi Metode *Put Double Barrier Monte Carlo* Standart Dengan Metode *Monte Carlo Control Variate*

Dalam penentuan nilai opsi *put* diperoleh nilai analitik *Black-Scholes* sebesar 11,580837894938490, diketahui pula nilai simpangan baku dengan menggunakan persamaan (2.26) untuk *Monte Carlo* Standart dan persamaan (2.31) untuk *Monte Carlo Control Variate* untuk setiap simulasi, dan juga diketahui nilai kesalahan dengan cara menghitung selisih dari nilai opsi *Double Barrier* dengan nilai analik *Black-Scholes*. Perbandingan hasil perhitungan nilai opsi *put* antara metode *Monte Carlo Control Variate* dan metode *Monte Carlo* Standart dengan nilai *barrier* atas sebesar $100 dan *barrier* bawah sebesar $49 dengan banyak simulasi 50, 500, dan 5000 disajikan pada tabel berikut:

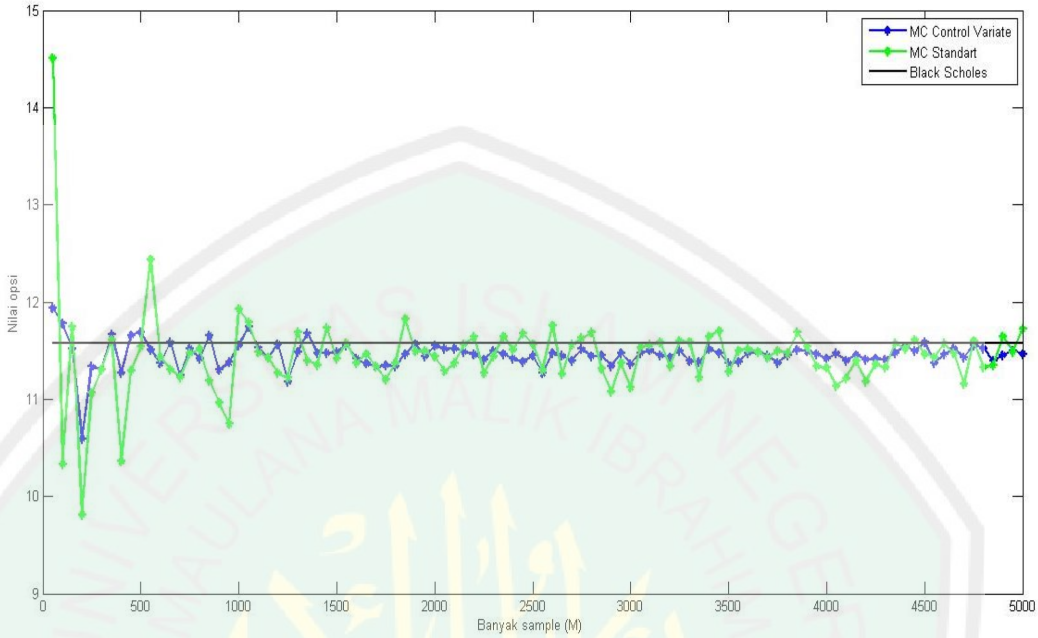
Tabel 4.4 Nilai Opsi *Put Double Barrier Knock Out* Menggunakan Kedua Metode *Monte Carlo*

Monte Carlo	Banyak Simulasi	Nilai Opsi	Simpangan Baku	Nilai Kesalahan
Standart	50	14,51182468476	10,93470357948	2,93098678982
	500	11,53762703617	10,30965523934	0,04321085875
	5000	11,72013503028	10,48494719101	0,13929713534
Control Variate	50	11,93541550744	0,00000000001	0,35457761250
	500	11,68861269438	2,61626854624	0,10777479944
	5000	11,46774153375	3,94324661083	0,11309636118

Dari tabel di atas dapat terlihat dengan nilai *barrier* atas $100 dan *barrier* bawah $49 opsi *put* metode *Monte Carlo* Standart dan *Control Variate* sama-sama menghasilkan nilai opsi yang mendekati *Black-Scholes*. Namun, simpangan baku yang dihasilkan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih kecil karena metode *Monte Carlo Control Variate* mereduksi variansi dan juga jika dibandingkan dengan nilai *Black-Scholes*, nilai opsi metode *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nilai *Black-Scholes* dibandingkan dengan nilai opsi metode *Monte Carlo* Standart hal tersebut dapat dilihat pada simulasi ke 5000 pada metode *Monte Carlo Control Variate* nilai kesalahan yang didapat sebesar 0,1. Sehingga, metode *Monte Carlo Control Variate* lebih baik daripada metode *Monte Carlo* Standart, karena nilai opsi yang didapat pada metode *Monte Carlo Control Variate* lebih cepat mendekati *Black-Scholes* daripada metode *Monte Carlo* Standart.

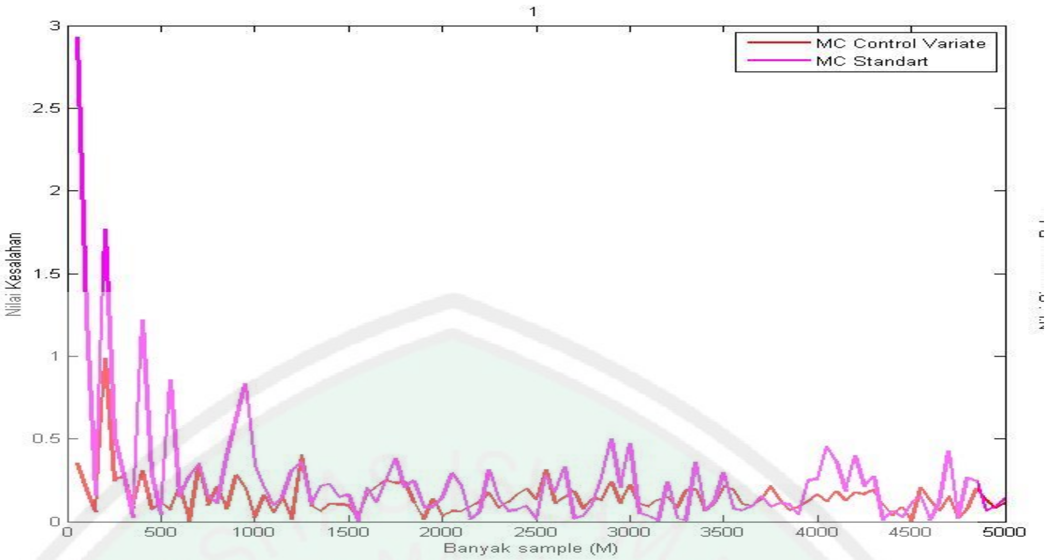
Nilai opsi yang diperoleh dengan metode *Monte Carlo* sangat tergantung dengan banyaknya simulasi. Pada gambar 4.19 berikut akan diperlihatkan grafik nilai opsi *put Double Barrier knock out* menggunkaan nilai *barrier* atas sebesar $100 dan *barrier* bawah sebesar $49 dengan menggunakan metode *Monte Carlo*

Standart dan *Control Variate* dengan banyaknya sampel $M = 50,100,\ldots,5000$ dan tabel nilai opsi dapat dilihat dalam lampiran 5 dan lampiran 6.

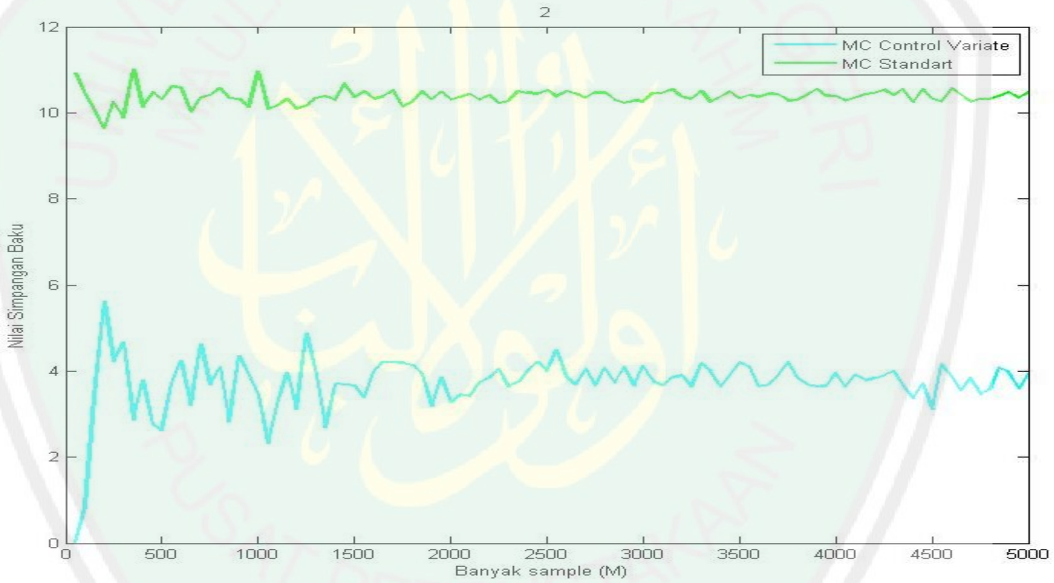


Gambar 4. 16 Grafik Nilai Opsi *Put* Metode *Monte Carlo* Standrat dan *Control Variate* Berdasarkan Banyak Sampel

Hasil dari simulasi opsi *put knock-out* menunjukkan garis berwarna biru merupakan hasil perhitungan nilai opsi dengan menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* dan garis berwarna hijau merupakan hasil perhitungan nilai opsi dengan metode *Monte Carlo* Standart. Grafik nilai opsi *put Double Barrier knock out* yang dihasilkan dengan menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nilai analitik *Black-Scholes* dibandingkan dengan metode *Monte Carlo* Standart. Didapat pula nilai simpangan baku dan nilai kesalahan yang dapat dilihat dalam lampiran 5 dan 6. Berikut merupakan grafik nilai kesalahan dan simpangan baku.



Gambar 4. 17 Grafik Selisih Nilai Opsi *Put*



Gambar 4. 18 Grafik Nilai Simpangan Baku

Pada gambar 4.17 dan 4.18 dapat dilihat grafik perbandingan nilai kesalahan metode *Monte Carlo Control Variate* dan Standart juga perbandingan simpangan baku antara dua metode tersebut. Diketahui bahwa nilai kesalahan dari *Monte Carlo Control Variate* lebih mendekati nol daripada *Monte Carlo* Standart. Sama halnya dengan nilai dari simpangan baku, metode *Monte Carlo Control Variate* menghasilkan nilai yang lebih kecil daripada *Monte Carlo* Standart Karena metode *Monte Carlo Control Variate* dapat mengecilkan variansi, meskipun fluktuasi grafik *Monte Carlo* Standart lebih baik. Sehingga metode *Monte Carlo Control Variate* lebih baik daripada metode *Monte Carlo* Standart.

4.3 Implementasi Nilai Opsi Metode Monte Carlo Control Variate Pada Trader Saham

Seorang trader saham yang akan melakukan penjualan maupun pembelian saham pasti memiliki perhitungan tertentu agar tidak rugi. Misalkan trader saham tersebut menggunakan opsi *Double Barrier* untuk menjamin harga sahamnya agar tidak mengalami kerugian, dan menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* untuk menentukan nilai opsi *Double Barrier call* dan *put*. Misalkan seorang trader yang akan melakukan pembelian saham atau pejualan saham dengan rincian seperti pada tabel berikut.

Tabel 4. 5 hasil implementasi untuk trader saham

Harga saham awal	Opsi	Barrier		Harga kesepakatan	Harga saham pada saat jatuh tempo	Keuntungan
		U	L			
$76,56	Call	125	30	$54,28	$80	$80-$54,28=$25,72
	Put	100	49	$91,25	$79	$91,25-$79=$12,25

Dalam tabel di atas dapat dilihat, dengan saham awal sebesar $76,56 dan harga kesepakatan pada jatuh tempo (satu tahun) antara trader saham dengan penjamin opsi sebesar $54,28 serta batas atas 125 dan batas 30 untuk opsi *call* dapat diperoleh nilai opsi sebesar $24,80. Nilai opsi tersebut harus dibayarkan kepada penjamin opsi agar dapat menjamin keuntungan pada pembelian saham pada saat jatuh tempo. Dengan harga saham sebesar $76,56 dapat mengalami kenaikan dan penurunan, misalkan pada saat jatuh tempo diperoleh harga saham sebesar \$80 maka trader saham akan mendapat keuntungan sebesar \$25,72. Jika trader saham ingin membeli saham tersebut maka penjamin opsi harus mejual sesuai dengan harga kesepakatan. Dalam hal tersebut sebagai penjamin opsi tidak akan mengalami kerugian karena pada awal periode trader saham udah membayar sebesar \$24,80. Namun, jika harga saham turun dan pada saat waktu jatuh tempo dan berada pada kurang dari harga kesepakatan, trader saham berhak untuk tidak membeli saham tersebut maka trader saham tidak akan mengalami kerugian maupun keuntungan. Nilai opsi sebesar \$24,80 akan berlaku jika kenaikan atau penurunan harga saham selama satu periode tidak pernah melewati salah satu atau kedua batas, namun jika pernah melewati maka nilai opsi tersebut tidak berlaku sehingga penjamin opsi tidak menerima apapun.

Selanjutnya misalkan trader saham akan menjual sahamnya dengan memiliki saham awal sebesar \$76,56 dan harga kesepakatan pada jatuh tempo (satu tahun) antara trader saham dengan penjamin opsi sebesar \$91,25 juga batas atas 100 dan batas bawah 49 diperoleh nilai opsi sebesar \$11,68. Dengan harga saham awal tersebut, harga saham pada waktu selanjutnya dapat bergerak naik atau turun, misalkan pada saat jatuh tempo harga saham diporoleh sebesar \$79 maka trader saham akan mengalami keuntungan jika menjual harga saham tersebut sebesar \$12,25 hal tersebut terjadi karena harga saham saat jatuh tempo lebih kecil dari harga kesepakatan. Sebaliknya, jika harga saham pada saat jatuh tempo diperoleh lebih besar dari harga kesepakatan maka trader saham boleh menggunakan haknya untuk tidak menjual saham tersebut, sehingga trader saham tidak mengalami kerugian dan juga penjamin opsi akan tetap untung karena pada awal perjanjian penjamin opsi sudah mendapat uang jaminan sebesar \$11,68.

Namun, jika pergerakan harga saham selama satu periode pernah melewati salah satu atau kedua batas maka penjamin opsi tidak akan mendapatkan apapun.

Misalkan terdapat dua metode yang ditawarkan kepada penjamin opsi, yaitu Metode *Monte Carlo* Standart dan Metode *Monte Carlo Control Variate* Seorang penjamin opsi akan mendapat jaminan yang lebih besar jika menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate* karena nilai opsi yang dihasilkan dalam metode *Monte Carlo Control Variate* lebih besar. Berikut merupakan hasil perhitungan nilai opsi:

Tabel 4. 6 hasil perhitungan nilai opsi

Opsi	K	Nilai Opsi *Double Barrier*	
		Monte Carlo Standart	*Monte Carlo Control Variate*
Call	$54,28	24,55	24,80
Put	$91,25	11,53	11,68

Dalam tabel dapat dilihat, jika seorang trader saham tidak memakai haknya untuk menjual atau membeli, penjamin opsi akan mendapatkan uang jaminan saham yang lebih besar jika menggunakan metode *Monte Carlo Control Variate*.

4.4 Jual Beli dalam Islam

Pertukaran barang atau harta atas dasar kesepakatan bersama marupakan salah satu pengertian dari jual beli. Dalam melakukan kegiatan jual beli terdapat beberapa rukun yang harus dilaksanakan agar tidak melanggar syariat, salah satu rukun dalam jual beli adalah akad. Akad adalah kesepakatan antara penjual dan pembeli agar tidak terjadi kesalah pahaman dikemudian hari dari kedua belah pihak. Akad dapat dilakukan dengan beberapa cara yaitu secara tertulis atau secara lisan. seperti dalam hadist tentang akad yang berbunyi:

إِذَا تَبَايَعَ الرَّجُلَانِ فَكُلُّ وَاحِدٍ مِنْهُمَا بِالْخِيَارِ مَا لَمْ يَتَفَرَّقَا وَكَانَا جَمِيعًا أَوْيُخَيِّرُ أَحَدُ هُمَا الآخَرَ فَإِنْ خَيَّرَ أَحَدُ هُمَاالآخَرَ
فَتَبَايَعَا عَلَى ذَلِكَ فَقَدْ وَجَبَ الْبَيْعُ وَإِنْ تَفَرَّقَا بَعْدَ أَنْ تَبَايَعَا وَلَمْ يَتْرُكْ وَاحِدٌ مِنْهُمَا الْبَيْعَ فَقَدْ وَجَبَ الْبَيْعُ

Artinya:" Bila dua orang saling berjual beli, maka masing-masing dari keduanya memiliki hak pilih selama keduanya belum berpisah dan masih bersama-sama, atau salah satu dari keduanya menawarkan pilihan kepada kawannya. Bila salah satu dari keduanya menawarkan pilihan yang ditawarkan tersebut maka telah selesailah akad jual beli tersebut. Bila lalu mereka berpisah setelah mereka menjalankan akad jual beli, dan tidak ada seorang pun dari keduanya yang membatalkan akad penjualan, maka telah selesailah akad penjualan tersebut."[Bukhari hadits no. 2006 dan Muslim hadits no. 1531]

Salah satu contoh dari akad secara tertulis adalah perjanjian dalam jual beli opsi *Double Barrier*. Opsi *Double Barrier* merupakan suatu kontrak yang telah disepakati antara pemilik opsi dan pemegang opsi untuk diberikan haknya namun tidak berkewajiban membeli ataupun menjual dengan syarat harga saham pada suatu periode tidak melampaui batas-batas yang telah ditentukan. Sistem yang berlaku pada opsi *Double Barrier* merupakan salah satu bentuk transaksi nontunai tetapi hanya dalam waktu yang ditentukan. Jika akan melakukan transaksi opsi maka semua pihak akan membuat kesepakatan yang berkaitan dengan pelaksanaan opsi atau dapat disebut dengan akad. Dalam perdagangan opsi tersebut terdapat akad antara kedua belah pihak diantaranya adalah harga kesepakatan dan batas-batas harga saham. Harga kesepakatan dan batas-batas harga saham tersebut telah dibicarakan antara kedua belah pihak sebagai nilai jual atau nilai beli, bergantung pada kesepakatan awal apakah opsi tersebut termasuk opsi *call* atau opsi *put*. Dalam perhitungan opsi *Double Barrier* terdapat dua batas yaitu batas atas dan batas bawah. Batas tersebut digunakan untuk mengetahui apakah nilai opsi akan bernilai atau tidak. Dalam skripsi ini nilai opsi tersebut akan bernilai jika harga saham tidak melampaui salah satu atau kedua batas.

BAB V

PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan dari pembahasan penelitian, maka dapat diambil kesimpulan sebagi berikut:

1. Hasil dari simulasi metode *Monte Carlo Control Variate* akan optimal jika *Barrier* atas dan *Barrier* bawah untuk opsi *call* memiliki selisih yang besar dengan S_0. Sebaliknya untuk opsi *put* nilai opsinya akan optimal jika selisih antar S_0 dengan *Barrier* atas dan *Barrier* bawah kecil.
2. Hasil perbandingan nilai opsi *call* dan *put Double Barrier* antara *Metode Monte Carlo Control Variate* dan *Monte Carlo* Stadart menghasilkan metode *Monte Carlo Control Variate* lebih baik dari pada *Monte Carlo* Standart. Hasil tersebut dapat dilihat dari nilai opsi, simpangan baku, dan nilai kesalahan yang lebih kecil.
3. Implementasi metode *Monte Carlo Control Variate* untuk penjamin opsi akan lebih baik daripada metode *Monte Carlo* Standart karena metode *Monte Carlo Control Variate* menghasilkan nilai yang lebih besar daripada metode *Monte Carlo* Standart.

5.2. Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan lagi dengan mencari nilai opsi *Double Knock-In* baik untuk opsi *call* maupun opsi *put*.

DAFTAR RUJUKAN

Artanadi, N. A., Dharmawangsa, K., & Jayanegara, K. (2017). Penentuan Nilai Opsi Beli Tipe Asia Dengan Metode Monte Carlo-Control Variate. *E-Jurnal Maetematika*, 29-36.

Harinaldi. (2005). *Prinsip-Prinsip Statistik Untuk Teknis dan Sains.* Jakarta: Erlangga.

Haug, E. G. (2007). *The Complate Guide To Option Pricing Formulas.* New York: McGraw-Hill Education.

Higham, D. J. (2004). *An Introduction To Financial Option Valuation.* United Kingdom: Cambrige University Press.

Horne, J. V., & Wachowicz, J. M. (2007). *Fundamental Of Financial Management.* Jakarta: Salemba Empat.

Http://www.finance.yahoo.com. *Markets*. Diakses pada tanggal 7 April 2020 pukul 23:35.

Hull, John C. 2000. *Options, Futures And Other Derivatives Fourth Edition*. United States Of America: Prentice-Hall Inc.

Hull, J. C. (2012). *Options, Futures, and Other Derivatives Eight Edition.* United States of America: Pretince-Hall Inc.

Kamila, I. (2017). *Metode Monte Carlo Untuk Menentukan Harga Opsi Barrier Dengan Suku Bunga Takkonstan.* Bogor: Repository IPB.

Kijima, M. (2002). *Stichastic Processes with Applications to Finance.* New York: Chapman & Hall/CRC.

Mawby, W. D. (2007). *Project Portofolio Selection for Six Sigma.* Milwauke: American Society for Quality.

Muhammad, Bin, Dr. Abdullah., Al-Sheikh, Bin, Bin Abdurrahman. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Bogor: Pustaka Imam Asy-Syafi'i.

Nouri, K., Abbasi, B., Omidi, F., & Torkzadeh, L. (2016). Digital Barrier Option Pricing: An Improved Monte Carlo Algorithm. *Math Sci*, 65-70.

Quthb, S. (2007). *Di Bawah Naungan Al-Qur'an (Surah Al-Ma'arij - An-Naas) Jilid 12.* Depok: Gema Insani.

Seydel, R. (2009). *Tools For Computional Finance Fourth Edition.* Germany: Springer.

Sinclair, E. (2010). *Option Trading: Pricing and Volatility Strategies and Techniques.* Hoboken: John Wiley & Sons, Inc .

Spiegel, M. R., Schiller, J., & Srinivasan, R. A. (2004). *Probabilitas dan Statistik Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.

Subanar. (1992). *Probabilitas, Variabel Random, dan Proses Stokastik.* Yogyakarta: Gajah Mada University Press.

Sudiarti, S. (2018). *Fiqh Muamalah Kontemporer.* Medan: FEBI UIN-SU Press.

Sugiarto, D. S. (2006). *Metode Statistik Untuk Bisnis dan Ekonomi.* Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Tambunan , A. P. (2008). *Menilai Harga Wajar Saham (Stock Valuation).* Jakarta: PT. Gramedia Pustaka Utama.

Weert, F. D. (2008). *Exotic Option Trading.* Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Widioatmodjo, S. (2008). *Cara Sehat Investasi di Pasar Modal.* Jakarta: PT. Elex Media Komputindo.

LAMPIRAN 1

2015							
Maret		April		Mei		Juni	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
2	56,84	6	57,25	4	60,74	1	58,99
9	56,2	13	56,88	11	60,23	8	57,87
16	58,58	20	57,6	18	59,38	15	58,04
23	57,75	27	59,86	25	60,89	22	58,49
30	57,1					29	57,67
Juli		Agustus		September		Oktober	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
6	60,74	3	57,97	7	52,09	5	50,95
13	60,23	10	59,18	14	52,13	12	51,48
20	59,38	17	55,77	21	49,6	19	52,88
27	60,89	24	55,37	28	50,14	26	54,66
		31	51,59				
November		Desember					
Tanggal	Close	Tanggal	Close				
2	54,61	7	52,15				
9	53,03	14	51,64				
16	54,1	21	52,85				
23	53,96	28	52,82				
30	53,64						

2016							
Januari		Februari		Maret		April	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
4	51,08	1	49,38	7	53,2	4	55,36
11	51,14	8	49,03	14	52,25	11	56,14
18	51,35	15	50,12	21	53,07	18	56,74
25	50,67	22	50,64	28	53,7	25	54,84
		29	52,08				
Mei		Juni		Juli		Agustus	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
2	53,6	6	56,81	4	59,35	1	63,86
9	53,88	13	55,89	11	59,63	8	63,35
16	55,11	20	55,88	18	58,82	15	63,36
23	56,48	27	57,94	25	58,66	22	62,85
30	56,64					29	62,98
September		Oktober		November		Desember	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
5	62,49	3	62,77	7	63,95	5	61,23
12	62,28	10	62,14	14	61,87	12	62,44
19	62,96	17	61,2	21	62,21	19	59,56
26	62,41	24	58,84	28	61,13	26	58,87
		31	58,82				

2017							
Januari		Februari		Maret		April	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
2	60,27	6	64,15	6	65,6	3	63,13
9	62,34	13	65,39	13	63,9	10	62,61
16	62,53	20	66,16	20	63,18	17	61,89
23	61,75	27	66,58	27	63,54	24	62,33
30	64,29						
Mei		Juni		Juli		Agustus	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
1	63,97	5	64,39	3	63,16	7	63,86
8	63,57	12	62,97	10	63,06	14	63,35
15	63,78	19	66,16	17	62,63	21	63,36
22	64,92	26	64,09	24	64,11	28	62,85
29	65,47			31	63,1		
September		Oktober		November		Desember	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
4	64,27	2	64,55	6	55,48	4	55,57
11	66,16	9	63,39	13	55,2	11	56,24
18	65,13	16	63,88	20	54,35	18	56,36
25	64,03	23	58,24	27	55,87	25	56,27
		30	56,06				

2018							
Januari		Februari		Maret		April	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
1	56,99	5	54,87	5	55,14	2	53,36
8	58,66	12	56,29	12	55,67	9	57,17
15	61,28	19	54,87	19	53,41	16	58,83
22	62,04	26	54,36	26	54,47	23	59,47
29	58,56					30	57,75
Mei		Juni		Juli		Agustus	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
7	59,69	4	62,58	2	62,2	6	66,07
14	59,14	11	62,03	9	62,89	13	69,06
21	59,09	18	61,47	16	62,52	20	69,04
28	60,56	25	60,7	23	63,49	27	68,59
				30	65,93		
September		Oktober		November		Desember	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
3	69,67	1	71,03	5	74,86	3	76,72
10	69,98	8	69,81	12	76,06	10	76,48
17	71,1	15	72,35	19	74,67	17	72,9
24	70,94	22	70,4	26	79,34	24	75,37
		29	72,27			31	76,27

2019							
Januari		Februari		Maret		April	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
7	74,9	4	77,52	4	79,8	1	81,15
14	75,87	11	79,81	11	81,57	8	79,43
21	72,95	18	80,77	18	82,29	15	73,19
28	76,45	25	81,65	25	83,17	22	76,63
						29	80
Mei		Juni		Juli		Agustus	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
6	78,19	3	82,46	1	85,6	5	85,52
13	78,72	10	82,78	8	79,73	12	85,06
20	81,17	17	84,57	15	81,39	19	84,94
27	79,21	24	83,85	22	81,43	26	86,47
				29	84,47		
September		Oktober		November		Desember	
Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close	Tanggal	Close
2	86,57	7	84,34	4	83,59	2	88,85
9	82,61	14	84,68	11	84,9	9	89,19
16	85,16	21	82,26	18	85,45	16	91,58
23	82,91	28	84,94	25	87,18	23	91,5
30	85					30	91,25

2020			
Januari		Februari	
Tanggal	Close	Tanggal	Close
6	74,9	3	77,52
13	75,87	10	79,81
20	72,95	17	80,77
27	76,45	24	81,65

LAMPIRAN 2

Nilai bilangan random dan ST untuk M=1 opsi *call* dan *put*

CALL		***PUT***	
Bilangan Random	***ST***	**Bilangan Random**	***ST***
-0,191396024	76,23636088	0,864397318	78,38690165
-0,048912797	76,19962105	0,094202611	78,64512532
0,600460429	77,4772471	-0,851909225	76,96155826
-1,99464162	73,56988005	0,873504449	78,81695245
-0,965133704	71,78049926	-0,438039043	77,97539052
-0,943199018	70,07512772	-0,429661052	77,15984512
-0,200670577	69,76185218	-1,10272856	75,01071226
0,556166715	70,84880402	0,396246821	75,8591308
2,018380525	74,77889029	-0,964925102	74,01447722
1,813736368	78,5025538	0,168448763	74,40370765
-0,112447851	78,33347879	-1,965358868	70,70587877
-0,88997639	76,57973491	-0,744302089	69,38872474
-0,726842721	75,18773917	-0,5523067	68,44146109
0,763502217	76,77751777	-0,819726049	67,03314332
-0,59851431	75,63724196	1,1091418	69,07672615
0,723729504	77,15562792	-0,614945862	68,02136437
-0,867937827	75,4720662	-0,254635294	67,62105315
0,841672866	77,22675385	-0,269829646	67,19619078
-0,850938314	75,57548339	-1,671994064	64,35207369
0,933426685	77,51975723	-1,876045305	61,29788631
0,485959543	78,58208559	0,575006016	62,28387099
-0,216202565	78,19877045	-0,86613315	60,92771305

-0,381497348	77,4791497	-2,116522701	57,66948464
-1,427040749	74,68024169	-0,964465669	56,26782673
-1,487669229	71,86754638	0,212729441	56,62976281
-2,515102622	67,31364371	0,477917411	57,39365255
-1,306210223	65,08885334	0,100657734	57,59251442
-0,376950298	64,49760282	0,297433365	58,09247768
-1,107504112	62,69326231	0,570148492	59,01934872
0,312777939	63,26307767	-1,624495619	56,59210192
-0,845239807	61,91967626	0,643442897	57,60617487
0,237597504	62,35881318	0,681861102	58,69780593
-0,918766882	60,91648544	0,014654546	58,76786553
2,441691236	65,01674679	-1,301540836	56,83251427
0,083120679	65,21188226	-1,284586942	54,98545508
0,266262675	65,72398875	0,812213221	56,22018368
-0,762727133	64,46833564	0,838548118	57,5225386
-2,492804855	60,41877161	1,420320999	59,76418469
-0,163872013	60,20701257	-0,989751964	58,27277789
0,701879025	61,38029496	-1,183229277	56,5296767
-0,855062699	60,06132789	-0,466258701	55,88451768
0,373833534	60,70479958	-0,365943457	55,39293923
-0,504156084	59,95209706	1,118332826	57,09548199
-1,074580578	58,32549262	-0,465614765	56,44482324
-0,632951971	57,40714725	-1,560799514	54,21436779
1,854858978	60,33110742	-0,28310305	53,85490145
0,467423064	61,12802059	-1,322941425	52,05198584
1,316068237	63,3359565	-0,196238021	51,8253363

1,779037688	66,42905116	0,419039092	52,44299808
-0,384637868	65,81229472	0,742318242	53,52197692
0,895128762	67,43731409	-0,143031902	53,36368414
0,473642043	68,3392902	-2,161943455	50,449544915

LAMPIRAN 3

Nilai Opsi *Call Metode Monte Carlo* Standart dengan U=125 dan L=30

Banyak Simulasi	Nilai Opsi	Nilai Simpangan Baku	Nilai Kesalahan
50	21,70062318	14,73005158	2,70902198
100	26,63205659	13,17297281	2,22241142
150	23,78763989	12,17978382	0,62200527
200	26,13231877	14,191477	1,72267361
250	25,11995746	14,36397046	0,7103123
300	25,03138215	13,53053845	0,62173698
350	24,53574693	14,6813645	0,12610177
400	25,85002573	13,94672288	1,44038057
450	25,30211393	14,09608654	0,89246876
500	24,5551469	13,23885024	0,14550174
550	23,10913489	13,55752725	1,30051027
600	24,42714336	14,01928547	0,01749819
650	25,10974093	13,66619262	0,70009577
700	24,13168908	13,48859565	0,27795609
750	24,54534514	13,93641276	0,13569998
800	24,44953532	13,93034522	0,03989016
850	24,99930898	13,77775847	0,58966381
900	25,12617215	13,9997052	0,71652699
950	25,58519446	14,13720216	1,17554929
1000	24,2712183	14,26771832	0,13842686
1050	24,5944268	13,48259891	0,18478164
1100	24,61416341	13,33877761	0,20451824
1150	24,57628383	13,65001103	0,16663866

1200	24,64583783	13,35951089	0,23619267
1250	24,71109565	13,61337015	0,30145049
1300	24,4385569	13,6801467	0,02891174
1350	24,59152267	13,54460457	0,18187751
1400	24,75898963	13,79375522	0,34934447
1450	24,25151009	14,13656323	0,15813508
1500	24,56624476	13,85424999	0,1565996
1550	24,55771317	14,05108642	0,14806801
1600	24,39261127	13,78039539	0,01703389
1650	24,43823929	13,88036476	0,02859412
1700	24,46258545	14,04270745	0,05294029
1750	24,73794961	13,57744792	0,32830445
1800	24,05917173	13,34704871	0,35047344
1850	24,07638496	14,10381721	0,3332602
1900	24,54958717	13,73552393	0,13994201
1950	24,24534104	13,85552453	0,16430413
2000	24,68654968	13,77606583	0,27690452
2050	24,90893429	13,85495935	0,49928913
2100	24,68253841	13,86843526	0,27289325
2150	24,50348536	13,6210007	0,0938402
2200	24,20697938	13,66530195	0,20266578
2250	25,01306798	14,00269213	0,60342282
2300	24,39026087	13,57548756	0,0193843
2350	24,55836854	13,98405662	0,14872337
2400	24,36955499	14,13626971	0,04009017
2450	24,09700791	13,80668945	0,31263725

2500	24,20394867	13,87994479	0,2056965
2550	24,327544	13,63553816	0,08210116
2600	24,04999376	13,66491094	0,35965141
2650	24,80721162	13,93728075	0,39756645
2700	24,25757038	13,7099453	0,15207478
2750	24,61366095	13,93775982	0,20401578
2800	24,45731755	13,99651683	0,04767239
2850	24,74309547	13,80140209	0,33345031
2900	24,81565458	13,6445302	0,40600942
2950	24,60200506	13,69393597	0,1923599
3000	24,85111299	13,82070304	0,44146783
3050	24,74930757	14,14075827	0,33966241
3100	24,57427973	13,84516891	0,16463457
3150	24,53391949	13,77522875	0,12427432
3200	24,55114459	13,76901727	0,14149943
3250	24,36432759	13,67580335	0,04531757
3300	24,2755269	13,75077701	0,13411826
3350	24,90161539	13,83860908	0,49197022
3400	24,30824772	13,54853132	0,10139744
3450	24,13194032	13,83846273	0,27770485
3500	24,89002246	14,04270339	0,4803773
3550	24,37051797	13,75272921	0,03912719
3600	24,52467066	13,88259559	0,1150255
3650	24,40776388	13,7818029	0,00188129
3700	24,5428016	13,89585362	0,13315644
3750	24,40874605	13,88170231	0,00089912

3800	24,58486592	13,61618943	0,17522076
3850	24,43231323	13,70005016	0,02266807
3900	24,59313045	13,93478211	0,18348529
3950	24,8953394	13,83924435	0,48569424
4000	24,65962889	13,95358799	0,24998373
4050	24,99438241	13,90047608	0,58473725
4100	24,89256775	13,95571987	0,48292258
4150	24,71437135	13,84189614	0,30472619
4200	24,83094267	13,98891118	0,42129751
4250	24,67788241	13,97156476	0,26823724
4300	24,7098707	14,09601133	0,30022553
4350	24,53305487	14,03298369	0,1234097
4400	24,53932594	13,59739064	0,12968077
4450	24,49588841	14,07495133	0,08624324
4500	24,68973218	13,84212513	0,28008702
4550	24,50943471	13,78667201	0,09978955
4600	24,32225174	13,91369682	0,08739343
4650	24,54258026	13,65013881	0,1329351
4700	24,8690949	13,65247872	0,45944974
4750	24,40260376	13,79300283	0,00704141
4800	24,77746175	13,75931449	0,36781659
4850	24,68645823	13,89567497	0,27681307
4900	24,4041836	13,95324939	0,00546156
4950	24,54485974	13,71518788	0,13521458
5000	24,21669465	13,84415587	0,19295051

LAMPIRAN 4

Nilai Opsi *Call Metode Monte Carlo Control Variatei* Dengan U=125 dan L=30

Banyak Simulasi	Nilai Opsi	Nilai Simpangan Baku	Nilai Kesalahan
50	22,84257313	10,72212043	1,567072029
100	25,51232241	0,00000001	1,102677244
150	24,96861516	4,879676669	0,558970002
200	24,81365837	7,583044095	0,404013211
250	24,55922643	8,107618267	0,149581264
300	25,26122867	4,026603966	0,851583507
350	24,23250043	8,900462008	0,177144732
400	24,7576075	8,312577482	0,347962333
450	24,94705266	6,269722882	0,537407496
500	24,80641765	6,314528672	0,39677249
550	24,18337713	7,594306039	0,226268035
600	24,35402357	8,368454411	0,055621591
650	24,92064702	6,300064696	0,511001857
700	24,1715149	8,811546089	0,238130265
750	24,41471273	8,241423758	0,00506757
800	24,56120274	7,678630635	0,151557576
850	24,50016122	8,483290679	0,090516058
900	24,63550974	7,770747117	0,225864576
950	24,71165167	7,994351123	0,302006511
1000	24,60233197	7,237857057	0,192686805
1050	24,75483068	6,694931328	0,345185517
1100	24,86222106	6,373040304	0,452575895
1150	24,6804544	7,143135238	0,270809235

1200	24,56526731	7,594407491	0,155622148
1250	24,93555094	5,898274495	0,525905777
1300	24,72002754	6,914155945	0,310382373
1350	24,48555685	7,856697972	0,075911684
1400	24,6031266	7,790769316	0,193481438
1450	24,40476072	7,98787282	0,004884444
1500	24,41879087	8,262073231	0,009145707
1550	24,5197088	7,695228824	0,110063635
1600	24,27550706	8,52856057	0,134138107
1650	24,47817353	7,863393588	0,068528365
1700	24,3541014	8,397952043	0,055543767
1750	24,67953831	7,286313914	0,269893145
1800	24,16877186	8,625147686	0,240873306
1850	24,24309666	8,578823227	0,166548504
1900	24,51929741	7,800309135	0,109652249
1950	24,24373607	8,546375156	0,165909096
2000	24,53666731	7,959942325	0,12702215
2050	24,72519499	7,032986106	0,315549828
2100	24,51334538	7,847391965	0,10370022
2150	24,66186837	7,269897686	0,252223212
2200	24,47760223	7,570317403	0,06795707
2250	24,77145852	6,951487197	0,361813358
2300	24,38078334	8,18013052	0,028861826
2350	24,76740944	6,586665496	0,357764275
2400	24,22965998	8,831574432	0,179985185
2450	24,39510789	7,887609119	0,014537268

2500	24,21318297	8,750556056	0,196462191
2550	24,45481973	7,752076169	0,045174563
2600	24,40411142	7,740374169	0,005533746
2650	24,54688155	8,132094284	0,137236392
2700	24,41904926	7,932142593	0,009404094
2750	24,75442372	6,683177067	0,344778553
2800	24,70051827	6,843777985	0,29087311
2850	24,58585419	7,619321782	0,176209022
2900	24,62234934	7,473418544	0,212704174
2950	24,55418582	7,594267696	0,144540654
3000	24,60040112	7,607138118	0,190755957
3050	24,71124428	7,115081819	0,301599119
3100	24,6842434	7,046580622	0,274598239
3150	24,84291735	6,290897688	0,43327219
3200	24,43957452	8,060585307	0,029929354
3250	24,45978859	7,988430097	0,05014343
3300	24,57948685	7,208359695	0,169841685
3350	24,74824489	6,978191747	0,338599726
3400	24,57546605	7,209406524	0,165820886
3450	24,31862522	8,231226589	0,091019943
3500	24,70583701	7,280930475	0,296191843
3550	24,51686063	7,613230155	0,107215467
3600	24,51785669	7,796918748	0,108211531
3650	24,44787297	7,875399427	0,038227804
3700	24,5141916	7,830590277	0,104546439
3750	24,45764892	7,921131076	0,04800376

3800	24,75880933	6,73438061	0,349164168
3850	24,72849854	6,81757842	0,318853381
3900	24,70993256	6,868510468	0,300287401
3950	24,7742906	7,154681839	0,364645437
4000	24,50297044	7,947004797	0,093325273
4050	24,60184995	7,76791892	0,192204783
4100	24,65209818	7,508679258	0,242453015
4150	24,7031303	7,050322823	0,29348514
4200	24,54110019	7,918479135	0,131455026
4250	24,64368419	7,386749083	0,234039026
4300	24,46152534	8,273788723	0,051880176
4350	24,59497044	7,402160153	0,185325281
4400	24,64798465	7,086770117	0,238339487
4450	24,51799751	7,710464248	0,108352343
4500	24,55372717	7,722412836	0,144082006
4550	24,56129096	7,513378902	0,151645799
4600	24,41342752	7,987123774	0,003782357
4650	24,61456838	7,31679109	0,204923216
4700	24,67854864	7,288496933	0,268903478
4750	24,37648774	8,200214046	0,033157426
4800	24,63046379	7,453966775	0,220818632
4850	24,63605952	7,322811658	0,22641436
4900	24,53914842	7,647458326	0,129503259
4950	24,60321223	7,376939442	0,19356707
5000	24,47758215	7,664804886	0,067936984

LAMPIRAN 5

Nilai Opsi *Put Metode Monte Carlo* Standart Dengan U=100 dan L=49

Banyak Simulasi	Nilai Opsi	Nilai Simpangan Baku	Nilai Kesalahan
50	14,51182468	10,93470358	2,93098679
100	10,3314084	10,43265296	1,249429495
150	11,74150837	10,04564312	0,160670477
200	9,810660943	9,626780119	1,770176952
250	11,06189656	10,2629429	0,518941334
300	11,30312038	9,873744414	0,277717517
350	11,60839459	11,00803716	0,027556699
400	10,36238031	10,13890602	1,218457582
450	11,29430321	10,47597492	0,286534681
500	11,53762704	10,30965524	0,043210859
550	12,43892171	10,61545888	0,858083816
600	11,43247768	10,58408529	0,148360216
650	11,30408235	10,02422355	0,27675554
700	11,22715806	10,35681193	0,35367984
750	11,43038571	10,40338352	0,150452189
800	11,47145259	10,57338966	0,109385307
850	11,18930703	10,33875436	0,39153087
900	10,96889619	10,31890828	0,611941706
950	10,74481946	10,12532997	0,836018431
1000	11,92535808	10,96026881	0,344520186
1050	11,78532672	10,08675257	0,204488823
1100	11,48222748	10,16015018	0,098610414
1150	11,42813565	10,32076432	0,152702244

1200	11,26900891	10,09024526	0,311828986
1250	11,21924893	10,15678149	0,36158897
1300	11,6853205	10,34090967	0,104482604
1350	11,36806713	10,39217737	0,212770764
1400	11,35180392	10,30164966	0,229033978
1450	11,7300829	10,67898836	0,149245002
1500	11,41738386	10,34990208	0,163454033
1550	11,58005453	10,4971984	0,000783367
1600	11,37626081	10,33537632	0,204577083
1650	11,4654447	10,37628912	0,115393195
1700	11,33624124	10,52135114	0,244596651
1750	11,20024888	10,14427008	0,380589015
1800	11,37262279	10,24973747	0,208215103
1850	11,82929341	10,49642095	0,248455513
1900	11,4933109	10,30825622	0,087526993
1950	11,49484996	10,48607932	0,085987939
2000	11,43780607	10,30908238	0,14303182
2050	11,28755405	10,3746743	0,293283841
2100	11,36736653	10,4377254	0,21347136
2150	11,56783976	10,30144397	0,012998135
2200	11,63896809	10,40971345	0,058130193
2250	11,26437794	10,22745093	0,316459959
2300	11,44214179	10,27103615	0,138696104
2350	11,64345251	10,50177699	0,062614618
2400	11,51023782	10,46095857	0,070600071
2450	11,6739516	10,44288598	0,09311371

2500	11,56552183	10,51719159	0,015316067
2550	11,30162786	10,37769272	0,27921004
2600	11,75967403	10,49502153	0,178836138
2650	11,25009938	10,44197609	0,330738518
2700	11,56173949	10,34826446	0,0190984
2750	11,61288354	10,46914831	0,032045649
2800	11,68586835	10,46879763	0,105030453
2850	11,3130575	10,30224042	0,267780391
2900	11,08149315	10,23205715	0,499344749
2950	11,37576255	10,28376009	0,205075341
3000	11,10767397	10,2571276	0,473163925
3050	11,53160966	10,45152426	0,049228231
3100	11,54865926	10,45652138	0,032178634
3150	11,58565177	10,54464304	0,004813877
3200	11,33923646	10,36497242	0,241601438
3250	11,60056063	10,33126248	0,019722738
3300	11,58687507	10,49872367	0,00603718
3350	11,22145127	10,2541086	0,359386628
3400	11,64519187	10,36893766	0,064353977
3450	11,69792456	10,49328348	0,117086663
3500	11,28173991	10,33504596	0,299097981
3550	11,5004583	10,41274466	0,080379595
3600	11,51438242	10,37223853	0,066455477
3650	11,48862442	10,43972049	0,092213471
3700	11,42564407	10,43151475	0,155193822
3750	11,48877301	10,29020873	0,092064886

3800	11,46956712	10,29159041	0,111270777
3850	11,68471965	10,41063834	0,103881751
3900	11,54112388	10,53827351	0,039714015
3950	11,33016903	10,39695077	0,250668861
4000	11,32567535	10,38388095	0,255162541
4050	11,12586439	10,28705374	0,45497351
4100	11,21338985	10,34034512	0,367448043
4150	11,39551836	10,43623769	0,185319534
4200	11,18372493	10,45528036	0,397112963
4250	11,36580302	10,53478638	0,215034875
4300	11,30738801	10,40519012	0,273449881
4350	11,57216768	10,55123144	0,008670211
4400	11,52035412	10,24263592	0,060483774
4450	11,60749746	10,54265025	0,02665957
4500	11,4640421	10,33045829	0,116795792
4550	11,43113994	10,26131155	0,14969795
4600	11,57099628	10,57233718	0,009841617
4650	11,4632844	10,42188506	0,117553491
4700	11,1555247	10,2591075	0,425313196
4750	11,59843622	10,31732743	0,017598325
4800	11,31393377	10,31836723	0,266904129
4850	11,33741313	10,38284556	0,24342477
4900	11,6457575	10,47837734	0,064919607
4950	11,48947545	10,3520787	0,091362441
5000	11,72013503	10,48494719	0,139297135

LAMPIRAN 6

Nilai Opsi *Put Metode Monte Carlo Control Variate* Dengan U=100 dan L=49

Banyak Simulasi	Nilai Opsi	Nilai Simpangan Baku	Nilai Kesalahan
50	11,93541551	0,000000001	0,354577613
100	11,77656828	0,852415191	0,195730381
150	11,51971926	3,418557658	0,061118639
200	10,59063639	5,635723603	0,990201509
250	11,33439931	4,216642269	0,24643859
300	11,30449166	4,683893714	0,276346236
350	11,66218794	2,862372361	0,081350042
400	11,27505543	3,786191439	0,305782461
450	11,65461986	2,757165824	0,073781969
500	11,68861269	2,616268546	0,107774799
550	11,50894954	3,735075515	0,071888358
600	11,36783924	4,245244203	0,212998653
650	11,58184945	3,199827574	0,001011554
700	11,24808816	4,6290287	0,33274974
750	11,48099225	3,68422582	0,099845645
800	11,36980826	4,099442032	0,211029638
850	11,65466256	2,828212918	0,073824668
900	11,29922272	4,356727805	0,281615178
950	11,38021844	3,898230837	0,200619453
1000	11,55591313	3,451527306	0,024924768
1050	11,74471008	2,321142575	0,163872186
1100	11,52679581	3,235807242	0,054042081
1150	11,42996796	3,963608008	0,150869939

1200	11,56943765	3,114712601	0,011400244
1250	11,17820438	4,890549382	0,402633519
1300	11,48565435	3,896794402	0,095183549
1350	11,6432583	2,693230761	0,06242041
1400	11,47399817	3,709217693	0,106839721
1450	11,47867451	3,689555097	0,102163389
1500	11,48206268	3,660927607	0,09877521
1550	11,55757666	3,374755307	0,023261239
1600	11,41642935	3,989912532	0,164408546
1650	11,36938558	4,201738882	0,211452313
1700	11,33243596	4,211195271	0,248401935
1750	11,34774867	4,198249056	0,23308922
1800	11,34288971	4,144187382	0,237948185
1850	11,46605453	3,93704533	0,114783367
1900	11,56833567	3,180986422	0,012502226
1950	11,44456453	3,864835652	0,136273362
2000	11,54950419	3,265245268	0,031333705
2050	11,51752103	3,457434129	0,063316869
2100	11,52039273	3,414984584	0,060445163
2150	11,48990154	3,733246961	0,090936357
2200	11,46031176	3,836211181	0,120526136
2250	11,40818148	4,063308903	0,172656419
2300	11,49905043	3,632819209	0,081787464
2350	11,46509489	3,756544248	0,115743004
2400	11,41551399	4,024216795	0,165323909
2450	11,384429	4,217650859	0,196408894

2500	11,44604628	3,993922638	0,134791613
2550	11,26551399	4,499801264	0,315323907
2600	11,47197957	3,866102431	0,108858324
2650	11,43441494	3,684732667	0,146422956
2700	11,39650027	4,055276167	0,184337625
2750	11,50229369	3,661536625	0,078544203
2800	11,44215705	4,086388879	0,138680845
2850	11,44929364	3,727352788	0,131544256
2900	11,33955907	4,112874121	0,241278823
2950	11,47234194	3,656543641	0,108495953
3000	11,35579127	4,12236958	0,225046625
3050	11,47387333	3,765935784	0,106964563
3100	11,48931972	3,658938028	0,091518176
3150	11,45047498	3,858363205	0,130362919
3200	11,43222216	3,895804228	0,148615734
3250	11,50082847	3,637029382	0,080009428
3300	11,39076245	4,179928966	0,190075441
3350	11,38612516	4,004438258	0,194712738
3400	11,5136204	3,633031056	0,0672175
3450	11,46903085	3,92383796	0,11180704
3500	11,36819354	4,200441306	0,212644357
3550	11,38801566	4,084678713	0,192822235
3600	11,47540126	3,643426198	0,105436636
3650	11,48451729	3,679408441	0,096320604
3700	11,44645563	3,880976301	0,134382261
3750	11,36766154	4,219195885	0,213176351

3800	11,45122353	3,843669679	0,129614368
3850	11,51239055	3,697690341	0,068447346
3900	11,49198221	3,637258969	0,088855683
3950	11,45644134	3,654625315	0,124396552
4000	11,41642373	3,958865495	0,164414162
4050	11,4599653	3,626144681	0,12087259
4100	11,39702303	3,921767944	0,183814862
4150	11,45402371	3,791556942	0,126814188
4200	11,40655166	3,827569905	0,174286238
4250	11,41484811	3,892926942	0,165989789
4300	11,39025377	3,99983962	0,190584123
4350	11,47714876	3,677841257	0,103689134
4400	11,54468272	3,370115635	0,036155174
4450	11,49506882	3,726031923	0,085769072
4500	11,58137933	3,122752845	0,000541435
4550	11,37540201	4,162889183	0,205435887
4600	11,45673242	3,873413308	0,124105472
4650	11,51481186	3,543399383	0,06602603
4700	11,42563787	3,846520225	0,155200022
4750	11,55848687	3,457674015	0,02235102
4800	11,50629055	3,567599692	0,074547341
4850	11,38099767	4,07854098	0,19984023
4900	11,45339041	3,98345961	0,127447486
4950	11,49900215	3,584557181	0,081835743
5000	11,46774153	3,943246611	0,113096361

KEMENTRIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MAILK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang
Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Intan Fara Maulida
NIM : 16610056
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Metode *Monte Carlo Control Variate* Dalam Penentuan Nilai Opsi *Double Barrier*
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Evawati Alisah. M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	3 Oktober 2019	Setor dan Konsultasi Judul	1.
2.	21 Oktober 2019	ACC Judul dan Konsultasi BAB I	2.
3.	7 November 2019	Konsultasi BAB I	3.
4.	5 Desember 2019	Revisi BAB I dan Setor BAB II	4.
5.	6 Januari 2020	Revisi Bab II	5.
6.	7 Januari 2020	Konsultasi Keagamaan	6.
7.	13 Januari 2020	Konsultasi Program	7.
8.	29 Januari 2020	Setor Bab III	8.
9.	4 Februari 2020	Revisi Keagamaan Bab I dan II	9.
10.	5 Februari 2020	Revisi Bab III	10.
11.	9 Februari 2020	ACC Kajian Keagamaan Bab I dan II	11.
12.	9 Februari 2020	ACC BAB I, II, dan III	12.
13.	19 Maret 2020	Setor Bab 3 dan 4	13.
14.	22 Maret 2020	Revisi Bab 3 dan 4	14.
15.	23 Maret 2020	Revisi Bab 3 dan 4	15.
16.	4 April 2020	Konsultasi dan Revisi BAB IV	16.
17.	11 April 2020	Revisi Bab 4	17.
18.	13 April 2020	Revisi Kajian keagamaan	18.
19.	14 April 2020	Revisi Kajian Keagamaan	19.
20.	15 April 2020	Revisi Bab 4	20.
21.	18 April 2020	Revisi Bab 4	21.

22.	20 April 2020	Acc Bab 4, Setor Bab 5, dan Abstrak	22.
23.	22 April 2020	ACC Kajian Keagamaan	23.
24.	23 April 2020	ACC BAB I, II, III, dan IV	24.
25.	5 Mei 2020	Turnitin	25.
26.	8 Mei 2020	Revisi Bab 4 dan Bab 5 (Latihan Sidang)	26.
27.	16 Mei 2020	Bimbingan Revisi Semua Bab Pasca Skripsi	27.
28.	19 Mei 2020	Bimbingan Agama	28.

Malang, 20 Mei 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 1965414 200312 1 001

RIWAYAT HIDUP

Intan Fara Maulida lahir di kota Malang pada tanggal 16 Juli 1998, biasa dipanggil Intan, tinggal di Jl. Raya Tlogowaru Rt 5 Rw 4 Kec. Kedungkandang Kota Malang. Anak pertama dari pasangan bapak Solikin dan ibu Triningsih.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Polehan 3 Malang dan lulus pada tahun 2010. Setelah itu dia melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP Negeri 10 Malang dan lulus pada tahun 2013. Kemudian dia melanjutkan pendidikan menengah atas di SMA Negeri 6 Malang dan lulus pada tahun 2016. Selanjutnya pada tahun 2016 dia melanjutkan pendidikan di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dengan mengambil Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa, dia aktif di organisasi Mahad Sunan Ampel Al 'Aly dan sebagai asisten laboratorium, juga mengikuti riset kompetitif mahasiswa (RKM) pada *The* 10^{th} *International Conference on Green Technology*.