EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK GRAF KOMUTING DAN NON KOMUTING DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

OLEH
IMADUDDIN
NIM. 15610038

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK GRAF KOMUTING DAN NON KOMUTING DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Imaduddin
NIM. 15610038

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK GRAF KOMUTING DAN NON KOMUTING DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Imaduddin
NIM. 15610038

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 29 Oktober 2019

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Muhammad Nafie Jauhari, M.Si	Juhari, M.Si
NIDT. 19870218 20160801 1 056	NIDT. 19840209 20160801 1 055

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

EKSENTRISITAS TOTAL DAN INDEKS KONEKTIVITAS EKSENTRIK GRAF KOMUTING DAN NON KOMUTING DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Imaduddin
NIM. 15610038

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 20 November 2019

Penguji Utama	: Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D	....
Ketua Penguji	: Dewi Ismiarti, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Muhammad Nafie Jauhari, M.Si	....
Anggota Penguji	: Juhari, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Imaduddin

NIM : 15610038

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Komuting dan Non Komuting dari Grup Dihedral

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 29 Oktober 2019
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
039EFAHF127367807
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Imaduddin
NIM. 15610038

MOTO

“Adalah KEHANCURAN bagi mereka yang MENYERAH”

PERSEMBAHAN

Bismillahirrahmaanirrahiim

Skripsi ini penulis persembahkan kepada:

Ibu, Bapak, dan kakak-kakak yang selalu memberikan dukungan dan tidak pernah putus mendoakan.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik, dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam semoga tercurah kepada Nabi Muhammad Saw yang telah menunjukkan manusia kepada jalan yang terang melalui agama islam.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan, motivasi, dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu, penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. M. Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan ilmu, nasihat, arahan, motivasi, dan inspirasi kepada penulis.
5. Juhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan ilmu, nasihat, arahan, motivasi, dan inspirasi kepada penulis.
6. Ari Kusumastuti, M.Si., M.pd, selaku dosen wali yang selalu memberikan motivasi dan arahan kepada penulis.

7. Orang tua serta semua keluarga yang telah memberi dukungan selama ini.
8. Dosen Jurusan Matematika yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik materiil maupun moril.

Penulis berharap skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis maupun bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Oktober 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Imaduddin. 2019. **Eksentrisitas Total dan Indeks Konnektivitas Eksentrik Graf Komuting dan Non Komuting dari Grup Dihedral**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) M. Nafie Jauhari, M.Si. (II) Juhari, M.Si.

Kata kunci: eksentrisitas total, index konnetivitas eksentrik, graf komuting, graf non komuting, grup dihedral.

Penelitian ini membahas eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari graf komuting dan non komuting dari grup dihedral. Keduanya diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan anggota grup dihedral yang saling komutatif sehingga membentuk graf komuting, kemudian menentukan anggota grup dihedral yang tidak saling komutatif, dan dibentuk graf non komuting. Setelah itu mencari eksentrisitas titik dan derajat titik. Selanjutnya menentukan nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik, kemudian merumuskan suatu teorema dan membuktikan secara deduktif. Hasil penelitian ini adalah formula dari eksentrisitas total dan indeks konnektivitas eksentrik graf komuting dan non komuting dari grup dihedral.

ABSTRACT

Imaduddin. 2019. **Total Eccentricity and Eccentric Connectivity Index of Commuting and Non Commuting Graph of Dihedral Group**. Thesis. Departement of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) M. Nafie Jauhari, M.Si. (II) Juhari, M.Si.

Keywords: total eccentricity, eccentric connectivity index, commuting graph, non commuting graph, dihedral group.

This study discusses the total eccentricity and eccentric connectivity index of commuting and non-commuting graph of dihedral group D_{2n}. Both were obtained by first determining the dihedral group members that commutative to each other to form commuting graph, then define the dihedral group members are not mutually commutative, and formed a non commuting graph. Then find for the eccentricity of vertices and degree of vertices. Then determine the value of total eccentricity and eccentric connectivity index. The final step is to formulate a theorem and prove it deductively. The resultsof this study are formulate total eccentricity and eccentric connectivity index commuting graph and non commuting graph of dihedral group.

ملخص

عمادالدين. ٢٠١٩. **Indeks Konektivitas Eksentrik و Eksentrisitas Total في مخطط تبادلية و غير تبادلية من زمرة زوجية**. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) محمد ناف جوهر الماجستير (٢) جوهر الماجستير.

الكلمة المفتاحية: eksentrisitas total، indeks konektivitas eksentrik، مخطط تبادلي، مخطط غير تبادلية، زمرة زوجية.

بحث هذا البحث عن عموم النمط من eksentrisitas total و indeks konektivitas eksentrik من مخطط تبادلية و غير تبادلية من زمرة زوجية . يتم الحصول على كلاهما عن خلال تحديد أعضاء زمرة زوجية الذي يبدؤوا بالتبادل فيما بينهم لتشكيل مخطط تبادلية ، ثم تحديد أعضاء زمرة زوجية ليسوا متبادلين لتشكيل مخطط غير تبادلية . ثم تحديد اللإنحراف رووس و درجة رووس ، ثم تحديد eksentrisitas total و indeks konektivitas eksentrik . صياغة مبرهنة وإثباتها بشكل استنباطي. نتائج هذا البحث هي صياغة eksentrisitas total و indeks konektivitas eksentrik في مخطط تبادلية و غير تبادلية من زمرة زوجية.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Teori graf merupakan cabang keilmuan matematika dalam bidang aljabar yang terus mengalami perkembangan. Hal tesebut dikarenakan banyaknya penelitian yang telah dilakukan, sehingga selalu memunculkan masalah baru yang menarik untuk diteliti lebih lanjut. Perkembangan dalam bidang aljabar mulai dari pengembangan konsep yang sudah ada hingga kolaborasi antar konsep seperti penerapan graf pada grup dihedral (Afifuddin, 2016).

Konsep teori graf yang dikembangkan para ilmuan matematika adalah graf yang dibangun dari grup, misalkan graf komuting dan non komuting. Beberapa penelitian terdahulu telah dilakukan, diantaranya; (Afifuddin, 2016) meneliti tentang dimensi metrik graf *commuting* dan non *commuting* dari grup dihedral, sedangkan (Khusnia, 2017) meneliti bilangan dominasi ganda pada graf kabur dari graf *commuting* dan non *commuting* dari grup dihedral. Merujuk pada penelitian graf komuting dan non komuting dari grup dihedral, dengan mempelajari ide dan pengembangan dari hasil penelitian tersebut, maka peneliti tertaik melakukan penelitian terkait graf serupa dengan topik yang berbeda yaitu eksentrisitas total dan indeks konnektivitas eksentrik.

Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik merupakan salah satu topik teori graf yang memiliki beberapa aplikasi praktis, tidak hanya dalam matematika saja, tetapi juga mampu menyelesaikan permasalahan dalam disiplin ilmu lain seperti kimia. Penelitian yang dilakukan oleh (De, Pal, & Nayeem, 2015) terkait eksentrisitas total dari produk hirarki umum pada sebuah graf, menghasilkan beberapa pola eksentrisitas total dari graf *F-sum*, produk *cartesian*, produk *cluster* dan produk *corona* dari grafik. Hasil tersebut diaplikasikan untuk menentukan eksentrisitas total dari berbagai grafik kimia dan struktur nano. Sedangkan menurut (Zhang dan Hua, 2010) indeks konektivitas eksentrik merupakan salah satu topologi yang telah terbukti memberikan tingkat prediktabilitas tinggi terhadap sifat farmasi, dan dapat memberikan petunjuk untuk pengembangan senyawa anti-HIV yang aman dan kuat.

Membahas eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik maka tidak terlepas dari penelitian terdahulu, diantaranya: De, Pal, & Nayeem (2015) meneliti eksentrisitas total pada beberapa graf komposit, pembahasan dalam penelitian tersebut yaitu menentukan pola eksentrisitas total dari graf ganda, graf penutup ganda yang diperluas dan beberapa graf *thorn*. Sedangkan Nacaroglu & Maden (2018) meneliti indeks konektivitas eksentrik pada graf *unicyclic*, dalam penelitian tersebut menghasilkan batas atas dan batas bawah indeks konektivitas eksentrik pada graf *unicyclic* dengan perhitungan sempurna.

Allah berfirman dalam surat Ya-Sin ayat 36:

سُبْحَانَ الَّذِي خَلَقَ الْأَزْوَاجَ كُلَّهَا مِمَّا تُنْبِتُ الْأَرْضُ وَمِنْ أَنْفُسِهِمْ وَمِمَّا لَا يَعْلَمُونَ

"Maha Suci Tuhan yang telah menciptakan pasangan-pasangan semuanya, baik dari apa yang ditumbuhkan oleh bumi dan dari diri mereka maupun dari apa yang tidak mereka ketahui."

Berdasarkan penjelasan kitab tafsir ibnu katsir terkait firman Allah dalam surat Yasin ayat 36, telah dijelaskan bahwa Allah SWT menciptakan segala sesuatu dimuka bumi ini berpasang-pasangan, baik dari makhluk hidup seperti manusia, tumbuhan, dan hewan, maupun aneka makhluk yang demikian banyak yang tidak diketahui. Sebagaimana dalam firman Allah tersebut mengajarkan bahwa segala sesuatu yang Allah ciptakan adalah berpasang-pasang, dalam matematika juga membahas tentang pasangan, yaitu pasangan antara titik dan sisi menjadi sebuah garis yang dibahas dalam teori graf.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti akan meneliti eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dan non komuting yang dibangun dari grup dihedral, fokus dari penelitian ini yaitu menentukan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dan non komuting dari grup dihedral.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral?
2. Bagaimana formula eksentrisitas total dan indeks konnektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral?

1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral.
2. Mengetahui formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral.

1.4. Manfaat Penelitian

Manfaat penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Memberikan informasi mengenai formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral.
2. Memberikan informasi mengenai formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral.

1.5. Metode Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian kepustakaan. Penelitian dilakukan dengan mencari dan mengkaji buku-buku teori graf dan aljabar, jurnal-jurnal penelitian sebelumnya yang berkaitan dengan objek yang akan diteliti. Kajian pada buku aljabar abstrak berkaitan dengan topik grup dihedral. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral dengan cara sebagai berikut:
   a. Menentukan anggota grup dihedral dengan $n \geq 3$ dengan $n = 3,4,5,6,7,8$ yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}
   b. Menggambar graf komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
   c. Menentukan nilai *degree* dan eksentrisitas titik pada graf komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.
   d. Menentukan nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.

e. Membuat dugaan berdasarkan hasil nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.

f. Merumuskan dugaan-dugaan tersebut menjadi suatu teorema dan disertai bukti.

2. Menentukan formula total eksentrisitas dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral dengan cara sebagai berikut:

   a. Menentukan anggota grup dihedral dengan $n \geq 3$ dengan $n = 3,4,5,6,7,8$ yaitu D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}

   b. Menggambar graf non komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.

   c. Menentukan nilai *degree* dan eksentrisitas titik pada graf non komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.

   d. Menentukan nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.

   e. Membuat dugaan berdasarkan hasil nilai eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}.

   f. Merumuskan dugaan-dugaan tersebut menjadi suatu teorema dan disertai bukti.

1.6. Sistematika Penulisan

Penelitian ini dilakukan dengan sistematika kepenulisan yang terdiri dari empat bab. Masing-masing bab dibagi menjadi beberapa subbab dengan sistematika sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan terdiri dari latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka terdiri dari teori-teori yang bisa digunakan untuk menjawab rumusan masalah sehingga dapat mendukung pembahasan. Pada penelitian ini, teori yang digunakan meliputi: grup, grup dihedral, teori graf, derajat titik, eksentrisitas titik, graf terhubung, graf komuting dan non komuting, eksentrisitas total, indeks konektivitas eksentrik.

Bab III Pembahasan

Pembahasan terdiri dari bagaimana eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dan graf non commuting dari grup dihedral.

Bab IV Penutup

Penutup terdiri dari kesimpulan mengenai hasil dari pembahasan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Grup

Misalkan G adalah himpunan dengan operasi biner yang memasangkan setiap pasangan berurutan (a, b) di $G \times G$ dinotasikan dengan ab. G dikatakan grup dengan operasi biner tersebut jika memenuhi aksioma berikut:

1. Asosiatif, yaitu $(ab)c = a(bc), \forall\, a, b, c \in G$.
2. Identitas. Terdapat elemen e (yang disebut identitas) di G sedemikian hingga $ae = ea = a, \forall\, a \in G$.
3. Invers. Untuk setiap elemen a di G ada elemen b di G (disebut invers dari a) sedemikian hingga $ab = ba = e$. Invers dari a dinotasikan dengan a^{-1} (Gallian, 2013).

Misalkan G adalah grup dan $x \in G$. Order dari x merupakan bilangan positif terkecil n sehingga $x^n = 1$, dan bilangan tersebut dilambangkan dengan $|x|$.

Contoh:

Misalkan $\mathbb{Z}$ adalah himpunan bilangan bulat dengan operasi biner penjumlahan, maka $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup karena berlaku:

a) Untuk setiap $a, b, c \in \mathbb{Z}$ maka $a + (b + c) = (a + b) + c$. Jadi operasi $+$ bersifat asosiatif di $\mathbb{Z}$.

b) Terdapat anggota identitas yaitu 0 terhadap operasi $+$ di $\mathbb{Z}$ sedemikian hingga $a + 0 = 0 + a = a$, untuk setiap $a \in \mathbb{Z}$.

c) Untuk $a \in \mathbb{Z}$ terdapat a^{-1} yaitu $(-a) \in \mathbb{Z}$ sedemikian sehingga $a + (-a) = (-a) + a = 0$.

Berdasarkan a), b), dan c), $\mathbb{Z}$ memenuhi aksioma grup maka terbukti bahwa $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup.

2.2 Grup Dihedral

Grup dihedral adalah grup himpunan simetri-simetri (rotasi dan refleksi) dari segi n beraturan (*polygon*) yang dinotasikan dengan D_{2n} untuk setiap n bilangan bulat positif dan $n \geq 3$ terhadap operasi komposisi. Rotasi pada segi n beraturan sebanyak n rotasi dan refleksi pada segi n beraturan sebanyak n refleksi. Identitas dari grup dihedral dilambangkan dengan 1.

Misalkan n adalah bilangan bulat positif dan $n \geq 3$, buat segi n beraturan, kemudian berikan sebuah label pada setiap titik-titiknya menggunakan bilangan $1,2, \dots, n$ secara berurutan searah jarum jam. Berikan simbol r sebagai rotasi searah jarum jam sejauh $\frac{2\pi}{n}$ radian, dan simbol s sebagai refleksi terhadap sumbu yang menghubungkan 1 dan titik asal.

Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif, maka akan diberikan beberapa notasi dan perhitungan yang akan mempermudah pengamatan grup dihedral D_{2n} sebagai grup abstrak, diantaranya:

1. $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$, semua berbeda dan $r^n = 1$ sehingga $|r| = n, n \in \mathbb{N}$
2. $|s| = 2$ atau orde s adalah 2 sehingga $s \circ s = 1$
3. $s \neq r^i$ untuk semua i
4. $sr^i \neq sr^j$ untuk semua $0 \leq i, j \leq n-1$ dengan $i \neq j$ akibatnya setiap elemen dari $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$ dapat ditulis secara tunggal dalam bentuk $s^k r^i$ untuk suatu $k = 0$ atau 1 dan $0 \leq i \leq n-1$

5. $r\,s = sr^{-1}$, ini menunjukkan bahwa r dan s tidak komutatif sehingga D_{2n} adalah non abelian
6. $r^i s = sr^{-i}$, untuk semua $0 \le i \le n$ (Dummit dan Foote,1991).
7. Setiap r^j komutatif dengan r^k untuk sebarang $j, k = 1$ sampai n.

Contoh:

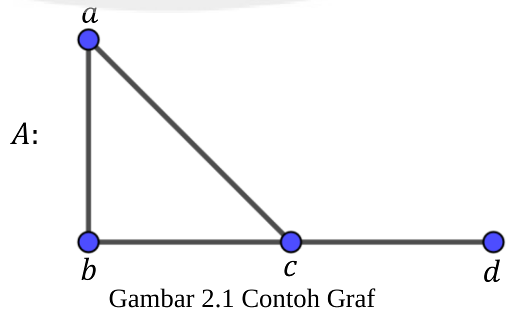
D_6 adalah grup dihedral yang memuat simetri (rotasi dan refleksi) pada bangun segitiga sehingga $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$.

2.3 Graf

Graf *G* adalah pasangan (*V*(*G*), *E*(*G*)): *V*(*G*) adalah himpunan titik dan *E*(*G*) adalah himpunan sisi. Titik merupakan himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek, sedangkan sisi merupakan himpunan (mungkin kosong) pasangan tak terurut dari titik-titik yang berbeda. Banyaknya unsur di *V*(*G*) disebut order dari *G* yang dinotasikan dengan *p(G)*, dan banyaknya unsur di *E*(*G*) disebut ukuran dari *G* yang dinotasikan dengan *q(G)*. Jika graf yang dibicarakan hanya graf *G*, maka order dan ukuran dari *G* masing-masing cukup ditulis *p* dan *q*. Graf dengan order p dan ukuran q dapat disebut graf -(p, q) (Abdussakir,dkk, 2009).

Contoh:

Diberikan graf *A* sebagai berikut:



Gambar 2.1 Contoh Graf

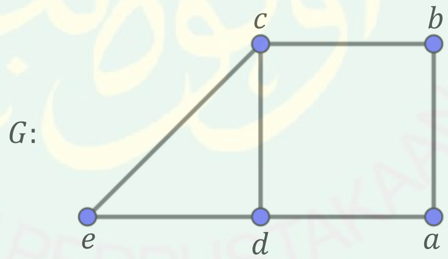
Berdasakan Gambar 2.1, graf A memuat himpunan titik $V(A) = \{a, b, c, d\}$, dan himpunan sisi $E(A) = \{(a, b), (a, c), (b, c), (c, d)\}$. Order dari graf A adalah 4, sedangkan unsur dari graf A adalah 4.

2.3.1 Derajat Titik

Derajat dari titik v di graf G dinotasikan dengan $\deg_G(v)$ adalah banyaknya sisi di G yang terkait langsung dengan v. Lingkungan dari titik v di graf G yang dinotasikan dengan $N_G(v)$ adalah himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v. Penulisan $\deg_G(v)$ dan $N_G(v)$ dapat disingkat menjadi $\deg(v)$ dan $N(v)$ apabila hanya terdapat satu graf G. Jadi jika keduanya dikaitkan maka $\deg(v) = |N(v)|$, artinya derajat titik v di graf G sama dengan banyaknya anggota dalam $N(v)$ (Abdussakir,dkk, 2009).

Contoh:

Dibeikan graf G sebagai berikut:



Gambar 2.2 Contoh Derajat Titik

Berdasarkan gambar 2.2 graf G diperoleh $N(a) = \{b, d\}$; $N(b) = \{c, a\}$; $N(c) = \{b, d, e\}$; $N\{d\} = \{a, c, e\}$; $N(e) = \{c, d\}$.

Dengan demikian derajat titik dari graf G adalah sebagai berikut:

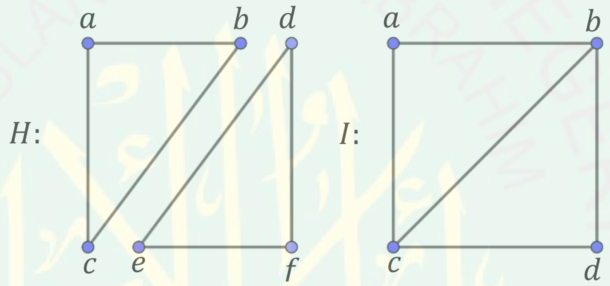
$\deg(a) = 2$; $\deg(b) = 2$; $\deg(c) = 3$; $\deg(d) = 3$; $\deg(e) = 2$

2.3.2 Graf Terhubung

Misalkan u dan v adalah titik berbeda pada graf G.Titik u dan v dikatakan terhubung, jika terdapat lintasan $u - v$ di G. Suatu graf Gdikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u dan v yang berbeda di G terhubung. Dengan kata lain , suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u da v di G terdapat lintasan $u - v$ di G. Sebaliknya, jika ada dua titik u dan v di G, tetapi tidak ada lintasan $u - v$ di G, maka G dikatakan tak terhubung (Abdussakir, dkk, 2009).

Contoh:

Diberikan graf H dan graf I sebagai berikut:



Gambar 2.3 Graf Terhubung dan Tak Terhubung

Berdasarkan Gambar 2.3 graf I merupakan graf terhubung, karena terdapat lintasan dari semua titiknya. Sebaliknya, graf H tidak terhubung karena tidak ada lintasan yang menghubungkan titik b ke d atau c ke e.

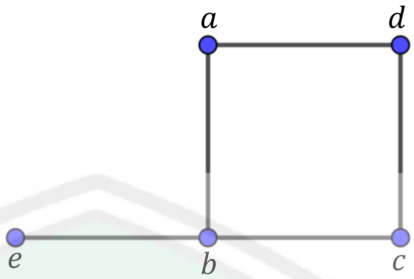
2.3.3 Eksentrisitas Titik

Misalkan G adalah graf terhubung, dan u dan v adalah titik di G. Jarak dari u dan v merupakan panjang lintasan $u - v$ di G, dinotasikan dengan $d(u, v)$. Eksentrisitas (*eccentricity*) titik u di G merupakan jarak terbesar dari u ke semua titik di G, dinotasikan dengan $e(u)$. Jadi, eksentrisitas dapat difomulasikan sebagai $e(u) = maks\{ d(u, v) \mid v \in V(G)$ (Abdussakir, dkk, 2009).

Contoh:

Diberikan gambar graf K sebagai berikut:

K:



Gambar 2.4 Contoh Eksentrisitas Titik

Berdasarkan Gambar 2.4 diperoleh jarak $d(a,b) = 1$; $d(a,c) = 2$; $d(a,d) = 1$; $d(a,e) = 2$. Jadi, eksetrisitas titik a di G adalah $e(a) = maks\{ d(a,v) \mid v \in V(G)\}$ yaitu $e(a) = 2$.

2.4 Graf Komuting

Misal G adalah grup berhingga dan X adalah *subset* dari G. Graf komuting $C(G,X)$ adalah graf yang memiliki himpunan titik-titik nya adalah elemen-elemen dari X dan dua titik berbeda $x, y \in V(G,X)$ terhubung langsung jika dan hanya jika $xy = yx$ di G (Vahidi & Talebi, 2010).

Contoh:

Misalkan D_6 adalah grup dihedral yang dioperasikan dengan operasi komposisi, ditunjukkan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 2.1 Tabel Cayley dari Grup Dihedral D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 2.1 *center* grup dihedral D_6 adalah $\{1\}$, karena $1 \circ r^i = r^i \circ 1$ dan $1 \circ sr^i = sr^i \circ 1$ sehingga komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_6. Selanjutnya dapat ditentukan elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_6 adalah sebagai berikut:

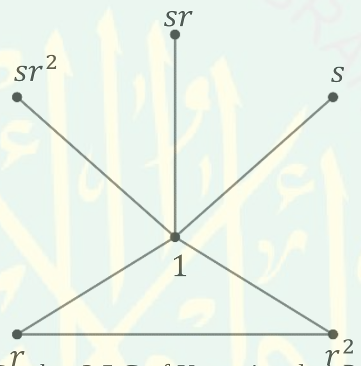
1. Elemen r^i saling komutatif, untuk $i = 1,2, \dots, n-1$

   $1 \circ r = r \circ 1$ $\quad$ $1 \circ r^2 = r^2 \circ 1$ $\quad$ $r \circ r^2 = r^2 \circ r$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^j, untuk $j = 1,2, \dots, n$

   $s \circ 1 = 1 \circ s$ $\quad$ $sr \circ 1 = 1 \circ sr$ $\quad$ $sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $C(D_6)$ sebagai berikut:



Gambar 2.5 Graf Komuting dari D_6

2.5 Graf Non Komuting

Misal G grup non abelian dan $Z(G)$ adalah *center* dari G. Graf non komuting $\Gamma(G)$ adalah graf yang titik-titiknya merupakan elemen-elemen dari $G \backslash Z(G)$ dan dua titik x dan y terhubung langsung jika hanya jika $xy \neq yx$ (Abdollahi, dkk, 2006).

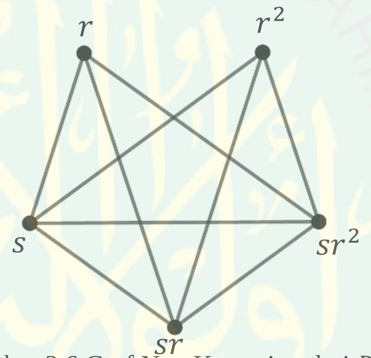
Contoh:

Misalkan D_6 grup dihedral yang dioperasikan dengan operasi komposisi, ditunjukkan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 2.2 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 2.2, diperoleh *center* D_6 atau $Z(D_6) = \{1\}$. Sehingga anggota D_6 yang tidak saling komutatif dengan operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, s dan sr, sr dan sr^2. Sehingga diperoleh graf non komuting sebagai berikut



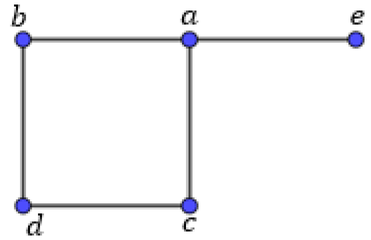
Gambar 2.6 Graf Non Komuting dari D_6

2.6 Eksentrisitas Total

Misalkan G adalah graf dan v adalah salah satu titik dari graf G. Eksentrisitas total dari graf G didefinisikan sebagai $\xi(G) = \Sigma_{v\in V} e(v)$, dengan $e(v)$ adalah eksentrisitas yang merupakan jarak terpanjang diantara titik v dengan semua titik di G. Eksentrisitas total adalah jumlah keseluruhan eksentrisitas titik dari graf G (Fathalikhani et al., 2014).

Contoh:

Diberikan graf L sebagai berikut:



Gambar 2.7 Contoh Total Eksentrisitas

Eksentrisitas (*eccentricity*) titik v di G didefinisikan sebagai jarak terbesar dari v ke semua titik yang lain di G. Berdasarkan Gambar 2.7 diperoleh eksentrisitas titik sebagai berikut:

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d), d(a,e)\}$$
$$= \max\{1, 1, 2, 1\} = 2$$
$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d), d(b,e)\}$$
$$= \max\{1, 2, 1, 2\} = 2$$
$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d)d(c,e)\}$$
$$= \max\{1, 2, 1, 2\} = 2$$
$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c), d(d,e)\}$$
$$= \max\{2,1, 2, 3\} = 3$$
$$e(e) = \max\{d(e,a), d(e,b), d(e,c), d(e,d)\}$$
$$= \max\{1,2, 2, 3\} = 3$$

Setelah diketahui eksentrisitas masing-masing titik pada graf G, dapat dihitung total eksentrisitas pada graf G sebagai berikut:

$$\xi(G) \quad = \sum_{v \in V(G)} e(v)$$
$$= \big(e(a)\big) + \big(e(b)\big) + \big(e(c)\big) + \big(e(d)\big) + (\mathrm{e(e)})$$
$$= 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$
$$= (2 \times 3)(3 \times 2)$$

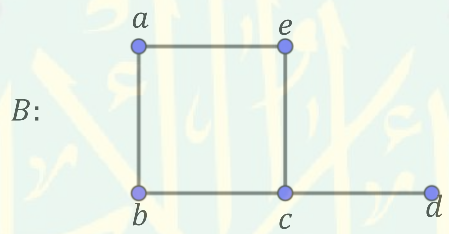
$= 12.$

2.7 Indeks Konektivitas Eksentrik

Indeks konektivitas eksentrik pada graf G disimbolkan dengan $\xi^c(G)$, didefinisikan sebagai $\xi^c(G) = \Sigma_{v \in V} e(v)deg(v)$, dengan $e(v)$ adalah eksentrisitas atau jarak terbesar diantara titik v dengan semua titik di graf G. Sedangkan $deg(v)$ adalah *degree* yaitu banyaknya sisi yang terkait langsung dari v di G(Sharma, Goswami, & Madan, 1997).

Contoh:

Diberikan graf B sebagai berikut:



Gambar 2.8 Contoh Indeks Konektivitas Eksentrik

Berdasarkan Gambar 2.8, dapat dicari eksentrisitas titik pada graf B yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di B. Eksentrisitas titik pada B diuraikan sebagai berikut:

$$e(a) = \max\{d(a,b), d(a,c), d(a,d), d(a,e)\}$$
$$= \max\{1, 2, 3, 1\} = 3$$
$$e(b) = \max\{d(b,a), d(b,c), d(b,d), d(b,e)\}$$
$$= \max\{1, 1, 2, 2\} = 2$$
$$e(c) = \max\{d(c,a), d(c,b), d(c,d), d(c,e)\}$$
$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2$$
$$e(d) = \max\{d(d,a), d(d,b), d(d,c), d(d,e)\}$$

$$= \max\{3, 2, 1, 2\} = 3$$

$$e(e) = \max\{d(e,a), d(e,b), d(e,c), d(e,d)\}$$

$$= \max\{1, 2, 1, 2\} = 2$$

Dapat diketahui juga derajat titik pada graf B berdasarkan Gambar 2.5 yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada B Derajat titik pada B adalah sebagai berikut:

$$\deg(a) = 2; \deg(b) = 2; \deg(c) = 3; \deg(d) = 1; \deg(e) = 2;$$

Berdasarkan eksentrisitas dan derajat titik pada graf B dapat dihitung indeks konektivitas eksentrik pada graf G sebagai berikut:

$$\xi^c(B) = \sum_{v \in V(B)} e(v) \deg(v)$$

$$= e(a)\deg(a) + e(b)\deg(b) + e(c)\deg(c) + e(d)\deg(d) + e(e)\deg(e)$$

$$= (3 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 1) + (2 \times 2)$$

$$= 3 + (2 \times 4) + (2 \times 6)$$

$$= 23.$$

2.8 Kajian Keislaman

Allah berfirman dalam surat adz-dzariyat ayat 49:

وَمِنْ كُلِّ شَيْءٍ خَلَقْنَا زَوْجَيْنِ لَعَلَّكُمْ تَذَكَّرُونَ

"dan segala sesuatu kami ciptakan berpasang-pasangan supaya kamu mengingat akan kebesaran Allah (adz-dzuriyat, 51:49)"

Dalam tafsir jalalyn dijelaskan, "Dan segala sesuatu" ber-ta'alluq kepada lafal *Khalaqnaa* "Kami ciptakan bepasang-pasangan" yakni dari dua jenis, yaitu jenis pria dan wanita, ada langit ada bumi, ada matahari ada bulan, ada dataran rendah ada dataran tinggi, ada musim panas dan musim dingin, ada rasa manis ada rasa masam, ada gelap ada terang. “agar kamu befikir” asal kata *Tadzakkaruuna* adalah *Tatadzakkaruuna*, lalu salah satu huruf *Ta* nya dibuang sehingga jadilah *Tadzakkrauuna*. Karena itu kalian mengetahui bahwa pencipta pasagan-pasangan itu adalah Esa, lalu kalian menyembah-Nya.

Berdasakan penjelasan tafsir diatas menegaskan bahwa Allah Swt menciptakan segala sesuatu dimuka bumi ini berpasang-pasangan. Baik dari makhluk hidup seperti manusia diciptakan laki-laki dan perempuan, tata surya yaitu matahari dan bulan sehingga teciptanya siang dan malam yang menjadikan gelap dan terang. Sungguh Allah yang mengatur semuanya, dan menjadikan ciptaan-Nya berpasang-pasang agar manusia percaya akan ke Esa an Allah dan menyembah-Nya.

BAB III

PEMBAHASAN

3.1 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Komuting dari Grup Dihedral

Sebelum menentukan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral D_{2n}, maka akan dibahas terlebih dahulu grup dihedral $D_6. D_8. D_{10}. D_{12}.$ dan D_{16}. Sehingga ketika diimplementasikan ke grup dihedral D_{2n} dapat dipaparkan pada subbab berikut.

3.1.1 Grup Dihedral D_6

Grup dihedral D_6 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley sebagai berikut:

Tabel 3.1 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 3.1 *center* grup dihedral D_6 adalah $\{1\}$, karena 1 komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_6. Selanjutnya dapat ditentukan elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_6 adalah sebagai berikut:

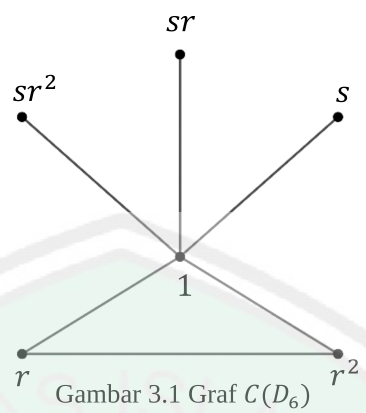
1. Elemen r saling komutatif,untuk $i = 1,2, \dots, n-1$

   $1 \circ r = r \circ 1 \qquad 1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad r \circ r^2 = r^2 \circ r$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^j, untuk $j = 1,2, \dots, n$

   $s \circ 1 = 1 \circ s \qquad sr \circ 1 = 1 \circ sr \qquad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $C(D_6)$ sebagai berikut:



Gambar 3.1 Graf $C(D_6)$

Setelah dihasilkan Gambar 3.1, dapat dicari eksentrisitas titik pada $C(D_6)$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $C(D_6)$. Eksentrisitas titik pada $C(D_6)$ diuraikan sebagai berikut:

$$e(1) = \max\{d(1,r), d(1,r^2), d(1,s), d(1,sr), d(1,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,1,1,1\} = 1$$
$$e(r) = \max\{d(r,1), d(r,r^2), d(r,s), d(r,sr), d(r,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,2,2,2\} = 2$$
$$e(r^2) = \max\{d(r^2,1), d(r^2,r), d(r^2,s), d(r^2,sr), d(r^2,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,1,2,2,2\} = 2$$
$$e(s) = \max\{d(s,1), d(s,r), d(s,r^2), d(s,sr), d(s,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,2,2,2,2\} = 2$$
$$e(sr) = \max\{d(sr,1), d(sr,r), d(sr,r^2), d(sr,s), d(sr,sr^2)\}$$
$$= \max\{1,2,2,2,2\} = 2$$
$$e(sr^2) = \max\{d(sr^2,1), d(sr^2,r), d(sr^2,r^2), d(sr^2,s), d(sr^2,sr)\}$$
$$= \max\{1,2,2,2,2\} = 2$$

Berdasarkan Gambar 3.1 dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_6)$ yaitu banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_6)$. Derajat titik pada $C(D_6)$ adalah sebagai berikut:

$\deg(1) = 5$; $\deg(r) = 2$; $\deg(r^2) = 2$; $\deg(s) = 1$; $\deg(sr) = 1$; $\deg(sr^2) = 1$

Setelah diketahui eksentrisitas titik dan derajat titik pada masing-masing titik $C(D_6)$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_6)$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $C(D_6)$

$$\begin{aligned}
\xi\big(C(D_6)\big) &= \sum_{v \in V(C(D_6))} e(v) \\
&= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) \\
&= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \\
&= 1 + (2 \times 5) \\
&= 11.
\end{aligned}$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $C(D_6)$

$$\begin{aligned}
\xi^c(C(D_6)) &= \sum_{v \in V(C(D_6))} e(v) \deg(v) \\
&= e(1)\deg(1) + e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(s)\deg(s) + \\
&\quad e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) \\
&= (1 \times 5) + (2 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 1) + (2 \times 1) + (2 \times 1) \\
&= 5 + (2 \times 4) + (3 \times 2) \\
&= 19.
\end{aligned}$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrk pada $C(D_6)$ berturut-turut adalah 11 dan 19.

3.1.2 Grup Dihedral D_8

Grup dihedral D_8 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.2 Tabel Cayley dari D_8

$\circ$	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan Tabel 3.2, terdapat dua elemen yang menjadi *center* grup yaitu $\{1, r^2\}$, karena keduanya bersifat komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_8. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_8 adalah sebagai berikut:

1. r^2 komutatif dengan semua unsur D_8

$$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1 \qquad sr \circ r^2 = r^2 \circ sr$$

$$r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad sr^2 \circ r^2 = r^2 \circ sr^2$$

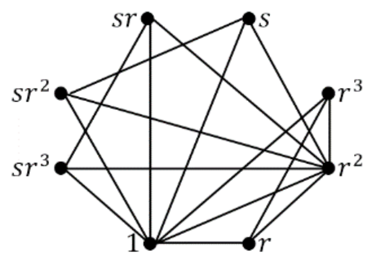
$$r^3 \circ r^2 = r^2 \circ r^3 \qquad sr^3 \circ r^2 = r^2 \circ sr^3$$

$$s \circ r^2 = r^2 \circ s$$

2. Elemen s komutatif dengan elemen sr^2, dan elemen sr komutatif dengan sr^3

$$s \circ sr^2 = sr^2 \circ s \qquad sr \circ sr^3 = sr^3 \circ sr$$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $C(D_8)$ sebagai berikut:



Gambar 3.2 Graf $C(D_8)$

Setelah dihasilkan Gambar 3.2, dapat dicari eksentrisitas titik pada $C(D_8)$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $C(D_8)$ dengan cara seperti 3.1.1. Eksentrisitas titik pada $C(D_8)$ sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 1;\ e(r^3) = 2;\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;$

$e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2$

Berdasarkan Gambar 3.2 dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_8)$ yaitu banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_8)$. Derajat titik pada $C(D_8)$ adalah sebagai berikut:

$\deg(1) = 7;\ \deg(r) = 3;\ \deg(r^2) = 7;\ \deg(r^3) = 3;\ \deg(s) = 3;$

$\deg(sr) = 3;\ \deg(sr^2) = 3;\ \deg(sr^3) = 3$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $C(D_8)$, dapat dihitung *total eccentricity* dan *eccentric connectivity index* pada $C(D_8)$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $C(D_8)$

$$\xi(C(D_8)) = \sum_{v \in V(C(D_8))} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3)$$

$$= 1 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 4)$$

$= 14.$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $C(D_8)$

$$\xi^c(C(D_8)) = \sum_{v \in V(C(D_8))} e(v)\deg(v)$$

$$= e(1)\deg(1) + e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) +$$

$$e(r^3)\deg(r^3) + e(s)\deg(s) + e(sr)\deg(sr) +$$

$$e(sr^2)\deg(sr^2) + e(sr^3)\deg(sr^3)$$

$$= (1 \times 7) + (2 \times 3) + (1 \times 7) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) +$$

$$(2 \times 3) + (2 \times 3)$$

$$= (2 \times 7) + (2 \times 6) + (4 \times 6)$$

$$= 50.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_8)$ berturut-turut adalah 14 dan 50.

3.1.3 Grup Dihedral D_{10}

Grup dihedral D_{10} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.3 Tabel Cayley dari D_{10}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
1	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
r^2	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
r^3	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
r^4	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
sr^3	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
sr^4	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Berdasarkan Tabel 3.3, terlihat bahwa *center* grup dihedral D_{10} yaitu $\{1\}$, karena 1 komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_{10}. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_{10} adalah sebagai berikut:

1. Elemen r^i saling komutatif, untuk $i = 1,2,\dots,n-1$

   $1 \circ r = r \circ 1$ $r \circ r^2 = r^2 \circ r$ $r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$

   $1 \circ r^2 = r^2 \circ 1$ $r \circ r^3 = r^3 \circ r$ $r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$

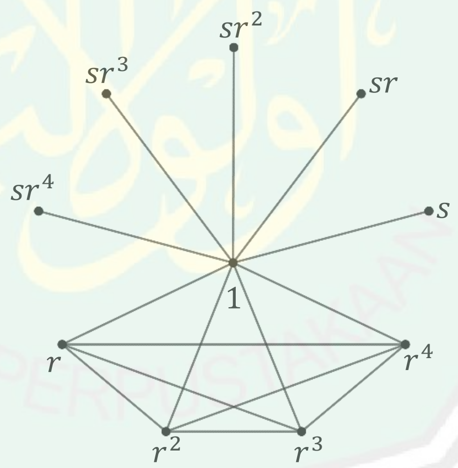
   $1 \circ r^3 = r^3 \circ 1$ $r \circ r^4 = r^4 \circ r$

   $1 \circ r^4 = r^4 \circ 1$ $r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$

2. 1 komutatif dengan elemen sr^j, untuk $j = 1,2,\dots,n$

   $s \circ 1 = 1 \circ s$ $sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$ $sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $C(D_{10})$ sebagai berikut:



Gambar 3.3 Graf $C(D_{10})$

Setelah dihasilkan Gambar 3.3, dapat dicari eksentrisitas titik pada $C(D_{10})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{10})$ dengan cara yang sama pada 3.1.1. Eksentrisitas titik pada $C(D_{10})$ adalah sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 1;\ e(r^4) = 2;\ e(r^5) = 2;\ e(s) = 2;$

$e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2\ ;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2$

Berdasarkan Gambar 3.3 dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{10})$ yaitu banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{10})$. Derajat titik pada $C(D_{10})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(1) = 9;\ \deg(r) = 4;\ \deg(r^2) = 4;\ \deg(r^3) = 4;\ \deg(r^4) = 4;$

$\deg(s) = 1;\ \deg(sr) = 1;\ \deg(sr^2) = 1;\ \deg(sr^3) = 1; \deg(sr^4) = 1;$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $C(D_{10})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{10})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $C(D_{10})$

$$\begin{aligned}
\xi\big(C(D_{10})\big) &= \sum_{v \in V(C(D_{10}))} e(v) \\
&= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(s) + e(sr) + \\
&\quad e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) \\
&= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \\
&= 1 + (2 \times 9) \\
&= 19.
\end{aligned}$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $C(D_{10})$

$$\begin{aligned}
\xi^c\big(C(D_{10})\big) &= \textstyle\sum_{v \in V(C(D_{10}))} e(v) \deg(v) \\
&= e(1)\deg(1) + e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + \\
&\quad e(r^3)\deg(r^3) + e(r^4)\deg(r^4) + e(s)\deg(s) + \\
&\quad e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) + e(sr^3)\deg(sr^3) + \\
&\quad e(sr^4)\deg(sr^4) \\
&= (1 \times 9) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 1)
\end{aligned}$$

$$+(2 \times 1) + (2 \times 1) + (2 \times 1) + (2 \times 1)$$

$$= 9 + (4 \times 8) + (5 \times 2)$$

$$= 51.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{10})$ berturut-turut adalah 19 dan 51.

3.1.4 Grup Dihedral D_{12}

Grup dihedral D_{12} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.4 Tabel Cayley dari D_{12}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
r^3	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
r^4	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
r^5	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
sr^4	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
sr^5	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan Tabel 3.4, terdapat dua elemen yang menjadi *center* grup yaitu $\{1, r^3\}$, karena keduanya bersifat komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_{12}. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_{12} adalah sebagai berikut:

1. r^3 komutatif dengan semua unsur D_{12}

$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1$ $\qquad$ $s \circ r^3 = r^3 \circ s$ $\qquad$ $sr^5 \circ r^3 = r^3 \circ sr^5$

$r \circ r^3 = r^3 \circ r$ $\qquad$ $sr \circ r^3 = r^3 \circ sr$

$r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$ $\qquad$ $sr^2 \circ r^3 = r^3 \circ sr^2$

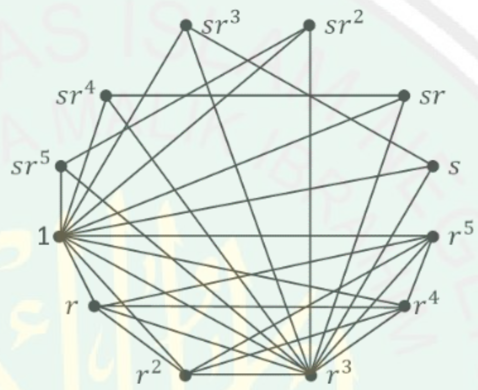
$r^4 \circ r^3 = r^3 \circ r^4 \qquad sr^3 \circ r^3 = r^3 \circ sr^3$

$r^5 \circ r^3 = r^3 \circ r^5 \qquad sr^4 \circ r^3 = r^3 \circ sr^4$

2. Elemen s komutatif dengan elemen sr^3, elemen sr komutatifdengan sr^4 dan sr^2 komutatif dengan sr^5

$s \circ sr^3 = sr^3 \circ s \qquad sr \circ sr^4 = sr^4 \circ sr \qquad sr^2 \circ sr^5 = sr^5 \circ sr^2$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $\mathrm{C}(\mathrm{D}_{12})$ sebagai berikut:



Gambar 3.4 Graf $C(D_{12})$

Setelah dihasilkan Gambar 3.4, dapat dicari eksentrisitas titik pada $C(D_{12})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{12})$ dengan cara seperti pada 3.1.1. Eksentrisitas titik pada $C(D_{12})$ adalah sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 1;\ e(r^4) = 2; e(r^5) = 2\ \ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2; e(sr^4) = 2;\ e(sr^4) = 2$

Berdasarkan Gambar 3.4 dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{12})$ yaitu banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{12})$. Derajat titik pada $C(D_{12})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(1) = 11;\ \deg(r) = 5;\ \deg(r^2) = 5;\ \deg(r^3) = 11;\ \deg(r^4) = 5;\ \ \deg(r^5) = 5; \deg(s) = 3;\ \deg(sr) = 3;\ \deg(sr^2) = 3;\ \deg(sr^3) = 3;\ \deg(sr^4) = 3; \deg(sr^5) = 3$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $C(D_{12})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{12})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $C(D_{12})$

$$\xi\big(C(D_{12})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{12}))} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 8)$$

$$= 22$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $C(D_{12})$

$$\xi^c\big(C(D_{12})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{12}))} e(v) \deg(v)$$

$$= e(1)\deg(1) + e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(r^3)\deg(r^3) + e(r^4)\deg(r^4) + e(r^5)\deg(r^5)$$

$$e(s)\deg(s) + e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) + e(sr^3)\deg(sr^3) + e(sr^4)\deg(sr^4) + e(sr^5)\deg(sr^5)$$

$$= (1 \times 11) + (2 \times 5) + (2 \times 5) + (1 \times 11) + (2 \times 5) + (2 \times 5) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3)$$

$$= (2 \times 11) + (4 \times 10) + (6 \times 6)$$

$$= 98$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{12})$ berturut-turut adalah 22 dan 98.

3.1.5 Grup Dihedral D_{14}

Grup dihedral D_{14} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.5 Tabel Cayley dari D_{14}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
r^4	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
r^5	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
r^6	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
sr^5	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
sr^6	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Berdasarkan Tabel 3.5, terlihat bahwa *center* grup dihedral D_{14} yaitu $\{1\}$, karena 1 komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_{14}. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_{14} adalah sebagai berikut:

1. Elemen r^i saling komutatif

$1 \circ r = r \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^2 = r^2 \circ r$ $\qquad$ $r^4 \circ r^3 = r^3 \circ r^4$

$1 \circ r^2 = r^2 \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^3 = r^3 \circ r$ $\qquad$ $r^5 \circ r^3 = r^3 \circ r^5$

$1 \circ r^3 = r^3 \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^4 = r^4 \circ r$ $\qquad$ $r^6 \circ r^3 = r^3 \circ r^6$

$1 \circ r^4 = r^4 \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^5 = r^5 \circ r$ $\qquad$ $r^5 \circ r^4 = r^4 \circ r^5$

$1 \circ r^5 = r^5 \circ 1$ $\qquad$ $r \circ r^6 = r^6 \circ r$ $\qquad$ $r^6 \circ r^4 = r^4 \circ r^6$

$1 \circ r^6 = r^6 \circ 1$ $\quad r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$ $\quad r^5 \circ r^6 = r^6 \circ r^5$

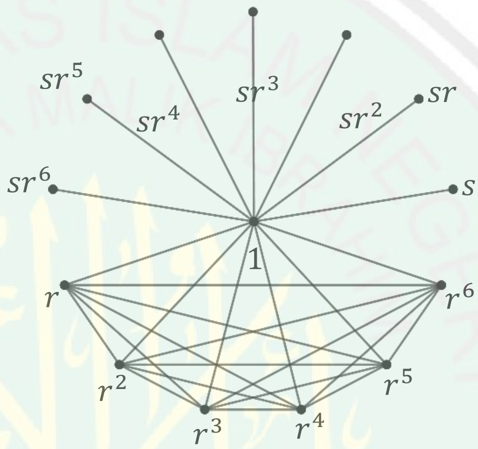
2. 1 komutatif dengan elemen sr^j

$s \circ 1 = 1 \circ s$ $\quad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$ $\quad sr^2 \circ 1 = 1 \circ sr^2$

$sr^3 \circ 1 = 1 \circ sr^3$ $\quad sr^4 \circ 1 = 1 \circ sr^4$ $\quad sr^5 \circ 1 = 1 \circ sr^5$

$sr^6 \circ 1 = 1 \circ sr^6$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $C(D_{14})$ sebagai berikut:



Gambar 3.5 Graf $C(D_{14})$

Berdasarkan Gambar 3.5, dapat dicari eksentrisitas titik pada $C(D_{14})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{14})$ dengan menggunakan cara seperti pada 3.1.1. Eksentrisitas titik pada $C(D_{14})$ adalah sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 2;\ e(r^5) =;\ e(r^6) = 2;$

$e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2;$

$e(sr^6) = 2.$

Berdasarkan Gambar 3.5 dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{14})$ yaitu banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{14})$. Derajat titik pada $C(D_{14})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(1) = 13;\ \deg(r) = 6;\ \deg(r^2) = 6;\ \deg(r^3) = 6;\ \deg(r^4) = 6;$

$\deg(r^5) = 6;\ \deg(r^6) = 6;\ \deg(s) = 1;\ \deg(sr) = 1;\ \deg(sr^2) = 1;$

$\deg(sr^3) = 1;\ \deg(sr^4) = 1;\ \deg(sr^5) = 1; \deg(sr^6) = 1$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $C(D_{14})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{14})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total pada $C(D_{14})$

$$\xi\big(C(D_{14})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{14}))} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(r^6) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5) + e(sr^6)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= 1 + (2 \times 13)$$

$$= 27$$

Indeks Konektivitas eksentrik pada $C(D_{14})$

$$\xi^c\big(C(D_{14})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{14}))} e(v) \deg(v)$$

$$= e(1)\deg(1) + e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(r^3)\deg(r^3) + e(r^4)\deg(r^4) + e(r^5)\deg(r^5) + e(r^6)\deg(r^6) + e(s)\deg(s) + e(sr)\deg(sr) + (e(sr^2)\deg(sr^2)) + e(sr^3)\deg(sr^3) + e(sr^4)\deg(sr^4) + e(sr^5)\deg(sr^5) + e(sr^6)\deg(sr^6)$$

$$= (1 \times 13) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 2) + (2 \times 2)$$

$= 13 + (6 \times 12) + (7 \times 2)$

$= 99$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{14})$ berturut-turut adalah 27 dan 99.

3.1.6 Grup Dihedral D_{16}

Grup dihedral D_{16} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.6 Tabel Cayley dari D_{16}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
r^5	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
r^6	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
r^7	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
sr^6	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
sr^7	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Berdasarkan Tabel 3.6, terdapat dua elemen yang menjadi *center* grup yaitu $\{1, r^4\}$, karena keduanya bersifat komutatif dengan semua elemen grup dihedral D_{16}. Sehingga elemen-elemen yang saling komutatif pada grup dihedral D_{16} adalah sebagai berikut:

1. Elemen r^i saling komutatif

$r \circ r^2 = r^2 \circ r \qquad r^3 \circ r^4 = r^4 \circ r^3$

$r \circ r^3 = r^3 \circ r \qquad r^3 \circ r^5 = r^5 \circ r^3$

$r \circ r^4 = r^4 \circ r$ $\quad$ $r^3 \circ r^6 = r^6 \circ r^3$

$r \circ r^5 = r^5 \circ r$ $\quad$ $r^3 \circ r^7 = r^7 \circ r^3$

$r \circ r^6 = r^6 \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ r^5 = r^5 \circ r^4$

$r \circ r^7 = r^7 \circ r$ $\quad$ $r^4 \circ r^6 = r^6 \circ r^4$

$r^2 \circ r^3 = r^3 \circ r^2$ $\quad$ $r^4 \circ r^7 = r^7 \circ r^4$

$r^2 \circ r^4 = r^4 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ r^6 = r^6 \circ r^5$

$r^2 \circ r^5 = r^5 \circ r^2$ $\quad$ $r^5 \circ r^7 = r^7 \circ r^5$

$r^2 \circ r^6 = r^6 \circ r^2$ $\quad$ $r^6 \circ r^7 = r^7 \circ r^6$

$r^2 \circ r^7 = r^7 \circ r^2$

2. 1 dan r^4 saling komutatif dengan elemen sr^j

$1 \circ s = s \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ s = s \circ r^4$

$1 \circ sr = sr \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr = sr \circ r^4$

$1 \circ sr^2 = sr^2 \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr^2 = sr^2 \circ r^4$

$1 \circ sr^3 = sr^3 \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr^3 = sr^3 \circ r^4$

$1 \circ sr^4 = sr^4 \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr^4 = sr^4 \circ r^4$

$1 \circ sr^5 = sr^5 \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr^5 = sr^5 \circ r^4$

$1 \circ sr^6 = sr^6 \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr^6 = sr^6 \circ r^4$

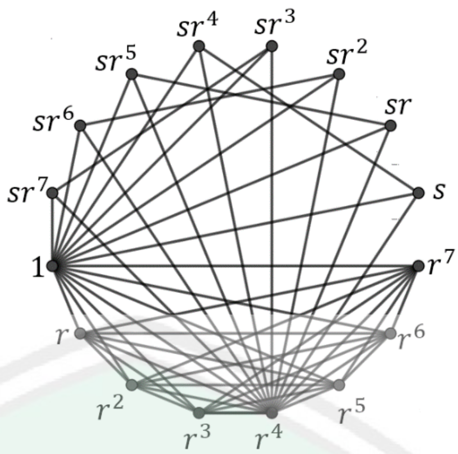
$1 \circ sr^7 = sr^7 \circ 1$ $\quad$ $r^4 \circ sr^7 = sr^7 \circ r^4$

3. Elemen s komutatif dengan elemen sr^4, elemen sr komutatif dengan sr^5 , sr^2 komutatif dengan sr^6, dan sr^3 komutatif dengan sr^7

$s \circ sr^4 = sr^4 \circ s$ $\quad$ $sr^2 \circ sr^6 = sr^6 \circ sr^2$

$sr \circ sr^5 = sr^5 \circ sr$ $\quad$ $sr^3 \circ sr^7 = sr^7 \circ sr^3$

Sehingga dapat digambarkan graf komuting $C(D_{16})$ sebagai berikut:



Gambar 3.6 Graf $C(D_{16})$

Berdasarkan Gambar 3.6, dapat dicari eksentrisitas titik pada $C(D_{16})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $C(D_{16})$ dengan menggunakan cara seperti pada 3.1.1. Eksentrisitas titik pada $C(D_{16})$ sebagai berikut:

$e(1) = 1;\ e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 1;\ e(r^5) = 2;\ e(r^6) = 2;\ e(r^7) = 2;\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2;\ e(sr^6) = 2;\ e(sr^7) = 2$

Berdasarkan Gambar 3.6 dapat diketahui juga derajat titik pada $C(D_{16})$ yaitu banyaknya titik di lingkungan v pada $C(D_{16})$. Derajat titik pada $C(D_{16})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(1) = 15;\ \deg(r) = 7;\ \deg(r^2) = 7;\ \deg(r^3) = 7;\ \deg(r^4) = 15;\ \deg(r^5) = 7;\ \deg(r^6) = 7;\ \deg r7 = 7\deg(s) = 3;\ \deg(sr) = 3;\ \deg(sr^2) = 3;\ \deg(sr^3) = 3;\ \deg(sr^4) = 3;\ \deg(sr^5)3;\ \deg(sr^6) = 3;\ \deg(sr^7) = 3$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $C(D_{16})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{16})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $C(D_{16})$

$$\xi\big(C(D_{16})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{16}))} e(v)$$

$$= e(1) + e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(r^6) + e(r^7) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5) + e(sr^6)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 12)$$

$$= 30$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $C(D_{16})$

$$\xi^c\big(C(D_{16})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{16}))} e(v) \deg(v)$$

$$= (e(1)\deg(1)) + (e(r)\deg(r)) + (e(r^2)\deg(r^2)) + (e(r^3)\deg(r^3)) + (e(r^4)\deg(r^4)) + (e(r^5)\deg(r^5)) + (e(r^6)\deg(r^6)) + (e(r^7)\deg(r^7)) + (e(s)\deg(s)) + (e(sr)\deg(sr)) + (e(sr^2)\deg(sr^2)) + (e(sr^3)\deg(sr^3)) + (e(sr^4)\deg(sr^4)) + (e(sr^5)\deg(sr^5)) + (e(sr^6)\deg(sr^6)) + (e(sr^7)\deg(sr^7))$$

$$= (1 \times 15) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (1 \times 15) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3) + (2 \times 3)$$

$$= (2 \times 15) + (6 \times 14) + (8 \times 6)$$

$$= 162.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $C(D_{16})$ berturut-turut adalah 30 dan 162.

Berdasarkan pengamatan pada graf komuting, dapat dihasilkan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada grup dihedral $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}$ sebagai berikut:

Tabel 3.7 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Komuting dari Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3, n$ ganjil

n	Graf Komuting	Eksentrisitas Total	Indeks Konektivtas Eksentrik
3	D_6	$11 = 12 - 1$ $= 4 \cdot 3 - 1$	$19 = 18 + 1$ $= 2 \cdot 9 + 1$ $= 2(3^2) + 1$
5	D_{10}	$19 = 20 - 1$ $= 4 \cdot 5 - 1$	$51 = 50 + 1$ $= 2 \cdot 25 + 1$ $= 2(5^2) + 1$
7	D_{14}	$27 = 28 - 1$ $= 4 \cdot 7 - 1$	$99 = 98 + 1$ $= 2 \cdot 49 + 1$ $= 2(7^2) + 1$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$2n$	D_{2n}	$4n - 1$	$2n^2 + 1$

Tabel 3.8 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Komuting dari Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3, n$ genap

n	Graf Komuting	Eksentrisitas Total	Indeks Konektivitas Eksentrik
4	D_8	$14 = 16 - 2$ $= 4 \cdot 4 - 2$	$50 = 8 \cdot 6 + 2$ $= (2 \cdot 4)(4 + 2) + 2$
6	D_{12}	$22 = 24 - 2$ $= 4 \cdot 6 - 2$	$98 = 12 \cdot 8 + 2$ $= (2 \cdot 6)(6 + 2) + 2$
8	D_{16}	$30 = 32 - 2$ $= 4 \cdot 8 - 2$	$162 = 12 \cdot 10 + 2$ $= (2 \cdot 8)(8 + 2) + 2$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$2n$	D_{2n}	$4n - 2$	$2n^2 + 4n + 2$

Teorema 1

Misalkan $C(D_{2n})$ didefinisikan sebagai graf komuting dari grup dihedral D_{2n}. Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3$ dan n ganjil adalah

$$\xi\big(C(D_{2n})\big) = 4n - 1$$

$$\xi^c\big(C(D_{2n})\big) = 2n^2 + 1$$

Bukti:

Himpunan titik-titik dari $C(D_{2n})$ adalah $\{1, r^i, sr^j \mid i = 1,2,\dots,n-1,\ \ j = 1,2,\dots,n\}$. Dari sifat-sifat operasi di $C(D_{2n})$ diperoleh:

(i) Titik 1 terhubung langsung ke semua titik lain di $C(D_{2n})$, karena 1 komutatif dengan semua unsur di D_{2n}.

(ii) Berdasarkan sifat operasi di grup dihedral r^i terhubung langsung dengan r^k untuk setiap $i \neq k$ dan $1 \leq i, k \leq n-1$. Hal ini.

(iii) r^i tidak terhubung langsung dengan sr^j untuk setiap $1 \leq i, j \leq n-1$. Perhatikan bahwa

$$r^i \circ sr^j = (r^i \circ s) \circ r^j = (s \circ r^{-i}) \circ r^j = s\,(r^{-i} \circ r^j) = sr^{-i+j}$$

dan

$$sr^j \circ r^i = sr^{j+i}.$$

Akan dibuktikan : $sr^{-i+j} \neq sr^{j+i}$

$$sr^{-i+j} \neq sr^{j+i} \Leftrightarrow r^{-i+j} \neq r^{j+i} \Leftrightarrow (-i+j) \not\equiv (j+i) \bmod n.$$

Andaikan $(-i+j) \equiv (j+i)$ mod n, maka $n|(-i+j) - (j+i) \Leftrightarrow n| - 2i \Leftrightarrow n|2i$. Hal ini terjadi jika $2i$ kelipatan n. Perhatikan bahwa $2i < 2n$. Jadi atau $2i = 0$ atau $2i = n$. Diperoleh $i = 0$ atau $i = \frac{n}{2}$.

Karena n ganjil, $\frac{n}{2} \notin \mathbb{Z}$. Hal ini kontradiksi dengan $i \neq 0$ dan $i \in \mathbb{Z}$. Jadi haruslah $sr^{-i+j} \neq sr^{j+i}$. Sehingga diperoleh $r^i \circ sr^j \neq sr^j \circ r^i$, untuk setiap $i \leq i, j \leq n-1$.

(iv) sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l untuk setiap $1 \leq j, l \leq n-1$ dan $l \neq j$.

Perhatikan bahwa

$$sr^j \circ sr^l = s(r^j \circ s)r^l = s(s \circ r^{-j})\, r^l = s^2 \circ r^{-j+l} = r^{-j+l}$$

dan

$$sr^l \circ sr^j = s(r^l \circ s)r^j = s(s \circ r^{-l})\, r^j = s^2 \circ r^{-l+j} = r^{-l+j}.$$

Akan dibuktikan : $r^{-j+l} \neq r^{-l+j}$

$$r^{-j+l} \neq r^{-l+j} \Leftrightarrow (-j+l) \not\equiv (-l+j) \bmod n.$$

Andaikan $(-j+l) \equiv (-l+j) \bmod n$, maka $n|(-j+l) - (-l+j) \Leftrightarrow n|-2j+2l \Leftrightarrow n|2(l-j)$. Hal ini terjadi jika $2(l-j)$ kelipatan n. Perhatikan bahwa $2(l-j) < 2n$, jadi $2(l-j) = -n$ atau $2(l-j) = 0$ atau $2(l-j) = n$. Diperoleh $l - j = -\frac{n}{2}$ atau $l = j$ atau $l - j = \frac{n}{2}$. Karena n ganjil, $\frac{n}{2} \notin \mathbb{Z}$, hal ini kontradiksi dengan $l \neq j$ dan $l - j \in \mathbb{Z}$. Jadi haruslah $r^{-j+l} \neq r^{-l+j}$. Sehingga diperoleh $sr^j \circ sr^l \neq sr^l \circ sr^j$ untuk setiap $1 \leq j, l \leq n-1$.

Berdasakan penjelasan sebelumnya maka didapatkan eksentrisitas titik $e(1) = 1$, $e(r^i) = 2$, $e(sr^j) = 2$. Didapatkan juga derajat titik yaitu $deg(1) = 2n - 1$, $\deg(r^i) = n - 1$, $\deg(sr^j) = 1$. Dengan demikian ekstrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral berturut-turut adalah

Eksentrisitas Total dari $C(D_{2n})$

$$\xi\big(C(D_{2n})\big) = \sum_{v\in V(C(D_{2n}))} e(v)$$

$$= e(1) + \sum_{i=1}^{n-1} e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)$$

$$= 1 + (n-1)2 + 2n$$

$$= 4n - 1$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $C(D_{2n})$

$$\xi^c\big(C(D_{2n})\big) = \sum_{v\in V(C(D_{2n}))} e(v)\deg(v)$$

$$= e(1)\deg(1) + \sum_{i=1}^{n-1} e(r^i)\deg(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)\deg(sr^j)$$

$$= (2n-1)1 + (n-1)2\,(n-1) + n(2)\,1$$

$$= 2n - 1 + 2n^2 - 2n - 2n + 2 + 2n$$

$$= 2n^2 + 1.$$

Teorema 2

Misalkan $C(D_{2n})$ didefinisikan sebagai graf komuting dari grup dihedral D_{2n}. Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3$, dan n genap adalah

$$\xi\big(C(D_{2n})\big) = 4n - 2$$

$$\xi^c\big(C(D_{2n})\big) = 2n^2 + 4n + 2$$

Bukti :

Himpunan titik-titik dari $C(D_{2n})$ adalah $\{1, r^i, sr^j \mid i = 1,2,\dots,n-1,\; j = 1,2,\dots,n\}$. Dari sifat-sifat operasi di $C(D_{2n})$ diperoleh:

(i) Dari bukti Teorema 1 diperoleh titik 1 terhubung langsung ke semua titik di $C(D_{2n})$.

(ii) Berdasarkan sifat operasi di grup dihedral r^i terhubung langsung dengan r^k untuk setiap $1 \leq i, k \leq n-1$ dan $i \neq k$.

(iii) r^i tidak terhubung langsung dengan sr^j untuk setiap $1 \leq i, j \leq n-1$ dan $i \neq \frac{n}{2}$.

Perhatikan bahwa

$$r^i \circ sr^j = (r^i \circ s) \circ r^j = (s \circ r^{-i}) \circ r^j = s\,(r^{-i} \circ r^j) = sr^{-i+j}$$

dan

$$sr^j \circ r^i = sr^{j+i}.$$

Akan dibuktikan : $sr^{-i+j} \neq sr^{j+i}$

$$sr^{-i+j} \neq sr^{j+i} \Leftrightarrow r^{-i+j} \neq r^{j+i} \Leftrightarrow (-i+j) \not\equiv (j+i) \bmod \boldsymbol{n}$$

Andaikan $(-i+j) \equiv (j+i) \bmod n$,maka $n|(-i+j)-(j+i) \Leftrightarrow n|-2i \Leftrightarrow n|2i$. Hal ini terjadi jika $2i$ kelipatan n. Perhatikan bahwa $2i < 2n$, jadi atau $2i = 0$ atau $2i = n$. Diperoleh atau $i = 0$ atau $i = \frac{n}{2}$. Hal ini kontradiksi dengan $i \neq 0$ dan $\neq \frac{n}{2}$. Jadi haruslah $sr^{-i+j} \neq sr^{j+i}$. Sehingga diperoleh $r^i \circ sr^j \neq sr^j \circ r^i$.

(iv) Pada n genap, titik $r^{\frac{n}{2}}$ terhubung langsung ke sr^j untuk setiap $1 \leq j \leq n-1$.

Perhatikan bahwa

$$r^{\frac{n}{2}} \circ sr^j = \left(r^{\frac{n}{2}} \circ s\right) \circ r^j = \left(s \circ r^{n-\frac{n}{2}}\right) \circ r^j = sr^{\frac{n}{2}} \circ r^j = s\left(r^{\frac{n}{2}} \circ r^j\right) =$$

$$s\left(r^j \circ r^{\frac{n}{2}}\right) = sr^j \circ r^{\frac{n}{2}}.$$

(v) sr^j terhubung langsung dengan sr^l, apabila $sr^j \circ sr^l = r^{-j}s \circ sr^l = r^{-j}(s \circ s)\, r^l = r^{-j}(s^2)r^l = r^{-j}\,1\,r^l = r^{-j+l} = r^{\frac{n}{2}}$ dan $sr^l \circ sr^j =$

$r^{-l}s \circ sr^j = r^{-l}(s \circ s)\, r^j = r^{-l}(s^2)r^j = r^{-l}\,1\,r^j = r^{-l+j} = r^{\frac{n}{2}}$

untuk $-j + l \neq -l + j = r^{\frac{n}{2}}$ dan $1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq n$, sehingga diperoleh $sr^j \circ sr^l = sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$.

(vi) sr^j tidak terhubung langsung dengan sr^l, apabila $sr^j \circ sr^l = r^{-j}s \circ sr^l = r^{-j}(s \circ s)\, r^l = r^{-j}(s^2)r^l = r^{-j}\,1\,r^l = r^{-j+l} \neq r^{\frac{n}{2}}$ dan $sr^l \circ sr^j = r^{-l}s \circ sr^j = r^{-l}(s \circ s)\, r^j = r^{-l}(s^2)r^j = r^{-l}\,1\,r^j = r^{-l+j} \neq r^{\frac{n}{2}}, -j + l \neq -l + j \neq \frac{n}{2}$ dan $1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq n$, diperoleh $sr^j \circ sr^l \neq sr^l \circ sr^j$ dengan $j \neq l$.

Berdasakan penjelasan sebelumnya, maka didapatkan eksentrisitas titik yaitu $e(1) = 1$, $e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 1, e(r^i) = 2$, $e(sr^j) = 2$. Didapatkan juga derajat titik yaitu $\deg(1) = 2n - 1$, $\deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right) = 2n - 1$, $\deg(r^i) = n - 1$, $\deg(sr^j) = 3$. Dengan demikian didapatkan eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf *commuting* dari grup dihedral berturut-turut adalah

Eksentrisitas Total dari $C(D_{2n})$

$$\xi\big(C(D_{2n})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{2n}))} e(v)$$

$$= e(1) + e\left(r^{\frac{n}{2}}\right) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq r^{\frac{n}{2}}}}^{n-1} e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)$$

$$= 1 + 1 + (n-2)2 + 2n$$

$$= 4n - 2$$

Indeks Konektivtas Eksentrik dari $C(D_{2n})$

$$\xi^c\big(C(D_{2n})\big) = \sum_{v \in V(C(D_{2n}))} e(v)\deg(v)$$

$$= e(1)\deg(1) + e\left(r^{\frac{n}{2}}\right)\deg\left(r^{\frac{n}{2}}\right) + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq\frac{n}{2}}}^{n-1} e(r^i)\deg(r^i)$$

$$+\sum_{j=1}^{n} e(sr^j)\deg(sr^j)$$

$$= 1(2n-1) + 1(2n-1) + 2(n-2)\,(n-1) + n(2)\,3$$

$$= 4n - 2 + 2n^2 - 2n - 4n + 4 + 6n$$

$$= 2n^2 + 4n + 2.$$

Setelah didapatkan formula eksentrisitas total da indeks konektivitas eksentrik pada graf komuting dari grup dihedral, selanjutnya akan dipaparkan pembahasan terkait formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada graf non komuting dari grup dihedral.

3.2 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Non Komuting dari Grup Dihedral

Sebelum menentukan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral D_{2n}, maka akan dibahas terlebih dahulu grup dihedral D_6. D_8. D_{10}. D_{12}. dan D_{16}. Sehingga ketika diimplementasikan ke grup dihedral D_{2n} dapat dipaparkan pada subbab berikut.

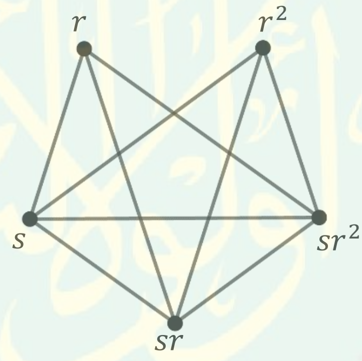
3.2.1 Grup Dihedral D_6

Grup dihedral D_6 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.9 Tabel Cayley dari D_6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 3.9, diperoleh *center* D_6 atau $Z(D_6) = \{1\}$. Sedangkan anggota grup dihedral D_6 yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, s dan sr, sr dan sr^2. Sehingga graf non komuting dari D_6 memiliki himpunan titik-titik $\Gamma(D_6) = \{r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Kemudian hasil tersebut digambarkan dalam bentuk graf non komuting sebagai berikut:



Gambar 3.7 Graf $\Gamma(D_6)$

Berdasarkan Gambar 3.7, dapat dicari eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_6)$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_6)$. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_6)$ diuraikan sebagai berikut:

$$e(r) = \max\{d(r, r^2), d(r, s), d(r, sr), d(r, sr^2)\}$$

$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2$$

$$e(r^2) = \max\{d(r^2, r), d(r^2, s), d(r^2, sr), d(r^2, sr^2)\}$$

$$= \max\{2, 1, 1, 1\} = 2$$

$$e(s) = \max\{d(s,r), d(s,r^2), d(s,sr), d(s,sr^2)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

$$e(sr) = \max\{d(sr,r), d(sr,r^2), d(sr,s), d(sr,sr^2)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

$$e(sr^2) = \max\{d(sr^2,r), d(sr^2,r^2), d(sr^2,s), d(sr^2,sr)\}$$

$$= \max\{1, 1, 1, 1\} = 1$$

Bedasarkan gambar 3.7 dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_6)$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_6)$. Derajat titik pada $\Gamma(D_6)$ adalah sebagai berikut:

$$\deg(r) = 3;\ \deg(r^2) = 3;\ \deg(s) = 4;\ \deg(sr) = 4;\ \deg(sr^2) = 4.$$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\Gamma(D_6)$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_6)$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_6)$

$$\xi(\Gamma(D_6)) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_6))} e(v)$$

$$= e(r) + e(r^2) + e(s) + e(sr) + e(sr^2)$$

$$= 2 + 2 + 1 + 1 + 1$$

$$= (2 \times 2) + (1 \times 3)$$

$$= 7.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_6)$

$$\xi^c(\Gamma(D_6)) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_6))} e(v) \deg(v)$$

$$= e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(s)\deg(s)$$

$$+ e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2)$$

$$= (2 \times 3) + (2 \times 3) + (1 \times 4) + (1 \times 4) + (1 \times 4)$$

$$= (2 \times 6) + (3 \times 4)$$

$$= 24.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_6)$ berturut-turut adalah 7 dan 24.

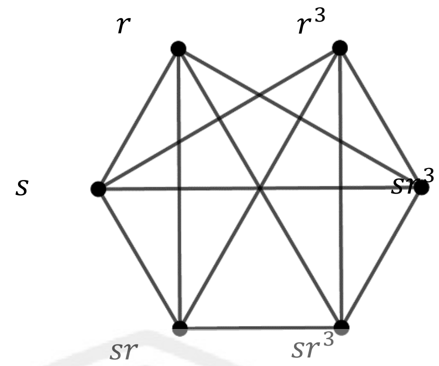
3.2.2 Grup Dihedral D_8

Grup dihedral D_8 dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.10 Tabel Cayley dari D_8

$\circ$	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan Tabel 3.10 dapat diperoleh *center* $Z(D_8) = \{1, r^2\}$. Sedangkan anggota grup dihedral D_8 yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r^3 dan s, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3dan sr^3, s dan sr, s dan sr^3, sr dan sr^2, sr^2 dan sr^3. Sehingga graf non komuting dari D_8 memiliki himpunan titik-titik $\Gamma(D_8) = \{r, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Kemudian hasil tersebut digambarkan dalam bentuk graf non komuting sebagai berikut:



Gambar 3.8 Graf $\Gamma(D_8)$

Berdasarkan Gambar 3.8 dapat dicari eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_8)$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_8)$ dengan menggunakan cara yang sama pada 3.2.1. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_8)$ sebagai berikut:

$e(r) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2$.

Berdasarkan gambar 3.8 dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_8)$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_8)$. Derajat titik pada $\Gamma(D_8)$ adalah sebagai berikut:

$\deg(r) = 4;\ \deg(r^3) = 4;\ \deg(s) = 4;\ \deg(sr) = 4;\ \deg(sr^2) = 4;$

$\deg(sr^3) = 4$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\Gamma(D_8)$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_8)$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_8)$

$$\begin{aligned}
\xi(\Gamma(D_8)) &= \sum_{v \in V(\Gamma(D_8))} e(v) \\
&= e(r) + e(r^3) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) \\
&= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 \\
&= (2 \times 6)
\end{aligned}$$

$$= 12$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_8)$

$$\xi^c(\Gamma(D_8)) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_8))} e(v)\deg(v)$$

$$= e(r)\deg(r) + e(r^3)\deg(r^3) + e(s)\deg(s) +$$

$$e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) + e(sr^3)D(sr^3)$$

$$= (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4)$$

$$= (8 \times 6)$$

$$= 48.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_8)$ berturut-turut adalah 12 dan 48.

3.2.3 Grup Dihedral D_{10}

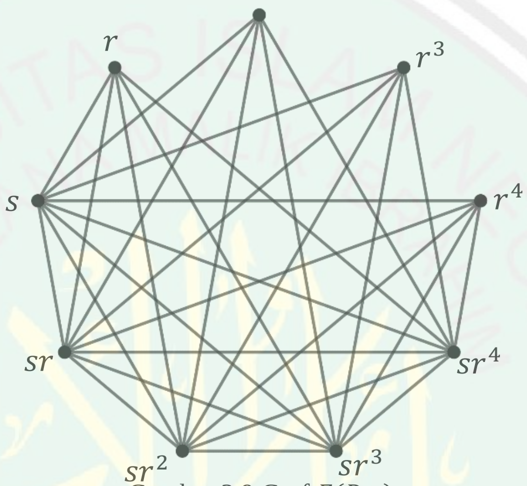
Grup dihedral D_{10} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.11 Tabel Cayley dari D_{10}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
1	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
r^2	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
r^3	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
r^4	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
sr^3	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
sr^4	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Berdasarkan Tabel 3.11 diperoleh $Z(D_{10}) = \{1\}$. Sedangkan anggota grup dihedral D_{10} yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan

sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^3dan s, r^3dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^3, s dan sr^4, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^4, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, dan sr^3 dan sr^4. Sehingga graf non komuting dari D_{10} memiliki himpunan titik-titik $\Gamma(D_{10}) = \{r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Kemudian hasil tersebut digambarkan dalam bentuk graf non komuting sebagai berikut:



Gambar 3.9 Graf $\Gamma(D_{10})$

Berdasarkan Gambar 3.9, dapat dicari eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{10})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{10})$ dengan menggunakan cara yang sama pada 3.2.1. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{10})$ sebagai berikut:

$e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 2;\ e(s) = 1;\ e(sr) = 1;\ e(sr^2) = 1$
$e(sr^3) = 1;\ e(sr^4) = 1$.

Dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{10})$ berdasarkan Gambar 3.9 yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{10})$. Derajat titik pada $\Gamma(D_{10})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(r) = 5;\ \deg(r^2) = 5;\ \deg(r^3) = 5;\ \deg(r^4) = 5;\ \deg(s) = 8;$
$\deg(sr) = 8;\ \deg(sr^2) = 8;\ \deg(sr^3) = 8;\ \deg(sr^4) = 8$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\Gamma(D_{10})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{10})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_{10})$

$$\begin{aligned}
\xi\big(\Gamma(D_{10})\big) &= \sum_{v\in V(\Gamma(D_{10}))} e(v) \\
&= e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(s) + e(sr) + \\
&\quad\ e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) \\
&= 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\
&= (2 \times 4) + (1 \times 5) \\
&= 13.
\end{aligned}$$

Indeks Konektivitas Eksentrk dari $\Gamma(D_{10})$

$$\begin{aligned}
\xi^c\big(\Gamma(D_{10})\big) &= \sum_{v\in V(\Gamma(D_{10}))} e(v)\deg(v) \\
&= e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(r^3)\deg(r^3) + \\
&\quad\ e(r^4)\deg(r^4) + e(s)\deg(s) + e(sr)\deg(sr) + \\
&\quad\ (e(sr^2)\deg(sr^2)) + e(sr^3)\deg(sr^3) + e(sr^4)\deg(sr^4) \\
&= (2 \times 5) + (2 \times 5) + (2 \times 5) + (2 \times 5) + (1 \times 8) \\
&\quad\ +(1 \times 8) + (1 \times 8) + (1 \times 8) + (1 \times 8) \\
&= (4 \times 10) + (5 \times 8) \\
&= \ 80.
\end{aligned}$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{10})$ berturut-turut adalah 13 dan 80.

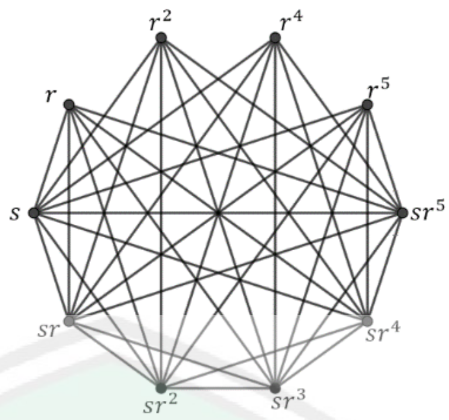
3.2.4 Grup Dihedral D_{12}

Grup dihedral D_{12} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut

Tabel 3.12 Tabel Cayley dari D_{12}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
r^3	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
r^4	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
r^5	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
sr^4	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
sr^5	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan Tabel 3.12 dapat diperoleh center $Z(D_{12}) = \{1, r^3\}$. Sedangkan anggota grup dihedral D_{12} yang tidak-saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r dan sr^5, r^2dan s, r^2dan sr, r^2dan sr^2, r^2dan sr^3, r^2dan sr^4, r^2 dan sr^5, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, r^5 dan s, r^5 dan sr, r^5 dan sr^2, r^5 dan sr^3, r^5 dan sr^4, r^5 dan sr^5, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^4, s dan sr^5, sr dan sr^2, sr dan sr^3,sr dan sr^5, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, sr^3 dan sr^4, sr^3 dan sr^5, dan sr^4 dan sr^5. Sehingga graf non komuting dari D_{12} memiliki himpunan titik-titik $\Gamma(D_{12}) = \{r, r^2, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Kemudian hasil tersebut digambarkan dalam bentuk graf non komuting sebagai berikut:



Gambar 3.10 Graf $\Gamma(D_{12})$

Berdasarkan Gambar 3.10, dapat dicari eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{12})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{12})$ dengan menggunakan cara yang sama pada 3.2.1. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{12})$ dijabarkan sebagai berikut:

$e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^4) = 2;\ e(r^5) = 2;\ e(s) = 2;\ e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;$
$e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2$

Berdasakan gamba 3.10 dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{12})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{12})$. Derajat titik pada $\Gamma(D_{12})$. adalah sebagai berikut:

$\deg(r) = 6;\ \deg(r^2) = 6;\ \deg(r^4) = 6;\ \deg(r^5) = 6;\ \deg(s) = 8;$

$\deg(sr) = 8;\ \deg(sr^2) = 8;\ \deg(sr^3) = 8;\ \deg(sr^4) = 8;\ \deg(sr^5) = 8$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\Gamma(D_{12})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{12})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_{12})$

$$\xi\big(\Gamma(D_{12})\big) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_{12}))} e(v)$$

$$= e(r) + e(r^2) + e(r^4) + e(r^5) + e(s) + e(sr) + e(sr^2) +$$
$$e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5)$$
$$= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + @$$
$$= (2 \times 10)$$
$$= 20.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_{12})$

$$\xi^c(\Gamma(D_{12})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{12}))} e(v) \deg(v)$$
$$= e(r) \deg(r) + e(r^2) \deg(r^2) + e(r^4) \deg(r^4) +$$
$$e(r^5) \deg(r^5) + e(s) \deg(s) + e(sr) \deg(sr) +$$
$$e(sr^2) \deg(sr^2) + e(sr^3) \deg(sr^3) + e(sr^4) \deg(sr^4)$$
$$+ e(sr^5) D(sr^5)$$
$$= (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 6) + (2 \times 8) +$$
$$(2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 8) + (2 \times 8)$$
$$= (4 \times 12) + (6 \times 16)$$
$$= 144.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{12})$ berturut-turut adalah 20 dan 144.

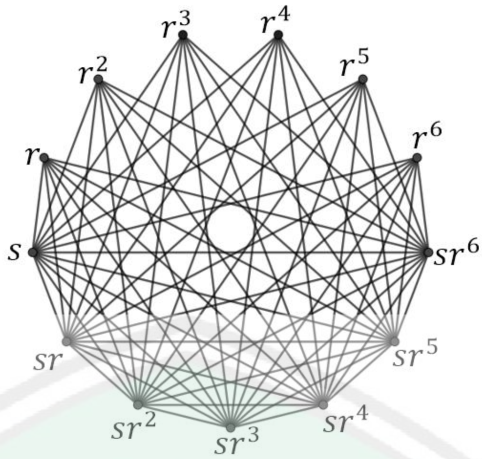
3.2.5 Grup Dihedral D_{14}

Grup dihedral D_{14} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.13 Tabel Cayley dari D_{14}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
r^4	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
r^5	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
r^6	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2
sr^5	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
sr^6	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Berdasarkan Tabel 3.13 dapat diperoleh $Z(D_{14}) = \{1\}$. Sedangkan anggota grup dihedral D_{14} yang tidak-saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r dan sr^5, r dan sr^6, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^2 dan sr^5, r^2 dan sr^6, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^3 dan sr^5, r^3 dan sr^6, r^4 dan s, r^4 dan sr, r^4 dan sr^2, r^4 dan sr^3, r^4 dan sr^4, r^4 dan sr^5, r^4 dan sr^6, r^5 dan s, r^5 dan sr, r^5 dan sr^2, r^5 dan sr^3, r^5 dan sr^4, r^5 dan sr^5, r^5 dan sr^6, r^6 dan s, r^6 dan sr^2, r^6 dan sr^3, r^6 dan sr^4, r^6 dan sr^5, r^6 dan sr^6, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^3, s dan sr^4, s dan sr^5, s dan sr^6, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^4, sr dan sr^5, sr dan sr^6, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, sr^2 dan sr^5, sr^2 dan sr^6, sr^3 dan sr^4, sr^3 dan sr^5, sr^3 dan sr^6, sr^4 dan sr^5, sr^4 dan sr^6, dan sr^5 dan sr^6. Sehingga graf non komuting dari D_{14} memiliki himpunan titik-titik $\Gamma(D_{14}) = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Kemudian hasil tersebut digambarkan dalam bentuk graf non komuting sebagai berikut:



Gambar 3.11 Graf $\Gamma(D_{14})$

Berdasarkan Gambar 3.11 dapat dicari eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{14})$, yang merupakan jarak terbesar dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{14})$ dengan menggunakan cara yang sama pada 3.2.1. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{14})$ dijabarkan sebagai berikut:

$e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^4) = 2;\ e(r^5) = 2;\ e(r^6) = 2;\ e(s) = 1;$

$e(sr) = 1;\ e(sr^2) = 1;\ e(sr^3) = 1;\ e(sr^4) = 1;\ e(sr^5) = 1;\ e(sr^6) = 1$

Berdasarkan gambar 3.11 dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{14})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{14})$. Derajat titik pada $\Gamma(D_{14})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(r) = 7;\ \deg(r^2) = 7;\ \deg(r^3) = 7;\ \deg(r^4) = 7;\ \deg(r^5) = 7;$

$\deg(r^6) = 7;\ \deg(s) = 12;\ \deg(sr) = 12;\ \deg(sr^2) = 12;\ \deg(sr^3) = 12;$

$\deg(sr^4) = 12;\ \deg(sr^5) = 12;\ \deg(sr^6) = 12$.

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\Gamma(D_{14})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{14})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_6)$

$$\xi(\Gamma(D_{14})) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_{14}))} e(v)$$

$$= e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^4) + e(r^5) + e(r^5) + e(s) +$$
$$e(sr) + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5) + e(sr^6)$$
$$= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$
$$= (2 \times 6) + (1 \times 7)$$
$$= 19.$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_{14})$

$$\xi^{c}(\Gamma(D_{14})) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_{14}))} e(v)\deg(v)$$

$$= e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(r^3)\deg(r^3) +$$
$$e(r^4)\deg(r^4) + e(r^5)\deg(r^5) + e(r^6)\deg(r^6) +$$
$$e(s)\deg(s) + e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) +$$
$$e(sr^3)\deg(sr^3) + e(sr^4)\deg(sr^4) +$$
$$e(sr^5)\deg(sr^5) + e(sr^6)\deg(sr^6)$$
$$= (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7) + (2 \times 7)$$
$$+(2 \times 7) + (1 \times 12) + (1 \times 12) + (1 \times 12) + (1 \times 12) +$$
$$(1 \times 12) + (1 \times 12)$$
$$= (7 \times 14) + (6 \times 12)$$
$$= 168.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{12})$ berturut-turut adalah 19 dan 168.

3.2.6 Grup Dihedral D_{16}

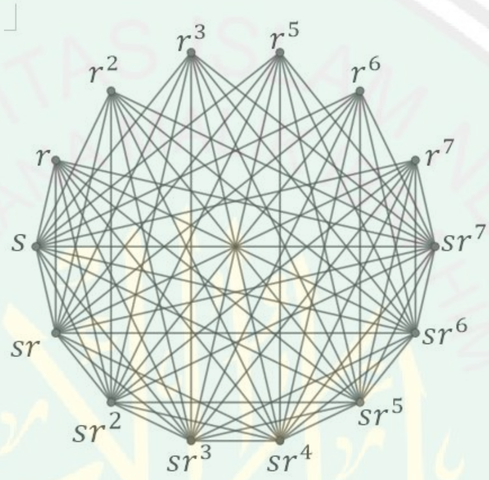
Grup dihedral D_{16} dengan operasi komposisi dapat dinyatakan dalam tabel Cayley berikut:

Tabel 3.14 Tabel Cayley dari D_{16}

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
r^5	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
r^6	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
r^7	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
sr^6	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
sr^7	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Berdasarkan Tabel 3.14, dapat diperoleh $Z(D_{16}) = \{1, r^4\}$. Sedangkan anggota grup dihedral D_{16} yang tidak saling komutatif terhadap operasi komposisi adalah r dan s, r dan sr, r dan sr^2, r dan sr^3, r dan sr^4, r dan sr^5, r dan sr^6, r dan sr^7, r^2 dan s, r^2 dan sr, r^2 dan sr^2, r^2 dan sr^3, r^2 dan sr^4, r^2 dan sr^5, r^2 dan sr^6, r^2 dan sr^7, r^3 dan sr, r^3 dan sr^2, r^3 dan sr^3, r^3 dan sr^4, r^3 dan sr^5, r^3 dan sr^6, r^3 dan sr^7, r^5 dan s, r^5 dan sr, r^5 dan sr^2, r^5 dan sr^3, r^5 dan sr^4, r^5 dan sr^5, r^5 dan sr^6, r^5 dan sr^7, r^6 dan s, r^6 dan sr^2, r^6 dan sr^3, r^6 dan sr^4, r^6 dan sr^5, r^6 dan sr^6, r^6 dan sr^7, r^7 dan s, r^7 dan sr^2, r^7 dan sr^3, r^7 dan sr^4, r^7 dan sr^5, r^7 dan sr^6, r^7 dan sr^7, s dan sr, s dan sr^2, s dan sr^3, s dan sr^5, s dan sr^6, s dan sr^6, s dan sr^7, sr dan sr^2, sr dan sr^3, sr dan sr^4, sr dan sr^6, sr

dan sr^7, sr^2 dan sr^3, sr^2 dan sr^4, sr^2 dan sr^5, sr^2 dan sr^7, sr^3 dan sr^4, sr^3 dan sr^5, sr^3 dan sr^6, sr^4 dan sr^5, sr^4 dan sr^6, sr^4 dan sr^7, sr^5 dan sr^6, sr^5 dan sr^7, dan sr^6 dan sr^7. Sehingga graf non komuting dari D_{16} memiliki himpunan titik-titik yaitu $\Gamma(D_{16}) = \{r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$. Kemudian hasil tersebut digambarkan dalam bentuk graf non komuting sebagai berikut:



Gambar 3.12 Graf $\Gamma(D_{16})$

Berdasarkan Gambar 3.12, dapat dicari eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{16})$, yang merupakan jarak terjauh dari titik v ke sebarang titik di $\Gamma(D_{16})$ dengan menggunakan cara yang sama pada 3.2.1. Eksentrisitas titik pada $\Gamma(D_{16})$ diuraikan sebagai berikut:

$e(r) = 2;\ e(r^2) = 2;\ e(r^3) = 2;\ e(r^5) = 2;\ e(r^6) = 2;\ e(r^7) = 2;\ e(s) = 2;$
$e(sr) = 2;\ e(sr^2) = 2;\ e(sr^3) = 2;\ e(sr^4) = 2;\ e(sr^5) = 2;\ e(sr^6) = 2;$
$e(sr^7) = 2$.

Berdasarkan gambar 3.12 dapat diketahui juga derajat titik pada $\Gamma(D_{16})$ yang merupakan banyaknya titik di lingkungan v pada $\Gamma(D_{16})$. Derajat titik pada $\Gamma(D_{16})$ adalah sebagai berikut:

$\deg(r) = 8;\ \deg(r^2) = 8;\ \deg(r^3) = 8;\ \deg(r^5) = 8;\ \deg(r^6) = 8;$

$\deg(r^7) = 8;\ \deg(s) = 12;\ \deg(sr) = 12;\ \deg(sr^2) = 12;\ \deg(sr^3) = 12;$

$\deg(sr^4) = 12;\ \deg(sr^5) = 12;\ \deg(sr^6) = 12;\ \deg(sr^7) = 12.$

Setelah diketahui eksentrisitas dan derajat titik pada masing-masing titik pada $\Gamma(D_{16})$, dapat dihitung eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{16})$ sebagai berikut:

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_{16})$

$$\begin{aligned}
\xi\big(\Gamma(D_{16})\big) &= \sum_{v\in V(\Gamma(D_{16}))} e(v) \\
&= e(r) + e(r^2) + e(r^3) + e(r^5) + e(r^6) + e(r^7) + e(s) + e(sr) \\
&\quad + e(sr^2) + e(sr^3) + e(sr^4) + e(sr^5) + e(sr^6) + e(sr^7) \\
&= (2) + (2) + (2) + (2) + (2) + (2) + (2) + (2) + (2) + (2) + \\
&\quad (2) + (2) + (2) + (2) \\
&= (2 \times 14) \\
&= 28.
\end{aligned}$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_{16})$

$$\begin{aligned}
\xi^c\big(\Gamma(D_{16})\big) &= \sum_{v\in V(\Gamma(D_{16}))} e(v)\deg(v) \\
&= e(r)\deg(r) + e(r^2)\deg(r^2) + e(r^3)\deg(r^3) + \\
&\quad e(r^5)\deg(r^5) + e(r^6)\deg(r^6) + e(r^7)\deg(r^7) + \\
&\quad e(s)\deg(s) + e(sr)\deg(sr) + e(sr^2)\deg(sr^2) + \\
&\quad e(sr^3)\deg(sr^3) + e(sr^4)\deg(sr^4) + e(sr^5)\deg(sr^5) \\
&\quad + e(sr^6)\deg(sr^6) + e(sr^7)\deg(sr^7) \\
&= (2\times 8) + (2\times 8) + (2\times 8) + (2\times 8) + (2\times 8) + (2\times 8) +
\end{aligned}$$

$$(2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12) +$$

$$(2 \times 12) + (2 \times 12) + (2 \times 12)$$

$$= (6 \times 16) + (8 \times 24)$$

$$= 96 + 192$$

$$= 288.$$

Jadi, eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada $\Gamma(D_{16})$ berturut-turut adalah 28 dan 288.

Berdasarkan pengamatan pada graf non komuting, dapat dihasilkan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari grup dihedral $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}$ sebagai berikut:

Tabel 3.15 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Non Komuting dari Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3, n$ ganjil

n	Graf Non Komuting	Eksentrisitas Total	Indeks Konektivitas Eksentrik
3	D_6	$7 = 9 - 2$ $= 3 \cdot 3 - 2$	$24 = 6 \cdot 4$ $= 2 \cdot 3(2 \cdot 3 - 2)$
5	D_{10}	$13 = 15 - 2$ $= 3 \cdot 5 - 2$	$80 = 10 \cdot 8$ $= 2 \cdot 5(2 \cdot 5 - 2)$
7	D_{14}	$19 = 21 - 2$ $= 3 \cdot 7 - 2$	$168 = 14 \cdot 12$ $= 2 \cdot 7(2 \cdot 7 - 2)$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$2n$	D_{2n}	$3n - 2$	$4n^2 - 4n$

Tabel 3.16 Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Non Komuting dari Grup Dihedral D_{2n} dengan $n \geq 3, n$ genap

n	Graf Non Komuting	Eksentrisitas Total	Indeks Konektivitas Eksentrik
4	D_8	$12 = 16 - 4$ $= 4 \cdot 4 - 4$	$48 = 8 \cdot 6$ $= 2 \cdot 4(3 \cdot 4 - 6)$
6	D_{12}	$20 = 24 - 4$ $= 4 \cdot 6 - 4$	$144 = 12 \cdot 12$ $= 2 \cdot 6(3 \cdot 6 - 6)$
8	D_{16}	$28 = 32 - 4$ $= 4 \cdot 8 - 4$	$288 = 16 \cdot 18$ $= 2 \cdot 8(3 \cdot 8 - 6)$
$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
$2n$	D_{2n}	$4n - 4$	$6n^2 - 12n$

Teorema 3

Misalkan $\Gamma(D_{2n})$ didefinisikan sebagai graf non komuting dari grup dihedral D_{2n}. Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral D_{2n}, dengan $n \geq 3$, dan n ganjil adalah

$$\xi(\Gamma(D_{2n})) = 3n - 2$$

$$\xi^c(\Gamma(D_{2n})) = 4n^2 - 4n$$

Bukti:

Misalkan $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf non komuting dengan n ganjil, dan $Z(D_{2n}) = \{1\}$. Berdasarkan definisi graf non komuting maka $C(D_{2n}) \cong \overline{\Gamma(D_{2n})}$. Sehingga diperoleh eksentrisitas titik yaitu $e(r^i) = 2,\ e(sr^j) = 1$ untuk $1 \leq i \leq n-1, 1 \leq j \leq n$, dan diperoleh juga derajat titik sebagai berikut:

(i) $\deg(r^i) = 2n - (n-1) - 1 = n$, untuk setiap $r^i \in V(\Gamma(D_{2n}))$. Karena berdasarkan bukti teorema 1 $\deg(r^i) = n - 1$, untuk setiap $r^i \in V(C(D_{2n}))$ dengan n ganjil dan $1 \leq i \leq n - 1$.

(ii) $\deg(sr^j) = 2n - (1) - 1 = 2n - 2$, untuk setiap $sr^i \in V(\Gamma(D_{2n}))$. Karena berdasarkan bukti teorema 1 $\deg(sr^i) = 1$, untuk setiap $sr^i \in V(C(D_{2n}))$ dengan n ganjil dan $1 \leq j \leq n$.

Dengan demikian didapatkan eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral berturut-turut adalah

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_{2n})$

$$\xi(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{2n}))} e(v)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)$$

$$= (n-1)2 + (n)1$$

$$= 3n - 2$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_{2n})$

$$\xi^c(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{2n}))} e(v)\deg(v)$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} e(r^i)\deg(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)\deg(sr^j)$$

$$= 2(n-1)(n) + 1(n)\,(2n-2)$$

$$= (2n-2)(n) + (n-2) + (n)$$

$$= 2n^2 - 2n + 2n^2 - 2n$$

$$= 4n^2 - 4n.$$

Teorema 4

Misalkan $\Gamma(D_{2n})$ didefinisikan sebagai graf non komuting dari grup dihedral D_{2n}. Eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral D_{2n}, dengan $n \geq 3$, dan n genap adalah

$$\xi\big(\Gamma(D_{2n})\big) = 4n - 4$$

$$\xi^c\big(\Gamma(D_{2n})\big) = 6n^2 - 12n$$

Bukti:

Misalkan $\Gamma(D_{2n})$ adalah graf non komuting dengan n genap, dan $Z(D_{2n}) = \{1, r^{\frac{n}{2}}\}$.. Berdasarkan definisi graf non komuting maka $C(D_{2n}) \cong \overline{\Gamma(D_{2n})}$. Sehingga diperoleh eksentrisitas titik $e(r^i) = 2$, $e(sr^j) = 2$ untuk $1 \leq i \leq n - 1, 1 \leq j \leq n$, dan derajat titik sebagai berikut:

(i) $\deg(r^i) = 2n - (n-1) - 1 = n$, untuk setiap $r^i \in V(\Gamma(D_{2n}))$. Karena berdasarkan bukti teorema 2 $\deg(r^i) = n - 1$, untuk setiap $r^i \in V(C(D_{2n}))$ dengan n genap dan $1 \leq i \leq n - 1$.

(ii) $\deg(sr^j) = 2n - (3) - 1 = 2n - 4$, untuk setiap $sr^i \in V(\Gamma(D_{2n}))$. Karena berdasarkan bukti teorema 2 $\deg(sr^i) = 3$, untuk setiap $sr^i \in V(C(D_{2n}))$ dengan n genap dan $1 \leq j \leq n$.

Dengan demikian didapatkan eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral berturut-turut adalah

Eksentrisitas Total dari $\Gamma(D_{2n})$

$$\xi(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v \in V(\Gamma(D_{2n}))} e(v)$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq\frac{n}{2}}}^{n-1} e(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)$$

$$= (n-2)2 + (n)2$$

$$= 4n - 4$$

Indeks Konektivitas Eksentrik dari $\Gamma(D_{2n})$

$$\xi^c(\Gamma(D_{2n})) = \sum_{v\in V(\Gamma(D_{2n}))} e(v)\deg(v)$$

$$= \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq\frac{n}{2}}}^{n-1} e(r^i)\, deg(r^i) + \sum_{j=1}^{n} e(sr^j)\, deg(sr^j)$$

$$= 2(n-2)(n) + 2(n)\,(2n-4)$$

$$= (2n-4)(n) + (2n)(2n-4)$$

$$= 2n^2 - 4n + 4n^2 - 8n$$

$$= 6n^2 - 12n.$$

3.3 Integrasi Hasil Penelitian dengan Kajian Keislaman

Graf adalah pasangan himpunan titik dan sisi. Titik didefinisikan sebagai himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek, sedangkan sisi merupakan himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda. Jadi, komponen dari graf adalah titik dan sisi, keduanya saling melengkapi, apabila tidak ada salah satu dari keduanya maka tidak bisa dikatakan sebuah graf. Diantara macam-macam dari graf, terdapat graf yang saling berkomplemen yaitu graf komuting dan graf non komuting sebagaimana yang telah di kaji dalam pembahasan.

Berdasarkan pembahasan diatas, hasil dari penelitian ini diperoleh pola eksentrisitas total dan pola indeks konektivitas eksentrik pada graf komuting dan graf non komuting dari grup dihedral dengan n ganjil dan n genap. Indeks konektivitas eksentrik didapatkan dari perkalian antara eksentrisitas titik dengan derajat titik, dengan kata lain indeks konektivitas eksentrik merupakan hasil dari pasangan ekstrisitas titik dan derajat titik.

Allah berfiman dalam surat adz – Dzariyat ayat 49 yang artinya *"dan segala sesuatu kami ciptakan berpasang-pasangan supaya kamu mengingat akan kebesaran Allah"*, ayat tersebut menegaskan bahwa tiada ada satupun ciptaan Allah yang tidak berpasangan, semua yang ada di alam semesta ini berpasang-pasangan baik dari apa yang manusia ketahui maupun yang tidak manusia ketahui. Tentu hikmah dari penciptaan Nya yang berpasang-pasangan ini agar manusia senantiasa mengingat kebesaran Allah serta senantiasa meningkatkan keimanan, dan percaya bahwa Allah itu satu dan tidak bersekutu.

Berdasarkan uraian diatas, terdapat korelasi antara graf komuting dan graf non komuting dengan konsep berpasang-pasangan dalam islam. Allah menciptakan semua makhluk berpasang-pasangan, salah satu hikmah dari penciptaan berpasang-pasang yaitu agar saling melengkapi satu sama lain. Begitu juga dengan graf komuting dan graf non komuting, keduanya saling berkomplemen atau saling melengkapi.

.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang ada, maka dapat diambil kesimpulan formula eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik dari graf komuting dan non komuting pada grup dihedral sebagai berikut:

1. Eksentrisitas total graf komuting dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi(C(D_{2n})) = \begin{cases} 4n-1, & n \text{ ganjil} \\ 4n-2, & n \text{ genap} \end{cases}$$

2. Indeks konektivitas eksentrik graf komuting dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi^c\big(C(D_{2n})\big) = \begin{cases} 2n^2+1, & n \text{ ganjil} \\ 2n^2+4n+2, & n \text{ genap} \end{cases}$$

3. Eksentrisitas total graf non komuting dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} 3n-2, & n \text{ ganjil} \\ 4n-4, & n \text{ genap} \end{cases}$$

4. Indeks konektivitas eksentrik graf non komuting dari grup dihedral dengan $n \geq 3$ adalah

$$\xi^c(\Gamma(D_{2n})) = \begin{cases} 4n^2-4n, & n \text{ ganjil} \\ 6n^2-12n, & n \text{ genap} \end{cases}$$

4.2 Saran

Penelitian ini membahas pokok masalah eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik graf komuting dan graf non komuting pada grup dihedral. Diharapkan untuk penelitian selanjutnya membahas tentang eksentrisitas total dan indeks konektivitas eksentrik pada graf lain.

DAFTAR RUJUKAN

Abdollahi, A., Akbari, S., & Maimani, H. R. (2006). Non-commuting graph of a group. *Journal of Algebra*, *298*(2), 468–492.

Abdullahi, R., Sani. (2014). *Sains Berbasis Al Quran*. Jakarta: PT Bumi Aksara.

Abdussakir, Azizah, N. N., & Nofandika, F. F. (2009). *Teori Graf*. Malang: UIN Malang Press.

Afifuddin, M. 2016. *Dimensi Metri Graf Commuting dan Non Commuting dari Grup Dihedral*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang : Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Chartrand, G., Lesniak, L., & Zhang, P. (2016). *Graphs & Digraphs Sixth Edition.* Boca Raton: CRC Press.

De, N., Pal, A., & Nayeem, S. M. A. (2015). Total eccentricity index of some composite graphs. *Malaya J. Mat*, *3*(4), 523–529.

Dummit, D. S., & Foote, R. M. (1991). *Abstract Algebra*. New Jersey: Prentice Hall. Inc.

Fathalikhani, K., Faramarzi, H., & Yousefi-Azari, H. (2014). Total eccentricity of some graph operations. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, *45*, 125–131.

Gallian, J. A. (2013). *Contemporary Abstract Algebra Ninth Edition*. Boston: Cengage Learning.

Ibnu-Katsir. 2007. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Terjemahan M. Abdul Ghoffar E. M. dan Abu Ihsan al-Atsari. Bogor: PT. Pustaka Imam Asy-Syafi'i.

Kusnia, H. Nur. 2017. *Bilangan Donasi Ganda pada Graf Kabur dari Graf Commuting dan Non Commuting dari Grup Dihedral*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Nacaroglu, Y., & Maden, A. D. (2018). On the eccentric connectivity index of unicyclic. *Iranian Journal of Mathematical Chemstry*, *9*(1), 47–56.

Sharma, V., Goswami, R., & Madan, A. K. (1997). Eccentric Connectivity Index: A Novel Highly Discriminating Topological Descriptor for Structure−Property and Structure−Activity Studies. *Journal of Chemical*

Information and Computer Sciences, *37*(2), 273–282.

Vahidi, J., & Talebi, A. A. (2010). The commuting graphs on groups. *The Journal of Mathematics and Computer Science*, *2*(2), 123–127.

Zhang Libing, & H, Hua. (2010). Total eccentricity index of Unicyclic Graphs. *Int. J. Contemp. Math. Sciences*, 5(46), 2257–2262.

RIWAYAT HIDUP

Imaduddin, lahir di kabupaten Gresik pada tanggal 03 Mei 1997. Anak ke-tujuh dari tujuh bersaudara yang dilahirkan dari pasangan bapak Ghozali dan ibu Sulastri.

Pendidikan dasar sampai SMA ditempuh di Pondok Pesantren Maskumambang Dukun Gresik dan lulus tahun 2015. Kemudian pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mengambil Jurusan Matematika.

Selama menjadi mahasiswa telah perberperan aktif pada organisasi ekstra kampus yaitu Ikatan Mahasiswa Muhammadiyah (IMM) Komisariat Revivalis pada periode 2016/2017 dan 2017/2018 sebagai pimpinan harian.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Imaduddin
NIM : 15610038
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Eksentrisitas Total dan Indeks Konektivitas Eksentrik Graf Komuting dan Non Komuting dari Grup Dihedral
Pembimbing I : M. Nafie Jauhari, M.Si
Pembimbing II : Juhari, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	22 Maret 2019	Konsultasi BAB I, II	1.
2.	4 April 2019	Konsultasi Keagamaan BAB I	2.
3.	4 April 2019	Konsultasi BAB II &III	3.
4.	24 Juni 2019	Revisi Keagamaan BAB I, II	4.
5.	26 Juni 2019	ACC Keagamaan BAB I, II	5.
6.	3 Juli 2019	Revisi BAB III dan ACC BAB I, II	6.
7.	18 Juli 2019	Revisi BAB III	7.
8.	22 Juli 2019	Konsultasi keagamaan BAB III	8.
9.	7 Agustus 2019	ACC BAB III	9.
10.	7 Agustus 2019	ACC Keagamaan BAB III	10.
11.	12 Agustus 2019	ACC Keseluruhan	11.

Malang, 29 Oktober 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001