# EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK DARI KOMPLEMEN GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL

**SKRIPSI**

**OLEH**
**MUJIONO**
**NIM. 15610018**

**JURUSAN MATEMATIKA**
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM**
**MALANG**
**2020**

# EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK DARI KOMPLEMEN GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada**
**Fakultas Sains dan Teknologi**
**Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang**
**untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam**
**Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh**
**Mujiono**
**NIM. 15610018**

**JURUSAN MATEMATIKA**
**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM**
**MALANG**
**2020**

**EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK DARI KOMPLEMEN GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL**

**SKRIPSI**

**Oleh**
**Mujiono**
**NIM. 15610018**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 21 Januari 2020

| Pembimbing I, | Pembimbing II, |
|---|---|
| Muhammad Nafie Jauhari, M.Si | Ach. Nasichuddin, M.A |
| NIDT. 19870218 20160801 1056 | NIP. 19730705 200003 1 002 |

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

# EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK DARI KOMPLEMEN GRAF KONJUGASI DARI GRUP DIHEDRAL

**SKRIPSI**

**Oleh**
**Mujiono**
**NIM. 15610018**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 04 Maret 2020

| | | | |
|---|---|---|---|
| Penguji Utama | : | Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D | ............................ |
| Ketua Penguji | : | Dr. Imam Sujarwo, M.Pd | ............................ |
| Sekretaris Penguji | : | Muhammad Nafie Jauhari, M.Si | ............................ |
| Anggota Penguji | : | Ach. Nasichuddin, M.A | ............................ |

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Mujiono

NIM : 15610018

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 29 Januari 2020
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
E766EAHF312605096
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Mujiono
NIM. 15610018

**MOTO**

"إِبْدَأْ بِنَفْسِكْ"

Mulailah Dari Diri Sendiri

## PERSEMBAHAN

*Bismillahirrahmaanirrahiim*

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Bapak, ibu, dan adik saya yang selalu memberikan dukungan dan tidak pernah putus mendoakan.

# KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga tercurah kepada Nabi Muhammad Saw yang telah menunjukkan manusia kepada jalan yang terang melalui agama islam.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan, motivasi dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. M. Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan ilmu, nasihat, arahan, motivasi, dan inspirasi kepada penulis.
5. Ach. Nasichudin, MA selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan ilmu, nasihat, arahan, motivasi, dan inspirasi kepada penulis.

6. Bapak dan Ibu dosen Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah sabar dan ikhlas dalam mendidik dan memberikan ilmu kepada penulis.
7. Bapak, ibu dan adik saya tercinta yang selalu mendukung, memberi semangat dan tidak pernah putus mendoakan penulis.
8. Sahabat sahabati Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibahim Malang terkhusus komisariat Sunan Ampel sebagai wadah dalam perproses.
9. Teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2015 yang setia dalam kebersamaan dan saling mendukung selama masa kuliah.
10. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil.

Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis maupun bagi pembaca.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Malang, 05 Februari 2020

Penulis

# DAFTAR ISI

## DAFTAR TABEL

## DAFTAR GAMBAR

## ABSTRAK

Mujiono. 2020. **Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) M. Nafie Jauhari, M.Si. (II) Ach. Nasichuddin, M.A.

**Kata kunci**: eksentrisitas total, indeks konektivitas eksentrik, komplemen graf konjugasi, grup dihedral.

Penelitian ini membahas eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral. Diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan anggota grup dihedral yang saling konjugasi sehingga membentuk graf konjugasi dan membentuk komplemen graf konjugasi. Kemudian mencari eksentrisitas titik dan derajat titik. Hasil penelitian ini adalah sebagai berikut:

Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

a. Eksentrisitas total dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 4n-1, & n \text{ ganjil} \\ 4n-2, & n \text{ genap} \end{cases}$$

b. Indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi^c(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 6n^2-6n+3, & n \text{ ganjil} \\ 7n^2-8n+6, & n \text{ genap} \end{cases}$$

## ABSTRACT

Mujiono. 2020. **Total Eccentricity and Eccentric Connectivity Index of Complement Conjugate Graph of Dihedral Group**. Thesis. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) M. Nafie Jauhari, M.Si. (II) Ach. Nasichuddin, MA.

**Keywords**: total eccentricity, eccentric connectivity index, complement conjugate graph,dihedral group.

This study discusses the total eccentricity and eccentric connectivity index of complement conjugate graph of dihedral group $D_{2n}$. Than obtained by first determining the dihedral group members that conjugate to each other to form conjugate graph and complemen conjugate graph, then search eccentricity of vertices, and degree of vertices. The results of this study are as follows:

Total eccentricity and eccentric connectivity index of the complement of conjugate graph of the dihedral group with $n \geq 3$ are

a. The total eccentricity of complement of conjugate graph of the dihedral group with $n \geq 3$ are

$$\xi(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 4n-1, & n \text{ odd} \\ 4n-2, & n \text{ even} \end{cases}$$

b. The eccentric connectivity index of complement of conjugate graph of the dihedral group with $n \geq 3$ are

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{2n})}\right) = \begin{cases} 6n^2-6n+3, & n \text{ odd} \\ 7n^2-8n+6, & n \text{ even} \end{cases}$$

## ملخص

موجيون. ٢٠٢٠. ***Eksentrisitas Total* و *Indeks Konektivitas Eksentrik* عن مكملة مخطط مرافق من زمرة زوجية**. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا ملك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) مُحَمَّد ناف جوهر الماجستير (٢) احمد نصح الدين الماجستير.

**الكلمة المفتاحية**: *eksentrisitas total*، *indeks konektivitas eksentrik*، مكملة مخطط مرافق، زمرة زوجية.

تناقش هذه الدراسة *eksentrisitas total* و *indeks konektivitas eksentrik* عن مكملة مخطط مرافق من زمرة زوجية. يتم الحصول على كلاهما عن خلال تحديد أعضاء زمرة زوجية الذي يبدؤوا بالتبادل فيما بينهم لتشكيل مخطط تبادلية ثم تحديد أعضاء زمرة زوجية ليسوا متبادلين لتشكيل مخطط غير تبادلية. ثم تحديد *eksentrisitas* رؤوس و درجة رؤوس. نتائج هذه الدراسة هي:

*Eksentrisitas total* و *indeks konektivitas eksentrik* عن مكملة مخطط مرافق من زمرة زوجية $n \geq 3$ هي

أ. *Eksentrisitas total* عن مكملة مخطط مرافق من زمرة زوجية لقيمة $n \geq 3$ هي

$$\xi(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 4n-1, & n \text{ وتر} \\ 4n-2, & n \text{ كامل} \end{cases}$$

ب. *Indeks konektivitas eksentrik* عن مكملة مخطط مرافق من زمرة زوجية لقيمة $n \geq 3$ هي

$$\xi^c(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 6n^2-6n+3, & n \text{ وتر} \\ 7n^2-8n+6, & n \text{ كامل} \end{cases}$$

# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang ilmu matematika dalam bidang aljabar yang terus mengalami perkembangan. Hal tesebut dikarenakan banyaknya penelitian yang telah dilakukan, sehingga selalu memunculkan masalah baru yang menarik untuk diteliti lebih lanjut. Dalam perkembangannya, dimulai dari konsep yang sudah ada hingga kolaborasi antar konsep graf pada grup dihedral (Afifuddin, 2016).

Graf adalah pasangan himpunan titik dan sisi. Titik didefinisikan sebagai himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek, sedangkan sisi merupakan himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik bebeda. Jadi, komponen dari graf adalah titik dan sisi (Abdussakir, dkk, 2009).

Konsep teori graf yang dikembangkan para ilmuan matematika adalah graf yang dibangun dari grup, seperti graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi. Kandasamy menerangkan, graf konjugasi merupakan graf dari kelas-kelas konjugasi dari grup *non-abelian* (tidak komutatif). Kolaborasi yang dikembangkan oleh penelitian sebelumnya adalah graf yang dibangun dari grup, misalnya dari grup dihedral. Grup dihedral merupakan himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan yang dinotasikan $D_{2n}$, untuk setiap $n$ bilangan bulat positif dan $n \geq 3$ terhadap operasi komposisi. Penelitian yang telah dilakukan adalah (Rochmad Hartanto, 2013) meneliti tentang graf konjugasi dari grup dihedral-$2n(D_{2n})$ dengan $n \in Z^+$ dan $n \geq 3$ dan (Miftakhul Janah, 2017), meneliti bilangan titik penutup pada graf komplemen dari graf konjugasi dari grup dihedral. Dengan mempelajari ide penelitian tersebut, dapat dikembangkan dengan penambahan metode menggunakan eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik.

Eksentrisitas total adalah jumlah keseluruhan eksentrisitas titik dari graf $G$ (Fathalikhani et al., 2014) dan indeks konektivitas eksentrik adalah penjumlahan hasi kali dari eksentrisitas titik dengan derajat titik dari graf $G$(Sharma, Goswami, & Madan, 1997). Penelitian yang telah dilakukan, oleh De, Pal, & Nayeem (2015) eksentrisitas total dari produk hirarki umum pada sebuah graf, Sedangkan Nacaroglu dan Maden (2018) meneliti indeks konektivitas eksentrik pada Graf *Unicyclic*. Imaduddin (2019) meneliti tentang eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dan non komuting dari grup dihedral.

Berdasarkan pembahasan tersebut, dapat dikaitkan dengan ayat al quran sebagai berikut:

Allah berfirman dalam surat an Najm ayat 45:

وَأَنَّهُ,خَلَقَ الزَّوْجَيْنِ الذَّكَرَوَالْأُنْثَى

*"Dan bahwasannya Dialah yang menciptakan berpasang-pasangan pria dan wanita."*

Berdasarkan penjelasan kitab tafsir ibnu katsir tekait firman Allah dalam surat An najm ayat 45, telah dijelaskan bahwa Allah SWT, Dialah yang menjadikan orang tertawa dan menangis, mematikan dan menghidupkan, menciptakan berpasang-pasangan laki-laki dan perempuan. Dan Dialah yang menciptakan kejadian yang lainnya. Sebagaimana dalam firman Allah tesebut mengajarkan bahwa segala sesuatu yang Allah ciptakan adalah berpasang-pasang, (Abdullah bin Muhammad, 2007). Dalam matematika juga membahas tentang pasangan, yaitu pasangan antar titik dan sisi menjadi sebuah garis yang dibahas dalam teori graf.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti akan meneliti eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi yang dibangun dari grup dihedral, fokus dari penelitian ini yaitu menentukan pola eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugaasi dari grup dihedral.

**1.2. Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah penelitian ini adalah bagaimana formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral?

**1.3. Tujuan Penelitian**

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral.

**1.4. Manfaat Penelitian**

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat kepada:

a. Peneliti

   Mengetahui tentang formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari kamplemen graf konjugasi dari grup dihedral.

b. Mahasiswa

Memberikan informasi tentang formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari kamplemen graf konjugasi dari grup dihedral.

c. Lembaga

Menambahkan literatur tentang formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari kamplemen graf konjugasi dari grup dihedral.

### 1.5. Batasan Masalah

Graf yang dikaji dalam penelitian ini adalah komplemen graf konjugasi yang dibangun dari grup dihedral $D_{2n}$, $n \geq 3$ dan $n \in \mathbb{N}$.

### 1.6. Metode Penelitian

Penelitian ini adalah penilitian kepustakaan. Penelitian dilakukan dengan melakukan kajian terhadap buku-buku dan jurnal teori graf dan struktur aljabar serta jurnal-jurnal penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan objek yang akan diteliti. Kajian penelitian ini, terkait pada buku struktur aljabar dengan topik grup dihedral.

Penelitian ini menggunakan jenis penelitian kualitatif. Pola pembahasan diawali dari sesuatu yang bersifat khusus (induktif) menuju pada sesuatu yang bersifat umum (deduktif). Secara garis besar langkah penelitian ini sebagai berikut:

1. Menentukan anggota grup dihedral $D_6$,
2. Membuat tabel *cayley* dari grup dihedral $D_6$,

3. Menentukan kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral $D_6$,
4. Menggambar graf kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral $D_6$,
5. Menggambar komplemen graf kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral $D_6$,
6. Menentukan nilai eksentrisitas titik dan derajat titik pada kompelemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_6$,
7. Menentukan nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_6$,
8. Menggunakan cara yang sama pada poin 1 sampai 7, yaitu menentukan $D_8$, $D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}$,
9. Membuat dugaan berdasarkan hasil nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_6$, $D_8$, $D_{10}, D_{12}$, $D_{14}$, $D_{16}$, dan
10. Merumuskan dugaan-dugaan tersebut menjadi suatu teorema dan disertai bukti.

## 1.7. Sistematika Penulisan

Penulisan penelitian ini supaya mudah dipahami dan terarah maka digunakan sistematika penulisan yang tersusun dari empat bab, dan masing-masing bab dibagi ke dalam beberapa subbab dengan sistematika sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka terdiri dari teori-teori yang mendukung untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan topik penelitian. Pada penelitian ini, teori yang digunakan meliputi: grup, grup dihedral, teori graf, derajat titik, eksentrisitas titik, graf terhubung, graf konjugasi, komplemen graf, eksentrisitas total, dan indeks konektivitas eksentrik.

Bab III Pembahasan

Pembahasan terdiri dari bagaimana formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi dari grup dihedral.

Bab IV Penutup

Penutup terdiri dari kesimpulan yang diperoleh dari pembahasan sebelumnya dan saran untuk penelitian selanjutnya.

# BAB II

# KAJIAN PUSTAKA

## 2.1 Grup

Misalkan $G$ adalah himpunan dengan operasi biner yang memasangkan setiap pasangan berurutan $(a, b)$ di $G \times G$ dinotasikan dengan $ab$. $G$ dikatakan grup dengan operasi biner tersebut jika memenuhi aksioma berikut:

1. Asosiatif, yaitu $(ab)c = a(bc), \forall\, a, b, c \in G$.
2. Identitas. Terdapat elemen $e$ (yang disebut identitas) di $G$ sedemikian hingga $ae = ea = a, \forall\, a \in G$.
3. Invers. Untuk setiap elemen $a$ di $G$ ada elemen $b$ di $G$ (disebut invers dari $a$) sedemikian hingga $ab = ba = e$ (Gallian, 2013).

### 2.1.1 Grup Dihedral

Grup dihedral adalah grup himpunan simetri-simetri (rotasi dan refleksi) dari segi-$n$ beraturan yang dinotasikan dengan $D_{2n}$ untuk setiap $n$ bilangan bulat positif dan $n \geq 3$ terhadap operasi komposisi. Rotasi pada segi $n$ beraturan sebanyak $n$ rotasi dan refleksi pada segi $n$ beraturan sebanyak $n$ refleksi. Identitas dari grup dihedral dilambangkan dengan 1.

Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif, maka akan diberikan beberapa notasi dan perhitungan yang akan mempermudah pengamatan grup dihedral $D_{2n}$ sebagai grup abstrak, diantaranya:

1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$, adalah seluruh anggota yang berbeda dan $r^n = 1$ sehingga $|r| = n, n \in \mathbb{N}$

2. $|s| = 2$ sehingga $s \circ s = 1$
3. $s \neq r^i$ untuk semua $i$.
4. $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$ akibatnya setiap elemen dari $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$ dapat ditulis secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk suatu $k = 0$ atau 1 dan $0 \leq i \leq n-1$
5. $r\,s = s\,r^{-1}$, ini menunjukkan bahwa $r$ dan $s$ tidak komutatif sehingga $D_{2n}$ adalah non abelian
6. $sr^i = r^{-i}s$, untuk semua $0 \leq i \leq n$ (Dummit dan Foote,1991).

### 2.1.2 Konjugasi pada Grup

Diberikan $G$ adalah grup non komutatif (non abelian). Untuk $h, g \in G$, terdapat $x \in G$ sedemikian hingga $g = xhx^{-1}$, maka disebut $g$ dan $h$ adalah saling konjugasi (Kandasamy dan Smarandache, 2009). Persamaan tersebut dapat ditulis $gx = xh$ Untuk $h, g \in G$, terdapat $x \in G$.

## 2. 2 Graf

Graf $G$ adalah pasangan $(V(G), E(G))$: $V(G)$ adalah titik dan $E(G)$ adalah sisi. Titik merupakan himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek, sedangkan sisi merupakan himpunan (mungkin kosong) pasangan tak terurut dari titik-titik yang berbeda. Banyaknya unsur di $V(G)$ disebut order dari $G$ yang dinotasikan dengan $p(G)$, dan banyaknya unsur di $E(G)$ disebut ukuran dari $G$ yang dinotasikan dengan $q(G)$. Jika graf yang dibicarakan hanya graf $G$, maka order dan ukuran dari $G$ masing-masing cukup ditulis $p$ dan $q$. Graf dengan order $p$ dan ukuran $q$ dapat disebut graf $-(p, q)$ (Abdussakir,dkk, 2009).

### 2.2.1 Graf Terhubung

Misalkan $u$ dan $v$ adalah titik berbeda pada graf $G$.Titik $u$ dan $v$ dikatakan terhubung, jika terdapat lintasan $u - v$ di $G$. Suatu graf $G$dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik $u$ da $v$ yang berbeda di $G$ terhubung. Dengan kata lain, suatu graf $G$ dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik $u$ da $v$ di $G$ terdapat lintasan $u - v$ di $G$. Sebaliknya, jika ada dua titik $u$ dan $v$ di $G$, tetapi tidak ada lintasan $u - v$ di $G$, maka $G$ dikatakan tak terhuubung (Abdussakir, dkk, 2009).

### 2.2.2 Derajat Titik

Derajat dari titik $v$ di graf $G$ dinotasikan dengan $deg_G(v)$ adalah banyaknya sisi di $G$ yang terhubung langsung dengan $v$. Lingkungan dari titik $\boldsymbol{v}$ di graf $G$ yang dinotasikan dengan $N_G(v)$ adalah himpunan semua titik di $G$ yang terhubung langsung dengan $v$. Penulisan $deg_G(v)$ dan $N_G(v)$ dapat disingkat menjadi $deg(v)$ dan $N(v)$ apabila hanya terdapat satu graf $G$. Jadi jika keduanya dikaitkan maka $\deg(v) = |N(v)|$, artinya derajat titik $v$ di graf $G$ sama dengan banyaknya anggota dalam $N(v)$ (Abdussakir,dkk, 2009).

### 2.2.3 Eksentrisitas Titik

Misalkan $G$ adalah graf terhubung, $u$ dan $v$ adalah titik di $G$. Jarak dari $u$ dan $v$ merupakan panjang lintasan $u - v$ di $G$, dinotasikan dengan $d(u, v)$. Eksentrisitas (*eccentricity*) titik $u$ di $G$ merupakan jarak terbesar dari $u$ ke semua titik di $G$, dinotasikan dengan $e(u)$. Jadi, eksentrisitas dapat difomulasikan sebagai $e(u) = maks\{\, d(u, v) \mid v \in V(G)$ (Abdussakir, dkk, 2009).

**2.3 Graf Konjugasi**

Misalkan $G$ adalah grup *non abelian* (tidak komutatif) dan $[e], [g], \ldots [g_n]$ dinotasikan sebagai kelas-kelas konjugasi dari $G$ maka untuk setiap anggota $h_i$ yang berada dikelas konjugasi $[g_i]$ adalah saling terhubung langsung dengan $g_i$, dengan $i = 1, 2, \ldots n$. Graf ini disebut dengan graf konjugasi dari kelas-kelas konjugasi dari grup *non abelian* (tidak komutatif) dan dinotasikan $C(G)$ (Kandasamy dan Smarandache, 2009:79).

Misalnya diberikan grup dihedral $D_6$ mempunyai anggota $\{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Tentukan graf konjugasi dari grup tersebut!

Jawab:

Penyajian anggota grup dihedral $D_6$ dalam table Cayley sebagai berikut:

Tabel 2.1 Contoh Tabel Cayley dari $D_6$

| o | 1 | $r$ | $r^2$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | $r$ | $r^2$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | 1 | $sr^2$ | $s$ | $sr$ |
| $r^2$ | $r^2$ | 1 | $r$ | $sr$ | $sr^2$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | 1 | $r$ | $r^2$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $s$ | $r^2$ | 1 | $r$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $s$ | $sr$ | $r$ | $r^2$ | 1 |

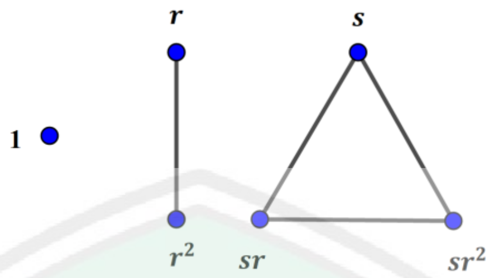
Sehingga kelas konjugasi dari grup dihedral $D_6$ adalah

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^2\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2\}$

Dari kelas konjugasi grup dihedral $D_6$ maka terbentuk graf konjugasi sebagai berikut:




Gambar 2.1 Contoh bentuk graf konjugasi dari grup dihedral $D_6$

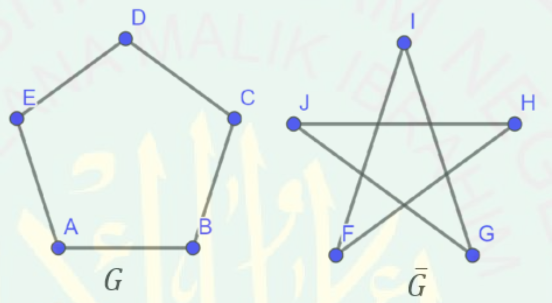
Teorema kelas-kelas konjugasi pada grup dihedral $D_{2n}$

1. Jika n ganjil adalah,
   - Elemen identitas : $\{1\}$
   - Kelas konjugasi yang berukuran 2 sebanyak $\frac{(n-1)}{2}$ : $\{r^{\pm 1}\}, \{r^{\pm 2}\}, \ldots \left\{r^{\pm \frac{(n-1)}{2}}\right\}$
   - Semua $sr$ : $sr^j$
1. Jika n genap adalah,
   - Kelas konjugasi yang berukuran 1 sebanyak 2 : $\{1\}, \left\{r^{\frac{n}{2}}\right\}$
   - Kelas konjugasi yang berukuran 2 sebanyak $\frac{n}{2} - 1$ : $\{r^{\pm 1}\}, \{r^{\pm 2}\}, \ldots \left\{r^{\pm\left(\frac{n}{2}-1\right)}\right\}$
   - 2 kelas komjugasi dari $sr$ : $\left\{sr^{2i}: 0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1\right\}$ dan $\left\{sr^{2i+1}: 0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1\right\}$

### 2.4 Komplemen Graf

Misalkan $G$ adalah graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Komplemen dari graf $G$, ditulis $\bar{G}$, adalah graf dengan himpunan titik $V(G)$ sedemikian hingga dua titik terhubung langsung di $\bar{G}$ jika dan hanya jika dua titik tersebut tidak terhubung langsung di $G$. Jadi, diperoleh bahwa $V(\bar{G}) = V(G)$ dan $uv \in E(\bar{G}) \Leftrightarrow uv \notin E(G)$(Abdussakir, dkk, 2009).

Suatu graf $G$ dan komplemennya ditunjukkan pada Gambar 2.6 berikut:



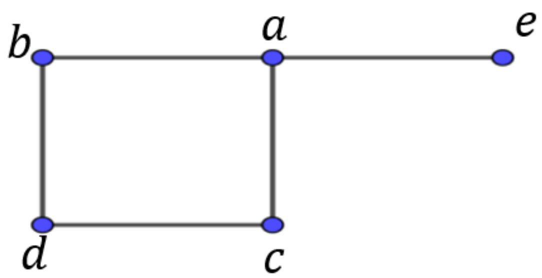

Gambar 2 2 Suatu Graf $G$ dan Komplemen Graf $G$

### 2.5 Eksentrisitas Total

Misalkan $G$ adalah graf dan $v$ adalah salah satu titik dari graf $G$. Eksentrisitas total dari graf $G$ didefinisikan sebagai $\xi(G) = \Sigma_{v \in V} e(v)$, dengan $e(v)$ adalah eksentrisitas yang merupakan jarak terpanjang diantara titik $v$ dengan semua titik di $G$. Eksentrisitas total adalah jumlah keseluruhan eksentrisitas titik dari graf $G$ (Fathalikhani et al., 2014).

Contoh:

Diberikan graf $L$ sebagai berikut:




Gambar 2.3 Contoh Eksentrisitas Total

Eksentrisitas titik $v$ di $G$ didefinisikan sebagai jarak terbesar dari $v$ ke semua titik yang lain di $G$. Berdasarkan Gambar 2.3 diperoleh eksentrisitas titik sebagai berikut:

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d), d(a,e)\}$$
$$= \max\{1, 1, 2, 1\} = 2\,,$$
$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d), d(b,e)\}$$
$$= \max\{1, 2, 1, 2\} = 2\,,$$
$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d)d(c,e)\}$$
$$= \max\{1, 2, 1, 2\} = 2\,,$$
$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c), d(d,e)\}$$
$$= \max\{2,1, 2, 3\} = 3\,, \text{dan}$$
$$e(e) = \max\{d(e,a), d(e,b), d(e,c), d(e,d)\}$$
$$= \max\{1,2, 2, 3\} = 3.$$

Setelah diketahui jumlah eksentrisitas titik pada masing-masing titik pada graf $G$, dapat dihitung eksentrisitas total pada graf $G$ sebagai berikut:

$$\xi(G) \quad = \sum_{v \in V(G)} e(v)$$
$$= \big(e(a)\big) + \big(e(b)\big) + \big(e(c)\big) + \big(e(d)\big) + (\mathrm{e}(\mathrm{e}))$$

$= (2) + (2) + (2) + (3) + (3)$

$= (2 \times 3)(3 \times 2)$

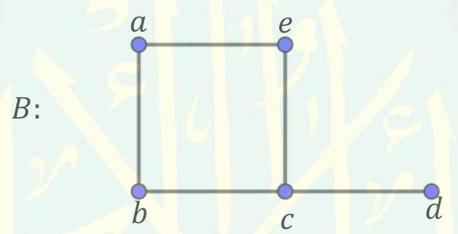
= 12.

## 2.6 Indeks Konektivitas Eksentrik

Indeks konektivitas eksentrik pada graf G disimbolkan dengan $\xi^c(G)$, didefinisikan sebagai $\xi^c(G) = \Sigma_{v \in V} e(v)deg(v)$(Sharma, Goswami, & Madan, 1997).

Contoh:

Diberikan graf $B$ sebagai berikut:




Gambar 2.4 Contoh Indeks Konektivitas Eksentrik

Berdasarkan Gambar 2.4, dapat dicari eksentrisitas titik pada graf $B$ yang merupakan jarak terjauh dari titik $v$ ke sebarang titik di $B$. Eksentrisitas titik pada $B$ diuraikan sebagai berikut:

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d), d(a,e)\}$$
$$= \max\{1, 2, 3, 1\} = 3,$$
$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d), d(b,e)\}$$
$$= \max\{1, 1, 2, 2\} = 2,$$
$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d), d(c,e)\}$$
$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2,$$
$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c), d(d,e)\}$$

$$= \max\{3, 2, 1, 2\} = 3, \text{dan}$$

$$e(e) = \max\{d(e, a), d(e, b), d(e, c), d(e, d)\}$$

$$= \max\{1, 2, 1, 2\} = 2.$$

Dapat diketahui juga derajat titik pada graf $B$ berdasarkan Gambar 2.4 yang merupakan banyaknya titik di lingkungan $v$ pada graf $B$. Derajat titik pada graf $B$ adalah sebagai berikut:

$$\deg(a) = 2; \deg(b) = 2; \deg(c) = 3; \deg(d) = 1; \deg(e) = 2:$$

Berdasarkan eksentrisitas dan derajat titik pada graf $B$ dapat dihitung indeks konektivitas eksentrik pada graf $G$ sebagai berikut:

$$\xi^c(B) = \sum_{v \in V(B)} e(v) \deg(v) = e(a) \deg(a) + e(b) \deg(b) +$$

$$e(c) \deg(c) + e(d) \deg(d) + e(e) \deg(e)$$

$$= (3 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 1) + (2 \times 2)$$

$$= 3 + (2 \times 4) + (2 \times 6)$$

$$= 23.$$

## 2.7 Ciptaan Allah yang Berpasang-pasangan

Al-Qur'an sebagai kitab suci, diyakini oleh muslim tentang keabadian, keuniversalan serta kebenarannya. Al-Qur'an adalah kitab suci yang terakhir yang dipedomani umat Islam hingga akhir masa. Al-Qur'an adalah sumber utama ajaran islam. Al-Qur'an bukan sekedar memuat petunjuk tentang hubungan manusia dengan Tuhan, tetapi juga mengatur hubungan manusia dengan sesamanya *(hublum min Allah wa hublum min an-nas)* serta manusia dengan alam sekitarnya (Ismatulloh,2015). Di antara persoalan yang terkait dengan *hublum min* *an-nas* dalam al-Qur’an adalah Berpasang-pasangan. Seperti penjelasan ayat sebagai berikut:

Allah berfirman dalam surat Yasin ayat 36:

سُبْحَنَ الَّذِى خَلَقَ الْأَزْوَاجَ كُلَّهَامِمَّاتُنْبِتُ الْأَرْضُ وَمِنْ أَنْفُسِهِمْ وَمِمَّالَا يَعْلَمُوْنَ

*“mahasuci (Allah) yang telah menciptakan semuanya berpasang-pasangan, baik dari apa yang ditumbuhkan bumi dan dari diri mereka sendiri, maupun dari apa yang tidak mereka ketahui”*

Dalam tafsir ibnu katsir dijelaskan, *(“mahasuci Allah yang telah menciptakan pasangan-pasangan semuanya, baik apa yang ditumbuhkan oleh bumi”)* yaitu berupa tumbuh-tumbuhan, buah-buahan dan tanam-tanaman. *(“Dan dari diri mereka”)* dimana Dia menjadikan mereka laki-laki dan perempuan. *(“maupun dari apa yang tidak mereka ketahui”)* yaitu berupa makhluk-makhluk lain yang tidak mereka ketahui. Sebagai mana Allah berfirman pada ayat lain yang artinya *“Dan segala sesuatu Kami ciptakan berpasang-pasangan supaya kamu mengingat akan kebesaran Allah”*(QS. adz-Dzariyat:49)(Abdullah bin Muhammad,2007).

Berdasakan penjelasan tafsir di atas menegaskan bahwa Allah Swt menciptakan segala sesuatu dimuka bumi ini berpasang-pasangan. Baik dari makhluk hidup seperti manusia diciptakan laki-laki dan perempuan. Konsep berpasang-pasangan dalam islam  memuat beberapa syarat yang harus dipenuhi dalam ikatan manusia yaitu pernikahan. Jika pernikahan dilaksanakan atas dasar mengikuti perintah agama dan sunnah Rasul, maka sakinah, mawadah dan warahmah yang telah Allah ciptakan untuk manusia dapat dinikmati oleh sepasang suami istri dalam bahtera kehidupan berumah tangga/berkeluarga (Ismatulloh,2015).

Menurut al-Jurjani (ahli bahasa), *sakinah* adalah adanya ketentraman dalam hati pada saat datangnya sesuatu yang tidak diduga, dibarengi satu *nur* (cahaya) dalam hati yang memberi ketenangan dan ketentraman pada yang menyaksikannya, dan merupakan keyakinan berdasarkan penglihatan *(ain al yaqin)*. *Mawaddah* adalah kelapangan dada dan kehendak jiwa dari kehendak buruk. Sedangkan *warahmah* yang bererti kelembutan hati. (Ismatulloh,2015).

# BAB III

# PEMBAHASAN

## 3.1 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral

Sebelum menentukan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_{2n}$, maka akan dicari terlebih dahulu kelas-kelas konjugasi grup dihedral $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}$ dan $D_{16}$ untuk memunculkan dugaan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_{2n}$.

### 3.1.1 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral $D_6$

Seperti yang sudah dijelaskan pada subbab 2.1.1, maka elemen-elemen dari $D_6$ adalah $1, r, r^2, s, sr, sr^2$. Untuk mempermudah mencari kelas-kelas konjugasi maka dibuat tabel cayley sebagai berikut:

Tabel 3.1 Tabel Cayley dari $D_6$

| $\circ$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | $1$ | $sr^2$ | $s$ | $sr$ |
| $r^2$ | $r^2$ | $1$ | $r$ | $sr$ | $sr^2$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $1$ | $r$ | $r^2$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $s$ | $r^2$ | $1$ | $r$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $s$ | $sr$ | $r$ | $r^2$ | $1$ |

Berdasarkan Tabel 3.1 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi $D_6$ sebagai berikut:

1. 1 dan 1 saling konjugasi, karena $\exists\ 1 \in D_6$ sehingga

   $1 \circ 1 = 1 \circ 1 = 1.$

2. $r$ dan $r^2$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_6$ sehingga

   $r \circ s = s \circ r^2 = sr^2.$

3. $s,\ sr$ dan $sr^2$ saling konjugasi.

   a. $s$ dan $sr$ saling konjugasi. Karena $\exists\ r^2 \in D_6$ sehingga

      $s \circ r^2 = r^2 \circ sr = sr^2.$

   b. $sr$ dan $sr^2$ saling konjugasi, karena $\exists\ r^2 \in D_6$ sehingga

      $sr \circ r^2 = r^2 \circ sr^2 = s.$

   c. $sr^2$ dan $s$ saling konjugasi, karena $\exists\ r^2 \in D_6$ sehingga

      $sr^2 \circ r^2 = r^2 \circ s = sr.$

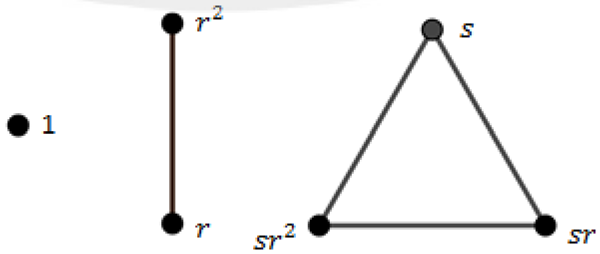
Dari 1, 2, dan 3 maka kelas-kelas konjugasi dari grup dihedral-6 adalah :

$[1] = \{1\},$

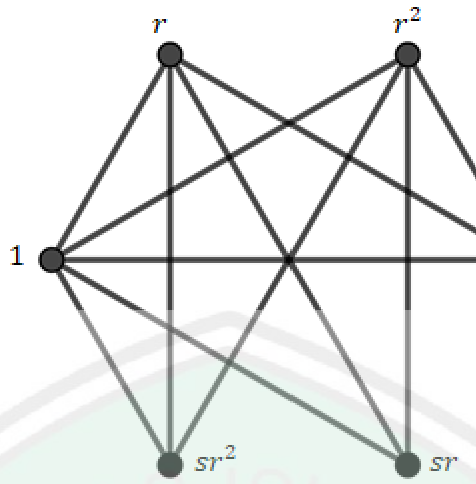
$[r] = \{r, r^2\},$ dan

$[s] = \{s, sr, sr^2\}.$

Dari kelas-kelas konjugasi grup dihedral-6 tersebut dapat digambarkan graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi sebagai berikut:




Gambar 3.1 Graf Konjugasi $D_6$




Gambar 3.2 Komplemen Graf Konjugasi $D_6$

Setelah dihasilkan graf pada Gambar 3.2, dicari eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_6$ sebagai berikut:

$$e(1) = \max\{d(1,r), d(1,r^2), d(1,s), d(1,sr), d(1,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,1,1,1\} = 1,$$
$$e(r) = \max\{d(r,1), d(r,r^2), d(r,s), d(r,sr), d(r,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,2,1,1\} = 2,$$
$$e(r^2) = \max\{d(r^2,1), d(r^2,r), d(r^2,s), d(r^2,sr), d(r^2,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,2,1,1,1\} = 2,$$
$$e(s) = \max\{d(s,1), d(s,r), d(s,r^2), d(s,sr), d(s,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,1,2,2\} = 2,$$
$$e(sr) = \max\{d(sr,1), d(sr,r), d(sr,r^2), d(sr,s), d(sr,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,1,2,2\} = 2, \text{dan}$$
$$e(sr^2) = \max\{d(sr^2,1), d(sr^2,r), d(sr^2,r^2), d(sr^2,s), d(sr^2,sr)\}$$
$$= \max\{1,1,1,2,2\} = 2.$$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.2, diketahui juga derajat titik pada komplemen graf konjugasi $D_6$ sebagai berikut:

$\deg(1) = 5; \deg(r) = 4;\ \deg(r^2) = 4; \deg(s) = 3; \deg(sr) = 3; \deg(sr^2) = 3$:

Setelah diketahui eksentrisitas titik dan derajat titik pada masing-masing titik komplemen graf konjugasi $D_6$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi $D_6$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total

$$\begin{aligned}
\xi\left(\overline{C(D_6)}\right) &= \sum_{v \in V(\overline{C(D_6)})} e(v) \\
&= \big(e(1)\big) + \big(e(r)\big) + \big(e(r^2)\big) + \big(e(s)\big) + \big(e(sr)\big) + \big(e(sr^2)\big) \\
&= (1) + (2) + (2) + (2) + (2) + (2) \\
&= 1 + (2 \times 5) \\
&= 11.
\end{aligned}$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_6)}\right) = \sum_{v \in V(\overline{C(D_6)})} e(v)\deg(v)$$

$$\begin{aligned}
&= e(1)\deg(1) + e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(s)\deg(s) \\
&\quad + e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) \\
&= (1 \times 5) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) \\
&= 39.
\end{aligned}$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi $D_6$ berturut-turut adalah 11 dan 39.

### 3.1.2 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen graf Konjugasi dari Grup Dihedral $D_8$

Menggunakan cara yang sama pada subbab 3.1.1 sehingga anggota $D_8 = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Untuk mempermudah mencari kelas konjugasi maka dibuat tabel cayley sebagai berikut:

Tabel 3.2 Tabel Cayley dari $D_8$

| $\circ$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $1$ | $sr^3$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r^2$ | $r^2$ | $r^3$ | $1$ | $r$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $s$ | $sr$ |
| $r^3$ | $r^3$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $s$ | $r^3$ | $1$ | $r$ | $r^2$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $s$ | $sr$ | $r^2$ | $r^3$ | $1$ | $r$ |
| $sr^3$ | $sr^3$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $1$ |

Berdasarkan Tabel 3.2 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi $D_8$ adalah sebagai berikut :

1. 1 dan 1 saling konjugasi.Karena $\exists\ 1 \in D_8$ sehingga

   $1 \circ 1 = 1 \circ 1 = 1.$

2. $r$ dan $r^3$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_8$ sehingga

   $r \circ s = s \circ r^3 = sr^3.$

3. $r^2$ dan $r^2$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_8$ sehingga

   $r^2 \circ s = s \circ r^2 = sr^2.$

4. $s$ dan $sr^2$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_8$ sehingga

   $s \circ r = r \circ sr^2 = sr.$

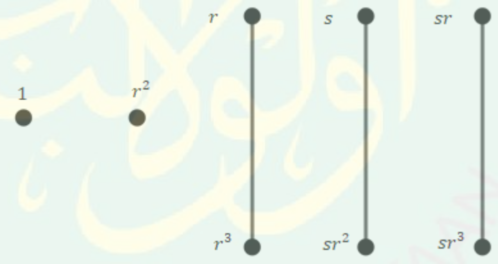
5. Maka $sr$ dan $sr^3$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_8$ sehingga

   $sr \circ r = r \circ sr^3 = sr^2.$

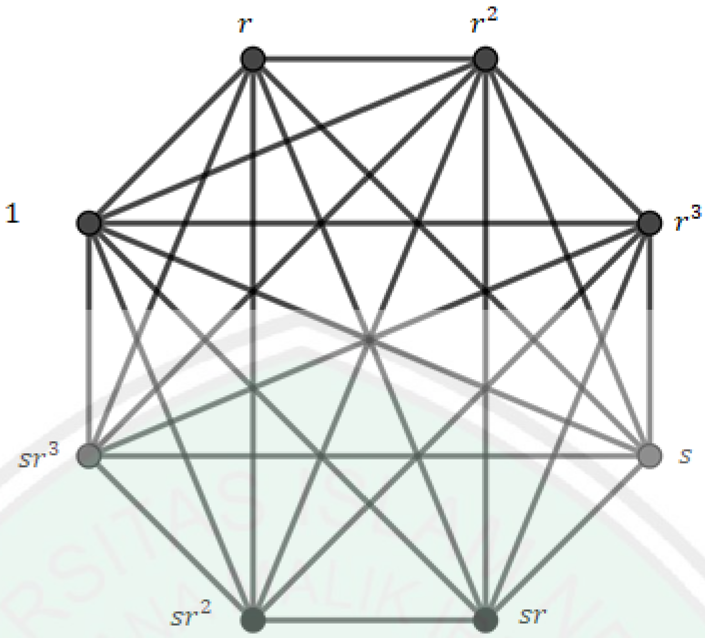
Dari 1,2, 3, 4 dan maka kelas-kelas konjugasi dari $D_8$ adalah :

$[1] = \{1\},$
$[r] = \{r, r^3\},$
$[r^2] = \{r^2\},$
$[s] = \{s, sr^2\},$ dan
$[sr] = \{sr, sr^3\}.$

Dari kelas-kelas konjugasi $D_8$ tersebut dapat digambarkan graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi sebagai berikut :




Gambar 3 3 Graf Konjugasi $D_8$




Gambar 3.4 Komplemen Graf Konjugasi $D_8$

Setelah dihasilkan graf pada Gambar 3.4, dapat dicari eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_8$, dengan cara seperti 3.1.1. Eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_8$ sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ \ e(r^2) = 1;\ e(r^3) = 2;\ \ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;$

$e(sr^2) = 2; e(sr^3) = 2:$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.4, dapat diketahui juga derajat titik pada komplemen graf konjugasi $D_8$, sebagai berikut:

$\deg(1) = 7;\ \deg(r) = 6;\ \deg(r^2) = 7;\ \deg(r^3) = 6;\ \deg(s) = 6;$

$\deg(sr) = 6;\ \deg(sr^2) = 6;\ \deg(sr^3) = 6:$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada komplemen graf konjugasi $D_8$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi $D_8$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total

$$\xi\left(\overline{C(D_8)}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_8)}\right)} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3)$$

$$= 1 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 4)$$

$$= 14.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_8)}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_8)}\right)} e(v)\deg(v)$$

$$= (e(1)\deg(1)) + (e(r)\deg(r)) + (e(r^2)\deg(r^2)) +$$

$$(e(r^3)\deg(r^3)) + (e(s)\deg(s)) + (e(sr)\deg(sr)) +$$

$$(e(sr^2)\deg(sr^2)) + e(sr^3)\deg(sr^3)$$

$$= (1 \times 7) + (2 \times 6) + (1 \times 7) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) +$$

$$(2 \times 6) + (2 \times 6)$$

$$= (2 \times 7) + (2 \times 12) + (4 \times 12)$$

$$= 86.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi $D_8$ berturut-turut adalah 14 dan 86.

### 3.1.3 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral $D_{10}$

$D_{10} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Untuk mempermudah mencari kelas-kelas konjugasi maka dibuat tabel cayley sebagai berikut:

Tabel 3.3 Tabel Cayley dari $D_{10}$

| $\circ$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $1$ | $sr^4$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ |
| $r^2$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $1$ | $r$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r^3$ | $r^3$ | $r^4$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $s$ | $sr$ |
| $r^4$ | $r^4$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $s$ | $r^4$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $s$ | $sr$ | $r^3$ | $r^4$ | $1$ | $r$ | $r^2$ |
| $sr^3$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $1$ | $r$ |
| $sr^4$ | $sr^4$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $1$ |

Berdasarkan Tabel 3.3 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi $D_{10}$ adalah sebagai berikut :

1. $1$ dan $1$ saling konjugasi, karena $\exists\, 1 \in D_{10}$ sehingga
   $1 \circ 1 = 1 \circ 1 = 1$ .
2. $r$ dan $r^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, sr \in D_{10}$ sehingga
   $r \circ sr = sr \circ r^4 = s$.
3. $r^2$ dan $r^3$ saling konjugasi, karena $\exists\, s \in D_{10}$ sehingga
   $r^2 \circ s = s \circ r^3 = sr^3$.
4. $s, sr,\ sr^2, sr^3$ dan $sr^4$ saling konjugasi.

a. $s$ dan $sr$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^3 \in D_{10}$ sehingga

$s \circ r^3 = r^3 \circ sr = sr^3$.

b. $s$ dan $sr^2$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{10}$ sehingga

$s \circ r = r \circ sr^2 = sr$.

c. $s$ dan $sr^3$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^4 \in D_{10}$ sehingga

$s \circ r^4 = r^4 \circ sr^3 = sr^4$.

d. $sr$ dan $sr^2$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^3 \in D_{10}$ sehingga

$sr \circ r^3 = r^3 \circ sr^2 = sr^4$.

e. $sr$ dan $sr^3$ saling konjugasi,karena $\exists\, r \in D_{10}$ sehingga

$sr \circ r = r \circ sr^3 = sr^2$

f. $sr$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^4 \in D_{10}$ sehingga

$sr \circ r^4 = r^4 \circ sr^4 = s$.

g. $sr^2$ dan $sr^3$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^3 \in D_{10}$ sehingga

$sr^2 \circ r^3 = r^3 \circ sr^3 = s$.

h. $sr^2$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{10}$ sehingga

$sr^2 \circ r = r \circ sr^4 = sr^3$.

i. $sr^3$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^3 \in D_{10}$ sehingga

$sr^3 \circ r^3 = r^3 \circ sr^4 = sr$

j. $sr^4$ dan $s$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^3 \in D_{10}$ sehingga

$sr^4 \circ r^3 = r^3 \circ s = sr^2$.

Dari 1, 2, 3, dan 4 maka kelas-kelas konjugasi dari $D_{10}$ adalah :

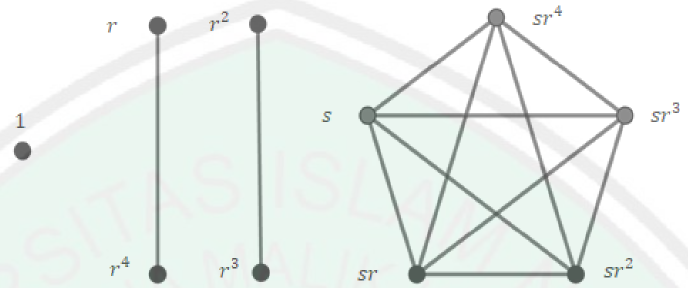
$[1] = \{1\}$,

$[r\,] = \{r, r^4\}$,

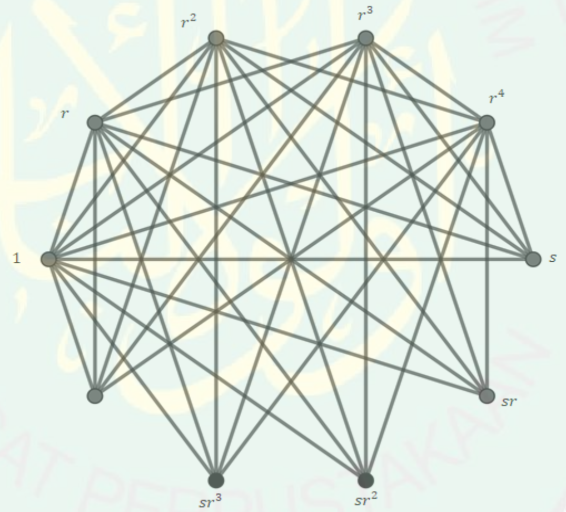
$[r^2] = \{r^2, r^3\}$, dan

$[s\ ] = \{sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$.

Dari kelas konjugasi $D_{10}$ tersebut dapat digambarkan graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi sebagai berikut :




Gambar 3.5 Graf Konjugasi $D_{10}$




Gambar 3.6 Komplemen Graf Konjugasi $D_{10}$

Setelah dihasilkan graf pada Gambar 3.6, dapat dicari eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_{10}$ sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 2;\ e(r^5) = 2;\ e(s) = 2;$

$e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2\ ;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2:$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.6, dapat diketahui juga derajat titik pada komplemen graf konjugasi $D_{10}$ sebagai berikut:

$$\deg(1) = 9;\ \deg(r) = 8;\ \deg(r^2) = 8;\ \deg(r^3) = 8;\ \deg(r^4) = 8;$$

$$\deg(s) = 5;\ \deg(sr) = 5;\ \deg(sr^2) = 5;\ \deg(sr^3) = 5; \deg(sr^4) = 5:$$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada komplemen graf konjugasi $D_{10}$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi $D_{10}$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total

$$\xi\left(\overline{C(D_{10})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{10})}\right)} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= 1 + (2 \times 9)$$

$$= 19.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{10})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{10})}\right)} e(v) \deg(v)$$

$$= (e(1)\deg(1)) + (e(r)\deg(r)) + (e(r^2)\deg(r^2)) + (e(r^3)\deg(r^3)) + (e(r^4)\deg(r^4)) + (e(s)\deg(s)) + (e(sr)\deg(sr)) + (e(sr^2)\deg(sr^2)) + e(sr^3)\deg(sr^3) + e(sr^4)\deg(sr^4)$$

$$= (1 \times 9) + (2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 5)$$

$$+(2\times 5)+(2\times 5)+(2\times 5)+(2\times 5)$$

$$=9+(4\times 16)+(5\times 10)$$

$$=123.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi $D_{10}$ berturut-turut adalah 19 dan 123.

### 3.1.4 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral $D_{12}$

$D_{12}=\{1,r,r^2,r^3,r^4,r^5,s,sr,sr^2,sr^3,sr^4,sr^5\}$. Untuk mempermudah mencari kelas-kelas konjugasi maka dibuat tabel cayley sebagai berikut:

Tabel 3. 4 Tabel Cayley dari $D_{12}$

| $\circ$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ |
| $r^2$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ |
| $r^3$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r^4$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ |
| $r^5$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ |
| $sr^3$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $r$ | $r^2$ |
| $sr^4$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ | $r$ |
| $sr^5$ | $sr^5$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $1$ |

Berdasarkan Tabel 3.4 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi $D_{12}$ adalah sebagai berikut :

1. 1 dan 1 saling konjugasi, karena $\exists\ 1 \in D_{12}$ sehingga

   $1 \circ 1 = 1 \circ 1 = 1.$
2. $r$ dan $r^5$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_{12}$ sehingga

   $r \circ s = s \circ r^5 = sr^5.$
3. $r^2$ dan $r^4$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_{12}$ sehingga

   $r^2 \circ s = s \circ r^4 = sr^4.$
4. $r^3$ dan $r^3$ saling konjugasi,karena $\exists\ s \in D_{12}$ sehingga

   $r^3 \circ s = s \circ r^3 = sr^3.$
5. $s, sr^2,$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena
   a. $s$ dan $sr^2$ saling konjugasi, karena $\exists\ r \in D_{12}$ sehingga

      $s \circ r = r \circ sr^2 = sr.$
   b. $sr^2$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena $\exists\ r \in D_{12}$ sehingga

      $sr^2 \circ r = r \circ sr^4 = sr^3.$
   c. $sr^4$ dan $s$ saling konjugasi, karena $\exists\ r \in D_{12}$ sehingga

      $sr^4 \circ r = r \circ s = sr^5.$
6. $sr, sr^3,$dan $sr^5$ saling konjugasi, karena
   a. $sr$ dan $sr^3$ saling konjugasi,karena $\exists\ r \in D_{12}$ sehingga

      $sr \circ r = r \circ sr^3 = sr^2.$
   b. $sr^3$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\ r \in D_{12}$ sehingga

      $sr^3 \circ r = r \circ sr^5 = sr^4.$
   c. $sr^5$ dan $sr$ saling konjugasi,karena $\exists\ r \in D_{12}$ sehingga

$$sr^5 \circ r = r \circ sr = s.$$

Dari 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 maka kelas-kelas konjugasi dari $D_{12}$ adalah :

$[1] = \{1\}$,

$[r] = \{r, r^5\}$,

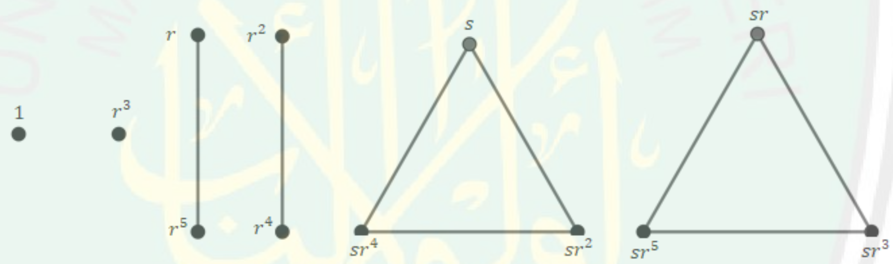
$[r^2] = \{r^2, r^4\}$,

$[r^3] = \{r^3\}$,

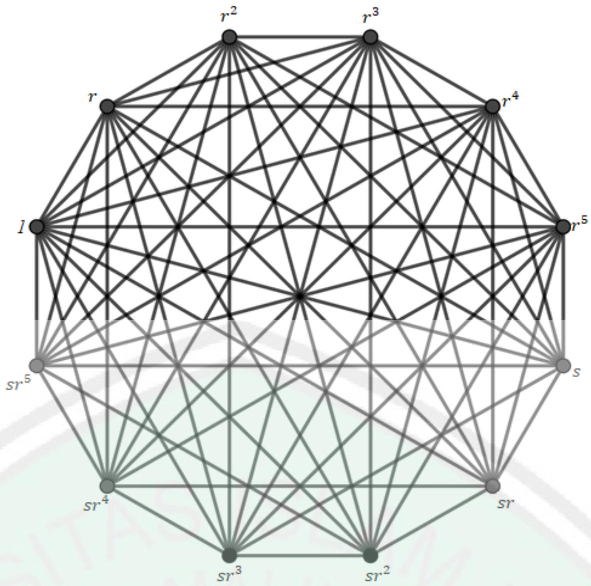
$[s] = \{s, sr^2, sr^4\}$, dan

$[sr] = \{sr, sr^3, sr^5\}$.

Dari kelas-kelas konjugasi $D_{12}$ tersebut dapat digambarkan graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi sebagai berikut :




Gambar 3.7 Graf Konjugasi $D_{12}$




Gambar 3.8 Komplemen Graf Konjugasi $D_{12}$

Setelah dihasilkan graf pada Gambar 3.8, dapat dicari eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_{12}$ sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 1;\ e(r^4) = 2; e(r^5) = 2\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2; e(sr^4) = 2;\ e(sr^4) = 2$:

Berdasarkan graf pada Gambar 3.8, dapat diketahui juga derajat titik pada komplemen graf konjugasi $D_{12}$ sebagai berikut:

$\deg(1) = 11;\ \deg(r) = 10;\ \deg(r^2) = 10;\ \deg(r^3) = 11;\ \deg(r^4) = 10;\ \deg(r^5) = 10; \deg(s) = 9;\ \deg(sr) = 9;\ \deg(sr^2) = 9;\ \deg(sr^3) = 9;\ \deg(sr^4) = 9; \deg(sr^5) = 9$:

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada komplemen graf konjugasi $D_{12}$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi $D_{12}$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total

$$\xi\left(\overline{C(D_{12})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{12})}\right)} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(s) + e(sr)$$
$$+ e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5)$$
$$= 1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$
$$= (2 \times 3) + (2 \times 8)$$
$$= 22.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{12})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{12})}\right)} e(v)\deg(v)$$

$$\begin{aligned} = & (e(1)\deg(1)) + (e(r)\deg(r)) + (e(r^2)\deg(r^2)) \\ & +(e(r^3)\deg(r^3)) + (e(r^4)\deg(r^4)) \\ & +(e(r^5)\deg(r^5))(e(s)\deg(s)) + (e(sr)\deg(sr)) \\ & +(e(sr^2)\deg(sr^2)) + (e(sr^3)\deg(sr^3)) + (e(sr^4)\deg(sr^4)) \\ & +(e(sr^5)\deg(sr^5)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = & (1 \times 11) + (2 \times 10) + (2 \times 10) + (1 \times 11) + (2 \times 10) \\ & +(2 \times 10) + (2 \times 9) + (2 \times 9) + (2 \times 9) + (2 \times 9) + (2 \times 9) \\ & +(2 \times 9) \end{aligned}$$

$$= (2 \times 11) + (4 \times 20) + (6 \times 18)$$

$$= 210.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi $D_{12}$ berturut-turut adalah 22 dan 210.

### 3.1.5 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral $D_{14}$

$D_{14} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Untuk mempermudah mencari kelas-kelas konjugasi maka dibuat tabel cayley sebagai berikut:

Tabel 3.5 Tabel Cayley dari $D_{14}$

| $\circ$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ |
| $r^2$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ |
| $r^3$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ |
| $r^4$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r^5$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ |
| $r^6$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ |
| $sr^3$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ |
| $sr^4$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ | $r^2$ |
| $sr^5$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ | $r$ |
| $sr^6$ | $sr^6$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $1$ |

Berdasarka Tabel 3.5 dapat diketahui kelas-kelas konjugasi $D_{14}$ adalah sebagai berikut :

1. $1$ dan $1$ saling konjugasi,karena $\exists\ 1 \in D_{14}$ sehingga

   $1 \circ 1 = 1 \circ 1 = 1$.

2. $r$ dan $r^6$ saling konjugasi,karena $\exists\ s \in D_{14}$ sehingga

   $r \circ s = s \circ r^6 = sr^6$.

3. $r^2$ dan $r^5$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_{14}$ sehingga

   $r^2 \circ s = s \circ r^5 = sr^5$.

4. $r^3$ dan $r^4$ saling konjugasi, karena $\exists\ s \in D_{14}$ sehingga

   $r^3 \circ s = s \circ r^4 = sr^4$.

5. $s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$, dan $sr^6$ saling konjugasi, karena

   a. $s$ dan $sr$ saling konjugasi , karena $\exists\ r^4 \in D_{14}$ sehingga

      $s \circ r^4 = r^4 \circ sr = sr^4$.

b. $s$ dan $sr^2$ saling konjugasikarena $\exists\ r \in D_{14}$ sehingga

$s \circ r = r \circ sr^2 = sr$ .

c. $s$ dan $sr^3$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^5 \in D_{14}$ sehingga

$s \circ r^5 = r^5 \circ sr^3 = sr^5$.

d. $s$ dan $sr^4$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^2 \in D_{14}$ sehingga

$s \circ r^2 = r^2 \circ sr^4 = sr^2$.

e. $s$ dan $sr^5$ saling konjugasi ,karena $\exists\ r^6 \in D_{14}$ sehingga

$s \circ r^6 = r^6 \circ sr^5 = sr^6$.

f. $sr$ dan $sr^2$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^4 \in D_{14}$ sehingga

$sr \circ r^4 = r^4 \circ sr^2 = sr^5$.

g. $sr$ dan $sr^3$ saling konjugasi,karena $\exists\ r \in D_{14}$ sehingga

$sr \circ r = r \circ sr^3 = sr^2$.

h. $sr$ dan $sr^4$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^5 \in D_{14}$ sehingga

$sr \circ r^5 = r^5 \circ sr^4 = sr^6$.

i. $sr$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^2 \in D_{14}$ sehingaa

$sr \circ r^2 = r^2 \circ sr^5 = sr^3$.

j. $sr$ dan $sr^6$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^6 \in D_{14}$ sehingga

$sr \circ r^6 = r^6 \circ sr^6 = s$.

k. $sr^2$ dan $sr^3$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^4 \in D_{14}$ sehingga

$sr^2 \circ r^4 = r^4 \circ sr^3 = sr^6$.

l. $sr^2$ dan $sr^4$ saling konjugasi,karena $\exists\ r \in D_{14}$ sehingga

$sr^2 \circ r = r \circ sr^4 = sr^3$.

m. $sr^2$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\ r^5 \in D_{14}$ sehingga

$sr^2 \circ r^5 = r^5 \circ sr^5 = s$ .

n. $sr^2$ dan $sr^6$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^2 \in D_{14}$ sehingga

$sr^2 \circ r^2 = r^2 \circ sr^6 = sr^4$.

o. $sr^3$ dan $sr^4$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^4 \in D_{14}$ sehingga

$sr^3 \circ r^4 = r^4 \circ sr^4 = s$ .

p. $sr^3$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\, r \in D_{14}$ sehingga

$sr^3 \circ r = r \circ sr^5 = sr^4$.

q. $sr^3$ dan $sr^6$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^5 \in D_{14}$ sehingga

$sr^3 \circ r^5 = r^5 \circ sr^6 = sr$.

r. $sr^4$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^4 \in D_{14}$ sehingga

$sr^4 \circ r^4 = r^4 \circ sr^5 = sr$ .

s. $sr^4$ dan $sr^6$ saling konjugasi,karena $\exists\, r \in D_{14}$ sehingga

$sr^4 \circ r = r \circ sr^6 = sr^5$.

t. $sr^5$ dan $sr^6$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^4 \in D_{14}$ sehingga

$sr^5 \circ r^4 = r^4 \circ sr^6 = sr^2$.

u. $sr^6$ dan $s$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^4 \in D_{14}$ sehingga

$sr^6 \circ r^4 = r^4 \circ s = sr^3$.

Dari 1, 2, 3, 4 dan 5 maka kelas-kelas konjugasi dari $D_{14}$ adalah :

$[1] = \{1\}$

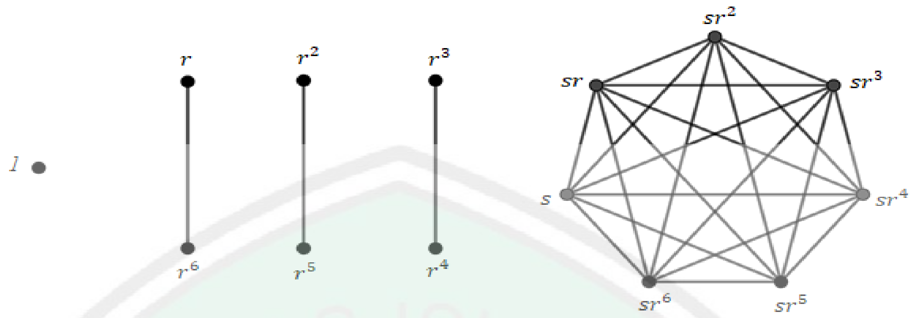
$[r] = \{r, r^6\}$

$[r^2] = \{r^2, r^5\}$

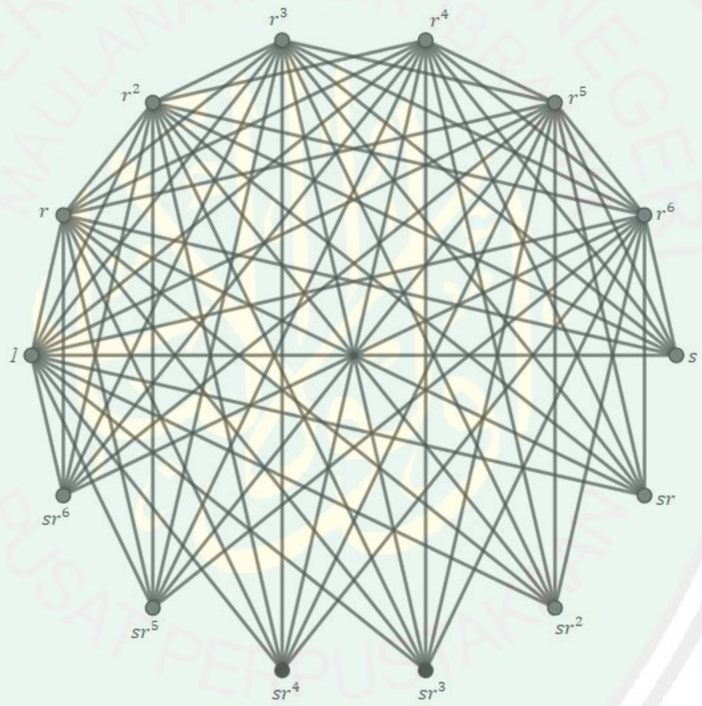
$[r^3] = \{r^3, r^4\}$

$[s] = \{s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$

Dari kelas-kelas konjugasi $D_{14}$ tersebut dapat digambarkan graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi sebagai berikut:




Gambar 3.9 Graf Konjugasi $D_{14}$




Gambar 3.10 Komplemen Graf Konjugasi $D_{14}$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.10, dapat dicari eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_{14}$ dengan menggunakan cara seperti pada 3.1.1. Eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi$(D_{14})$adalah sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 2;\ e(r^5) =;\ e(r^6) = 2;\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2;\ e(sr^6) = 2:$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.10, dapat diketahui juga derajat titik pada komplemen graf konjugasi $D_{14}$ sebagai berikut:

$\deg(1) = 13;\ \deg(r) = 12;\ \deg(r^2) = 12;\ \deg(r^3) = 12;\ \deg(r^4) = 12;\ \deg(r^5) = 12;\ \deg(r^6) = 12;\ \deg(s) = 7;\ \deg(sr) = 7;\ \deg(sr^2) = 7; \deg(sr^3) = 7;\ \deg(sr^4) = 7;\ \deg(sr^5) = 7; \deg(sr^6) = 7:$

`Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada komplemen graf konjugasi $D_{14}$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi $D_{14}$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total

$$\xi\left(\overline{C(D_{14})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{14})}\right)} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(r^6) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5) + e(sr^6)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= 1 + (2 \times 13)$$

$$= 27.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{14})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{14})}\right)} e(v) \deg(v)$$

$$= (e(1) \deg(1)) + (e(r) \deg(r)) + (e(r^2) \deg(r^2)) +$$

$(e(r^3)\deg(r^3)) + (e(r^4)\deg(r^4)) + (e(r^5)\deg(r^5)) +$

$(e(r^6)\deg(r^6)) + (e(s)\deg(s)) + (e(sr)\deg(sr)) +$

$(e(sr^2)\deg(sr^2))(e(sr^3)\deg(sr^3)) + (e(sr^4)\deg(sr^4)) +$

$(e(sr^5)\deg(sr^5)) + (e(sr^6)\deg(sr^6))$

$= (1 \times 13) + (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) +$

$(2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) +$

$(2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7)$

$= 13 + (6 \times 24) + (7 \times 14)$

$= 255.$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi $D_{14}$ berturut-turut adalah 27 dan 255.

### 3.1.6 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral $D_{16}$

$D_{16} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$. Untuk mempermudah mencari kelas-kelas konjugasi maka dibuat tabel cayley sebagai berikut:

Tabel 3.6 Tabel Cayley dari $D_{16}$

| o | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ |
| $r$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ |
| $r^2$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ |
| $r^3$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ |
| $r^4$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ |
| $r^5$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ |
| $r^6$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ |
| $r^7$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ |
| $s$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ |
| $sr$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ |
| $sr^2$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ |
| $sr^3$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ |
| $sr^4$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ |
| $sr^5$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ | $r^2$ |
| $sr^6$ | $sr^6$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ | $r$ |
| $sr^7$ | $sr^7$ | $s$ | $sr$ | $sr^2$ | $sr^3$ | $sr^4$ | $sr^5$ | $sr^6$ | $r$ | $r^2$ | $r^3$ | $r^4$ | $r^5$ | $r^6$ | $r^7$ | $1$ |

Berdasarkan Tabel 3.6, dapat diketahui kelas-kelas konjugasi $D_{16}$ adalah sebagai berikut :

1. 1 dan 1 saling konjugasi, karena $\exists\ 1 \in D_{16}$ sehingga

$1 \circ 1 = 1 \circ 1 = 1.$

2. $r$ dan $r^7$ saling konjugasi, karena $\exists\, s \in D_{16}$ sehingga

   $r \circ s = s \circ r^7 = sr^7.$

3. $r^2$ dan $r^6$ saling konjugasi, karena $\exists\, s \in D_{16}$ sehingga

   $r^2 \circ s = s \circ r^6 = sr^6.$

4. $r^3$ dan $r^5$ saling konjugasi, karena $\exists\, s \in D_{16}$ sehingga

   $r^3 \circ s = s \circ r^5 = sr^5.$

5. $r^4$ dan $r^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, s \in D_{16}$. sehingga

   $r^4 \circ s = s \circ r^4 = sr^4.$

6. $s, sr^2, sr^4$dan $sr^6$ saling konjugasi, karena

   a. $s$ dan $sr^2$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

      $s \circ r = r \circ sr^2 = sr$ .

   b. $s$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^2 \in D_{16}$ sehingga

      $s \circ r^2 = r^2 \circ sr^4 = sr^2.$

   c. $sr^2$ dan $sr^4$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

      $sr^2 \circ r = r \circ sr^4 = sr^3.$

   d. $sr^2$ dan $sr^6$ saling konjugasi, karena $\exists\, r^2 \in D_{16}$ sehingga

      $sr^2 \circ r^2 = r^2 \circ sr^6 = sr^4.$

   e. $sr^4$ dan $sr^6$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

      $sr^4 \circ r = r \circ sr^6 = sr^5.$

   f. $sr^6$ dan $s$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

      $sr^6 \circ r = r \circ s = sr^7.$

7. $sr, sr^3, sr^5$, dan $sr^7$saling konjugasi, karena

   a. $sr$ dan $sr^3$ saling konjugasi, karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

$sr \circ r = r \circ sr^3 = sr^2$.

b. $sr$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^2 \in D_{16}$ sehingga

$sr \circ r^2 = r^2 \circ sr^5 = sr^3$.

c. $sr^3$ dan $sr^5$ saling konjugasi,karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

$sr^3 \circ r = r \circ sr^5 = sr^4$.

d. $sr^3$ dan $sr^7$ saling konjugasi,karena $\exists\, r^2 \in D_{16}$ sehingga

$sr^3 \circ r^2 = r^2 \circ sr^7 = sr^5$.

e. $sr^5$ dan $sr^7$ saling konjugasi,karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

$sr^5 \circ r = r \circ sr^7 = sr^6$.

f. $sr^7$ dan $sr$ saling konjugasi,karena $\exists\, r \in D_{16}$ sehingga

$sr^7 \circ r = r \circ sr = s$ .

Dari 1, 2, 3, 4, 5, 6 dan 7 maka kelas-kelas konjugasi dari $D_{16}$ adalah

$[1] = \{1\}$

$[r] = \{r, r^7\}$

$[r^2] = \{r^2, r^6\}$

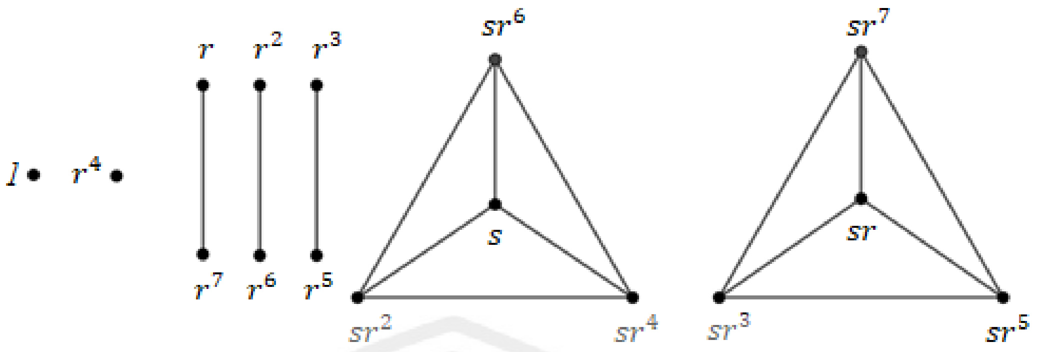
$[r^3] = \{r^3, r^5\}$

$[r^4] = \{r^4\}$

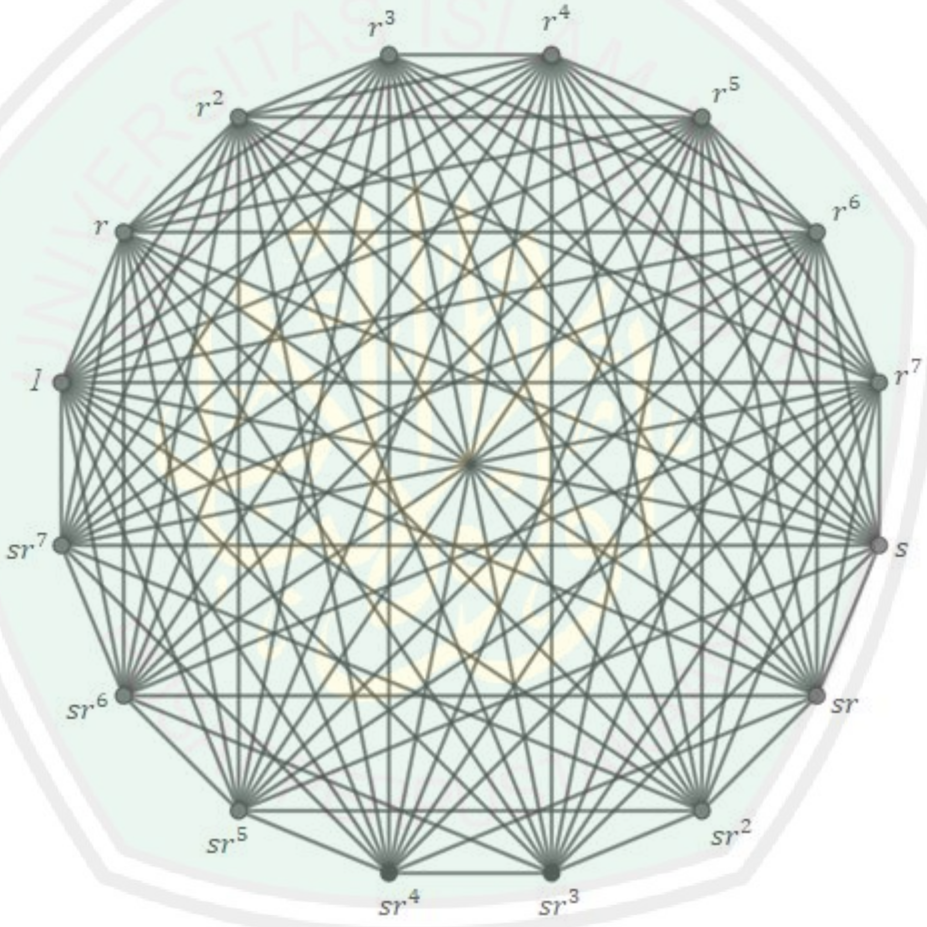
$[s] = \{s, sr^2, sr^4, sr^6\}$

$[sr] = \{sr, sr^3, sr^5, sr^7\}$

Dari kelas-kelas konjugasi $D_{16}$ tersebut dapat digambarkan graf konjugasi dan komplemen graf konjugasi sebagai berikut :




Gambar 3.11 Graf Konjugasi dari $D_{16}$




Gambar 3. 12 Komplemen Graf Konjugasi dari $D_{16}$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.12, dapat dicari eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_{16}$, dengan menggunakan cara seperti subbab 3.1.1. Eksentrisitas titik pada komplemen graf konjugasi $D_{16}$ sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 1;\ e(r^5) = 2;\ e(r^6) = 2;\ e(r^7) = 2;\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2;\ e(sr^6) = 2; e(sr^7) = 2:$

Berdasarkan graf pada Gambar 3.12, dapat diketahui juga derajat titik pada komplemen graf konjugasi $D_{16}$ sebagai berikut:

$\deg(1) = 15;\ \deg(r) = 14;\ \deg(r^2) = 14;\ \deg(r^3) = 14;\ \deg(r^4) = 15;\ \deg(r^5) = 14;\ \deg(r^6) = 14;\ \deg(r^7) = 14;\ \deg(s) = 12;\ \deg(sr) = 12;\ \deg(sr^2) = 12; \deg(sr^3) = 12;\ \deg(sr^4) = 12;\ \deg(sr^5)12;\ \deg(sr^6) = 12;\ \deg(sr^7) = 12:$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\left(\overline{C(D_{16})}\right)$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada$\left(\overline{C(D_{16})}\right)$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total

$$\xi\left(\overline{C(D_{16})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{16})}\right)} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(r^6) + e(r^7)$$

$$+ e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5) + e(sr^6)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 12)$$

$$= 30$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{16})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{16})}\right)} e(v) \deg(v)$$

$$= (e(1) \deg(1)) + (e(r) \deg(r)) + (e(r^2) \deg(r^2)) +$$

$(e(r^3)\deg(r^3)) + (e(r^4)\deg(r^4)) + (e(r^5)\deg(r^5))+$

$(e(r^6)\deg(r^6))+(e(r^7)\deg(r^7)) + (e(s)\deg(s)) +$

$(e(sr)\deg(sr)) + (e(sr^2)\deg(sr^2)) + (e(sr^3)\deg(sr^3))+$

$(e(sr^4)\deg(sr^4)) + (e(sr^5)\deg(sr^5)) + (e(sr^6)\deg(sr^6))+$

$(e(sr^7)\deg(sr^7))$

$$\begin{aligned}&= (1\times 15) + (2\times 14) + (2\times 14) + (2\times 14) + (1\times 15)\\&\quad +(2\times 14) + (2\times 14) + (2\times 14) + (2\times 12) + (2\times 12)\\&\quad +(2\times 12) + (2\times 12) + (2\times 12) + (2\times 12) + (2\times 12)\\&\quad +(2\times 12)\end{aligned}$$

$$= (2\times 15) + (6\times 28) + (8\times 24)$$

$$= 390$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari $\left(\overline{C(D_{16})}\right)$ berturut-turut adalah 30 dan 390.

Berdasarkan pengamatan menggunakan dugaan grup dihedral $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}$ dihasilkan solusi umum pada $C(D_{2n})$, sebagai berikut:

1. $D_{2n}$ untuk $n$ ganjil.
   - $\deg(1)$ adalah 0.
   - $\deg(\mathrm{r^i})$ sebenyak $\frac{\mathrm{n}-1}{2}$ . Untuk setiap $\mathrm{i}, 0 \le \mathrm{i} \le \mathrm{n}-1$.
   - $\deg(sr^i)$ sebanyak 1.
2. $D_{2n}$ untuk $n$ genap.
   - $\deg(\mathrm{D_{2n}})$ sebesar 0 ada 2, yaitu $\{1\}$ dan $\mathrm{r}^{\frac{\mathrm{n}}{2}}$ .
   - $\deg(\mathrm{r^i})$ sebanyak $\frac{\mathrm{n}-2}{2}$. $\forall \mathrm{i}, 0 \le \mathrm{i} \le \mathrm{n}-1$ dan $\mathrm{i} \ne \frac{\mathrm{n}}{2}$ .
   - $\deg(sr^i)$ sebanyak 2. $\forall i, 0 \le i \le n-1$.

Berdasarkan pengamatan tersebut, dapat membentuk $\overline{C(D_{2n})}$. Sehingga membentuk komplemen graf konjugasi yang dapat menghasilkan formula umum eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada grup dihedral $D_{2n}$ $n$ ganjil dan $n$ genap sebagai berikut:

Komplemen Graf Konjugasi dari $D_{2n}$ dengan $n \geq 3, n$ ganjil

Tabel 3. 7 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik *n* Ganjil

| $n$ | Komplemen Graf konjugasi | Eksentrisitas Total | Indeks Konektivitas Eksentrik |
|---|---|---|---|
| 3 | $D_6$ | $11 = 12 - 1$ <br> $= 4 \cdot 3 - 1$ | $39 = 54 - 18 + 3$ <br> $= 6 \cdot 9 - 18 + 3$ <br> $= 6(3^2) - 6(3) + 3$ |
| 5 | $D_{10}$ | $19 = 20 - 1$ <br> $= 4 \cdot 5 - 1$ | $123 = 150 - 30 + 3$ <br> $= 6 \cdot 25 - 30 + 3$ <br> $= 6(5^2) - 6(5) + 3$ |
| 7 | $D_{14}$ | $27 = 28 - 1$ <br> $= 4 \cdot 7 - 1$ | $255 = 294 - 42 + 3$ <br> $= 6 \cdot 49 - 42 + 3$ <br> $= 6(7^2) - 6(7) + 3$ |
| ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| $2n$ | $D_{2n}$ | $4n - 1$ | $6n^2 - 6n + 3$ |

Komplemen Graf Konjugasi dari $D_{2n}$ dengan $n \geq 3, n$ genap

Tabel 3. 8 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik *n* Genap

| $n$ | Komplemen Graf Konjugasi | Eksentrisitas Total | Indeks Konektivitas Eksentrik |
|---|---|---|---|
| 4 | $D_8$ | $14 = 16 - 2$ <br> $= 4 \cdot 4 - 2$ | $86 = 112 - 32 + 6$ <br> $= 7 \cdot 16 - 32 + 6$ <br> $= 7(4^2) - 8(4) + 6$ |
| 6 | $D_{12}$ | $22 = 24 - 2$ <br> $= 4 \cdot 6 - 2$ | $210 = 252 - 48 + 6$ <br> $= 7 \cdot 36 - 48 + 6$ <br> $= 7(6^2) - 8(6) + 6$ |
| 8 | $D_{16}$ | $30 = 32 - 2$ <br> $= 4 \cdot 8 - 2$ | $390 = 448 - 64 + 6$ <br> $= 7 \cdot 64 - 64 + 6$ <br> $= 7(8^2) - 8(8) + 6$ |
| $\vdots$ | | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $2n$ | $D_{2n}$ | $4n - 2$ | $7n^2 - 8n + 6$ |

1. $D_{2n}$ untuk $n$ ganjil.

*Lemma I* : untuk $1 \in V(\overline{C(D_{2n})}), e(1) = 1$.

Bukti : karena kardinalitas kelas konjugasi 1 adalah 1, maka 1 berderajat 0 di $C(D_{2n})$. Artinya 1 terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ . dengan demikian $e(1) = 1$ untuk $1 \in V(\overline{C(D_{2n})})$ .

*Lemma II* : untuk $r^i \in V(\overline{C(D_{2n})}), e(r^i) = 2. \forall i, 1 \leq i \leq n - 1$.

Bukti : karena $r^i$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali $r^{n-i}$, maka $2 \le e(r^i)$. Karena terdapat lintasan $r^i - 1 - r^{n-i}$, dengan demikian $e(r^i) = 2$.

*Lemma III* : untuk $sr^i \in V(\overline{C(D_{2n})}), e(sr^i) = 2$.

Bukti : karena $sr^i$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali $sr^j$, maka $2 \le e(sr^i)$. Karena terdapat lintasan $sr^i - 1 - sr^j$, dengan demikian $e(sr^i) = 2$.

*Lemma IV* : $\deg(1) = 2n - 1, \deg(r^i) = 2n - 2,$ dan $\deg(sr^i) = n$.

Bukti : karena 1 terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali 1, dengan demikian $\deg(1) = 2n - 1$. Karena $r^i$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali $r^i$ dan $r^{n-i}$, dengan demikian $\deg(r^i) = 2n - 2$. Karena $sr^i$ terhubung lansung ke semua titik $sr^j$ di $C(D_{2n})$, Artinya $sr^i$ terhubung langsung dengan semua titik $r^i$ di $\overline{C(D_{2n})}$. Maka $\deg(sr^i) = n$ untuk $sr^i \in V(\overline{C(D_{2n})})$.

2. $D_{2n}$ untuk $n$ genap.

*Lemma I* : untuk $1 \in V(\overline{C(D_{2n})}), e(1) = 1$.

Bukti : karena kardinalitas kelas konjugasi 1 adalah 1, maka 1 berderajat 0 di $C(D_{2n})$. Artinya 1 terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ . dengan demikian $e(1) = 1$ untuk $1 \in V(\overline{C(D_{2n})})$ .

*Lemma II* : untuk $r^{\frac{n}{2}} \in V(\overline{C(D_{2n})}), e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 1$.

Bukti : karena kelas konjugasi $r^{\frac{n}{2}}$ adalah 1, maka $r^{\frac{n}{2}}$ berderajat 0 di $C(D_{2n})$. Artinya $r^{\frac{n}{2}}$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ . dengan demikian $e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 1$ untuk $r^{\frac{n}{2}} \in V(\overline{C(D_{2n})})$ .

*Lemma III* : untuk $r^i \in V(\overline{C(D_{2n})}), e(r^i) = 2. \forall i, 1 \leq i \leq n-1$ dan $i \neq \frac{n}{2}$.

Bukti : karena $r^i$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali $r^{n-i}$, maka $2 \leq e(r^i)$. Karena terdapat lintasan $r^i - 1 - r^{n-i}$, dengan demikian $e(r^i) = 2$.

*Lemma IV* : untuk $sr^i \in V(\overline{C(D_{2n})}), e(sr^i) = 2$, dengan $sr^i$: $\left\{sr^{2i}: 0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1\right\}$ dan $\left\{sr^{2i+1}: 0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1\right\}$.

Bukti :

Karena $sr^{2i}$ terhubung langsung dengan $r^i$ di $V(\overline{C(D_{2n})})$, untuk $0 \leq i \leq n-1$ . $sr^{2i}$ terhubung langsung dengan $sr^{2p+1}$ di $V(\overline{C(D_{2n})})$, untuk $0 \leq p \leq \frac{n}{2} - 1$ . $sr^{2i}$ tidak terhubung lansung dengan $sr^{2q}$ di $V(\overline{C(D_{2n})})$, untuk $0 \leq q \leq \frac{n}{2} - 1$ dan $q \neq i$.

Karena $sr^{2i+1}$ terhubung langsung dengan $r^i$ di $V(\overline{C(D_{2n})})$, untuk $0 \leq i \leq n-1$. $sr^{2i+1}$ terhubung langsung dengan $sr^{2q}$ di $V(\overline{C(D_{2n})})$, untuk $0 \leq q \leq \frac{n}{2} - 1$.

$sr^{2i+1}$ tidak terhubung lansung dengan $sr^{2p+1}$ di $V(\overline{C(D_{2n})})$, untuk $0 \leq p \leq \frac{n}{2} - 1$ dan $p \neq i$ .

*Lemma V* :

$$\deg(1) = 2n - 1, \deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 2n - 1, \deg(r^i) = 2n - 2, \text{dan } \deg(sr^i) = 2n - \frac{n}{2}.$$

Bukti : karena 1 terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali 1 dan $r^{\frac{n}{2}}$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali $r^{\frac{n}{2}}$, dengan demikian $\deg(1)$ dan $\deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right)$ adalah $2n - 1$. Karena $r^i$ terhubung langsung dengan semua titik di $\overline{C(D_{2n})}$ kecuali $r^i$ dan $r^{n-i}$, dengan demikian $\deg(r^i) = 2n - 2$. Karena $sr^i$ membentuk 2 graf komplit pada $C(D_{2n})$ untuk $sr^i$: $\left\{sr^{2i}: 0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1\right\}$ dan $\left\{sr^{2i+1}: 0 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1\right\}$. Oleh karena itu, $sr^{2i}$ tidak terhubung langsung dengan $sr^{2i+1}$ di $C(D_{2n})$. Dengan demikian $sr^{2i}$ terhubung langsung dengan titik $sr^{2i+1}$ dan titik $r^i$ di $\overline{C(D_{2n})}$. Sehingga diperoleh $\deg(sr^i) = 2n - \frac{n}{2}$ di $\overline{C(D_{2n})}$.

**Teorema 1**

Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_{2n}$ dengan $n \geq 3$ dan $n$ ganjil berturut-turut adalah

$$\xi\left(\overline{C(D_{2n})}\right) = 4n - 1$$

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{2n})}\right) = 6n^2 - 6n + 3$$

Bukti:

Berdasarkan lemma maka eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral berturut-turut adalah

Eksentrisitas Total

$$\xi\left(\overline{C(D_{2n})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{2n})}\right)} e(v)$$

$$= e(1) + \sum_{i=1}^{n-1} e\left(r^i\right) + \sum_{j=1}^{n} e\left(sr^i\right)$$

$$= 1 + 2(n-1) + 2(n)$$

$$= 4n - 1$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{2n})}\right) = \sum_{v \in V\left(\overline{C(D_{2n})}\right)} e(v) \deg(v)$$

$$= e(1)\,deg(1) + \sum_{i=1}^{n-1} e(r^i)\,deg(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^i)\,deg(sr^i)$$

$$= 1(2n-1) + 2(n-1)(2n-2) + n(2)\,n$$

$$= 2n - 1 + (2n-2)(2n-2) + (2n)n$$

$$= 2n - 1 + 4n^2 - 8n + 4 + 2n^2$$

$$= 6n^2 - 6n + 3.$$

**Teorema 2**

Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral $D_{2n}$ dengan $n \geq 3$, dan $n$ genap berturut-turut adalah

$$\xi(\overline{C(D_{2n})}) = 4n - 2$$

$$\xi^c(\overline{C(D_{2n})}) = 7n^2 - 8n + 6$$

Bukti :

Berdasarkan lemma maka eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral berturut-turut adalah

Eksentrisitas Total

$$\xi(\overline{C(D_{2n})}) = \sum_{v \in V(\overline{C(D_{2n})})} e(v)$$

$$= e(1) + e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r^{\frac{n}{2}}}}^{n-1} e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^i)$$

$$= 1 + 1 + (n-2)2 + (n)2$$

$$= 4n - 2$$

Indeks Konektivitas Eksentrik

$$\xi^c\left(\overline{C(D_{2n})}\right) = \sum_{v\in V\left(\overline{C(D_{2n})}\right)} e(v)\deg(v)$$

$$= e(1)\,deg(1) + e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right) + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq\frac{n}{2}}}^{n-1} e\left(r^i\right) deg\left(r^i\right)$$

$$+ \sum_{j=1}^{n} e\left(sr^i\right) deg\left(sr^i\right)$$

$$= 1(2n-1) + 1(2n-1) + 2(n-2)\,(2n-2) + n(2)\,(2n - \tfrac{n}{2})$$

$$= 2n - 1 + 2n - 1 + (2n-4)(2n-2) + (2n)\left(2n - \frac{n}{2}\right)$$

$$= 4n - 2 + 4n^2 - 12n + 8 + 4n^2 - n^2$$

$$= 7n^2 - 8n + 6.$$

### 3.2 Integrasi Hasil Penelitian dengan Kajian Islam

Berdasarkan surat Yasin ayat 36 yang memiliki arti

"*mahasuci (Allah) yang telah menciptakan semuanya berpasang-pasangan, baik dari apa yang ditumbuhkan bumi dan dari diri mereka sendiri, maupun dari apa yang tidak mereka ketahui*".

Abu Ja'far berkata: maksud ayat ini adalah Maha Suci Tuhan yang menciptakan bermacam-macam tumbuhan bumi, dan juga diri mereka sendiri.

Allah menciptakan jenis laki-laki dan perempuan dari keturuan mereka dan makhluk-makhluk yang tidak mereka ketahui. Allah juga menciptakan pasangan-pasangan dari apa-apa yang disandarkan orang-orang musyrik kepada Allah, dan yang mereka jadikan sebagai sekutu bagi Allah.(Abu Ja'far Muhammad,2009:646).

Konsep berpasang-pasangan dalam islam mengarah kepada menjadi pasangan yang baik, dimana untuk memenuhinya mempunyai beberapa yang harus terpenuhi yaitu *sakinnah mawaddah warahmah*. Terkait istilah *sakinah, mawaddah*, dan *rahmah*, memunculkan beragam definisi. Diantaranya adalah *Al-Isfahan* (ahli fiqih dan tafsir) mengartikan *sakinah* dengan tidak ada rasa gentar dalam menghadapi sesuatu (Ismatulloh,2015).

Perekembangan dalam sebuah pembahasaan bahasa Indonesia, kata *sakiinah* diadopsi dalam bahasa Indonesia dengan ejaan yang disesuaikan menjadi *sakinah* yang berarti kedamaian, ketentraman, ketenangan, kebahagiaan. Kata *mawaddah* juga sudah diadopsi dalam bahasa Indonesia menjadi *mawadah* yang berarti kasih saying. Sedangkan kata *rahmah*, setelah diadopsi dalam bahasa Indonesia ejaannya disesuaikan menjadi *rahmat* yang berarti kelembutan hati (Ismatulloh,2015).

Menjalin hubungan pernikahan mempunyai syarat yang harus dipenuh agar menjadi pasangan yang baik, sesuai dengan apa yang telah dipaparkan di atas. Begitu juga dalam penelitian ini yang membahas tentang graf yang dibangun oleh grup dihedral. Hasil dari penelitian ini diperoleh pola eksentrisitas total dan pola indeks konektivitas eksentrik pada komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n$ ganjil dan $n$ genap. Indeks konektivitas eksentrik didapatkan dari perkalian antara eksentrisitas titik dengan derajat titik, dengan kata lain indeks konektivitas eksentrik merupakan hasil dari pasangan eksentrisitas titik dan derajat titik.

Berdasarkan uraian diatas, terdapat korelasi antara indeks konektivitas eksentrik dengan konsep berpasang-pasangan dalam Islam. Pernikahan yang baik haruslah memenuhi syarat yaitu *sakinah*, *mawadah*, dan *warahmah*. Sedangkan terbentuknya indeks konektivitas eksentrik harus memenuhi syarat adanya grup dihedral, graf konjugasi dan perkalian antara eksentrisitas titik dengan derajat titik.

.

# BAB IV

# PENUTUP

## 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang ada, maka dapat diambil kesimpulan fomula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral sebagai berikut:

Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

1. Eksentrisitas total dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 4n - 1, & n \text{ ganjil} \\ 4n - 2, & n \text{ genap} \end{cases}$$

2. Indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi^c(\overline{C(D_{2n})}) = \begin{cases} 6n^2 - 6n + 3, & n \text{ ganjil} \\ 7n^2 - 8n + 6, & n \text{ genap} \end{cases}$$

## 4.2 Saran

Penelitian ini membahas pokok masalah eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari komplemen graf konjugasi dari grup dihedral. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya membahas tentang eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada graf lain.

## DAFTAR RUJUKAN


Abdullahi, R., Sani. (2014). *Sains Berbasis Al Quran*. Jakarta: PT Bumi Aksara.

Abdussakir, Azizah, N. N., & Nofandika, F. F. (2009). *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2016). *Graphs & Digraphs Sixth Edition.* Boca Raton: CRC Press.

De, N., Pal, A., & Nayeem, S. M. A. (2015). Total eccentricity index of some composite graphs. *Malaya J. Mat*, *3*(4), 523–529.

Dummit, D. S., & Foote, R. M. (1991). *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice Hall. Inc.

Abdullah bin Muhammad bin Abdurrahman bin Ishaq Alu Syaikh. (2007) *Labaabut Tafsiir Min Ibnu Katsir*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i

Abu Ja'far Muhammad bin Jarir Ath-Thabari. (2009). *Tafsir Ath-Thabari*. Jakarta: Pustaka Azzam.

Fathalikhani, K., Faramarzi, H., & Yousefi-Azari, H. (2014). Total eccentricity of some graph operations. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *45*, 125–131.

Gallian, J. A. (2013). *Contemporary Abstract Algebra Ninth Edition*. Boston: Cengage Learning.

Kandasamy, W.B dan Smarandache, F.2009. *Grups As Graphs*. Romania: Editura Cuart.

Nacaroglu, Y., & Maden, A. D. (2018). On the eccentric connectivity index of unicyclic. *Iranian Journal of Mathematical Chemstry*, *9*(1), 47–56.

Sharma, V., Goswami, R., & Madan, A. K. (1997). Eccentric Connectivity Index: A Novel Highly Discriminating Topological Descriptor for Structure−Property and Structure−Activity Studies. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, *37*(2), 273–282.

## RIWAYAT HIDUP

Mujiono, lahir di Margamulya pada tanggal 07 Januari 1997. Anak pertama dari dua bersaudara yang dilahirkan dari pasangan bapak Walodi dan ibu Surtiyah. Pendidikan Sekolah Dasar (SD) ditempuh di SDN I Sribasuki lulus tahun 2009, Sekolah Menengah Pertama (SMP) ditempuh di SMPN II Batanghari lulus tahun 2012, Sekolah Menengah Atas (SMA) ditempuh di Madrasah Aliyah (MA) Ma'arif NU 5 Sekampung lulus tahun 2015. Kemudian pada tahun 2015 melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa telah perperan aktif pada organisasi intra dan ekstra kampus yaitu:

1. Pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) "Integral" Matematika Devisi Penerbitan dan Jurnalistik (PNJ) Periode 2016/2017.
2. Ketua Umum Pengurus Himpunan Mahasiswa Jurusan (HMJ) "Inetegral" Matematika Periode 2017/2018.
3. Pengurus Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia (PMII) Rayon "Pencerahan" Galileo Biro Pengembangan Wawasan (PW) Periode 2016/2017.
4. CO Biro Keislaman Pengurus Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia (PMII) Rayon "Pencerahan" Galileo Periode 2017/2018.
5. CO Biro Keislaman Pengurus Komisariat Pergerakan Mahasiswa Islam Indonesia (PMII) Sunan Ampel Malang Periode 2018/2019.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

## BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Mujiono
NIM : 15610018
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik dari Komplemen Graf Konjugasi dari Grup Dihedral
Pembimbing I : M. Nafie Jauhari, M.Si
Pembimbing II : Ach. Masichuddin, MA

| No | Tanggal | Hal | Tanda Tangan |
|---|---|---|---|
| 1. | 21 Januari 2020 | Konsultasi Bab I dan II | 1. |
| 2. | 02 Desember 2019 | Konsultasi Kajian Keagamaan Bab I dan II | 2. |
| 3. | 22 Januari 2020 | Revisi Bab I dan II | 3. |
| 4. | 13 Desember 2019 | ACC Kajian Keagamaan Bab I dan Konsultasi Kajian Keagamaan Bab II | 4. |
| 5. | 28 Januari 2020 | ACC Bab I dan II dan Konsultasi Bab III | 5. |
| 6. | 13 Desember 2019 | ACC Kajian Keagamaan Bab II dan Konsultasi Kajian Keagamaan Bab III | 6. |
| 7. | 13 Desember 2019 | ACC Kajian Keagamaan Bab III | 7. |
| 8. | 13 Desember 2019 | ACC Kajian Keagamaan | 8. |
| 9. | 04 Februari 2020 | ACC Bab III | 9. |
| 10. | 04 Februari 2020 | ACC Keseluruhan | 10. |

Malang, 05 Februari 2020
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001