

**METODE TIAN TREE  
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI VANILLA TIPE EROPA**

**SKRIPSI**

**OLEH  
ALFU ALFINNIKMAH  
NIM. 16610061**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2020**

**METODE TIAN *TREE***  
**DALAM PENENTUAN NILAI OPSI *VANILLA* TIPE EROPA**

**SKRIPSI**

**Diajukan kepada**  
**Fakultas Sains dan Teknologi**  
**Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang**  
**Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam**  
**Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh**  
**ALFU ALFINNIKMAH**  
**NIM. 16610061**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**  
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM**  
**MALANG**  
**2020**

**METODE TIAN TREE  
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI VANILLA TIPE EROPA**

**SKRIPSI**

Oleh  
**ALFU ALFINNIKMAH**  
NIM.16610061

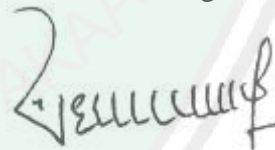
Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 13 Mei 2020

Pembimbing I,



Abdul Aziz, M.Si  
NIP. 19760318 200604 1 002

Pembimbing II,



Evawati Alisah, M.Pd  
NIP. 19720604 199903 2 001

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

**METODE TIAN TREE  
DALAM PENENTUAN NILAI OPSI VANILLA TIPE EROPA**

**SKRIPSI**

Oleh  
**ALFU ALFINNIKMAH**  
NIM.16610061

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Tanggal 13 Mei 2020

Penguji Utama : Dr. Sri Harini, M.Si .....  
NIP.19731014 200112 2 002

Ketua Penguji : Dr. H.Imam Sujarwo, M.Pd .....  
NIP. 19630502 198703 1 005

Sekretaris Penguji : Abdul Aziz, M.Si .....  
NIP. 19760318 200604 1 002

Anggota Penguji : Evawati Alisah, M.Pd .....  
NIP. 19720604 199903 2 001

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Alfu Alfinnikmah  
NIM : 16610061  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Metode *Tian Tree* Dalam Penentuan Nilai Opsi *Vanilla*  
Tipe Eropa.

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Mei 2020

Yang membuat pernyataan,



Alfu Alfinnikmah  
NIM. 16610061

## MOTTO

“There’s always enough light for the one who wants to see” (Ali bin Abi Thalib)



## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Arifin dan Ibunda Tri Rejeki Enda,

Kakak Neny Nur Aini

Serta Saudara-saudaraku Tercinta yang selalu

Memberikan Dukungan dan Bimbingan bagi Penulis baik Moral maupun Spiritual



## KATA PENGANTAR

*Assalamua'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah Swt. atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga bagi penulis.
5. Evawati Alisah, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
6. Ayahanda Arifin dan Ibunda Tri Rejeki Enda yang selalu memberikan doa, semangat, dukungan serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
7. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan



Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terimakasih atas segala ilmu dan bimbinganya.

8. Kakakku Neny Nur Aini yang selalu memberikan doa dan motivasi kepada penulis sampai saat ini.
9. Ivano Bramirsyad Pratama selaku teman yang selalu memberikan doa dan dukungan dalam menyelesaikan skripsi ini.
10. Mega Putri Sriutari selaku teman yang selalu bersama penulis, dari awal semester sampai semester akhir serta sering membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.
11. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2016, terutama teman-teman anggota “Ngiler” dan “Bimbingan Option 2016” yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terimakasih atas kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
12. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan pembaca.

*Wassalamu'alaikum Wr. Wb*

Malang, 13 Mei 2020

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b>	
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>	
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>	
<b>HALAMAN MOTTO</b>	
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	ix
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xi
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xiv
<b>ABSTRAK</b> .....	xvi
<b>ABSTRACT</b> .....	xvii
<b>المخلص</b> .....	xviii
 <b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	4
1.3 Tujuan.....	5
1.4 Manfaat.....	5
1.5 Batasan Masalah.....	6
1.6 Sistematika Penulisan.....	6
 <b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Saham dan Opsi.....	8
2.2 Distribusi Normal.....	10
2.3 Distribusi Lognormal .....	11
2.4 Model <i>Black-Scholes</i> .....	12
2.5 Binomial <i>Tree</i> .....	14
2.6 Tian <i>Tree</i> .....	18

2.7	Teorema Limit Pusat ( <i>Central Limit Theorem</i> ).....	19
2.8	Nilai Galat <i>Error</i> dan Kekonvergenan .....	20
2.9	Integrasi Al Qur'an.....	21
2.9.1	Jual Beli dalam Islam.....	21
2.9.2	Muamalah dalam Jual Beli .....	22

### BAB III METODE PENELITIAN

3.1	Jenis dan Sumber Data .....	24
3.2	Variabel Penelitian .....	24
3.3	Metode Analisis Data .....	24
3.3.1	Persiapan Penelitian .....	24
3.3.2	Analisis Data.....	25
3.4	Diagram Alur Analisis Data.....	27

### BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1	Aproksimasi Numerik Metode <i>Tian Tree</i> .....	28
4.1.1	Penentuan Parameter-Parameter Metode <i>Tian Tree</i> .....	28
4.2	Simulasi Numerik Menggunakan Metode <i>Tian Tree</i> .....	35
4.2.1	Perhitungan Harga Saham Metode <i>Tian Tree</i> Menggunakan Data Riil.....	35
4.2.2	Kekonvergenan Metode <i>Tian Tree</i> dalam Penentuan Nilai Opsi <i>Vanilla</i> Tipe Eropa.....	47
4.2.3	Kekonvergenan Metode <i>CRR Tree</i> dalam Penentuan Nilai Opsi <i>Vanilla</i> Tipe Eropa.....	51
4.3	Perbandingan Metode <i>Tian Tree</i> dengan <i>CRR Tree</i> Pada Penentuan Nilai Opsi <i>Vanilla</i> tipe Eropa .....	55
4.3.1	Perbandingan Nilai Opsi <i>Call</i> <i>Tian Tree</i> dengan <i>CRR Tree</i> ....	55
4.3.2	Perbandingan Nilai Opsi <i>Put</i> <i>Tian Tree</i> dengan <i>CRR Tree</i> .....	58
4.4	Implementasi Nilai Opsi Metode <i>Tian Tree</i> pada Trader Saham.....	62
4.5	Nilai-Nilai Keislaman Jual Beli Saham .....	64

### BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan.....	66
5.2	Saran .....	67

### DAFTAR RUJUKAN

### LAMPIRAN

**DAFTAR TABEL**

Tabel 4.1 Nilai-Nilai Kemungkinan Harga Saham CRR <i>Tree</i> Pada Saat Lima Periode.....	40
Tabel 4.2 Nilai-Nilai Kemungkinan Harga Saham Tian <i>Tree</i> Pada Saat Lima Periode.....	40
Tabel 4.3 Perbandingan Opsi <i>Call</i> Tian <i>Tree</i> dan CRR <i>Tree</i> Terhadap <i>Black Scholes</i> .....	56
Tabel 4.4 Perbandingan Nilai Opsi <i>Put</i> Tian <i>Tree</i> dan CRR <i>Tree</i> Terhadap <i>Black Scholes</i> .....	59
Tabel 4.5 Nilai Opsi Tian <i>Tree</i> dan CRR <i>Tree</i> untuk <i>put</i> maupun <i>call</i> .....	62

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik Perubahan Harga Saham dan Nilai Opsi (Aziz, 2004) .....	15
Gambar 2.2	Prinsip Metode Binomial (Aziz, 2004) .....	16
Gambar 2.3	Skema Fluktuasi Harga Saham Secara Binomial (Aziz, 2004).....	17
Gambar 3.1	Diagram Alur Analisis Data .....	27
Gambar 4.1	Percabangan CRR <i>Tree</i> .....	28
Gambar 4.2	Model Pergerakan Harga Saham CRR <i>Tree</i> Saat Lima Periode ....	41
Gambar 4.3	Model Pergerakan Harga Saham Metode Tian <i>Tree</i> Saat Periode Kelima .....	41
Gambar 4.4	Pergerakan Harga Saham CRR <i>Tree</i> Periode Ketiga dan Periode Seterusnya.....	42
Gambar 4.5	Nilai <i>Payoff</i> dan Nilai Opsi <i>Call</i> dari Metode CRR <i>Tree</i> .....	43
Gambar 4.6	Nilai <i>Payoff</i> dan Nilai Opsi <i>Call</i> dari Metode Tian <i>Tree</i> .....	43
Gambar 4.7	Nilai <i>Payoff</i> dan Nilai Opsi <i>Put</i> dari Metode CRR <i>Tree</i> .....	45
Gambar 4.8	Nilai <i>Payoff</i> dan Nilai Opsi <i>Put</i> dari Metode Tian <i>Tree</i> .....	46
Gambar 4.9	Konvergensi Nilai Opsi <i>Call</i> Metode CRR <i>Tree</i> sampai 250 iterasi terhadap <i>Black Scholes</i> .....	52
Gambar 4.10	Konvergensi Nilai Opsi <i>Call</i> Metode Tian <i>Tree</i> sampai 250 iterasi terhadap <i>Black Scholes</i> .....	48
Gambar 4.11	Konvergensi <i>Error</i> Nilai Opsi <i>Call</i> CRR <i>Tree</i> .....	53
Gambar 4.12	Konvergensi <i>Error</i> Nilai Opsi <i>Call</i> Tian <i>Tree</i> .....	49
Gambar 4.13	Konvergensi Nilai Opsi <i>Put</i> Metode CRR <i>Tree</i> Sampai Dengan 250 Iterasi Terhadap <i>Black Scholes</i> .....	54
Gambar 4.14	Konvergensi Nilai Opsi <i>Put</i> Metode Tian <i>Tree</i> Sampai Dengan 250 Iterasi Terhadap <i>Black Scholes</i> .....	50
Gambar 4.15	Konvergensi <i>Error</i> Nilai Opsi <i>Put</i> CRR <i>Tree</i> .....	55

Gambar 4.16 Konvergensi <i>Error</i> Nilai Opsi <i>Put</i> Tian Tree.....	51
Gambar 4.17 Perbandingan Kekonvergenan Nilai Opsi <i>Call</i> CRR Tree dan Tian Tree.....	57
Gambar 4.19 Perbandingan Kekonvergenan <i>Error</i> dari Nilai Opsi <i>Call</i> CRR Tree dan Tian Tree.....	58
Gambar 4.18 Perbandingan Kekonvergenan Nilai Opsi <i>Put</i> CRR Tree dan Tian Tree.....	60
Gambar 4.20 Perbandingan Kekonvergenan Nilai <i>Error</i> Opsi <i>Put</i> CRR Tree dan Tian Tree .....	61



## DAFTAR SIMBOL

Simbol-simbol yang digunakan dalam penelitian ini mempunyai makna sebagai berikut:

$t$	: Periode
$T$	: Waktu jatuh tempo
$KCall$	: Harga Kesepakatan untuk opsi <i>call</i>
$KPut$	: Harga Kesepakatan untuk opsi <i>put</i>
$r$	: Tingkat suku bunga bebas risiko
$M$	: Iterasi ke- $n$
$i$	: Banyak iterasi
$C$	: <i>Payoff</i> untuk opsi <i>call</i>
$P$	: <i>Payoff</i> untuk opsi <i>put</i>
$u$	: Faktor naik CRR Tree
$u_1$	: Faktor naik Tian Tree
$d$	: Faktor turun CRR Tree
$d_1$	: Faktor turun Tian Tree
$p$	: Peluang harga saham naik CRR Tree
$p_1$	: Peluang harga saham naik Tian Tree
$q$	: Peluang harga saham turun CRR Tree
$q_1$	: Peluang harga saham turun Tian Tree
$\sigma$	: Volatilitas
$s$	: Simpangan baku
$\Delta t$	: Selisih waktu
$S_T$	: Harga saham saat jatuh tempo

$S_0$	: Harga saham awal
$S_t$	: Harga saham pada waktu ke- $t$
$V_c$	: Nilai opsi <i>call</i>
$V_p$	: Nilai opsi <i>put</i>
$V_{BC}$	: Nilai <i>Black-Scholes</i> untuk opsi <i>call</i>
$V_{BP}$	: Nilai <i>Black-Scholes</i> untuk opsi <i>put</i>
$\Phi$	: Fungsi distribusi pada distribusi normal
$d_{1,2}$	: Koefisien dari formula <i>Black-Scholes</i>
$\varepsilon_a$	: Galat yang dinormalisasi pada nilai aproksimasi
$N$	: $\exp r\Delta t$
$Y$	: $\exp \sigma^2 \Delta t$



## ABSTRAK

Alfu Alfinnikmah. 2020. **Metode Tian Tree dalam Penentuan Nilai Opsi Vanilla Tipe Eropa**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M. Si. (II) Evawati Alisah, M. Pd.

**Kata kunci:** *Tian Tree*, Kekonvergenan, *CRR Tree*, *Error*, Opsi Eropa, Opsi *Call*, Opsi *Put*

Pada penelitian ini membahas tentang metode *Tian Tree* dalam penentuan nilai opsi *vanilla call* dan *put* tipe Eropa untuk dibandingkan dengan metode lain, yaitu metode *CRR Tree*. Iterasi yang digunakan sebanyak 250 untuk melihat kekonvergenan nilai *call* maupun *put* pada metode *Tian Tree* dan *CRR Tree*. Dari penelitian ini diperoleh hasil bahwa semakin banyak iterasi yang digunakan maka terdapat titik tertentu (iterasi) yang semakin bagus konvergensi yang dihasilkan oleh *Tian Tree* yaitu mendekati nilai opsi model *Black Scholes*. Selain itu, nilai *error* yang dihasilkan semakin kecil seiring dengan bertambah banyaknya iterasi hal ini bermakna bahwa nilai *error*-nya semakin cepat mendekati nilai 0 atau konvergen.

## ABSTRACT

Alfu Alfinnikmah. 2020. **Tian Tree Method in Europe Vanilla Option Pricing.** Theses. Mathematics Department Science and Tecnology Faculty, State of Islamic University Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M. Si. (II) Evawati Alisah, M. Pd.

**Keywords:** Tian Tree, Convergence, CRR Tree, Error, European Options, Call Options, Put Options

This theses discusses the Tian Tree method in determining the value of European vanilla option call and put options to be compared with another method, namely the CRR Tree method. 250 iterations is used to see the convergence of call and put values in the Tian Tree and CRR Tree methods. From this research, the results show that the more iterations used, the better the convergence produced by Tian Tree in approaching the *Black Scholes* model option value at some points or iterations than CRR Tree. In addition, the resulting error value gets smaller along with the increasing number of iterations this means that the error value is getting closer to 0 or convergent.

## المخلص

الف النعمة، الف. ٢٠٢٠. طريقة تيان تري (*Tian Tree*) في تحديد قيمة الخبا، الفانليا الأروبي، البحث العلمي، قسم الرياضيات، في كلية العلوم والتكنولوجيا، بجامعة مولانا مالك ابراهيم الاسلامية الحكومية مالانج، المشرف: (1) عبد العزيز الماجستير، (2) إيفواتي أليس ماجستير.

الكلمات الرئيسية: طريقة شجرة تيان تري (*Tian Tree*)، التقارب (*Kekonvergenan*)، *CRR Tree*، الخطأ، الخسارة الأروبيه، خيار الانصال، خيار البيع

يناقش هذا البحث طريقة تيان تري (*Tian Tree*) في تحديد قيمة للنداء الفانليا الأروبي ووضع الخيارات التي تمكن مقارنة الطريقة الأخرى، و هي طريقة (*CRR Tree*). أستخدم التكرار ٢٥٠ المعرحة تقارب المكاملة ووضع القيم في الطريقتين هما طريقة شجرة تيان تري (*Tian Tree*) و *CRR Tree*. ومن هذا البحث، تظهر النتائج أنها كلما زادت عدد التكمارات المستخدمه، فكان نيجه طريقة شجرة تيان تري (*Tian Tree*) أفضل وأقرب من قيمة خيار تمودج بلاك شولى (*Black Scholes*) إضافة إلى ذلك، تصبح قيمة خطأ النتيجة أصغر وتقرّب إلى النتيجة الصغر (0) أو المقاربة (*Konvergen*).

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan suatu ilmu yang berperan penting dalam kehidupan dan mempunyai peran penting dalam berbagai bidang. Dalam era perkembangan teknologi yang maju ini, matematika mencakup dalam berbagai ilmu dan juga aspek-aspek teori. Dilihat dari aspek-aspek teori tersebut, ilmu matematika memperluas cakupan pemahamannya pada beberapa cabang, salah satu contohnya adalah statistik.

Menurut Sugiyono (2000) dalam arti sempit statistika dapat berarti sebagai data, sedangkan dalam arti luas statistika dapat diartikan sebagai alat untuk menganalisis dan alat untuk membuat keputusan. Contoh alat yang digunakan untuk mengambil kesimpulan atau membuat keputusan adalah teori probabilitas. Dalam teori probabilitas dan statistika, distribusi binomial adalah distribusi probabilitas diskrit dengan jumlah keberhasilan dalam beberapa kali percobaan ya/tidak (berhasil/gagal) yang saling bebas, dimana setiap hasil percobaan memiliki probabilitas. Menurut Mason (1996) distribusi probabilitas adalah suatu ukuran tentang kemungkinan bahwa suatu kejadian atau peristiwa (*event*) di masa mendatang yang akan terjadi. Probabilitas hanya mempunyai nilai antara 0 sampai 1. Atau dapat berarti 0 gagal dan 1 berarti berhasil disebut percobaan binomial.

Percobaan binomial dapat diterapkan dalam ilmu matematika keuangan. Salah satunya adalah perubahan harga saham. Saham merupakan bentuk investasi

yang beresiko tinggi, karena perubahan harga saham yang tidak dapat diprediksi akan naik mengalami keuntungan atau turun mengalami kerugian. Oleh karena itu, dibutuhkan produk sebagai penjamin, yaitu opsi. Opsi merupakan surat berharga dalam pasar saham yang melibatkan penjual dan pembeli. Opsi ini berguna untuk meminimalisir kerugian bagi investor. Dalam kata lain, pembelian opsi merupakan perencanaan awal agar tidak mengalami kerugian. Perencanaan tersebut sesuai dengan konsep dalam al Qur'an surat al Hasyr/59:18 berbunyi:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا اتَّقُوا اللَّهَ وَتَنظُرْ نَفْسٍ مَّا قَدَّمَتْ لِغَدٍ وَاتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ خَبِيرٌ بِمَا تَعْمَلُونَ

“Hai orang-orang yang beriman, bertakwalah kepada Allah dan hendaklah setiap diri memperhatikan apa yang telah diperbuatnya untuk hari esok (akhirat); dan bertakwalah kepada Allah, sesungguhnya Allah Maha Mengetahui apa yang kamu kerjakan” (Q.S al Hasyr/59:18).

Ayat di atas menjelaskan bahwa sebagai manusia atau seorang muslim dianjurkan bahkan diharuskan untuk melakukan perencanaan yang akan berguna untuk kehidupan di kemudian hari. Karena tidak ada yang tahu kehidupan di masa yang akan datang. Perencanaan ini berguna untuk mempersiapkan segala kemungkinan yang terjadi.

Menurut Sinclair (2010), opsi merupakan kontrak yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk membeli atau menjual sebuah *underlying asset* dengan nilai tertentu dan pada jangka waktu tertentu juga. Dalam menentukan nilai opsi (*payoff*), mempunyai tujuan tertentu. Tujuannya yaitu untuk menentukan harga seimbang antara pembeli opsi dan penjual opsi sehingga tidak ada pihak yang terlalu diuntungkan dan dirugikan. Ditinjau dari sudut pandang nilai opsi (*payoff*), opsi dibagi menjadi 2, yaitu opsi *eksotik* dan opsi *vanilla*.

*Payoff* pada opsi *eksotik* tidak hanya bergantung pada harga *underlying asset* pada saat jatuh tempo, tetapi bergantung pada seluruh lintasan harga *underlying asset* tersebut. Sedangkan *Payoff* pada opsi *vanilla* perhitungannya lebih sederhana yaitu bergantung dengan *underlying asset* yang tunggal (Brandimarte, 2016). Opsi *vanilla* dapat disebut sebagai opsi standart Eropa. Menurut Wurtz, dkk (2006), fungsi pada opsi *vanilla* ini contohnya untuk opsi dimasa yang akan datang, untuk metode yang dapat mempercepat pada nilai opsi, beberapa fungsi utilitas, serta model penetapan nilai opsi *Black-Scholes* umum.

Penghitungan nilai opsi bisa dilakukan dengan menyelesaikan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) *Black-Scholes*. Tetapi tidak semua persamaan tersebut dapat diturunkan dengan mudah. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan untuk mengaproksimasi solusi analitik tersebut adalah metode *Tree*. Salah satunya adalah Cox Ross-Rubinsen (CRR) atau yang lebih dikenal CRR *Tree*. Metode CRR memiliki dua nilai yang memperlihatkan naik turunnya harga saham pada setiap periode. Namun, harga saham juga dapat memiliki nilai tetap terhadap saham sebelumnya. Salah satu pengembangan dari metode CRR *Tree* adalah metode Tian *Tree*.

Leisen dan Reimer (1996) menjelaskan tentang pembuktian bahwa urutan konvergensi dalam menentukan nilai opsi Eropa untuk semua tiga metode yaitu membuktikan CRR *Tree*, Jarrow dan model Rudd (1993) dan model Tian (1993) sama, dan dengan demikian ketiga model itu setara.

Penelitian Appoloni , dkk (2014) membahas mengenai keefisienan penaksiran nilai opsi dari opsi *single* standart eropa tipe Eropa dan Amerika. Pada penelitian tersebut dibandingkan dua pendekatan berbeda untuk penentuan nilai

opsi *vanilla* tipe Eropa menggunakan metode *CRR Tree* dengan metode binomial *Interpolated Lattice*. Hasil dari penelitian tersebut adalah metode binomial *Interpolated Lattice* lebih efisien daripada *CRR Tree*. Penelitian terkait juga dilakukan oleh Nurkanovic (2017) yang menetapkan nilai opsi Amerika menggunakan metode *Tian Tree* dan *CRR Tree*.

Berdasarkan hasil dari beberapa penelitian di atas, terutama (Nurkanovic, 2017), peneliti tertarik untuk membandingkan metode *Tian Tree* dengan *CRR Tree*. Dimana, penelitian Nurkanovic (2017) menetapkan nilai opsi tipe Amerika dengan menggunakan *Tian Tree*. Sedangkan, peneliti ingin menggunakan *Tian Tree* untuk menentukan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa dan akan membandingkan metode *Tian Tree* dengan metode *CRR Tree*. Dalam membandingkan kedua metode tersebut, peneliti tertarik untuk menjelaskan menggunakan aproksimasi numerik dan simulasi numerik yang digunakan pada opsi *vanilla* tipe Eropa.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana aproksimasi numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa?
2. Bagaimana simulasi numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa?
3. Bagaimana perbandingan metode *Tian Tree* dengan *CRR Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa?
4. Bagaimana implementasi nilai opsi metode *Tian Tree* pada *trader* saham?

### 1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan pada penelitian ini adalah:

1. Untuk menjelaskan proses aproksimasi numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.
2. Untuk mengetahui hasil simulasi numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.
3. Untuk mengetahui perbandingan metode *Tian Tree* dengan *CRR Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.
4. Untuk menjelaskan implementasi nilai opsi metode *Tian Tree* pada *trader* saham?

### 1.4 Manfaat

Beberapa manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah:

1. Diharapkan dapat memberikan ilmu baru yang berkaitan dengan aproksimasi numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.
2. Diharapkan dapat memberikan informasi hasil numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.
3. Diharapkan dapat memberikan informasi tentang perbandingan *Tian Tree* dan *CRR Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.
4. Diharapkan dapat memberikan pengetahuan tentang implementasi nilai opsi metode *Tian Tree* pada *trader* saham.



## 1.5 Batasan Masalah

Agar tidak terjadi perluasan atau pengembangan masalah pada penelitian ini, maka perlu adanya batasan masalah sebagai berikut:

1. Tingkat suku bunga bebas risiko dan volatilitas konstan serta tanpa pembagian dividen dan biaya-biaya lainnya.
2. Hanya membandingkan kekonvergenan nilai opsi dan *error*.
3. Menggunakan data simulasi dan data riil

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

### Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan skripsi, batasan masalah, manfaat skripsi, metode penelitian dan sistematika penulisan.

### Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini akan dijelaskan teori-teori yang mendasari pembahasan antara lain; saham dan opsi, distribusi normal, distribusi lognormal, proses stokastik untuk harga saham, model *Black-Scholes*, *CRR Tree*, *Tian Tree*, nilai galat *error* dan kekonvergenan, dan integrasi Al Qur'an.

### Bab III Metode Penelitian

Pada bab ini akan diuraikan tentang metode penelitian, antara lain jenis dan sumber data, variabel penelitian, metode analisis data yang berupa persiapan penelitian dan analisis data serta *flowchart* analisis data.

#### Bab IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini merupakan bab inti dari skripsi yang menjelaskan tentang aproksimasi numerik, simulasi numerik dengan menggunakan metode Tian *Tree* pada nilai opsi *vanilla* tipe Eropa serta perbandingan metode Tian *Tree* dengan CRR *Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa.

#### Bab V Penutup

Pada bab ini disajikan kesimpulan dan saran dari hasil pembahasan.



## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Saham dan Opsi

Opsi (*option*) adalah suatu kontrak berupa hak (bukan kewajiban) bagi pembeli kontrak opsi untuk membeli atau menjual suatu saham tertentu kepada penjual kontrak opsi pada harga tertentu dan dalam jangka waktu yang telah ditentukan pada awal kesepakatan. Sebagai salah satu instrumen derivatif pasar modal, ada beberapa *underlying asset* yang dijadikan dasar opsi tersebut, yaitu saham, obligasi, mata uang, dan juga komoditi (Hariyani, 2010). Kesepakatan dalam opsi dapat berupa hak jual (*call option*) atau hak jual (*put option*) atas *underlying asset* yang berupa saham perusahaan yang tercatat. Menurut Rahman (2010), ada enam variabel yang mempengaruhi nilai opsi:

1. Harga Kesepakatan
2. Waktu Jatuh Tempo
3. Harga Saham

Saham merupakan bukti terlibatnya seseorang pada sebuah perusahaan. Dengan membeli saham perusahaan, berarti orang tersebut menginvestasikan modal atau dana yang nantinya akan digunakan oleh pihak perusahaan untuk kegiatan operasional perusahaan. Bila perusahaan memperoleh keuntungan bersih di akhir tahun, seseorang akan mendapatkan pembagian keuntungan berupa dividen (Tambunan, 2008).

4. Volatilitas

Manurung, dkk (2011) menjelaskan bahwa volatilitas merupakan sebuah variabel penting ketika meniai nilai opsi. Volatilitas ini mempunyai hubungan yang positif dengan nilai opsi. Bila volatilitas mengalami kenaikan, maka nilai opsi juga akan mengalami kenaikan. Volatilitas ini sering kali digunakan untuk melihat naik turunnya harga saham.

#### 5. Tingkat Suku Bunga Bebas Resiko ( $r$ )

Tingkat suku bunga bebas resiko adalah tingkat suku bunga yang bebas resiko sama sekali. Pada tingkat suku bunga bebas resiko jangka pendek, *holder* akan semakin tertarik untuk membeli opsi *call* dari pada membelisaham. hal ini akan menyebabkan nilai opsi *call* naik dan nilai opsi *put* turun (Rahman, 2010).

#### 6. Dividen

Wibowo, dkk (2009) mengatakan bahwa dividen merupakan distribusi laba kepada para pemegang saham dalam berbagai bentuk. Salah satu jenis dividen adalah dividen saham (*stock dividend*). Dividen saham merupakan distribusi laba kepada para pemegang saham berupa saham (*stock*) bukan berupa aktiva. Transaksi tersebut dikatakan sebagai *nonreciprocal transaction*.

Seydel (2002) memberikan penjelasan bahwa pada saat  $t = T$ , *holder* dari pemegang opsi *call* Eropa akan menghitung saat  $S = S_T$  dari harga saham. *Holder* akan mengeksekusi opsi *call* (membeli harga saham untuk *strike price* ( $K$ ), ketika harga saham lebih besar dari *strike price* ( $S > K$ ). Kemudian, *holder* dapat segera menjual saham seharga  $S$  dan mendapat keuntungan dari selisih harga saham dan *strike price* atau  $S - K$ . Dalam hal ini, nilai dari opsi  $V = S - K$ . Pada saat harga

saham kurang dari *strike price* ( $S < K$ ), *holder* tidak akan mengeksekusi dikarenakan harga saham dapat dibeli lebih rendah dari  $S$  di pasar. Pada kondisi ini, opsi tidak bernilai yaitu tidak untung ataupun rugi ( $V = 0$ ). Oleh sebab itu, *payoff* dari opsi *call* pada saat waktu jatuh tempo  $T$  adalah:

$$V_c(S_T, T) = \begin{cases} 0, & \text{pada saat } S_T \leq K \text{ (opsi tidak dieksekusi)} \\ S_T - K, & \text{pada saat } S_T > K \text{ (opsi dieksekusi)} \end{cases} \quad (2.1)$$

atau

$$V_c(S_T, T) = \max\{S_T - K, 0\} \quad (2.1)$$

Untuk opsi *put* Eropa pada saat dieksekusi pada saat  $S < K$ . *Payoff* opsi *put* pada saat waktu jatuh tempo  $T$  adalah:

$$V_p(S_T, T) = \begin{cases} K - S_T, & \text{pada saat } S_T < K \text{ (opsi dieksekusi)} \\ 0, & \text{pada saat } S_T \geq K \text{ (opsi tidak dieksekusi)} \end{cases} \quad (2.2)$$

atau,

$$V_p(S_T, T) = \max\{K - S_T, 0\} \quad (2.3)$$

## 2.2 Distribusi Normal

Menurut Soetopo, dkk (2007) mengatakan bahwa distribusi normal merupakan distribusi probabilitas yang paling penting, baik dalam teori maupun aplikasi statistik. Terminologi "normal" itu sendiri bukan tidak pada tempatnya, karena memang distribusi ini adalah yang paling banyak digunakan sebagai model bagi data riil di berbagai bidang. Sebagai contohnya member solusi atas

kesalahan-kesalahan pengukuran dalam eksperimen ilmiah, pengukuran nilai berbagai pengujian, dan berbagai ukuran dan indikator ekonomi.

Distribusi normal merupakan distribusi 2 parameter ( $\mu$  dan  $\sigma$ ) dengan persamaan sebagai berikut (Soetopo, et al., 2007) :

$$Q = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{Z^2}{\sigma^2}} \quad (2.4)$$

dimana:

$Q$  = fungsi distribusi normal

$\sigma$  = standart deviasi

$Z$  = variabel normal baku  $= \frac{X-\mu}{\sigma}$

### 2.3 Distribusi Lognormal

Distribusi lognormal dalam bentuk sederhana adalah fungsi densitas dari sebuah peubah acak yang logaritmanya mengikuti hukum distribusi normal. Apabila variabel statistik  $X$  terdistribusi secara lognormal, maka dengan menggunakan persamaan transformasi daripada  $\ln$  (logaritma natural) sebagai berikut (Harinaldi, 2005):

$$Q = \ln X \quad (2.5)$$

Sehingga  $Q$ , yang juga merupakan variabel statistik akan mengikuti distribusi probabilitas normal. Distribusi lognormal mempunyai koefisien kemiringan (*skewness* =  $C_s$ ) yang bernilai positif. Mean dari distribusi lognormal adalah  $E(X) = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$  dan variansinya  $E(X^2) = \exp(2\mu + 2\sigma^2)$ .

## 2.4 Model *Black-Scholes*

Salah satu pendekatan untuk menentukan nilai opsi ini diperkenalkan Fischer Black dan Myron Scholes (1973) dan disebut *Black-Scholes* Model. *Black-Scholes* adalah model penetapan harga yang digunakan untuk menentukan nilai opsi untuk opsi *call* atau opsi *put* berdasarkan enam variabel seperti volatilitas, jenis opsi, harga saham pokok, waktu, harga kesepakatan, dan tingkat suku bunga bebas risiko. Model ini digunakan untuk menentukan nilai opsi *call* tipe Eropa, yang berarti bahwa opsi hanya dapat dilakukan pada tanggal kedaluwarsa Korn dan Korn (2001). Dalam model *Black-Scholes*, dinamika harga saham dapat dideskripsikan (Nurkanovic, 2017):

$$S(t) = S_0 e^{\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W(t)}, S_0 = S(0), \quad (2.6)$$

dimana  $\alpha$  adalah drift,  $\sigma$  adalah volatilitas dan  $W(t)$  adalah gerak Brown satu dimensi pada saat  $t$ . Dinamika dengan ukuran probabilitas  $P$ . Dinamika ini juga bisa direpresentasikan sebagai *Stochastic Differential Equation* (SDE).

$$dS(t) = \alpha S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (2.7)$$

Menurut Nurkanovic (2017) harga bebas arbitrase dari suatu derivatif dapat dihitung dalam beberapa kondisi yang sesuai, sebagai ekspektasi dari diskon pembayaran berdasarkan ukuran martingal yang setara pasar

$$V = E\left(e^{-rt} g(S(T))\right) \quad (2.8)$$

dimana  $g$  adalah hasil,  $r$  adalah suku bunga bebas risiko dan  $T$  adalah jatuh tempo waktu. Selain itu, dengan menggunakan Teorema Girsanov, SDE dapat ditulis ulang sebagai berikut,

$$dS(t) = rS(t)dt + \sigma S(t)d\tilde{W}(t) \quad (2.9)$$

dimana  $\tilde{W}$  adalah gerak Brown satu dimensi sehubungan dengan ukuran resiko netral probabilitas  $Q$ . Solusi yang sesuai diberikan oleh

$$S(t) = S_0 e^{\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma\tilde{W}(t)} \quad (2.10)$$

dimana  $r$  merupakan *rate of return* untuk pertahun yang dihitung dengan cara (Ross, 1999):

$$r = \frac{S_T}{S_0} - 1 = \frac{S_T - S_0}{S_0} \quad (2.11)$$

karena harus berdistribusi normal maka perlu menggunakan fungsi logaritmanya yaitu:

$$\ln r = \ln\left(\frac{S_T - S_0}{S_0}\right) = \ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \ln\left(\frac{S_0}{S_0}\right) \quad (2.12)$$

Volatilitas harga saham secara empiris membutuhkan interval waktu yang tetap yang dapat dihitung dengan cara (Hull, 2000):

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad (2.13)$$

dengan

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^M u_i^2 - \frac{1}{M(M-1)} \left(\sum_{i=1}^M u_i\right)^2} \quad (2.14)$$

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \quad (2.15)$$

dimana:

$i$  : urutan interval,  $i = 0, 1, \dots, M$

$M + 1$  : banyaknya interval atau observasi



$S_i$  : harga saham pada akhir interval ke- $i$

$\Delta t$  : besarnya interval waktu,  $\Delta t = T/M$

Misalkan model pasar yang terdiri dari satu saham dan obligasi dengan koefisien pasar konstan dan waktu jatuh tempo  $T > 0, t \in [0, T]$ . Kemudian, nilai *Black-Scholes* dari opsi *call* diberikan (Nurkanovic, 2017):

$$V_{BC}(t) = S(t)\Phi(\partial_1(t)) - Ke^{-r(T-t)}\Phi(\partial_2(t)) \quad (2.16)$$

dimana:

$$\partial_1(t) = \frac{\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (2.17)$$

dan

$$\partial_2(t) = \frac{\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = \partial_1(t) - \sigma\sqrt{T-t} \quad (2.18)$$

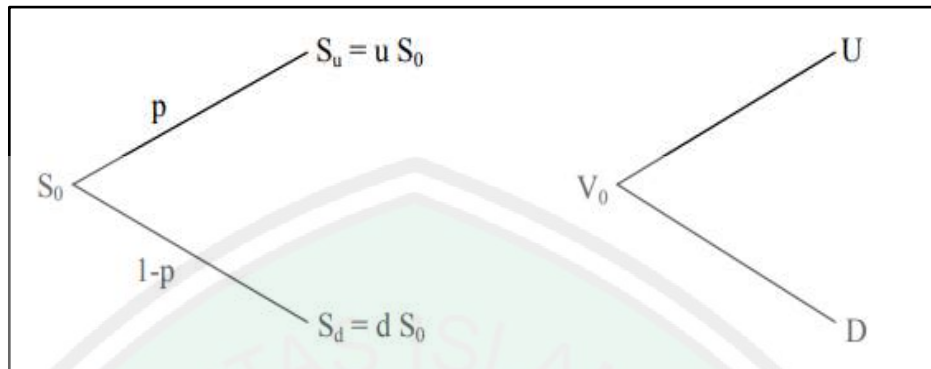
dengan  $\Phi$  adalah fungsi distribusi kumulatif pada distribusi normal. Nilai *Black-Scholes* dari opsi *put* diberikan

$$V_{BP}(t) = Ke^{-r(T-t)}\Phi(\partial_2(t)) - S(t)\Phi(\partial_1(t)) \quad (2.19)$$

## 2.5 Binomial Tree

Seiring dengan perubahan waktu, harga saham di pasar bebas akan selalu berubah naik atau turun. Kemungkinan perubahan dua arah ini (naik atau turun) yang digunakan dalam dasar model Binomial. Misalkan harga saham awal ( $S_0$ ) akan naik dengan peluang  $p$  menjadi  $S_u$  atau akan turun dengan peluang

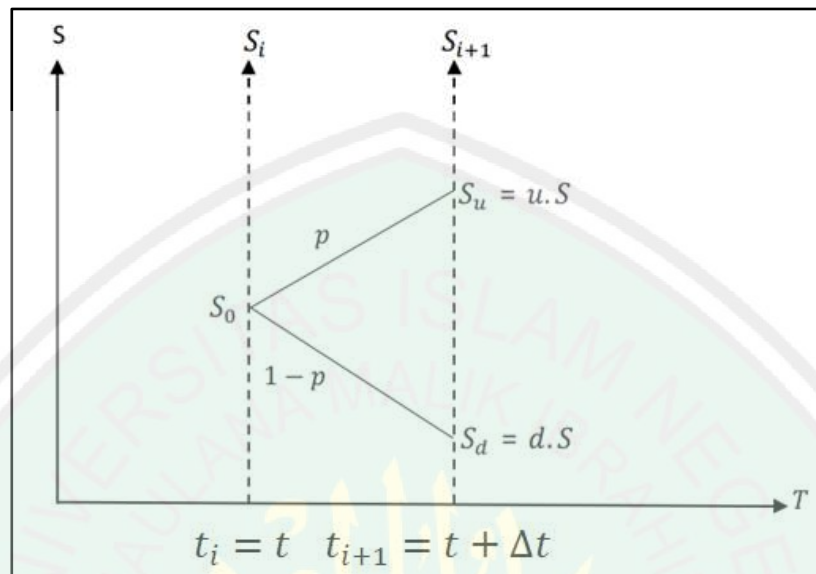
$1 - p$  menjadi  $S_d$ . Sehingga nilai opsi awal ( $V_0$ ), dan akan naik menjadi  $U$  atau akan turun menjadi  $D$  (Aziz, 2004), sebagaimana gambar berikut:



Gambar 2.1 Grafik Perubahan Harga Saham dan Nilai Opsi (Aziz, 2004)

Pemodelan matematika diharapkan dapat membantu memahami perubahan harga saham sekarang serta memprediksi pada waktu yang akan datang. Model Binomial menggunakan diskritisasi. Diskritisasi dilakukan dengan cara mengubah waktu kontinu  $t$  menjadi diskrit dan menggantikan  $t$  oleh waktu yang sama lamanya dengan  $t_i$ . Dengan  $i$  sebagai indeks waktu,  $t_i$  adalah waktu ke- $i$ ,  $T$  merupakan waktu jatuh tempo,  $\Delta t$  merupakan jarak,  $S_0$  merupakan harga saham awal,  $\Delta t$  merupakan  $T/M$ ,  $t_i$  merupakan  $i \times \Delta t$ , dimana  $i = 0, 1, \dots, M$  dan  $S_i$  adalah  $S(t_i)$ .

Menurut Aziz (2004), dalam menggunakan model CRR skema (*Tree*) untuk fluktuasi harga saham secara diskrit. Dengan memisalkan harga saham pada saat  $t = t_0$  adalah  $S_0 = S_{00} = S$ , dan harga saham pada saat  $t = t_1$  adalah  $S_{01} = Sd$  dan  $S_{11} = Su$ , seperti berikut ini:



Gambar 2.2 Prinsip Metode Binomial (Aziz, 2004)

Sehingga secara umum harga saham pada saat  $t = t_i$  terdapat  $i + 1$  dengan rumus umum adalah:

$$S_{ji} = S_0 u^j d^{(i-j)}, i = 0, 1, \dots, j = 0, 1, \dots, i \text{ dan } i \geq j \quad (2.20)$$

Persamaan umum harga saham di atas (2.20) tidak rekursif, yang berarti perhitungan yang memerlukan waktu lama, sehingga perlu adanya rekursif yang diperoleh dengan bantuan persamaan (Aziz, 2004):

$$E(S_{i+1}) = S_i e^{r\Delta t} \quad (2.21)$$

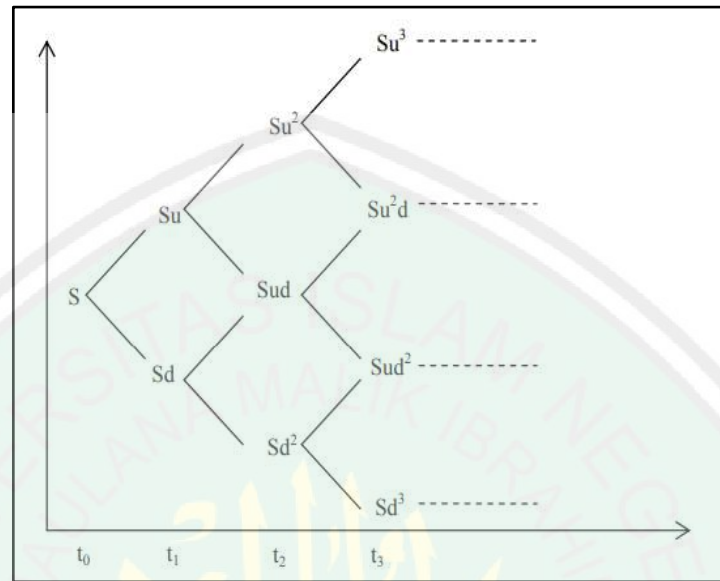
maka,

$$S_{ji} e^{r\Delta t} = E(S_{j,i+1}) = p S_{ji} u + (1-p) S_{ji} d = p S_{i+1,j+1} + (1-p) S_{i+1,j} \quad (2.22)$$

Sehingga bentuk rekursif untuk nilai opsi ( $V$ ) adalah

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t} E(V_{j,i+1}) = e^{-r\Delta t} (V_{ji} e^{r\Delta t}) = e^{-r\Delta t} (pV_{i+1,j+1} + (1-p)V_{i+1,j}) \quad (2.23)$$

Berikut ini merupakan ilustrasi pohon pada CRR *Tree*:



Gambar 2.3 Skema Fluktuasi Harga Saham Secara Binomial (Aziz, 2004)

Dari gambar (2.3) diperoleh nilai-nilai opsinya, pada saat  $t = T$ , untuk opsi *call* Eropa adalah (Aziz, 2004):

$$V_{jM} = \max \{S_{jM} - K, 0\} \quad (2.24)$$

dan

$$V_{ji} = e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \quad (2.25)$$

Sedangkan untuk opsi *put* Eropa adalah:

$$V_{jM} = \max \{K - S_{jM}, 0\} \quad (2.26)$$

dan

$$V_{ij} = e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i+1} + (1-p)V_{j,i+1}) \quad (2.27)$$

Selain itu, pada penelitian Aziz (2009) didapatkan empat bentuk solusi nilai-nilai untuk parameter  $u, d$  dan  $p$  dalam model Binomial dengan menggunakan metode I dan metode II, yaitu:

$$u = \beta + \sqrt{\beta^2 - 1}, d = 1/u, p = \frac{e^{r\Delta t} - d}{(u - d)} \text{ dengan } \beta = 1/2(e^{-r\Delta t} + e^{(r+\sigma^2)\Delta t}) \quad (2.28)$$

$$u = e^{(\sigma\sqrt{\Delta t})}, d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, \text{ dan } p = \frac{(e^{r\Delta t} - d)}{(u - d)} \quad (2.29)$$

$$u = e^{(\sigma\sqrt{\Delta t})}, d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}, \text{ dan } p = \frac{1}{2} \left( \frac{r}{\sigma} \sqrt{\Delta t} + 1 \right) \quad (2.30)$$

$$u = e^{r\Delta t} \left( 1 + \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} \right), d = e^{r\Delta t} \left( 1 - \sqrt{e^{\sigma^2\Delta t} - 1} \right), \text{ dan } p = \frac{1}{2} \quad (2.31)$$

## 2.6 Tian Tree

CRR *Tree* memiliki empat parameter. Solusi untuk empat parameter binomial diturunkan, dan model binomial yang dihasilkan adalah versi modifikasi dari model CRR asli, yang dikenal dengan Tian *Tree* atau pohon tian. Model Tian diperkenalkan oleh Tian (1993) dengan melakukan pendekatan terhadap parameter-parameter CRR *Tree*. Sehingga didapatkan tiga parameter yang berbeda berikut ini:

$$p = \frac{N - d}{u - d}, q = 1 - p = \frac{u - N}{u - d} \quad (2.32)$$

$$u = \frac{NY}{2} \left[ (V + 1) + \sqrt{V^2 + 2V - 3} \right] \quad (2.33)$$

dan

$$d = \frac{NY}{2} \left[ (V + 1) - \sqrt{V^2 + 2V - 3} \right] \quad (2.34)$$

atau dapat dituliskan bahwa:

$$ud = (NY)^2 \quad (2.35)$$

dimana:

$$N = \exp(r\Delta t)$$

$$Y = \exp(\sigma^2 \Delta t)$$

## 2.7 Teorema Limit Pusat (*Central Limit Theorem*)

Teorema Limit Pusat merupakan interpretasi yang sesuai dari sifat distribusi sampling. Syarat yang dapat digunakan untuk membuktikan bahwa distribusi sampling ini mendekati normal yakni dengan kekonvergenan dalam distribusi. Dalam pembuktiannya, Teorema Limit Pusat juga menggunakan kekonvergenan dalam distribusi. Dua definisi kekonvergenan dalam distribusi dapat 2 dipakai untuk membuktikan, salah satunya yaitu jika suatu distribusi mempunyai *Moment Generating Function* atau fungsi pembangkit momen maka hal tersebut dapat menentukan fungsi distribusi secara tunggal, distribusi secara tunggal yang dimaksud adalah distribusi Normal. Nilai suatu MGF ada jika nilai ekspektasinya terdefinisi atau ada, tetapi tidak berlaku sebaliknya, jika ekspektasinya ada belum tentu nilai MGF-nya ada (Rice, 1995).

Berikut merupakan kondisi-kondisi untuk konvergensi antara waktu diskrit dan waktu kontinu dengan menggunakan distribusi lognormal, antara lain:

- a. probabilitas ( $p$  dan  $q$ ) positif dalam batas antara 0 dan 1 tetapi tidak sama dengan 0 atau 1;
- b. probabilitas berjumlah 1;
- c. lompatan ( $u$  dan  $d$ ) adalah independen dari tingkat harga saham;

- d. rata-rata distribusi binomial sama dengan rata-rata distribusi lognormal;
- e. varians dari distribusi binomial sama dengan varians dari distribusi lognormal.

## 2.8 Nilai Galat *Error* dan Kekonvergenan

Terdapat masalah dalam mengetahui nilai sebenarnya. Nilai yang sebenarnya akan diketahui hanya saat berurusan dengan fungsi yang dapat diselesaikan secara analitik. Tetapi, aplikasi pada umumnya, jawaban yang sesungguhnya tidak akan diketahui dengan jelas. Solusi dalam masalah ini adalah dengan menormalkan galat menggunakan estimasi terbaik yang mungkin pada nilai sesungguhnya, melalui aproksimasinya sebagai berikut yang dijabarkan oleh Chapra dan Canale (2010):

$$\varepsilon_a = \frac{\text{aproksimasi sekarang} - \text{aproksimasi sebelumnya}}{\text{aproksimasi sekarang}} \quad (2.36)$$

Salah satu tantangan dari metode numerik dalam menentukan estimasi galat adalah saat tidak adanya nilai yang sesungguhnya. Sebagai contoh, yaitu dalam menghitung solusi digunakan aproksimasi dengan perulangan pada metode numerik tertentu. Pada aproksimasi seperti ini, dibuat berdasarkan aproksimasi sebelumnya. Proses ini dilakukan secara berulang-ulang, bertujuan memperoleh keberhasilan dalam perhitungan aproksimasi yang lebih baik.

Menurut Chapra dan Canale (2010) pada kasus seperti ini, komputasi diulang hingga  $|\varepsilon_a| < \varepsilon_s$ . Jika hubungan ini terpenuhi, hasil diasumsikan diterima dalam tingkat  $\varepsilon_s$ . Hal ini dapat menunjukkan bahwa, apabila kriteria tersebut

ditemui, dapat dipercaya dengan hasil tersebut benar untuk sekurang-kurangnya  $n$ -bilangan penting dengan  $\varepsilon_s$  sebagai berikut:

$$\varepsilon_a = 0,5 \times 10^{2-n} \quad (2.27)$$

## 2.9 Integrasi Al Qur'an

### 2.9.1 Jual Beli dalam Islam

Jual beli merupakan kegiatan yang dilakukan oleh penjual dan pembeli.

Sebagaimana dalam Al Qur'an surat an Nisa/5: 29 berbunyi:

يَا أَيُّهَا الَّذِينَ ءَامَنُوا لَا تَأْكُلُوا أَمْوَالَكُمْ بَيْنَكُمْ بِالْبَاطِلِ إِلَّا أَنْ تَكُونَ تِجَارَةً عَنْ تَرَاضٍ  
مِّنْكُمْ وَلَا تَقْتُلُوا أَنْفُسَكُمْ إِنَّ اللَّهَ كَانَ بِكُمْ رَحِيمًا

*“Hai orang-orang yang beriman, janganlah kamu saling memakan harta sesamamu dengan jalan yang batil, kecuali dengan jalan perniagaan yang berlaku dengan suka sama suka di antara kamu. Dan janganlah kamu membunuh dirimu ; sesungguhnya Allah adalah Maha Penyayang kepadamu” (Q.S An Nisa: 29).*

Menurut Syaikh (2000) menerangkan bahwa Allah melarang para hambaNya yang beriman dari memakan harta diantara mereka dengan cara yang batil, hal ini mencakup memakan harta dengan cara pemaksaan , pencurian, mengambil harta dengan cara perjudian, dan pencaharian yang hina bahkan bisa jadi termasuk juga dalam hal ini adalah memakan harta sendiri dengan sombong dan berlebih-lebihan, karena hal tersebut adalah termasuk kebatilan dan bukan dari kebenaran. kemudian setelah Allah mengharamkan memakan harta dengan cara yang batil, Allah membolehkan bagi mereklah memakan harta dengan cara perniagaan dan pencaharian yang tidak terdapat padanya penghalang-penghalang dan yang mengandung syarat-syarat seperti saling ridha dan sebagainya.



## 2.9.2 Muamalah dalam Jual Beli

Menurut Mulyo (1992), sebagian besar masalah sosial yang mengakibatkan pertengkaran adalah disebabkan tidak dijalankannya peraturan syari'at yang telah ditetapkan oleh Allah SWT dalam hal jual beli. Peraturan tersebut berfungsi sebagai pengemban bagi kebaikan muamalah. Oleh karena itu Allah SWT mensyaratkan untuk sahnya jual beli haruslah sesuai dengan perjanjian antara mereka, kecuali jika ada persyaratan yang melanggar aturan dalam hukum islam. Jual beli merupakan suatu akad, dan dipandang sah apabila telah memenuhi rukun dan syarat tertentu. Syarat dan rukunnya terdiri dari:

1. *Sighat* (pernyataan), yaitu *ijab* dan *qabul* (serah terima) antara penjual dan pembeli Dalam akad/perjanjian jual-beli, Islam mengenal adanya suatu hak yang berkaitan dengan jadi atau tidaknya perjanjian jual beli itu dilaksanakan, yang disebut sebagai hak *khiyar*. Ketentuan mengenai hal ini tentu saja lebih dapat memberikan perlindungan hukum bagi pembeli selaku konsumen atas suatu produk.
  - a. *Khiyar Ta'yin*, yaitu *khiyar* yang terjadi dalam hal barang yang menjadi obyek jual beli tidak hanya berupa sebuah barang. Sehingga apabila pembeli telah menjatuhkan pilihannya terhadap satu barang, maka barang itulah yang menjadi obyek akad. Syarat-syarat yang harus dipenuhi adalah harus ada limitasi waktu yang jelas agar penjual mempunyai kepastian terhadap barang yang benar-benar dipilih.
  - b. *Khiyar Syarat*, yaitu hak memilih antara melangsungkan atau membatalkan akad yang telah terjadi, bagi masing-masing atau salah satu pihak, dalam waktu tertentu.

- c. *Khiyar Rukyat*, yaitu *khiyar* yang terjadi dalam jual beli yang hanya menyebutkan sifat dari suatu barang. tanpa ditunjukkannya barang tersebut.
  - d. *Khiyar Cacat Khiyar Aib*, yaitu *khiyar* yang berkaitan dengan adanya cacat tersembunyi dalam suatu barang. Terkait dengan cacat tersembunyi ini, memang secara hukum merupakan tanggung jawab penjual.
  - e. *Khiyar al majlis*, yaitu hak pilih bagi pihak-pihak yang melakukan perjanjian untuk membatalkan perjanjian atau melanjutkannya selama belum beranjak dari lokasi perjanjian.
2. *Aqidayn* (yang membuat perjanjian), yaitu penjual dan pembeli, dengan syarat keduanya harus sudah baligh dan berakal sehingga mengerti benar tentang hakekat barang yang dijual.
  3. *Ma'qud 'alaih*, yaitu barang yang dijualbelikan. Syaratnya harus barang yang jelas dan tidak semu. Barang itu harus ada manfaatnya, karena Allah mengharamkan jual beli *khamr*, babi dan lain-lain.
  4. Ada nilai tukar pengganti barang (harga barang). Nilai tukar barang adalah termasuk unsur yang terpenting.

## **BAB III**

### **METODE PENELITIAN**

#### **3.1 Jenis dan Sumber Data**

Penelitian ini menggunakan data sekunder yang didapatkan dari [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com). Data sekunder yang digunakan pada penelitian ini adalah data harga saham Telkom SA SOC Limited dimulai dari tanggal 2 Maret 2015 hingga 24 Februari 2020. Data sekunder yang digunakan peneliti diambil pada tanggal 20 Maret 2020 pada pukul 15.43 WIB. Data tersebut dapat dilihat pada lampiran 1. Jumlah data harga saham yang diambil adalah selama 502 hari.

#### **3.2 Variabel Penelitian**

Terdapat satu variabel yaitu harga saham sedangkan kolom yang lainnya adalah parameter. Harga saham tersebut merupakan harga saham penutupan dari Telkom SA SOC Limited. mulai 2 Maret 2015-24 Februari 2020, harga saham awal ( $S_0$ ), harga kesepakatan ( $K$ ), tingkat suku bunga bebas risiko ( $r$ ), volatilitas ( $\sigma$ ), periode waktu ( $T$ ), dan banyak iterasi ( $M$ ).

#### **3.3 Metode Analisis Data**

##### **3.3.1 Persiapan Penelitian**

Dalam penelitian ini, peneliti melakukan pendekatan kajian kepustakaan dengan merujuk pada buku-buku yang berkaitan dan dibutuhkan dalam melakukan penelitian ini. Selain itu, peneliti juga menentukan nilai-nilai parameter dari data historik empirik (riil) harga saham.

### 3.3.2 Analisis Data

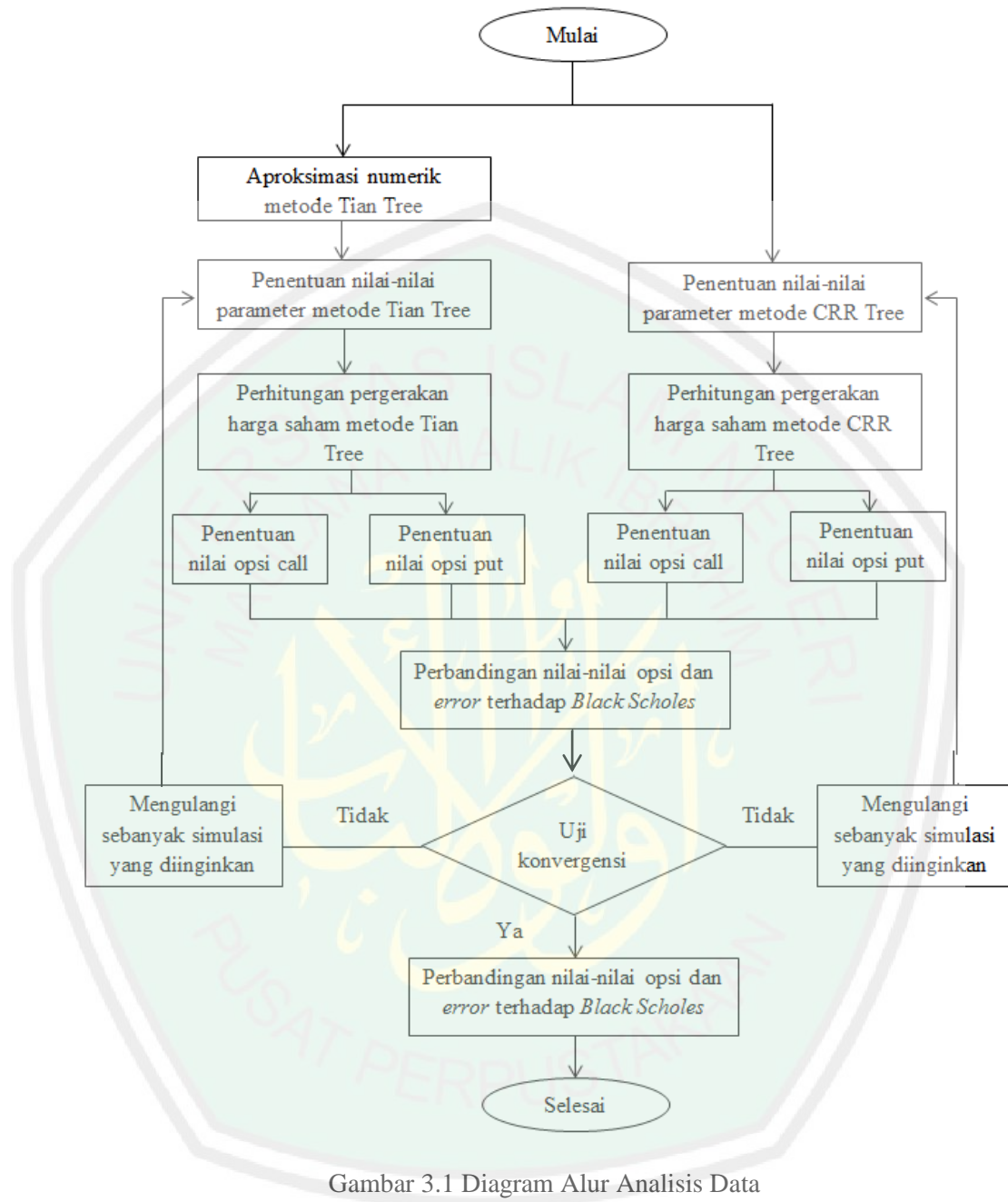
Adapun langkah-langkah yang digunakan pada penelitian ini, yaitu:

1. Aproksimasi numerik nilai opsi *vanilla* tipe Eropa dengan metode *Tian Tree*, yaitu:
  - a. Menentukan harga saham untuk setiap periode sampai waktu jatuh tempo dengan metode *Tian Tree*.
  - b. Menentukan parameter peluang harga saham naik, peluang harga saham turun, faktor naik harga saham, dan faktor turun harga saham untuk metode *Tian Tree*.
2. Simulasi numerik nilai opsi *vanilla* tipe Eropa menggunakan metode *Tian Tree*, yaitu:
  - a. Menentukan harga saham awal, waktu jatuh tempo, harga kesepakatan, banyak iterasi, volatilitas saham, dan bunga bebas risiko.
  - b. Menghitung harga saham mulai dari periode awal sampai periode jatuh tempo.
  - c. Menghitung nilai *payoff call* dan *put* pada waktu jatuh tempo.
  - d. Menghitung nilai opsi *vanilla* tipe Eropa metode *Tian Tree* dan *CRR Tree*.
  - e. Menghitung *error* tiap iterasi nilai opsi *vanilla* tipe Eropa *call* dan *put* dari metode *Tian Tree* dan *CRR Tree*.
  - f. Mengulang langkah (e) sebanyak iterasi.
3. Membandingkan perhitungan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa metode *Tian Tree* dan *CRR Tree*, yaitu:

- a. Membandingkan hasil akhir nilai opsi *vanilla* tipe Eropa *call* dan *put* metode *Tian Tree* dan *CRR Tree* terhadap *Black-Scholes*.
- b. Menggambar dan membandingkan kekonvergenan *error* dengan pergerakan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa dengan metode *Tian Tree* dan metode *CRR Tree*.



### 3.4 Diagram Alur Analisis Data



Gambar 3.1 Diagram Alur Analisis Data

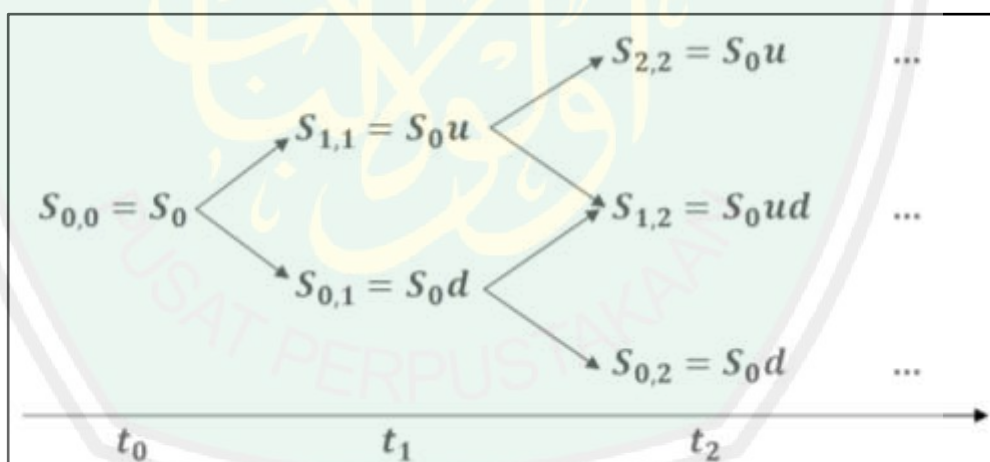
## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Aproksimasi Numerik Metode Tian Tree

##### 4.1.1 Penentuan Parameter-Parameter Metode Tian Tree

Metode Tian Tree merupakan pendekatan dari metode CRR Tree. Waktu jatuh tempo ( $T$ ) dari suatu opsi pada saham dibagi menjadi  $M$  dengan sub-interval dengan panjang  $\Delta t = T/M$ . Selama setiap periode waktu, misalkan dari  $t$  ke  $t + 1$ , dengan  $t = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ , pergerakan harga saham diasumsikan mengikuti proses binomial. Harga saham melewati dari nilai awalnya,  $S_{0,0} = S_0$ , baik ke atas ke  $S_0u$  atau ke bawah ke  $S_0d$ . Berikut ini merupakan ilustrasi proses percabangan binomial:



Gambar 4.1 Percabangan CRR Tree

Dari gambar (4.1), beri indeks pada pohon sebagai  $(j, i)$  dimana ditunjukkan periode waktu ( $t_0$ ) dan  $j$  adalah jumlah gerakan naik dari node  $(0, 0)$  ke node  $(j, i)$ . Harga saham pada node  $(j, i)$  diberikan oleh:

$$S_{(j,i)} = S_0 u^j d^{i-j}$$

dimana  $0 \leq j \leq i$ , dan  $S_0$  merupakan harga saham pada waktu  $t = 0$ . Kemudian, dapat diketahui bahwa nilai opsi adalah ekspektasi diskon dari *payoff* berdasarkan ukuran martingale. Jika proses pada waktu diskrit (seperti proses binomial) konvergen dengan waktu kontinu yang diikuti oleh harga saham, maka harapan dari kasus waktu diskrit akan konvergen ke waktu kontinu. Dengan demikian, kekonvergensi nilai opsi didapat dari model waktu diskrit ke model dari model waktu kontinu.

Pada teorema limit pusat ditentukan beberapa kondisi yang memenuhi konvergensi antara waktu diskrit dan waktu kontinu. Pada kondisi pertama dan kedua dapat ditulis sebagai berikut:

$$0 < p, q < 1 \text{ dan } p + q = 1 \quad (4.1)$$

Persamaan (4.1) merupakan persamaan pertama untuk menentukan parameter  $u$ ,  $d$ , dan  $p$  pada metode *Tian Tree*.

*CRR Tree* dalam pergerakan harga saham dipilih parameter  $u$  dan  $d$  untuk mencocokkan volatilitas harga saham. Untuk melihat bagaimana hal ini dilakukan, dilakukan pendekatan dengan rata-rata. Diasumsikan bahwa pengembalian yang harga saham adalah rata-rata drift sebagai  $r$  dan volatilitasnya adalah  $\sigma$ . Gambar (4.1) menunjukkan pergerakan harga saham pada periode pertama. Harga saham bergerak naik dipengaruhi faktor naik ( $u$ ) atau bergerak turun dipengaruhi oleh faktor turun ( $d$ ). Pada kondisi pertama dan kedua, probabilitas untuk harga saham naik disimbolkan sebagai  $p$ . Sehingga, diperoleh:



$$E(S_1) = \sum S_{1i} f(S_{1i}) \quad (4.2)$$

$$= (1-p)S_{0,d} + p(S_{1,u}) \quad (4.3)$$

$$= (1-p)S_0d + pS_0u \quad (4.4)$$

Harga saham yang diharapkan pada akhir periode pada periode pertama adalah  $S_0e^{r\Delta t}$ . Berikut merupakan model diskrit dari ekspektasi harga saham dan varians pada model diskrit dan model kontinu:

$$E(S_1) = (1-p)S_0d + pS_0u = S_0e^{r\Delta t} \quad (4.5)$$

$$= pu + (1-p)d = e^{r\Delta t} \quad (4.6)$$

dengan memisalkan  $N = e^{r\Delta t}$  atau, kondisi selanjutnya dapat ditulis secara matematis, yaitu:

$$pu + qd = N \quad (4.7)$$

Persamaan (4.7) merupakan parameter pertama yang digunakan untuk menentukan parameter  $u$ ,  $d$ , dan  $p$ . Selanjutnya, dari persamaan (4.1)-(4.7) dan menyelesaikan persamaan (nilai opsi) untuk parameter  $p$  dan  $q$ , maka diperoleh:

$$pu + qd = N \quad (4.8)$$

$$pu = N - qd \quad (4.9)$$

Substitusikan persamaan (4.1):

$$pu = N - (1-p)d$$

$$pu - pd = N - d$$

$$p = \frac{N-d}{u-d} \quad (4.10)$$

atau

$$q = 1-p = \frac{u-N}{u-d} \quad (4.11)$$

Kondisi selanjutnya dilakukan dengan cara pendekatan dengan variansi.

Berdasarkan (4.5) diperoleh model diskrit diterapkan:

$$E(S_1^2) = S_0^2((1-p)d^2 + pu^2) = S_0^2 e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} = S_0^2 e^{2r\Delta t} e^{\sigma^2\Delta t}$$

dengan memisalkan  $N = e^{r\Delta t}$  dan  $Y = e^{\sigma^2\Delta t}$ , dapat ditulis secara matematis, yaitu:

$$E(S_1^2) = S_0^2 N^2 Y \quad (4.12)$$

Persamaan (2.22) dan (4.12) menghasilkan variansi:

$$\begin{aligned} \text{Var}(S_1) &= E(S_1^2) - E(S_1)^2 = p(S_0 u)^2 + (1-p)(S_0 d)^2 - (S_0(pu + (1-p)d))^2 \\ &= S_0^2(pu^2 + (1-p)d^2) - (S_0 N)^2 = S_0^2(pu^2 + (1-p)d^2 - N^2) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Sehingga dengan menyamakan hasil kedua variansi model diskrit pada persamaan (4.12) dan persamaan model kontinu (4.13), menghasilkan:

$$S_0^2 N^2 Y = S_0^2 (pu^2 + (1-p)d^2 - N^2)$$

$$N^2 Y = (pu^2 + (1-p)d^2 - N^2)$$

$$N^2 Y = pu^2 + (1-p)d^2 \quad (4.14)$$

Persamaan (4.14) memenuhi kondisi selanjutnya yang dapat ditulis sebagaimana:

$$N^2Y = pu^2 + qd^2 \quad (4.15)$$

atau, dihasilkan parameter  $p$ :

$$p = \frac{N^2Y - d^2}{u^2 - d^2} \quad (4.16)$$

Selanjutnya, dengan menyamakan persamaan (4.10) dan (4.16) serta memilih menyamakan  $ud = 1$  akan dihasilkan:

$$\frac{N-d}{u-d} = \frac{N^2Y - d^2}{(u-d)(u+d)}$$

$$(u+d)(N-d) = N^2Y - d^2$$

$$uN + dN - ud - d^2 = N^2Y - d^2$$

$$uN + dN - 1 = N^2Y$$

$$N(u+d) - 1 = N^2Y$$

$$N(u+d - N^{-1}) = N^2Y$$

$$u+d - N^{-1} = NY$$

$$u + \frac{1}{u} - N^{-1} = NY$$

$$u^2 + 1 - uN^{-1} = uNY$$

$$u^2 + 1 - u(N^{-1}) - uNY = 0$$

$$u^2 - u(N^{-1} + NY) + 1 = 0 \quad (4.17)$$

Dengan menggunakan rumus akar kuadrat dari persamaan (4.17) dan menggunakannya sebagai selang kepercayaan, menjadi persamaan sebagai berikut:

$$u = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

dengan akar-akar  $u = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4}}{2}$ , dimana  $\beta^2 - 1 > 0$ .

Karena  $d < u$  maka dipilih  $u = \frac{\beta + \sqrt{\beta^2 - 4}}{2}$ , sehingga diperoleh nilai

untuk parameter  $u$  dan  $d$ . Maka, parameter  $u$  didapatkan:

$$u = \frac{1}{2}(\beta + \sqrt{\beta^2 - 4})$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{N} + NY + \sqrt{\frac{1}{N^2} + N^2 Y^2 + 2Y - 4} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{N} + NY + \left[ \frac{1 + N^4 Y^2 + 2N^2 Y - 4N^2}{N^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{N} + NY + N \left[ 1 + N^4 Y^2 + 2N^2 Y - 4N^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$= \frac{N}{2} \left[ \frac{1}{N^2} + Y + \left[ N^2 (N^2 Y^2 + 2Y - 4) + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

Jika  $N^2 Y^2 = 1$ , maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
u &= \frac{N}{2} \left[ \sqrt{Y} \left( \frac{1}{N^2} + Y \right) + \left[ Y \left[ 1 + N^2 + 2N^2Y - 4N^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{N}{2} \left[ \sqrt{Y} \left( \frac{1}{N^2} + Y \right) + \left[ \left[ Y + N^2Y + 2N^2Y^2 - 4N^2Y \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{N}{2} \left[ \sqrt{Y} \left( \frac{1}{N^2} + Y \right) + \left[ Y \left[ Y + N^2Y + 2 - 4N^2Y \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{N}{2} \left[ \frac{Y+1}{N^2} + \left[ \left[ Y^2 - 3N^2Y^2 + 2Y \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{N}{2} \left[ \frac{Y+1}{N^2} + \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{NY^2}{2} \left[ \frac{Y+1}{N^2Y^2} + \frac{1}{Y^2} \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{NY^2}{2} \left[ Y+1 + \frac{1}{Y^2} \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
\text{Jika } Y^2 &= \left( \frac{pu^2 + qd^2}{N^2} \right)^2 = \left( \frac{N^2Y}{N^2} \right) = \left( \frac{N^2Y^2 \cdot N^2}{N^4} \right) = \left( \frac{N^2}{N^4} \right) = \frac{1}{N^2} \\
&= \frac{NY^2}{2} \left[ Y+1 + N^2 \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{NY}{2} \left[ Y(Y+1) + N^2Y \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&= \frac{NY}{2} \left[ Y(Y+1) + N \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right] \\
&\approx \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) + \left[ \left[ Y^2 + 2Y - 3 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \right]
\end{aligned}$$

Jadi, parameter-parameter dari metode Tian *Tree* adalah:

$$u = \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) + \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] \quad (4.18)$$

Karena  $u = 1/d$ , maka:

$$d = \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) - \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] \quad (4.19)$$

dimana:

$$N = \exp(r\Delta t)$$

$$Y = \exp(\sigma^2 \Delta t)$$

Jadi, persamaan (4.11), (4.18) dan (4.19) merupakan solusi aproksimasi numerik metode binomial yang diturunkan, dan model binomial yang dihasilkan adalah versi modifikasi dari model CRR asli, yang dikenal dengan Tian *Tree* atau pohon tian.

## 4.2 Simulasi Numerik Menggunakan Metode Tian *Tree*

### 4.2.1 Perhitungan Harga Saham Metode Tian *Tree* Menggunakan Data Riil

Menghitung harga saham merupakan langkah awal untuk melakukan simulasi perhitungan nilai opsi vanilla tipe Eropa. Pegerakan harga saham merupakan salah satu faktor pertimbangan bagi investor untuk ikut dalam menanamkan sahamnya pada suatu perusahaan. Pada penelitian ini, data yang digunakan bukan bersumber dari data simulasi melainkan data historik empirik atau data riil. Berikut adalah hasil simulasi pergerakan harga saham pada data yang berasal dari [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com):



Gambar 4.2 Pergerakan Harga Saham Menggunakan Data Riil

Pada gambar (4.2) pergerakan harga saham ditunjukkan pada garis warna merah yang menyambung sampai waktu ke- $M$ . Banyak  $M$  dalam grafik tersebut adalah 261. Sehingga, dapat dikatakan bahwa titik pada waktu yang ke-1 menghubungkan ke waktu selanjutnya sampai waktu ke-261. Data harga saham selengkapnya terlampir dalam lampiran 1.

Pergerakan harga saham dapat berubah naik atau turun yang dipengaruhi oleh faktor naik ( $u$ ) dan faktor turun ( $d$ ). Dari gambar (4.2), terlihat bahwa grafik harga saham cenderung bergerak ke atas. Pergerakan harga saham tersebut dapat dikatakan *uptrending*.

Tahap sebelum menentukan nilai opsi *call* maupun *put* pada metode CRR *Tree* ataupun *Tian Tree*, yaitu menentukan harga saham awal, volatilitas, bunga bebas risiko dan harga kesepakatan melalui rumus persamaan yang menggunakan data riil pada website [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com) sedangkan untuk pada waktu jatuh

tempo dan banyaknya iterasi ditentukan dengan data simulasi. Harga saham awal diambil dari harga saham terakhir dari data yang diambil, yaitu sebesar \$76,56.

Data yang digunakan sebanyak 261 selama 5 tahun. Dalam menentukan beberapa parameter-parameter tersebut menggunakan rate of return pertahun menggunakan persamaan (2.11). Dan menggunakan persamaan (2.12) untuk fungsi logaritmanya didapatkan hasil sebesar 0,06. Berikutnya menentukan volatilitas harga saham menggunakan persamaan (2.13). Seperti berikut:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{\tau}} = 0,19 \quad (4.20)$$

Selanjutnya, menentukan harga kesepakatan untuk kedua nilai opsi, yaitu nilai opsi *put* dan nilai opsi *call*. Untuk opsi *call* akan bernilai jika harga saham lebih besar daripada harga kesepakatan, sehingga peneliti menentukan \$75,37 sebagai harga kesepakatan untuk opsi *call*. Sedangkan, opsi *put* akan bernilai jika harga saham lebih kecil daripada harga kesepakatan. Sehingga peneliti menentukan \$78,19 sebagai harga kesepakatan untuk opsi *put*. Jadi, diketahui  $S_0 = \$76,46$ ,  $r = 0,06$ ,  $\sigma = 0,19$ ,  $K_{Call} = \$75,37$ ,  $K_{Put} = \$78,19$ ,  $T = 1$  tahun dan banyaknya iterasi, yaitu 5.

Pada parameter CRR digunakan simbol  $u, d$  dan  $p$ , sedangkan untuk metode Tian *Tree* digunakan simbol  $u_1, d_1$  dan  $p_1$  yang merupakan persamaan persamaan (4.16)-(4.19). Hal ini dilakukan untuk membedakan penggunaan parameter-parameter antara CRR *Tree* dan Tian *Tree*. CRR *Tree* memiliki banyak persamaan setiap parameternya, mulai dari persamaan (2.28)-(2.31). Namun, dari empat persamaan ini tidak dapat dipilih begitu saja. Oleh karena itu, parameter yang digunakan pada CRR *Tree* menggunakan persamaan (2.29), karena



parameter tersebut mengasumsikan  $ud = 1$ . Berikut merupakan perhitungan parameter- parameter dari CRR *Tree*:

$$u = e^{(\sigma\sqrt{\Delta t})} = e^{(0,19\sqrt{1/5})} = 1,088685041 \quad (4.21)$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} = e^{(0,19\sqrt{1/5})} = 0,918539305 \quad (4.22)$$

dan,

$$p = \frac{(e^{r\Delta t} - d)}{(u - d)} = \frac{(e^{0,06(1/5)} - 0,918539305)}{(1,229410826 - 0,918539305)} = 0,549722764 \quad (4.23)$$

Sedangkan, parameter Tian *Tree* diketahui dari persamaan (4.16)-(4.19). dari ketiga persamaan tersebut diketahui bahwa:

$$Y = \exp(\sigma^2 \Delta t) = \exp((0,19)^2 \times 0,2) = 1,0435796 \quad (4.24)$$

$$N = \exp(r\Delta t) = \exp(0,06 \times 0,2) = 1,012072289$$

Dengan perhitungan parameter  $u_1$ ,  $d_1$  dan  $p_1$ , yaitu:

$$u_1 = \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) + \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] = 0,509703 [2,17765] = 1,109953926 \quad (4.25)$$

$$d_1 = \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) - \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right] = 0,509703 [1,83684] = 0,936244605 \quad (4.26)$$

dan

$$p_1 = \frac{N - d_1}{u_1 - d_1} = \frac{1,012072289 - 0,936244605}{1,109953926 - 0,936244605} = 0,436520524 \quad (4.27)$$

Langkah selanjutnya yaitu menghitung harga saham mulai awal dari periode awal ( $t$ ) sampai periode jatuh tempo ( $T$ ). Perhitungan manual pergerakan

harga saham menggunakan gambar (4.2). Harga saham dengan peluang naik pada periode pertama metode *CRR Tree* dapat dijabarkan berikut ini:

$$\begin{aligned} S_u &= S_0 u \\ &= \$76,56 \times 1,088685041 = \$ 83,350 \end{aligned}$$

Sedangkan untuk metode *Tian Tree* yaitu:

$$\begin{aligned} S_u &= S_0 u_1 \\ &= \$76,56 \times 1,109953926 = \$ 84,978 \end{aligned}$$

Sedangkan harga saham dengan peluang turun pada periode pertama untuk metode *CRR Tree*, yaitu:

$$\begin{aligned} S_d &= S_0 d \\ &= \$76,56 \times 0,918539305 = \$70,323 \end{aligned}$$

dan untuk metode *Tian Tree*, sebagaimana berikut:

$$\begin{aligned} S_d &= S_0 d_1 \\ &= \$76,56 \times 0,936244605 = \$71,679 \end{aligned}$$

Uraian di atas merupakan perhitungan secara manual untuk menghitung harga saham metode *CRR Tree* dan *Tian Tree*. Berikut ini merupakan kemungkinan nilai-nilai harga saham percabangan harga saham *CRR Tree* sampai lima periode:

Tabel 4.1 Nilai-Nilai Kemungkinan Harga Saham CRR *Tree* Pada Saat Lima Periode

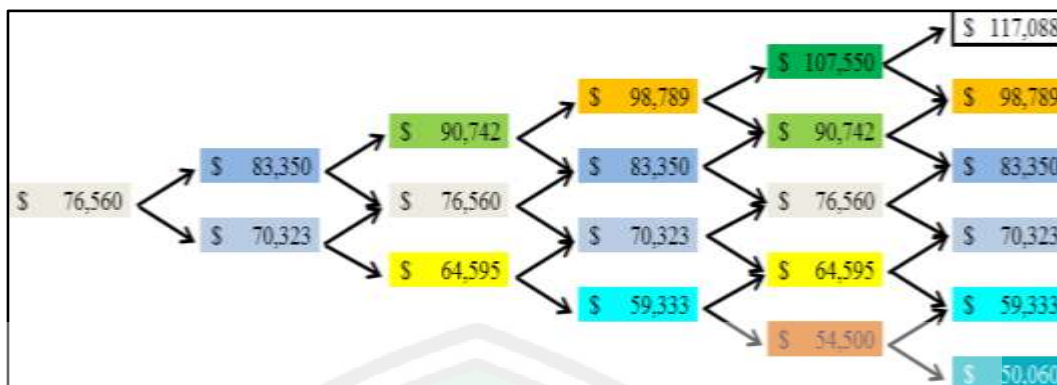
Harga Saham						
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
1	\$ 76,560	\$ 83,350	\$ 90,742	\$ 98,789	\$107,550	\$117,088
2		\$ 70,323	\$ 76,560	\$ 83,350	\$ 90,742	\$ 98,789
3			\$ 64,595	\$ 70,323	\$ 76,560	\$83,350
4				\$ 59,333	\$ 64,595	\$70,323
5					\$ 54,500	\$ 59,333
6						\$ 50,060

Sedangkan, untuk metode Tian *Tree* diperoleh nilai-nilai kemungkinan harga saham seperti berikut ini:

Tabel 4.2 Nilai-Nilai Kemungkinan Harga Saham Tian *Tree* Pada Saat Lima Periode

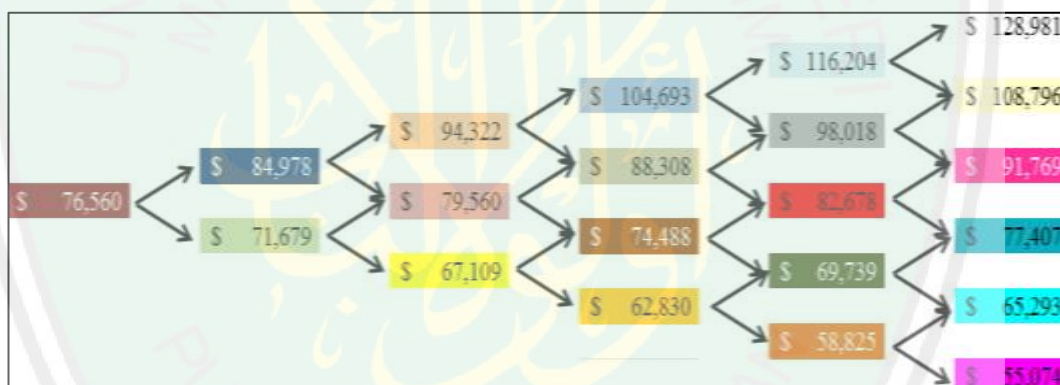
Harga Saham						
	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
1	\$ 76,560	\$84,978	\$94,322	\$ 104,693	\$ 116,204	\$128,981
2		\$71,679	\$79,560	\$ 88,308	\$ 98,018	\$108,796
3			\$67,109	\$ 74,488	\$ 82,678	\$ 91,769
4				\$ 62,830	\$ 69,739	\$ 77,407
5					\$ 58,825	\$ 65,293
6						\$ 55,074

Pada tabel (4.1) dan tabel (4.2) merupakan nilai kemungkinan dari harga saham pada saat periode awal,  $t = 0$ , sampai pada jatuh tempo  $t = 5$ . Untuk pergerakan harga saham CRR *Tree* pada periode kelima dapat digambarkan di bawah ini:



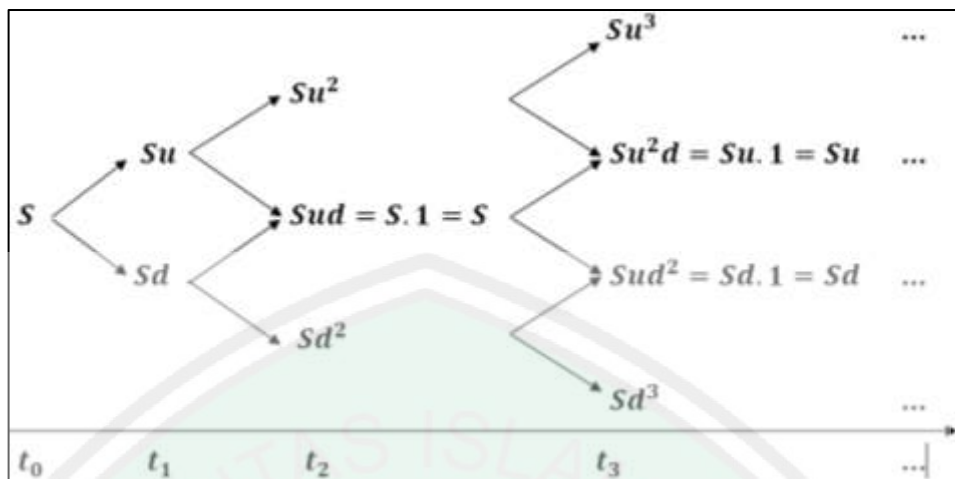
Gambar 4.2 Model Pergerakan Harga Saham CRR *Tree* Pada Saat Lima Periode

Sedangkan, untuk metode Tian *Tree* gambaran pergerakannya seperti berikut ini:



Gambar 4.3 Model Pergerakan Harga Saham Metode Tian *Tree* pada saat Periode Kelima

Pada gambar (4.2) dan gambar (4.3), tidak terdapat selisih yang signifikan. Tetapi, terlihat dari setiap warna yang ditampilkan. Pada gambar (4.2), terdapat beberapa warna yang sama dari pergerakan harga saham yang menunjukkan bahwa nilai dari harga saham percabangan CRR *Tree* sama. Hal tersebut dikarenakan pada parameter CRR *Tree* menggunakan  $ud = 1$ , yang dapat dijelaskan dari *Tree* atau pohon berikut ini:



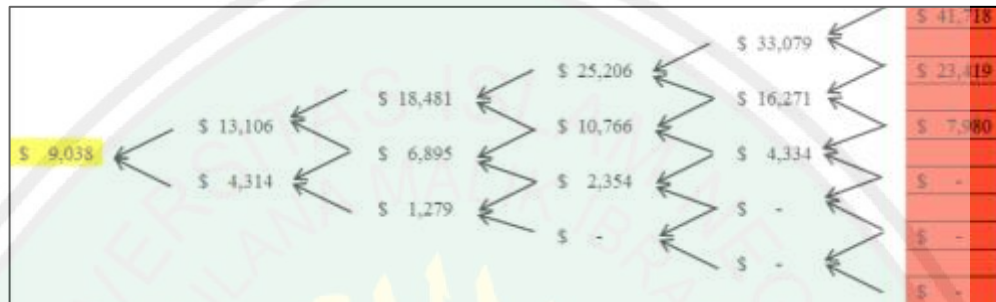
Gambar 4.4 Pergerakan Harga Saham CRR *Tree* Pada Periode Ketiga dan Periode Seterusnya

Sedangkan, untuk metode *Tian Tree*, terlihat pada gambar (4.3) bahwa tidak ada warna atau nilai yang sama satu dengan yang lain. Terjadinya demikian, karena parameter faktor naik ( $u$ ) dan faktor turun ( $d$ ) yang digunakan oleh *Tian Tree* tidak menggunakan  $ud = 1$  melainkan  $u_1d_1 = 1,0316$ .

Langkah berikutnya adalah menentukan nilai opsi dilakukan dengan mengeksekusi saham pada akhir periode. Sebelum penentuan nilai opsi, terlebih dahulu menghitung nilai *payoff* dari masing-masing saham pada periode terakhir. Mencari nilai *payoff* untuk opsi *call* menggunakan persamaan (2.24) sedangkan untuk nilai *payoff* opsi *put* menggunakan persamaan (2.26). Selanjutnya, penentuan nilai opsi dapat dilakukan dengan mengkalkulasi *payoff* yang didiskonkan dengan tingkat suku bunga ( $r$ ) untuk periode pada waktu ( $\Delta t$ ). Persamaan yang dijelaskan merupakan persamaan (2.25). Perhitungan nilai *payoff* untuk metode CRR *Tree* secara manual dapat dijabarkan seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{ji} &= \max \{ S_{ji} - KCall, 0 \} \\
 &= \max \{ \$117,088 - \$75,37; 0 \} = \$ 41,718
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

Penggambaran nilai *payoff* opsi *call* metode *CRR Tree* dapat dilihat seperti di bawah ini:

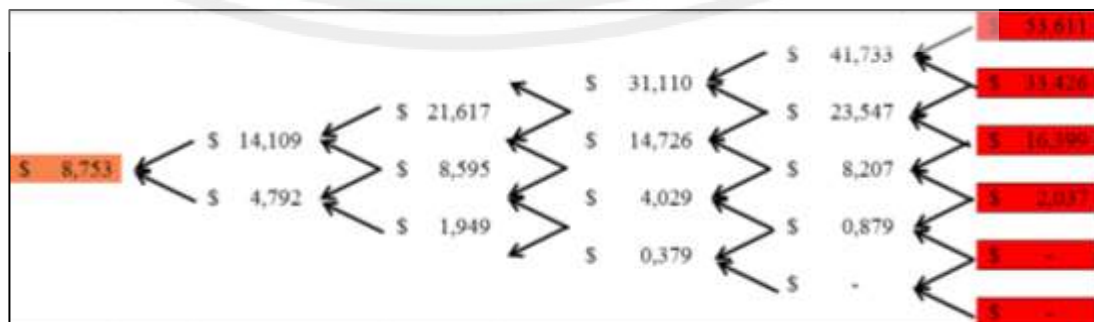


Gambar 4.5 Nilai *Payoff* dan Nilai Opsi *Call* dari Metode *CRR Tree*

Sedangkan, pada metode *Tian Tree* nilai *payoff* dapat dihitung manual, seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 V_{ji} &= \max \{ S_{ji} - KCall, 0 \} \\
 &= \max \{ \$128,981 - \$75,37; 0 \} = \$53,611
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

Penggambaran nilai *payoff* opsi *call* metode *Tian Tree* sebagaimana gambar berikut:



Gambar 4.6 Nilai *Payoff* dan Nilai Opsi *Call* dari Metode *Tian Tree*

Pada gambar (4.5) dan (4.6), terdapat kolom berwarna merah yang menandai bahwa kolom tersebut merupakan nilai *payoff* dari masing-masing harga saham terakhir untuk nilai opsi *call*. Selain itu, dengan menggunakan persamaan (2.25) pada kolom periode ke-2 yaitu dengan mengenakan diskon dari *payoff* pada masing-masing baris maka akan menghasilkan nilai opsi *call*. Penjabaran perhitungan nilai opsi *call* CRR *Tree* secara manual, yaitu:

$$\begin{aligned}
 V_{ji} &= e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i} + (1-p)V_{j+1,i+1}) \\
 &= e^{-0,06 \times 0,2} (0,549722764 \times \$41,718 + (1-0,549722764) \$23,419) \\
 &= \$33,079
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Nilai opsi *call* akan diperoleh melalui perhitungan manual yang telah dijabarkan. Pada gambar (4.4), nilai opsi *call* CRR *Tree* pada lima periode adalah \$ 9,038.

Tidak jauh berbeda dengan CRR *Tree*, lingkaran merah pada gambar (4.6) merupakan *payoff* dari opsi *call*. Perhitungan manual nilai opsi *call* pada metode Tian *Tree* adalah:

$$\begin{aligned}
 V_{ji} &= e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i} + (1-p)V_{j+1,i+1}) \\
 &= e^{-0,06 \times 0,2} (0,549722764 \times \$53,611 + (1-0,549722764) \$33,426) \\
 &= \$41,733
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Sehingga, diperoleh nilai opsi *call* dari metode Tian *Tree*, yaitu \$8,753.

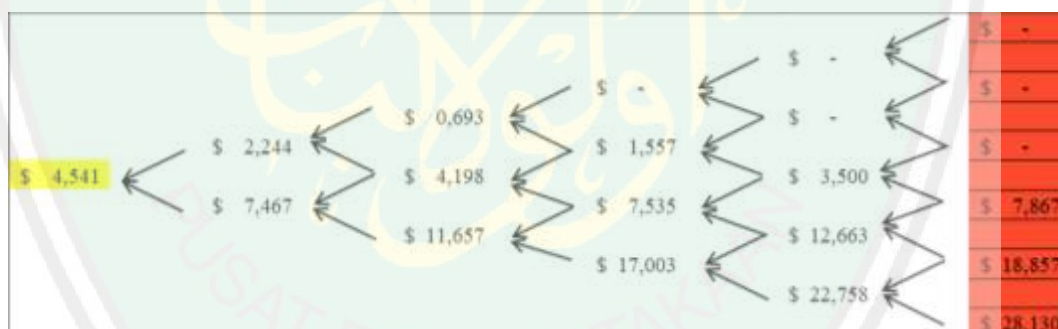
Perlakuan yang sama dengan nilai opsi *call*, nilai opsi *put* dapat diperoleh. Berikut ini merupakan perhitungan nilai *payoff put* metode *CRR Tree* menggunakan persamaan (2.26):

$$\begin{aligned} V_{ji} &= \max \{ KPut - S_{ji}, 0 \} \\ &= \max \{ \$78,19 - \$117,088; 0 \} = \$0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

dan nilai opsi *put* pada *CRR Tree*:

$$\begin{aligned} V_{ji} &= e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i} + (1-p)V_{j+1,i+1}) \\ &= e^{-0,06 \times 0,2} (0,549722764 \times 0 + (1-0,549722764)0) = 0 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Dengan menggunakan rumus manual seperti di atas, maka akan diperoleh nilai opsi *put*. Perhitungan tersebut dapat digambarkan sebagaimana berikut:



Gambar 4.7 Nilai *Payoff* dan Nilai Opsi *Put* dari Metode *CRR Tree*

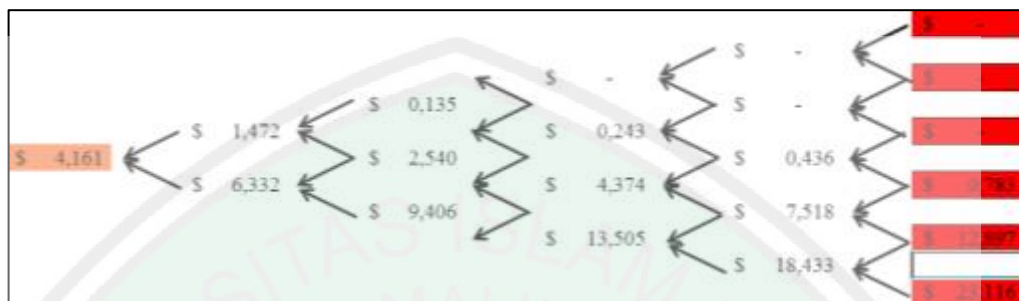
Sedangkan untuk nilai opsi *put* pada metode *Tian Tree* secara manual berikut ini:

$$\begin{aligned} V_{ji} &= \max \{ KPut - S_{ji}, 0 \} \\ &= \max \{ \$78,19 - \$128,981; 0 \} = \$0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

dan nilai opsi *put* pada *Tian Tree*:



$$\begin{aligned}
 V_{ji} &= e^{-r\Delta t} (pV_{j+1,i} + (1-p)V_{j+1,i+1}) \\
 &= e^{-0,06 \times 0,2} (0,436520524 \times 0 + (1-0,436520524)0) = 0 \quad (4.35)
 \end{aligned}$$



Gambar 4. 8 Nilai *Payoff* dan Nilai Opsi *Put* dari Metode *Tian Tree*

Nilai opsi *call* dan *put* yang telah diperoleh dibandingkan dengan nilai opsi model *Black Scholes* pada persamaan (2.24) dan (2.26). Perbandingan dilakukan bertujuan untuk melihat kekonvergenan antara keduanya. Semakin nilai opsi *call* atau *put* mendekati nilai *Black Scholes*, maka semakin konvergen. Untuk nilai opsi *call* metode *Tian Tree* dibandingkan dengan nilai *Black Scholes call*. Berlaku juga untuk *put*, nilai opsi *put* metode *Tian Tree* dibandingkan dengan nilai *Black Scholes put*. Nilai *Black Scholes* dapat diperoleh menggunakan persamaan (2.16), untuk opsi *call* dan persamaan (2.19) untuk opsi *put*.

Pada simulasi untuk *CRR Tree* dan metode *Tian Tree* pada saat lima periode, diketahui bahwa nilai opsi *call* pada *CRR Tree* sebesar \$9,038 sedangkan, pada *Tian Tree* diperoleh \$8,753. Kedua nilai tersebut dibandingkan dengan nilai *Black Scholes call*, yaitu 8,808. Dapat dilihat antara *CRR Tree* dan *Tian Tree* yang paling mendekati dengan nilai *Black Scholes* yaitu nilai opsi *call*

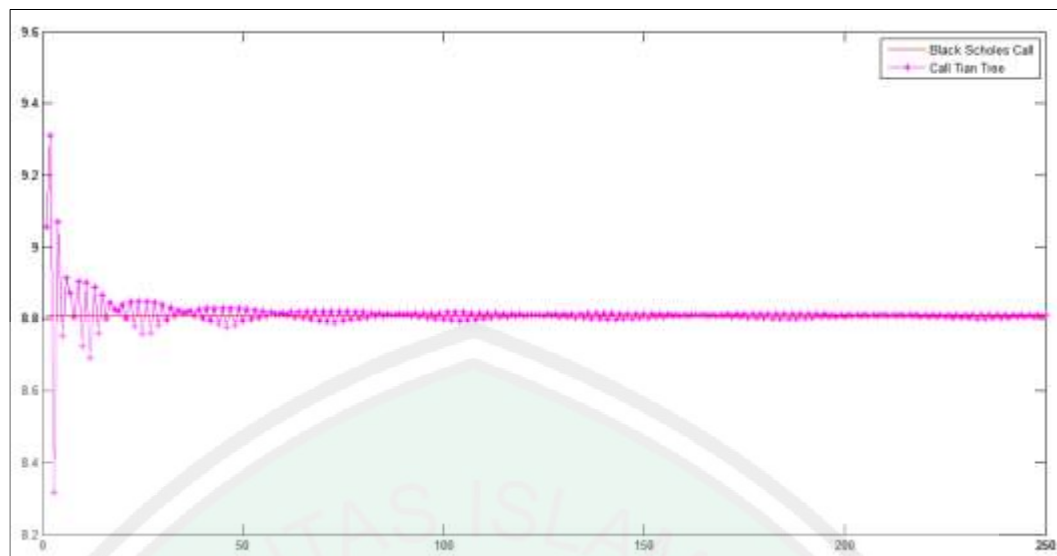
dari *Tian Tree*. Hal tersebut berarti *Tian Tree* merupakan yang paling baik dibanding dengan *CRR Tree* pada saat periode kelima.

Sedangkan, nilai opsi *put* dari *CRR Tree* dan *Tian Tree* masing-masing, yaitu \$4,541 dan \$4,161. Nilai *Black Scholes* untuk *put* diperoleh 3,229. Maka yang mendekati nilai *Black Scholes*, yaitu \$4,161. Nilai tersebut merupakan nilai opsi dari *put Tian Tree*. Dapat disimpulkan juga bahwa, pada saat lima periode *Tian* lebih baik dan lebih konvergen pada nilai *Black Scholes* dibanding dengan *CRR Tree*.

#### **4.2.2 Kekonvergenan Metode *Tian Tree* dalam Penentuan Nilai Opsi *Vanilla* Tipe Eropa**

Kekonvergenan metode *Tian Tree* dalam penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa dapat diperoleh dari simulasi numerik pergerakan nilai opsi dengan iterasi yang lebih banyak daripada pembahasan pada subbab 4.2.1. Simulasi yang akan dijalankan menggunakan data riil yang telah dihitung, pada persamaan (4.20)-(4.23). Parameter-parameter *Tian Tree* yang telah ditentukan pada persamaan (4.25)-(4.27) Dan ditentukan pula iterasi sebanyak 250.

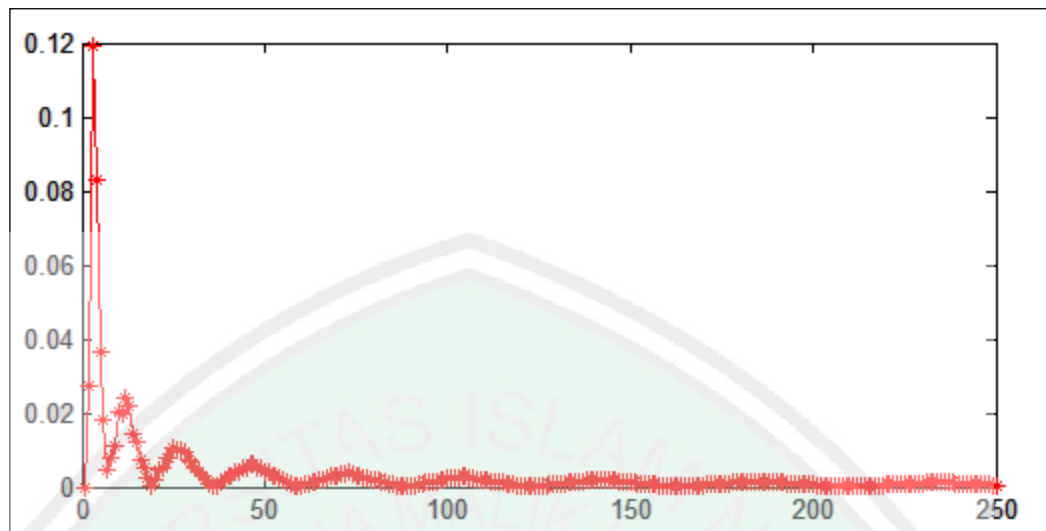
Kekonvergenan suatu metode dalam menentukan nilai opsi dapat dilihat dari grafik. Semakin grafik tersebut mendekati *Black Scholes*, maka semakin konvergen pula metode tersebut. Berikut merupakan grafik yang dihasilkan nilai opsi *call* metode *Tian Tree* dibandingkan dengan *Black Scholes*:



Gambar 4.9 Konvergensi Nilai Opsi *Call* Metode *Tian Tree* sampai dengan 250 iterasi terhadap *Black Scholes*

Pada gambar (4.9), terlihat bahwa grafik hasil simulasi sebanyak 250 iterasi nilai opsi *call* metode *Tian Tree* yang ditunjukkan dengan garis titik berwarna merah sedangkan nilai opsi model *Black Scholes* berwarna biru. Hal tersebut menunjukkan bahwa nilai opsi *call* *Tian Tree* menuju *Black Scholes* yang bernilai 8,8083 atau dapat dikatakan konvergen terhadap *Black Scholes*. Nilai opsi *Tian Tree* pada simulasi 250 sebesar \$8,8116. Nilai-nilai opsi *call* dari *Tian Tree* selengkapnya terdapat dalam lampiran 2.

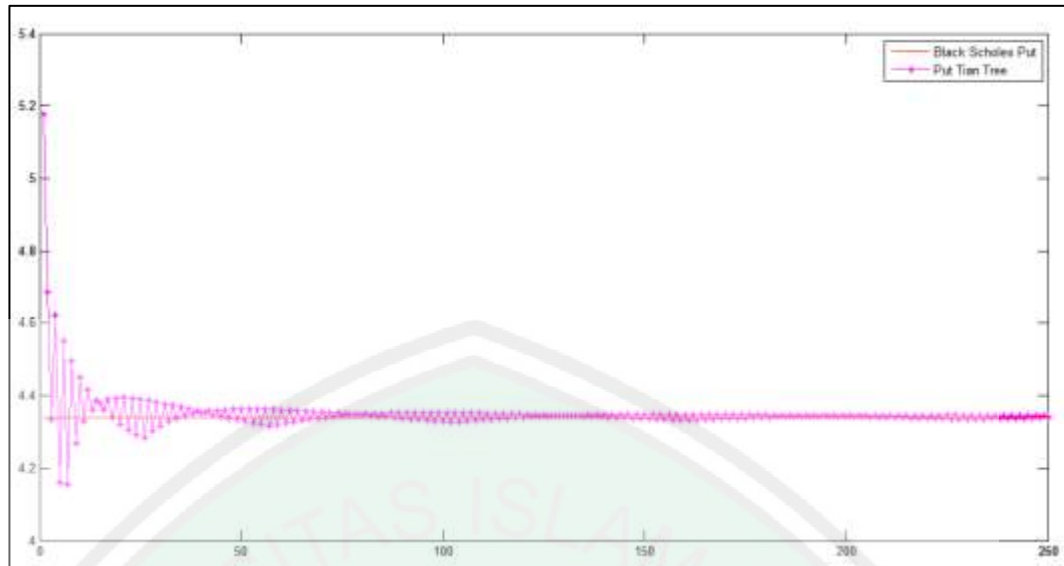
Terlihat pada gambar (4.9), pergerakan nilai opsi *call* *Tian Tree* tidak teratur yang menyebabkan kekonvergenan tidak *smooth* atau tidak monoton. Pada dasarnya nilai opsi Eropa yang diperoleh dengan metode *Tian Tree* tidak sama dengan hasil opsi *call* model *Black Scholes*. Oleh karena itu, terdapat selisih antara nilai opsi menggunakan metode *Tian Tree* dengan model *Black Scholes*. Selisih antara nilai opsi keduanya dapat disebut dengan *error*. Berikut merupakan grafik *error* dari nilai opsi *call* *Tian Tree*:



Gambar 4.10 Konvergensi *Error* Nilai Opsi *Call* Tian Tree

Dari gambar (4.10) di atas dapat dilihat bahwa hasil perhitungan nilai *error* yang berbentuk grafik dengan bintang berwarna merah, untuk simulasi sampai dengan 250 semakin konvergen menuju nilai 0. Nilai-nilai *error* opsi *call* Tian Tree selengkapnya terdapat pada lampiran 2.

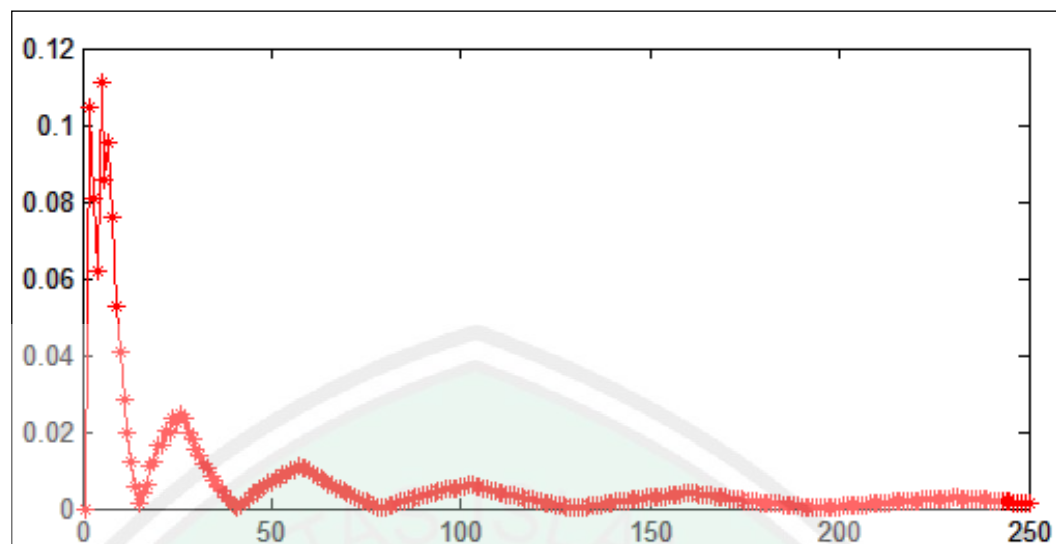
Perlakuan yang sama dengan opsi *call*, kekonvergenan opsi *put* juga dapat dilihat dari grafik. Dengan menggunakan parameter-parameter yang telah dihitung dan ditentukan sebelumnya. Kemudian grafik nilai opsi *put* CRR dibandingkan dengan nilai opsi *put* model *Black Scholes* seperti gambar berikut:



Gambar 4.11 Konvergensi Nilai Opsi *Put* Metode *Tian Tree* Sampai Dengan 250 Iterasi Terhadap *Black Scholes*

Dapat dilihat dari gambar (4.14) terdapat grafik berwarna merah yang merupakan grafik nilai opsi *put* sedangkan untuk garis berwarna biru merupakan nilai opsi model *Black Scholes*. Grafik tersebut merupakan simulasi yang menggunakan 250 iterasi dengan nilai opsi *put* *Tian Tree* sebesar \$4,3392, dan nilai-nilai opsi *put* selengkapnya terdapat pada lampiran 3.

Sama seperti nilai opsi *call*, pada dasarnya nilai opsi *put* yang diperoleh dengan metode *Tian Tree* tidak sama dengan hasil opsi *put* model *Black Scholes*. Oleh karena itu, terdapat selisih antara nilai opsi menggunakan metode *Tian Tree* dengan model *Black Scholes*. Selisih antara nilai opsi keduanya dapat disebut dengan *error*. Berikut merupakan grafik *error* dari nilai opsi *call* *Tian Tree*:

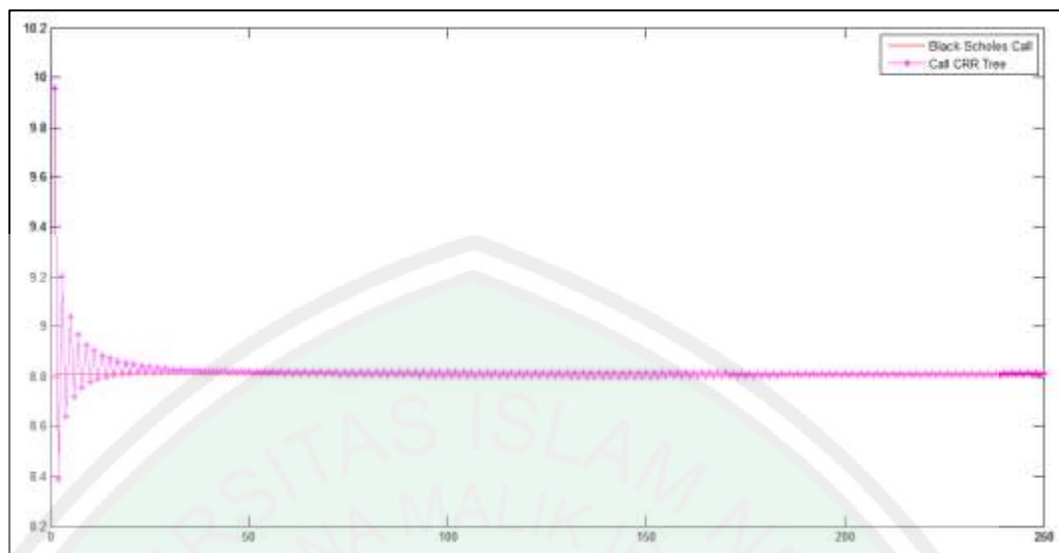


Gambar 4.12 Konvergensi *Error* Nilai Opsi Put Tian Tree

Dari gambar 4.7 di atas dapat dilihat bahwa hasil perhitungan nilai *error* yang berbentuk grafik dengan bintang berwarna merah, untuk simulasi sampai dengan 250 semakin konvergen menuju nilai 0. Nilai-nilai *error* opsi *put* Tian Tree selengkapnya terdapat pada lampiran 2.

#### 4.2.3 Kekonvergenan Metode CRR Tree dalam Penentuan Nilai Opsi *Vanilla* Tipe Eropa

Kekonvergenan metode CRR Tree dalam penentuan nilai opsi *vanilla* tipe Eropa diterapkan sama seperti Tian Tree. Kekonvergenan tersebut dapat diperoleh dari simulasi numerik pergerakan nilai opsi dengan iterasi yang lebih banyak daripada pembahasan sebelumnya, yaitu 250 iterasi sama seperti Tian Tree. Simulasi yang akan dijalankan menggunakan data riil yang telah dihitung, pada persamaan (4.20) - (4.23). Parameter-parameter CRR Tree yang telah ditentukan pada persamaan (4.21)-(4.23). Berikut merupakan grafik yang dihasilkan nilai opsi *call* metode CRR Tree dibandingkan dengan *Black Scholes*:

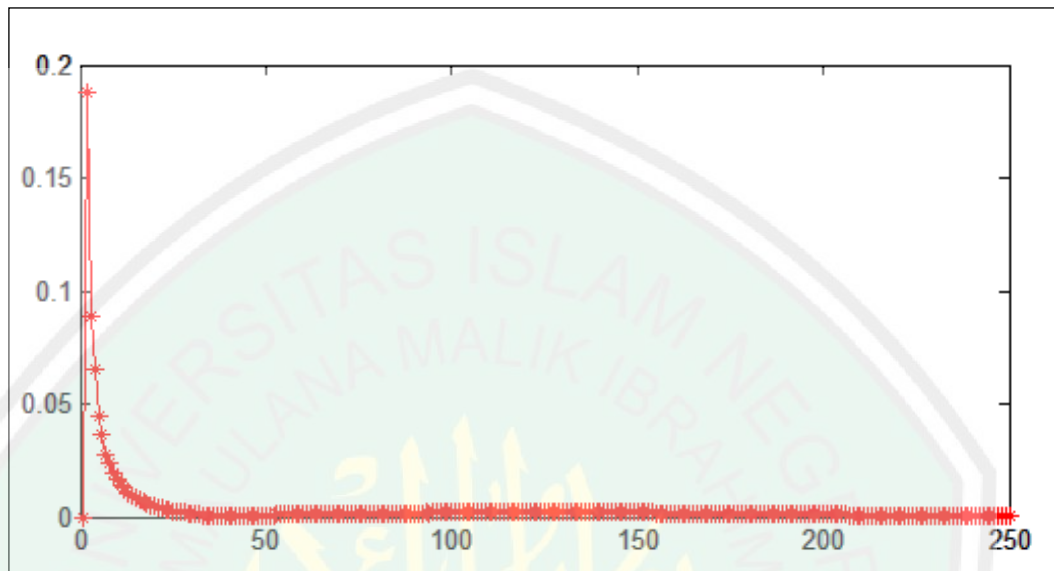


Gambar 4.13 Konvergensi Nilai Opsi *Call* Metode *CRR Tree* sampai dengan 250 iterasi terhadap *Black Scholes*

Pada gambar (4.13), terlihat bahwa grafik hasil simulasi sebanyak 250 iterasi nilai opsi *call* metode *CRR Tree* yang ditunjukkan dengan garis titik berwarna merah sedangkan nilai opsi model *Black Scholes* berwarna biru. Hal tersebut menunjukkan bahwa nilai opsi *call CRR Tree* menuju *Black Scholes* yang bernilai 8,8083 atau dapat dikatakan konvergen terhadap *Black Scholes*. Nilai opsi *CRR Tree* pada simulasi 250 sebesar \$8,8121 yang nilai-nilai opsi *call* dari *CRR Tree* selengkapnya terdapat dalam lampiran 4.

Terlihat pada gambar (4.13), pergerakan nilai opsi *call CRR Tree* tidak teratur yang menyebabkan kekonvergenan tidak *smooth* atau tidak monoton. Pada dasarnya nilai opsi Eropa yang diperoleh dengan metode *CRR Tree* tidak sama dengan hasil opsi *call* model *Black Scholes*. Oleh karena itu, terdapat selisih antara nilai opsi menggunakan metode *CRR Tree* dengan model *Black Scholes*.

Selisih antara nilai opsi keduanya dapat disebut dengan *error*. Berikut merupakan grafik *error* dari nilai opsi *call CRR Tree*:

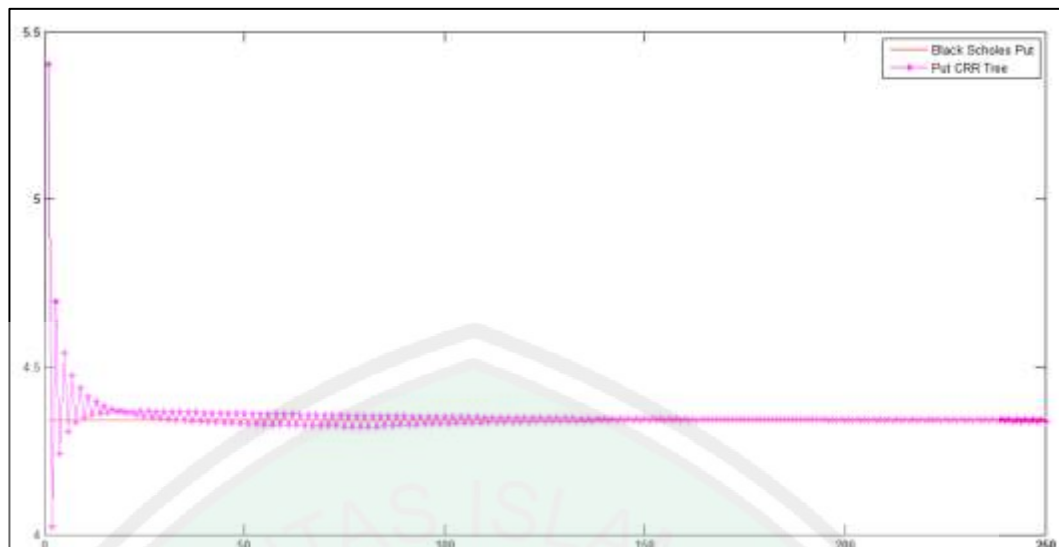


Gambar 4.14 Konvergensi *Error* Nilai Opsi *Call CRR Tree*

Dari gambar (4.7) di atas dapat dilihat bahwa hasil perhitungan nilai *error* yang berbentuk grafik dengan bintang berwarna merah, untuk simulasi sampai dengan 250 semakin konvergen menuju nilai 0. Nilai-nilai *error* opsi *call CRR Tree* selengkapnya terdapat pada lampiran 4.

Perlakuan yang sama dengan opsi *call*, kekonvergenan opsi *put* juga dapat dilihat dari grafik. Dengan menggunakan parameter-parameter yang telah dihitung dan ditentukan sebelumnya. Kemudian grafik nilai opsi *put CRR* dibandingkan dengan nilai opsi *put* model *Black Scholes* seperti gambar berikut:

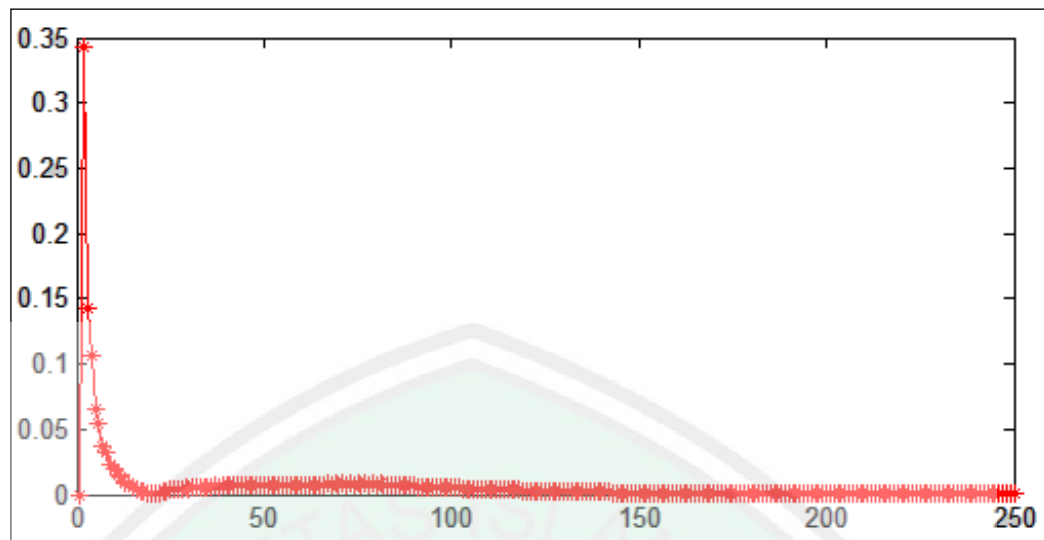




Gambar 4.15 Konvergensi Nilai Opsi *Put* Metode *CRR Tree* Sampai Dengan 250 Iterasi Terhadap *Black Scholes*

Dapat dilihat dari gambar (4.14) terdapat grafik berwarna merah yang merupakan grafik nilai opsi *put* sedangkan untuk garis berwarna biru merupakan nilai opsi model *Black Scholes*. Grafik tersebut merupakan simulasi yang menggunakan 250 iterasi dengan nilai opsi *put CRR Tree* sebesar \$4,3391, dan nilai-nilai opsi *put* selengkapnya terdapat pada lampiran 5.

Sama seperti nilai opsi *Tian Tree*, pada dasarnya nilai opsi *put* yang diperoleh dengan metode *CRR Tree* tidak sama dengan hasil opsi *put* model *Black Scholes*. Oleh karena itu, terdapat selisih antara nilai opsi menggunakan metode *CRR Tree* dengan model *Black Scholes*. Selisih antara nilai opsi keduanya dapat disebut dengan *error*. Berikut merupakan grafik *error* dari nilai opsi *put CRR Tree*:



Gambar 4.16 Konvergensi *Error* Nilai Opsi *Put CRR Tree*

Dari gambar 4.7 di atas dapat dilihat bahwa hasil perhitungan nilai *error* yang berbentuk grafik dengan bintang berwarna merah, untuk simulasi sampai dengan 250 semakin konvergen menuju nilai 0. Nilai-nilai *error* opsi *put CRR Tree* selengkapnya terdapat pada lampiran 5.

### 4.3 Perbandingan Metode *Tian Tree* dengan *CRR Tree* Pada Penentuan Nilai Opsi *Vanilla* tipe Eropa

#### 4.3.1 Perbandingan Nilai Opsi *Call Tian Tree* dengan *CRR Tree*

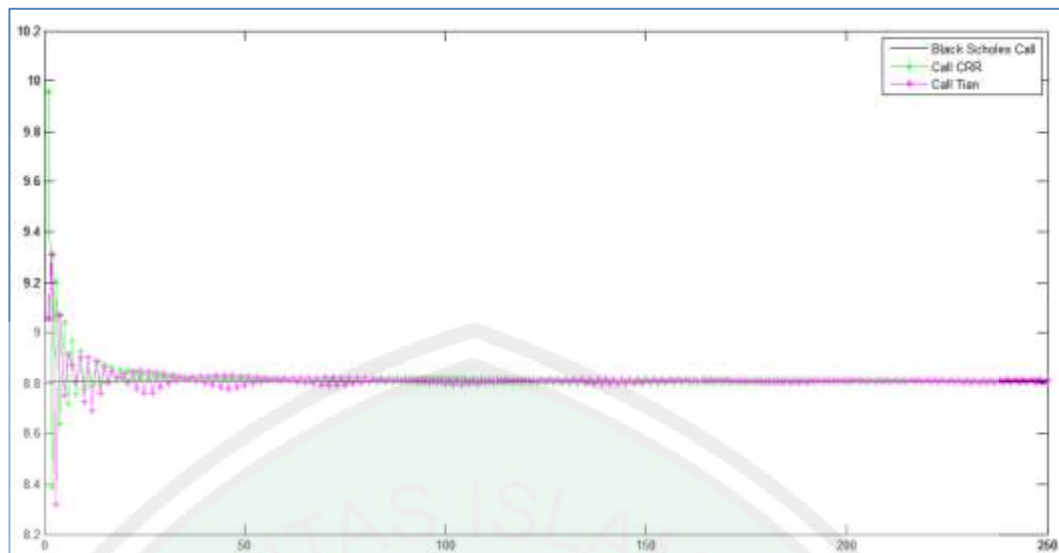
Perbandingan nilai opsi metode *Tian Tree* dan *CRR Tree* dilakukan dengan membandingkan nilai opsi dan *error*. Simulasi yang dilakukan pada perhitungan nilai opsi menggunakan iterasi sebanyak 250. Dengan begitu, dapat membentuk sebuah grafik nilai opsi yang kemudian akan dibandingkan dengan nilai opsi model *Black Scholes*. Selain itu, dapat membentuk pula sebuah grafik *error* yang merupakan selisih dari nilai opsi *Tian Tree* atau *CRR Tree* dengan nilai opsi model *Black Scholes*. Dalam subbab ini membahas tentang

perbandingan nilai untuk opsi *call*. Berikut merupakan nilai-nilai opsi *call* untuk metode *CRR Tree* dan *Tian Tree* yang diringkas dalam tabel:

Tabel 4.3 Perbandingan Opsi *Call Tian Tree* dan *CRR Tree* Terhadap *Black Scholes*

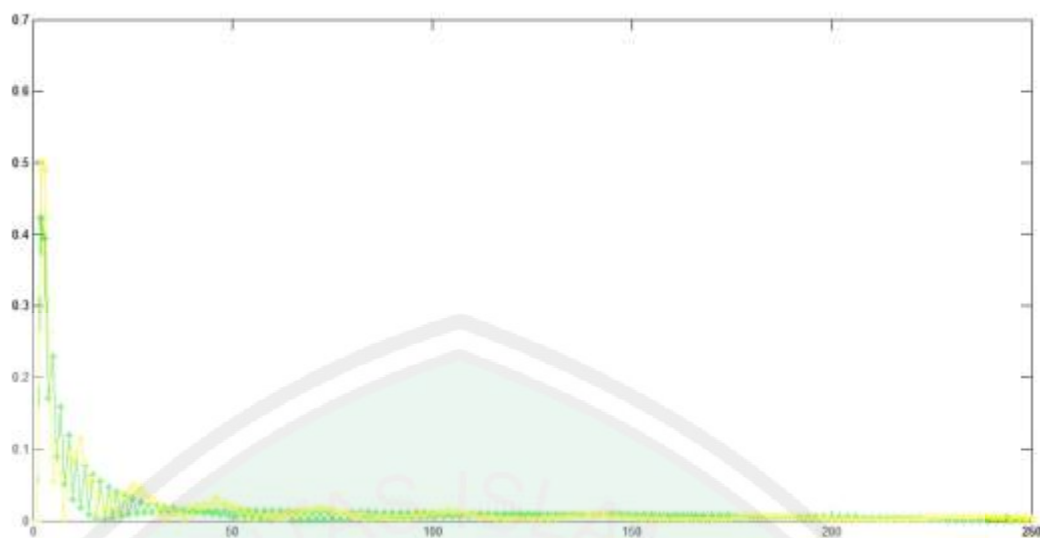
Iterasi Ke-	Nilai Opsi		<i>Black Scholes</i>	Nilai Error	
	<i>CRR Tree</i>	<i>Tian Tree</i>		<i>CRR Tree</i>	<i>Tian Tree</i>
50	8,8222	8,7921	8,8083	0,0139	0,0162
100	8,8192	8,7988		0,0109	0,0095
150	8,8146	8,8162		0,0063	0,0079
200	8,8239	8,8074		0,0156	0,0009
250	8,8121	8,8116		0,0038	0,0033

Pada tabel (4.3), diberikan nilai-nilai opsi *call* untuk kedua metode dengan iterasi kelipatan 50. Pada beberapa iterasi, metode *Tian Tree* lebih banyak yang konvergen dibanding metode *CRR Tree*. Dapat dilihat pada perbandingan kedua nilai opsi dengan *Black Scholes*. Semakin mendekati *Black Scholes* maka semakin konvergen nilai opsi tersebut. Selain itu, semakin kecil *error* atau selisih antara metode yang digunakan untuk menentukan nilai opsi maka akan semakin mendekati 0. Terlihat pada tabel (4.3), kolom berwarna kuning merupakan metode yang paling baik diantara keduanya. Nilai opsi selengkapnya terlampir dalam lampiran 2 dan 4. Dapat dilihat pada gambar di bawah yang bertujuan untuk melihat lebih jelas perbedaan antara keduanya:



Gambar 4.17 Perbandingan Kekonvergenan Nilai Opsi *Call CRR Tree* dan *Tian Tree*

Pada gambar (4.17), terlihat perbandingan kedua metode. Terdapat garis berwarna hitam yang sebagian tertutupi oleh nilai opsi kedua metode merupakan nilai opsi model *Black Scholes*. Dan grafik berwarna hijau merupakan grafik kekonvergenan nilai opsi *call* dari metode *CRR Tree*. Kedua grafik, yaitu grafik metode *Tian Tree* dan *CRR Tree* tersebut cenderung tidak monoton atau tidak *smooth*. Semakin bertambahnya iterasi yang digunakan, grafik nilai opsi *call CRR Tree* semakin konvergen dengan nilai opsi model *Black Scholes*. Hal tersebut menunjukkan bahwa kedua grafik konvergen terhadap *Black Scholes*. Hal tersebut diperkuat dengan hasil grafik kekonvergenan nilai *error*:



Gambar 4.18 Perbandingan Kekonvergenan *Error* dari Nilai Opsi *Call CRR Tree* dan *Tian Tree*

Pada gambar (4.18), grafik berwarna kuning adalah konvergensi *error* dari nilai opsi *call Tian Tree* sedangkan grafik berwarna hijau adalah konvergensi *error* dari opsi *call* metode *CRR Tree*. Terlihat bahwa pergerakan grafik keduanya tidak monoton atau perubahan naik turunnya relatif signifikan. Meskipun begitu keduanya konvergen mendekati nilai 0. Akan tetapi, metode *Tian Tree* lebih cepat konvergen. Dibuktikan dengan grafik nilai opsi pada gambar (4.17) dan nilai *error* milik *Tian Tree* lebih cepat mendekati 0. Selengkapnya nilai *error* terdapat pada lampiran 2.

#### 4.3.2 Perbandingan Nilai Opsi *Put Tian Tree* dengan *CRR Tree*

Membandingkan nilai opsi *put Tian Tree* dan *CRR Tree* dilakukan tidak jauh berbeda dengan alur yang dilakukan dalam membandingkan nilai opsi *call Tian Tree* dan *CRR Tree*. Dengan membandingkan nilai pada simulasi setiap kelipatan 50, grafik nilai opsi *put* terhadap *Black Scholes* dan grafik konvergensi

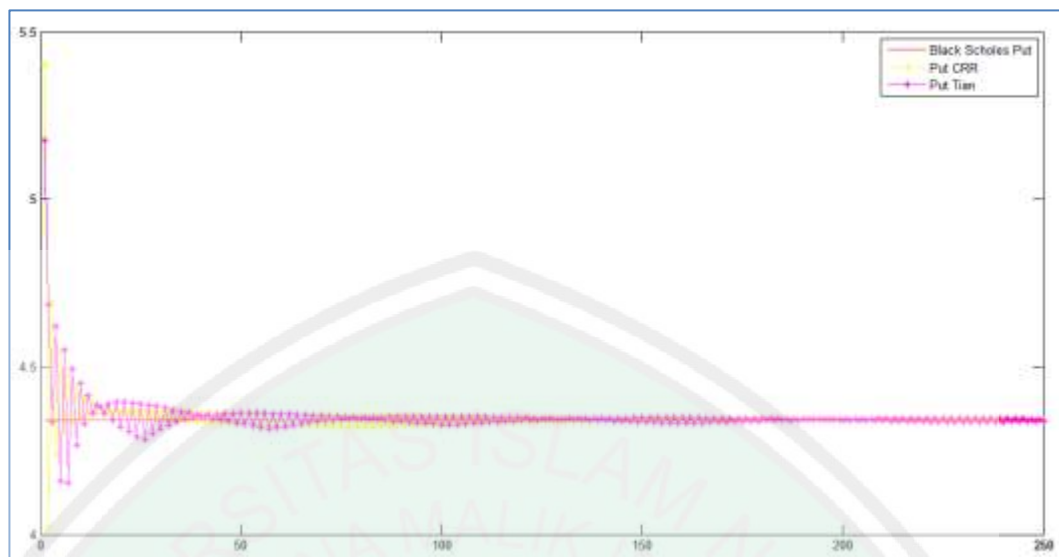
nilai *error*. Simulasi yang dilakukan pada perhitungan nilai opsi menggunakan iterasi sebanyak 250. Dengan begitu, dapat dibentuk sebuah grafik nilai opsi yang kemudian akan dibandingkan dengan nilai opsi model *Black Scholes*. Dalam subbab ini membahas tentang perbandingan nilai untuk opsi *put*. Berikut merupakan nilai-nilai opsi *put* untuk metode *CRR Tree* dan *Tian Tree* yang diringkas dalam tabel:

Tabel 4.4 Perbandingan Nilai Opsi *Put* *Tian Tree* dan *CRR Tree* Terhadap *Black Scholes*

Iterasi Ke-	Nilai Opsi		<i>Black Scholes</i>	Nilai <i>Error</i>	
	<i>CRR Tree</i>	<i>Tian Tree</i>		<i>CRR Tree</i>	<i>Tian Tree</i>
50	4,3625	4,3628	4,3406	0,0219	0,0222
100	4,3524	4,3280		0,0118	0,0126
150	4,3463	4,3483		0,0057	0,0077
200	4,3422	4,3421		0,0016	0,0015
250	4,3391	4,3392		0,0015	0,0014

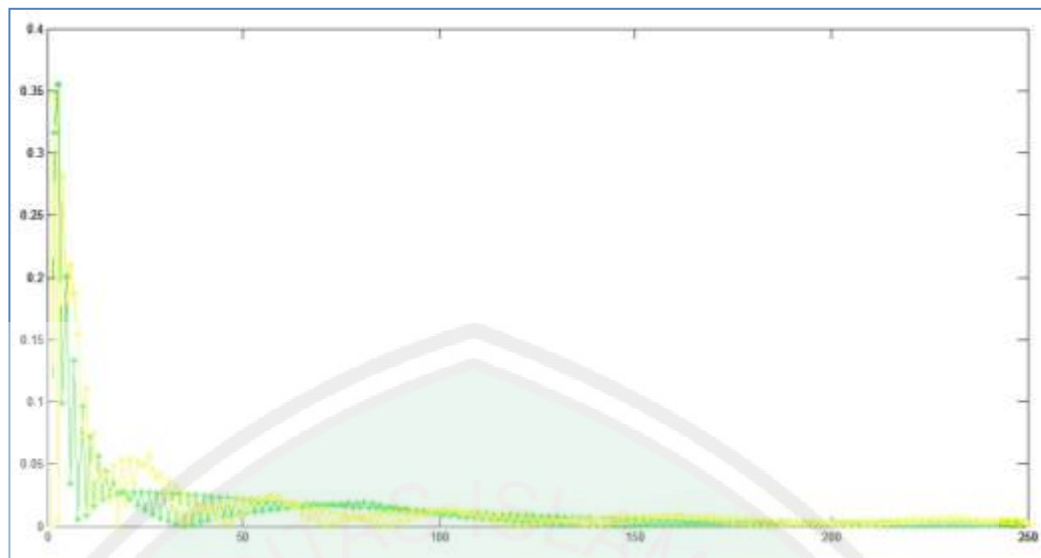
Pada tabel (4.4), diberikan nilai-nilai opsi *put* untuk kedua metode pada iterasi kelipatan 50. Pada iterasi ke-250, nilai opsi *put* *Tian Tree* bernilai \$4,3392. Nilai opsi selengkapnya terdapat pada lampiran 3. Terlihat bahwa pada iterasi semakin besar, metode *Tian Tree* lebih cepat konvergen pada iterasi dibanding metode *CRR Tree*. Untuk nilai opsi *put* *CRR Tree* nilai opsi terdapat pada lampiran 5.

Dapat dilihat pada perbandingan kedua nilai opsi dengan *Black Scholes*. Semakin mendekati *Black Scholes* maka semakin konvergen nilai opsi tersebut. Kolom berwarna kuning merupakan metode yang paling baik diantara keduanya. Maka dapat disimpulkan bahwa semakin banyak iterasi yang disimulasikan maka semakin baik metode *Tian Tree*. Dapat dilihat pada gambar di bawah yang bertujuan untuk meliha lebih jelas perbedaan antara keduanya:



Gambar 4.19 Perbandingan Kekonvergenan Nilai Opsi *Put CRR Tree* dan *Tian Tree*

Pada gambar (4.18), terlihat jelas perbandingan kedua metode. Terdapat grafik berwarna merah muda merupakan nilai opsi *put* metode *Tian Tree*. Sedangkan, grafik berwarna kuning merupakan nilai opsi metode *CRR Tree*. Dan garis berwarna merah yang sebagian tertutupi oleh nilai opsi dari kedua metode tersebut merupakan nilai opsi model *Black Scholes*. Tidak jauh berbeda dengan pergerakan grafik pada nilai opsi *call*, grafik kekonvergenan milik *Tian Tree* dan *CRR Tree* cenderung tidak monoton atau terdapat pergerakan naik turun nilai opsinya. Naik turun nilai opsi *put* tersebut semakin konvergen seiring dengan semakin banyaknya iterasi. Keadaan tersebut diperkuat dengan hasil grafik kekonvergenan nilai *error*:



Gambar 4.20 Perbandingan Kekonvergenan Nilai *Error* Opsi *Put* CRR *Tree* dan Tian *Tree*

Pada gambar (4.19), grafik berwarna kuning merupakan konvergensi *error* dari nilai opsi *call* Tian *Tree* sedangkan grafik berwarna hijau adalah konvergensi *error* dari metode CRR *Tree*. Terlihat bahwa kedua grafik tidak monoton atau perubahan naik turunnya relatif signifikan. Meskipun begitu keduanya konvergen mendekati nilai 0. Dapat disimpulkan bahwa metode Tian *Tree* untuk opsi *put* lebih cepat konvergen mendekati 0. Nilai *error* selengkapnya terdapat pada lampiran 4 dan 5.

Dari dua hasil perbandingan di atas, dapat disimpulkan bahwa metode Tian *Tree* lebih baik daripada metode CRR *Tree* pada beberapa iterasi. Kondisi tersebut diperkuat dengan hasil nilai opsi *put* dan *call* yang mendekati *Black Scholes*. Selain itu, nilai *error* yang dihasilkan oleh Tian *Tree* lebih kecil dari CRR *Tree*.



#### 4.4 Implementasi Nilai Opsi Metode Tian Tree pada Trader Saham

Pada pembahasan sebelumnya, telah dihitung parameter-parameter, kemungkinan harga saham, dan nilai opsi *put* maupun *call* untuk metode Tian Tree dan CRR Tree. Kemudian, penerapan pada nilai opsi kedua metode pada trader saham. Harga saham yang digunakan pada waktu awal perjanjian antara holder yaitu trader dan writer sebesar \$76,56. Waktu jatuh tempo yang ditetapkan yaitu satu (1) tahun. Dalam waktu satu tahun, terdapat banyak kemungkinan harga saham. Kemungkinan harga saham tersebut bergerak naik turun, mulai \$50,00 sampai \$117,088.

Harga kesepakatan \$75,37 untuk perjanjian dengan opsi *call* (menjual). Jika harga saham bergerak naik yaitu \$117,088 pada akhir periode, maka trader saham atau pemegang saham akan mendapatkan keuntungan sebesar selisih dari harga saham pada periode akhir dan harga kesepakatan. Besar keuntungan yang diperoleh yaitu  $(\$117,088 - \$75,37 = \$41,718)$ . Dengan keuntungan tersebut, opsi *call* akan digunakan sebagai penjamin bagi pemilik opsi untuk membeli saham dengan harga sesuai kesepakatan dari writer. Writer tidak akan mengalami kerugian karena pada awal periode telah menerima uang dari holder hasil dari penjualan opsi *call*. Berikut merupakan tabel nilai opsi yang diterima oleh writer untuk kedua metode:

Tabel 4.5 Nilai Opsi Tian Tree dan CRR Tree untuk *put* maupun *call*

Opsi	Nilai Opsi		Harga Kesepakatan
	Tian Tree	CRR Tree	
Call	\$8,8162	\$8,8146	\$75,37
Put	\$4,3392	\$4,3391	\$78,19

Pada tabel di atas, dapat dilihat bahwa nilai opsi call metode CRR *Tree* sebesar \$8,8146 dan Tian *Tree* sebesar \$8,8162. Dengan demikian, nilai opsi call Tian *Tree* lebih besar \$0,0016 dari metode CRR *Tree* yang berarti bahwa pihak *writer* akan menerima dari *holder (trader)* sebesar \$8,8162.

Berlaku juga sebaliknya, jika pada saat jatuh tempo harga saham bergerak turun yaitu sebesar \$50,00. Harga tersebut dibawah harga kesepakatan sebesar \$75,37. Maka *trader* saham tidak akan mengalami keuntungan ataupun kerugian. Hal tersebut terjadi disebabkan karena *trader* tidak menggunakan hak pada *writer* untuk membeli saham. Alasan *trader* melakukan tersebut karena harga kesepakatan lebih tinggi dari harga saham pada waktu jatuh tempo.

Sedangkan untuk opsi put (membeli), harga kesepakatan yang disepakati sebesar \$78,19. Jika harga saham bergerak turun yaitu \$50,00 pada akhir periode, maka *trader* saham atau pemegang saham akan mendapatkan keuntungan sebesar selisih dari harga saham pada periode akhir dan harga kesepakatan. Besar keuntungan yang diperoleh yaitu  $(\$78,19 - \$50,00 = \$28,19)$ . Dengan keuntungan tersebut, opsi put akan digunakan sebagai penjamin bagi pemilik opsi untuk membeli saham dengan harga sesuai kesepakatan dari *writer*.

Pada tabel (4.5), dapat dilihat bahwa nilai opsi put metode CRR *Tree* sebesar \$4,3391 dan Tian *Tree* sebesar \$4,3392. Dengan demikian, nilai opsi put Tian *Tree* lebih besar \$0,0001 dari metode CRR *Tree* yang berarti bahwa pihak *writer* akan menerima dari *holder (trader)* sebesar \$4,3392.

Sebaliknya, jika pada saat jatuh tempo harga saham bergerak naik yaitu sebesar \$117,088. Harga tersebut di atas harga kesepakatan sebesar \$78,19. Maka

trender saham tidak akan mengalami keuntungan ataupun kerugian. Hal tersebut terjadi disebabkan karena *trader* tidak menggunakan hak pada *writer* untuk menjual saham. Alasan *trader* melakukan tersebut karena harga kesepakatan lebih rendah dari harga saham pada waktu jatuh tempo.

#### 4.5 Nilai-Nilai Keislaman Jual Beli Saham

Islam merupakan agama yang kompleks. Setiap aspek kehidupan, islam memberikan warnanya, tidak terkecuali aspek ekonomi. Kegiatan ekonomi yang paling sering dilakukan adalah jual beli. Dalam kegiatan jual beli tidak diperbolehkan memperoleh ataupun memakan harta yang batil. Harta yang batil ini merupakan harta hasil merampok, merampas, mencuri, atau hasil berjualan barang haram contohnya khamr, narkoba, dll. Larangan itu jelas diatur dalam suraat An Nissa (5:29). Kemudian diperkuat dengan hadist riwayat Bukhori:

حُرِّمَتِ التِّجَارَةُ فِي الْخَمْرِ

“Perdagangan *khomr* telah diharamkan” (HR. Bukhari no. 2226).

Salah satu contoh objek perdagangan adalah opsi. Kegiatan jual beli opsi termasuk barang yang halal sehingga boleh untuk dipergunakan.

Kegiatan jual beli dalam islam mempunyai syarat dan rukun. Yang pertama adalah akad, dalam transaksi jual beli opsi, hal yang pertama dilakukan adalah perjanjian atau akad antara penjual dan pembeli. Untuk menjamin keseimbangan antara penjual dan pembeli agar kesepakatan yang dibuat oleh para pihak lebih sempurna maka ketentuan tentang *khiyar* sangat diperlukan. Akad yang dilakukan pada pembelian opsi yaitu memberikan hak sepenuhnya bagi pembeli dan tidak

wajib untuk dilakukan. Hak dari pembeli ini dapat memuat dalam hak *khiyar ta'yin* dan *khiyar syarat*. Selain itu, waktu jatuh tempo yang ditentukan pada awal akad juga termasuk *khiyar ta'yin*. Opsi sudah tidak asing dalam kalangan para investor yang sering menanam saham. Tentu saja, investor atau pembeli opsi tahu akan sifat opsi dan penggunaan opsi. Sehingga, hak pembeli tersebut termasuk *khiyar rukyat*. Pada waktu jatuh tempo yang telah disepakati sebelumnya, pembeli berhak untuk membeli atau tidak. Hak tersebut termasuk hak *khiyar al majlis*. Selain itu, opsi merupakan barang yang tidak najis, tidak haram dan mempunyai nilai tukar atau zaman sekarang yang umum dan hampir semua negara menggunakan adalah mata uang.



## BAB V PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh kesimpulan untuk menjawab rumusan masalah pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Aproksimasi numerik metode *Tian Tree* pada penentuan nilai opsi *vanilla tipe*

Eropa diperoleh parameter-parameter  $u_1$ ,  $d_1$  dan  $p_1$ , yaitu:

$$u_1 = \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) + \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right]$$

$$d_1 = \frac{NY}{2} \left[ (Y+1) - \sqrt{Y^2 + 2Y - 3} \right]$$

dan

$$p_1 = \frac{N - d_1}{u_1 - d_1}$$

2. Nilai opsi *call* maupun *put* metode *Tian Tree* konvergen atau mendekati nilai opsi dengan menggunakan model *Black Scholes*. Oleh karena itu, *Tian Tree* dapat dikatakan metode yang efektif yang dilihat dari konvergensi dari nilai *Black Scholes*.
3. Hasil dari perbandingan penentuan nilai opsi *call* dan *put* antara metode *Tian Tree* dan *CRR Tree* adalah *Tian Tree* bersifat optimal pada beberapa iterasi. Semakin banyak iterasi yang digunakan, semakin optimal metode *Tian Tree*. Hasil tersebut dapat dilihat dari nilai opsi, konvergensi melalui gambar dan nilai *error*.
4. Jika harga saham lebih besar dari harga kesepakatan maka *trader* akan mendapat keuntungan dengan menggunakan opsi *call*. Sebaliknya, Jika harga

saham lebih kecil dari harga kesepakatan maka *trader* akan mendapat keuntungan dengan menggunakan opsi *put*.

## 5.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan lagi dengan menggunakan metode yang sama yaitu *Tian Tree* yang digunakan pada penentuan nilai opsi tipe Asia dan Amerika.



## DAFTAR RUJUKAN

- Appolloni, Elisa dan Ligori, Andrea. 2014. *Efficient Tree Methods For Pricing Digital Barrier Option*. United State of America: Wiley-interscience.
- Aziz, A. 2009. Empat Model Aproksimasi Binomial Harga Saham Model *Black-Scholes*. Cauchy: *Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, **1(1)**, (Online), (<http://ejournal.uin-malang.ac.id/index.php/Math/Article/View/1702>), diakses pada 8 September 2019.
- Brandimarte, paole. 2016. *Numerical Methods in Finance and Economics-A Matlab Based Introduction – Second Edition*. United State of America: Wiley-interscience.
- Chapra, S.C. dan Canale, R.P. 2010, *Numerical Methods for Engineers Sixth Edition*. New York: McGraw-Hill.
- Cox, J.C., S. A. Ross, and M. Rubinstein. 197. Harinaldi. 2005. *Prinsip-Prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Erlangga.
- Hariyani, Iswi. 2010. *Rekonstrukturisasi dan Penghapusan Kresit Macet*. Jakarta: PT Alex Media Komputindo.
- Hull, John C. 2000. *Options, Futures And Other Derivatives Fourth Edition*. United States Of America: Prentice-Hall Inc.
- Korn, R dan E.Korn. 2001. *Option Pricing and Portfolio Optimization: Modern Methods of Financial Mathematics*. United State of Amerika: American Mathematical Society.
- Leisen, DP & Reimer, M. 1996. Binomial Models for Option Valuation – Examining and Improving Convergence. *Applied Mathematical*, 3(4): 319-346.
- Manurung, Adler Haymans. 2011. *Kaya dari Bermain Opsi di Bursa Saham*. Jakarta: PT Kompas Media Nusantara.
- Mason, Robert D dan Douglas A. Lind. 1996. *Teknik Statistik untuk Bisnis & Ekonomi Edisi Sembilan Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Mawby, William D. 2007. *Project Portofolio Selection for Six Sigma*. Milwaukee: American Society for Quality.
- Muhammad, Syaikh bin Shalih asy-Syawi. 2000. *An-Nafahat Al Makiyyah Fii Tafsir Kitab Rabbalbariyyah*. Bandung: Pustaka Imam Syafi'i.
- Mulyo, Hadi, Shobahussurur. 1992. *Falsafah dan Hikmah Hukum Islam* Semarang: CV. Adhi Grafika.

- Nurkanovic. 2017. *The TianTree For Option Pricing*. Tesis diterbitkan tanggal 23 Mei 2017. Jerman: Universitas Kaiserslautern.
- Rachmat. 2006. *Muamalah*. Bandung: CV Pustaka Setia.
- Rahman, Anita. 2010. *Model Black-ScholesPutCall Parity Nilai opsi Tipe Eropa dengan Pembagian Dividen*. Semarang: Universitas Semarang.
- Rice, J.A. 1995. *Mathematical Statistics and Data Analysis*. (2nd ed.) Belmont, CA: Duxbury Press.
- Seydel, Rudiger. 2002. *Tools for Computational Finance*. Berlin: Springer.
- Sugiyono. 2000. *Statistika untuk Peneliti*. Bandung: Alfabeta.
- Sinclair, Euan. 2010. *Option Trading: Pricing and Volumeatility Strategies and Techniques*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Soetopo, Wirdandi dan Lily Montarcih L. 2017. *Rekayasa Statistika untuk Teknik Perairan*. Malang: UB Press.
- Tambunan, Andy Porman. 2008. *Menilai Harga Wajar Saham (Stock Valuation)*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Tian, Yisong. 1993. A Modified Lattice Approach To *Option Pricing*. *Journal Of Futures Markets*, 13(5): 563-577.
- Umar, Husein. 2000. *Business An Introduction*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.
- Ya'kub, Hamzah. 1992. *Kode Etik Dagang Menurut Islam (Pola Pembinaan Hidup Dalam Berekonomi)*. Bandung: Diponegoro.
- Wibowo dan Abubakar Arif. 2009. *Akuntansi Keuangan Dasar 2 Edisi Ketiga*. Jakarta: Cikal Sakti.
- Würtz, Diethelm, Tobias Setz, dan Yohan Chalabi. 2006. *Rmetric-Option valuation*. *Financial Engineering and Computational Finance*. (Online). (<http://www.rmetrics.org>) diakses pada 8 November 2019.



## LAMPIRAN

### LAMPIRAN 1

Data data harga saham Merek & Co mulai dari tanggal 3 Maret 2015 hingga  
24 Februari 2020

Date	Z hitung	Close	Return
02/03/2015	-0.770452011	56.84	
09/03/2015	-0.827897678	56.2	-0.011323529
16/03/2015	-0.614271181	58.58	0.041476601
23/03/2015	-0.688771326	57.75	-0.014270026
30/03/2015	-0.747114852	57.1	-0.011319268
06/04/2015	-0.733650823	57.25	0.002623561
13/04/2015	-0.766861562	56.88	-0.006483839
20/04/2015	-0.702235355	57.6	0.01257873
27/04/2015	-0.499379757	59.86	0.038485986
04/05/2015	-0.420391752	60.74	0.014593973
11/05/2015	-0.466169019	60.23	-0.008431925
18/05/2015	-0.542464074	59.38	-0.014213081
25/05/2015	-0.406928172	60.89	0.025111455
01/06/2015	-0.577469993	58.99	-0.031700969
08/06/2015	-0.678000336	57.87	-0.019168874
15/06/2015	-0.662741128	58.04	0.002933347
22/06/2015	-0.62234949	58.49	0.007723388
29/06/2015	-0.695952225	57.67	-0.014118761
06/07/2015	-0.670819437	57.95	0.004843514
13/07/2015	-0.592729201	58.82	0.014901346
20/07/2015	-0.719289384	57.41	-0.024263429
27/07/2015	-0.580163032	58.96	0.026640727
03/08/2015	-0.669024257	57.97	-0.016933578
10/08/2015	-0.560415963	59.18	0.020657994
17/08/2015	-0.866494136	55.77	-0.059347557
24/08/2015	-0.902397824	55.37	-0.007198178
31/08/2015	-1.241.686.735	51.59	-0.070710058
07/09/2015	-1.196.807.237	52.09	0.009645137
14/09/2015	-1.193.216.788	52.13	0.000767626
21/09/2015	-1.420.307.314	49.6	-0.049749825
28/09/2015	-1.371.837.367	50.14	0.010828279

05/10/2015	-1.299.132.402	50.95	0.016025707
12/10/2015	-1.251.560.224	51.48	0.010348603
19/10/2015	-1.125.897.542	52.88	0.026831832
26/10/2015	-0.96612662	54.66	0.033106966
02/11/2015	-0.97061448	54.61	-0.000915146
09/11/2015	-1.112.433.872	53.03	-0.029359262
16/11/2015	-1.016.391.837	54.1	0.019976377
23/11/2015	-1.028.958.007	53.96	-0.002591136
30/11/2015	-1.057.680.885	53.64	-0.005947973
07/12/2015	-1.191.421.518	52.15	-0.02817082
14/12/2015	-1.237.198.875	51.64	-0.009827673
21/12/2015	-1.128.590.581	52.85	0.023161128
28/12/2015	-1.131.283.171	52.82	-0.000567768
04/01/2016	-1.287.463.643	51.08	-0.033496837
11/01/2016	-1.282.078.372	51.14	0.00117388
18/01/2016	-1.263.229.073	51.35	0.004097947
25/01/2016	-132.426.519	50.67	-0.013330917
01/02/2016	-1.440.054.024	49.38	-0.025788476
08/02/2016	-1.471.469.852	49.03	-0.007113169
15/02/2016	-1.373.632.547	50.12	0.021987775
22/02/2016	-132.695.787	50.64	0.010321648
29/02/2016	-1.197.704.648	52.08	0.028039278
07/03/2016	-1.097.174.663	53.2	0.021277379
14/03/2016	-1.182.445.798	52.25	-0.018018524
21/03/2016	-1.108.843.422	53.07	0.015571906
28/03/2016	-1.052.295.166	53.7	0.011801223
04/04/2016	-0.903295234	55.36	0.030444309
11/04/2016	-0.833283398	56.14	0.013991224
18/04/2016	-0.779427731	56.74	0.010630912
25/04/2016	-0.949970001	54.84	-0.03405961
02/05/2016	-1.061.271.335	53.6	-0.022870824
09/05/2016	-1.036.138.547	53.88	0.005210339
16/05/2016	-0.925734983	55.11	0.022571836
23/05/2016	-0.80276525	56.48	0.024555387
30/05/2016	-0.7884039	56.64	0.002828839
06/06/2016	-0.773144691	56.81	0.002996952
13/06/2016	-0.855723146	55.89	-0.016326929
20/06/2016	-0.856620557	55.88	-0.000178903
27/06/2016	-0.671717207	57.94	0.036201423

04/07/2016	-0.545157114	59.35	0.024044112
11/07/2016	-0.520024326	59.63	0.004706733
18/07/2016	-0.592729201	58.82	-0.013676887
25/07/2016	-0.607090641	58.66	-0.00272387
01/08/2016	-0.140343777	63.86	0.084935139
08/08/2016	-0.186121134	63.35	-0.008018328
15/08/2016	-0.185223275	63.36	0.000157888
22/08/2016	-0.231000631	62.85	-0.00808186
29/08/2016	-0.219331782	62.98	0.002066312
05/09/2016	-0.26331351	62.49	-0.00781064
12/09/2016	-0.282163169	62.28	-0.003366245
19/09/2016	-0.221127052	62.96	0.010859257
26/09/2016	-0.27049441	62.41	-0.008774069
03/10/2016	-0.238181171	62.77	0.005751733
10/10/2016	-0.294729428	62.14	-0.010087364
17/10/2016	-0.379102704	61.2	-0.015242682
24/10/2016	-0.590934021	58.84	-0.03932531
31/10/2016	-0.592729201	58.82	-0.000339963
07/11/2016	-0.132265468	63.95	0.083619611
14/11/2016	-0.318964357	61.87	-0.03306615
21/11/2016	-0.288446298	62.21	0.005480349
28/11/2016	-0.385385833	61.13	-0.017512982
05/12/2016	-0.376410024	61.23	0.001634505
12/12/2016	-0.267801729	62.44	0.019568814
19/12/2016	-0.526307455	59.56	-0.047221855
26/12/2016	-0.588241341	58.87	-0.011652619
02/01/2017	-0.462578659	60.27	0.023502861
09/01/2017	-0.276777539	62.34	0.033768807
16/01/2017	-0.25972342	62.53	0.003043151
23/01/2017	-0.329735346	61.75	-0.01255245
30/01/2017	-0.101747409	64.29	0.040310138
06/02/2017	-0.114313579	64.15	-0.002179991
13/02/2017	-0.003012694	65.39	0.019145204
20/02/2017	0.066102181	66.16	0.011706785
27/02/2017	0.103800779	66.58	0.006328151
06/03/2017	0.015836605	65.6	-0.014828597
13/03/2017	-0.136753327	63.9	-0.026256273
20/03/2017	-0.201379983	63.18	-0.011331597
27/03/2017	-0.169066655	63.54	0.005681849

03/04/2017	-0.205867843	63.13	-0.006473536
10/04/2017	-0.252542521	62.61	-0.008271082
17/04/2017	-0.317169177	61.89	-0.011566426
24/04/2017	-0.27767495	62.33	0.007084283
01/05/2017	-0.130470288	63.97	0.025971356
08/05/2017	-0.166373975	63.57	-0.006272578
15/05/2017	-0.147524676	63.78	0.003297985
22/05/2017	-0.045199512	64.92	0.017716066
29/05/2017	0.004168205	65.47	0.008436326
05/06/2017	-0.092771689	64.39	-0.016633712
12/06/2017	-0.220229283	62.97	-0.022299888
19/06/2017	0.066102181	66.16	0.049417673
26/06/2017	-0.119699657	64.09	-0.031787828
03/07/2017	-0.203175163	63.16	-0.014617094
10/07/2017	-0.212150973	63.06	-0.001584519
17/07/2017	-0.250747341	62.63	-0.006842257
24/07/2017	-0.117904028	64.11	0.023355961
31/07/2017	-0.208560883	63.1	-0.015879636
07/08/2017	-0.27318709	62.38	-0.011476011
14/08/2017	-0.353072505	61.49	-0.014370135
21/08/2017	-0.222922232	62.94	0.023307283
28/08/2017	-0.143036457	63.83	0.014041455
04/09/2017	-0.103542948	64.27	0.006869582
11/09/2017	0.066102181	66.16	0.028983198
18/09/2017	-0.026350212	65.13	-0.015690885
25/09/2017	-0.125084927	64.03	-0.017033519
02/10/2017	-0.078409891	64.55	0.008088456
09/10/2017	-0.182530684	63.39	-0.018134059
16/10/2017	-0.138548597	63.88	0.007700234
23/10/2017	-0.644789239	58.24	-0.092433901
30/10/2017	-0.840463938	56.06	-0.038149875
06/11/2017	-0.892524245	55.48	-0.010399968
13/11/2017	-0.917656673	55.2	-0.005059624
20/11/2017	-0.993952088	54.35	-0.015518395
27/11/2017	-0.857518326	55.87	0.027582969
04/12/2017	-0.884445935	55.57	-0.005384058
11/12/2017	-0.824307229	56.24	0.011984796
18/12/2017	-0.813536239	56.36	0.002131422
25/12/2017	-0.821614639	56.27	-0.001598171

01/01/2018	-0.756987983	56.99	0.012714315
08/01/2018	-0.607090641	58.66	0.028882215
15/01/2018	-0.371922164	61.28	0.043695446
22/01/2018	-0.303705148	62.04	0.012325845
29/01/2018	-0.61606645	58.56	-0.057727468
05/02/2018	-0.947277321	54.87	-0.065085154
12/02/2018	-0.819819369	56.29	0.025550184
19/02/2018	-0.947277321	54.87	-0.025550184
26/02/2018	-0.993054229	54.36	-0.009338125
05/03/2018	-0.923042393	55.14	0.01424678
12/03/2018	-0.875470215	55.67	0.009565979
19/03/2018	-1.078.325.364	53.41	-0.041443372
26/03/2018	-0.98318074	54.47	0.019652115
02/04/2018	-1.082.813.224	53.36	-0.020588689
09/04/2018	-0.740831723	57.17	0.06896783
16/04/2018	-0.591831432	58.83	0.028622713
23/04/2018	-0.534385765	59.47	0.010820038
30/04/2018	-0.688771326	57.75	-0.029348651
07/05/2018	-0.514638966	59.69	0.033041136
14/05/2018	-0.564006413	59.14	-0.009256988
21/05/2018	-0.568494273	59.09	-0.000845792
28/05/2018	-0.43654846	60.56	0.02457292
04/06/2018	-0.255235201	62.58	0.032811145
11/06/2018	-0.304602917	62.03	-0.008827647
18/06/2018	-0.354867775	61.47	-0.009068856
25/06/2018	-0.423982201	60.7	-0.012605553
02/07/2018	-0.289343709	62.2	0.024411301
09/07/2018	-0.227410182	62.89	0.011032137
16/07/2018	-0.26062092	62.52	-0.005900647
23/07/2018	-0.173554515	63.49	0.015395939
30/07/2018	0.045457253	65.93	0.037711128
06/08/2018	0.058023512	66.07	0.002121213
13/08/2018	0.326402727	69.06	0.044260877
20/08/2018	0.324607817	69.04	-0.000289602
27/08/2018	0.28421582	68.59	-0.006539368
03/09/2018	0.381155714	69.67	0.015623087
10/09/2018	0.408981452	69.98	0.004439749
17/09/2018	0.509511077	71.1	0.015877779
24/09/2018	0.495149997	70.94	-0.002252831

01/10/2018	0.503228037	71.03	0.001267831
08/10/2018	0.393721974	69.81	-0.017325072
15/10/2018	0.621709821	72.35	0.035738188
22/10/2018	0.44668014	70.4	-0.027322134
29/10/2018	0.614529011	72.27	0.026215772
05/11/2018	0.847005167	74.86	0.035210652
12/11/2018	0.954715692	76.06	0.01590276
19/11/2018	0.829950689	74.67	-0.018444098
26/11/2018	1.249.125.016	79.34	0.060663986
03/12/2018	1.013.956.898	76.72	-0.033579921
10/12/2018	0.992414919	76.48	-0.003133136
17/12/2018	0.671077627	72.9	-0.047940642
24/12/2018	0.892782434	75.37	0.033320691
31/12/2018	0.973564991	76.27	0.011870279
07/01/2019	0.850595617	74.9	-0.01812572
14/01/2019	0.937661932	75.87	0.012867472
21/01/2019	0.675565128	72.95	-0.039247155
28/01/2019	0.98972161	76.45	0.046862659
04/02/2019	1.085.763.735	77.52	0.013899036
11/02/2019	1.291.311.923	79.81	0.029112856
18/02/2019	1.377.480.469	80.77	0.011956787
25/02/2019	1.456.468.833	81.65	0.010836272
04/03/2019	1.290.414.782	79.8	-0.022918302
11/03/2019	1.449.287.934	81.57	0.021938005
18/03/2019	15.139.145	82.29	0.008788058
25/03/2019	1.592.902.146	83.17	0.010637076
01/04/2019	1.411.589.335	81.15	-0.024587363
08/04/2019	1.257.203.685	79.43	-0.021423188
15/04/2019	0.697107736	73.19	-0.081817304
22/04/2019	1.005.878.229	76.63	0.045929779
29/04/2019	1.308.366.312	80	0.043038029
06/05/2019	114.590.271	78.19	-0.022884847
13/05/2019	1.193.474.888	78.72	0.006755478
20/05/2019	1.413.384.156	81.17	0.030648431
27/05/2019	1.237.456.616	79.21	-0.024443155
03/06/2019	152.917.335	82.46	0.040210774
10/06/2019	1.557.896.228	82.78	0.003873159
17/06/2019	1.718.564.919	84.57	0.02139312
24/06/2019	1.653.938.263	83.85	-0.008550129

01/07/2019	1.811.016.504	85.6	0.020655795
08/07/2019	1.284.131.652	79.73	-0.071039296
15/07/2019	1.433.131.225	81.39	0.020606439
22/07/2019	1.436.721.675	81.43	0.000491352
29/07/2019	1.709.589.109	84.47	0.036652698
05/08/2019	1.803.835.695	85.52	0.012353778
12/08/2019	1.762.546.647	85.06	-0.005393365
19/08/2019	1.751.775.926	84.94	-0.001411718
26/08/2019	1.889.107.099	86.47	0.017852396
02/09/2019	1.898.082.909	86.57	0.001155791
09/09/2019	1.542.637.378	82.61	-0.046822585
16/09/2019	1.771.523.085	85.16	0.030401136
23/09/2019	1.569.565.346	82.91	-0.026776157
30/09/2019	1.757.161.287	85	0.024895526
07/10/2019	1.697.919.991	84.34	-0.007795056
14/10/2019	1.728.438.408	84.68	0.004023245
21/10/2019	151.122.182	82.26	-0.028994459
28/10/2019	1.751.775.926	84.94	0.032060161
04/11/2019	1.630.600.745	83.59	-0.016021301
11/11/2019	1.748.185.567	84.9	0.015550269
18/11/2019	1.797.552.565	85.45	0.006457258
25/11/2019	1.952.835.896	87.18	0.020043572
02/12/2019	2.102.733.238	88.85	0.018974585
09/12/2019	2.133.251.655	89.19	0.003819416
16/12/2019	2.347.775.653	91.58	0.026443981
23/12/2019	2.340.594.754	91.5	-0.000873957
30/12/2019	2.318.155.005	91.25	-0.00273598
06/01/2020	2.163.769.444	89.53	-0.019029239
13/01/2020	2.293.022.576	90.97	0.015956039
20/01/2020	1.845.125.371	85.98	-0.056415047
27/01/2020	1.796.655.424	85.44	-0.006300347
03/02/2020	1.764.342.186	85.08	-0.004222385
10/02/2020	1.546.227.828	82.65	-0.028977165
17/02/2020	1.518.402.001	82.34	-0.003757881
24/02/2020	0.99959519	76.56	-0.072782247

## LAMPIRAN 2

Nilai opsi *call* dan *error* CRR Tree iterasi sebanyak 250

M	Nilai Opsi	Error	M	Nilai Opsi	Error
1	9.9581	11.498	126	8.8175	0.0092
2	8.3856	0.4227	127	8.8002	0.0081
3	9.2027	0.3944	128	8.8174	0.0091
4	8.6378	0.1705	129	8.8000	0.0083
5	9.0381	0.2298	130	8.8173	0.0090
6	8.7192	0.0891	131	8.7999	0.0084
7	8.9671	0.1588	132	8.8171	0.0088
8	8.7571	0.0512	133	8.7997	0.0086
9	8.9277	0.1194	134	8.8170	0.0087
10	8.7782	0.0301	135	8.7996	0.0087
11	8.9026	0.0943	136	8.8169	0.0086
12	8.7911	0.0172	137	8.7995	0.0088
13	8.8853	0.0770	138	8.8168	0.0085
14	8.7997	0.0086	139	8.7993	0.0090
15	8.8726	0.0643	140	8.8167	0.0084
16	8.8056	0.0027	141	8.7992	0.0091
17	8.8629	0.0546	142	8.8166	0.0083
18	8.8098	0.0015	143	8.7991	0.0092
19	8.8553	0.0470	144	8.8165	0.0082
20	8.8129	0.0046	145	8.7990	0.0093
21	8.8491	0.0408	146	8.8164	0.0081
22	8.8152	0.0069	147	8.7989	0.0094
23	8.8440	0.0357	148	8.8163	0.0080
24	8.8169	0.0086	149	8.7992	0.0091
25	8.8397	0.0314	150	8.8162	0.0079
26	8.8182	0.0099	151	8.7995	0.0088
27	8.8360	0.0277	152	8.8161	0.0078
28	8.8193	0.0110	153	8.7999	0.0084



29	8.8329	0.0246	154	8.8160	0.0077
30	8.8201	0.0118	155	8.8002	0.0081
31	8.8301	0.0218	156	8.8159	0.0076
32	8.8207	0.0124	157	8.8005	0.0078
33	8.8277	0.0194	158	8.8158	0.0075
34	8.8211	0.0128	159	8.8008	0.0075
35	8.8256	0.0173	160	8.8157	0.0074
36	8.8215	0.0132	161	8.8011	0.0072
37	8.8237	0.0154	162	8.8156	0.0073
38	8.8218	0.0135	163	8.8014	0.0069
39	8.8220	0.0137	164	8.8155	0.0072
40	8.8219	0.0136	165	8.8016	0.0067
41	8.8205	0.0122	166	8.8154	0.0071
42	8.8221	0.0138	167	8.8019	0.0064
43	8.8191	0.0108	168	8.8153	0.0070
44	8.8222	0.0139	169	8.8021	0.0062
45	8.8178	0.0095	170	8.8152	0.0069
46	8.8222	0.0139	171	8.8024	0.0059
47	8.8166	0.0083	172	8.8151	0.0068
48	8.8222	0.0139	173	8.8026	0.0057
49	8.8156	0.0073	174	8.8150	0.0067
50	8.8222	0.0139	175	8.8029	0.0054
51	8.8146	0.0063	176	8.8149	0.0066
52	8.8222	0.0139	177	8.8031	0.0052
53	8.8137	0.0054	178	8.8148	0.0065
54	8.8221	0.0138	179	8.8033	0.0050
55	8.8128	0.0045	180	8.8147	0.0064
56	8.8220	0.0137	181	8.8035	0.0048
57	8.8120	0.0037	182	8.8146	0.0063
58	8.8219	0.0136	183	8.8037	0.0046
59	8.8113	0.0030	184	8.8145	0.0062

60	8.8218	0.0135	185	8.8039	0.0044
61	8.8106	0.0023	186	8.8145	0.0062
62	8.8217	0.0134	187	8.8041	0.0042
63	8.8100	0.0017	188	8.8144	0.0061
64	8.8216	0.0133	189	8.8043	0.0040
65	8.8094	0.0011	190	8.8143	0.0060
66	8.8215	0.0132	191	8.8045	0.0038
67	8.8088	0.0005	192	8.8142	0.0059
68	8.8214	0.0131	193	8.8046	0.0037
69	8.8083	0.0000	194	8.8141	0.0058
70	8.8212	0.0129	195	8.8048	0.0035
71	8.8078	0.0005	196	8.8140	0.0057
72	8.8211	0.0128	197	8.8050	0.0033
73	8.8073	0.0010	198	8.8140	0.0057
74	8.8210	0.0127	199	8.8051	0.0032
75	8.8069	0.0014	200	8.8139	0.0056
76	8.8208	0.0125	201	8.8053	0.0030
77	8.8064	0.0019	202	8.8138	0.0055
78	8.8207	0.0124	203	8.8054	0.0029
79	8.8060	0.0023	204	8.8137	0.0054
80	8.8206	0.0123	205	8.8056	0.0027
81	8.8057	0.0026	206	8.8137	0.0054
82	8.8204	0.0121	207	8.8057	0.0026
83	8.8053	0.0030	208	8.8136	0.0053
84	8.8203	0.0120	209	8.8059	0.0024
85	8.8049	0.0034	210	8.8135	0.0052
86	8.8201	0.0118	211	8.8060	0.0023
87	8.8046	0.0037	212	8.8134	0.0051
88	8.8200	0.0117	213	8.8061	0.0022
89	8.8043	0.0040	214	8.8134	0.0051
90	8.8198	0.0115	215	8.8062	0.0021

91	8.8040	0.0043	216	8.8133	0.0050
92	8.8197	0.0114	217	8.8064	0.0019
93	8.8037	0.0046	218	8.8132	0.0049
94	8.8196	0.0113	219	8.8065	0.0018
95	8.8034	0.0049	220	8.8131	0.0048
96	8.8194	0.0111	221	8.8066	0.0017
97	8.8032	0.0051	222	8.8131	0.0048
98	8.8193	0.0110	223	8.8067	0.0016
99	8.8029	0.0054	224	8.8130	0.0047
100	8.8192	0.0109	225	8.8068	0.0015
101	8.8027	0.0056	226	8.8129	0.0046
102	8.8190	0.0107	227	8.8069	0.0014
103	8.8024	0.0059	228	8.8128	0.0045
104	8.8189	0.0106	229	8.8070	0.0013
105	8.8022	0.0061	230	8.8128	0.0045
106	8.8188	0.0105	231	8.8071	0.0012
107	8.8020	0.0063	232	8.8127	0.0044
108	8.8186	0.0103	233	8.8072	0.0011
109	8.8018	0.0065	234	8.8126	0.0043
110	8.8185	0.0102	235	8.8073	0.0010
111	8.8016	0.0067	236	8.8126	0.0043
112	8.8184	0.0101	237	8.8074	0.0009
113	8.8014	0.0069	238	8.8125	0.0042
114	8.8182	0.0099	239	8.8075	0.0008
115	8.8012	0.0071	240	8.8124	0.0041
116	8.8181	0.0098	241	8.8076	0.0007
117	8.8010	0.0073	242	8.8124	0.0041
118	8.8180	0.0097	243	8.8077	0.0006
119	8.8008	0.0075	244	8.8123	0.0040
120	8.8179	0.0096	245	8.8078	0.0005
121	8.8006	0.0077	246	8.8123	0.0040

122	8.8177	0.0094	247	8.8079	0.0004
123	8.8005	0.0078	248	8.8122	0.0039
124	8.8176	0.0093	249	8.8079	0.0004
125	8.8003	0.0080	250	8.8121	0.0038



## LAMPIRAN 3

Nilai opsi *call* dan *error* Tian *Tree* iterasi sebanyak 250

M	Nilai Opsi	Error	M	Nilai Opsi	Error
1	90.567	0.2484	126	88.131	0.0048
2	93.100	0.5017	127	88.086	0.0003
3	83.181	0.4902	128	88.139	0.0056
4	90.708	0.2625	129	88.073	0.0010
5	87.532	0.0551	130	88.144	0.0061
6	89.143	0.1060	131	88.058	0.0025
7	88.733	0.0650	132	88.149	0.0066
8	88.058	0.0025	133	88.043	0.0040
9	89.041	0.0958	134	88.153	0.0070
10	87.253	0.0830	135	88.028	0.0055
11	89.025	0.0942	136	88.155	0.0072
12	86.937	0.1146	137	88.012	0.0071
13	88.877	0.0794	138	88.156	0.0073
14	87.605	0.0478	139	87.996	0.0087
15	88.675	0.0592	140	88.157	0.0074
16	88.014	0.0069	141	87.980	0.0103
17	88.453	0.0370	142	88.156	0.0073
18	88.261	0.0178	143	87.987	0.0096
19	88.228	0.0145	144	88.155	0.0072
20	88.402	0.0319	145	88.005	0.0078
21	88.007	0.0076	146	88.152	0.0069
22	88.473	0.0390	147	88.021	0.0062
23	87.794	0.0289	148	88.149	0.0066
24	88.495	0.0412	149	88.035	0.0048
25	87.591	0.0492	150	88.146	0.0063
26	88.483	0.0400	151	88.049	0.0034
27	87.610	0.0473	152	88.141	0.0058
28	88.448	0.0365	153	88.061	0.0022

29	87.812	0.0271	154	88.136	0.0053
30	88.395	0.0312	155	88.073	0.0010
31	87.965	0.0118	156	88.131	0.0048
32	88.332	0.0249	157	88.083	0.0000
33	88.081	0.0002	158	88.125	0.0042
34	88.260	0.0177	159	88.092	0.0009
35	88.167	0.0084	160	88.118	0.0035
36	88.182	0.0099	161	88.100	0.0017
37	88.228	0.0145	162	88.111	0.0028
38	88.101	0.0018	163	88.107	0.0024
39	88.270	0.0187	164	88.103	0.0020
40	88.017	0.0066	165	88.114	0.0031
41	88.296	0.0213	166	88.095	0.0012
42	87.932	0.0151	167	88.120	0.0037
43	88.308	0.0225	168	88.086	0.0003
44	87.846	0.0237	169	88.124	0.0041
45	88.310	0.0227	170	88.077	0.0006
46	87.761	0.0322	171	88.129	0.0046
47	88.304	0.0221	172	88.068	0.0015
48	87.837	0.0246	173	88.132	0.0049
49	88.290	0.0207	174	88.058	0.0025
50	87.921	0.0162	175	88.135	0.0052
51	88.269	0.0186	176	88.048	0.0035
52	87.991	0.0092	177	88.137	0.0054
53	88.244	0.0161	178	88.038	0.0045
54	88.049	0.0034	179	88.138	0.0055
55	88.215	0.0132	180	88.028	0.0055
56	88.097	0.0014	181	88.139	0.0056
57	88.182	0.0099	182	88.017	0.0066
58	88.135	0.0052	183	88.139	0.0056
59	88.147	0.0064	184	88.006	0.0077

60	88.166	0.0083	185	88.139	0.0056
61	88.109	0.0026	186	88.007	0.0076
62	88.189	0.0106	187	88.138	0.0055
63	88.069	0.0014	188	88.018	0.0065
64	88.206	0.0123	189	88.137	0.0054
65	88.028	0.0055	190	88.029	0.0054
66	88.218	0.0135	191	88.135	0.0052
67	87.986	0.0097	192	88.040	0.0043
68	88.225	0.0142	193	88.133	0.0050
69	87.942	0.0141	194	88.049	0.0034
70	88.228	0.0145	195	88.131	0.0048
71	87.898	0.0185	196	88.058	0.0025
72	88.227	0.0144	197	88.128	0.0045
73	87.889	0.0194	198	88.067	0.0016
74	88.222	0.0139	199	88.124	0.0041
75	87.937	0.0146	200	88.074	0.0009
76	88.215	0.0132	201	88.121	0.0038
77	87.980	0.0103	202	88.081	0.0002
78	88.205	0.0122	203	88.117	0.0034
79	88.017	0.0066	204	88.088	0.0005
80	88.193	0.0110	205	88.112	0.0029
81	88.049	0.0034	206	88.094	0.0011
82	88.178	0.0095	207	88.107	0.0024
83	88.077	0.0006	208	88.099	0.0016
84	88.162	0.0079	209	88.102	0.0019
85	88.100	0.0017	210	88.104	0.0021
86	88.145	0.0062	211	88.097	0.0014
87	88.121	0.0038	212	88.108	0.0025
88	88.125	0.0042	213	88.091	0.0008
89	88.138	0.0055	214	88.112	0.0029
90	88.105	0.0022	215	88.085	0.0002

91	88.151	0.0068	216	88.115	0.0032
92	88.083	0.0000	217	88.079	0.0004
93	88.162	0.0079	218	88.118	0.0035
94	88.060	0.0023	219	88.073	0.0010
95	88.171	0.0088	220	88.121	0.0038
96	88.037	0.0046	221	88.066	0.0017
97	88.177	0.0094	222	88.123	0.0040
98	88.013	0.0070	223	88.059	0.0024
99	88.181	0.0098	224	88.125	0.0042
100	87.988	0.0095	225	88.052	0.0031
101	88.183	0.0100	226	88.126	0.0043
102	87.962	0.0121	227	88.045	0.0038
103	88.183	0.0100	228	88.127	0.0044
104	87.936	0.0147	229	88.037	0.0046
105	88.182	0.0099	230	88.127	0.0044
106	87.964	0.0119	231	88.030	0.0053
107	88.179	0.0096	232	88.128	0.0045
108	87.990	0.0093	233	88.022	0.0061
109	88.174	0.0091	234	88.127	0.0044
110	88.014	0.0069	235	88.022	0.0061
111	88.168	0.0085	236	88.127	0.0044
112	88.036	0.0047	237	88.030	0.0053
113	88.161	0.0078	238	88.126	0.0043
114	88.055	0.0028	239	88.038	0.0045
115	88.153	0.0070	240	88.125	0.0042
116	88.072	0.0011	241	88.045	0.0038
117	88.144	0.0061	242	88.124	0.0041
118	88.087	0.0004	243	88.052	0.0031
119	88.134	0.0051	244	88.122	0.0039
120	88.101	0.0018	245	88.059	0.0024
121	88.123	0.0040	246	88.120	0.0037



122	88.113	0.0030	247	88.065	0.0018
123	88.112	0.0029	248	88.118	0.0035
124	88.123	0.0040	249	88.071	0.0012
125	88.099	0.0016	250	88.116	0.0033



## LAMPIRAN 4

Nilai opsi *put* dan *error* CRR *Tree* iterasi sebanyak 250

M	Nilai Opsi	Error	M	Nilai Opsi	Error
1	5.4029	10.623	126	4.3488	0.0082
2	4.0242	0.3164	127	4.3379	0.0027
3	4.6959	0.3553	128	4.3486	0.0080
4	4.2413	0.0993	129	4.3383	0.0023
5	4.5408	0.2002	130	4.3484	0.0078
6	4.3065	0.0341	131	4.3386	0.0020
7	4.4739	0.1333	132	4.3482	0.0076
8	4.3347	0.0059	133	4.3390	0.0016
9	4.4367	0.0961	134	4.3479	0.0073
10	4.3491	0.0085	135	4.3393	0.0013
11	4.4130	0.0724	136	4.3477	0.0071
12	4.3572	0.0166	137	4.3396	0.0010
13	4.3967	0.0561	138	4.3475	0.0069
14	4.3619	0.0213	139	4.3398	0.0008
15	4.3847	0.0441	140	4.3473	0.0067
16	4.3648	0.0242	141	4.3401	0.0005
17	4.3755	0.0349	142	4.3471	0.0065
18	4.3665	0.0259	143	4.3403	0.0003
19	4.3683	0.0277	144	4.3469	0.0063
20	4.3674	0.0268	145	4.3406	0.0000
21	4.3625	0.0219	146	4.3467	0.0061
22	4.3679	0.0273	147	4.3408	0.0002
23	4.3576	0.0170	148	4.3465	0.0059
24	4.3681	0.0275	149	4.3410	0.0004
25	4.3536	0.0130	150	4.3463	0.0057
26	4.3680	0.0274	151	4.3412	0.0006
27	4.3501	0.0095	152	4.3461	0.0055

28	4.3678	0.0272	153	4.3414	0.0008
29	4.3472	0.0066	154	4.3459	0.0053
30	4.3674	0.0268	155	4.3416	0.0010
31	4.3446	0.0040	156	4.3457	0.0051
32	4.3670	0.0264	157	4.3418	0.0012
33	4.3423	0.0017	158	4.3455	0.0049
34	4.3666	0.0260	159	4.3420	0.0014
35	4.3403	0.0003	160	4.3453	0.0047
36	4.3661	0.0255	161	4.3422	0.0016
37	4.3385	0.0021	162	4.3451	0.0045
38	4.3656	0.0250	163	4.3423	0.0017
39	4.3369	0.0037	164	4.3450	0.0044
40	4.3651	0.0245	165	4.3425	0.0019
41	4.3354	0.0052	166	4.3448	0.0042
42	4.3646	0.0240	167	4.3426	0.0020
43	4.3341	0.0065	168	4.3446	0.0040
44	4.3640	0.0234	169	4.3427	0.0021
45	4.3329	0.0077	170	4.3444	0.0038
46	4.3635	0.0229	171	4.3429	0.0023
47	4.3318	0.0088	172	4.3443	0.0037
48	4.3630	0.0224	173	4.3430	0.0024
49	4.3308	0.0098	174	4.3441	0.0035
50	4.3625	0.0219	175	4.3431	0.0025
51	4.3299	0.0107	176	4.3439	0.0033
52	4.3619	0.0213	177	4.3432	0.0026
53	4.3290	0.0116	178	4.3438	0.0032
54	4.3614	0.0208	179	4.3433	0.0027
55	4.3282	0.0124	180	4.3436	0.0030
56	4.3609	0.0203	181	4.3434	0.0028
57	4.3275	0.0131	182	4.3435	0.0029
58	4.3605	0.0199	183	4.3435	0.0029

59	4.3268	0.0138	184	4.3433	0.0027
60	4.3600	0.0194	185	4.3436	0.0030
61	4.3262	0.0144	186	4.3432	0.0026
62	4.3595	0.0189	187	4.3437	0.0031
63	4.3255	0.0151	188	4.3430	0.0024
64	4.3591	0.0185	189	4.3438	0.0032
65	4.3250	0.0156	190	4.3429	0.0023
66	4.3586	0.0180	191	4.3438	0.0032
67	4.3244	0.0162	192	4.3427	0.0021
68	4.3582	0.0176	193	4.3439	0.0033
69	4.3239	0.0167	194	4.3426	0.0020
70	4.3577	0.0171	195	4.3440	0.0034
71	4.3235	0.0171	196	4.3424	0.0018
72	4.3573	0.0167	197	4.3440	0.0034
73	4.3230	0.0176	198	4.3423	0.0017
74	4.3569	0.0163	199	4.3441	0.0035
75	4.3226	0.0180	200	4.3422	0.0016
76	4.3565	0.0159	201	4.3442	0.0036
77	4.3222	0.0184	202	4.3420	0.0014
78	4.3561	0.0155	203	4.3442	0.0036
79	4.3218	0.0188	204	4.3419	0.0013
80	4.3557	0.0151	205	4.3443	0.0037
81	4.3215	0.0191	206	4.3417	0.0011
82	4.3554	0.0148	207	4.3443	0.0037
83	4.3225	0.0181	208	4.3416	0.0010
84	4.3550	0.0144	209	4.3444	0.0038
85	4.3237	0.0169	210	4.3415	0.0009
86	4.3547	0.0141	211	4.3444	0.0038
87	4.3248	0.0158	212	4.3413	0.0007
88	4.3543	0.0137	213	4.3445	0.0039
89	4.3259	0.0147	214	4.3412	0.0006

90	4.3540	0.0134	215	4.3445	0.0039
91	4.3269	0.0137	216	4.3411	0.0005
92	4.3536	0.0130	217	4.3445	0.0039
93	4.3278	0.0128	218	4.3410	0.0004
94	4.3533	0.0127	219	4.3446	0.0040
95	4.3287	0.0119	220	4.3408	0.0002
96	4.3530	0.0124	221	4.3446	0.0040
97	4.3296	0.0110	222	4.3407	0.0001
98	4.3527	0.0121	223	4.3446	0.0040
99	4.3304	0.0102	224	4.3406	0.0000
100	4.3524	0.0118	225	4.3446	0.0040
101	4.3311	0.0095	226	4.3405	0.0001
102	4.3521	0.0115	227	4.3447	0.0041
103	4.3318	0.0088	228	4.3404	0.0002
104	4.3518	0.0112	229	4.3447	0.0041
105	4.3325	0.0081	230	4.3402	0.0004
106	4.3515	0.0109	231	4.3447	0.0041
107	4.3331	0.0075	232	4.3401	0.0005
108	4.3512	0.0106	233	4.3447	0.0041
109	4.3337	0.0069	234	4.3400	0.0006
110	4.3509	0.0103	235	4.3447	0.0041
111	4.3343	0.0063	236	4.3399	0.0007
112	4.3506	0.0100	237	4.3448	0.0042
113	4.3348	0.0058	238	4.3398	0.0008
114	4.3504	0.0098	239	4.3448	0.0042
115	4.3354	0.0052	240	4.3397	0.0009
116	4.3501	0.0095	241	4.3448	0.0042
117	4.3358	0.0048	242	4.3396	0.0010
118	4.3498	0.0092	243	4.3448	0.0042
119	4.3363	0.0043	244	4.3395	0.0011
120	4.3496	0.0090	245	4.3448	0.0042

121	4.3367	0.0039	246	4.3394	0.0012
122	4.3493	0.0087	247	4.3448	0.0042
123	4.3372	0.0034	248	4.3393	0.0013
124	4.3491	0.0085	249	4.3448	0.0042
125	4.3376	0.0030	250	4.3391	0.0015



## LAMPIRAN 5

Nilai Opsi *put* dan *error* Tian *Tree* iterasi sebanyak 250

M	Nilai Opsi	Error	M	Nilai Opsi	Error
1	5.1765	0.8359	126	4.3432	0.0026
2	4.6862	0.3456	127	4.3460	0.0054
3	4.3354	0.0052	128	4.3440	0.0034
4	4.6219	0.2813	129	4.3452	0.0046
5	4.1606	0.1800	130	4.3448	0.0042
6	4.5507	0.2101	131	4.3444	0.0038
7	4.1537	0.1869	132	4.3454	0.0048
8	4.4949	0.1543	133	4.3436	0.0030
9	4.2688	0.0718	134	4.3460	0.0054
10	4.4510	0.1104	135	4.3428	0.0022
11	4.3289	0.0117	136	4.3465	0.0059
12	4.4157	0.0751	137	4.3419	0.0013
13	4.3618	0.0212	138	4.3469	0.0063
14	4.3864	0.0458	139	4.3410	0.0004
15	4.3799	0.0393	140	4.3473	0.0067
16	4.3618	0.0212	141	4.3401	0.0005
17	4.3894	0.0488	142	4.3476	0.0070
18	4.3406	0.0000	143	4.3392	0.0014
19	4.3935	0.0529	144	4.3478	0.0072
20	4.3222	0.0184	145	4.3383	0.0023
21	4.3943	0.0537	146	4.3481	0.0075
22	4.3060	0.0346	147	4.3374	0.0032
23	4.3930	0.0524	148	4.3482	0.0076
24	4.2915	0.0491	149	4.3364	0.0042
25	4.3902	0.0496	150	4.3483	0.0077
26	4.2841	0.0565	151	4.3355	0.0051
27	4.3865	0.0459	152	4.3484	0.0078

28	4.3021	0.0385	153	4.3346	0.0060
29	4.3822	0.0416	154	4.3485	0.0079
30	4.3163	0.0243	155	4.3336	0.0070
31	4.3775	0.0369	156	4.3485	0.0079
32	4.3276	0.0130	157	4.3326	0.0080
33	4.3726	0.0320	158	4.3484	0.0078
34	4.3365	0.0041	159	4.3317	0.0089
35	4.3676	0.0270	160	4.3484	0.0078
36	4.3436	0.0030	161	4.3314	0.0092
37	4.3625	0.0219	162	4.3483	0.0077
38	4.3491	0.0085	163	4.3326	0.0080
39	4.3574	0.0168	164	4.3481	0.0075
40	4.3534	0.0128	165	4.3336	0.0070
41	4.3524	0.0118	166	4.3480	0.0074
42	4.3567	0.0161	167	4.3346	0.0060
43	4.3474	0.0068	168	4.3478	0.0072
44	4.3592	0.0186	169	4.3356	0.0050
45	4.3426	0.0020	170	4.3476	0.0070
46	4.3609	0.0203	171	4.3365	0.0041
47	4.3378	0.0028	172	4.3473	0.0067
48	4.3621	0.0215	173	4.3373	0.0033
49	4.3331	0.0075	174	4.3471	0.0065
50	4.3628	0.0222	175	4.3381	0.0025
51	4.3285	0.0121	176	4.3468	0.0062
52	4.3630	0.0224	177	4.3388	0.0018
53	4.3241	0.0165	178	4.3465	0.0059
54	4.3630	0.0224	179	4.3395	0.0011
55	4.3197	0.0209	180	4.3462	0.0056
56	4.3626	0.0220	181	4.3402	0.0004
57	4.3155	0.0251	182	4.3458	0.0052
58	4.3620	0.0214	183	4.3408	0.0002



59	4.3175	0.0231	184	4.3455	0.0049
60	4.3611	0.0205	185	4.3413	0.0007
61	4.3226	0.0180	186	4.3451	0.0045
62	4.3601	0.0195	187	4.3418	0.0012
63	4.3270	0.0136	188	4.3447	0.0041
64	4.3590	0.0184	189	4.3423	0.0017
65	4.3310	0.0096	190	4.3443	0.0037
66	4.3577	0.0171	191	4.3428	0.0022
67	4.3344	0.0062	192	4.3439	0.0033
68	4.3563	0.0157	193	4.3432	0.0026
69	4.3374	0.0032	194	4.3435	0.0029
70	4.3548	0.0142	195	4.3436	0.0030
71	4.3401	0.0005	196	4.3430	0.0024
72	4.3532	0.0126	197	4.3439	0.0033
73	4.3424	0.0018	198	4.3426	0.0020
74	4.3516	0.0110	199	4.3442	0.0036
75	4.3444	0.0038	200	4.3421	0.0015
76	4.3499	0.0093	201	4.3445	0.0039
77	4.3461	0.0055	202	4.3416	0.0010
78	4.3482	0.0076	203	4.3448	0.0042
79	4.3476	0.0070	204	4.3412	0.0006
80	4.3465	0.0059	205	4.3450	0.0044
81	4.3489	0.0083	206	4.3407	0.0001
82	4.3447	0.0041	207	4.3452	0.0046
83	4.3499	0.0093	208	4.3402	0.0004
84	4.3429	0.0023	209	4.3454	0.0048
85	4.3508	0.0102	210	4.3397	0.0009
86	4.3410	0.0004	211	4.3455	0.0049
87	4.3515	0.0109	212	4.3391	0.0015
88	4.3392	0.0014	213	4.3457	0.0051
89	4.3521	0.0115	214	4.3386	0.0020

90	4.3373	0.0033	215	4.3458	0.0052
91	4.3525	0.0119	216	4.3381	0.0025
92	4.3355	0.0051	217	4.3459	0.0053
93	4.3528	0.0122	218	4.3376	0.0030
94	4.3336	0.0070	219	4.3460	0.0054
95	4.3529	0.0123	220	4.3370	0.0036
96	4.3317	0.0089	221	4.3460	0.0054
97	4.3530	0.0124	222	4.3365	0.0041
98	4.3299	0.0107	223	4.3460	0.0054
99	4.3530	0.0124	224	4.3359	0.0047
100	4.3280	0.0126	225	4.3461	0.0055
101	4.3528	0.0122	226	4.3353	0.0053
102	4.3262	0.0144	227	4.3460	0.0054
103	4.3526	0.0120	228	4.3348	0.0058
104	4.3272	0.0134	229	4.3460	0.0054
105	4.3524	0.0118	230	4.3342	0.0064
106	4.3294	0.0112	231	4.3460	0.0054
107	4.3520	0.0114	232	4.3344	0.0062
108	4.3314	0.0092	233	4.3459	0.0053
109	4.3516	0.0110	234	4.3350	0.0056
110	4.3332	0.0074	235	4.3459	0.0053
111	4.3512	0.0106	236	4.3356	0.0050
112	4.3349	0.0057	237	4.3458	0.0052
113	4.3507	0.0101	238	4.3362	0.0044
114	4.3364	0.0042	239	4.3457	0.0051
115	4.3501	0.0095	240	4.3368	0.0038
116	4.3378	0.0028	241	4.3456	0.0050
117	4.3495	0.0089	242	4.3373	0.0033
118	4.3391	0.0015	243	4.3455	0.0049
119	4.3489	0.0083	244	4.3378	0.0028
120	4.3403	0.0003	245	4.3453	0.0047

121	4.3482	0.0076	246	4.3383	0.0023
122	4.3414	0.0008	247	4.3452	0.0046
123	4.3475	0.0069	248	4.3388	0.0018
124	4.3424	0.0018	249	4.3450	0.0044
125	4.3468	0.0062	250	4.3392	0.0014





**KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MAILK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang  
Telp./Fax.(0341)558933**

**BUKTI KONSULTASI SKRIPSI**

Nama : Alfu Alfinnikmah  
NIM : 16610061  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika  
Judul Skripsi : Metode *Tian Tree* Dalam Penentuan Nilai Opsi *Vanilla* Tipe Eropa  
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si  
Pembimbing II: Evawati Alisah. M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	3 Oktober 2019	Setor dan Konsultasi Judul	1.
2.	21 Oktober 2019	ACC Judul dan Konsultasi BAB I	2.
3.	7 November 2019	Konsultasi BAB I	3.
4.	5 Desember 2019	Revisi BAB I dan Setor BAB II	4.
5.	6 Januari 2020	Revisi Bab II	5.
6.	7 Januari 2020	Konsultasi Keagamaan	6.
7.	13 Januari 2020	Konsultasi Program	7.
8.	29 Januari 2020	Setor Bab III	8.
9.	4 Februari 2020	Revisi Keagamaan Bab I dan II	9.
10.	5 Februari 2020	Revisi Bab III	10.
11.	9 Februari 2020	ACC Kajian Keagamaan Bab I dan II	11.
12.	9 Februari 2020	ACC BAB I, II, dan III	12.
13.	19 Maret 2020	Setor Bab 3 dan 4	13.
14.	22 Maret 2020	Revisi Bab 3 dan 4	14.
15.	23 Maret 2020	Revisi Bab 3 dan 4	15.
16.	4 April 2020	Konsultasi dan Revisi BAB IV	16.
17.	11 April 2020	Revisi Bab 4	17.
18.	13 April 2020	Revisi Kajian keagamaan	18.

19.	14 April 2020	Revisi Kajian Keagamaan	19. 
20.	15 April 2020	Revisi Bab 4	20. 
21.	18 April 2020	Revisi Bab 4	21. 
22.	20 April 2020	Acc Bab 4, Setor Bab 5, dan Abstrak	22. 
23.	22 April 2020	ACC Kajian Keagamaan	23. 
24.	23 April 2020	ACC BAB I, II, III, dan IV	24. 
25.	5 Mei 2020	Turnitin	25. 
26.	8 Mei 2020	Revisi Bab 4 dan Bab 5 (Latihan Sidang)	26. 
27.	16 Mei 2020	Bimbingan Revisi Semua Bab Pasca Skripsi	27. 
28.	19 Mei 2020	Bimbingan Agama	28. 

Malang, 20 Mei 2020

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si.  
NIP. 1965414 200312 1 001

## RIWAYAT HIDUP



Alfu Alfinnikmah, lahir di kota Pasuruan pada tanggal 13 Januari 1998, biasa dipanggil rahim, tinggal di perumahan Puri Candi Blok G-40 Kec. Purworejo Kota Pasuruan. Anak kedua dari Bapak Arifin dan Ibu Tri Rejeki.

Pendidikan dasarnya ditempuh di SDN Bukir Kota Pasuruan dan lulus pada tahun 2010, setelah itu melanjutkan ke SMP Negeri 2 Kota Pasuruan dan lulus pada tahun 2013. Kemudian dilanjutkan pendidikan ke SMA Negeri 3 Kota Pasuruan dan lulus pada tahun 2016 sebagai lulusan terbaik jurusan IPA di sekolah tersebut. Selanjutnya, pada tahun 2016 menempuh kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa, penulis berperan aktif pada organisasi kampus, yaitu Paduan Suara Mahasiswa Gema Gita Bahana (PSM GGB) sebagai anggota di divisi hubungan masyarakat (HUMAS) dan kerjasama rahun 2018/2019. Penulis juga menjadi asisten laboratorium Statistik pada tahun 2018. . Selain itu, penulis pernah mengikuti kompetisi riset mahasiswa pada tahun 2019 dengan judul “Perbandingan Opsi *Barrier Call* dan *Put* dengan Empat Metode Binomial”.