

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE (GSTAR) MENGGUNAKAN METODE *BOOTSTRAP***

SKRIPSI

**OLEH
NOFFRIDA RIANIS SANI
NIM. 15610039**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE (GSTAR) MENGGUNAKAN METODE *BOOTSTRAP***

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Noffrida Rianis Sani
NIM. 15610039**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE (GSTAR) MENGGUNAKAN METODE *BOOTSTRAP***

SKRIPSI

**Oleh
Noffrida Rianis Sani
NIM. 15610039**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 04 November 2019

Pembimbing I,

Pembimbing II,


Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002


Mohammad Nafie Jauhari, M.Si
NIPT. 19870218 20160801 1 056

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika


Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME*
AUTOREGRESSIVE (GSTAR) MENGGUNAKAN METODE *BOOTSTRAP***

SKRIPSI

Oleh
Noffrida Rianis Sani
15610039

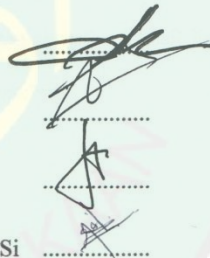
Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai salah satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 18 November 2019

Penguji Utama : Abdul Aziz, M.Si

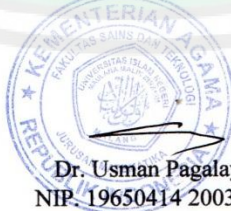
Ketua Penguji : Angga Dwi Mulyanto, M.Si

Sekretaris Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si



Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Noffrida Rianis Sani

NIM : 15610039

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time*

Autoregressive (GSTAR) menggunakan Metode *Bootstrap*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 30 Oktober 2019

Yang membuat pernyataan,



Noffrida Rianis Sani

NIM. 15610039

MOTTO

*“Waktu bagaikan pedang. Jika engkau tidak memanfaatkannya dengan baik,
maka ia akan memanfaatkanmu.”*

(HR. Muslim)



PERSEMBAHAN

Alhamdulillah robbil ‘alamin...

Segala puji syukur kehadiran Allah SWT atas limpahan rahmat, taufiq serta hidayah-Nya, sholawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada Nabi Muhammad SAW. Penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat dan barokah di dunia sampai akhirat. Skripsi ini penulis persembahkan kepada segenap keluarga besar yang selalu memberikan dukungan dan do’a dalam penyelesaian skripsi ini.

Pertama dengan segenap curahan kasih sayang, kupersembahkan skripsi ini kepada kedua orang tuaku (Bpk. M. Yusuf dan Ibu Niswati), yang dengan ikhlas dan penuh cinta kasih selalu mendoakan dan berkorban demi ananda ini hingga kelak. Semoga semua kasih sayang dan cinta Bapak dan Ibu terganti kasih Allah SWT serta semua kebaikan dibalas oleh Allah SWT. Amin.

Kupersembahkan juga skripsi ini untuk kakakku (Mas Alim), kakak iparku (Mbk Wulan), adikku (Nabila), dan keponakan kecilku (Dedek Zafran) yang selalu menghadirkan senyum setiap hari dan semangat dalam menjalani kehidupan ini. Tak lupa ucapan terima kasih penulis kepada para dosen pembimbing (Ibu. Dr. Sri Harini, M.Si dan Bpk. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si) yang senantiasa meluangkan waktunya untuk memberikan pengarahan dan bimbingan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Penulis sadari bahwa tanpa mereka semua skripsi ini mungkin tidak akan ada jalan solusinya.

Kepada teman-teman seperjuanganku (Nisa, Laili, Grenda, Firda, Muti’ah, dan Musyarofah) penulis ucapkan terima kasih atas segala dukungan, semangat, dan kebaikannya, semoga tercatat sebagai amal kebaikan oleh Allah SWT.

KATA PENGANTAR

Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan selaku pembimbing I yang telah banyak memberikan nasihat, motivasi, dan arahan dalam penyusunan skripsi ini.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Mohammad Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas sains dan teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
6. Bapak dan Ibu serta kakak dan adik tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
7. Sahabat-sahabat terbaik penulis, yang selalu menemani, membantu, dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amiin.*
Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 01 November 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR.....	viii
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
ملخص	xviii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan Penelitian.....	6
1.4 Batasan Masalah.....	6
1.5 Manfaat Penelitian.....	7
1.6 Sistematika Penulisan.....	7
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 <i>Time Series Analysis</i>	9
2.1.1 <i>Univariate Time Series</i>	10
2.1.2 <i>Multivariate Time Series</i>	10
2.2 Autokorelasi Spasial.....	11
2.3 Stasioneritas Data	12
2.3.1 <i>Uji Augmented Dickey-Fuller (ADF)</i>	14
2.3.2 <i>Matrix Autocorrelation Function (MACF)</i>	15
2.3.3 <i>Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)</i>	16

2.3.4	<i>Differencing</i> (Pembeda)	17
2.3.5	Tranformasi Data	18
2.4	Model <i>Autoregressive</i> (AR)	20
2.5	Model <i>Vector Autoregresive</i> (VAR)	21
2.6	Model <i>Space Time Autoregressive</i> (STAR)	22
2.7	Model <i>Generalized Space Time Autoregressive</i> (GSTAR).....	23
2.8	Fungsi Pembobot	25
2.8.1	Bobot Seragam (<i>Uniform</i>)	25
2.8.2	Bobot Invers Jarak	26
2.8.3	Bobot Normalisasi Korelasi Silang	27
2.9	Estimasi Parameter	28
2.9.1	Sifat-Sifat Estimasi	28
2.10	Estimasi Parameter dengan Metode OLS	30
2.11	Metode <i>Bootstrap</i>	34
2.11.1	Prinsip Metode <i>Bootstrap</i>	36
2.11.2	Algoritma Pembootstrapan Regresi	38
2.11.3	Bias <i>Bootstrap</i> dan Variansi	39
2.12	Metode <i>Bootstrap Moran's Index</i>	41
2.13	Pemilihan Model Terbaik	42
2.13.1	<i>Akaike's Information Criterion</i> (AIC)	43
2.13.2	<i>Mean Absolute Percentage Error</i> (MAPE)	43
2.13.3	<i>Root Mean Square Error</i> (RMSE)	44
2.14	Pengujian Asumsi Residual	44
2.14.1	Asumsi <i>White Noise</i> Residual	45
2.14.2	Asumsi Distribusi <i>Normal Multivariate Residual</i>	46
2.15	Indeks Harga Konsumen	46
2.15.1	Pengertian Indeks Harga Konsumen	46
2.15.2	Tujuan Perhitungan IHK	47
2.15.3	Konsep dan Definisi dalam IHK	47
2.16	Penelitian Sebelumnya	49
2.17	Konsep Estimasi dan Indeks Harga Konsumen dalam Al-Qur'an....	50

BAB III METODE PENELITIAN

3.1	Pendekatan Penelitian	53
3.2	Sumber Data	53
3.3	Variabel Penelitian	53
3.4	Analisis Data	54
3.4.1	Estimasi Parameter Model GSTAR melalui Metode <i>Bootstrap</i>	54
3.4.2	Implementasi Metode <i>Bootstrap</i> pada Model GSTAR	54

BAB IV PEMBAHASAN

4.1	Estimasi Parameter Model GSTAR	57
4.1.1	Penentuan Model GSTAR	57

4.1.2	Penentuan Nilai Estimasi dengan Metode <i>Bootstrap Moran's Index</i>	60
4.1.3	Menghitung Tingkat Akurasi Metode <i>Bootstrap Moran's Index</i>	63
4.2	Implementasi Metode <i>Bootstrap</i> pada Model GSTAR	70
4.2.1	Deskripsi Data	70
4.2.2	Uji Autokorelasi Spasial	76
4.2.3	Identifikasi Model GSTAR	77
4.2.4	Uji Asumsi <i>White Noise Residual</i> Model GSTAR	82
4.2.5	Penentuan Orde Model GSTAR	82
4.2.6	Menghitung Bobot Lokasi pada Model GSTAR	83
4.2.7	Estimasi Parameter Model GSTAR	85
4.2.7.1	Estimasi Parameter Model GSTAR dengan Bobot Invers Jarak	85
4.2.7.2	Estimasi Parameter Model GSTAR dengan Metode <i>Bootstrap</i>	86
4.2.8	Pemilihan Model Terbaik (RMSE)	91
4.2.9	<i>Forecasting</i>	92
4.3	Kajian Keagamaan tentang Metode <i>Bootstrap</i>	94
BAB V PENUTUP		
5.1	Kesimpulan	96
5.2	Saran	97
DAFTAR RUJUKAN		98
LAMPIRAN		
RIWAYAT HIDUP		

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Transformasi <i>Box-Cox</i> (Sumber: Wei, 2006)	19
Tabel 4.1	Deskripsi Data IHK di Tiga Kota tahun 2009-2018 (Ribu Rupiah) ..	70
Tabel 4.2	Matriks Korelasi Data IHK pada Tiga Lokasi	76
Tabel 4.3	Uji <i>Augmented Dickey-Fuller</i> Data IHK Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Tahun 2009-2018	78
Tabel 4.4	Uji <i>Augmented Dickey-Fuller</i> Data IHK Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Tahun 2009-2018 untuk <i>Differencing</i> 1	79
Tabel 4.5	Nilai RMSE Tiap Model GSTAR.....	91
Tabel 4.6	Data Asli IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri (Ribu Rupiah) 2018.....	92
Tabel 4.7	Hasil <i>Forecasting</i> Data IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri (Ribu Rupiah).....	93

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Contoh Plot Data Stasioner dalam Rata-rata dan Variansi	13
Gambar 2.2	Contoh Plot Data Tidak Stasioner dalam Rata-rata	13
Gambar 2.3	Contoh Pola Data Stasioner dalam Variansi	14
Gambar 2.4	Skema Proses <i>Bootstrap</i>	35
Gambar 3.1	<i>Flow Chart</i> Estimasi Model GSTAR.....	55
Gambar 3.2	<i>Flow Chart</i> Implementasi Model GSTAR.....	56
Gambar 4.1	<i>Time Series Plot</i> Data IHK Ketiga Lokasi tahun 2009-2018.....	74
Gambar 4.2	<i>Moran's Scatterplot</i> Data IHK Ketiga Lokasi tahun 2009-2018..	77
Gambar 4.3	Skema MACF untuk Data Indeks Harga Konsumen di Tiga Lokasi	79
Gambar 4.4	Skema MACF setelah <i>Differencing</i> 1	80
Gambar 4.5	Plot <i>Box-Cox Transformation</i> untuk Ketiga Lokasi.....	81
Gambar 4.6	Skema <i>Cross Corelation of Residuals</i>	82
Gambar 4.7	Plot MPACF untuk Data IHK di Tiga Kota.....	83
Gambar 4.8	Nilai AIC	83
Gambar 4.9	Grafik Estimasi Model GSTAR(1) dengan Metode <i>Bootstrap</i>	89
Gambar 4.10	Grafik Perbandingan Hasil <i>Forecasting</i> dengan Data Asli Periode Sebelumnya	94

DAFTAR SIMBOL

$\mathbf{Z}_j(t)$	: Vektor pengamatan pada lokasi ke- j dan waktu ke- t
$\mathbf{Z}_j(t - 1)$	: Vektor pengamatan pada lokasi ke- j dan waktu ke- $(t - 1)$
Φ_{0j}	: Parameter <i>Autoregressive</i> pada <i>lag</i> waktu 0 dan <i>lag</i> spasial j dengan $j = 1, 2, 3$
Φ_{1j}	: Parameter <i>Autoregressive</i> ke-1 dan <i>lag</i> spasial ke- j
W_{jk}	: Matriks Pembobot spasial
$e_j(t)$	: Residual <i>error</i> bersifat <i>white noise</i> pada lokasi ke- j dan waktu ke- t
$\mathbf{M}_j(t - 1)$	: Pemisalan dari $\sum_{k=1}^3 W_{jk} \mathbf{Z}_k(t - 1)$
$\mathbf{Y}_3$	: Vektor dan matriks pengamatan pada lokasi ke-1, 2, 3
$\mathbf{X}_3$	: Matriks pengamatan pada lokasi ke- j dengan matriks pembobot
Φ_3	: Matriks parameter <i>Autoregressive</i> dan regresi spasial
$\mathbf{e}_3$	: Vektor residual <i>error</i> bersifat <i>white noise</i> pada waktu t
$\hat{\Phi}^{*b}$	: Nilai estimasi untuk sampel <i>Bootstrap</i>
$\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$	: Penaksir Φ^* pada metode <i>Bootstrap</i>
$\hat{\Phi}$	: Penaksir metode OLS
Var	: Nilai variansi
B	: Banyaknya replikasi
$I_{Mo_b}^*$	: Nilai indeks masing-masing sampel <i>Bootstrap Moran's Index</i>
P	: Nilai <i>P-Value</i>

ABSTRAK

Sani, Noffrida Rianis, 2019. **Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* menggunakan Metode *Bootstrap***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dr. Sri Harini, M.Si, (2) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Kata kunci: Model GSTAR, Estimasi, *Ordinary Least Square*, *Bootstrap*, Bobot Invers Jarak.

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) merupakan model dengan parameter *autoregressive* dan parameter *space time* yang bersifat heterogen pada keterkaitan waktu dan lokasi. *Ordinary Least Square (OLS)* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi parameter model GSTAR dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*. Ketika asumsi pada metode OLS tidak terpenuhi maka dapat digunakan metode *Bootstrap* yang merupakan metode berbasis *resampling* yang digunakan secara statistik untuk mengestimasi parameter populasi berdasarkan sampling data dengan pengembalian sampel. Metode *Bootstrap* dapat digunakan pada situasi dimana asumsi standar tidak dipenuhi, misal ukuran sampel n kecil, data tidak berdistribusi normal, dan estimator *Bootstrap* memiliki tingkat keakurasian yang baik ketika metode *Bootstrap* diterapkan pada data runtun waktu. Model GSTAR yang digunakan dalam penelitian ini adalah model GSTAR(1) dengan tiga variabel. Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui proses dan bentuk estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode *Bootstrap* dengan bobot invers jarak pada tiga lokasi mendapatkan tiga model. Hasil dari estimasi parameter tersebut akan diimplementasikan pada data Indeks Harga Konsumen (IHK) lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018 yang menghasilkan model terbaik dengan nilai *Root Mean Square Error (RMSE)* terkecil yaitu lokasi Probolinggo sebesar 0,521139.

ABSTRACT

Sani, Noffrida Rianis Sani. 2019. **Parameter Estimation of Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model using the Bootstrap Method.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (1) Dr. Sri Harini, M.Si, (2) Mohammad Nafie Jauhari, M.Si.

Keyword: GSTAR Model, Estimation, Ordinary Least Square (OLS), Bootstrap, Inverse Distance Weight

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) is a model with autoregressive parameters and space time parameters that are heterogeneous in the relationship of time and location. Ordinary Least Square (OLS) is one method used to estimate the parameters of GSTAR model by minimizing the number of squares of errors. When the assumptions on the OLS method are not fulfilled then the Bootstrap method can be used which is a resampling method that is used statistically to estimate population parameters based on data sampling with sample returns. The Bootstrap method can be used in situations where standard assumptions are not fulfilled, for example small n sample sizes, data not normally distributed, and Bootstrap estimators have a good degree of accuracy when the Bootstrap method is applied to time series data. The GSTAR model used in this study is the GSTAR(1) with three variables. The purpose of this study is find the process and form of GSTAR model parameter estimation using Bootstrap method with inverse distance weights at three locations. The result of the estimated parameters will be implemented in the Consumer Price Index data of Probolinggo, Surabaya, and Kediri in 2009-2018 which produces the best model with the smallest Root Mean Square Error (RMSE) value, namely Probolinggo location of 0,521139.

ملخص

ثاني ، نوفريدا ريبانيس ، 2019. المعلمة تقدير نموذج *Generalized Space Time*

Autoregressive (GSTAR) باستخدام طريقة *Bootstrap*. بحث الجمعي. شعبة الرياضيات

، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المستشارون: (1)

الدكتور سري هاريني ، ماجستير ، (2) محمد نافع جوهاري ، ماجستير

الكلمات المفتاحية: نموذج *GSTAR* ، تقدير ، مربع الأقل اعتيادية ، *Bootstrap* ، الوزن المعاكس

للمسافة.

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) هو نموذج ذو معلمات ذاتية

الانحدار غير متجانسة ومعلمات وقت الفراغ في العلاقة بين الوقت والموقع. تعد *Least Square* العادية

إحدى الطرق المستخدمة لتقدير معلمات نموذج *GSTAR* عن طريق تقليل عدد مربعات الأخطاء إلى الحد

الأدنى. عندما لا يتم الوفاء بالافتراضات الخاصة بأسلوب *OLS* ، يمكن استخدام طريقة *Bootstrap* وهي

طريقة قائمة على أخذ العينات يتم استخدامها إحصائيًا لتقدير معلمات السكان استنادًا إلى بيانات العينات مع

إرجاع العينات. يمكن استخدام طريقة *Bootstrap* في الحالات التي لا يتم فيها الوفاء بالافتراضات القياسية ،

على سبيل المثال أحجام عينة صغيرة n ، والبيانات التي لا يتم توزيعها بشكل طبيعي ، ويكون مقدر

Bootstrap يتمتعون بدرجة جيدة من الدقة عند تطبيق أساليب *Bootstrap* على بيانات السلاسل الزمنية.

نموذج *GSTAR* المستخدم في هذه الدراسة هو نموذج *GSTAR* (1) بثلاثة متغيرات. الغرض من هذه الدراسة

هو تحديد عملية وشكل تقدير معلمة نموذج *GSTAR* باستخدام طريقة *Bootstrap* مع أوزان المسافة

العكسية في ثلاثة مواقع والحصول على ثلاثة نماذج. سيتم تنفيذ نتائج المعلمات المقدرة في بيانات مؤشر أسعار

المستهلك (CPI) لمواقع Probolinggo و Surabaya و Kediri في الفترة 2009-2018 والتي تنتج

أفضل نموذج مع أصغر قيمة لمتوسط الجذر التربيعي (RMSE) ، وهي موقع Probolinggo بـ 0.521139.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika merupakan suatu ilmu yang mempelajari bagaimana cara merencanakan, mengumpulkan, mengolah, menganalisis, dan mempresentasikan data. Menurut (Riduwan & Sunarto, 2007), statistika memiliki banyak teori-teori yang dapat digunakan pada semua bidang kehidupan, salah satunya adalah *time series* (data runtun waktu). Terdapat ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan statistika yaitu surat Al-Kahfi ayat 49 yang artinya:

“Dan letakkanlah kitab (catatan amal), lalu engkau akan melihat orang yang berdosa merasa ketakutan terhadap apa yang (tertulis) di dalamnya dan mereka berkata, “Betapa celaka kami, kitab apakah ini yang tidak meninggalkan yang kecil dan yang besar melainkan tercatat semuanya,” dan mereka dapati (semua) apa yang mereka kerjakan (tertulis). Dan Tuhanmu tidak mendzalimi seorang jua pun”

Ayat di atas menjelaskan tentang pencatatan amal baik dan amal buruk manusia selama hidup di dunia. Hal ini berkaitan dengan pengumpulan data dan penyajian data dalam statistika. Penyajian data hasil analisis harus dikerjakan secara akurat dan jujur yang berarti harus dijelaskan dan ditampilkan dengan apa adanya tanpa ada yang disembunyikan.

Suatu deret data yang biasanya diurutkan berdasarkan interval waktu yang sama disebut data runtun waktu atau data *time series*. Perkembangan analisis runtun waktu, tidak hanya kejadian yang memiliki keterkaitan dengan kejadian pada waktu sebelumnya tetapi juga memiliki keterkaitan dengan lokasi kejadian yang disebut dengan data *space time*. Model *space time* merupakan salah satu model yang menggabungkan faktor keterkaitan waktu dan lokasi pada data runtun waktu dan merupakan salah satu model yang multivariat dimana model ini mengamati lebih dari satu variabel dalam runtun waktu. Salah satu data *space time*

adalah Indeks Harga Konsumen (IHK). Menurut (BPS, 2009), IHK merupakan salah satu indikator dalam bidang ekonomi terpenting yang dapat memberikan informasi mengenai perkembangan harga barang dan jasa yang dibayar oleh konsumen. Komoditas barang dan jasa yang dipilih dalam perhitungan IHK biasanya didasarkan pada Survei Biaya Hidup (SBH) masyarakat. Perhitungan IHK digunakan untuk mengetahui adanya perubahan harga dari sekelompok barang dan jasa yang dikonsumsi oleh masyarakat. Perubahan IHK dari periode waktu ke waktu menunjukkan tingkat kenaikan atau tingkat penurunan barang dan jasa dalam memenuhi kebutuhan sehari-hari. Kenaikan atau penurunan harga barang dan jasa berkaitan erat dengan kemampuan daya beli masyarakat. Semakin tinggi tingkat inflasi dari barang dan jasa maka semakin rendah nilai uang dan semakin rendah tingkat daya belinya. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data Indeks Harga Konsumen (IHK) yang berada di tiga lokasi yaitu Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri yang akan dimodelkan dengan pendekatan model *Space Time* yaitu *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR). Perkembangan harga di tiga lokasi tersebut memungkinkan, selain dipengaruhi oleh keterkaitan waktu sebelumnya juga memiliki keterkaitan dengan lokasi lain.

Menurut (Mansoor, Tarno, & Wilandari, 2016), salah satu model *space time* yang memiliki keterkaitan waktu dan lokasi dapat digunakan untuk meramalkan dan memodelkan data yaitu model *Space Time Autoregressive* (STAR). Model ini pertama kali diperkenalkan oleh (Pfeifer & Deutch, 1980). Menurut (Pfeifer & Deutch, 1980), model STAR mengasumsikan bahwa parameter *Autoregressive* dan parameter *Space Time* bersifat homogen untuk semua lokasi. Oleh karena itu,

model STAR memiliki kelemahan pada lokasi-lokasi yang bersifat homogen pada fleksibilitas parameter. Kelemahan tersebut diperbaiki oleh (Borovkova & Nurani, 2002) dengan suatu model yang dikenal dengan *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR).

Menurut (Mansoer, Tarno, & Wilandari, 2016), *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan pengembangan dari model *Space Time Autoregressive* (STAR). Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menghasilkan model *space time* dengan parameter-parameter yang tidak harus sama atau bersifat heterogen pada keterkaitan waktu dan lokasi (Mansoer, Tarno, & Wilandari, 2016). Pada model GSTAR terdapat cara untuk menentukan dan pemilihan bobot lokasi antara lain bobot lokasi seragam, bobot lokasi invers jarak, dan bobot lokasi normalisasi inferensia korelasi silang. Untuk menduga dan mendapatkan model GSTAR dapat dilakukan dengan cara mengestimasi parameter menggunakan metode tertentu. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter adalah metode *Bootstrap*.

Menurut (Mesi, Ferra, & Maiyastri, 2015), *Bootstrap* merupakan metode yang dapat digunakan untuk menghitung tingkat keakuratan nilai estimasi pada setiap parameter regresi dalam menganalisis asumsi yang tidak terpenuhi pada regresi klasik. Metode *Bootstrap* dapat menghasilkan nilai-nilai statistik untuk menentukan estimasi *standard error* dan selang kepercayaan pada setiap parameter model yang diestimasi. Menurut (Astari, Suciptawati, & Sukarsa, 2014), metode *Bootstrap* merupakan metode berbasis data yang digunakan untuk pendugaan parameter dan penyusunan selang kepercayaan tanpa mengetahui distribusi populasi dari sampel yang dimiliki. *Bootstrap* ini menggunakan metode

pengambilan sampel dengan pengembalian atau berulang (*resample*). Metode *Bootstrap* dapat digunakan untuk data yang sedikit atau data yang berukuran kecil serta data yang tidak berdistribusi normal.

Ayat Al-Qur'an yang berkaitan dengan estimasi salah satunya adalah surat Al-Jatsiyah/45:24 yang artinya:

“Dan mereka berkata: “Kehidupan ini tidak lain hanyalah kehidupan di dunia saja, kita mati dan kita hidup dan tidak ada yang akan membinasakan kita selain masa”, dan mereka sekali-kali tidak mempunyai pengetahuan tentang itu, mereka tidak lain hanyalah menduga-duga saja” (QS. Al-Jatsiyah/45:24)

Ibnu Katsir menjelaskan bahwa terdapat orang-orang musyrik Arab yang ingkar kepada hari kemudian atau hari akhir. Mereka beranggapan bahwa setiap tiga puluh enam ribu tahun segala sesuatu akan kembali seperti semula dan mereka menduga-duga bahwa hal ini terjadi secara berulang-ulang tanpa batas. Kalimat menduga-duga ini sama halnya dengan estimasi, dimana estimasi merupakan dugaan sementara terhadap suatu hal yang dapat digunakan untuk memperkirakan atau meramalkan hal-hal yang akan terjadi di masa mendatang.

Penelitian ini merujuk pada penelitian terdahulu yakni penelitian yang dilakukan oleh (Suryani & Sari, 2018) dengan judul “Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* menggunakan Metode *Generalized Least Square (GLS)*”. Penelitian tersebut menyatakan bahwa metode OLS untuk estimasi parameter model kurang sesuai jika digunakan pada model yang multivariat dan sesatan yang saling berkorelasi. Sehingga pada penelitian ini menggunakan metode GLS yang menghasilkan estimator dengan metode GLS yang lebih efisien dan memiliki *error* yang lebih kecil dari pada OLS, hal ini ditunjukkan dengan ketidakbiasan pada estimatornya. Penelitian kedua dilakukan oleh (Mansoer, Tarno, & Wilandari, 2016) yang berjudul “Pemodelan *Seasonal*

Generalized Space Time Autoregressive (SGSTAR) pada studi kasus produksi padi di Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobongan” dengan OLS sebagai metode parameter estimasi modelnya. Penelitian ini menggunakan data sekunder hasil produksi padi pada tiga Kabupaten di Jawa Tengah yang diperoleh dari BPS Provinsi Jawa Tengah menggunakan data caturwulan dari tahun 1987 sampai 2014. Penelitian ini membangun model GSTAR untuk meramalkan produksi tanaman padi di tiga Kabupaten di Jawa Tengah. Penelitian ketiga dilakukan oleh (Durorin, 2019) dengan judul “Implementasi Parameter Model *Vector Autoregressive* dengan Metode *Bootstrap*”. Penelitian tersebut diimplementasikan pada data harga cabai merah, cabai rawit, dan bawang merah Kota Surabaya bulan Januari 2004 hingga Desember 2006.

Berdasarkan beberapa uraian di atas, maka penulis ingin mengembangkan penelitian-penelitian sebelumnya dengan perbedaan penelitian pada metode yang digunakan dalam mengestimasi dan objek penelitian. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengambil tema model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) yang akan dicari nilai estimasi parameternya menggunakan metode *Bootstrap*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian dari latar belakang di atas, maka dapat diambil rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan metode *Bootstrap*?

2. Bagaimana implementasi metode *Bootstrap* pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk peramalan data Indeks Harga Konsumen pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang diuraikan di atas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui bentuk estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* menggunakan metode *Bootstrap*.
2. Mengetahui hasil implementasi metode *Bootstrap* pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk peramalan data Indeks Harga Konsumen pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018.

1.4 Batasan Masalah

Untuk mendekati sasaran yang diharapkan, maka perlu adanya pembatasan masalah sebagai berikut:

1. Parameter yang diestimasi adalah parameter regresi.
2. Model GSTAR yang digunakan adalah model GSTAR orde 1.
3. Bobot lokasi yang digunakan adalah bobot invers jarak.
4. Metode yang digunakan adalah *Bootstrap Moran's Index*.
5. Penelitian ini diaplikasikan pada data sekunder Indeks Harga Konsumen pada tiga lokasi pengamatan yaitu Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan pada tujuan penelitian di atas, maka dapat diambil beberapa manfaat sebagai berikut:

1. Sebagai tambahan wawasan dan pengetahuan tentang estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan metode *Bootstrap*.
2. Dapat mengetahui hasil implementasi metode *Bootstrap* pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) untuk peramalan data Indeks Harga Konsumen pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018.

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang masalah yang diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang berhubungan dengan pembahasan antara lain *Time Series Analysis*, autokorelasi spasial, stasioneritas data, model AR, model VAR, model STAR, model GSTAR, fungsi pembobot, estimasi parameter, estimasi parameter dengan metode

OLS, metode *Bootstrap*, metode *Bootstrap Moran's Index*, pemilihan model terbaik, pengujian asumsi residual, Indeks Harga Konsumen, penelitian sebelumnya, dan konsep estimasi dan Indeks Harga Konsumen dalam Al-Qur'an.

Bab III Metode Penelitian

Berisi pendekatan penelitian, sumber data, variabel penelitian, dan analisis data.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini berisi tentang pembahasan mengenai estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan metode *Bootstrap* dan implementasi metode *Bootstrap* pada model *Generalized Space Time Autoregressive* untuk peramalan data Indeks Harga Konsumen pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018.

Bab V Penutup

Berisi tentang kesimpulan dan saran.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 *Time Series Analysis*

Menurut (Irawan & Astuti, 2006), analisis runtun waktu atau *time series analysis* diperkenalkan oleh George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins melalui bukunya “*Time Series Analysis: Forecasting and Control*” pada tahun 1976. Menurut (Pandit & Wu, 2001), analisis runtun waktu merupakan salah satu metode dalam statistik yang dapat digunakan untuk menganalisis data dalam runtun waktu. Data runtun waktu terdiri dari empat tipe pola data yaitu (Subanar & Suhartono, 2009):

a. Pola Data *Trend*

Pola data *trend* terjadi jika data menunjukkan kenaikan atau penurunan runtun waktu dalam suatu periode waktu tertentu. Misalnya kenaikan inflasi, kenaikan produksi, dan sebagainya.

b. Pola Data Siklus

Pola data siklus terjadi jika data dipengaruhi oleh fluktuasi ekonomi jangka panjang yang mempunyai hubungan dengan siklus bisnis. Misalnya data kondisi perekonomian.

c. Pola Data Musiman

Pola data musiman terjadi jika data yang dipengaruhi oleh faktor musiman. Pola data musiman mempunyai pola yang berulang dari periode satu ke periode berikutnya. Misalnya meningkatnya harga barang pokok ketika menjelang hari Raya Idul fitri setiap tahunnya.

d. Pola Data *Irregular*

Pola data *irregular* terjadi jika terdapat fluktuasi yang disebabkan oleh kejadian yang tidak dapat diprediksi. Misalnya terjadi bencana alam, perang, dan sebagainya.

Analisis runtun waktu dapat dibagi menjadi dua berdasarkan banyaknya variabel yaitu *univariate time series* dan *multivariate time series*.

2.1.1 *Univariate Time Series*

Menurut (Gilgen, 2006), runtun waktu univariat atau *univariate time series* merupakan suatu pengamatan yang hanya menggunakan satu variabel. Analisis runtun waktu univariat bertujuan untuk menjelaskan karakteristik setiap variabel pada penelitian. Bentuk analisis univariat bergantung pada jenis data yang digunakan. Misalkan untuk data numerik digunakan nilai *mean*, *median*, dan standar deviasi. Tetapi pada umumnya, analisis *univariate* hanya menghasilkan distribusi frekuensi dan persentase dari setiap variabelnya.

2.1.2 *Multivariate Time Series*

Menurut (Gilgen, 2006), runtun waktu multivariat atau *multivariate time series* merupakan suatu pengembangan yang dilakukan secara simultan menggunakan dua atau lebih variabel. Sedangkan menurut (Wei, 2006), runtun waktu multivariat merupakan suatu serangkaian data yang mencakup beberapa variabel dari waktu ke waktu secara berurutan sesuai waktu kejadian dengan interval waktu yang tetap. Diperlukan pengujian untuk membangun model *multivariate time series* dengan menentukan dan menemukan interaksi yang ada

pada suatu variabel deret waktu dengan satu atau lebih variabel. Menurut (Cromwell, 1994), identifikasi model merupakan tahapan yang paling sulit dalam membangun model *multivariate time series*.

2.2 Autokorelasi Spasial

Autokorelasi spasial dapat didefinisikan sebagai penilaian korelasi antar lokasi pengamatan pada suatu variabel. Jika pengamatan $y_1, y_2, \dots, y_n$ menunjukkan saling ketergantungan atau keterikatan terhadap ruang, maka data tersebut dikatakan terautokorelasi secara spasial. Menurut (Lembo, 2006), autokorelasi spasial adalah korelasi antar variabel dengan dirinya sendiri berdasarkan ruang dan dapat diartikan sebagai ukuran kemiripan dari objek di dalam suatu ruangan (jarak, waktu, dan wilayah).

Keberadaan autokorelasi spasial dapat dinyatakan sebagai $Cov(Y_j, Y_k) = E(Y_j Y_k) - E(Y_j) E(Y_k)$ dengan $E(Y_k) \neq 0$ untuk $j \neq k$. Y_j dan Y_k adalah pengamatan pada variabel acak di lokasi j dan k dalam ruang dan j, k dapat berupa titik, misalnya lokasi toko, balai kota, wilayah metropolitan diukur sebagai lintang dan bujur. Sedangkan area, misalnya Negara, Kabupaten, atau unit sensus (Anselin, 1988).

Menurut (Lee & Wong, 2001), salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengetahui adanya autokorelasi spasial adalah *Moran's Index* yang merupakan indikasi untuk melihat adanya autokorelasi secara global dan digunakan untuk mengukur korelasi satu variabel, misalnya x (x_j dan x_k) dimana $j \neq k, i = 1, 2, \dots, n$ dan $k = 1$, dengan banyaknya data sebanyak n , maka rumus

dari *Moran's Index* adalah $C_{jk} = (x_j - \bar{x})(x_k - \bar{x})$ dimana $j = k = 1, 2, \dots, n$.

Sedangkan *Moran's Index* dapat dihitung sebagai berikut:

$$I = \frac{\sum_{j=1}^n \cdot \sum_{k=1}^n W_{jk} C_{jk}}{s^2 \sum_{j=1}^n \cdot \sum_{k=1}^n W_{jk}} = \frac{\sum_{j=1}^n \cdot \sum_{k=1}^n W_{jk} (x_j - \bar{x})(x_k - \bar{x})}{s^2 \sum_{j=1}^n \cdot \sum_{k=1}^n W_{jk}},$$

dengan s^2 adalah variansi pada sampel dan dapat dihitung sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n}.$$

Keterangan:

I : *Moran's Index*,

x_j : Nilai pada lokasi j ,

x_k : Nilai pada lokasi k ,

$\bar{x}$: Rata-rata dari jumlah variabel,

W_{jk} : Elemen pada pembobot terstandarisasi antara lokasi j dan k .

Menurut (Wuryandari, Hoyyi, Kusumawardani, & Rahmawati, 2014), rentang nilai dari *Moran's Index* dalam kasus matriks pembobot terstandarisasi adalah $-1 \leq I \leq 1$. Nilai $-1 \leq I < 0$ menunjukkan adanya autokorelasi spasial negative, sedangkan rentang nilai $0 < I \leq 1$ menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif.

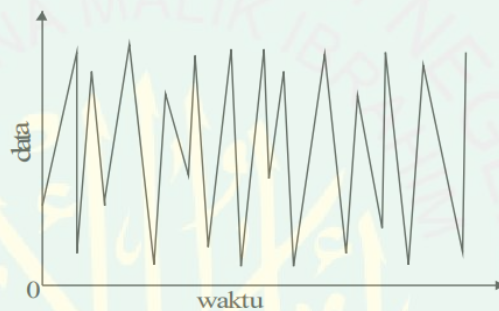
2.3 Stasioneritas Data

Menurut (Makridakis, Wheelwright, & McGEE, 1999), data dikatakan stasioner jika data tidak terdapat perubahan yang drastis. Fluktuasi data berada pada sekitar nilai rata-rata dan variansi yang konstan dan tidak bergantung pada

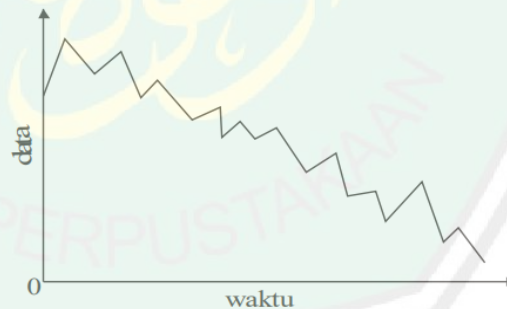
waktu. Plot data *time series* dapat digunakan untuk mengetahui apakah data stasioner ataupun tidak stasioner. Stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu (Wei, 2006):

a. Stasioneritas dalam Rata-Rata

Suatu data *time series* dikatakan stasioner dalam rata-rata jika fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan. Jika data tidak stasioner dalam rata-rata maka dapat dilakukan proses pembedaan (*differencing*).



Gambar 2.1 Contoh Plot Data Stasioner dalam Rata-rata dan Variansi

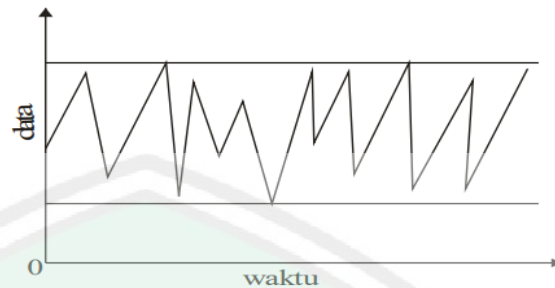


Gambar 2.2 Contoh Plot Data Tidak Stasioner dalam Rata-rata

b. Stasioneritas dalam Variansi

Suatu data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi jika fluktuasi datanya konstan atau horizontal terhadap sumbu waktu. Jika data tidak stasioner dalam variansi maka dapat dilakukan proses transformasi melalui

Box-Cox Tranformation. Apabila nilai *Rounded Value* mendekati atau sama dengan 1 maka data tersebut sudah stasioner terhadap variansi.



Gambar 2.3 Contoh Pola Data Stasioner dalam Variansi

Stasioneritas data dalam *Multivariate Time Series* dapat dilihat dari uji *Augmented Dickey-Fuller*, skema *Matrix Autocorrelation Function* (MACF), skema *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF), *Differencing*, dan plot *Box-Cox Transformation*.

2.3.1 Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Menurut (Wei, 2006), *Augmented Dickey-Fuller* merupakan salah satu pengujian stasioneritas data yang menentukan apakah data runtun waktu memiliki akar unit (*unit root*) di dalam model atau tidak. Pengujian dilakukan dengan menguji hipotesis $H_0 : \rho = 0$ dalam persamaan regresi sebagai berikut (Rosadi, 2010):

$$Y_t = a + \alpha + \rho Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \phi_j Y_{t-j} + e_t, \quad (2.1)$$

dimana

Y_t : Variabel pengamatan pada waktu ke- t ,

a : Nilai konstanta,

- δ : Nilai parameter regresi untuk *trend*,
- ρ : Nilai parameter regresi untuk *lag* ke-1,
- ϕ_j : Nilai parameter regresi untuk *lag* ke- j ,
- e_t : Nilai kesalahan pada waktu ke- t .

Uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dilakukan dengan tahap pengujian hipotesis yaitu (Wei, 2006):

$H_0 : \phi = 1$ (terdapat *unit root* atau data tidak stasioner dalam model)

$H_1 : |\phi| < 1$ (tidak terdapat *unit root* atau data stasioner dalam model)

dengan statistik uji sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi} - 1}{SE(\hat{\phi})}, \quad (2.2)$$

dengan $SE(\hat{\phi}) = \left[\hat{\sigma}_e^2 \left(\sum_{t=1}^n Y_{t-1}^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}$ dan $\hat{\sigma}_e^2 = \sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{\phi}Y_{t-1})^2}{(n-1)}$. Kriteria keputusan yaitu

tolak H_0 jika $|t_{hitung}| > |t_{tabel}|$ dengan taraf signifikan $\alpha = 0,05$.

2.3.2 Matrix Autocorrelation Function (MACF)

Menurut (Mansoer, Tarno, & Wilandari, 2016), plot MACF yang turun secara perlahan menunjukkan data belum stasioner dalam rata-rata. Untuk menstasionerkan data yang belum stasioner dalam rata-rata maka perlu dilakukan *differencing*. MACF merupakan salah satu uji untuk melihat stasioner pada *Moving Average*. Menurut (Anggraeni D. , 2013), apabila diberikan data *time series* sebanyak n kali dari pengamatan $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ maka bentuk matriks korelasi sampelnya sebagai berikut:

$$\hat{\rho}(\mathbf{k}) = [\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k})], \quad (2.3)$$

dengan $\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k})$ merupakan korelasi silang sampel dari unsur deret ke- i dan deret ke- j dapat dinyatakan sebagai:

$$\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k}) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)(Z_{j,t+k} - \bar{Z}_j)}{\left[\sum_{t=1}^n (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^n (Z_{j,t} - \bar{Z}_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.4)$$

dimana $\bar{Z}_i$ dan $\bar{Z}_j$ merupakan suatu sampel dari unsur deret yang bersesuaian. Berikut ini simbol-simbol notasi yang digunakan untuk memudahkan penggunaan metode seperti notasi (+), (−), dan (·) pada suatu matriks korelasi dengan sampel ke-(ij) (Wei, 2006):

(+)	: $\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k}) > 2 \times \text{Std. Error}$	Korelasi Positif
(−)	: $\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k}) < -2 \times \text{Std. Error}$	Korelasi Negatif
(·)	: $\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k})$ diantara $\pm 2 \times \text{Std. Error}$	Tidak Korelasi

Standard error pada $\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k})$ dapat dihitung dengan menggunakan rumus *Standard error* sebagai berikut:

$$S_{\hat{\rho}_{ij}(\mathbf{k})} = \sqrt{\frac{1}{T} (1 + 2\hat{\rho}_{ij}^2(1) + 2\hat{\rho}_{ij}^2(2) + 2\hat{\rho}_{ij}^2(3) + \dots + 2\hat{\rho}_{ij}^2(k-1))}, \quad (2.5)$$

dimana T adalah banyaknya observasi.

2.3.3 Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)

MPACF merupakan salah satu uji untuk melihat stasioneritas pada *Autoregressive*. Menurut (Anggraeni D. , 2013), MPACF sangat berpengaruh pada model *Autoregressive* (AR). Hubungan antara Z_t dan Z_{t-k} dapat diketahui

apabila keterhubungan pada variabel $Z_{t+1}, Z_{t+2}, Z_{t+3}, \dots, Z_{t+k-1}$ dihilangkan. Dengan demikian persamaan MPACF dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\Phi_{kk} = \frac{\text{Cov}[(Z_t - \hat{Z}_t)(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})]}{\sqrt{\text{Var}(Z_t - \hat{Z}_t)}\sqrt{\text{Var}(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}}. \quad (2.6)$$

Menurut (Box & Jenkins, 1976), MPACF pada $\text{lag-}s$ ($P(s)$) jika data diterapkan pada *Vector Autoregressive* (VAR) orde ke- s maka $\text{lag-}s$ ($P(s)$) dapat dinyatakan sebagai koefisien matriks terakhir. Dengan demikian, $P(s) = \Phi_{ss}$ pada regresi linear multivariat seperti halnya PACF pada kasus data runtun waktu univariat.

2.3.4 Differencing (Pembeda)

Data yang tidak stasioner terhadap rata-rata, perlu dilakukan proses *differencing* untuk menghasilkan data yang stasioner. Operator langkah mundur (*backward shift*) sangat tepat untuk menggambarkan proses *differencing* (Makridakis, Wheelwright, & McGEE, 1999). Operator *backward shift* adalah sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1},$$

dimana

Y_t : Variabel Y pada waktu ke- t , $t = 2, 3, 4, \dots$,

Y_{t-1} : Variabel Y pada waktu ke- $(t - 1)$,

B : *Backward Shift*.

Notasi B yang ada pada Y_t mempunyai pengaruh untuk menggeser data satu periode ke belakang. Misalkan apabila data *time series* tidak stasioner, maka

data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* pertama dari data. Rumus untuk *differencing* pertama yaitu:

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1},$$

dimana Y'_t adalah variabel Y pada waktu t setelah dilakukan *differencing*.

Dengan menggunakan operator *Backward Shift*, maka persamaan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk sebagai:

$$Y'_t = Y_t - BY_t,$$

atau bisa ditulis dengan:

$$Y'_t = (1 - B)Y_t. \quad (2.7)$$

Persamaan (2.7) merupakan *differencing* pertama yang dinotasikan oleh $(1 - B)$. Maka secara umum jika terdapat *differencing* ke- d untuk mencapai stasioneritas maka dapat dinotasikan dengan:

$$(1 - B)^d \text{ dengan } d \geq 1.$$

2.3.5 Tranformasi Data

Kestasioneran dalam variansi dapat dilihat dengan plot *Box-Cox Transformation* pada *software Minitab 17*. Apabila data yang tidak stasioner dalam variansi, maka dilakukan dengan proses tranformasi. Pada proses ini biasanya menggunakan transformasi *Box-Cox*. Transformasi ini bertujuan untuk menstasionerkan data, menormalkan data, menghomogenkan variansi, dan melinierkan model regresi. Menurut (Drapper & Smith, 1998), transformasi *Box-Cox* hanya diberlakukan pada variabel respon Y yang bertanda positif. *Box-Cox* mempertimbangkan pada kelas transformasi dengan parameter tunggal, yaitu

λ yang dipangkatkan pada variabel respon Y , dengan λ merupakan parameter yang diduga, sehingga diperoleh transformasi model transformasinya adalah Y^λ .

Rumus yang dapat digunakan dalam transformasi sebagai berikut (Wei, 2006):

$$Y_t^\lambda = \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda}, \quad (2.8)$$

dimana

Y_t^λ : Fungsi transformasi dari Y^λ ,

Y_t : Data pada waktu ke- t ,

λ : Nilai parameter transformasi.

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox (Sumber: Wei, 2006)

λ	Transformasi
-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln Y_t$
0.5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t (Tidak ada transformasi)

Tabel 2.1 di atas bahwa untuk $\lambda = 0$ sesuai dengan transformasi logaritma yang dapat dinotasikan dengan

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} Y_t^\lambda = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda}.$$

2.4 Model Autoregressive (AR)

Menurut (Wei, 2006), salah satu model *time series* stasioner ditemukan oleh Yule pada tahun 1927. Yule menggunakan proses AR untuk menggambarkan fenomena bilangan sunspot dan perilaku bandul sederhana. Model AR berguna dalam kondisi dimana nilai saat ini dari deret waktu bergantung pada nilai sebelumnya.

Menurut (Wei, 2006), model AR orde p dapat dinotasikan dengan $AR(p)$. Secara umum model $AR(p)$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\phi_p(B)Z_t = e_t, \quad (2.9)$$

dimana $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$ dan $Z_t = Y_t - \mu$.

atau persamaan (2.9) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)Z_t &= e_t \\ Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} &= e_t \\ Z_t &= \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + e_t \end{aligned} \quad (2.10)$$

Kemudian disubstitusi $Z_t = Y_t - \mu$ pada persamaaan (2.10) sehingga menjadi:

$$\begin{aligned} Y_t - \mu &= \phi_1 (Y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Y_{t-p} - \mu) + e_t \\ &= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p \mu + e_t \\ Y_t &= \mu - \phi_1 \mu - \dots - \phi_p \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \\ &= \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \\ &= \mu(1 - (\phi_1 + \dots + \phi_p)) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \end{aligned}$$

dengan $\mu = \phi_0$ sehingga diperoleh bentuk model sebagai berikut:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad (2.11)$$

Pada persamaan (2.11) dapat dijabarkan menjadi bentuk sebagai berikut:

$$Y_1 = \phi_0 + \phi_1 Y_0 + \dots + \phi_p Y_{1-p} + e_1$$

$$Y_2 = \phi_0 + \phi_1 Y_1 + \dots + \phi_p Y_{2-p} + e_2$$

$$\vdots$$

$$Y_n = \phi_0 + \phi_1 Y_{n-1} + \dots + \phi_p Y_{n-p} + e_n$$

atau bisa diubah dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \dots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \dots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \dots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

dimana

- Y_t : Data Y pada periode ke- t , dengan $t = 1, 2, \dots, n$
- Y_{t-1} : Data Y pada periode ke- $(t - i)$, dengan $i = 1, 2, \dots, p$
- e_t : *Error* pada periode ke- t ,
- μ : Peramalan konstanta,
- ϕ_i : Parameter koefisien AR ke- i , dengan $i = 1, 2, \dots, p$
- ϕ_0 : Konstanta rata-rata.

2.5 Model Vector Autoregressive (VAR)

Model VAR merupakan salah satu pemodelan dalam analisis *time series* yang bersifat multivariat yang banyak digunakan untuk aplikasi peramalan pada variabel-variabel ekonomi dalam jangka panjang maupun dalam jangka menengah panjang. Model VAR merupakan salah satu model yang digunakan pada data

runtun waktu untuk melihat hubungan antar variabel yang diteliti. Menurut (Widarjono, 2007), salah satu keunggulan model VAR, yaitu tidak perlu membedakan mana variabel terikat maupun variabel bebas karena semua variabel VAR adalah variabel terikat.

Menurut (Luketpohl, 2005), persamaan model VAR dengan k variabel dan orde p atau VAR(p) sebagai berikut:

$$Z_t = \Phi_0 + \Phi_1 Z_{t-1} + \dots + \Phi_p Z_{t-p} + a_t, \quad (2.13)$$

dimana $Z_t = (Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{k,t})^T$ adalah vektor Z_t berukuran $k \times 1$, Φ_p adalah matriks berukuran $k \times k$, $\Phi_0 = (\Phi_{10}, \Phi_{20}, \dots, \Phi_{k0})^T$ adalah vektor dengan dimensi k dan $a_t = (a_{1,t}, a_{2,t}, \dots, a_{k,t})^T$ merupakan vektor *error* berukuran $k \times 1$ yang diasumsikan sebagai multivariat normal dengan $E(\mu_t) = 0$, $E(\mu_t \mu_t^T) = \Sigma_\mu$ dan $E(\mu_t \mu_s^T) = 0$ untuk $s \neq t$. Matriks kovarian (Σ_μ) harus definit positif (Luketpohl, 2005).

Menurut (Luketpohl, 2005), proses VAR dengan orde 1 atau VAR(1) dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Z_t = \Phi_0 + \Phi_1 Z_{t-1} + a_t. \quad (2.14)$$

2.6 Model Space Time Autoregressive (STAR)

Model STAR pertama kali diperkenalkan oleh Pfeifer dan Deutch pada tahun 1980. Menurut (Pfeifer & Deutch, 1980), model STAR merupakan model dengan parameter *Autoregressive* dan parameter *Space Time* yang bersifat homogen untuk semua lokasi. Menurut (Borovkova & dkk, 2008), secara umum

model STAR dengan orde *Autoregressive* p dan orde spasial $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ maka dapat ditulis dengan model STAR ($p\lambda_1, \dots, \lambda_p$) yang dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{s=1}^p \sum_{k=0}^{\lambda_s} \Phi_{sk} \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{Z}(t-s) + \mathbf{e}(t), \quad (2.15)$$

dimana

p : Orde waktu *autoregressive*,

λ_s : Orde spasial dari *autoregressive* ke- s , di mana $s = 1, 2, \dots, p$,

Φ_{sk} : Parameter spasial *autoregressive* pada lag s dan spasial lag k ,

$\mathbf{W}^{(k)}$: Matriks $N \times N$ dengan nilai pembobot, di mana $k = 1, 2, \dots, \lambda_s$,

$\mathbf{e}(t)$: Kesalahan acak dengan rata-rata nol.

2.7 Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan model pengembangan dari model STAR (*Space Time Autoregressive*). Menurut (Mansoer, Tarno, & Wilandari, 2016), model GSTAR merupakan salah satu pendekatan utama yang digunakan untuk menyelesaikan data deret waktu dan lokasi dengan cara menggabungkan faktor waktu dan lokasi pada data *multivariate time series*.

Model GSTAR dengan orde (p) dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$, maka dapat ditulis dengan model GSTAR ($p; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) yang dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut (Borovkova & dkk, 2008):

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{s=1}^p \left[\Phi_{s0} \mathbf{Z}(t-s) + \sum_{k=1}^{\lambda_s} \Phi_{sk} \mathbf{W}^{(k)} \mathbf{Z}(t-s) + \mathbf{e}(t) \right], \quad (2.16)$$

dimana

p : Orde waktu *autoregressive*,

λ_s : Orde spasial dari *autoregressive* ke- s , dimana $s = 1, 2, \dots, p$,

Φ_{s0} : Parameter *autoregressive* pada lag waktu s dan lag spasial 0, di mana $s = 1, 2, \dots, p$,

Φ_{sk} : Parameter spasial regresi, di mana $k = 1, 2, \dots, \lambda_s$,

$\mathbf{W}^{(k)}$: Matriks $N \times N$ dengan nilai pembobot,

$\mathbf{e}(t)$: Ukuran vektor *white noise*.

Dengan $\Phi_{s0} = \text{diag}(\Phi_{s0}^1, \dots, \Phi_{s0}^N)$, $\Phi_{sk} = \text{diag}(\Phi_{sk}^1, \dots, \Phi_{sk}^N)$ dan $\mathbf{W}^{(k)}$ adalah Matriks $N \times N$ dengan nilai pembobot yang dipilih agar memenuhi syarat $\mathbf{w}_{ii}^{(k)} = 0$ dan $\sum_{i \neq j} \mathbf{w}_{ij}^{(k)} = 1, i = 1, 2, \dots, N$.

Persamaan (2.16) merupakan bentuk model GSTAR secara umum dengan orde *autoregressive* p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut (Suryani & Sari, 2018):

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{s0}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{s0}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{s0}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Phi_{sk}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{sk}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{sk}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & W_{12} & \dots & W_{1n} \\ W_{21} & 0 & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}$$

dengan $\mathbf{V}_i(t) = \sum_{j=1}^n \mathbf{W}_{ij} \mathbf{Z}_j(t)$ diperoleh:

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{s0}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{s0}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{s0}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Phi_{sk}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{sk}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{sk}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} V_1(t-s) \\ V_2(t-s) \\ \vdots \\ V_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}.$$

Matriks di atas dapat ditulis dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu:

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1(t-s)V_1(t-s) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_1(t-s)V_1(t-s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{s0}^{(1)} \\ \Phi_{sk}^{(1)} \\ \vdots \\ \Phi_{s0}^{(n)} \\ \Phi_{sk}^{(n)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}$$

Sedangkan model umum GSTAR dengan satu orde atau GSTAR(1) dapat ditulis sebagai berikut (Borovkova & dkk, 2008):

$$Z_j(t) = \Phi_{0j} Z_j(t-1) + \Phi_{1j} \sum_{k=1}^3 W_{jk} Z_k(t-1) + e_j(t) \quad (2.17)$$

2.8 Fungsi Pembobot

Menurut (Mansoer, Tarno, & Wilandari, 2016), hubungan spasial dalam model GSTAR dapat dinyatakan dalam matriks pembobot. Berikut ini adalah macam-macam pembobot spasial yang dapat digunakan dalam model GSTAR yaitu bobot seragam, bobot invers jarak, dan bobot normalisasi korelasi silang.

2.8.1 Bobot Seragam (*Uniform*)

Menurut (Susanti & Susiswo, 2013), bobot seragam merupakan salah satu bobot yang biasanya digunakan pada data yang memiliki lokasi yang sama. Berikut ini adalah perhitungan nilai dari bobot seragam (*uniform*):

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{n_i}, & i \neq j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}, \quad (2.18)$$

dimana n_i adalah jumlah lokasi yang berdekatan dengan lokasi i .

2.8.2 Bobot Invers Jarak

Menurut (Susanti & Susiswo, 2013), bobot invers jarak merupakan nilai yang didapatkan dari perhitungan berdasarkan jarak sebenarnya antar lokasi. Penentuan bobot ini dilakukan dengan normalisasi nilai-nilai invers dari jarak Euclidean antar lokasi dengan rumus sebagai berikut (Fotheringham, Brundson, & Charlton, 2000):

$$w_{ij} = \frac{c(1 + d_{i,j})^{-a}}{\sum_{j \neq i} c(1 + d_{i,j})^{-a}}, \quad (2.19)$$

dimana $i \neq j$ dan memenuhi $\sum_{i \neq j} w_{ij} = 1$.

Menurut (Rahmadani, 2011), pembobotan lokasi dengan invers jarak dapat ditentukan dengan jarak sebenarnya. Pada titik pusat lokasi dapat dihitung jarak antar lokasinya dengan menggunakan koordinat lintang dan bujurnya. Misalnya terdapat 4 jarak antar lokasi yaitu r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 , dan r_6 . r_1 merupakan jarak antara lokasi 1 dan 2, r_2 merupakan jarak antara lokasi 1 dan 3, r_3 merupakan jarak antara lokasi 1 dan 4, r_4 merupakan jarak antara lokasi 2 dan 3, r_5 merupakan jarak antara lokasi 2 dan 4, dan r_6 merupakan jarak lokasi antara 3 dan 4. Secara keseluruhan jarak tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & 0 & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & 0 & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{r_2 + r_3}{r_1 + r_2 + r_3} & \frac{r_1 + r_3}{r_1 + r_2 + r_3} & \frac{r_1 + r_2}{r_1 + r_2 + r_3} \\ \frac{r_4 + r_5}{r_1 + r_4 + r_5} & 0 & \frac{r_1 + r_5}{r_1 + r_4 + r_5} & \frac{r_1 + r_4}{r_1 + r_4 + r_5} \\ \frac{r_4 + r_6}{r_2 + r_4 + r_6} & \frac{r_2 + r_6}{r_2 + r_4 + r_6} & 0 & \frac{r_2 + r_4}{r_2 + r_4 + r_6} \\ \frac{r_5 + r_6}{r_3 + r_5 + r_6} & \frac{r_3 + r_6}{r_3 + r_5 + r_6} & \frac{r_3 + r_5}{r_3 + r_5 + r_6} & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks di atas harus distandarkan ke dalam bentuk W_{ij}^* untuk mendapatkan nilai dari $\sum_{i \neq j} W_{ij}^{(1)} = 1$.

2.8.3 Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Bobot normalisasi korelasi silang pertama kali diperkenalkan oleh (Suhartono & Atok, 2006). Menurut (Subanar & Suhartono, 2009), secara umum bobot korelasi silang antara lokasi ke- i dan ke- j pada lag waktu ke- k dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (2.21)$$

dimana $\gamma_{ij}(k)$ merupakan kovarians silang antar kejadian di lokasi ke- i dan ke- j .

Penaksiran dari bobot korelasi silang pada sampel dapat dihitung dengan persamaan di bawah ini:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^n (z_i(t) - \bar{z}_i)(z_j(t-k) - \bar{z}_j)}{\sqrt{\left(\sum_{t=1}^n (z_i(t) - \bar{z}_i)^2 \sum_{t=1}^n (z_j(t) - \bar{z}_j)^2 \right)}}, \quad (2.22)$$

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{j \neq i} |r_{ij}(k)|}, \quad (2.23)$$

dimana $i \neq j$ dan memenuhi $\sum_{i \neq j} w_{ij} = 1$.

2.9 Estimasi Parameter

Menurut (Supangat, 2007), estimasi merupakan suatu proses yang digunakan untuk menaksirkan atau mengestimasi parameter populasi yang tidak diketahui dengan menggunakan sampel statistik. Sedangkan menurut (Adiningsih, 2009), estimator adalah suatu variabel acak yang memberikan perkiraan kepada parameter (populasi) yang tidak diketahui. Variabel acak tersebut tergantung pada informasi sampel dan variabel acak yang spesifik disebut dengan estimasi.

2.9.1 Sifat-Sifat Estimasi

Menurut (Adiningsih, 2009), suatu penaksiran dinilai baik apabila memenuhi kriteria-kriteria sebagai berikut:

1. Tak Bias

Menurut (Adiningsih, 2009), suatu penaksir $\hat{\Phi}$ dikatakan penaksir tak bias bagi Φ jika $E(\hat{\Phi}) = \Phi$. Sebaliknya jika $E(\hat{\Phi}) \neq \Phi$ maka $\hat{\Phi}$ dikatakan penaksir bias. Jika $\hat{\Phi}$ adalah penaksir Φ , maka bias $\hat{\Phi}$ dapat didefinisikan

sebagai selisih antara nilai harapan dengan nilai Φ yang sebenarnya, sehingga dapat dituliskan sebagai:

$$\text{Bias} = E(\hat{\Phi}) - \Phi.$$

2. Efisiensi

Jika $\hat{\Phi}$ adalah penaksir Φ tak bias dan tidak ada penaksir tak bias lainnya yang memiliki varian lebih kecil, maka $\hat{\Phi}$ dikatakan paling efisien atau *minimum variance unbiased estimator* Φ .

Menurut (Adiningsih, 2009), jika $\hat{\Phi}_1$ dan $\hat{\Phi}_2$ adalah dua penaksir tak bias, maka $\hat{\Phi}_1$ dikatakan lebih efisien dari pada $\hat{\Phi}_2$ apabila

$$\text{Var}(\hat{\Phi}_1) < \text{Var}(\hat{\Phi}_2),$$

kemudian efisiensi relatif satu penaksir terhadap penaksir lain adalah rasio variansinya sebagai berikut:

$$\text{Efisiensi Relatif} = \frac{\text{Var}(\hat{\Phi}_2)}{\text{Var}(\hat{\Phi}_1)}.$$

3. Konsisten

Menurut (Adiningsih, 2009) menyatakan jika $\hat{\Phi}_n$ adalah penaksir Φ berdasarkan n pengamatan maka untuk setiap jumlah ε positif yang kecil dengan probabilitas

$$P[|\hat{\Phi}_1 - \Phi| < \varepsilon],$$

akan mendekati 1 apabila ukuran sampel n menjadi besar yang tidak terbatas, maka $\hat{\Phi}_n$ dikatakan penaksir yang konsisten untuk Φ .

2.10 Estimasi Parameter dengan Metode OLS

Menurut (Borovkova & dkk, 2008), menyatakan bahwa model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan model regresi, sehingga metode yang biasanya digunakan dalam mengestimasi parameter adalah metode *Ordinary Least Square* (OLS). Pada metode OLS, harus memenuhi asumsi *error* yang berdistribusi normal dimana nilai rata-ratanya nol dan variansinya σ^2 dan penaksir yang didapat adalah penaksir yang tak bias.

Misalkan diberikan model statistik linier sebagai berikut (Aziz, 2010):

$$y = \Phi_1 x_1 + \Phi_2 x_2 + \dots + \Phi_k x_k + e, \quad (2.24)$$

Apabila ada data sebanyak n data observasi, sehingga persamaan (2.24) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

dari persamaan (2.25) dapat ditulis sebagai berikut:

$$y = X\Phi + e, \quad (2.26)$$

Berikut ini asumsi mengenai variabel e yang telah dibuat oleh Gauss berkaitan dengan model regresi yang telah dikemukakan sebelumnya (Aziz, 2010):

1. Nilai rata-rata variabel e adalah sama dengan nol atau dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$E(e) = 0$$

Berarti nilai bersyarat e yang diharapkan adalah sama dengan nol di mana syaratnya bergantung pada nilai x . Sehingga untuk nilai x tertentu bisa saja nilai e sama dengan nol, bisa positif, ataupun negatif, tetapi secara keseluruhan untuk banyaknya nilai x pada nilai rata-rata e diharapkan sama dengan nol.

2. Tidak terdapat autokorelasi antar variabel untuk setiap observasi. Sehingga dianggap bahwa tidak terdapat hubungan yang positif maupun negatif antara e_i dan e_j . Dan tidak terdapat heterokedastisitas antar variabel e untuk setiap observasi atau dengan kata lain setiap variabel e memenuhi syarat homoskedastisitas yang berarti variabel e mempunyai variansi yang positif dan konstan yang nilainya σ^2 yaitu:

$$Var(e_i, e_j) = \begin{cases} \sigma^2, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

atau dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} Var(e_1) & cov(e_1, e_2) & \cdots & cov(e_1, e_n) \\ cov(e_2, e_1) & Var(e_2) & \cdots & cov(e_2, e_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(e_n, e_1) & cov(e_n, e_2) & \cdots & Var(e_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

dengan demikian, asumsi kedua ini dapat dituliskan dalam bentuk:

$$Cov(e) = E[(e - E(e))(e - E(e))'] = E(ee') = \sigma^2 I_n$$

3. Variabel x dan variabel e adalah variabel yang saling tidak tergantung untuk setiap observasi maka:

$$\begin{aligned} Cov(x_i, e_i) &= E[(x_i - E(x_i))(e_i - E(e_i))] \\ &= E[(x_i - \bar{x})(e_i - 0)] \\ &= E[(x_i - \bar{x})e_i] \\ &= (x_i - \bar{x})E(e_i) \end{aligned}$$

$$= 0$$

Berdasarkan ketiga asumsi di atas, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} E(\mathbf{y}) &= E(\mathbf{X}\Phi + \mathbf{e}) \\ &= E(\mathbf{X}\Phi) + E(\mathbf{e}) \\ &= \mathbf{X}\Phi + 0 \\ &= \mathbf{X}\Phi \end{aligned}$$

dan

$$\text{Cov}(\mathbf{y}) = \sigma^2 I_n$$

Menurut (Aziz, 2010) menyatakan bahwa misalkan sampel untuk $\mathbf{y}$ diberikan, maka memungkinkan aturan main pada pemakaian sampel untuk mendapatkan taksiran dari Φ adalah dengan membuat $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\Phi$ sekecil mungkin. Untuk tujuan ini maka sangat perlu memilih parameter Φ sehingga

$$\begin{aligned} S &= \mathbf{e}'\mathbf{e} \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\Phi)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\Phi) \end{aligned}$$

sekecil mungkin.

S merupakan bentuk skalar, maka komponen-komponennya skalar juga. Akibatnya, transpose skalar tidak merubah nilai skalar tersebut. Dengan demikian S dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= \sum_{t=1}^n e_t^2 \\ &= e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_n^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [e_1 \quad e_2 \quad \cdots \quad e_n] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{e}'\mathbf{e} \\
&= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\Phi)'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\Phi) \\
&= (\mathbf{y}' - \Phi'\mathbf{X}')(\mathbf{y} - \mathbf{X}\Phi) \\
&= \mathbf{y}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}\Phi - \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi \\
&= \mathbf{y}'\mathbf{y} - (\mathbf{y}'\mathbf{X}\Phi)' - \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi \\
&= \mathbf{y}'\mathbf{y} - \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{y} - \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi \\
&= \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\Phi'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \Phi'\mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi
\end{aligned}$$

Untuk mengestimasi parameter regresi Φ menggunakan metode OLS maka harus meminimalkan jumlah kudrat error. Hal ini bias didapatkan dengan melakukan proses turunan pertama terhadap Φ . Berikut ini turunan parsial pertama S terhadap Φ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \Phi} &= \frac{\partial(\mathbf{y}'\mathbf{y})}{\partial \Phi} - 2 \frac{\partial(\Phi'\mathbf{X}'\mathbf{y})}{\partial \Phi} + \frac{\partial(\Phi'\mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi)}{\partial \Phi} \\
&= 0 - 2\mathbf{X}'\mathbf{y} + \mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi + (\Phi'\mathbf{X}'\mathbf{X})' \\
&= -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + \mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi + \mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi \\
&= -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\Phi
\end{aligned}$$

Kemudian hasil turunan pertama disama dengarkan dengan nol, sehingga pada saat hasil turunan pertama disama dengarkan dengan nol maka parameter Φ menjadi $\hat{\Phi}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \Phi} &= 0 \\
-2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\Phi} &= 0
\end{aligned}$$

$$2X'X\hat{\Phi} = 2X'y$$

$$X'X\hat{\Phi} = X'y$$

sehingga didapatkan nilai estimasi $\hat{\Phi}$ yaitu:

$$\hat{\Phi} = (X'X)^{-1}X'y \quad (2.27)$$

Menurut (Aziz, 2010) menyatakan bahwa persamaan (2.27) dinamakan sebagai estimator atau penaksir parameter $\hat{\Phi}$.

2.11 Metode *Bootstrap*

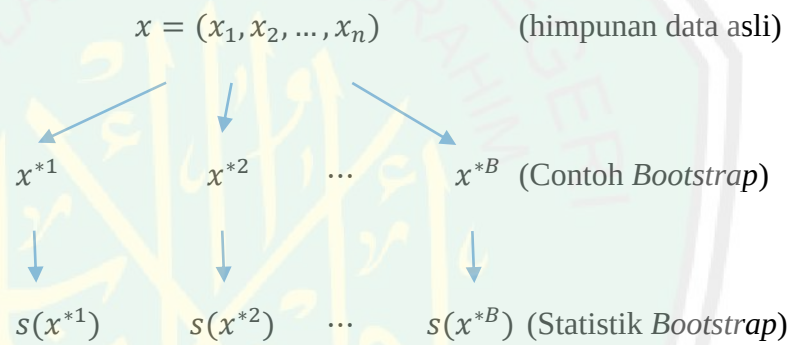
Metode *Bootstrap* merupakan teknik *resampling* yang digunakan secara statistik untuk mengestimasi populasi berdasarkan *sampling data set* dengan pengembalian sampel (*resampling*). Menurut (Sahinler & Topuz, 2007), ukuran *resampling* biasanya diambil secara ribuan kali sehingga dapat mewakili data populasinya. Metode *Bootstrap*, secara umum metode *resampling* yang berulang-ulang dalam analisis simulasi untuk mengambil kesimpulan dengan bantuan *software* pada komputer.

Menurut (Efron & Tibshirani, 1993), metode *Bootstrap* merupakan metode penaksiran nonparametrik yang digunakan untuk mengestimasi parameter dan nilai *significance level*. Metode *Bootstrap* tidak memerlukan asumsi model teoritis maupun matematis, dan data tidak harus berbentuk sebaran tertentu atau bentuk sebarannya bebas.

Misalkan diberikan data asli $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ dan x^* adalah *Bootstrap* yang diambil sebanyak n dari data asli secara acak dengan pengembalian. Apabila dimisalkan $s(x)$ merupakan nilai statistik dari contoh data asli, maka $s(x^*)$ merupakan taksiran nilai statistik $s(x)$ dari contoh *Bootstrap*. Untuk

mengestimasi suatu parameter dari data asli, maka contoh *Bootstrap* dilakukan sebanyak B kali dan nilai statistik pada taksiran parameter diperoleh dari kumpulan nilai statistik yaitu $s(x^{*i})$ dimana $i = 1, 2, 3, \dots, B$. Ideal banyaknya contoh *Bootstrap* yang harus diambil adalah $B \rightarrow \infty$, biasanya pengambilan contoh sampel acak untuk *Bootstrap* berkisar antara 1000 sampai 2000 pengulangan (Efron & Tibshirani, 1993).

Penerapan metode *Bootstrap* secara lebih luas dapat digunakan pada contoh data $n \leq 15$. Menurut (Efron & Tibshirani, 1993), skema proses *Bootstrap* dapat diilustrasikan pada gambar 2.4:



Gambar 2.4 Skema Proses *Bootstrap*

Metode *Bootstrap* dapat diterapkan hampir pada semua pendugaan (Efron & Tibshirani, 1993) yaitu:

1. Tidak hanya pada data tunggal x , tetapi dapat juga pada data ganda atau lebih dari satu seperti regresi, matriks, dan vektor.
2. Statistik $s(x)$ akan diduga menjadi $s(x^*)$ yang merupakan taksiran nilai statistik $s(x)$ dari contoh *Bootstrap*.
3. Data yang digunakan tidak harus berbentuk sebaran peluang tertentu, tetapi dapat digunakan pada analisis regresi, deret waktu, dan lain-lain.

4. Selain *standard error*, ukuran keakuratan yang dapat digunakan adalah *Bias*, *Mean Absolute Deviation*, dan selang kepercayaan.

2.11.1 Prinsip Metode *Bootstrap*

Menurut (Efron & Tibshirani, 1993), misalkan sampel $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^T$ digunakan untuk parameter Φ dari distribusi dan misalkan $\hat{\Phi} = s(\mathbf{X})$ menjadi statistik yang memperkirakan Φ . Jika distribusi P yang benar diketahui, maka dapat mengambil sampel $X^{(b)}, b = 1, 2, \dots, B$ dari P . Karena P tidak diketahui distribusinya, maka tidak dapat mengambil sampel dari P . Sehingga muncullah ide *Bootstrap* yang melakukan sampel ulang pada sampel asli. Distribusi pada sampel *Bootstrap* yang diambil adalah distribusi empiris.

Distribusi empiris, diberikan sampel $X_1, \dots, X_n$ dari variabel acak yang bernilai riil independen dengan distribusi P , maka dapat didefinisikan dengan distribusi $\hat{P}$ yaitu (Efron & Tibshirani, 1993):

$$\hat{P}(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_A(X_i), \quad A \subseteq R,$$

dimana $\hat{P}$ dinamakan distribusi empiris dari sampel X . $\hat{P}$ dapat dianggap sebagai distribusi yang mempunyai massa $\frac{1}{n}$ pada setiap pengamatan X_i (untuk nilai-nilai yang terjadi lebih dari satu kali dalam sampel, maka sampel massa akan menjadi kelipatan $\frac{1}{n}$). Sehingga $\hat{P}$ adalah distribusi probabilitas diskrit dengan ruang sampel $\{X_1, \dots, X_n\}$.

Metode *Bootstrap* meniru proses menghasilkan data dengan mengambil sampel dari perkiraan $\hat{P}$ dengan distribusi yang tidak diketahui P sebagai berikut (Efron & Tibshirani, 1993):

1. $\mathbf{X}^* = (\mathbf{X}_1^*, \dots, \mathbf{X}_n^*)^T$ adalah sampel *Bootstrap* dari $\hat{P}$.
2. $\Phi^* = t(\hat{P})$ adalah parameter dalam *Bootstrap*.
3. $\hat{\Phi}^* = s(\mathbf{X}^*)$ adalah replikasi *Bootstrap* dari Φ .

Menurut (Hardle, 2003), estimator *Bootstrap* memiliki tingkat keakurasian yang baik apabila metode *Bootstrap* diterapkan pada data runtun waktu atau *time series*.

Estimasi *Bootstrap* ideal dari $se_P(\hat{\Phi})$ adalah limit dari $\widehat{se}_B$ untuk $B \rightarrow \infty$, yaitu:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \widehat{se}_B = se_{\hat{P}} = se_{\hat{P}}(\hat{\Phi}^*). \quad (2.28)$$

Algoritma *Bootstrap* untuk estimasi *standard error*, misalkan $\hat{\Phi} = s(\mathbf{X})$ adalah estimator untuk Φ . Estimasi *Bootstrap* untuk *standard error* dapat diperoleh dengan algoritma di bawah ini (Efron & Tibshirani, 1993):

1. Tulis B sampel *Bootstrap* independen $\mathbf{X}^{*(1)}, \dots, \mathbf{X}^{*(B)}$ dari $\hat{P}$, yaitu:

$$\mathbf{X}_1^{*(b)}, \dots, \mathbf{X}_n^{*(b)} \sim \hat{P}, \quad b = 1, \dots, B.$$

2. Menaksir replikasi *Bootstrap*

$$\hat{\Phi}^{*b} = s(\mathbf{X}^{*(B)}), \quad b = 1, \dots, B.$$

3. Estimasi *standard error* (se) $\hat{\Phi}$ dengan *standard deviation* dari replikasi B yaitu:

$$\widehat{se}_{boot}(\hat{\Phi}) = \left[\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)})^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.29)$$

dimana

$$\hat{\Phi}^{*(\cdot)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}. \quad (2.30)$$

2.11.2 Algoritma Pembootstrapan Regresi

Menurut (Mansyur, 2011) , algoritma pembootstrapan regresi sebagai berikut:

1. Seleksi B sampel-sampel *Bootstrap* bebas $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$ yang masing-masing berisikan n nilai data diambil dengan pengembalian dari x , dimana $x^* = \{(v_{(i1)}, y_{(i1)}), (v_{(i2)}, y_{(i2)}), \dots, (v_{(in)}, y_{(in)})\}$ untuk $i1, i2, \dots, in$ sampel random dari bilangan bulat 1 sampai n .
2. Hitung koefisien regresi dengan kuadrat terkecil dari sampel *Bootstrap*-nya yaitu:

$$\hat{\Phi}^{*b} = \left(V^{*bT} V^{*b} \right)^{-1} \left(V^{*bT} Y^{*b} \right), \quad (2.31)$$

dimana $b = 1, 2, \dots, B$

3. Diperoleh distribusi peluang $P_{\hat{\Phi}^*}$ dari estimasi *Bootstrap*, gunakan $\hat{\Phi}^{*1}, \hat{\Phi}^{*2}, \dots, \hat{\Phi}^{*b}$ dan $P_{\hat{\Phi}^*}$ untuk estimasi koefisien regresi, variansi serta selang kepercayaan. Estimasi koefisien regresi *Bootstrap* adalah mean distribusi $P_{\hat{\Phi}^*}$ sebagai berikut

$$\hat{\Phi}^{*(\cdot)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}. \quad (2.32)$$

4. Persaman regresi *Bootstrap* adalah

$$\hat{Y} = V\hat{\Phi}^{*(\cdot)} + e. \quad (2.33)$$

Dalam hal ini, $\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$ adalah estimator tak bias Φ .

2.11.3 Bias *Bootstrap* dan Variansi

Menurut (Efron & Tibshirani, 1993), estimasi *Bootstrap* dari bias, misalkan diberikan data $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ dengan distribusi yang tidak diketahui P secara acak, $P \rightarrow x$. Misalkan estimasi parameter bernilai nyata $\Phi = t(P)$ oleh statistik yaitu $\hat{\Phi} = s(x)$, sehingga estimasi *plug-in* $\hat{\Phi} = t(\hat{P})$. Bias dari $\hat{\Phi} = s(x)$ sebagai estimasi dari Φ didefinisikan sebagai perbedaan antara ekspektasi dari $\hat{\Phi}$ dan nilai parameter Φ sebagai berikut

$$\text{bias}_P = \text{bias}_P(\hat{\Phi}, \Phi) = E_P[s(x)] - t(P). \quad (2.34)$$

Menurut (Efron & Tibshirani, 1993), estimasi yang tidak bias untuk $E_P(\hat{\Phi}) = \Phi$ memiliki peran penting dalam teori dan praktik statistik. Estimasi *plug-in* $\hat{\Phi} = t(\hat{P})$. *Bootstrap* dapat digunakan untuk menilai bias dari estimator $\hat{\Phi} = s(x)$. Dimana $s(x) = (x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$. Estimasi *Bootstrap* dari bias didefinisikan sebagai estimasi $\text{bias}_{\hat{P}}$ sebagai berikut:

$$\text{bias}_{\hat{P}} = E_{\hat{P}}[s(x^*)] - t(\hat{P}). \quad (2.35)$$

$\text{bias}_{\hat{P}}$ merupakan estimasi *plug-in* dari bias_P dan $\hat{\Phi}$ adalah estimasi *plug-in* dari Φ . Jika $s(x)$ adalah rata-rata dan $t(P)$ adalah rata-rata populasi, dapat ditunjukkan bahwa $\text{bias}_{\hat{P}} = 0$. Hal tersebut logis, karena rata-rata merupakan estimasi yang tak bias dari rata-rata populasi yaitu $\text{bias}_P = 0$. Biasanya suatu statistik memiliki beberapa bias dan bias_P merupakan estimasi bias tersebut.

Menurut (Efron & Tibshirani, 1993), estimasi bias *Bootstrap* dapat didekati dengan simulasi Monte Carlo. Misalkan diberikan sampel *Bootstrap*

independen $x^{*1}, x^{*2}, \dots, x^{*B}$, mengevaluasi replikasi *Bootstrap* $\hat{\Phi}^{*(b)} = s(x^{*b})$ dan memperkirakan ekspektasi *Bootstrap* P , $\hat{P}[s(x^*)]$ dengan rata-rata sebagai berikut:

$$\hat{\Phi}^{*(\cdot)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B s(x^{*b}). \quad (2.36)$$

Estimasi bias *Bootstrap* $\hat{\Phi}^*$ berdasarkan pada replikasi B ($\widehat{\text{bias}}_B$), dengan $\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$ yang disubstitusi ke dalam $E_{\hat{P}}[s(x^*)]$ sebagai berikut:

$$\widehat{\text{bias}}_B = \hat{\Phi}^{*(\cdot)} - t(\hat{P}). \quad (2.37)$$

Diasumsikan bahwa pasangan $x_i = (z_i, y_i)$ yang diperoleh secara acak dari distribusi *bivariate* yang tidak diketahui, $P \rightarrow x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, maka didapatkan parameter Φ yaitu:

$$\Phi = t(P) = \frac{E_F(y)}{E_F(z)}, \quad (2.38)$$

dalam hal ini, $t(\cdot)$ adalah fungsi yang menginput distribusi probabilitas P pada pasangan $x = (z, y)$ dan menghasilkan rasion harapan, sehingga didapatkan estimasi dari Φ yaitu:

$$\Phi = t(P) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}}. \quad (2.39)$$

Sehingga didapatkan

$$\hat{\Phi} = t(\hat{P}) = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n \frac{z_i}{n}}. \quad (2.40)$$

Sehingga estimasi bias *Bootstrap* $\hat{\Phi}^*$ didasarkan atas replikasi B yang dinotasikan dengan $\widehat{\mathbf{bias}}_B$ dapat ditulis sebagai berikut:

$$\widehat{\mathbf{bias}}_B = \hat{\Phi}^{*(\cdot)} - \hat{\Phi}. \quad (2.41)$$

Sedangkan untuk variansi *Bootstrap* dari distribusi $P_{\hat{\Phi}^*}$ dapat dihitung dengan persamaan:

$$\text{Var}(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) = \frac{1}{(B-1)} \sum_{b=1}^B \left[(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}) (\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)})^T \right]. \quad (2.42)$$

2.12 Metode *Bootstrap Moran's Index*

Bootstrap Moran's I digunakan untuk melakukan uji dependensi spasial dengan algoritma sebagai berikut (Lin, Long, & Mei, 2007):

- Resampling *Bootstrap* pada residual yaitu $\hat{\Phi}$ sehingga diperoleh $\hat{\Phi}^{*1}, \hat{\Phi}^{*2}, \dots, \hat{\Phi}^{*B}$ dimana B adalah banyaknya replikasi *Bootstrap*.
- Masing-masing sampel *Bootstrap* dihitung nilai Moran's I sehingga diperoleh:

$$I_{MO_b}^* = \frac{(\hat{\Phi}^{*b})^T W \hat{\Phi}^{*b}}{(\hat{\Phi}^{*b})^T \hat{\Phi}^{*b}}, \quad (2.43)$$

dimana $b = 1, 2, \dots, B$.

- Menghitung *standard error* (I_{MO}^*)

$$se(I_{MO}^*) = \left[\frac{\sum_{b=1}^B (I_{MO_b}^* - I_{MO}^*)^2}{B-1} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.44)$$

dimana $I_{MO}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B I_{MO_b}^*$.

- d. Menghitung selang kepercayaan untuk I_{MO}^* menggunakan presentil. Setelah diperoleh $I_{MO_b}^*$ pada setiap replikasi B sehingga menjadi $I_{MO1}^* \leq I_{MO2}^* \leq \dots \leq I_{MOB}^*$. Maka diperoleh batas bawah dan batas atas selang kepercayaan yaitu:

$$\left[I_{MO_{low}}^*, I_{MO_{up}}^* \right] = \left[I_{MO^{B(\alpha/2)}}^*, I_{MO^{B(1-\alpha/2)}}^* \right], \quad (2.45)$$

- e. Diperoleh resampling *Bootstrap*, maka *Bootstrap P-Value* dari uji statistik Moran's I adalah

$$P_{MO}^* = \frac{\text{banyaknya} \left[I_{MO_b} > I_{MO_0} \right]}{B}, \quad (2.46)$$

dimana I_{MO_0} adalah nilai uji statistik Moran's I menggunakan data asli, jika $H_0: I_{MO} = I_{MO_0}$ maka *Bootstrap P-Value* lebih besar dari tingkat signifikansi, sehingga terima H_0 . Perhitungan pada *P-Value* dapat menggunakan uji sisi kiri ataupun sisi kanan, dikarenakan nilai range dari uji statistik Moran's I bisa positif dan negatif.

2.13 Pemilihan Model Terbaik

Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk memilih dan menentukan model terbaik yaitu dengan menggunakan *Akaike's Information Criterion* (AIC), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), dan *Root Mean Square Error* (RSME).

2.13.1 Akaike's Information Criterion (AIC)

Menurut (Gusnadi, 2015) bahwa metode AIC merupakan salah satu pemilihan model orde *autoregressive* (p) yang terbaik dari semua kemungkinan model yang ditentukan. Suatu model dikatakan baik jika nilai AIC-nya paling kecil. Berikut ini merupakan perhitungan nilai $AIC(p)$ yaitu (Wutsqa, Suhartono, & Sutijo, 2010):

$$AIC(p) = \ln \left(\left| \hat{\Sigma}_p \right| \right) + \frac{2K^2 p}{T}, \quad (2.47)$$

dimana

K : Banyaknya parameter dalam model,

T : Banyaknya pengamatan,

$\hat{\Sigma}_p$: Matriks dugaan varian-kovarian residual.

2.13.2 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Menurut (Irawati & Tarno, 2015) bahwa MAPE merupakan metode yang digunakan untuk mengukur kesalahan pada nilai dugaan model, sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk rata-rata persentase absolut residual. Menurut (Anggraeni & Febrian, 2011) bahwa jika MAPE bernilai dibawah 10% dan bernilai antara 10%-20% maka dapat dinyatakan bahwa model memiliki kinerja yang sangat bagus.

Berikut ini formula MAPE yaitu (Irawati & Tarno, 2015):

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^m \left| \left(\frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right) \times 100 \% \right|}{m}, \quad (2.48)$$

dimana:

Z_t : Data sebenarnya,

$\hat{Z}_t$: Data hasil ramalan,

m : Banyak ramalan yang dilakukan.

2.13.3 Root Mean Square Error (RMSE)

Menurut (Irawati & Tarno, 2015) bahwa RMSE merupakan salah satu metode yang digunakan untuk memilih dan menentukan model terbaik berdasarkan nilai kesalahan atau error. Berikut ini adalah formula untuk menghitung nilai RMSE yaitu:

$$RMSE = \sqrt{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (Z_t - \hat{Z}_t)^2}, \quad (2.49)$$

dimana

Z_t : Data sebenarnya,

$\hat{Z}_t$: Data hasil ramalan,

m : Banyak ramalan yang dilakukan.

Menurut (Irawati & Tarno, 2015) bahwa nilai RMSE berkisar antara 0 sampai ∞ , jika nilai RMSE semakin kecil maka model semakin bagus.

2.14 Pengujian Asumsi Residual

Pengujian ini dilakukan setelah mendapatkan estimasi parameter model yang signifikan. Asumsi-asumsi dasar yang harus dipenuhi antara lain *error vector* yang bersifat *white noise* dan terdistribusi normal.

2.14.1 Asumsi *White Noise Residual*

Suatu proses (e_t) disebut sebagai proses *white noise* apabila variabel acak yang tidak berkorelasi dengan rata-rata $E(e_t) = \mu_0 = 0$, variansi konstan $Var(e_t) = \sigma_e^2$ dan $cov(e_t, e_{t+k}) = \gamma_k = 0$ untuk $k \neq 0$ (Wei, 2006). Berdasarkan definisi tersebut, proses *white noise* adalah stasioner dengan fungsi autokovariansi,

$$\hat{\gamma}_k = \begin{cases} \sigma_a^2, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

fungsi autokorelasi,

$$\hat{\rho}_k = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

dan fungsi autokorelasi parsial:

$$\hat{\phi}_{kk} = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dilihat pada nilai fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial dari *error* atau residu yang mendekati nol.

Menurut (Wutsqa, Suhartono, & Sutijo, 2010), residual yang bersifat *white noise* adalah residual dari masing-masing data yang saling independen. Penduga untuk residual berdasarkan model estimasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{a}(t) = Z(t) - \hat{Z}(t).$$

Pengujian asumsi *white noise* residual dapat dilihat dengan kriteria minimum AIC dari residual. Apabila nilai AIC residual yang paling kecil berada pada *lag* AR ke-0 maka tidak ada korelasi antar masing-masing residual, hal ini berarti residual bersifat *white noise*.

2.14.2 Asumsi Distribusi *Normal Multivariate Residual*

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui error dari peramalan model GSTAR yang mengikuti distribusi *normal multivariate* atau tidak. Residual yang mengikuti distribusi *normal multivariate* jika pada plot terdapat sebaran residual yang mendekati garis lurus.

2.15 Indeks Harga Konsumen

2.15.1 Pengertian Indeks Harga Konsumen

Menurut (BPS, 2009), Indeks Harga Konsumen (IHK) adalah indeks yang menghitung rata-rata dari perubahan harga barang dan jasa yang dikonsumsi oleh rumah tangga dalam waktu tertentu. Perubahan IHK dari waktu ke waktu menunjukkan tingkat kenaikan (inflasi) atau tingkat penurunan (deflasi) dari harga barang dan jasa kebutuhan rumah tangga sehari-hari. Kenaikan atau penurunan harga barang dan jasa berkaitan erat dengan kemampuan daya beli dari uang yang dimiliki masyarakat, terutama mereka yang berpenghasilan tetap. Tingkat perubahan IHK yang terjadi mencerminkan adanya daya beli dari uang yang digunakan masyarakat untuk memenuhi kebutuhan hidupnya. Semakin tinggi tingkat inflasi barang atau jasa, maka semakin rendah nilai uang dan semakin rendah daya belinya (Dardiri, 2018). IHK merupakan salah satu indikator penting dalam bidang ekonomi yang memberikan informasi mengenai perkembangan harga barang dan jasa yang dibayar oleh konsumen. IHK menunjukkan perubahan umum dari paket komoditas barang dan jasa yang dikonsumsi masyarakat untuk memenuhi kebutuhan hidupnya. Komoditas barang dan jasa yang dipilih dalam

perhitungan IHK didasarkan pada survei pengeluaran rumah tangga atau bisa disebut dengan Survei Biaya Hidup (SBH).

2.15.2 Tujuan Perhitungan IHK

Terdapat beberapa tujuan dari perhitungan Indeks Harga Konsumen sebagai berikut (BPS, 2009):

- a. Untuk mengetahui perkembangan harga barang dan jasa yang dibayar oleh masyarakat atau konsumen.
- b. Untuk mempermudah pemantauan permintaan dan penawaran khususnya barang yang dibutuhkan masyarakat yang ada di pasar.
- c. Sebagai alat perhitungan dalam penyesuaian Upah Minimum Regional (UMR).
- d. Sebagai pedoman dalam menentukan kebijakan di masa mendatang, khususnya bidang pembangunan ekonomi.

2.15.3 Konsep dan Definisi dalam IHK

Terdapat beberapa konsep dan definisi yang perlu diketahui dalam pengumpulan data harga konsumen sebagai berikut (Dardiri, 2018):

- a. Harga Kosumen

Harga konsumen adalah harga transaksi yang terjadi antara penjual dan pembeli secara eceran dengan pembayaran tunai. Dalam hal ini, eceran yang dimaksud adalah membeli suatu barang atau jasa dengan menggunakan satuan terkecil untuk dikonsumsi atau dipakai. Misalkan sayuran dengan

satuan ikat, beras dengan satuan kg/liter, dan emas dengan satuan gram dan sebagainya.

b. Satuan

Satuan barang atau jasa dalam pencatatan data HK (harga konsumen) yang dipakai adalah satuan terkecil dan standar untuk seluruh Indonesia. Satuan tersebut telah ditentukan dalam kuesioner. Contoh: kg, ons, buah, lembar, meter, gram, helai, dan sebagainya.

c. Jenis Barang dan Jasa

Barang atau jasa yang dimaksud adalah komoditi yang tercakup dalam paket komoditi kebutuhan rumah tangga yang terdapat dalam diagram timbangan IHK hasil SBH (Survei Biaya Hidup).

d. Kualitas atau Merk Barang

Kualitas atau merk barang merupakan spesifikasi dari barang atau jasa yang mempunyai lebih dari satu kualitas atau merk. Contoh: susu kental manis merk indomilk, susu coklat manis merk bendera, bus angkutan kualitas Malang-Surabaya patas, dan sebagainya.

e. Pedagang Eceran

Pedagang eceran merupakan pihak yang menjual barang atau jasa kepada pembeli untuk dikonsumsi sendiri, bukan untuk diperdagangkan lagi. Lokasi pedagang eceran biasanya di area pasar dan di area luar pasar termasuk supermarket, pasar swalayan, toko-toko dan sejenisnya.

2.16 Penelitian Sebelumnya

Penelitian sebelumnya dilakukan oleh Suryani & Sari (2018) dengan judul “Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan Metode *Generalized Least Square* (GLS)”. Penelitian tersebut menghasilkan dua kesimpulan yaitu estimator model GSTAR dengan metode GLS yakni $\hat{\Phi}_{GLS} = (\mathbf{Z}^* \mathbf{T} \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{Z}^*)^{-1} \mathbf{Z}^* \mathbf{T} \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{Z}$ dari hasil kajian diperoleh estimator dengan metode GLS yang lebih efisien dari pada OLS yang ditunjukkan dengan ketidakbiasan pada estimatornya.

Penelitian kedua dilakukan oleh Mansoer, Tarno, & Wilandari (2016) dengan jurnal yang berjudul “Pemodelan *Seasonal Generalized Space Time Autoregressive* (SGSTAR) pada studi kasus produksi padi di Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobongan” dengan OLS sebagai metode parameter estimasi modelnya. Penelitian ini menghasilkan kesimpulan bahwa model terbaik pada data hasil produksi padi di tiga daerah Jawa Tengah adalah GSTAR $(3_1) - I(1)^{12}$ dengan bobot normalisasi korelasi silang. Pada model ini diperoleh nilai rata-rata RMSE yang lebih kecil yaitu 33512, residual bobot lokasi memenuhi asumsi *white noise* dan *normal multivariate*. Sehingga diperoleh model GSTAR yang terbaik untuk meramalkan data hasil produksi padi pada Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobongan yaitu $Z(t) = -0,25tZ_1 + 3,75Z_1 - 0,50tZ_2 + 0,45Z_2 - 0,48tZ_3 + 4,4Z_3 + e(t)$.

Penelitian ketiga dilakukan oleh Durorin (2019) dengan judul “Implementasi Parameter Model *Vector Autoregressive* dengan Metode *Bootstrap*”. Penelitian tersebut menghasilkan kesimpulan bahwa implementasi model VAR dengan metode *Bootstrap* dalam data harga komoditas cabai merah,

cabai rawit, dan bawang merah Kota Surabaya dari bulan Januari 2004 hingga Desember 2006 dengan *resampling* $B = n$ didapatkan model sebagai berikut:

$$KCM_t = 0.2376 + 0.2476KCM_{t-1} + 0.2561KCR_{t-1} + 0.2638KBM_{t-1}$$

$$KCR_t = 0.2384 + 0.2415KCM_{t-1} + 0.2708KCR_{t-1} + 0.2523KBM_{t-1}$$

$$KBM_t = 0.2507 + 0.2399KCM_{t-1} + 0.2615KCR_{t-1} + 0.2492KBM_{t-1}$$

dengan

KCM_t : harga komoditas cabai merah pada waktu t ,

KCR_t : harga komoditas cabai rawit pada waktu t , dan

KBM_t : harga komoditas cabai rawit pada waktu t .

2.17 Konsep Estimasi dan Indeks Harga Konsumen dalam Al-Qur'an

Menurut (Abdussakir, 2014), estimasi atau pendugaan adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu hal tanpa melakukan perhitungan secara eksak. Allah SWT telah mengajarkan mengenai teori ini melalui beberapa ayat Al-Qur'an, salah satunya yaitu surat Ash-Shaffat ayat 147 yang artinya:

“Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih” (QS. Ash-Shaffat/37:147)

Berdasarkan ayat di atas, Allah telah mengajarkan kepada kita mengenai salah satu teknik atau metode dalam statistika yaitu metode estimasi yang mana dapat digunakan untuk memperkirakan nilai dari suatu populasi dengan menggunakan nilai dari sampelnya.

Surat Ash-Shaffat ayat 147 di atas dijelaskan bahwa nabi Yunus diutus oleh Allah kepada umatnya yang berjumlah 100.000 orang atau lebih. Jika kita ditanya berapakah umat nabi Yunus? maka berdasarkan surat Ash-Shaffat ayat 147, kita akan menjawab seratus ribu orang atau lebih. Oleh karena itu, dapat diambil

kesimpulan bahwa kita tidak tahu secara pasti berapa jumlah umat nabi Yunus yang sesungguhnya. Pada ayat tersebut terdapat kesan ketidakpastian dalam informasi tentang jumlah umat nabi Yunus. Surat Ash-Shaffat tersebut mengindikasikan contoh dari estimasi (Abdussakir, 2014).

Salah satu contoh implementasi dari hasil estimasi adalah bidang ekonomi, khususnya pada data Indeks Harga Konsumen. Salah satu contoh hadits yang menjelaskan tentang Indeks Harga Konsumen mengenai penentuan harga barang yang telah diriwayatkan oleh Anas yang artinya:

“Anas berkata: ”Wahai Rasulullah tentukanlah harga untuk kita!”. Beliau menjawab, “Allah itu sesungguhnya adalah penentu harga, penahan, pencurah, serta pemberi rezeki. Aku mengharapkan dapat menemui tuhanku dimana salah seorang dari kalian tidak menuntutku karena kedzaliman dalam hal darah dan harta””

Hadits tersebut menjelaskan tentang penetapan harga pasar. Pasar adalah tempat bertemunya pembeli dan penjual untuk melakukan proses transaksi jual beli barang dan jasa. Pasar juga merupakan hukum alam yang harus dihargai dan dihormati, sehingga tidak ada seorangpun secara individu yang dapat mempengaruhi pasar sebab pasar itu merupakan ketentuan Allah SWT. Pelanggaran terhadap harga pasar merupakan suatu ketidakadilan yang harus dipertanggungjawabkan di hadapan Allah, misalnya penetapan harga dengan cara dan alasan yang tidak tepat. Penjual yang menjual barang dagangannya dengan harga pasar adalah laksana berjuang di jalan Allah, sedangkan penjual yang menetapkan sendiri harga dagangannya maka termasuk perbuatan yang ingkar kepada Allah. Dengan demikian harga transaksi yang terjadi antara penjual dan pembeli disebut dengan harga konsumen yang dilakukan secara eceran dengan pembayaran tunai (BPS, 2009). Eceran yang dimaksud adalah membeli suatu barang atau jasa dengan satuan harga terkecil dan standar untuk seluruh Indonesia.

Misalnya beras dengan satuan kg/liter, sayuran dengan satuan ikat, emas dengan satuan gram dan sebagainya.

Hadits lain yang menjelaskan mengenai kenaikan dan penurunan harga yang telah diriwayatkan oleh Ahmad dan Ad-Darimi yang artinya:

“Akan tetapi, Allahlah yang menurunkan dan menaikkan harga.” (HR. Ahmad dan Ad-Darimi)

Hadits di atas menjelaskan kenaikan atau penurunan harga yang terjadi pada zaman Rasulullah yang dinyatakan oleh ulama fiqih bukanlah karena tindakan yang sewenang-wenang dari penjual atau pedagang, akan tetapi komoditas barang yang ada terbatas. Hal ini sesuai dengan prinsip ekonomi yaitu apabila stok barang terbatas, maka barang tersebut naik harganya. Kenaikan atau penurunan harga barang dan jasa berkaitan erat dengan kemampuan daya beli masyarakat. Semakin tinggi tingkat inflasi dari barang dan jasa maka semakin rendah nilai uang dan semakin rendah tingkat daya belinya.

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur deskriptif kuantitatif. Pendekatan studi literatur ini bersifat mengumpulkan bahan-bahan referensi yang dibutuhkan oleh peneliti sebagai acuan dalam menyelesaikan penelitian. Sedangkan pendekatan deskriptif kuantitatif bersifat menganalisis data dan menyusun data berdasarkan kebutuhan peneliti.

3.2 Sumber Data

Data yang digunakan pada penelitian ini berupa data sekunder dimana sumber data penelitian yang diperoleh melalui media perantara berupa buku, catatan atau arsip baik dipublikasikan maupun tidak dipublikasikan. Data yang digunakan adalah Data bulanan Indeks Harga Konsumen dari tahun 2009-2018 pada tiga lokasi pengamatan yaitu Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri. Data tersebut di akses pada situs resmi BPS Provinsi Jawa Timur.

3.3 Variabel Penelitian

Terdapat tiga variabel dalam penelitian ini yang merupakan data IHK di Provinsi Jawa Timur yaitu:

- $Z_1(t)$: IHK di Probolinggo
- $Z_2(t)$: IHK di Surabaya
- $Z_3(t)$: IHK di Kediri

3.4 Analisis Data

3.4.1 Estimasi Parameter Model GSTAR melalui Metode *Bootstrap*

Langkah-langkah estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode *Bootstrap* adalah sebagai berikut:

- Menentukan model GSTAR.
- Menentukan sampel *error* yang akan *di-resampling*.
- Mendapatkan sampel *error* setelah dilakukan *resampling* dengan metode *Bootstrap*.
- Mendapatkan estimasi sampel *Bootstrap* yang pertama dengan metode OLS.
- Mengulangi langkah c dan d sebanyak B kali, sehingga diperoleh $\hat{\Phi}^{*2}, \hat{\Phi}^{*3}, \dots, \hat{\Phi}^{*B}$.
- Menghitung rata-rata parameter *Bootstrap*.
- Menghitung tingkat akurasi estimasi parameter *Bootstrap* yaitu bias, variansi *Bootstrap*, dan *Bootstrap Moran's Index*.

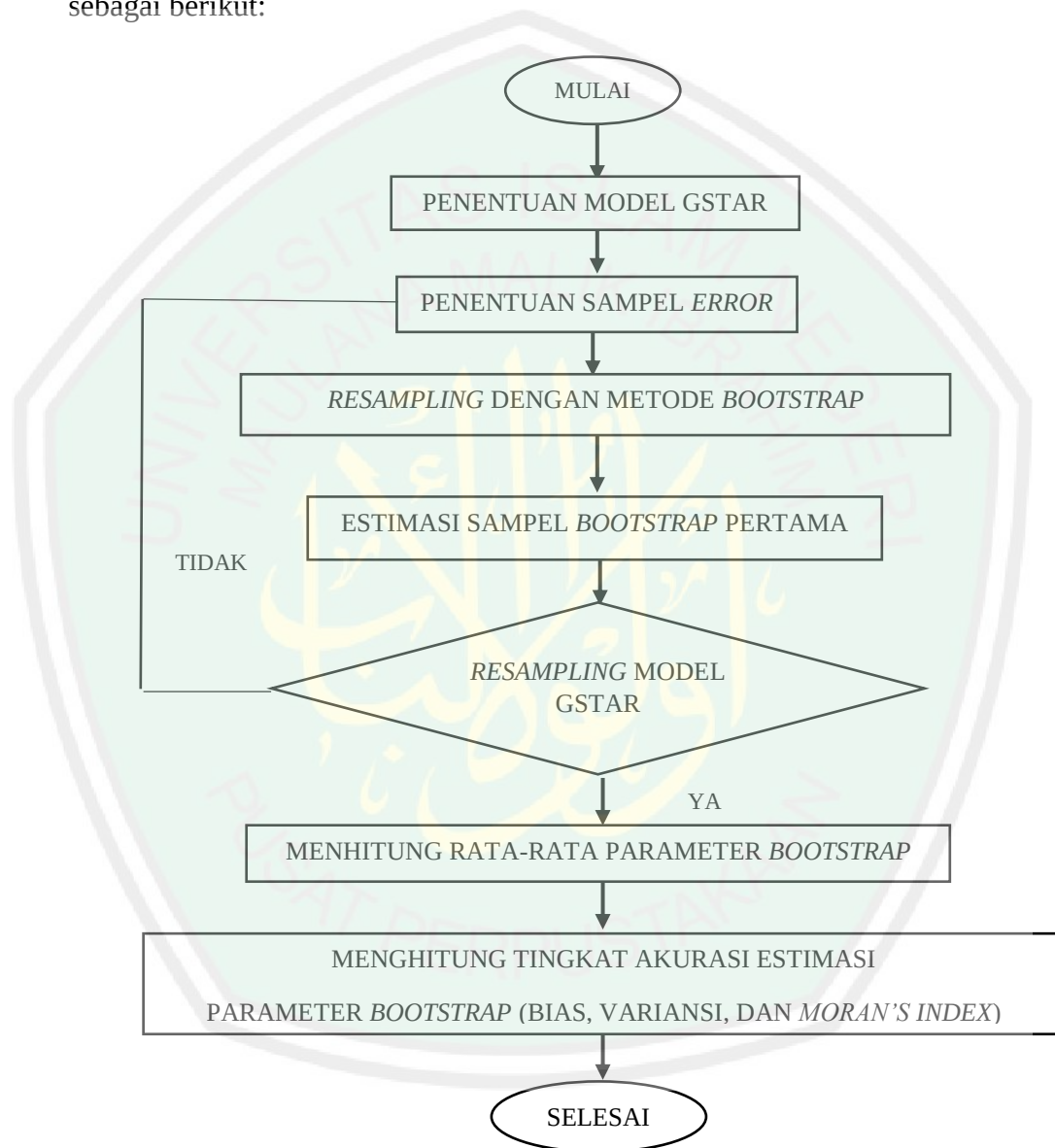
3.4.2 Implementasi Metode *Bootstrap* pada Model GSTAR

Langkah-langkah implementasi metode *Bootstrap* adalah sebagai berikut:

- Deskripsi data.
- Uji autokorelasi spasial
- Identifikasi model GSTAR.
- Pengecekan asumsi *white noise*.
- Penentuan orde model GSTAR.
- Menghitung bobot lokasi pada model GSTAR.
- Estimasi parameter model GSTAR dengan metode *Bootstrap*.

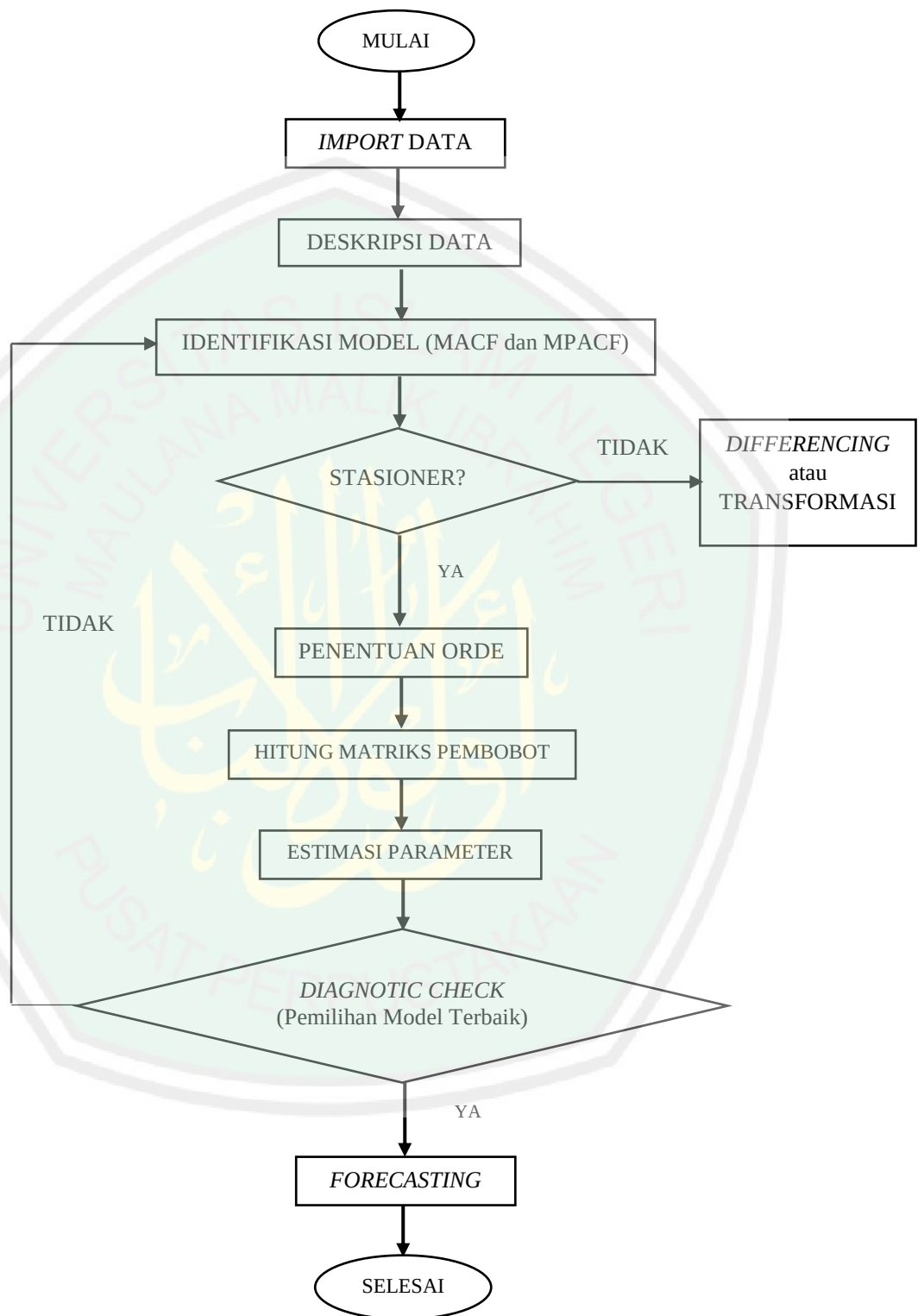
- h. Pemilihan model terbaik berdasarkan nilai RMSE.
- i. Melakukan peramalan (*forecasting*).

Untuk lebih jelasnya langkah-langkah estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode *Bootstrap* di atas akan disajikan dalam bentuk *Flow Chart* sebagai berikut:



Gambar 3.1 *Flow Chart* Estimasi Model GSTAR

Sedangkan langkah-langkah implementasi metode *Bootstrap* di atas akan disajikan dalam bentuk *Flow Chart* sebagai berikut:



Gambar 3.2 *Flow Chart* Implementasi Model GSTAR

BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model GSTAR

Estimasi parameter merupakan dugaan sementara pada parameter-parameter yang terdapat pada suatu model. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengestimasi model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) adalah metode *Bootstrap Moran's Index*. Berikut ini langkah-langkah estimasi parameter model GSTAR:

4.1.1 Penentuan Model GSTAR

Model GSTAR merupakan model runtun waktu yang memiliki keterkaitan antar lokasi satu dengan lokasi yang lain. Perbedaan karakteristik suatu lokasi pengamatan merupakan salah satu efek keragaman spasial yang harus diperhatikan karena dapat menyebabkan perbedaan faktor-faktor yang mempengaruhi lokasi satu dengan lokasi yang lainnya. Oleh karena itu, dalam model GSTAR dibutuhkan bobot lokasi yang digunakan untuk mengatasi keragaman spasial.

Estimasi parameter model GSTAR yang digunakan dalam penelitian ini adalah model GSTAR orde satu atau GSTAR(1) menggunakan satu variabel tiga lokasi dengan mengasumsikan model stasioner dan *white noise*. Variabel yang digunakan adalah data Indeks Harga Konsumen (IHK) di tiga Kota tahun 2009-2018. Menurut (Karlina & dkk, 2014), data di masing-masing kota merupakan variabel penelitian. Sehingga variabel pada penelitian ini, yaitu $Z_1(t)$ untuk IHK Probolinggo, $Z_2(t)$ untuk IHK Surabaya, dan $Z_3(t)$ untuk IHK Kediri.

Menurut (Borovkova & dkk, 2008), pada persamaan (2.17) model umum GSTAR dengan satu *lag* atau GSTAR(1) dengan orde satu dapat ditulis sebagai berikut:

$$Z_j(t) = \Phi_{0j}Z_j(t-1) + \Phi_{1j} \sum_{k=1}^3 W_{jk}Z_k(t-1) + e_j(t) \quad (4.1)$$

dengan memisalkan $M_j(t-1) = \sum_{k=1}^3 W_{jk}Z_k(t-1)$.

Persamaan (4.1) merupakan pengamatan $Z_j(t)$ untuk lokasi $j=1,2,3$ sehingga persamaan GSTAR(1) dengan satu variabel tiga lokasi dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_1(t) &= \Phi_{01}Z_1(t-1) + \Phi_{11}M_1(t-1) + \Phi_{12}M_2(t-1) + \Phi_{13}M_3(t-1) + e_1(t) \\ Z_2(t) &= \Phi_{02}Z_1(t-1) + \Phi_{21}M_1(t-1) + \Phi_{22}M_2(t-1) + \Phi_{23}M_3(t-1) + e_2(t) \\ Z_3(t) &= \Phi_{03}Z_1(t-1) + \Phi_{31}M_1(t-1) + \Phi_{32}M_2(t-1) + \Phi_{33}M_3(t-1) + e_3(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sehingga untuk $t = 1, 2, \dots, T$, persamaan (4.2) dapat diuraikan sebagai berikut:

variabel pertama

$$\begin{aligned} Z_1(1) &= \Phi_{01}Z_1(0) + \Phi_{11}M_1(0) + \Phi_{12}M_2(0) + \Phi_{13}M_3(0) + e_1(1) \\ Z_1(2) &= \Phi_{01}Z_1(1) + \Phi_{11}M_1(1) + \Phi_{12}M_2(1) + \Phi_{13}M_3(1) + e_1(2) \\ &\vdots \\ Z_1(T) &= \Phi_{01}Z_1(T-1) + \Phi_{11}M_1(T-1) + \Phi_{12}M_2(T-1) + \Phi_{13}M_3(T-1) \\ &\quad + e_1(T) \end{aligned} \quad (4.3)$$

variabel kedua

$$\begin{aligned} Z_2(1) &= \Phi_{02}Z_1(0) + \Phi_{21}M_1(0) + \Phi_{22}M_2(0) + \Phi_{23}M_3(0) + e_2(1) \\ Z_2(2) &= \Phi_{02}Z_1(1) + \Phi_{21}M_1(1) + \Phi_{22}M_2(1) + \Phi_{23}M_3(1) + e_2(2) \\ &\vdots \\ Z_2(T) &= \Phi_{02}Z_1(T-1) + \Phi_{21}M_1(T-1) + \Phi_{22}M_2(T-1) + \Phi_{23}M_3(T-1) \\ &\quad + e_2(T) \end{aligned} \quad (4.4)$$

variabel ketiga

$$\begin{aligned}
 Z_3(1) &= \Phi_{03}Z_1(0) + \Phi_{31}M_1(0) + \Phi_{32}M_2(0) + \Phi_{33}M_3(0) + e_3(1) \\
 Z_3(2) &= \Phi_{03}Z_1(1) + \Phi_{31}M_1(1) + \Phi_{32}M_2(1) + \Phi_{33}M_3(1) + e_3(2) \\
 &\vdots \\
 Z_3(T) &= \Phi_{03}Z_1(T-1) + \Phi_{31}M_1(T-1) + \Phi_{32}M_2(T-1) + \Phi_{33}M_3(T-1) \\
 &\quad + e_3(T)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Misalkan

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y}_3 &= \begin{bmatrix} Z_1(1) & Z_2(1) & Z_3(1) \\ Z_1(2) & Z_2(2) & Z_3(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(T) & Z_2(T) & Z_3(T) \end{bmatrix}_{T \times 3}, \\
 \mathbf{X}_3 &= \begin{bmatrix} Z_1(0) & M_1(0) & M_2(0) & M_3(0) \\ Z_1(1) & M_1(1) & M_2(1) & M_3(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(T-1) & M_1(T-1) & M_2(T-1) & M_3(T-1) \end{bmatrix}_{T \times 4}, \\
 \Phi_3 &= \begin{bmatrix} \Phi_{01} & \Phi_{02} & \Phi_{03} \\ \Phi_{11} & \Phi_{21} & \Phi_{31} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} & \Phi_{32} \\ \Phi_{13} & \Phi_{23} & \Phi_{33} \end{bmatrix}_{4 \times 3}, \text{ dan} \\
 \mathbf{e}_3 &= \begin{bmatrix} e_1(1) & e_2(1) & e_3(1) \\ e_1(2) & e_2(2) & e_3(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e_1(T) & e_2(T) & e_3(T) \end{bmatrix}_{T \times 3}.
 \end{aligned}$$

Sehingga persamaan (4.3), (4.4), dan (4.5) dapat disederhanakan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\mathbf{Y}_3 = \mathbf{X}_3 \Phi_3 + \mathbf{e}_3. \tag{4.6}$$

Kemudian dicari estimasi nilai parameter Φ_3 menggunakan metode OLS, sehingga diperoleh komponen *error* $\mathbf{e}_3$ sebagai berikut:

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{Y}_3 - \mathbf{X}_3 \Phi_3. \quad (4.7)$$

4.1.2 Penentuan Nilai Estimasi dengan Metode *Bootstrap Moran's Index*

Berdasarkan pada persamaan (4.3) akan dilakukan resampling untuk mendapatkan sampel *Bootstrap* berukuran $n - 2$ yang diambil secara acak dengan pengembalian. Misalkan dilakukan resampling untuk sampel *Bootstrap* yang pertama maka didapatkan model sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_1(1) &= \Phi_{01}Z_1(0) + \Phi_{11}M_1(0) + \Phi_{12}M_2(0) + \Phi_{13}M_3(0) + e_1(1) \\ Z_1(2) &= \Phi_{01}Z_1(1) + \Phi_{11}M_1(1) + \Phi_{12}M_2(1) + \Phi_{13}M_3(1) + e_1(2) \\ &\vdots \\ Z_1(n-2) &= \Phi_{01}Z_1(n-3) + \Phi_{11}M_1(n-3) + \Phi_{12}M_2(n-3) + \Phi_{13}M_3(n-3) \\ &\quad + e_1(n-2) \end{aligned} \quad (4.8)$$

atau dapat ditulis dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{bmatrix} Z_1(1) \\ Z_1(2) \\ \vdots \\ Z_1(n-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(0) & M_1(0) & M_2(0) & M_3(0) \\ Z_1(1) & M_1(1) & M_2(1) & M_3(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(n-3) & M_1(n-3) & M_2(n-3) & M_3(n-3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(1) \\ e_1(2) \\ \vdots \\ e_1(n-2) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

dan dimisalkan:

$$\mathbf{Y}^* = \begin{bmatrix} Z_1(1) \\ Z_1(2) \\ \vdots \\ Z_1(n-2) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{V}^* = \begin{bmatrix} Z_1(0) & M_1(0) & M_2(0) & M_3(0) \\ Z_1(1) & M_1(1) & M_2(1) & M_3(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(n-3) & M_1(n-3) & M_2(n-3) & M_3(n-3) \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Phi} = [\Phi_{01} \quad \Phi_{11} \quad \Phi_{12} \quad \Phi_{13}]^T,$$

$$\mathbf{e}^* = \begin{bmatrix} e_1(1) \\ e_1(2) \\ \vdots \\ e_1(n-2) \end{bmatrix}.$$

sehingga model linier pada persamaan (4.9) dapat disederhanakan menjadi bentuk sebagai berikut:

$$\mathbf{Y}^* = \mathbf{V}^* \hat{\Phi} + \mathbf{e}^*. \quad (4.10)$$

Selanjutnya nilai *error* sementara dapat dicari dari persamaan (4.9) menjadi:

$$\begin{bmatrix} Z_1(1) \\ Z_1(2) \\ \vdots \\ Z_1(n-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(0) & M_1(0) & M_2(0) & M_3(0) \\ Z_1(1) & M_1(1) & M_2(1) & M_3(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(n-3) & M_1(n-3) & M_2(n-3) & M_3(n-3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(1) \\ e_1(2) \\ \vdots \\ e_1(n-2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} e_1(1) \\ e_1(2) \\ \vdots \\ e_1(n-2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(1) \\ Z_1(2) \\ \vdots \\ Z_1(n-2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_1(0) & M_1(0) & M_2(0) & M_3(0) \\ Z_1(1) & M_1(1) & M_2(1) & M_3(1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(n-3) & M_1(n-3) & M_2(n-3) & M_3(n-3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Sehingga diperoleh nilai estimasi $\hat{\Phi}^{*b}$ untuk sampel *Bootstrap* dengan metode OLS yang dinyatakan pada persamaan (2.31) sebagai berikut (Mansyur, 2011):

$$\hat{\Phi}^{*b} = (\mathbf{V}^{*b^T} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*b^T} \mathbf{Y}^{*b}), \quad (4.12)$$

dimana $b = 1, 2, \dots, B$.

Selanjutnya menentukan replikasi sampel *Bootstrap* dengan pengulangan sebanyak B kali, sehingga diperoleh $\hat{\Phi}^{*1}, \hat{\Phi}^{*2}, \dots, \hat{\Phi}^{*B}$ yang disebut sebagai estimasi *Bootstrap* untuk distribusi sampling Φ .

Setelah ditemukan beberapa estimasi pada masing-masing sampel, maka akan dihitung nilai estimasi parameter *Bootstrap* yang dinyatakan pada persamaan (2.32) sebagai berikut:

$$\hat{\Phi}^{*(\cdot)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}. \quad (4.13)$$

Persamaan (4.12) disubstitusi ke persamaan (4.13) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}^{*(\cdot)} &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b} \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} Y^{*b}) \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left((V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} (V^{*b} \hat{\Phi} + e^{*b})) \right) \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left((V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} V^{*b}) \hat{\Phi} + (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}) \right) \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi} + (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}) \right) \\ &= \frac{1}{B} \left(\sum_{b=1}^B \hat{\Phi} + \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}) \right) \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi} + \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}) \\ &= \frac{1}{B} B \hat{\Phi} + \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}) \end{aligned}$$

$$= \hat{\Phi} + \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}). \quad (4.14)$$

4.1.3 Menghitung Tingkat Akurasi Metode *Bootstrap Moran's Index*

Selanjutnya akan dihitung tingkat akurasi estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan statistik bias dan variansi *Bootstrap* yang dinyatakan pada persamaan (2.41) sebagai berikut (Efron & Tibshirani, 1993):

$$\widehat{\text{bias}}_B = \hat{\Phi}^{*(\cdot)} - \hat{\Phi}, \quad (4.15)$$

dimana

$\widehat{\text{bias}}_B$: Bias dari *Bootstrap*,

$\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$: Penaksir dari metode *Bootstrap*,

$\hat{\Phi}$: Penaksir metode OLS.

Berdasarkan persamaan (4.14) diperoleh bias *Bootstrap* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \widehat{\text{bias}}_B &= \hat{\Phi}^{*(\cdot)} - \hat{\Phi} \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi} \\ &= \hat{\Phi} + \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}) - \hat{\Phi} \\ &= \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (V^{*bT} V^{*b})^{-1} (V^{*bT} e^{*b}). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Karena $\widehat{\text{bias}}_B$ mendapatkan hasil tidak sama dengan nol maka memenuhi sifat-sifat estimator yaitu tak bias yang berarti baik digunakan untuk pendugaan.

Sedangkan tingkat akurasi kedua adalah variansi dari *Bootstrap* yang dinyatakan seperti persamaan (2.42) yaitu:

$$\text{Var}(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) = \frac{1}{(B-1)} \sum_{b=1}^B \left[(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}) (\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)})' \right]. \quad (4.17)$$

Misalkan untuk $\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$ adalah penduga tak bias dari parameter Φ dan $\text{Var}(\hat{\Phi}^{*(\cdot)})$ adalah penduga tak bias dari σ^2 . Hal tersebut dapat dibuktikan seperti di bawah ini:

i) Bukti tak bias $\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$

$$\begin{aligned} E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) &= E\left(\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(\sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(\sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{Y}^{*b})\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(\sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} (\mathbf{V}^{*b} \Phi + \mathbf{e}^{*b}))\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(\sum_{b=1}^B ((\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b}) \Phi + (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{e}^{*b}))\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(\sum_{b=1}^B (\Phi + (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{e}^{*b}))\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(\sum_{b=1}^B \Phi + \sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{e}^{*b})\right) \\ &= \frac{1}{B} E\left(B\Phi + \sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{e}^{*b})\right) \\ &= \frac{1}{B} B \left(E(\Phi) + E\left(\sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{e}^{*b})\right) \right) \\ &= E(\Phi) + \sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} E(\mathbf{e}^{*b})) \\ &= E(\Phi) + \sum_{b=1}^B (\mathbf{V}^{*bT} \mathbf{V}^{*b})^{-1} (\mathbf{V}^{*bT} E(0)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E(\hat{\Phi}) \\
&= \hat{\Phi}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Sehingga terbukti bahwa $\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$ merupakan penduga tak bias dari $\hat{\Phi}$.

Karena $E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) = \hat{\Phi}^{*(\cdot)}$, maka untuk $\sigma_{\hat{\Phi}^{*(\cdot)}}^2$ yaitu:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\hat{\Phi}^{*(\cdot)}}^2 &= E \left[\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)} - E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2 \right] \\
&= E \left[\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)} \right)^2 - 2\hat{\Phi}^{*(\cdot)} E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) + \left(E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2 \right] \\
&= E \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)} \right)^2 - 2E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) + \left(E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2 \\
&= E \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)} \right)^2 - 2 \left(E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2 + \left(E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2 \\
&= E \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)} \right)^2 - \left(E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Sehingga persamaan (4.19) dapat dijabarkan menjadi:

$$\begin{aligned}
E \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)} \right)^2 - \left(E(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) \right)^2 &= E \left[\left(\frac{\sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}}{B} \right)^2 \right] - \left[E \left(\frac{\sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b}}{B} \right) \right]^2 \\
&= E \left[\frac{\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b} \right)^2 + \sum_{b \neq i}^B \hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i}}{B^2} \right] - \left(\frac{\sum_{b=1}^B E(\hat{\Phi}^{*b})}{B} \right)^2 \\
&= \frac{1}{B} E \left[\frac{\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b} \right)^2}{B} \right] + \frac{1}{B} E \left[\frac{\sum_{b \neq i}^B \hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i}}{B} \right] - \left[\frac{\sum_{b=1}^B \left(E(\hat{\Phi}^{*b}) \right)^2}{B^2} + \frac{\sum_{b \neq i}^B E(\hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i})}{B^2} \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{B} E \left[\frac{\sum_{b=1}^B (\hat{\Phi}^{*b})^2}{B} \right] + \frac{1}{B} E \left[\frac{\sum_{b \neq i}^B \hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i}}{B} \right] - \left[\frac{\sum_{b=1}^B (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2}{B^2} \right] - \left[\frac{\sum_{b \neq i}^B E(\hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i})}{B^2} \right] \\
&= \frac{1}{B} E \left[E(\hat{\Phi}^{*b})^2 \right] + \frac{1}{B} E \left[E(\hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i}) \right] - \frac{1}{B} E \left[(E(\hat{\Phi}^{*b}))^2 \right] - \frac{1}{B} E \left[E(\hat{\Phi}^{*b} \hat{\Phi}^{*i}) \right] \\
&= \frac{1}{B} E(\hat{\Phi}^{*b})^2 - \frac{1}{B} (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2 \\
&= \frac{1}{B} \left(E(\hat{\Phi}^{*b})^2 - (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2 \right) \\
&= \frac{\sigma^2}{B}. \tag{4.20}
\end{aligned}$$

ii) Bukti tak bias $Var(\hat{\Phi}^{*(\cdot)})$.

Misalkan $\hat{\Phi}^{*1}, \hat{\Phi}^{*2}, \dots, \hat{\Phi}^{*B}$ merupakan B pengamatan yang saling bebas dari sebuah populasi maka variansi untuk sampel *Bootstrap* $\hat{\Phi}^{*b}$ yang dinotasikan dengan σ^2 sebagai berikut:

$$\sigma^2 = E \left[\left(\hat{\Phi}^{*b} - E(\hat{\Phi}^{*b}) \right)^2 \right] = E(\hat{\Phi}^{*b})^2 - (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2.$$

Bukti:

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= E \left[\left(\hat{\Phi}^{*b} - E(\hat{\Phi}^{*b}) \right)^2 \right] \\
&= E \left[(\hat{\Phi}^{*b})^2 - 2\hat{\Phi}^{*b} E(\hat{\Phi}^{*b}) + (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2 \right] \\
&= E(\hat{\Phi}^{*b})^2 - 2E(\hat{\Phi}^{*b}) E(\hat{\Phi}^{*b}) + (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2 \\
&= E(\hat{\Phi}^{*b})^2 - 2(E(\hat{\Phi}^{*b}))^2 + (E(\hat{\Phi}^{*b}))^2
\end{aligned}$$

$$= E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - \left(E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)\right)^2. \quad (4.21)$$

Dengan demikian, dapat dibuktikan pengujian tak bias sebagai berikut

$$\begin{aligned} \text{Var}\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right) &= \frac{1}{B-1} E\left[\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ E\left[\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] &= E\left[\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)\left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)\right] \\ &= E\sum_{b=1}^B \left[\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - 2\hat{\Phi}^{*b}\hat{\Phi}^{*(\cdot)} + \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ &= E\left[\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - \sum_{b=1}^B 2\hat{\Phi}^{*b}\hat{\Phi}^{*(\cdot)} + \sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ &= E\left[\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - 2\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b} + \sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Persamaan (4.13) diperoleh $\sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b} = B\hat{\Phi}^{*(\cdot)}$, sehingga persamaan (4.22) menjadi:

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{b=1}^B \left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] &= E\left[B\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - 2\hat{\Phi}^{*(\cdot)}B\hat{\Phi}^{*(\cdot)} + B\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ &= E\left[B\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - 2B\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2 + B\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ &= E\left[B\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - B\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ &= B\left[E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - E\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Dari hubungan persamaan (4.20) dan (4.21) diperoleh:

$$\sigma^2 = E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 - \left(E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)\right)^2$$

$$E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)^2 = \sigma^2 + \left(E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)\right)^2 \quad (4.24)$$

$$\frac{\sigma^2}{B} = E\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2 - \left(E\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)\right)^2$$

$$E\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{B} + \left(E\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)\right)^2 \quad (4.25)$$

Substitusi persamaan (4.24) dan (4.25) ke persamaan (4.23), sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} E\left[\sum_{b=1}^B\left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] &= B\left(\sigma^2 + \left(E\left(\hat{\Phi}^{*b}\right)\right)^2 - \frac{\sigma^2}{B} - \left(E\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)\right)^2\right) \\ &= B\left(\sigma^2 + \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2 - \frac{\sigma^2}{B} - \left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right) \\ &= B\left(\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{B}\right) \\ &= B\left(\frac{B\sigma^2 - \sigma^2}{B}\right) \\ &= B\left(\frac{(B-1)\sigma^2}{B}\right) \\ &= (B-1)\sigma^2. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Dengan demikian diperoleh:

$$\begin{aligned} Var\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right) &= \frac{1}{(B-1)} E\left[\sum_{b=1}^B\left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{(B-1)}(B-1)\sigma^2 \\ &= \sigma^2. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Terbukti dengan jelas bahwa $Var\left(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}\right)$ merupakan penduga tak bias dari σ^2 .

Karena model GSTAR merupakan model runtun waktu yang memiliki keterkaitan antar lokasi satu dengan lokasi lainnya, maka akan dicari masing-masing sampel *Bootstrap* dengan metode *Bootstrap Moran's Index* yang dinyatakan pada persamaan (2.43) sebagai berikut:

$$I_{MO_b}^* = \frac{(\hat{\Phi}^{*b})^T W \hat{\Phi}^{*b}}{(\hat{\Phi}^{*b})^T \hat{\Phi}^{*b}}, \quad (4.28)$$

dimana $b = 1, 2, \dots, B$.

Kemudian menghitung *standard error* (I_{MO}^*) yang dinyatakan pada persamaan (2.44) yaitu:

$$se(I_{MO}^*) = \left[\frac{\sum_{b=1}^B (I_{MO_b}^* - I_{MO}^*)^2}{B-1} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.29)$$

dimana $I_{MO}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B I_{MO_b}^*$.

Selanjutnya menghitung kepercayaan bagi I_{MO}^* menggunakan presentil. Setelah diperoleh $I_{MO_b}^*$ pada masing-masing replikasi B sehingga didapatkan batas bawah dan batas atas selang kepercayaan yang dinyatakan pada persamaan (2.45) sebagai berikut:

$$\left[I_{MO_{low}}^*, I_{MO_{up}}^* \right] = \left[I_{MO^{B(\alpha/2)}}^*, I_{MO^{B(1-\alpha/2)}}^* \right]. \quad (4.30)$$

Setelah diperoleh resampling *Bootstrap*, maka didapatkan *Bootstrap P-Value* dari uji statistik *Moran's Index* yang dinyatakan pada persamaan (2.46) yaitu:

$$P_{MO}^* = \frac{\text{banyaknya } [I_{MO_b}^* > I_{MO_0}]}{B}, \quad (4.31)$$

dimana

I_{MO_b} : Nilai uji statistik *Moran's Index* dengan data asli

I_{MO_0} : Nilai uji statistik *Moran's Index* dengan sampel *Bootstrap*

Jika $H_0: I_{MO_b} = I_{MO_0}$ maka *Bootstrap* P-Value lebih besar dari tingkat signifikansi, sehingga terima H_0 .

4.2 Implementasi Metode *Bootstrap* pada Model GSTAR

Metode *Bootstrap* pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dapat diimplementasikan pada data *time series*. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data Indeks Harga Konsumen (IHK) yang berada pada lokasi Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri dari bulan Januari 2009 hingga Desember 2018 yang dapat dilihat pada lampiran 1. Adapun langkah-langkah implementasi metode *Bootstrap* pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) sebagai berikut:

4.2.1 Deskripsi Data

Penerapan data Indeks Harga Konsumen dari tiga lokasi dapat dideskripsikan sebagai berikut:

Tabel 4.1 Deskripsi Data IHK di Tiga Kota tahun 2009-2018 (Ribu Rupiah)

Variabel	Probolinggo	Surabaya	Kediri
Total	15.186,28	15.006,47	14.881,37
Rata-Rata	126,55	125,05	124,01
Minimum	112,23	110,47	111,91
Maximum	151,77	145,19	145,44
Standar Deviasi	9,51	8,99	8,18
Variansi	90,36	80,73	66,98

Tabel 4.1 di atas, terlihat bahwa rata-rata Indeks Harga Konsumen yang paling tinggi berada pada lokasi pengamatan Probolinggo yaitu sebesar 126,55 ribu rupiah. Hal ini dikarenakan pertumbuhan ekonomi Kota Probolinggo relatif lebih cepat dibanding dengan kota yang lain dan cenderung meningkat dari tahun ke tahun. Situasi ini didasarkan pada pengeluaran rata-rata pendapatan perkapita per-bulan di Kota Probolinggo pada tahun tersebut untuk kelompok makanan sebesar 44,97 persen dan kelompok bukan makanan sebesar 55,03 persen (Melani & Handayani, 2017). Pengeluaran terbesar kelompok makanan adalah kelompok makanan atau minuman jadi, padi-padian, dan tembakau. Sedangkan pengeluaran rata-rata pendapatan perkapita per-bulan menurut kelompok bukan makanan di Kota Probolinggo pada tahun tersebut terbanyak pada kelompok perumahan, bahan bakar, penerangan, air, dan aneka barang atau jasa lainnya. Selain itu terjadinya kenaikan beberapa harga barang atau jasa yang dikonsumsi oleh masyarakat. Sedangkan rata-rata paling rendah berada pada lokasi pengamatan Kediri yang selisihnya tidak jauh beda dengan rata-rata Kota Probolinggo yaitu sebesar 124,01 ribu rupiah. Hal ini dikarenakan pertumbuhan ekonomi Kota Kediri ditentukan oleh dua hal yaitu perkembangan aktivitas perekonomian masyarakat Kota Kediri dan pertumbuhan perekonomian skala nasional maupun Jawa Timur. Pada mulanya tingkat pertumbuhan perekonomian Kota Kediri dari tahun ke tahun dengan atau tanpa adanya PT. Gudang Garam memiliki perubahan yang berbeda. Perubahan tersebut disebabkan oleh ketergantungan perekonomian masyarakat Kota Kediri pada PT. Gudang Garam. Seiring berkembangnya waktu, pertumbuhan ekonomi dibagi menjadi dua yaitu pertumbuhan ekonomi keseluruhan dan pertumbuhan ekonomi tanpa industri rokok. Dengan adanya

kerjasama yang baik antara pemerintah Kota dan *stakeholder*, banyak pencapaian positif yang tak lepas dari beberapa program dan inovasi pemerintah. Situasi ini didasarkan pada pengeluaran rata-rata pendapatan perkapita per-bulan di Kota Kediri pada tahun tersebut untuk kelompok pengeluaran makanan sebesar 39,46 persen dan pengeluaran kelompok bukan makanan sebesar 42,91 persen (Listiana, 2018). Pengeluaran terbesar kelompok makanan Kota Kediri yaitu makanan dan minuman jadi, tembakau, sirih, dan sayur-sayuran. Sedangkan pengeluaran terbesar kelompok bukan makanan terbanyak pada perumahan, bahan bakar, penerangan, air, dan aneka barang atau jasa lainnya.

Perhitungan standar deviasi di atas menunjukkan keheterogenan yang terjadi dalam data. Standar deviasi untuk IHK Probolinggo sebesar 9,51 ribu rupiah yang berarti kecenderungan data Indeks Harga Konsumen selama tahun 2009-2018 mempunyai tingkat penyimpangan sebesar 9,51 ribu rupiah. Untuk standar deviasi IHK Surabaya dan IHK Kediri dapat dilihat di tabel 4.1.

Perhitungan variansi digunakan untuk menunjukkan keberagaman data yang diolah, sehingga data tersebut layak digunakan untuk penelitian. Semakin besar nilai variansinya maka datanya semakin beragam. Perhitungan variansi dari ketiga lokasi pengamatan Indeks Harga Konsumen Kota Probolinggo sebesar 90,36 ribu rupiah, Surabaya sebesar 80,73 ribu rupiah, dan Kediri sebesar 66,98 ribu rupiah. Variansi paling tinggi berada pada lokasi Probolinggo yang mengindikasikan bahwa titik data sangat tersebar di sekitar rata-rata. Hal ini dikarenakan jumlah penduduk Kota Probolinggo sebanyak 196.957 penduduk dengan pendapatan perkapita kota Probolinggo sebesar 35,2 juta per orang per-tahun dan relatif cukup baik dibanding sejumlah daerah lain yang ada di Jawa

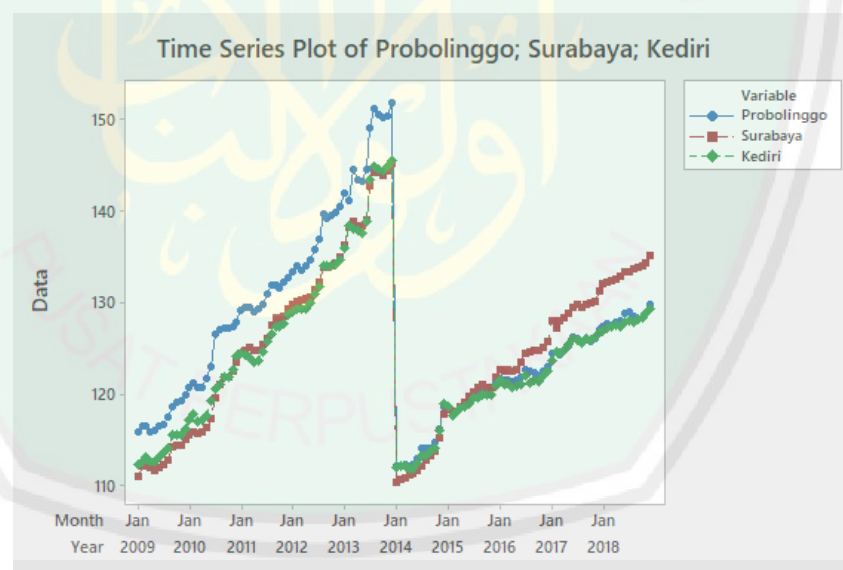
Timur yang menyebabkan laju pertumbuhan ekonomi mengalami pertumbuhan yang sangat signifikan. Namun, tingkat daya beli masyarakat pada Kota Probolinggo rendah karena minimnya tempat pasar dan pusat pembelanjaan, sehingga mengakibatkan Upah Minimum Regional (UMR) pada kota Probolinggo tahun tersebut berada di tengah-tengah UMR Kota Surabaya dan Kediri yaitu sebesar Rp. 2.137.864,48,-.

Variansi Kota Surabaya yaitu sebesar 80,73 ribu rupiah. Meskipun nilai variansinya berada di bawah nilai variansi Kota Probolinggo, akan tetapi UMR Kota Surabaya jauh lebih tinggi dari pada Kota Probolinggo. UMR Kota Surabaya merupakan UMR tertinggi di Provinsi Jawa Timur yaitu sebesar 3.871.052,61,-. Hal ini dikarenakan jumlah penduduk Kota Surabaya sebanyak 2.917.688 dengan pendapatan perkapita sebesar 128.822 juta yang menyebabkan titik data tidak tersebar luas di sekitar rata-rata dan pertumbuhan ekonomi Kota Surabaya masih cukup baik. Situasi tersebut didukung oleh beberapa faktor seperti banyaknya pasar dan pusat pembelanjaan yang mengakibatkan tingkat daya beli masyarakat tinggi.

Sedangkan variansi paling rendah berada pada lokasi Kota Kediri yang mengindikasikan bahwa titik data sangat dekat dengan nilai rata-rata. Hal ini dikarenakan jumlah penduduk Kota Kediri sebanyak 267.435 penduduk yang lebih banyak dari pada Kota Probolinggo dengan pendapatan perkapita Kota Kediri sebesar 315.396 juta yang menyebabkan laju pertumbuhan ekonomi mengalami kemajuan yang positif beberapa tahun terakhir. Namun, tingkat daya beli masyarakat pada Kota Kediri sangat rendah yang diakibatkan karena adanya dua hal yang menjadi pemicu paling besar atas pergeseran perilaku konsumen

yaitu naiknya tarif daya listrik (TDL) yang berkapasitas 900 VA dan biaya pendidikan. Hal ini menyebabkan para pembeli baik di pasar modern maupun pasar tradisional yang tetap ramai memadati pasar untuk membeli kebutuhan pokok. Namun, mereka lebih menahan diri untuk tidak menghabiskan uangnya hanya untuk kebutuhan pangan. Begitu juga dengan kebutuhan non-pangan seperti kosmetik, fashion, dan wisata. Situasi tersebut mengakibatkan UMR Kota Kediri sangat rendah dari Kota Probolinggo dan Surabaya pada tahun tersebut yaitu sebesar 1.899.294,78,-. Untuk nilainya selengkapnya dapat dilihat pada table 4.1 di atas.

Berikut ini merupakan plot *time series* pada data asli untuk tiga lokasi yaitu Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri dengan bantuan aplikasi *Minitab* 17:



Gambar 4.1 *Time Series Plot* Data IHK Ketiga Lokasi tahun 2009-2018

Gambar 4.1 plot *time series* untuk data IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri dari tahun 2009-2013 menunjukkan bahwa pola data *trend* naik secara bersama-sama. Namun IHK Surabaya dan IHK Kediri pada tahun tersebut

mengalami *trend* naik yang saling berdekatan. Hal ini dikarenakan harga barang dan jasa disebagian besar komoditas di pasaran mengalami kenaikan yang hampir sama. Hal utama yang mengakibatkan kenaikan (inflasi) harga yaitu tingginya permintaan sebagian barang dan jasa, tidak dapat diimbangi oleh pasokan yang cukup di pasaran. Situasi ini mengakibatkan terjadinya inflasi IHK dari bulan Januari 2009-Desember 2013. Sedangkan IHK Probolinggo pada tahun tersebut mengalami *trend* naik yang cukup tinggi dari IHK Surabaya dan IHK Kediri. Hal ini dikarenakan pertumbuhan ekonomi di kota Probolinggo dari tahun ke tahun cenderung meningkat yang pertumbuhannya melampaui pertumbuhan ekonomi Provinsi Jawa Timur dan dikarenakan harga barang dan jasa di Kota Probolinggo mengalami inflasi yang lebih tinggi dari pada kedua kota di atas.

Pada tahun 2014, IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri mengalami *trend* penurunan yang sangat drastis. Hal ini dikarenakan adanya permintaan masyarakat terhadap sebagian barang dan jasa tidak terlalu banyak, sementara stok pasokan di pasaran sangat banyak. Situasi ini menyebabkan terjadinya penurunan (deflasi) pada IHK tahun 2014.

Sedangkan pada tahun 2015-2018, IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri mulai membaik. Gambar 4.1 menunjukkan IHK Probolinggo dan IHK Kediri menunjukkan pola data *trend* yang cenderung naik secara bersama-sama dan saling berdekatan. Tetapi IHK Surabaya mengalami inflasi yang cukup tinggi dari kedua kota tersebut. Hal ini dikarenakan kota Surabaya adalah ibu kota Provinsi Jawa Timur dan sekaligus kota metropolitan. Surabaya menjadi pusat kegiatan ekonomi, perdagangan, keuangan, dan bisnis di Jawa Timur. Surabaya merupakan kawasan yang paling pesat pembangunan ekonominya di Jawa Timur dan salah

satu paling maju di Indonesia. Selain itu, Surabaya juga merupakan salah satu kota terpenting dalam menopang perekonomian Indonesia. Sebagian besar penduduknya bergerak dalam bidang jasa, industri, dan perdagangan. Dengan demikian IHK Surabaya memberikan komoditas sumbangan terbesar sehingga mengakibatkan inflasi yang cukup pesat .

Pola data *trend* menunjukkan kesamaan pola data Indeks Harga Konsumen pada tiga lokasi yang cenderung naik turun secara bersama-sama yang memungkinkan adanya efek saling berkaitan antara ketiga lokasi tersebut. Berikut ini nilai korelasi data Indeks Harga Konsumen pada tiga lokasi menggunakan *software SAS* yaitu:

Tabel 4.2 Matriks Korelasi Data IHK pada Tiga Lokasi

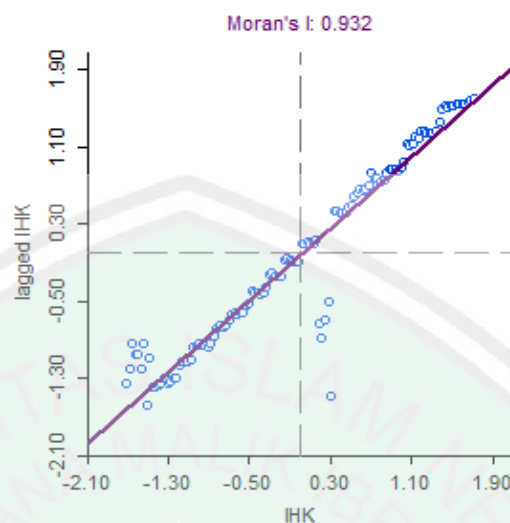
Lokasi	Probolinggo	Surabaya	Kediri
Probolinggo	1	0,92	0,98
P-Value		0,00	0,00
Surabaya	0,92	1	0,97
P-Value	0,00		0,00
Kediri	0,98	0,97	1
P-Value	0,00	0,00	

Tabel 4.2 menunjukkan bahwa Indeks Harga Konsumen pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri memiliki hubungan korelasi yang sangat tinggi yaitu berkisar antara 0,92 – 0,98. Selain itu, Indeks Harga Konsumen pada ketiga lokasi untuk waktu yang bersesuaian memiliki korelasi yang signifikan, hal ini dapat dilihat dari nilai *P-Value* yang lebih kecil dari α yaitu sebesar 0,05.

4.2.2 Uji Autokorelasi Spasial

Pengujian autokorelasi spasial dilakukan untuk mengetahui adanya pengaruh spasial. Pengujian ini menggunakan statistik *Moran's Index*. Nilai

statistik *Moran's Index* dapat diperoleh dari *Moran's Scatterplot*. Berikut ini bentuk penyebaran *Moran's Scatterplot*:



Gambar 4.2 *Moran's Scatterplot* Data IHK Ketiga Lokasi tahun 2009-2018

Gambar 4.2 menunjukkan nilai *Moran's Index* sebesar 0,932 dimana rentang nilai *Moran's Index* dalam matriks pembobot spasial yang terstandarisasi yaitu berada pada rentang $0 < I \leq 1$ yang mengindikasikan adanya autokorelasi positif.

4.2.3 Identifikasi Model GSTAR

Tahap identifikasi model GSTAR digunakan untuk melihat apakah data Indeks Harga Konsumen di tiga kota tersebut sudah stasioner dalam *mean* dan variansi atau belum. Uji kestasioneritas data dalam *mean* dapat dilihat melalui uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) dengan bantuan *software Eviews* yang dapat dilihat pada lampiran 5. Berikut ini hasil uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) untuk data asli dari Indeks Harga konsumen pada lokasi pengamatan Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri dengan $\alpha = 0,05$ yaitu:

Tabel 4.3 Uji *Augmented Dickey-Fuller* Data IHK Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Tahun 2009-2018

Variabel / Lokasi	T-Statistik	T-Tabel ($\alpha = 0,05$)	Probabilitas	Keterangan
Probolinggo	-2,31	-3,45	0,42	Tidak Stasioner
Surabaya	-2,24	-3,45	0,46	Tidak Stasioner
Kediri	-2,30	-3,45	0,43	Tidak Stasioner

Tabel 4.3 menunjukkan bahwa data Indeks Harga Konsumen pada ketiga lokasi pengamatan tersebut memiliki nilai mutlak dari t -statistik lebih kecil dari nilai mutlak t -tabel yaitu untuk IHK Probolinggo memiliki nilai $|2,31| < |3,45|$, untuk IHK Surabaya memiliki nilai $|2,24| < |3,45|$ dan untuk IHK Kediri memiliki nilai $|2,30| < |3,45|$ dan nilai probabilitas pada ketiga lokasi lebih besar dari $\alpha = 0,05$ yaitu $0,42 > 0,05$ untuk IHK Probolinggo, $0,46 > 0,05$ untuk IHK Surabaya dan $0,43 > 0,05$ untuk IHK Kediri yang berarti terima H_0 , maka dapat disimpulkan bahwa data Indeks Harga Konsumen pada ketiga lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri terdapat akar unit yang menandakan data tidak stasioner dalam *mean*.

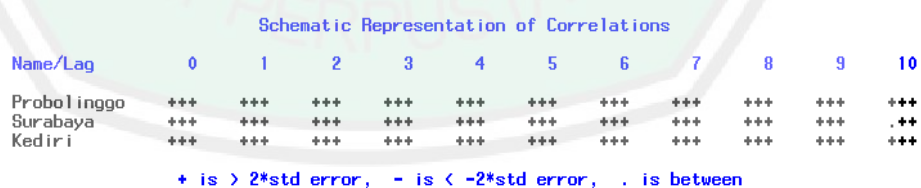
Karena data tidak stasioner dalam *mean* maka dilakukan proses *differencing* pertama, kemudian dilakukan uji stasioner data sehingga semua data stasioner. Berikut ini hasil uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller* untuk *differencing* yang pertama:

Tabel 4.4 Uji *Augmented Dickey-Fuller* Data IHK Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Tahun 2009-2018 untuk Differencing 1

Variabel / Lokasi	T-Statistik	T-Tabel ($\alpha = 0,05$)	Probabilitas	Keterangan
Probolinggo	-10,87	-3,45	0,00	Stasioner
Surabaya	-10,75	-3,45	0,00	Stasioner
Kediri	-10,59	-3,45	0,00	Stasioner

Tabel 4.4 menunjukkan bahwa data Indeks Harga Konsumen pada ketiga lokasi pengamatan tersebut memiliki nilai mutlak dari t -statistik lebih besar dari nilai t -tabel yaitu untuk IHK Probolinggo memiliki nilai $|10,87| > |3,45|$, untuk IHK Surabaya memiliki nilai $|10,75| > |3,45|$ dan untuk IHK Kediri memiliki nilai $|10,59| > |3,45|$ dengan nilai probabilitas kurang dari $\alpha = 0,05$ untuk ketiga lokasi yaitu $0,00 < 0,05$ yang berarti tolak H_0 , maka dapat disimpulkan bahwa data Indeks Harga Konsumen pada ketiga lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tidak terdapat akar unit yang menandakan data sudah stasioner dalam *mean*.

Selain melalui uji *Augmented Dickey-Fuller*, uji kestasioneritas data secara simultan dapat juga dilihat melalui skema MACF menggunakan *software* SAS sebagai berikut:

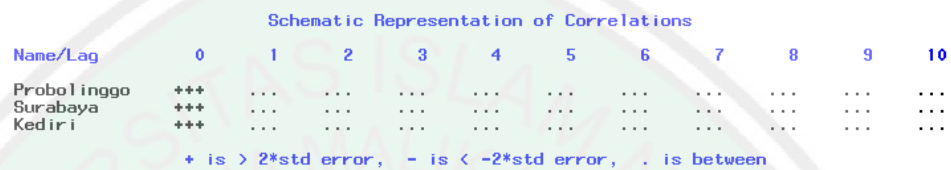


Gambar 4.3 Skema MACF untuk Data Indeks Harga Konsumen di Tiga Lokasi

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa semua *lag* terdapat nilai korelasi yang melebihi 2 kali *standard error*. Hal ini ditunjukkan dengan banyaknya notasi (+)

pada skema MACF yang berarti ketiga lokasi tersebut secara simultan memiliki korelasi positif, sehingga dapat dikatakan bahwa data IHK untuk lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tidak stasioner dalam mean dan perlu dilakukan proses *differencing*.

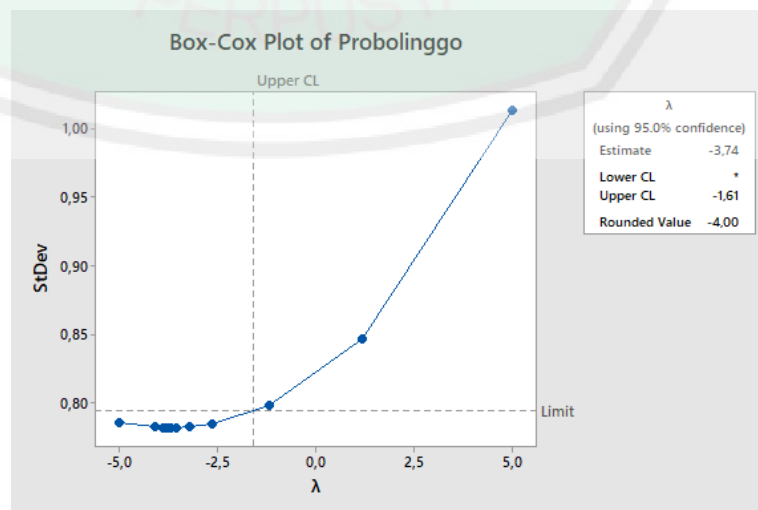
Berikut ini hasil skema MACF setelah differencing untuk data Indeks Harga Konsumen menggunakan *software SAS*:

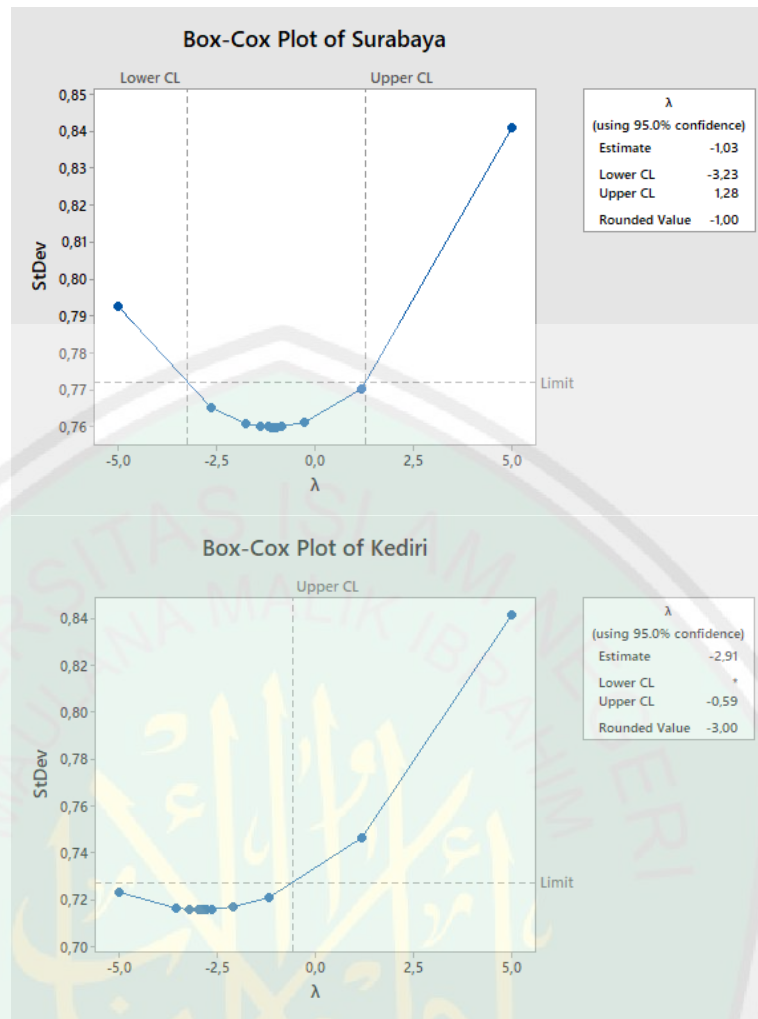


Gambar 4.4 Skema MACF setelah *Differencing* 1

Gambar 4.4 menunjukkan bahwa data Indeks Harga Konsumen untuk ketiga lokasi sudah stasioner dalam *mean* setelah dilakukan proses *differencing* pertama. Hal tersebut ditunjukkan dengan adanya notasi (.) yang berarti tidak terdapat korelasi di ketiga lokasi pengamatan.

Untuk mengetahui kestasioneran dalam variansi dapat dilihat dari plot *Box-Cox Transformation*. Berikut hasil *Box-Cox Transformation* untuk data Indeks Harga Konsumen pada tiga lokasi yaitu:





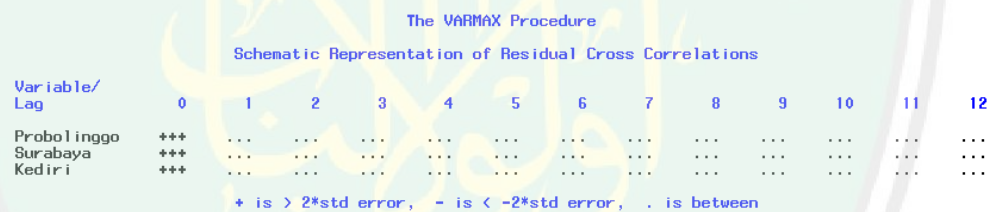
Gambar 4.5 Plot *Box-Cox Transformation* untuk Ketiga Lokasi

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa plot *Box-Cox Transformation* menghasilkan nilai batas atas, batas bawah, *rounded value*, dan *lambda estimate* untuk masing-masing lokasi tidak sama nilainya. Menurut (Shofiyah, 2009), transformasi *Box-Cox* ini hanya bisa dilakukan untuk masing-masing lokasi saja. Apabila dilakukan transformasi, maka transformasi yang digunakan berbeda-beda sesuai nilai *lambda estimate* dan *rounded value* untuk masing-masing lokasi. Dengan demikian, transformasi tidak perlu dilakukan dan data dianggap stasioner dalam variansi.

Karena data sudah stasioner dalam mean dan variansi, maka langkah selanjutnya adalah membuat model GSTAR. Langkah-langkah analisis model GSTAR meliputi penentuan orde GSTAR untuk menentukan model GSTAR dan estimasi parameter GSTAR dengan berbagai macam bobot yang digunakan antara lain bobot seragam, bobot invers jarak, dan bobot korelasi silang. Dalam hal ini, penulis menggunakan bobot lokasi invers jarak.

4.2.4 Uji Asumsi *White Noise Residual Model* GSTAR

Langkah selanjutnya yaitu uji asumsi *white noise* apakah residual memenuhi asumsi *white noise* apa tidak. Hal ini dapat dilihat apabila nilai AIC terdapat pada *lag* AR ke-0, maka residual dapat dikatakan memenuhi asumsi *white noise*. Berikut ini skema *Cross Correlation of Residuals*:



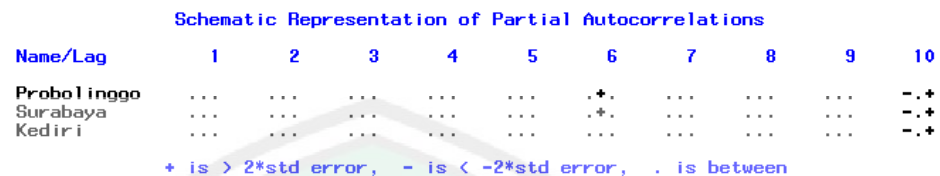
Gambar 4.6 Skema *Cross Corelation of Residuals*

Gambar 4.6 terlihat tanda (+) yang lebih banyak pada *lag* ke-0 yang menunjukkan bahwa residual sudah memenuhi asumsi *white noise*.

4.2.5 Penentuan Orde Model GSTAR

Pada penentuan orde model ini dapat diduga dengan menentukan *lag* optimal yang digunakan dalam memodelkan GSTAR dan dapat dilihat dengan nilai AIC pada setiap orde. Menurut (Gusnadi, 2015), orde yang memiliki nilai AIC paling kecil merupakan orde dari model GSTAR. Untuk mengetahui

besarnya *lag* dari proses *Autoregressive* dapat ditentukan dengan menggunakan plot MPACF dan nilai AIC terkecil setelah melalui proses *differencing* pertama sebagai berikut:



Gambar 4.7 Plot MPACF untuk Data IHK di Tiga Kota

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa *lag-lag* yang ada pada plot MPACF dicari *lag* dengan nilai AIC terkecil yang akan menjadi orde model GSTAR. Nilai AIC dari *lag* 0 sampai dengan *lag* 10 dapat dilihat di bawah ini:

Information Criterion for Autoregressive Models

Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8	Lag=9	Lag=10
-81.5816	-90.9242	-77.1005	-62.1902	-51.6606	-37.7895	-35.6159	-27.7896	-16.5046	-5.54466	-36.7337

Gambar 4.8 Nilai AIC

Gambar 4.8 menunjukkan bahwa nilai AIC terkecil terdapat pada *lag* 1 sehingga model GSTAR yang terbentuk adalah model GSTAR dengan orde 1 atau GSTAR(1).

4.2.6 Menghitung Bobot Lokasi pada Model GSTAR

Bobot lokasi yang digunakan pada penelitian ini adalah bobot invers jarak dimana bobot tersebut hanya bergantung pada jarak yang sebenarnya antar lokasi. Lokasi yang terletak dalam suatu ruang tertentu dengan adanya garis lintang dan bujur menjadi sumber informasi. Informasi tersebut digunakan untuk menghitung jarak antar titik yang terdapat dalam ruang. Berikut ini hasil perhitungan matriks

pembobot pada tiga lokasi yaitu Probolinggo, Surabaya, dan Kediri dengan metode invers jarak menggunakan persamaan (2.20) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 W_{jk} &= \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{r_2}{r_1 + r_2} & \frac{r_1}{r_1 + r_2} \\ \frac{r_3}{r_1 + r_3} & 0 & \frac{r_1}{r_1 + r_3} \\ \frac{r_3}{r_2 + r_3} & \frac{r_2}{r_2 + r_3} & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Keterangan:

r_1 = Jarak antara lokasi pengamatan Probolinggo – Surabaya

r_2 = Jarak antara lokasi pengamatan Probolinggo – Kediri

r_3 = Jarak antara lokasi pengamatan Surabaya – Kediri

Berikut ini jarak dari r_1, r_2, r_3 yaitu:

$$r_1 = 107 \text{ km}$$

$$r_2 = 206 \text{ km}$$

$$r_3 = 124 \text{ km}$$

Sehingga diperoleh:

$$W_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{206}{107 + 206} & \frac{107}{107 + 206} \\ \frac{124}{107 + 124} & 0 & \frac{107}{107 + 124} \\ \frac{124}{206 + 124} & \frac{206}{206 + 124} & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0,658147 & 0,341853 \\ 0,536797 & 0 & 0,463203 \\ 0,375758 & 0,624242 & 0 \end{bmatrix}$$

4.2.7 Estimasi Parameter Model GSTAR

4.2.7.1 Estimasi Parameter Model GSTAR dengan Bobot Invers Jarak

Model GSTAR dengan bobot invers jarak merupakan model yang memperhatikan jarak antar lokasi sebenarnya. Model GSTAR dibentuk terlebih dahulu sebelum melakukan estimasi parameter. Adapun model GSTAR yang terbentuk yaitu model GSTAR dengan panjang *lag* 1 atau GSTAR(1) dengan pembobot invers jarak adalah:

$$\begin{aligned} Z_{pbg}(t) &= \Phi_{01}Z_{pbg}(t-1) + \Phi_{11}W(pbg, pbg)Z_{pbg}(t-1) \\ &\quad + \Phi_{12}W(pbg, sby)Z_{sby}(t-1) + \Phi_{13}W(pbg, kdr)Z_{kdr}(t-1) \\ &\quad + e_{pbg}(t) \\ Z_{sby}(t) &= \Phi_{02}Z_{sby}(t-1) + \Phi_{21}W(sby, pbg)Z_{pbg}(t-1) \\ &\quad + \Phi_{22}W(sby, sby)Z_{sby}(t-1) + \Phi_{23}W(sby, kdr)Z_{kdr}(t-1) \\ &\quad + e_{sby}(t) \\ Z_{kdr}(t) &= \Phi_{03}Z_{kdr}(t-1) + \Phi_{31}W(kdr, pbg)Z_{pbg}(t-1) \\ &\quad + \Phi_{32}W(kdr, sby)Z_{sby}(t-1) + \Phi_{33}W(kdr, kdr)Z_{kdr}(t-1) \\ &\quad + e_{kdr}(t) \end{aligned}$$

dengan:

$Z_{pbg}(t)$: Indeks Harga Konsumen lokasi Probolinggo pada waktu t

$Z_{sby}(t)$: Indeks Harga Konsumen lokasi Surabaya pada waktu t

$Z_{kdr}(t)$: Indeks Harga Konsumen lokasi Kediri pada waktu t

sehingga diperoleh taksiran model GSTAR(1) dengan bobot invers jarak yaitu sebagai berikut:

$$Z_{pbg}(t) = \Phi_{01}Z_{pbg}(t-1) + \Phi_{12}(0,658147)Z_{sby}(t-1) + \Phi_{13}(0,341853)Z_{kdr}(t-1) + e_{pbg}(t)$$

$$Z_{sby}(t) = \Phi_{02}Z_{pbg}(t-1) + \Phi_{21}(0,536797)Z_{pbg}(t-1) + \Phi_{23}(0,463203)Z_{kdr}(t-1) + e_{sby}(t)$$

$$Z_{kdr}(t) = \Phi_{03}Z_{pbg}(t-1) + \Phi_{31}(0,375758)Z_{pbg}(t-1) + \Phi_{32}(0,624242)Z_{sby}(t-1) + e_{kdr}(t)$$

4.2.7.2 Estimasi Parameter Model GSTAR dengan Metode *Bootstrap*

Estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode *Bootstrap* dapat dilakukan dengan bantuan komputasi karena metode *Bootstrap* tidak dapat diselesaikan secara analitik. Merujuk pada persamaan (4.7), maka akan diperoleh nilai *error* dari proses OLS sebagai berikut:

$$e_3 = \begin{bmatrix} 0,080859 \\ 0,118802 \\ \vdots \\ 0,082707 \\ 0,081854 \\ \vdots \\ -0,003410 \\ -0,006821 \\ 0 \\ \vdots \\ 0,002842 \\ -0,022737 \end{bmatrix}$$

untuk hasil selengkapnya, dapat dilihat pada *syntax* lampiran 2.

Kemudian, sampel *error* e di atas akan *bootstrap*kan sebanyak ukuran $n-2$ dengan pengembalian secara acak dan terurut. Sehingga diperoleh e^* yang pertama yaitu:

$$e_3^{*1} = \begin{bmatrix} 0,032400 \\ 0,113971 \\ \vdots \\ 0,064233 \\ 0,080717 \\ \vdots \\ -0,025437 \\ 0,049595 \\ -0,049027 \\ \vdots \\ -0,014352 \\ -0,008242 \end{bmatrix}$$

untuk hasil selengkapnya dapat dilihat pada *syntax* lampiran 2.

Langkah selanjutnya, mencari nilai estimasi parameter sampel *Bootstrap* yang pertama seperti persamaan (4.12). Adapun hasil estimasi sampel *Bootstrap* yang pertama adalah sebagai berikut:

$$\Phi^{*1} = \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{03} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,7 \times 10^{-11} \\ 3,7 \times 10^{-11} \\ 1,1 \times 10^{-11} \\ 1 \\ 7,4 \times 10^{-13} \\ 7,4 \times 10^{-13} \\ -2,3 \times 10^{-12} \\ -1,2 \times 10^{-10} \\ -2,3 \times 10^{-12} \\ -7,0 \times 10^{-14} \\ 1 \\ 7,4 \times 10^{-13} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Setelah didapatkan nilai estimasi parameter *Bootstrap* yang pertama seperti di atas, maka dengan cara yang sama dapat diulang kembali mencari $\Phi^{*2}, \Phi^{*3}, \dots, \Phi^{*B}$, sehingga diperoleh:

$$\Phi^{*2} = \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{03} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9,6 \times 10^{-12} \\ 1 \\ -1,2 \times 10^{-10} \\ -1,2 \times 10^{-10} \\ -7,0 \times 10^{-14} \\ 1 \\ 7,4 \times 10^{-13} \\ -2,7 \times 10^{-12} \\ 7,4 \times 10^{-13} \\ -7,0 \times 10^{-14} \\ 1 \\ 3,7 \times 10^{-11} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

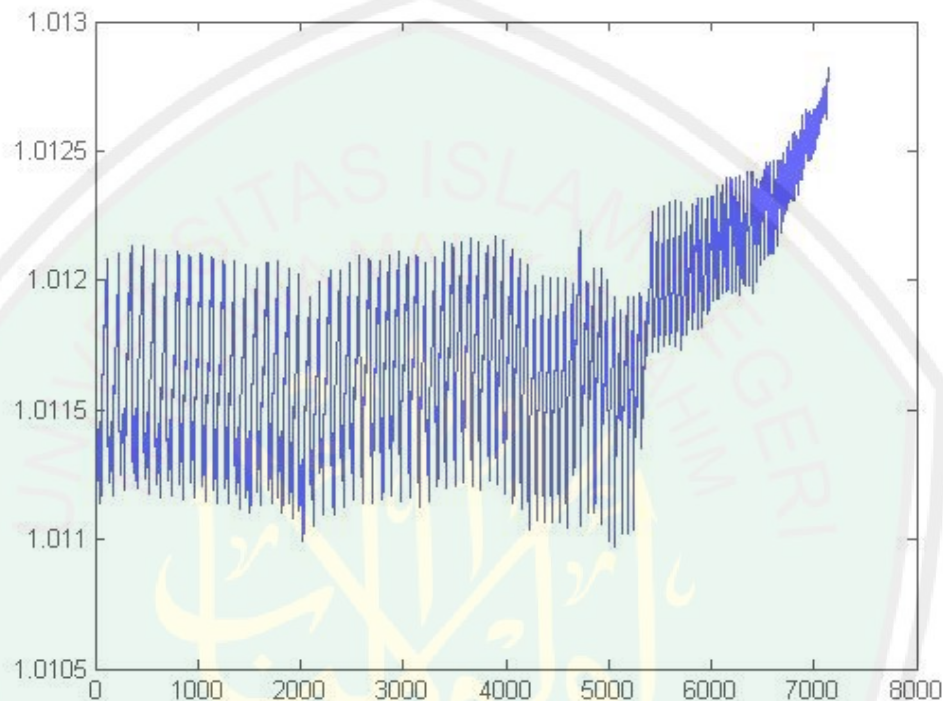
$$\Phi^{*3} = \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{03} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7,0 \times 10^{-14} \\ 3,7 \times 10^{-11} \\ 1,1 \times 10^{-11} \\ 1,1 \times 10^{-11} \\ 7,4 \times 10^{-13} \\ 1,1 \times 10^{-11} \\ -7,0 \times 10^{-14} \\ 1 \\ -1,2 \times 10^{-10} \\ 1,1 \times 10^{-11} \\ 2,5 \times 10^{-12} \\ -7,0 \times 10^{-14} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

dan didapatkan Φ^{*B} yang terakhir adalah sebagai berikut:

$$\Phi^{*B} = \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{03} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,7 \times 10^{-12} \\ 1,1 \times 10^{-11} \\ -1,2 \times 10^{-10} \\ 1 \\ -2,3 \times 10^{-12} \\ 9,6 \times 10^{-12} \\ 7,4 \times 10^{-13} \\ -2,7 \times 10^{-12} \\ 1 \\ 1 \\ 3,7 \times 10^{-11} \\ 9,6 \times 10^{-12} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

adapun untuk hasil selengkapnya dapat dilihat pada *syntax* lampiran 2.

Kemudian akan dicari nilai parameter model GSTAR(1) dengan metode *Bootstrap* yaitu dengan melakukan *resampling* pada data dengan ukuran $(n - 2)$ dari data sebenarnya, sehingga didapatkan grafik dari metode *Bootstrap* sebagai berikut:



Gambar 4.9 Grafik Estimasi Model GSTAR(1) dengan Metode *Bootstrap*

Gambar 4.9 menunjukkan hasil estimasi model GSTAR(1) menggunakan metode *Bootstrap* yang terdapat beberapa hasil estimasi dengan simulasi sebanyak 7140 replikasi.

Hasil persamaan (4.24), (4.25), (4.26) dan (4.27) akan dicari nilai rata-rata estimasi parameter yang menjadi hasil akhir dari model GSTAR(1) seperti persamaan (4.13). Berikut ini hasil rata-rata estimasi parameternya yaitu:

$$\hat{\Phi}^{*(\cdot)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b} = \begin{bmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{03} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,001795461074391 \\ 0,002657282390060 \\ 0,002082734846233 \\ 0,002513645504083 \\ 0,002010916403282 \\ 0,002154553289263 \\ 0,002441827061139 \\ 0,002010916403277 \\ 0,002585463947106 \\ 0,002082734846252 \\ 0,002872737719032 \\ 0,001364550416516 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,001795 \\ 0,002657 \\ 0,002082 \\ 0,002513 \\ 0,002010 \\ 0,002154 \\ 0,002441 \\ 0,002010 \\ 0,002585 \\ 0,002082 \\ 0,002872 \\ 0,001364 \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

Untuk tingkat akurasi estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan bias *Bootstrap* seperti persamaan (4.15). Berikut ini nilai bias *Bootstrap* didapatkan hasil yaitu:

$$\widehat{\text{bias}}_B = \begin{bmatrix} 0,001795461074391 \\ 0,002657282390060 \\ 0,002082734846233 \\ 0,002513645504083 \\ 0,002010916403282 \\ 0,002154553289263 \\ 0,002441827061139 \\ 0,002010916403277 \\ 0,002585463947106 \\ 0,002082734846252 \\ 0,002872737719032 \\ 0,001364550416516 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,000000000096535 \\ 0,999999999996000 \\ -0,000000000004141 \\ 0,000000000009013 \\ 0,0000000000031446 \\ 0,000000000000838 \\ 1,000000000001462 \\ -0,000000000002571 \\ 0,0000000000061994 \\ 0,000000000002996 \\ 0,000000000002234 \\ 0,999999999994193 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,001795 \\ -0,997342 \\ 0,002082 \\ 0,002513 \\ 0,002010 \\ 0,002154 \\ -0,997558 \\ 0,002010 \\ 0,002585 \\ 0,002082 \\ 0,002872 \\ -0,998635 \end{bmatrix}.$$

Sedangkan untuk nilai variansinya didapatkan hasil sebagai berikut:

$$\text{Var}(\hat{\Phi}^{*(\cdot)}) = \frac{1}{(B-1)} \sum_{b=1}^B \left[\left(\hat{\Phi}^{*b} - \hat{\Phi}^{*(\cdot)} \right)^2 \right] = 1,75 \times 10^{-7}.$$

Sehingga didapatkan model GSTAR(1) setelah dilakukan estimasi parameter dengan metode *Bootstrap* beserta bobot invers jarak untuk IHK Probolinggo, IHK Surabaya, dan IHK Kediri adalah sebagai berikut:

$$Z_{pbg}(t) = 0,001795Z_{pbg}(t-1) + 0,002082(0,658147)Z_{sby}(t-1) \\ + 0,002513(0,341853)Z_{kdr}(t-1) + e_{pbg}(t)$$

$$Z_{sby}(t) = 0,002010Z_{pbg}(t-1) + 0,002154(0,536797)Z_{pbg}(t-1) \\ + 0,002010(0,463203)Z_{kdr}(t-1) + e_{sby}(t)$$

$$Z_{kdr}(t) = 0,002585Z_{pbg}(t-1) + 0,002082(0,375758)Z_{pbg}(t-1) \\ + 0,002872(0,624242)Z_{sby}(t-1) + e_{kdr}(t)$$

Dengan demikian diperoleh:

$$Z_{pbg}(t) = 0,001795Z_{pbg}(t-1) + 0,001370Z_{sby}(t-1) \\ + 0,000859Z_{kdr}(t-1) + e_{pbg}(t)$$

$$Z_{sby}(t) = 0,002010Z_{pbg}(t-1) + 0,001156Z_{pbg}(t-1) \\ + 0,000931Z_{kdr}(t-1) + e_{sby}(t)$$

$$Z_{kdr}(t) = 0,002585Z_{pbg}(t-1) + 0,000782Z_{pbg}(t-1) \\ + 0,001793Z_{sby}(t-1) + e_{kdr}(t)$$

4.2.8 Pemilihan Model Terbaik (RMSE)

Penelitian ini menggunakan RMSE untuk memilih dan menentukan model yang terbaik berdasarkan nilai *error*. Hasil perhitungan RMSE dapat dilihat pada tabel di bawah ini yaitu

Tabel 4.5 Nilai RMSE Tiap Model GSTAR

Model	Nilai RMSE
$Z_1(t)$	0,521139
$Z_2(t)$	2,266407
$Z_3(t)$	0,654749

Tabel 4.5 menunjukkan bahwa tingkat ramalan model GSTAR untuk tiga lokasi dengan nilai RMSE yang paling kecil yaitu 0,521139 berada pada model

GSTAR lokasi Probolinggo. Hal ini menandakan bahwa model terbaik terdapat pada lokasi Probolinggo yaitu model GSTAR(1) lokasi Probolinggo ($Z_1(t)$).

4.2.9 Forecasting

Langkah terakhir dalam analisis *time series* yaitu menentukan peramalan (*forecasting*) untuk periode selanjutnya. Dalam hal ini akan diramalkan Indeks Harga Konsumen pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2019-2020. Berikut ini hasil *forecasting* pada Indeks Harga Konsumen (IHK) untuk tiga lokasi dari Bulan Januari 2019 hingga Desember 2020. Hasil *forecasting* tersebut akan dibandingkan dengan data asli Indeks Harga Konsumen pada periode sebelumnya yaitu:

Tabel 4.6 Data Asli IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri (Ribu Rupiah) 2018

Bulan	IHK Probolinggo	IHK Surabaya	IHK Kediri
Januari 2018	127,37	132,09	126,95
Februari 2018	127,76	132,27	127,28
Maret 2018	127,59	132,35	127,41
April 2018	127,86	132,61	127,59
Mei 2018	127,98	132,83	127,37
Juni 2018	128,92	133,33	127,92
Juli 2018	129,00	133,37	128,04
Agustus 2018	128,55	133,68	127,91
September 2018	128,14	133,88	128,17
Oktober 2018	128,39	134,08	128,38
November 2018	128,84	134,36	128,89
Desember 2018	129,77	135,24	129,27

Tabel 4.6 merupakan data asli dari Indeks Harga Konsumen tahun 2018, dimana data tersebut akan dibandingkan dengan hasil *forecasting* data Indeks Harga Konsumen untuk tahun 2019-2020. Berikut ini hasil *forecasting* Indeks

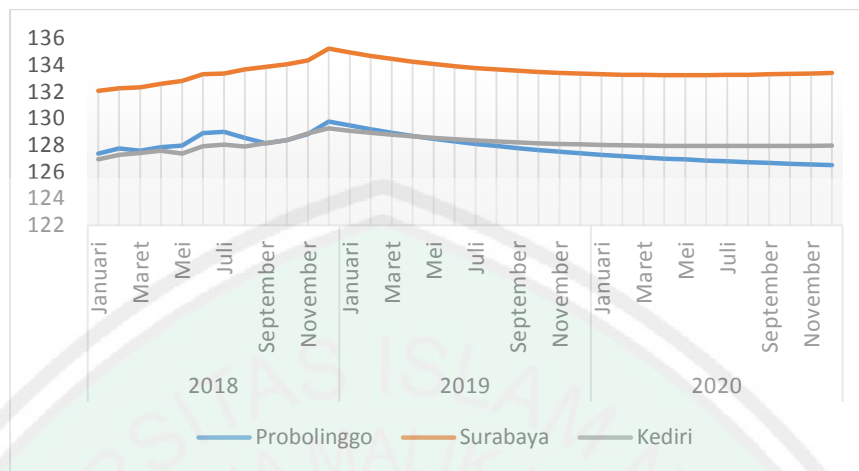
Harga Konsumen tahun 2019-2020 pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri:

Tabel 4.7 Hasil *Forecasting* Data IHK Probolinggo, Surabaya, dan Kediri (Ribuan Rupiah)

Bulan	IHK Probolinggo	IHK Surabaya	IHK Kediri
Januari 2019	129,48	134,95	129,09
Februari 2019	129,19	134,69	128,93
Maret 2019	128,93	134,47	128,79
April 2019	128,69	134,27	128,66
Mei 2019	128,48	134,09	128,55
Juni 2019	128,29	133,93	128,45
Juli 2019	128,10	133,79	128,36
Agustus 2019	127,94	133,68	128,28
September 2019	127,78	133,58	128,21
Oktober 2019	127,64	133,49	128,15
November 2019	127,51	133,43	128,10
Desember 2019	127,39	133,37	128,06
Januari 2020	127,28	133,33	128,03
Februari 2020	127,18	133,29	127,99
Maret 2020	127,09	133,28	127,98
April 2020	127,00	133,26	127,96
Mei 2020	126,93	133,26	127,95
Juni 2020	126,85	133,26	127,94
Juli 2020	126,79	133,27	127,94
Agustus 2020	126,72	133,29	127,94
September 2020	126,67	133,32	127,94
Oktober 2020	126,61	133,35	127,95
November 2020	126,56	133,38	127,96
Desember 2020	126,52	133,42	127,98

Tabel 4.7 menunjukkan hasil *forecasting* untuk data Indeks Harga Konsumen (IHK) bulan Januari 2019 – Desember 2020 yang mengalami deflasi baik pada lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri. Deflasi tersebut terjadi karena terjadinya penurunan harga-harga di kelompok bahan makanan seperti daging, ayam ras, bawang merah dan telur ayam ras. Indeks Harga Konsumen pada tahun 2019-2020 tidak jauh berbeda dari data asli periode sebelumnya.

Berikut ini grafik perbandingan antara hasil forecasting tahun 2019-2020 dengan data asli Indeks Harga Konsumen tahun 2018 yaitu:



Gambar 4.10 Grafik Perbandingan Hasil *Forecasting* dengan Data Asli Periode Sebelumnya

Gambar 4.10 menunjukkan perbandingan data asli tahun 2018 dengan hasil peramalan tahun 2019-2020 yang terlihat mengalami penurunan pada ketiga lokasi yaitu IHK Probolinggo, IHK Surabaya, dan IHK Kediri. Meskipun demikian, IHK Surabaya masih tergolong tinggi karena Surabaya merupakan Kota yang maju di Provinsi Jawa Timur dan mengalami pertumbuhan ekonomi yang sangat pesat.

4.3 Kajian Keagamaan tentang Metode *Bootstrap*

Metode *Bootstrap* merupakan metode *resampling* yang digunakan secara statistik untuk mengestimasi parameter populasi berdasarkan *sampling* data dengan pengembalian sampel. Metode ini menggunakan data amatan secara berulang-ulang dalam analisis simulasi dengan bantuan komputer untuk menarik kesimpulan. Ukuran *resampling* pada metode *Bootstrap* dapat dilakukan hingga ribuan kali tanpa memperbesar tenaga, biaya, dan waktu. Dari penjelasan tersebut

metode *Bootstrap* dapat dikaitkan dengan istiqomah. Istiqomah merupakan perbuatan yang melaksanakan Ibadah dan ketaataan kepada Allah secara terus menerus tanpa terputus. Ayat alquran yang berkaitan dengan istiqomah salah satunya adalah QS. Al-Ahqaf ayat 13-14 yang artinya:

“Sesungguhnya orang-orang yang mengatakan : ‘Tuhan Kami ialah Allah’, kemudian mereka tetap istiqomah. Maka tidak ada kekhawatiran terhadap mereka dan mereka tiada (pula) berduka cita (13). Mereka itulah penghuni-penghuni surga, mereka kekal di dalamnya: sebagai balasan atas apa yang telah mereka kerjakan (14).”

Ibnu Katsir menafsirkan bahwa istiqomah adalah sikap teguh pendirian dalam tauhid dan tetap beramal sholeh. Mereka yang mengakui Tuhan mereka, menaati-Nya, menyaksikan keesaan-Nya, dan tidak melanggar perintah maupun larangan Allah. Apabila kita sebagai makhluk Allah melakukan hal yang baik secara berulang-ulang akan mendapatkan hasil sebagai balasan dari perbuatan kita. Amal-amal perbuatan yang mereka kerjakan akan memperoleh rahmat dari Allah SWT. Balasan yang diberikan Allah terhadap orang-orang yang mengesakan Allah dan beristiqomah dalam melakukan kebaikan akan masuk surga dan kekal di dalamnya.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan metode *Bootstrap* didapatkan hasil

$$\hat{\Phi}^{*(\cdot)} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Phi}^{*b},$$

dimana $\hat{\Phi}^{*b} = \left(V^{*bT} V^{*b} \right)^{-1} \left(V^{*bT} Y^{*b} \right)$, untuk $b = 1, 2, \dots, B$.

2. Implementasi metode *Bootstrap* dengan bobot invers jarak pada model GSTAR untuk peramalan data Indeks Harga Konsumen (IHK) lokasi Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018 didapatkan model persamaan sebagai berikut

$$Z_{pbg}(t) = 0,001795Z_{pbg}(t-1) + 0,001370Z_{sby}(t-1) + 0,000859Z_{kdr}(t-1) + e_{pbg}(t)$$

$$Z_{sby}(t) = 0,002010Z_{pbg}(t-1) + 0,001156Z_{pbg}(t-1) + 0,000931Z_{kdr}(t-1) + e_{sby}(t)$$

$$Z_{kdr}(t) = 0,002585Z_{pbg}(t-1) + 0,000782Z_{pbg}(t-1) + 0,001793Z_{sby}(t-1) + e_{kdr}(t)$$

3. Model GSTAR terbaik menggunakan metode *Bootstrap* terdapat pada lokasi Probolinggo dengan nilai RMSE terkecil yaitu 0,521139.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian di atas, maka saran untuk penelitian selanjutnya adalah menganalisis model GSTAR dengan metode dan data yang berbeda.



DAFTAR RUJUKAN

- Abdussakir. (2014). *Matematika dalam Al-Qur'an*. Malang: UIN-Maliki Press.
- Adiningsih, S. (2009). *Statistik Edisi Pertama*. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.
- Anggraeni, D. (2013). Aplikasi Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Pemodelan Volume Kendaraan Masuk Tol Semarang. *Media Statistika*, Vol. 6, No. 2, Hal. 71-80.
- Anggraeni, W., & Febrian, D. (2011). An Experimental Study on Bank Forecasting Using Regression Dynamic Linier Model. *Jurnal Creative Communication and Innovative Technology (CCIT)*, Vol. 2, No. 1, Hal. 1978-8282.
- Anip, D. S. (2015). Keajaiban Hujan dalam Perspektif Sains dan Islam. *Fakultas Agama Islam Universitas Muhammadiyah Ponogoro*, Volume VI, No. 1.
- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Method and Models*. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Apralis, C. (2010). *Perbandingan Model Fungsi Transfer dan ARIMA Studi Kasus Model antara Curah Hujan dan Kelembapan Udara*. Jakarta: Program Studi Matematika FST UIN Syarif Hidayatullah.
- Arismunandar. (1988). *Teknik Tenaga Listrik*. Jakarta: Pradnya Paramita.
- Astari, M. N., Suciptawati, P. N., & Sukarsa, G. I. (2014). Penerapan Metode Bootstrap Residual dalam Mengatasi Bias pada Penduga Parameter Analisis Regresi. *E-Jurnal Matematika*, Vol. 3(4), Hal. 130-137.
- Aziz, A. (2010). *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-Maliki Press.
- Borovkova, S. H., & Nurani, B. (2002). Generalized STAR Model with Experimental Weight. *Proceeding of the 17 th International Workshop on Statistical Modelling*, 139-147.
- Borovkova, S., Lopuhaa, H. P., & Nurani, B. (2008). Consistency and Asymptotic Normality of Least Square Estimators in Generalized STAR Models. *Faculty of EEMCS Netherlands*.
- Box, G. E., & Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Fransisco: Holden-Day Inc.
- BPS. (2009). *Pedoman Survei Statistik Harga Konsumen*. Jakarta: Direktorat Statistik harga.
- Cromwell, B. J. (1994). *Multivariate Test for Time Series Models*. United State of America: Sage Publication.

- Dardiri, A. (2018). *Indeks Harga Konsumen 8 Kota di Provinsi Jawa Timur*. Jawa Timur: BPS Provinsi Jawa Timur.
- Drapper, N. R., & Smith, H. (1998). *Applied Regression Analysis, Third Edition*. New York: John Wiley.
- Durorin, K. (2019). *Implementasi Parameter Model Vector Autoregressive dengan Metode Bootstrap*. Malang.
- Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. New York and London: Chapman and Hall.
- Fotheringham, A. S., Brundson, C., & Charlton, M. (2000). *Quantitative Geography*. London: Sage Publication Ltd.
- Gilgen, H. (2006). *Univariate Statistics in Geosciences*. Netherland: Springer.
- Gusnadi, R. R. (2015). Pemodelan Generalized Space-Time Autoregressive (GS-TAR) Seasonal pada Data Jumlah Wisatawan Mancanegara Empat Kabupaten/Kota di Jawa Tengah. *Jurnal Gaussian*, Vol. 04, Hal. 1017-1026.
- Irawan, N., & Astuti, P. S. (2006). *Mengolah Data Statistik dengan Mudah menggunakan Minitab 14*. Yogyakarta: Penerbit Andi.
- Irawati, L., & Tarno, Y. H. (2015). Peramalan Indeks Harga Konsumen 4 Kota di Jawa Tengah menggunakan Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR). *Jurnal Gaussian*, Volume 4, Nomor 3, Halaman 553-562.
- Karlina, H. D., Cahyandari, R., & Awalluddin, A. S. (2014). Aplikasi Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Data Jumlah TKI Jawa Barat dengan Pemilihan Lokasi Berdasarkan Kluster DBSCAN. *Jurnal Matematika Integratif*, Hal. 37-48.
- Lee, J., & Wong, S. W. (2001). *Statistical Analysis with Arcview GIS*. United Stated of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Lembo, A. J. (2006). *Spatial Autocorrelation*. New York: Cornell University.
- Lin, K., Long, Z., & Mei, W. (2007). Bootstrap Test Statistics for Spatial Econometric Models. *Journal of Econometrics*.
- Listiana. (2018). *Kota Kediri dalam Angka*. Kediri: BPS Kota Kediri.
- Luketpohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. New York: Springer Berlin Heidelberg.
- Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & McGEE, V. E. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1 Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.

- Mansoer, A. S., Tarno, & Wilandari, Y. (2016). Pemodelan Seasonal Generalized Space Time Autoregressive (SGSTAR) (Studi Kasus: Produksi Padi di Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobongan). *Jurnal Gaussian*, Vol. 5, No. 4, Hal. 593-602.
- Mansyur, A. (2011). Estimator Parameter Model Regresi Linier dengan Metode Bootstrap. *Bulletin of Mathematics*, Vol. 03, No. 02, PP. 199-202.
- Melani, D., & Handayani, F. (2017). *Kota Probolinggo dalam Angka*. Probolinggo: BPS Kota Probolinggo.
- Mesi, O., Ferra, Y., & Maiyastri. (2015). Analisis Estimasi Parameter Regresi Kuantil dengan Metode Bootstrap. *Jurnal Matematika UNAND*, Vol. 5, No. 1, Hal. 125-130.
- Monchuk, D. C., Hayes, D. J., Miranowski, J. A., & Lambert, D. M. (2010). *Inference Based on Alternative Bootstrapping Methods in Spatial Models with an Application to Country Income Growth in the United States*. Iowa State University: Center for Agricultural and Rural Development.
- Pandit, S. M., & Wu, S. M. (2001). Time Series and System Analysis with Applications. *Krieger Pub Co*.
- Pfeifer, & Deutch. (1980). A Three Stage Iterative Procedure for Space Time Modelling. *Technometrics*, Hal. 35-47.
- Rahmadani. (2011). *Kajian Model regresi Diri Ruang-Waktu Terampat (Kasus: Data Hotspot Kebakaran Hutan di Riau)*. Bogor: Program Pascasarjana, IPB.
- Ramachandran, K. M., & Tsokos, C. P. (2009). *Mathematical Statistics with Applications*. California: Academic Press Elsevier .
- Riduwan, & Sunarto. (2007). *Pengantar Statistika*. Bandung: Alfabeta.
- Rosadi, D. (2010). *Analisa Ekonometrika dan Runtun Waktu Terapan dengan R*. Yogyakarta: ANDI.
- Rosarini, A. A. (2012). *Estimasi Kringing dengan Metode Bootstrap*. Malang: Central Library of Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang.
- Sahinler, S., & Topuz, D. (2007). Bootstrap and Jackknife Resampling Algorithm for Estimation of Regression Parameters. *Journal of Applied Quantitative Methods*, Vol. 2, Hal. 188-199.
- Shofiyah, M. A. (2009). *Peramalan Data Produksi Gas di Joint Operating Body Pertamina dengan Model GSTAR dan ARIMA*. East Java: Petrochina (JOB P-PEJ).

- Subanar, & Suhartono. (2009). *Wavelet Neural Networks untuk Peramalan Data Time Series Finansial*. Yogyakarta: FMIPA UGM.
- Suhartono, & Atok, R. M. (2006). Pemilihan Bobot Lokasi yang Optimal pada Model GSTAR. *Presented at National Mathematics Conference XIII*. Semarang: Universitas Negeri Malang.
- Supangat, A. (2007). *Statistika dalam kajian Deskriptif, Inferensia, dan Nonparametrik*. Bandung: Prenada Media.
- Suryani, & Sari, D. R. (2018). Estimasi Parameter Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) menggunakan Metode Generalized Least Square (GLS). *Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UMS*, ISSN: 2502-6526.
- Susanti, D., & Susiswo. (2013). *Aplikasi Model GSTAR pada Peramalan Jumlah Kunjungan Wisata Empat Lokasi Wisata di Batu*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Triatmodjo, B. (2008). *Hidrologi Terapan*. Yogyakarta: Beta Offset.
- Wei, W. W. (2006). *Time Series Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Widarjono, A. (2007). *Ekonometrika Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis. Edisi Kedua*. Yogyakarta: Ekonisia.
- Wuryandari, T., Hoyyi, A., Kusumawardani, D. S., & Rahmawati, D. (2014). *Identifikasi Autokorelasi Spasial pada Jumlah Pengangguran di Jawa Tengah menggunakan Indeks Moran's*. Jawa Tengah: Media Statistika.
- Wutsqa, D. U., Suhartono, & Sutijo, B. (2010). Generalized Space Time Autoregressive Modelling. *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Application*, Hal. 752-761.
- Yitnosumarto, S. (1990). *Dasar-Dasar Statistika dengan Penerapan Terapan dalam Bidang Agrokomples, Teknologi dan Sosial*. Jakarta: Rajawali Pers.

LAMPIRAN

Lampiran 1. Data Indeks Harga Konsumen (IHK) Lokasi Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri bulan Januari 2009- Desember 2018

Tahun	Bulan	Kota		
		Probolinggo	Surabaya	Kediri
2009	Januari	115,99	111,12	112,34
	Februari	116,62	112,19	112,69
	Maret	116,5	112,5	113,22
	April	115,92	112,01	112,67
	Mei	116,04	111,79	112,73
	Juni	116,58	112,04	113,24
	Juli	116,68	112,32	113,73
	Agustus	117,51	112,9	114,18
	September	118,72	114,25	115,55
	Oktober	119,13	114,43	115,67
	November	119,36	114,49	115,52
	Desember	119,91	115,09	116,25
2010	Januari	120,76	115,67	117,15
	Februari	121,32	115,96	117,82
	Maret	120,77	115,82	116,98
	April	120,8	115,99	117,28
	Mei	121,78	116,43	117,77
	Juni	122,97	117,31	119,26
	Juli	126,59	119,64	120,65
	Agustus	127,13	121,11	121,08
	September	127,23	121,92	121,92
	Oktober	127,25	121,95	121,96
	November	127,33	122,49	122,76
	Desember	127,92	123,53	124,15

2011	Januari	129,13	124,49	124,51
	Februari	129,54	124,86	124,38
	Maret	129,45	125,07	123,96
	April	129,02	124,79	123,58
	Mei	129,39	124,88	123,61
	Juni	129,83	125,49	124,61
	Juli	131,03	126,17	125,74
	Agustus	131,98	127,53	126,66
	September	131,94	128,29	127,34
	Oktober	131,65	127,89	127,36
	November	132,22	128,6	127,79
	Desember	132,75	129,36	128,65
2012	Januari	133,44	129,86	129
	Februari	134,05	130,19	129,28
	Maret	133,58	130,31	129,33
	April	133,98	130,47	129,4
	Mei	134,7	130,69	129,97
	Juni	135,89	131,38	130,89
	Juli	137,01	132,19	131,78
	Agustus	139,77	133,86	134,06
	September	139,28	133,81	134,03
	Oktober	139,55	134	134,05
	November	139,88	134,34	134,12
	Desember	140,56	135,04	134,61
2013	Januari	142	136,24	136,03
	Februari	141,15	138,16	138,37
	Maret	144,54	138,95	138
	April	143,36	138,44	137,88
	Mei	143,26	138,34	137,6
	Juni	144,59	139,1	138,82
	Juli	149,11	142,81	143,35
	Agustus	151,21	144,22	144,87
	September	150,45	144,19	144,47
	Oktober	150,23	143,96	144,32
	November	150,41	144,32	144,92
	Desember	151,77	145,19	145,44

2014	Januari	112,23	110,47	112,09
	Februari	112,25	110,72	112,15
	Maret	112,43	110,97	112,17
	April	112,27	111,16	111,91
	Mei	112,41	111,35	111,93
	Juni	112,94	111,76	112,51
	Juli	114,06	112,23	113,33
	Agustus	114,14	112,79	113,40
	September	114,19	113,25	113,79
	Oktober	114,72	113,80	114,15
	November	116,22	115,24	116,04
	Desember	118,72	117,81	118,96
2015	Januari	118,48	118,29	118,73
	Februari	117,98	117,79	117,75
	Maret	118,00	118,21	118,08
	April	118,43	118,69	118,45
	Mei	118,98	119,15	118,70
	Juni	119,50	119,79	119,01
	Juli	120,34	120,25	119,63
	Agustus	120,36	120,83	119,65
	September	120,64	121,14	119,96
	Oktober	120,67	120,73	119,91
	November	120,73	120,71	120,04
	Desember	121,23	121,85	120,99
2016	Januari	121,74	122,74	121,56
	Februari	121,64	122,60	121,16
	Maret	121,54	122,67	121,27
	April	121,34	122,49	120,73
	Mei	121,52	122,65	120,87
	Juni	121,95	123,50	121,06
	Juli	122,72	124,53	122,01
	Agustus	122,48	124,65	121,32
	September	122,31	124,88	121,58
	Oktober	122,05	124,75	121,48
	November	122,62	125,07	122,12
	Desember	123,08	125,77	122,56

2017	Januari	124,5	127,98	123,71
	Februari	124,66	127,26	124,57
	Maret	124,3	128,1	124,41
	April	124,85	128,4	124,88
	Mei	125,31	128,9	125,51
	Juni	126,19	129,57	126,06
	Juli	126,1	129,76	125,92
	Agustus	125,86	129,51	125,7
	September	126	129,85	126,09
	Oktober	125,79	129,92	125,94
	November	126,13	130,16	126,23
	Desember	127	131,26	126,77
2018	Januari	127,37	132,09	126,95
	Februari	127,76	132,27	127,28
	Maret	127,59	132,35	127,41
	April	127,86	132,61	127,59
	Mei	127,98	132,83	127,37
	Juni	128,92	133,33	127,92
	Juli	129	133,37	128,04
	Agustus	128,55	133,68	127,91
	September	128,14	133,88	128,17
	Oktober	128,39	134,08	128,38
	November	128,84	134,36	128,89
	Desember	129,77	135,24	129,27

Lampiran 2. *Syntax* Estimasi Parameter Model GSTAR menggunakan Metode *Bootstrap* dengan *Software* Matlab 7.10.0 (R2010a)

```
%Input Data
clc, clear
Yts=xlsread('D:\SEMESTER 8\BISMILLAH SKRIPSI SUKSES\BISMILLAH
SKRIPSI\Data Pengujian\Indeks Harga Konsumen\IHK 2009-2018
FIXX.xls');
Ytss=Yts(:,1:3);
n=length(Ytss(:,1));
Yt=Ytss';

display(Yt)
%Menyusun W3 dan V3:
W3=[ones(n,1),Ytss];
I3=eye(3);

for j=1:n
    for i=1:4
        V3(j,i)=W3(j,i);
        V3(j+n,i+4)=W3(j,i);
        V3(j+2*n,i+8)=W3(j,i);
    end
end
display(V3)

%Menyusun y3:
y3=[Ytss(:,1);Ytss(:,2);Ytss(:,3)];
display(y3)

%Menyusun Phi3(Phi3 Topi) secara OLS
Phi3=(V3'*V3)\V3'*y3;

format long
display(Phi3)
Phii3=[Phi3(1:4),Phi3(5:8),Phi3(9:12)];
display(Phii3)

%Error
e3=y3-V3*Phi3;
display(e3);

%Estimasi model GSTAR dengan metode Bootstrap
for ind=1:n-2 %B kali
end
    display(ind) %Iterasi ke...

%Langkah b
%-----//
[bootstat1, e3_bootsam]=bootstrp(n-2, @mean, e3);
s_e3=size(e3);
s_e3_bo=size(e3_bootsam);
```

```

for k=1:s_e3_bo(2)
    for j=1:s_e3_bo(1)
        e3_bootsampresult(j,k)=e3(e3_bootsam(j,k));
    end
end
e3_bootsampresultend=e3_bootsampresult(:,end);
e3_boot=e3_bootsampresultend;
display(e3_boot);

%Langkah c
%-----//
%Phi3:
Phi3=inv(V3'*V3)*V3'*y3;
[bootstat2, Phi3_bootsam]=bootstrp(n-2, @mean, Phi3);
s_Phi3=size(Phi3);
s_Phi3_bo=size(Phi3_bootsam);

for k=1:s_Phi3_bo(2)
    for j=1:s_Phi3_bo(1)
        Phi3_bootsampresult(j,k)=Phi3(Phi3_bootsam(j,k));
    end
end
Phi3_bootsampresultend=Phi3_bootsampresult(:,end);
Phi3_boot1=Phi3_bootsampresultend;
display(Phi3_boot1);

y3_bootsampresult=V3*Phi3_bootsampresultend+e3_bootsampresultend;
y3_b(:,ind)=y3_bootsampresult;
y3_boot=y3_b(:,ind);
display(y3_boot)

%Langkah d
%-----//
Phi3_bb(:,ind)=inv(V3'*V3)*V3'*y3_bootsampresult;
Phi3_boot2=Phi3_bb(:,ind);
display(Phi3_boot2);

%Pengamanan Variabel
%.....//
e3_b(:, :, ind)=e3_bootsampresult;
Phi3_b(:, :, ind)=Phi3_bootsampresult;
%.....//

%Displaying
%-----//
sPhi3_b=size(Phi3_b);

display('Hasil Rata-rata Phi3_b:')
for l=1:sPhi3_b(1)
    Phi3_bmean(l,1)=mean(Phi3_b(l, :));
end

display(Phi3_bmean)

%Substitusi Nilai Phi3_bmean ke Model:
%-----//
disp('Ini disubstitusi ke Model')

```



```
Phi3_bmean=[Phi3_bmean(1:4),Phi3_bmean(5:8), Phi3_bmean(9:12)];  
display(Phi3_bmean)
```

```
display('Hasil Variansi Phi3_b:')
```

```
Phi3_bvar=(std(Phi3_bmean))^2;
```

```
display(Phi3_bvar)
```

```
for j=1:3  
    for k=1:120  
        Y3(k,j)=Y3(k+120*(j-1));  
    end  
end  
display(Y3)
```

```
for j=1:120  
    for k=1:4  
        if k==1  
            W3(j,k)=1;  
        else  
            W3(j,k)=Y3(j,k-1);  
        end  
    end  
end  
display(W3)
```

Lampiran 3. Syntax Program dengan Software SAS

```
*Reading Data;
proc import datafile="D:\SEMESTER 8\BISMILLAH SKRIPSI SUKSES\BISMILLAH
SKRIPSI\Data Pengujian\Indeks Harga Konsumen\IHK 2009-2018FIXX.xls";
out=IHK dbms=xls replace;
run;

*Printing Data;
proc print data=IHK;
run;

*Statistik Deskriptif;
proc means data=IHK;
run;

*Correlation Pearson;
proc corr data=IHK;
var Probolinggo Surabaya Kediri;
run;

*State Space Model;
proc statespace data=IHK out=out lead=10;
var Probolinggo Surabaya Kediri;
run;

*Differencing 1;
proc statespace data=IHK out=out lead=10;
var Probolinggo(1) Surabaya(1) Kediri(1);
run;

*Forecasting;
proc forecast data=IHK interval=month lead=24 out=IHK;
run;

proc print data=IHK;
run;
```

Lampiran 4. Data *Differencing* Indeks Harga Konsumen (IHK) Lokasi Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Bulan Januari 2009-Desember 2018

DiffProbolinggo	DiffSurabaya	DiffKediri
0,63	1,07	0,35
-0,12	0,31	0,53
-0,58	-0,49	-0,55
0,12	-0,22	0,06
0,54	0,25	0,51
0,1	0,28	0,49
0,83	0,58	0,45
1,21	1,35	1,37
0,41	0,18	0,12
0,23	0,06	-0,15
0,55	0,6	0,73
0,85	0,58	0,9
0,56	0,29	0,67
-0,55	-0,14	-0,84
0,03	0,17	0,3
0,98	0,44	0,49
1,19	0,88	1,49
3,62	2,33	1,39
0,54	1,47	0,43
0,1	0,81	0,84
0,02	0,03	0,04
0,08	0,54	0,8
0,59	1,04	1,39
1,21	0,96	0,36
0,41	0,37	-0,13
-0,09	0,21	-0,42
-0,43	-0,28	-0,38
0,37	0,09	0,03
0,44	0,61	1
1,2	0,68	1,13
0,95	1,36	0,92
-0,04	0,76	0,68
-0,29	-0,4	0,02
0,57	0,71	0,43
0,53	0,76	0,86
0,69	0,5	0,35
0,61	0,33	0,28

-0,47	0,12	0,05
0,4	0,16	0,07
0,72	0,22	0,57
1,19	0,69	0,92
1,12	0,81	0,89
2,76	1,67	2,28
-0,49	-0,05	-0,03
0,27	0,19	0,02
0,33	0,34	0,07
0,68	0,7	0,49
1,44	1,2	1,42
-0,85	1,92	2,34
3,39	0,79	-0,37
-1,18	-0,51	-0,12
-0,1	-0,1	-0,28
1,33	0,76	1,22
4,52	3,71	4,53
2,1	1,41	1,52
-0,76	-0,03	-0,4
-0,22	-0,23	-0,15
0,18	0,36	0,6
1,36	0,87	0,52
-39,54	-34,72	-33,35
0,02	0,25	0,06
0,18	0,25	0,02
-0,16	0,19	-0,26
0,14	0,19	0,02
0,53	0,41	0,58
1,12	0,47	0,82
0,08	0,56	0,07
0,05	0,46	0,39
0,53	0,55	0,36
1,5	1,44	1,89
2,5	2,57	2,92
-0,24	0,48	-0,23
-0,5	-0,5	-0,98
0,02	0,42	0,33
0,43	0,48	0,37
0,55	0,46	0,25
0,52	0,64	0,31
0,84	0,46	0,62
0,02	0,58	0,02
0,28	0,31	0,31

0,03	-0,41	-0,05
0,06	-0,02	0,13
0,5	1,14	0,95
0,51	0,89	0,57
-0,1	-0,14	-0,4
-0,1	0,07	0,11
-0,2	-0,18	-0,54
0,18	0,16	0,14
0,43	0,85	0,19
0,77	1,03	0,95
-0,24	0,12	-0,69
-0,17	0,23	0,26
-0,26	-0,13	-0,1
0,57	0,32	0,64
0,46	0,7	0,44
1,42	2,21	1,15
0,16	-0,72	0,86
-0,36	0,84	-0,16
0,55	0,3	0,47
0,46	0,5	0,63
0,88	0,67	0,55
-0,09	0,19	-0,14
-0,24	-0,25	-0,22
0,14	0,34	0,39
-0,21	0,07	-0,15
0,34	0,24	0,29
0,87	1,1	0,54
0,37	0,83	0,18
0,39	0,18	0,33
-0,17	0,08	0,13
0,27	0,26	0,18
0,12	0,22	-0,22
0,94	0,5	0,55
0,08	0,04	0,12
-0,45	0,31	-0,13
-0,41	0,2	0,26
0,25	0,2	0,21
0,45	0,28	0,51
0,93	0,88	0,38

Lampiran 5. Hasil uji ADF Data Indeks Harga Konsumen (IHK) Lokasi Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018

1. Uji ADF sebelum *Differencing*

a. Probolinggo

Null Hypothesis: PROBOLINGGO has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.312827	0.4235
Test critical values:	1% level	-4.036983
	5% level	-3.448021
	10% level	-3.149135
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

b. Surabaya

Null Hypothesis: SURABAYA has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.237747	0.4642
Test critical values:	1% level	-4.036983
	5% level	-3.448021
	10% level	-3.149135
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

c. Kediri

Null Hypothesis: KEDIRI has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.309927	0.4250
Test critical values:	1% level	-4.036983
	5% level	-3.448021
	10% level	-3.149135
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

2. Uji ADF setelah *Differencing* 1

a. Probolinggo

Null Hypothesis: D(PROBOLINGGO) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.87392	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.037668
	5% level	-3.448348
	10% level	-3.149326
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

b. Surabaya

Null Hypothesis: D(SURABAYA) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.74819	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.037668
	5% level	-3.448348
	10% level	-3.149326
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

c. Kediri

Null Hypothesis: D(KEDIRI) has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-10.58758	0.0000
Test critical values:	1% level	-4.037668
	5% level	-3.448348
	10% level	-3.149326
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Lampiran 6. Hasil *software SAS*1. *Correlation Pearson*

The CORR Procedure

3 Variables: Probolinggo Surabaya Kediri

Simple Statistics

Variable	N	Mean	Std Dev	Sum	Minimum	Maximum	Label
Probolinggo	120	126.55233	9.50573	15186	112.23000	151.77000	Probolinggo
Surabaya	120	125.05392	8.98517	15006	110.47000	145.19000	Surabaya
Kediri	120	124.01142	8.18428	14881	111.91000	145.44000	Kediri

Pearson Correlation Coefficients, N = 120
Prob > |r| under H0: Rho=0

	Probolinggo	Surabaya	Kediri
Probolinggo	1.00000	0.91643 <.0001	0.97672 <.0001
Surabaya	0.91643 <.0001	1.00000	0.97395 <.0001
Kediri	0.97672 <.0001	0.97395 <.0001	1.00000

2. AIC, MACF, dan MPACF sebelum *Differencing*

The STATESPACE Procedure

Information Criterion for Autoregressive Models

Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8	Lag=9	Lag=10
759.9882	101.5719	105.1001	121.3209	137.8235	151.0919	165.9129	177.5037	193.0857	205.7928	220.3114

Schematic Representation of Correlations

Name/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probolinggo	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++
Surabaya	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++
Kediri	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++	+++

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations

Name/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probolinggo	+. .	..-	...	...	...	...	...	...	...	...
Surabaya	+. .	..-	...	...	...	...	...	...	...	...
Kediri	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

3. AIC, MACF, dan MPACF setelah *Differencing* Pertama

The STATESPACE Procedure

Information Criterion for Autoregressive Models

Lag=0	Lag=1	Lag=2	Lag=3	Lag=4	Lag=5	Lag=6	Lag=7	Lag=8	Lag=9	Lag=10
-81.5816	-90.9242	-77.1005	-62.1902	-51.6606	-37.7895	-35.6159	-27.7896	-16.5046	-5.54466	-36.7337

Schematic Representation of Correlations

Name/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probolinggo	+++	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Surabaya	+++	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Kediri	+++	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations

Name/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Probolinggo	...	...	...	...	...	..+	...	...	...	..+
Surabaya	...	...	...	...	...	..+	...	...	...	..+
Kediri	...	...	...	...	...	...	...	...	...	..+

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

RIWAYAT HIDUP



Noffrida Rianis Sani, lahir di Lamongan pada tanggal 30 November 1996, Biasa dipanggil Sani. Tinggal di kos Jalan Gajayana No. 38 Kec. Lowokwaru Kota Malang. Anak kedua dari Bapak M. Yusuf dan Ibu Niswati.

Pendidikan dini ditempuh di TK Muslimat NU Sukolilo Sukodadi Lamongan dan lulus pada tahun 2003. Setelah itu, dia melanjutkan pendidikan dasarnya di MI Ma'arif NU Sukolilo Sukodadi Lamongan dan lulus pada tahun 2009. Kemudian, dia melanjutkan sekolah di MTS Nusantara Sukolilo Sukodadi Lamongan dan lulus tahun 2012. Selama menempuh pendidikan tingkat dasarnya (MI) dan pendidikan menengah pertama (MTS), dia selalu meraih prestasi mulai dari peringkat satu sampai tiga. Pendidikan selanjutnya ditempuh di MAN Lamongan, yang sekarang sudah berubah menjadi MAN 1 Lamongan dan lulus pada tahun 2015. Selanjutnya pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Jurusan Matematika Murni.

Selama menjadi mahasiswa telah mengikuti beberapa kompetisi, diantaranya Peningkatan Kompetisi Riset Mahasiswa (PKRM) pada tahun 2018, *International Conference on Green Technology* (ICGT) pada tahun 2019, dan *The 1st International Conference and Engineering, Technology, and Social Science* (ICONETOS) pada tahun 2019. Selain itu, disela-sela kesibukannya menjadi mahasiswa, dia juga aktif dalam bidang akademik sebagai assistant dosen, dia juga pernah menjadi panitia KOMET (Kompetisi Matematika) dan panitia pelatihan BI (*Business Intelligence*) di Jurusan Matematika.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Noffrida Rianis Sani
NIM : 15610039
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) menggunakan Metode *Bootstrap*

Pembimbing I : Dr. Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	8 April 2019	Konsultasi Bab I dan II	1.
2.	11 April 2019	Konsultasi Kajian Keagamaan	2.
3.	18 April 2019	Revisi Kajian Keagamaan	3.
4.	09 Mei 2019	ACC Kajian Keagamaan	4.
5.	26 Mei 2019	ACC Bab I dan II	5.
6.	27 Mei 2019	Konsultasi Bab III	6.
7.	03 Juni 2019	Konsultasi Bab IV	7.
8.	10 Juni 2019	Revisi Bab IV	8.
9.	15 Juli 2019	ACC Bab III, IV dan SEMPRO	9.
10.	21 Oktober 2019	Revisi Bab I dan IV	10.
11.	30 Oktober 2019	Konsultasi Abstrak	11.
12.	04 November 2019	ACC Keseluruhan	12.

Malang, 04 November 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001