PENYELESAIAN PERSAMAAN FITZHUGH NAGUMO DENGAN *VARITIONAL ITERATION METHOD* (VIM)

SKRIPSI

OLEH
NUR AINI AMILATUS SOLIKAH
NIM. 15610106

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

PENYELESAIAN PERSAMAAN FITZHUGH NAGUMO DENGAN *VARITIONAL ITERATION METHOD* (VIM)

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Nur Aini Amilatus Solikah
NIM. 15610106

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

PENYELESAIAN PERSAMAAN FITZHUGH NAGUMO DENGAN *VARITIONAL ITERATION METHOD* (VIM)

SKRIPSI

Oleh
Nur Aini Amilatus Solikah
NIM. 15610106

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 28 November 2019

Pembimbing I,

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

Pembimbing II,

Muhammad Khudzaifah, M.Si
NIDT. 19900511 20160801 1 057

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PENYELESAIAN PERSAMAAN FITZHUGH NAGUMO DENGAN *VARITIONAL ITERATION METHOD* (VIM)

SKRIPSI

Oleh
Nur Aini Amilatus Solikah
15610106

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai salah satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 26 Desember 2019

Penguji Utama	: Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Ketua Penguji	: Ari Kusumastuti,M.Pd, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	: Muhammad Khudzaifah, M.Si	....

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Nur Aini Amilatus Solikah

NIM : 15610106

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : penyelesaian persamaan fitzugh nagumo dengan *Varitional iteration method* (vim)

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencamtumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 17 Desember 2019

Yang membuat pernyataan,

Nur Aini Amilatus Solikah

NIM. 15610106

MOTTO

“hiasi hidupmu dengan Al qur’an”

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayah Sunardi dan Ibu Binti Khosi'ah tersayang

yang selalu memberikan doa, nasihat, semangat dan kasih sayang yang sangat

berarti bagi penulis

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si,, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Muhammad Khudzaifah, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan Ibu serta kakak dan adik tercinta yang selalu memberikan do'a, semangat, kasih sayang serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Keluarga besar PPTQ Oemah Alquran Abu Hanifah yang selalu menemani dan memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis.
9. Sahabat-sahabat terbaik penulis yang selalu menemani, membantu, dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
10. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2015 yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terimakasih kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
11. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 17 Desember 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Solikah, Nur Aini Amilatus. 2019. **Penyelesaian Persamaan Fitzhugh Nagumo dengan Varitional Iteration Method (VIM)**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malikrkan Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Usman Pagalay M.Si. (II) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Kata kunci: *Varitional Iteration Method* (VIM), Persamaan Fitzhugh Nagumo, Solusi analitik

Penelitian ini membahas tentang penyelesaian persaman fitzhugh nagumo dengan menggunakan *Varitional Iteration Method* (VIM). Persamaan fitzhugh nagumo merupakan persamaan diferensial parsial yang menggambarkan jalannya impuls saraf pada akson. Adapun *Varitional Iteration Method* (VIM) merupakan metode semi analitik yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial nonlinier. *Varitional Iteration Method* (VIM) terdiri dari tiga konsep dasar, yaitu pengali lagrange, variasi terbatas, dan fungsi koreksi. Pengali lagrange dapat diidentifikasi secara optimal menggunakan integral parsial. Nilai pengali lagrange yang didapatkan dari persamaan Fitzhugh nagumo yaitu -1. Kemudian pengali lagrange disubstitusikan ke fungsi korektor untuk menghasilkan formula iterasi $u_1, u_2, u_3, u_{4,} \dots u_{.n}$. Yang kemudian dari nilai iterasi tersebut didapatkan pola untuk menemukan solusi eksak dari persamaan fitzhugh nagumo.

.

ABSTRACT

Solikah, Nur Aini Amilatus. 2019. **The Solving of Fitzhugh Nagumo Equation by Vartional Iteration Method (VIM)**. Thesis.Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Keyword: *Varitional Iteration Method* (VIM), Fitzhugh Nagumo equation, analitic solution.

This study discusses the completion of the fitzhugh nagumo equation using the Varitional Iteration Method (VIM). Fitzhugh Nagumo equations are partial differential equations that describe the course of nerve impulses in axons. The Varitional Iteration Method (VIM) is a semi-analytic method that can be used to solve nonlinear partial differential equations. Varitional Iteration Method (VIM) consists of three basic concepts, there are lagrange multiplier, limited variation, and correction functions. Lagrange multipliers can be identified optimally using partial integrals. The lagrange multiplier value obtained from the Fitzhugh Nagumo equation is -1. Then the lagrange multiplier is substituted into the corrector function to produce an iteration formula $u_1, u_2, u_3, u_{4,} \dots u_n$. Then from the iteration

ملخص

الصالحه ,نور عين عاملة .٢٠١٩ . **الحل معادلات fitzhugh nagumo بطريقة التكرار البديل.** بحث الجمعي .شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنو لوجيا، الجامعة الحكومية الإسلامية مولنا مالك إبراهيم مالانج .المستشارون:(١) الدكطور عثمان فاغلي لمجستير (٢) محمد خذيفه، الماجستير.

الكلمات المفتاحية: طريقة التكرار البديل, معادلة fitzhugh nagumo,حل تحليلي

تناقش هذه الدراسة الانتهاء من معادلة fitzhugh Nagumo بطريقة التكرار البديل. معادلة fitzhugh Nagumo هي معادلة تفاضلية جزئية تصف مسار النبضات العصبية في المحاور. طريقة التكرار البديل (VIM) هي طريقة شبه تحليلية يمكن استخدامها لحل المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية. تتكون طريقة التكرار البديل (VIM) من ثلاثة مفاهيم أساسية ، هي: مضاعف المضاعف ، التباين المحدود ، ووظائف التصحيح. يمكن تحديد مضاعفات لاجرانج على النحو الأمثل باستخدام تكاملات جزئية. قيمة لاغرانج المضاعفة التي تم الحصول عليها من معادلة فيتزهو ناغومو هي -١. ثم يتم استبدال المضاعف lagrange في الدالة مصحح لإنتاج صيغة التكرار. ثم من قيمة التكرار حصلت على نمط لإيجاد الحل الدقيق لمعادلة fitzhugh nagumo

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial merupakan salah satu bagian dari ilmu matematika yang dapat digunakan untuk masasalah-masalah dalam kehidupan sehari-hari. Diantaranya dalam ilmu kesehatan fisika, geometri, dan analisis. Persamaan diferensial secara umum dibagi menjadi dua yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial. Persamaan diferensial biasa yaitu persamaan diferensial yang hanya memuat turunan yang hanya terdiri dari satu atau lebih variabel tak bebas dengan satu variabel bebas. Sedangkan persamaan diferensial parsial yaitu persamaan diferensial yang memuat fungsi dua atau lebih variabel bebas dan turunan parsial dari fungsi tersebut (Etans, 1997). Persamaan diferensial parsial dapat digunakan untuk memodelkan objek yang merupakan fakta-fakta sains yang dipengaruhi oleh lebih dari satu variabel bebas (Debnath, 2012).

Pekembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang matematika turut memberikan peranan penting dalam menggambarkan fenomena model dan sistem yang terbentang di alam semesta. Dalam perjalanannya, ilmu matematika tidak bisa lepas dengan konsep islam dalam Al-Qur’an yang kebenarannya tidak diragukan lagi. Allah telah menjelaskan di surat al-Anbiyaa’ ayat 33, bahwa Allah Swt telah menciptakan system yang sangat teratur di alam raya ini.

وَهُوَ ٱلَّذِى خَلَقَ ٱلَّيْلَ وَٱلنَّهَارَ وَٱلشَّمْسَ وَٱلْقَمَرَ ۖ كُلٌّ فِى فَلَكٍ يَسْبَحُون

” Dan Dialah yang telah menciptakan malam dan siang, matahari dan bulan, masing-masing dari keduanya itu beredar di dalam garis edarnya.”

Dari ayat diatas, dapat diketahui bahwa Allah Swt sudah menciptakan semua sistem di alam semesta ini dengan sempurna. Dia-lah Sang Maha Pencipta yang Sesungguhnya, tidak ada satupun yang menyerupaiNya, Bahkan sistem sekecil apapun tetap diciptakan dengan struktur yang sangat sempurna, tanpa ada kekurangan sedikitpun. Maka tidak ada jalan bagi kita manusia yang beriman untuk menuju jalan kemusrikan (Al-Maraghi, 1990).

Salah satu cabang matematika yang penting dan banyak manfaatnya adalah pemodelan matematika. Penggunaan model matematika telah banyak membantu menyelesaikan masalah-masalah diberbagai bidang. Karenanya, diharapkan akan didapat solusi akhir yang tepat, valid, dan diterima secara ilmiah oleh dunia ilmu pengetahuan.

Allah Swt telah menciptakan alam semesta seisinya ini dengan sangat sempurna. Salah satu diantaranya yaitu telah menciptakan sistem saraf pada manusia dengan sangat teratur dan seimbang. Sistem saraf berisi system koordinasi yang berfungsi untuk menyampaikan impuls yang dapat dideteksi dan direspon oleh tubuh. Gerak perjalanan impuls sel saraf menjadi menarik untuk dipelajari. Allah Swt menjelaskan keseimbangan susunan tubuh manusia di dalam Al- Quran surat al-infithar ayat 6-8

يَا أَيُّهَا الْإِنْسَانُ مَا غَرَّكَ بِرَبِّكَ الْكَرِيمِ (٦) الَّذِي خَلَقَكَ فَسَوَّاكَ فَعَدَلَكَ (٧) فِي أَيِّ صُورَةٍ مَا شَاءَ رَكَّبَكَ (٨)

"6.Hai manusia, apakah yang telah memperdayakan kamu (berbuat durhaka) terhadap Allah yang Maha Pemurah. 7. Yang telah menciptakan kamu lalu menyempurnakan kejadianmu dan menjadikan (susunan tubuh) mu seimbang. 8. Dalam bentuk apa saja yang Allah kehendaki, Allah menyusun tubuhmu." (QS. Al-Infithaar:6-8).

Ayat diatas dijelaskan dalam Tafsir Ibnu Katsir, bahwa Allah Swt telah mencurahkan segala karunia kepada manusia namun kebanyakan manusia lalai. Apakah gerangan yang menyebabkan manusia lalai dan lengah dari panggilan Allah?Apakah yang memperdayakan manusia sehingga mereka lupa?Tentu saja yang memperdayakan manusia dari mengingat Allah adalah syaitan. Syaitan yang menyebabkan manusia akan menyesal untuk selama-lamanya. Tidak ada yang menghambat langkah manusia menuju Allah melainkan syaitan. Bahwa Allah telah mnciptakn manusia dari air mani yang keluar dari *shulbi* lai-laki dengan air yang kelur dari *taraaib* perempuan, yang dikandung di dalam rahim ibu menurut ukuran bulan-bulan tertentu. Kemudian Allah menyempurnakan kejadian manusia. Mulai dari setetes air yang bernama *nuftah*, lau menjadi segumpal darah yang bernama *'alaqah,* kemudian menjadi segumpal daging yang dinamai *mudghah*. Bentuk tubuh manusia benar-benar dijadikan Allah seimbang. Mulai dari kepala, badan. Tangan dan kaki, dan seluruh komponen system kerja yang ada di dalam tubuh manusia bekerja dengan seimbang. Maha besar Allah yang telah menjadikan manusia dalam bentuk yang paling sempurna dan indah. Allah membuat bentuk tubuh manusia itu sesuai dengan kehendak Allah. Setiap manusia dijadikan oleh Allah sebagai makhluk yang berbeda dengan makhluk Setelah menerima berjuta-juta rangsangan dari dalam ataupun luar tubuh, rangsangan tersebut akan diproses dan selanjutnya akan digunakan untuk menentukan respon apa yang akan diberikan oleh tubuh (Oswari, 2008).

Model matematika din amika impuls pada satu sel saraf pertama kali dinyatakan oleh model Hodgkin Huxley dan model Fithugh Nagumo (Fitzhugh,1961). Model Fitzhugh nagumo merupakam penyederhanaan dari model

Hodgkin Huxley yang merup akan representasi dari rangsangan dan pemulihan beda potensial pada sel saraf. Pada mulanya, sistem persamaan Fithugh Nagumo berbentuk sistem persamaan diferensial biasa. Bertujuan untuk menggambarkan model gelombang medium akson, persamaan difusi digabungkan dengan persamaan Fithugh Nagumo tersebut, s ehingga terbentuklah suatu model sistem persamaan difusi fitzhugh nagumo. Griffiths dan William (2010) memberikan asumsi bahwa pengaruh external dan variabel pemulihan diabaikan sehingga sistem persamaan Fitzhugh nagumo menjadi sebuah persamaan sebagai berikut:

$$u_t = Du_{xx} + u(a-u)(1-u)$$

Persamaan ini merupakan hasil dari persamaan hodgin huxley. Persamaan ini adalah persamaan diferensial parsial yang menggambarkan jalannya impuls saraf pada akson. Dimana $0 \leq a \leq 1$ merupakan konstanta sembarang. $u_t(x,t)$ didefinisikan sebagai beda potensial rangsangan. D merupakan difusitas listrik pada akson, dan a adalah ambang batas rangsangan (Manaa.A,2015).

Banyak metode-metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial. Untuk persamaan diferensial biasa, metode yang biasa digunakan antara lain metode euler, metode heun, metode deret taylor dan sebagainya. Untuk persamaan diferensial parsial, metode yang dapat digunakan antara lain metode karakteristk, metode beda hingga, *Adomian decomposition method*, *Varitional iteration method*, *Tanh coth method*, dan sebagainya.

Metode-metode yang dapat menyelesaikan persamaan diferensial terbagi menjadi 3 metode berdasarkan solusinya yaitu metode numerik, metode analitik, dan metode kualitatif. Solusi dari metode numerik sebagian besar berbentuk angka.

Sedangkan metode analitik menghasilkaan solusi dalam bentuk fungsi yang kontinu, selanjutnya fungsi tersebut dapat disubstitusikan untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka.

Persamaan diferensial merupakan salah satu bidang ilmu matematika yang termasuk dalam kelompok terapan yang dapat diselesaikan secara analitik, namun juga secara numerik. Tetapi untuk persamaan diferensial parsial, metode analitik sulit digunakan dalam permasalahan tersebut karena kadangkala solusi analitik belum bisa memberikan solusi yang memadai tentang kuantitas yang dicari, sehingga solusi yang lebih tepat dapat menggunakan metode numerik. Solusi dari metode analitik bersifat eksak sedangkan solusi dari metode numerik. bersifat hampiran atau pendekatan (Didi Budi Nugroho, 2011).

Pada penelitian ini, akan digunakan metode *Varitional Iteration Method* (VIM) untuk meyelesaikan persamaan Fitzhugh Nagumo. *Varitional Iteration method* (VIM) merupakan metode penyelesaian suatu persamaan diferensial parsial dengan menggunakan pengali lagrange. Metode ini dapat menyelesaikan masalah persamaan diferensial linier, nonlinier, homogen dan non homogen.

Varitional Iteration method terdiri dari tiga konsep dasar, yaitu pengali lagrange umum, variasi terbatas dan fungsi koreksi. Ketiga konsep dasar ini dapat digunakan untuk membentuk rumus iterasi yang digunakan pada metode iterasi varisional (He.J.H, 2007).

Penelitian rujukan yang digunakan yaitu penelitian yang dilakukan oleh Saad, A.Manaa, dkk pada tahun 2015 yang menyelesaikan persamaan Fitzhugh Nagumo dengan metode beda hingga skema implisit dan eksplisit. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa persamaan Fitzhugh Nagumo lebih akurat diselesaikan dengan metode beda hingga skema implisit dibandingkan dengan skema ekplisit.

Penelitian sebelumnya juga dilakukan oleh satianingrum dan mungkasi pada tahun 2017 dengan penelitan yang berjudul "*Varitional Iteration Method used to Solve the One Dimensional Acoustic Equation*". Dari hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa *Varitional Iteration Method* (VIM) memberikan solusi perkiraan yang benar secara fisik untuk persamaan akustik menggunakan beberapa iterasi.

Sehubungan dengan alasan-alasan yang telah dijelaskan diatas,maka dalam penelitian ini akan diangkat judul "Penyelesaian Persamaan Fitzhugh Nagumo dengan *Varitional Iteration Method* (VIM) ".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka didapatkan rumusan masalah yaitu bagaimana penyelesaian model persamaan Fitzhugh Nagumo dengan menggunakan *Varitional Iteration Method* (VIM)?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan pada penelitian ini adalah mencari penyelesaian persamaan Fitzhugh Nagumo dengan menggunakan *Varitional Iteration Method (VIM).*

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberikan beberapa manfaat antara lain:

1. Memahami konsep *Varitional Iteration Method* sebagai salah satu metode untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial.
2. Mendapatkan penyelesaian persamaan Fitzhugh Nagumo..

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Digunakan *Varitional Iteration Method* (VIM)..
2. Model persamaan yang diselesaikan adalah persamaan Fitzhugh nagumo.

1.6 Metode Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah berdasarkan langkah-langkah sebagai berikut:

a) Mempelajari, mengkaji, dan menelaah buku-buku, jurnal, persamaan diferensial parsial nonlinier, dan metode-metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial nonlinier.

b) Menganalisis persamaan Fitzhugh Nagumo dengan *Varitional Iteration Method.*

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan digunakan untuk mempermudah dan menelaah serta memahami skripsi ini yang terdiri dari empat bab dan masing-masing bab mempunyai subbab dengan rumusannya sebagai berikut :

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penelitian.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka dalam bab ini menjelaskan mengenai teori tentang masalah yang akan dibahas pada penelitian, seperti persamaan diferensial, Persamaan diferensial parsial, sistem persamaan diferensial parsial nonlinier, Pemodelan matematika, Persamaan diferensial Fitzhugh nagumo, Analisis teoritik persamaan fitzhugh nagumo, *Varitional Iteration Method* untuk persamaan fitzhugh nagumo.

Bab III Pembahasan

Bab ini menguraikan keseluruhan langkah yang disebutkan dalam metode penelitian.

Bab IV Penutup

Penutup berisi tentang kesimpulan dari pembahasan hasil penilitian yang sudah dilakukan serta saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pemodelan Matematika

Pemodelan matematika merupakan bidang matematika yang berusaha memformulasikan, memproses dan menampilkan kembali persepsi yang ada dalam dunia nyata kedalam suatu model matematika (Pagalay, 2009). Menurut Pagalay (2009), model matematika yang diperoleh dari suatu masalah dalam dunia nyata harus bersifat *reliable* artinya dapat mewakili keaadaan riilnya dalam dunia nyata, sehingga model matematika yang diperoleh dapat diyakini kebenerannya. Dengan demikian, Pagalay (2009) menjelaskan langkah-langkah dalam mengontruksi suatu model matematika sebagai berikut:Mengidentifikasi Masalah

Mengidentifikasi masalah merupakan tahapan awal dalam membangun suatu model matematika.Tahapan ini merupakantahapanmengenalimasalah, yang dimulaidenganmenjabarkankondisiriildarimasalahtersebut.Selanjutnyamelakukani dentifikasiterhadapvariabel, parameter, dan energi-energi yang terlibat serta melkukan identifikasi terhadap gaya-gaya yang bekerja.

1. Membangun asumsi

Setelah mengenali masalah dengan mengidentifikasi aspek-aspek penting terkait variabel dan parameter, energi-energi yang terlibat maupun gaya-gaya yang bekerja, tahapan selanjutnya adalah membangun asumsi. Hasil dari mengidentifikasi masalah tersebut kemudian dirinci dengan memperhatikan kemungkinan-kemungkinan dan akibat yaang mungkin terjadi berdasarkan kondisi riil dari masalah tersebut.

2. Manipulasi matematik

Tahapan manipulasi matematika tidak lain adalah tahapan membangun atau mengontruksi model itu sendiri. Kontruksi model dilakukan dengan menganalisis kemudian menentukan hubungan matematis, ini dilakuakan dengan memanfaatkan hukum fisiska yang sudah ada, seperti hukum Hooke yang berkaitan dengan dinamika gerak.

3. Validasi Model

Tahapan validasi model merupakan tahap penguatan model yang telah dirancang. Apakah model yang diperoleh sudah valid ataupun belum. Tahapan validasi model ini meliputi tiga tahapan. Tahapan pertama simulasi model, menggambarkan model matematika yang diperoleh dengan tujuan melihat perilaku dari model matematika yang telah diperoleh tersebut. Tahapan kedua kedua yaitu simulasi masalah yang dimodelkan, menggambarkan perilaku dari masalah yang dimodelkan dalam dunia nyata dengan memanfaatkan *hard system*seperti komputer atau alat bantu lainnya. Tahapan ketiga adalah verifikasi , membandingkan perilaku dari model yang diperoleh dan perilaku dari masalah yang dimodelkan dengan tujuan melihat apakah perilaku model mendekati kesesuaian atau bersesuaian dengan perilaku dari masalah yang dimodelkan. Jika perilaku model mendekati kesesuaian atau bersesuaian dengan perilaku dari masalah yang dimodelkan maka model dapat dikatakan valid, dan jika belum maka model harus dikonstruksi ulang.

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial yaitu gabungan antara fungsi yang tidak diketahui secara eksplisit dan turunannya (diferensial). Arti fisis diferensial adalah laju perubahan suatu variabel lain. Persamaan diferensial dapat dibagi menjadi dua kelompok besar yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial diferensial yang hanya mempunyai satu variabel bebas. Persamaan diferensial parsial yaitu persamaan diferensial parsial yang mempuyai lebih dari satu variabel bebas. Suatu persamaan diferensial orde ke-n mempunyai umum:

$$P_0(t)\frac{d^n y}{dt^n}+ P_1(t)\frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}}+\cdots+P_{n-1}(t)\frac{dy}{dt}+P_n(t)y=G(t) \tag{2.1}$$

Dimanat_0 adalah sembarang titik pada interval Idany_0, y_0', y_0^{n-1} adalah nilai-nilai constant.Seringkali persamaan diferensial dilengkapi dengan nilai awal atau nil\ai batas (Waluya, 2006:106).

Persamaan diferensial yang bukan persamaan diferensial linier disebut dengan persamaan diferensial taklinier. Sehingga $F(x,y,y',\ldots,y^m)=0$ adalah persamaan diferensial taklinier, jika F tak berbentuk polinom dalam $y,y',\ldots,y^m$ dan F berbentuk polinom berpangkat lebih dari 1 dalam $y,y',\ldots,y^m$ (Nasrullah,2012:10)

2.2.1 Persamaaan Diferensial Biasa

Persamaan diferensial adalah persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih, yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dan turunannya dalam berbagai orde (Ibnas, 2017).Persamaan diferensial merupakan gabungan dari fungsi yang tidak diketahui dengan turunannya.Persamaan diferensial dibedakan menjadi beberapa kategori, kategori pertama adalah persamaan diferensial biasa.Persamaan diferensial biasa merupakan persamaan diferensial yang hanya memiliki satu variabel bebas (Sihombing & Dahlia, 2018).Turunan dilamba\ngkan dengan $\frac{dy}{dx}$ atau $f'(x)$atau y'sedangkan fungsi yang tidak diketahui dilambangkan dengan keberadaan variabel terikatnya sebagai contoh

$$\frac{dy}{dx} = x + y \qquad (2.1)$$

Berdasarkan persamaan (2.1) x merupakan variabel bebas dan y merupakan variabel bebas. Kategori kedua adalah persamaan diferensial parsial

Suatu persamaan diferensial biasa orde n adalah persamaan berbentuk: $F(x, y, y', y'', \cdots, y^{(n)}) = 0$yang menyatakan hubungan antara variabel bebas$x$, dan variabel terikat $y(x)$ dan turunannya yaitu $y', y'', \cdots, y^{(n)}$. Jadi suatu persamaa\n diferensial disebut mempunyai orde n jika turunan yang tertinggi dalam persamaan diferensial tersebut adalah turunan ke n (Ibnas, 2017).

Kategori kedua adalah persamaan diferensial parsial.persamaan diferensial parsial merupakan persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu peubah bebas dan memuat turunan-turunan parsial (Alfionita & Zulakmal, 2012).Per\samaan $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ merupakan persamaan diferensial parsial karena variabel tak bebas u bergantung pada variabel bebas lebih dari satu yaitu x dan y. Secara umum persamaan diferensial parsial dinyatakan dalam bentuk $F\left(x, y, u(x,y), u_x(x,y), u_y(x,y)\right) = F(x, y, u, u_x, u_y) = 0$ (Alfionita&Zulakmal, 2012).

2.2.2 Persamaan Diferensial Biasa Linier dan Nonlinier

Persamaan diferensial biasa yang berbentuk $F(x, y, y', y'', \cdots, y^{(n)}) = 0$ dikatakan linier jika F adalah linier dalam variabel-variabel $x, y, y', y'', \cdots, y^{(n)}$ (Waluyo, 2006). Secara umum persamaan diferensial biasa linier dapat diberikan sebagai berikut :

$$a_n(x)y^n + a_{n-1}(x)y^{n-1} + \cdots + a_1(x)y' + a_0(x)y = f(x) \qquad (2.2)$$

Persamaan (2.2) merupakan persamaan diferensial orde ke-n dikatakan linier jika memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

a. Variabel terikat dan derivatifnya hanya berderajat satu
b. Tidak ada perkalian antara variabel terikat dan derivatifnya.
c. Variabel terikat bukan merupakan fungsi transeden.

Apabila suatu persamaan tidak memenuhi syarat dari ketiga syarat yang menyatakan suatu persamaan tersebut linier maka boleh dikatakan bahwa persamaan tersebut adalah persamaan non linier. Berikut adalah contoh persamaan diferensial biasa nonlinier

$$\frac{dR(t)}{dt} = \mu_R R(t)(1-A) - K_R N(t)R(t) + p_2 Q(t) - p_3 R(t) \tag{2.3}$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \mu_S S(t)(1-A) - K_S N(t)S(t) + p_3 R(t) - p_4 S(t) \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) merupakan persamaan diferensial biasa nonlinier karena terdapat perkalian variabel terikat $N(t)$ pada bentuk $K_S N(t)S(t)$ dengan variabel terikat lain yaitu $S(t)$.

2.2.3 Persamaan Diferensial Parsial

Persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat satu atau lebih turunan parsial dengan dua atau lebih variabel bebas. Orde dari persamaan diferensial parsial adalah tingkat tertinggi dari derivatif yang ada dalam persamaan diferensial. Derajat dari persamaan diferensial adalah pangkat tertinggi dari turunan tingkat tertinggi yang ada dalam persamaan diferensial.

2.2.4 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y'_2 = \frac{dy_2}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \quad , y_1(x_0) = y_{10}$$

$$y'_2 = \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \quad , y_2(x_0) = y_{20}$$

$$y'_n = \frac{dy_n}{dx} = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \quad , y_n(x_0) = y_{n0}$$

Sistem persamaan diferensial tersebut dapat ditulis dalam notasi vektor sebagai $y' = f(x, y)$ dan $y(x_0) = y_0$ dengan $y_1, y_2, \dots, y_n$ adalah variabel bebas dan x adalah variabel terikat. Sehingga $y_1 = y_1(x), y_2(x), \dots, y_n = y_n = y_n(x)$,

Dimana $\frac{dy_n}{dx}$ adalah suatu fungsi y_n terhadap x dan $f_1$yaitu fungsi yang tergantung pada variable $y_1, y_2, \dots, y_n$ dan x.

Sistem persamaan diferensial taklinier merupakan persamaan yang terdiri atas lebih dari satu persamaan yang saling terkait. Sistem dengan dua persamaan taklinier dengan dua fungsi yang tidak diketahui berbentuk:

$$\dot{x} = ax + by + F(x, y)$$

$$\dot{x} = cx + dy + G(x, y)$$

Dimana$ad - bc \neq 0$ (Aliyah,2017:12)

2.3 Masalah Nilai Awal dan Nilai Batas

Penyelesaian dari persamaan diferensial merupakan suatu fungsi yang tidak lagi mengandung turunan-turunan yang memenuhi persamaan diferensial tersebut. Dalam penyelesaian persamaan diferensial terdapat penyelesaian umum dan penyelesaian khusus. Penyelesaian khusus dibutuhkan suatu syarat awal atau syarat batas. Masalah nilai awal adalah suatu masalah untuk menyelesaikan persamaan diferensial dengan diberikannya suatu nilai awal. Bentuk umum dari suatu masalah nilai awal dinyatakan oleh:

$$f(x, y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}) = 0,$$

Dengan syarat awal:

$$y(x_0) = y_0$$

$$y'(x_0) = y_1$$

$$y^{(n-1)}(x_0) = y_{n-1}$$

Hasil yang diperoleh dari masalah nilai awal berupa penyelesaian khusus dari persamaan diferensial (Purwanti, 2012:2).

2.4 Deret Taylor

Misalkan$f$ dan semua turunannya $f, f, f'', \dots,$ terus menerus didalam selang $[a, b]$. Misalkan $x_0 \in [a, b]$ maka nilai-nilai x di sekitar x_0 dan $x_0 \in [a, b], f(x)$ dapat diperluas ke dalam deret Taylor:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\frac{x - x_0}{1!} + f''(x_0)\frac{x - {x_0}^2}{2!} + \dots + +f^m(x_0)\frac{(x - x_0)^m}{m!}$$

Persamaan diatas merupakan penjumlahan dari suku-suku , yang disebut dengan deret. Deret Taylor ini panjangnya tak berhingga sehingga dapat memudahkan penulisan menggunakan tanda ellipsis (Munir, 2010:18).

2.5 Persamaan Diferensial Fitzhugh Nagumo

Persamaan diferensial parsial (PDP) untuk fungsi $u(x, y, \ldots)$ adalah relasi antara u dan turunan parsialnya yaitu $u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy,\ldots,}$ atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$F(x, y, u, u_x, u_y, u_{xx}, u_{xy}, u_{yy,\ldots,}) = 0$$

Dengan F adalah fungsi, $x, y, \ldots$ adalah variabel bebas, dan u adalah variabel terikat (Debnath,2012). Dengan kata lain, persamaan diferensial parsial adalah persamaan yang memuat fungsi dari dua atau lebih variable bebas dan turunan parsial dari fungsi tersebut (Evans, 1997).

Misalkan u adalah fungsi dua peubah x dan y. Turunan parsial u terhadap x di (x_0, y_0) dan ditulis sebagai $u_x(x_0, y_0)$ adalah

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0 - u(x_0, y_0)}{\Delta x}$$

Demikian pula turunan parsial u terhadap y di $(x_{\ 0}, y_0)$ dan ditulis sebagai $u_y(x_{\ 0}, y_0)$ adalah (Purcell,1987)

$$\lim_{\Delta y \to 0} \frac{u(x_0, y_{0+\Delta y}) - u(x_0, y_0)}{\Delta y}$$

Orde dari persamaan diferensial parsial adalah orde tertinggi dari turunan parsial yang muncul pada persamaan tersebut (Debnath,2012). Persamaan diferensial selanjutnya diklasifikasikan menjadi linier, kuasilinier, dan nonlinier.

Berikut merupakan persamaan diferensial parsial orde dua (Zauderer,1998).

$A\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2B\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + C\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + D\frac{\partial u}{\partial x} + E\frac{\partial u}{\partial t} + Fu = G$	(2.1)

Menurut sasongko maka dapat dinyatakan kondisi-kondisi sebagai berikut:

1. Apabila koefisien A, B, C, D, F, G pada persamaan (2.5) adalah konstanta atau fungsi yang terdiri dari variable bebas saja, maka persamaan tersebut disebut linier.
2. Apabila koefisien A, B, C, D, F, G pada persamaan (2.5) adalah fungsi atau fungsi yang terdiri dari variable bebas $\left(f(u)\right)$ dan atau merupakan turunan dengan orde yang lebih rendah daripada persamaan diferensialnya $\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial t}\right)$, maka persamaan tersebut disebut kuasilinier.
3. Apabila koefisien A, B, C, D, F, G merupakan fungsi dengan orde turunan yang sama dengan orde persamaan diferensialnya $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}\right)$, maka persamaan tersebut disebut persamaan nonlinier.

Sebagai contoh persamaan difusi berikut (Griffiths dan William,2010):

$$\frac{\partial v}{\partial t} = D\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \qquad (2.6)$$

Misalkan $D = 0.08$ yang merupakan konstanta, maka persamaan (2.1.5) berbentuk

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0.08\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \qquad (2.6.1)$$

Sehingga persamaan (2.6.1) merupakan persamaan diferensial parsial linier. Jika $A = f(v) = v(x,t) - 1$ yang merupakan fungsi dari variable tak bebas, maka persamaan (2.1.5) berbentuk

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (v(x,t) - 1)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \qquad (2.6.2)$$

Sehingga persamaan (2.6.2) merupakan persamaan diferensial parsial kuasilinier. Jika $D = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$ yang merupakan turunan dengan pangkat sama dengan orde persamaan diferensialnya, maka persamaan (2.6) berbentuk

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v \partial^2 v}{\partial t^2 \partial x^2} \tag{2.6.3}$$

Sehingga persamaan (2.6.3) merupakan p ersamaan diferensial parsial nonlinier,

Berikut merupakan bentuk persamaan diferensial parsial orde kedua dengan dua variable bebas, selanjutnya diklasifikasikan dalam tiga bentuk yaitu eliptik,parabolic, dan hiperbolik. Bentuk umum pada persamaan diferensial parsial orde kedua adalah

$$\alpha \frac{\partial^{2u}}{\partial x^2} + 2b\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + c\frac{\partial^{2u}}{\partial t^2} + d\frac{\partial u}{\partial x} + e\frac{\partial u}{\partial t} + fu + g = 0 \tag{2.7}$$

Dengan a, b, c, d, e, f dan g merupakan fungsi dari variable $x, t,$ dan u. Tiga bentuk tersebut didapatkan berdasarkan kriteria sebagai berikut (Sasongko,2010):

(i) Bentuk eliptik jika $b^2 - ac < 0$

(ii) Bentuk parabolic jika $b^2 - ac = 0$

(iii) Bentuk hiperbolik jika $b^2 - ac > 0$

Selanjutnya meninjau persamaan Fitzhugh-Nagumo sebagai berikut:

$u_t(x,t) = u_{xx}(x,t) + u(x,t)(u(x,t) - a)(1 - u(x,t))$ (2.8)

$u_t(x,t)$ merupakan turunan parsial fungsi $u(x,t)$ pada t, sedangkan $u_{xx}(x,t)$ merupakan turunan parsial kedua fungsi $u(x,t)$ terhadap x. Persamaan (2.8) dapat dituliskan sebagai berikut

$$F(x,t,u,u_{xx},u_t) = 0 \tag{2.9}$$

Sehingga persamaan Fitzhugh nagumo tesebut merupakan persamaan diferensial parsial dari dua variable bebas yaitu x dan t.

Turunan parsial berorde tertinggi yang dimuat dalam persamaan Fitzhugh-Nagumo adalah $u_{xx}(x,t)$ yang berorde dua. Sehingga persamaan (2.8) merupakan persamaan diferensial parsial orde dua.

Meninjau kembali persamaan (2.8).. Bagian $u(x,t)(u(x,t)-a)(1-u(x,t))$ merupakan fungsi dari variable tak bebas $f(u)$, bagian ini membuat persamaan (2.8) terkategorikan sebagai persamaan kuasilinier,

Berdasarkan persamaan (2.7) maka diperoleh koefisien untuk persamaan Fitzhugh-Nagumo adalah $a = A, b = 0, c = 0$ sehingga dapat diklasifikasikan sebagai persamaan diferensial parsial parabolic karena diskriminannya memenuhi

$$b^2 - ac = 0^2 - A0 = 0$$

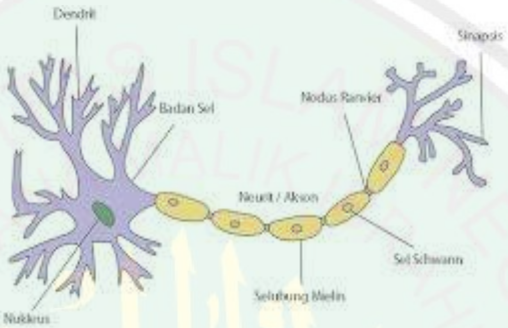
Solusi persamaan Fitzhugh-Nagumo adalah fungsi $u(x,t)$ yang memenuhi persamaan (2.8). Solusi tersebut merupakan solusi umum, sehingga diperlukan subsitusi kondisi batas dan kondisi awal agar didapatkan solusi khusus. Mengingat bahwa persamaan diferensial parsial merupakan model dari fenomena fisik dalam suatu domain terbatas D, maka variable terikat u dirumuskan pada batas dari domain D, kondisi tersebut merupakan kondisi batas (Majid,2009). Untuk interval $t \geq 0$ dan $0 \leq x \leq 1$. Sedangkan kondisi awal yang digunakan untuk persamaan Fitzhugh-Nagumo adalah $f(x)$ yang dirumuskan sebagai berikut:

$$u(x,0) = \frac{1}{\left(1 + e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2} \qquad (2.10)$$

Persamaan (2.10) tersebut akan digunakan untuk mengevaluasi solusi hampiran dari persamaan Fitzhugh Nagumo dengan *Varitional Iteration Method (VIM)*

2.6 Kajian Teoritik *Neuron*

Sistem saraf merupakan system koordinasi atau system control yang bertugas menerima rangsangan, menghantarkan rangsangan, sekaligus memberikan tanggapan terhadap rangsangan tersebut. Sistem saraf terdiri dari sel saraf (*neuron*) yang berfungsi untuk menghantarkan impuls saraf. Beberapa bagian dari *neuron* adalah dendrit, badan sel, akson dan synapsis. Bagian-bagian tersebut dapat dilihat pada gambar 2.1. Dendrit berfungsi menerima impuls saraf dan menghantarkannya menuju badan sel. Bagian memanjang yang menghantarkan impuls saraf keluar dari badan sel disebut aksom. Sedangkan bagian celah antara dua *neuron* yang berfungsi menghantarkan impuls saraf ke *neuron* lain disebut sinapsis(Kimball,1994).



Gambar 2.1 Bagian-bagian neuron

Sistem persamaan Fitzhugh-Nagumo merupakan representasi proses berjalannya impuls tersebut namun terbatas pada sel saraf bagian akson. Sistem tersebut terdiri dari dua persamaan, pertama merepresentasikan besar beda potensial pada saat adanya rangsangan, kedua mempresentasikan pemulihan beda potensial yang terjadi setelah impuls dijalankan ke *neuron* lain.

2.7 Varitional Iteration Method (VIM)

Metode Iterasi Variasi (VIM) diperkenalkan oleh Ji Huan He pada tahun 1999. Metode iterasi variasi adalah metode yang digunakan untuk memecahkan persamaan diferensial nonlinier yang akan memperkirakan solusi dengan cepat dan mudah dibandingkan dengan metode lain seperti metode dekomposisi adomian (Shakeri dan Deghan:2007)

Metode iterasi variasi adalah hasil modifikasi dari metode pengali lagrange umum yang telah terbukti dapat menemukan solusi yang efektif dan akurat dengan mudah dari persamaan diferensial nonlinier. Dalam metode ini, persamaan awalnya tidak diketahui dan sebuah fungsi koreksi dibentuk oleh pengali lagrange umum yang dapat diidentifikasi secara optimal melalui teori varisional, serta tidak ada batasan atau asumsi yang tidak realistis seperti liniearisasi atau parameter kecil yang digunakan pada operator nonlinier (Wu dan Le:2010). Metode iterasi variasi dapat dipercaya karena banyaknya peneliti yang menggunakan metode ini dalam tulisan mereka seperti Abdou dan Soliman(2005), Biazar dan Ghazvini (2007), Sweilam dan Khader (2007), Tatari dan Dehghan((2007).

Metode iterasi variasi memiliki tiga konsep utama yang digunakan untuk menyelesaikan sebuah persamaan diferensial nonlinier, yaitu pengali lagrange, fungsi koreksi, dan variasi terbatas (Yulianto dan Mungkasi :2017). Untuk menggambarkan prosedur dalam metode iterasi variasi ini, kita mempertimbangan persamaan diferensial berikut (Odibat:2010):

Metode iterasi variasi adalah metode yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial dengan menggunakan pengali lagrange,dan perkiraan awal dapat dipilih secara bebas dengan konstanta yang tidak diketahui, dengan persamaan awalnya (He J,1997).

$$L_t u + L_{xx} u + Nu = g(x,t) \tag{2.11}$$

$$L_t(.) = \frac{\partial}{\partial t}(.)$$

Bentuk umum dari persamaan (2.11) yaitu

$$Lu + Nu = g(x,t)$$

dengan $L_t, L_{x,}$ adalah operator linier t, x dan N adalah operator nonlinier dan $g(x,t)$ adalah fungsi kontinu yang diberikan.

Kemudian persamaan (2.11) dibentuk kedalam metode iterasi variasi yaitu:

$$u_{n+1}(x,t) = u_n(x,t) + \int_0^t \lambda\{L_s u_n + (L_{xx} + N)\breve{u}_n - g(x,t)\}\partial s \tag{2.12}$$

dengan:

$u_0(x)$ adalah nilai awal yang diketahui

λ adalah fungsi pengali lagrange

Dimana λ (pengali lagrange) dapat diidentifikasi dengan teori varisional (He J, 2004). n menyatakan iterasi ke- n, dan $\breve{u}_n$ adalah variasi terbatas yang memiliki syarat $\delta\breve{u}_n$ =0 untuk mencapai kondisi stasioner. Dengan adanya variasi terbatas menunjukkan bahwa metode ini sangat efektif dan bisa menyelesaikan persamaan nonlinier. Langkah utama dari VIM adalah menentukan nilai pengali lagrange (λ) yang dapat diidentifikasi secara optimal dengan integral parsial. Integral parsial biasanya digunakan untuk menentukan pengali lagrange λ. Dengan kata lain dapat menggunakan

$$\int \lambda(\xi)u'n(\xi)d\xi = \lambda(\xi)u_n(\xi) - \int \lambda'(\xi)u_n(\xi)d\xi$$

$$\int \lambda(\xi)u''n(\xi)d\xi = \lambda(\xi)u_n^{\prime(\xi)} - \lambda'(\xi)u_n(\xi) + \int \lambda''(\xi)u_n(\xi)d\xi$$

Dan seterusnya. Identifikasi tersebut diperoleh menggunakan integral parsial (Wazwaz,2009). Metode *Varitional Iteration Method* (VIM) terdiri dari tiga konsep dasar, yaitu pengali lagrange umum, variasi yerbatas, dan kondisi stasioner (He.J,2007).

2.8 Pengali Lagrange Umum

Pengali lagrange umum bisa digunakan untuk membentuk fungsi koreksi pada persamaan non linier, yang dilambnagkan dengan λ. Untuk memahami konsep pengali lagrange umum, diberikan persamaan nonlinier sebagaai berikut:

$$f(x) = 0 \tag{2.13}$$

Jika x_n adalah suatu akar approksimasi, maka persamaan (2.13) menjadi

$$f(x) \neq 0 \tag{2.14}$$

Pada persamaan (2.13), persamaan koreksi dapat dinyatakan dengan

$$x_{n+1} = x_n + \lambda f(x_n) \tag{2.15}$$

Dalam hal ini, λ adalah sebuah pengali lagrange umum, yang bisa diidentifikai secara optimal dengan menggunakan (He.j,2007):

$$\frac{dx_{n+1}}{dx_n} = 0 \tag{2.16}$$

Apabila persamaan (2.15) diturunkan terhadap x_n, maka akan diperoleh

$$\frac{dx_{n+1}}{dx_n} = 1 + \lambda f'(x_n) \tag{2.17}$$

Kemudian dengan memperhatikan persamaan (2.16), maka dari persamaan (2.17), dapat diperoleh

$$\lambda = \frac{1}{f'(x_n)} \tag{2.18}$$

Pensubstitusi nilai λ ke persamaan (2.15), maka diperoleh

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \tag{2.19}$$

Persamaan (2.19) merupakan bentuk dari metode Newton.

Selanjutnya persamaan (2.15) dengan menambahkan fungsi sembarang $g(x_n)$ maka fungsi koreksi dapat diperoleh sebagai berikut:

$$x_{n+1} = x_n + \lambda g(x_n) f(x_n) \tag{2.20}$$

Persamaan (2.20) diturunkan terhadap x_n, maka diperoleh

$$\frac{dx_{n+1}}{dx_n} = 1 + \lambda \left(g(x_n) f'(x_n) + g'^{(x_n)} f(x_n) \right) \tag{2.21}$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (2.16), dan disubstitusikan ke persamaan (2.21) menjadi:

$$\lambda = \frac{1}{\left(g(x_n) f'(x_n) + g'^{(x_n)} f(x_n) \right)} \tag{2.22}$$

Selanjutnya, persamaan (2.22) disubstitusikan ke persamaan (2.21) sehingga diperoleh

$$x_{n+1} = x_n - \frac{g(x_n) f(x_n)}{\left(g(x_n) f'(x_n) + g'^{(x_n)} f(x_n) \right)} \tag{2.23}$$

Dengan $g(x_n) \neq 0$

Misalkan $g(x_n) = e^{\alpha x_n}$ dan diperoleh $g'(x_n) = -\alpha e^{-\alpha x_n}$. Kemudian disubstitusikan hasilnya ke persamaan (2.23) sehingga diperoleh

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n) - \alpha f(x_n)} \tag{2.24}$$

Persamaan (2.24) diatas merupakan metode iterasi bertipe Newton.

2.9 Variasi Terbatas

Variasi terbatas digunakan untuk mendapatkan metode iterasi dari suatu persamaan nonlinier. Variasi terbatas x dilambangkan dengan $\tilde{x}$. Nilai Untuk u variasi terbatas merupakan konstanta. Untuk mengetahui cara kerja variasi terbatas dalam metode iterasi variasi, diberikan persamaan nonlinier sebagai berikut:

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \quad (2.25)$$

Persamaan (2.25) dapat ditulis dengan menggunakan variasi terbatas, yaitu (He.J,2007)

$$x.\tilde{x} - 3x + 2 = 0 \quad (2.26)$$

Dengan $\tilde{x}$ disebut variasi terbatas. Selanjutnya, dengan menyelesaikan x dari persamaan (2.26) sehingga diperoleh:

$$x = \frac{2}{3 - \tilde{x}} \quad (2.27)$$

Jika nilai $\tilde{x}$ diasumsikan sebagai tebakan awal, maka persamaan (2.27) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$x_{n+1} = \frac{2}{3 - x_n} \quad (2.28)$$

Dengan tebakan awal yang dipilih yaitu

$$x_0 - 0,5 + b \quad (2.29)$$

Dan b merupakan sebuah parameter. Jika $n - 0$, maka persamaan (2.28) akan diperoleh

$$x_1 = \frac{2}{3 - x_0} \quad (2.30)$$

Persamaan (2.29) disubstitusikan ke persamaan (2.30) dengan menggunakan deret geometri sehingga diperoleh:

$$x_1 = 0,8 + -0,32\, b \quad (2.31)$$

Selanjutnya untuk mendapatkan nilai b ditetapkan

$$x_0 = x_1 \quad (2.32)$$

Persamaan (2.29) dan (2.30) disubstitusikan ke persamaan (2.32) sehingga diperoleh

$$b - 0,44118 \approx 0,4412$$

Kemudian disubstitusikan nilai b ke persamaan (2.30) sehingga diperoleh

$$x_1 - 0,9412$$

Dengan x_1 akar untuk persamaan (2.28)

Contoh (Wazwaz, 2009)

Diberikan suatu persamaan diferensial linier nonhomogen sebagai berikut:

$$u_x + u_y - x + y, \qquad u(0,y) - 0, \quad u(x,0) - x \tag{2.33}$$

Fungsi koreksi dapat ditulis menjadi

$$u_{n+1}(x,y) = u_n(x,y) + \int_0^x \lambda(s)\left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} + \frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - s - y\right) ds \tag{2.34}$$

Sehingga persamaan (2.34) diturunkan terhadap u_n maka diperoleh

$$u_{n+1}(x,y) = u_n(x,y) - \delta \int_0^x \lambda(s)\left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s}\right) + \delta \int_0^x \lambda(s)\frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - \delta \int_0^x \lambda(s)\, s - \delta \int_0^x \lambda(s)\, y \Bigg) ds \tag{2.35}$$

Dengan $\widetilde{u_n}$ sebagai variasi terbatas, dan $\delta\widetilde{u_n}(x,y) - 0$, sehingga persamaan (2.35) menjadi

$$u_{n+1}(x,y) = \delta u_n(x,y) + \delta \int_0^x \lambda(s)\left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} - \delta \int_0^x \lambda(s)\, s - \delta \int_0^x \lambda(s)\, y\right) ds \tag{2.36}$$

Selanjutnya dengan menggunakan integral parsial (Wazwaz,2009), sehingga persamaan (2.36) menjadi

$$u_{n+1}(x,y) = (1+\lambda)\delta u_n(x,y)|_{x=s} - \delta\int_0^x \lambda'^{(s)u_n}(x,y)ds \tag{2.37}$$

$$-\delta\int_0^x \lambda(s)\,yds$$

Pada persamaan (2.37) didapatkan syarat batas

$$1+\lambda|_{s=x} - 0,$$

$$\lambda'|_{s=x} - 0,$$

Dan nilai pengali lagrange diperoleh

$$\boldsymbol{\lambda = -1} \tag{2.38}$$

Selanjutnya nilai pengali lagrange disubstitusikan ke fungsi persamaan (2.37), sehingga diperoleh

$$u_{n+1}(x,y) = u_n(x,y)$$

$$-\int_0^x \lambda(s)\left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} + \frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - s - y\right)ds \tag{2.39}$$

Atau persamaan (2.39) dalam bentuk iterasi menjadi

$$u_{n+1}(x,y) = u_n(x,y)$$

$$-\int_0^x \lambda(s)\left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} + \frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - s - y\right)ds \tag{2.40}$$

Dengan $u_0(x,y) = 0$ dan disubstitusikan ke persamaan (2.40) diperoleh approksimasi sebagai berikut:

$$u_1(x,y) = 0 - \int_0^x \left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} + \frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - s - y\right)ds = \frac{1}{2}x^2 + xy \quad ,$$

$$u_2(x,y) = \frac{1}{2}x^2 + xy - \int_0^x \left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} + \frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - s - y \right) ds = xy \quad ,$$

$$u_3(x,y) = xy - \int_0^x \left(\frac{\partial u_n(s,y)}{\partial s} + \frac{\partial \widetilde{u_n}(s,y)}{\partial x} - s - y \right) ds = xy$$

Sehingga

$$u_n(x,y) = xy \tag{2.41}$$

Pada persamaan (2.41) didapatkan solusi yaitu

$$u(x,y) = xy$$

2.10 Ikhtiar untuk Menyelesaikan Masalah Menurut Al Qur'an

Allah Swt menyeru kepada hamba-hambanya untuk selalu bersungguh-sungguh dalam melakukan setiap pekerjaan. Apabila manusia bersungguh dan berupaya semaksimal mungkin dalam menyelesaikan masalah, maka Allah Swt akan memberikan jalan keluar dari setiap masalah yang dihadapinya. Sebagaiman firman Allah Swt dalam surat Al-Ankabut ayat99:

وَالَّذِينَ جَاهَدُوا فِينَا لَنَهْدِيَنَّهُمْ سُبُلَنَا وَإِنَّ اللَّهَ لَمَعَ الْمُحْسِنِينَ

Artinya:" *Dan orang-orang yang bersungguh –sungguh untuk (mencari keridhaan) Kami, Kami akan tunjukkan kepada mereka jalan-jalan Kami.Dan sungguh, Allah beserta orang-orang yang berbuat baik*.

Al Jazairi berpendapat bahwa dalam ayat ini terdapat kabar gembira dan janji Allah. Kabar itu diperuntukkan bagi orang yang bersungguh-sungguh dalam berjuang di jalan Allah untuk mencari keridhaan-Nya. Dan setiap orang yang berada dijalan Allah, maka kabar gembira dan janji Allah akan mereka dapatkan.

Karena sesungguhnya Allah selalu memberikan kemudahan bagi hamba Nya yang bersungguh-sungguh dijalan-Nya.

Al Qorni (2007) berpendapat bahwa Allah Swt bersumpah barang siapa yang bersungguh-sungguh di jalan-Nya dan bersabar akan ujian-ujian,kelak Allah akan memberinya petunjuk kepada jalan hidayahNya, menerangi jiwanya untuk mendapatkan kemudahan dan menyirami hatinya dengan iman. Allah senantias memelihara, menunjukkan, dan mengurus mereka. Itulah kebersamaan (ma'iyyah) dengan Allah Swt yang khusus diperuntukkan bagi para hamba-Nya yang bersngguh-sungguh.Selain itu, Al Qurtubi (2008) juga berpendapat bahwa وَالَّذِينَ جَاهَدُوا فِينَا yaitu orang-orang yang bersugguh-sungguh untuk mencari keridhaan Allah Swt. Dalam menyelesaikan suatu permasalahn, islam mengajarkan manusia untuk bersungguh-sungguh menghadapinya dan berusaha semaksimal mungkin sesuai kemampuan yang dimiliki. Allah Swt akan memberikan jalan keluar bagi setiap permasalah yang dimiliki oleh setiap hamba-Nya, asalkan hamba tersebut berusaha dan bersungguh-sungguh dengan cara yang baik dan benar yang diridhai Allah Swt.

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai langkah-langkah penyelesaian persamaan Fitzhugh Nagumo dengan menggunakan *Varitional Iteration Method* (VIM) dengan nilai awal.

3.1 Penyelesaian Persamaan Fitzhugh Nagumo dengan Metode Iterasi Variasional

Bentuk persamaan Fitzhugh nagumo yang akan diselesaikan yaitu:(Griffiths dan William,2010)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u(a-u)(1-u) \tag{3.1}$$

Keterangan:

$\frac{\partial u}{\partial t}$ = perubahan beda potensial rangsangan terhadap waktu

$u(x,t)$ = beda potensial rangsangan

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ = perubahan beda potensial rangsangan terhadap x sebanyak 2 kali

D = difusitas listrik pada akson

a = ambang batas rangsangan

Dengan $D > 0, 0 \leq a \leq 1$, maka akan digunakan nilai $D = 1$, dan a =0 sehingga persamaan (3.1) dapat ditulis menjadi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u^2 - u^3 \tag{3.2}$$

Dengan kondisi awal yaitu: (Manaa.A.dkk,2015)

$$u(x,0) = \lambda \tag{3.3}$$

Langkah Pertama,

Membentuk fungsi korektor VIM persamaan Fitzhugh Nagumo seperti persamaan (3.2) menjadi sebagai berikut:

$$u_{n+1}(x,t) = u_n(x,t) + \int_0^t \lambda(s)\{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s)\}\partial s \tag{3.4}$$

$\boldsymbol{\lambda}$ adalah pengali langare yang dapat diidentifikasi dengan teori variasional. $u_n(t)$ merupakan solusi pendekatan ke- n terhadap t. Indek $\boldsymbol{n}$ menunjukkan ke-n. Dan untuk mencapai kondisi stationer, maka syarat yang harus dipenuhi yaitu $\delta u_n = 0$ dengan δ adalah turunan variasional.

Langkah Kedua,

Mencari nilai pengali lagrange (λ) menggunakan kalkulus variasi. Langkahnya yaitu dengan menurunkan fungsi korektor terhadap u_n. Maka persamaan (3.4) akan menjadi

$$u_{n+1}(x,t) = \delta u_n(x,t) + \delta \int_0^t \lambda(s)\{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s))\}\partial s \tag{3.5}$$

Pengali lagrange diidentifikasi secara optimal dengan integral parsial (Wazwaz,2009). Kondisi stasioner didapatkan dengan syarat $\delta u_n = 0$ sehingga persamaan (3.5) menjadi sebagai berikut:

$$0 = \delta u_n(x,t) + \delta \int_0^t \lambda(s)\{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s))\}\partial s$$

$$0 = \delta u_n(x,t) +$$

$$\delta \int_0^t (\lambda(s)\{u_n(x,s)_s\})\partial s - \delta \int_0^t \lambda(s)\{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s)\}\, \partial s$$

$$0 = \delta u_n(x,t) + \delta \int_0^t (\lambda(s)\{u_n(x,s)_s\})\, \partial s - 0$$

$$0 = \delta u_n(x,t) + \delta(\lambda(s)u_n(x,s) - \delta \int_0^t \lambda'(s)u_n(x,s)\partial s$$

$$0 = \delta u_n(x,t) + \delta(\lambda(s)u_n(x,s) - \int_0^t \lambda'(s)u_n(x,s)\partial s$$

$$0 = \delta u_n(x,t) + \delta(\lambda(t)u_n(x,t)|_{s=t} - \delta \int_0^t \lambda'(s)u_n(x,s)\partial s$$

$$0 = [1 + \lambda(t)\delta u_n(x,t)|_{s=t} - \int_0^t \delta u_n(x,t)\lambda'^{(s)}\partial s$$

Sehingga menghasilkan kondisi stasioner sebagai berikut:

$1 + \lambda(t) = 0, \;\; \lambda'(s)|_{s=t} = 0,$

Karena $\lambda' = 0$, maka

$$\lambda = C_1$$

Dan diperoleh:

$$1 + \lambda = 0$$

$$\lambda = -1$$

$$\lambda = C_1$$

$$\lambda = -1$$

Sehingga

$$C_1 = -1$$

Jadi, pengali lagrange yang diperoleh yaitu $\lambda = -1$

Langkah Ketiga,

Setelah menemukan pengali lagrangenya, maka langkah selanjutnya yaitu mensubstitusikan pengali lagrange (λ) ke fungsi korektor untuk mendapatkan formula iterasi sebagai berikut:

$$u_{n+1}(x,t) = u_n(x,t) - \int_0^t \{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s)\}\partial s \quad (3.6)$$

Langkah Keempat,

Selanjutnya akan dicari nilai $u_1, u_2, u_3, \dots u_n$ untuk menemukan hampiran solusi dari persamaan Fitzhugh nagumo.Selanjutnya untuk $n = 0$ maka persamaan (3.5) menjadi

$$u_1(x,t) = u_0(x,t) - \int_0^t \{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s)\}\partial s \quad (3.7)$$

Dengan $u_0(x,t)$ didefinisikan sebagai nilai awalnya pada persamaan (3.3). Jika persamaan (3.3) disubstitusikan ke persamaaan (3.6) maka akan diperoleh sebagai berikut:

$$u_1(x,t) = u_0(x,t) - \int_0^t \{u_0(x,s)_s - u_0(x,s)_{xx} - u_0^2(x,s) + u_0^3(x,s)\}\partial s$$

$$u_1(x,t) = \lambda - \int_0^t \{(\lambda)_s - (\lambda)_{xx} - \lambda^2 + \lambda^3\}\partial s$$

Setelah diintegralkan maka diperoleh:

$$u_1(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t$$

Adapun langkah selanjutya yaitu mencari nilai u_2 dengan mengikuti langkah-langkah yang sama dengan sebelumnya.

$$u_2(x,t) = u_1(x,t) - \int_0^t \{u_1(x,s)_s - u_1(x,s)_{xx} - u_1^2(x,s) + u_1^3(x,s)\}\partial s$$

$$u_2(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t - \int_0^t \{(\lambda + \lambda(2-3\lambda)t)_s - (\lambda + \lambda(2-3\lambda)t, s)_{xx} - (\lambda + \lambda(2-3\lambda)t)^2 + (\lambda + \lambda(2-3\lambda)t)^3\}\partial s$$

Setelah diintegralkan maka diperoleh:

$$u_2(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2-3\lambda))t^2 - \lambda^2(2-3\lambda)^2$$

Adapun langkah selanjutya yaitu mencari nilai u_3 dengan mengikuti langkah-langkah yang sama dengan sebelumnya.

$$u_3(x,t) = u_2(x,t) - \int_0^t \{u_2(x,s)_s - u_2(x,s)_{xx} - u_2^2(x,s) + u_2^3(x,s)\}\partial s$$

$$u_3(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2-3\lambda))t^2 - \lambda^2(2-3\lambda)^2$$
$$- \int_0^t \{(\lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2-3\lambda))t^2$$
$$- \lambda^2(2-3\lambda)^2)_s$$
$$- (\lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2-3\lambda))t^2$$
$$- \lambda^2(2-3\lambda)^2)_{xx}$$
$$- (\lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2-3\lambda))t^2$$
$$- \lambda^2(2-3\lambda)^2)^2 + \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2$$
$$- 3\lambda))t^2 - \lambda^2(2-3\lambda)^2\}\partial s$$

Setelah diintegralkan maka diperoleh

$$u_3(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + \lambda(3\lambda-1)(3\lambda-2)t^2$$
$$- \lambda(3\lambda-2)(27\lambda^2 - 18\lambda + 2)\frac{t^3}{3} + 2\lambda^2(3\lambda-1)(3\lambda-2)^2 t^4$$
$$- 3\lambda^2(3\lambda-2)^2(15\lambda^2 - 10\lambda + 1)\frac{t^5}{5} + \lambda^3(3\lambda-2)^3 t^6$$
$$- 3\lambda^4(3\lambda-2)^4\frac{t^7}{7}$$

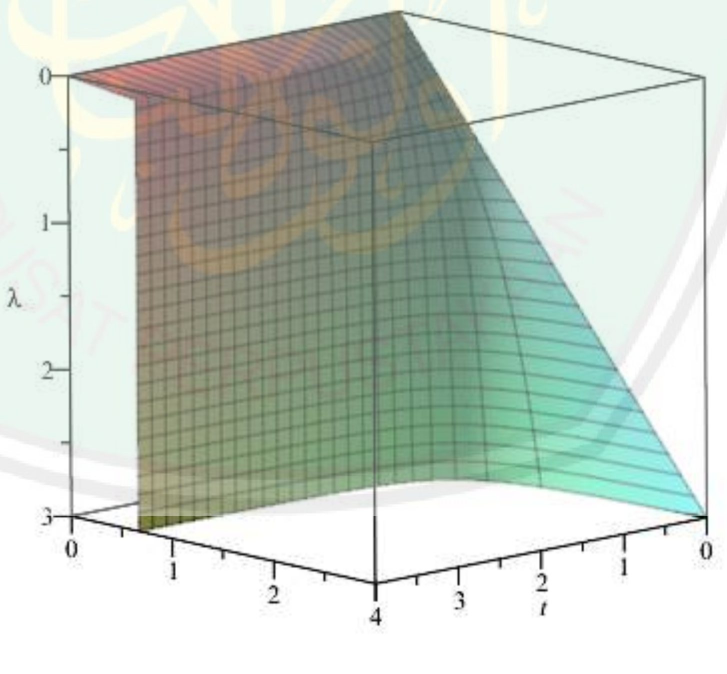
Kemudian Dari hasil diatas, maka pola barisan untuk solusi eksak dari persamaan (3.2) dapat dibentuk menjadi berikut:

$$u_n(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + \lambda(3\lambda-1)(3\lambda-2)t^2$$
$$- \lambda(3\lambda-2)(27\lambda^2-18\lambda+2)\frac{t^n}{n}$$
$$+ 2\lambda^2(3\lambda-1)(3\lambda-2)^2t^4 \tag{3.8}$$
$$- 3\lambda^2(3\lambda-2)^2(15\lambda^2-10\lambda+1)\frac{t^n}{n}$$
$$+ \lambda^3(3\lambda-2)^3t^6 - 3\lambda^4(3\lambda-2)^4\frac{t^n}{n} + \cdots$$

Dengan $u(x,t) = \lim_{n\to\infty} u(x,t)$, maka

$$u(x,t) = \frac{-\frac{2}{3}\lambda e^{2t}}{-\frac{2}{3} + \lambda - \lambda e^{2t}}$$

Persamaan diatas merupakan solusi eksak untuk persamaan (3.2),



Gambar 3.1 Simulasi nilai $u(x,t)$ dengan $0 \leq t \leq 4$ dan $0 \leq \lambda \leq 3$

Dengan kondisi awal kedua yaitu:

$$u(x,0)=\frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2} \tag{3.9}$$

Jika persamaan (3.7) disubstitusikan ke persamaan (3.3), maka akan diperoleh sebagai berikut:

$$u_1(x,t)=u_0(x,t)-\int_0^t \{u_0(x,s)_s-u_0(x,s)_{xx}-u_0^2(x,s)+u_0^3(x,s)\}\partial s$$

$$u_1(x,t)=\frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}$$

$$-\int_0^t\left\{\left(\frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}\right)_s-\left(\frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}\right)_{xx}-\left(\frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}\right)^2\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}\right)^3\right\}\partial s$$

Setelah diintegralkan maka diperoleh:

$$u_1(x,t)=\frac{1}{(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}})^2}+\left(\frac{5}{3}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t$$

Adapun langkah selanjutya yaitu mencari nilai u_2 dengan mengikuti langkah-langkah yang sama dengan sebelumnya.

$$u_2(x,t)=u_1(x,t)-\int_0^t \{u_1(x,s)_s-u_1(x,s)_{xx}-u_1^2(x,s)+u_1^3(x,s)\}\partial s$$

$$u_2(x,t)=\frac{1}{(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}})^2}+\left(\frac{5}{3}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t$$

$$-\int_0^t\left\{\left(\frac{1}{(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}})^2}+\left(\frac{5}{3}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t\right)_s\right.$$

$$-\left(\frac{1}{(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}})^2}+\left(\frac{5}{3}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t\right)_{xx}$$

$$-\left(\frac{1}{(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}})^2}+\left(\frac{5}{3}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t\right)^2$$

$$\left.+\left(\frac{1}{(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}})^2}+\left(\frac{5}{3}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t\right)^3\right\}\partial s$$

Setelah diintegralkan maka diperoleh:

$$u_2(x,t)=\frac{1}{5}\frac{5e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}+\left(5e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2-1}{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}+\left(\frac{5e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{3\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t$$

$$+\left(\frac{25}{36}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}+\left(2e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}-1\right)}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^4}\right)t^2-\left(\frac{25\left(e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^4}\right)t^3$$

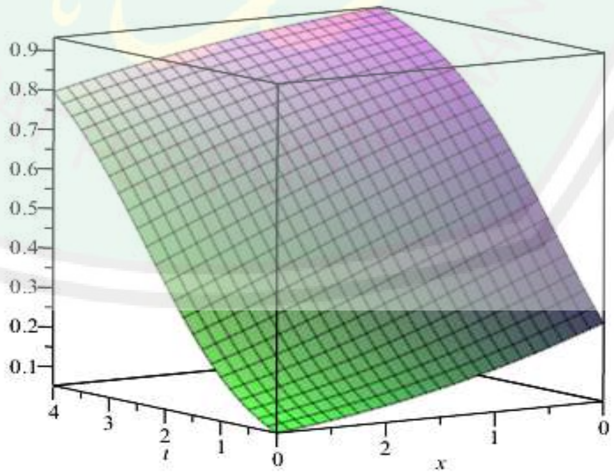
Dari hasil diatas, maka barisan untuk solusi eksak dari persamaan (3.8) dapat dibentuk menjadi berikut:

$$u_n(x,t) = \frac{1}{5}\frac{5e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}+\left(5e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2-1}{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3} + \left(\frac{5e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}}{3\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^3}\right)t + \left(\frac{25}{36}\frac{e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}+\left(2e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}-1\right)}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^4}\right)t^2 - \left(\frac{25\left(e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^2}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^4}\right)t^3 + \cdots \quad (3.13)$$

Dengan $u(x,t) = \lim_{n\to\infty} u(x,t)$, maka

$$u(x,t) = \frac{1}{\left(1+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}-\frac{5}{\sqrt{6}}t}\right)^2}$$

Persamaan diatas merupakan solusi eksak untuk persamaan (3.2) dengan nilai awal $\frac{\mathbf{1}}{\left(\mathbf{1}+e^{\frac{x}{\sqrt{6}}}\right)^{\mathbf{2}}}$



Gambar 3.2 Simulasi nilai $u(x,t)$ dengan $0 \le t \le 2$ dan $0 \le t \le 4$

BAB V

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Adapun kesimpulan yang dapat diambil dari hasil dan pembahasan adalah sebagai berikut:

Pada persamaan Fitzhugh nagumo dengan nilai awal λ didapatkan

a. Fungsi koreksi metode iterasi variasi menjadi

$$u_{n+1}(x,t) = u_n(x,t) + \int_0^t \lambda(s)\{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s)\}\partial s$$

b. Nilai pengali lagrange yang didapatkan menggunakan integral parsial dan teori kalkulus variasi adalah -1.

c. Pengali lagrange disubstitusikan ke fungsi koreksi sehingga didapatkan

$$u_{n+1}(x,t) = u_n(x,t) - \int_0^t \{u_n(x,s)_s - u_n(x,s)_{xx} - u_n^2(x,s) + u_n^3(x,s)\}\partial s$$

d. $u_1, u_2, u_3, u_{4,\ldots}$ yang didapatkan dengan nilai awal $u(x,0) = \lambda$ adalah

$$u_1(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t$$

$$u_2(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + (\lambda(2-3\lambda) - 3\lambda^2(2-3\lambda))t^2 - \lambda^2(2-3\lambda)^2$$

$$\begin{aligned} u_3(x,t) = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + \lambda(3\lambda-1)(3\lambda-2)t^2 \\ - \lambda(3\lambda-2)(27\lambda^2-18\lambda+2)\frac{t^3}{3} \\ + 2\lambda^2(3\lambda-1)(3\lambda-2)^2 t^4 \\ - 3\lambda^2(3\lambda-2)^2(15\lambda^2-10\lambda+1)\frac{t^5}{5} + \lambda^3(3\lambda-2)^3 t^6 \\ - 3\lambda^4(3\lambda-2)^4\frac{t^7}{7} \end{aligned}$$

e. Didapatkan solusi dari pola yang didapatkan yaitu $u(x,t) = \frac{-\frac{2}{3}\lambda e^{2t}}{-\frac{2}{3}+\lambda-\lambda e^{2t}}$

4.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka saran untuk penelitian selanjutnya adalah menggunakan metode lain untuk menyelesaikan persamaan fitzhugh nagumo.

DAFTAR PUSTAKA

Ad- Dimasyqi, I.A.F.I.I.K., 2000. *Tafsir Ibnu Katsir*. Bandung: Peerbit Sinar Baru Algensindo.

Alfionita, F. R., & Zulakmal.2012. Penyelesaian Persamaan Diferensial Tunda Linier Orde 1 Dengan Metode Karakteristik.*Jurnal Matematika Unand*, 5(2), 45-49.

Aliyah.2007. *Analisis Model Matematika pada Pengaruh Sistem Imun Terhadap Bakteri Tuberculosis*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulan Malik Ibrahim Malang.

Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. 2000.*ODE Architect Companion*. Ney York: John Willey and Sons Inc.

Debnath, Lokenath. 2012. *Non Linier Partial Diferential Equations for Scientist and Engineers third edition.* Springer Science + Business Media: New York.

Nugroho,D.B. 2011. *Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya.* Yogjakarta: Graha ilmu.

Evans, Laurence.1997. *Partial Differential Equations*. Barkeley: American Mathematical Society.

Feriyawati, Lita.2006.Anatomi Sistem Saraf dan Peranannya dalam Regulasi Kontraksi Otot Rangka. Sumatera Utara: Fakultas kedokteran Universitas Sumatera Utara.

Fitzhugh, R.1961. *Impuls and Physiology States in Theoritical Models of Nerve Membran. Biophysical*. Jurnal Penelitian.

Fitzhugh, R. 1965. *A Kinetic Model for the Conductance Changes in Nerve Membranes, J.Cell. Comp. Physiol*.vol.66,suppl.2,pp.111-117.

Griffiths, Graham W dan William E.Schiesser.2010. Traveling Wave Analysis of Partial Differential Equations. USA: Academic Press is an imprint of Elsevier.

Kimball, John W.1994.*Biologi*.jilid 1. Jakarta:Erlangga.

He, J.H.2007. *Varitional Iteration Method- Some Recent Result and New Interpretations, Applied Mathematics and Computations*. 207.h.3-17.

Ibnas, R. 2017. Persamaan Differensial Eksak Dengan Faktor Integrasi. *Jurnal Msa*, 5(5), 91-99.

Manaa, a. Saad.2015. *the finite difference methods for ftzhugh nagumo equation*.iraq:university of zakho.

Munir, R.2010. *Metode Numerik*. Bandung: Informatika.

Nasrullah. 2012. *Kesetimbangan Model matematika pada Interaksi Makrofag, Sel T, dan Mokrobakterium Tuberculosis*. Skripsi tidak dipublikasikan, Malang: UIN Maulan Malik Ibrahim Malang.

Oswari,S. 2008. *Model Matematika Perjalanan Impuls Saraf pada Satu Sel di Subthalamik Nukleus* : Bandung

Pagalay, Usman, 2009. *Mathematical Modelling. Malang*: UIN Maliki Press.

Purwanti, T.2012. *Penggunaan Metode Homotopi untuk Menyelesaikan Masalah Getaran Taklinier*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulan Malik Ibrahim Malang.

Sasongko, Setia Budi.2010. *Metode Numerik dengan Scilab.*Yogjakarta:C.V ANDI OFFSET.

Strauss, W. A. 2007. *Partial Differential Equation an Introduction.*Providence: Brown University.

Verberg dan Purcell, Edwin,J.1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis jilid 2.* Penj.Nyoman Susilo. Jakarta: Erlangga.

Waluya, S.B. 2006. *Persamaan Diferensial*. Yogjakarta: Graha Ilmu.

Wazwaz, A.M. 2009. Partial *differential Equations and Solitary Waves theory*. Springer. Nwe York.

Yuanita, D.2009. *Dinamika Impuls pada Satu Sel Saraf dengan Akupuntur sebagai Stimulus*; Bandung

RIWAYAT HIDUP

Nur Aini Amialtus Solikah, lahir di Kediri pada tanggal 01 Juni 1997. Anak keempat dari pasangan Bapak Sunardi dan Ibu Binti Khosi'ah.

Pendidikan dasarnya ditempuh di MI Tarbiyatul Khoiriyah dan lulus pada tahun 2009. Setelah itu melanjutkan sekolah di MTsN Puncu dan lulus tahun 2012. Pendidikan selanjutnya ditempuh di MA Sunan Gunung Jati dan lulus tahun 2015. Kemudian kuliah di Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur Mandiri mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Selama di Malang tinggal di PPTQ Oemah Alquran Abu Hanifah sejak semester 3.

Ketika menempuh pendidikan di UIN Maulana Malik Ibrahim Malang telah mengikuti organisasi intra maupun ekstra kampus. Selain itu, disela-sela kesibukannya menjadi mahasiswa ia juga pernah menjadi tentor privat dan tenaga pendidik di TPQ.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Nur Aini Amilatus Solikah
NIM : 15610106
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Penyelesaian Persamaan Fitzhugh Nagumo dengan *Varitional Iterations Method* (VIM)
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : Muhammad Khudzaifah, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	3 Mei 2019	Konsultasi Bab I & Bab II	1.	
2	23 Mei 2019	Revisi Bab I, Bab II dan Konsultasi Bab III		2.
3	12 Agustus 2019	Konsultasi Agama Bab I & Bab II	3.	
4	24 Agustus 2019	Revisi Bab III dan ACC Bab I & Bab II		4.
5	12 Oktober 2019	ACC Agama Bab I & Bab II	5.	
6	25 Oktober 2019	Revisi Bab I & Bab II		6.
7	6 November 2019	Konsultasi Agama Bab III	7.	
8	13 November2019	Revisi Bab III		8.
9	15 November 2019	Revisi Bab III	9.	
10	20 November 2019	Konsul secara keseluruhan		10.
11	22 November 2019	Konsul secara keseluruhan	11.	

Malang, 28 November 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001