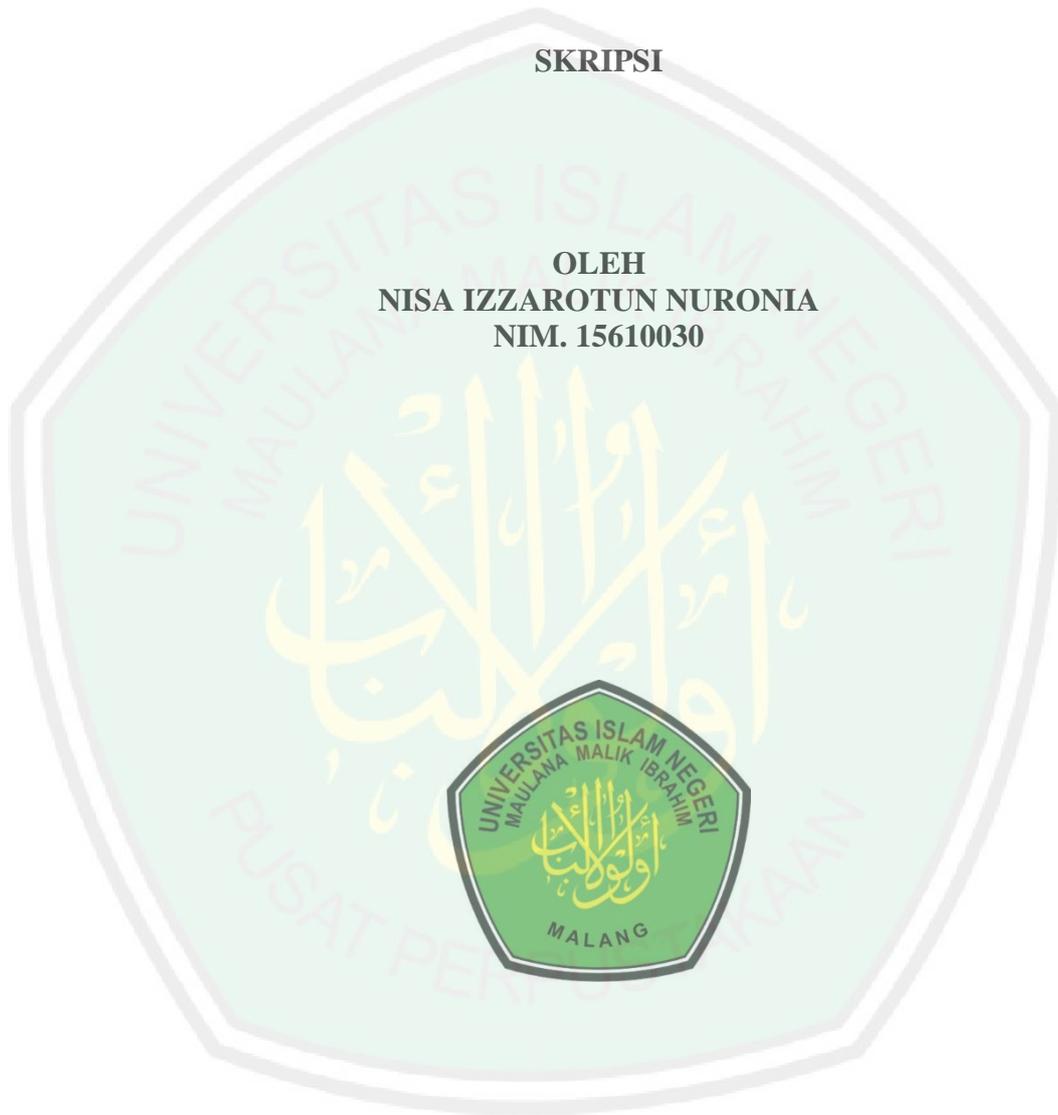


**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME  
AUTOREGRESSIVE (GSTAR) DENGAN METODE MAXIMUM  
LIKELIHOOD***

**SKRIPSI**

**OLEH  
NISA IZZAROTUN NURONIA  
NIM. 15610030**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2019**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME  
AUTOREGRESSIVE (GSTAR)* DENGAN METODE *MAXIMUM  
LIKELIHOOD***

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh  
Nisa Izzarotun Nuronisa  
NIM. 15610030**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2019**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME*  
*AUTOREGRESSIVE (GSTAR)* DENGAN METODE *MAXIMUM*  
*LIKELIHOOD***

**SKRIPSI**

Oleh  
**Nisa Izzarotun Nuronis**  
**NIM. 15610030**

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 04 November 2019

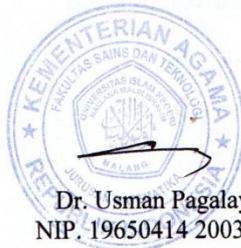
Pembimbing I,

Pembimbing II,

  
Dr. Sri Harini, M.Si  
NIP. 19731014 200112 2 002

  
Mohammad Nafie Jauhari, M.Si  
NIPT. 19870218 20160801 1 056

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL *GENERALIZED SPACE TIME*  
*AUTOREGRESSIVE (GSTAR)* DENGAN METODE *MAXIMUM*  
*LIKELIHOOD***

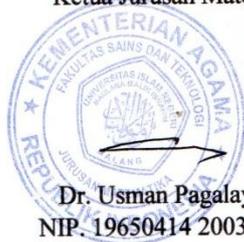
**SKRIPSI**

Oleh  
**Nisa Izzarotun Nuronisa**  
**15610030**

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai salah satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)  
Tanggal 18 November 2019

|                    |                                |  |
|--------------------|--------------------------------|--|
| Penguji Utama      | : Abdul Aziz, M.Si             |  |
| Ketua Penguji      | : Angga Dwi Mulyanto, M.Si     | .....  |
| Sekretaris Penguji | : Dr. Sri Harini, M.Si         | .....  |
| Anggota Penguji    | : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si | .....  |

Mengetahui  
**Ketua Jurusan Matematika**



**Dr. Usman Pagalay, M.Si**  
**NIP. 19650414 200312 1 001**

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertandatangan di bawah ini:

Nama : Nisa Izzarotun Nuronion  
NIM : 15610030  
Jurusan : Matematika  
Fakultas : Sains dan Teknologi  
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* dengan Metode *Maximum Likelihood*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 05 November 2019

Yang membuat pernyataan,



Nisa Izzarotun Nuronion

NIM. 15610030

## MOTTO

*“No One Too Old to Learn”*



## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Wariyo dan Ibunda Siti Fatimah tercinta, yang senantiasa dengan ikhlas dan istiqomah mendoakan, memberi nasihat, semangat, dan kasih sayang yang tak ternilai, serta adik tersayang Zukhrufa Diana Azza yang selalu menjadi kebanggan bagi penulis



## KATA PENGANTAR

*Assalamu 'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang dan pembimbing I telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Muhammad Nafie Jauhari, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.
5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas sains dan teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.

6. Bapak dan Ibu serta adik tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
7. Sahabat-sahabat terbaik penulis, yang selalu menemani, membantu , dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

*Amiin.*

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Malang, 05 November 2019

Penulis

## DAFTAR ISI

|   |       |
|---|-------|
| <b>HALAMAN JUDUL</b>                              |       |
| <b>HALAMAN PENGAJUAN</b>                          |       |
| <b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>                        |       |
| <b>HALAMAN PENGESAHAN</b>                         |       |
| <b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>        |       |
| <b>HALAMAN MOTTO</b>                              |       |
| <b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>                        |       |
| <b>KATA PENGANTAR</b> .....                       | viii  |
| <b>DAFTAR ISI</b> .....                           | x     |
| <b>DAFTAR TABEL</b> .....                         | xiii  |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b> .....                        | xiv   |
| <b>DAFTAR SIMBOL</b> .....                        | xv    |
| <b>ABSTRAK</b> .....                              | xvii  |
| <b>ABSTRACT</b> .....                             | xvii  |
| ملخص .....  | xviii |
| <br><b>BAB I PENDAHULUAN</b>                      |       |
| 1.1 Latar Belakang .....                          | 1     |
| 1.2 Rumusan Masalah .....                         | 6     |
| 1.3 Tujuan Penelitian .....                       | 6     |
| 1.4 Batasan Masalah .....                         | 6     |
| 1.5 Manfaat Penelitian .....                      | 7     |
| 1.6 Sistematika Penulisan .....                   | 8     |
| <br><b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>                  |       |
| 2.1 <i>Time Series</i> .....                      | 9     |
| 2.1.1 <i>Univariate Time Series (UTS)</i> .....   | 10    |
| 2.1.2 <i>Multivariate Time Series (MTS)</i> ..... | 11    |
| 2.1.3 Pola Trend .....                            | 11    |
| 2.1.4 Pola Musiman .....                          | 12    |
| 2.1.5 Pola Fluktuasi Tak Beraturan .....          | 12    |
| 2.1.6 Pola Siklis .....                           | 12    |
| 2.2 <i>Spatial Autocorrelation</i> .....          | 13    |
| 2.3 Stasioneritas .....                           | 15    |
| 2.3.1 Kestasioneran terhadap Rata-rata .....      | 15    |

|                                      |   |    |
|--------------------------------------|---|----|
| 2.3.2                                | Kestasioneran terhadap Varians .....  | 16 |
| 2.3.3                                | <i>Matrix Autocorrelation Function</i> (MACF) .....   | 17 |
| 2.3.4                                | <i>Matrix Partial Autocorrelation Function</i> (MPACF) ...  | 18 |
| 2.3.5                                | <i>Augmented Dickey-Fuller</i> .....  | 19 |
| 2.4                                  | <i>Autoregressive</i> (AR).....   | 20 |
| 2.5                                  | <i>Vector Autoregressive</i> (VAR).....   | 22 |
| 2.6                                  | <i>Space Time Autoregressive</i> (STAR) .....   | 23 |
| 2.7                                  | Model <i>Generalized Space Time Autoregressive</i> (GSTAR) .....                                      | 24 |
| 2.7.1                                | Bobot Lokasi Seragam ( <i>uniform</i> ).....  | 27 |
| 2.7.2                                | Bobot Lokasi Invers Jarak ( <i>Inverse Space</i> ).....   | 27 |
| 2.7.3                                | Bobot Lokasi Normalisasi Silang.....  | 28 |
| 2.8                                  | Estimasi Parameter .....  | 29 |
| 2.9                                  | <i>Maximum Likelihood Estimation</i> .....  | 32 |
| 2.10                                 | Regresi <i>Multivariate</i> .....   | 33 |
| 2.11                                 | Estimasi Parameter Model Regresi <i>Multivariate</i> dengan<br>Metode <i>Maximum Likelihood</i> ..... | 34 |
| 2.12                                 | Kriteria Pemilihan Model.....   | 36 |
| 2.12.1                               | <i>Akaike's Information Criterion</i> (AIC) .....   | 36 |
| 2.12.2                               | <i>Mean Absolute Percentage Error</i> (MAPE) .....  | 37 |
| 2.12.3                               | <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE) .....  | 38 |
| 2.13                                 | Pengujian Asumsi Residual.....  | 38 |
| 2.13.1                               | <i>White Noise</i> Residual .....   | 38 |
| 2.13.2                               | Distribusi Normal <i>Multivariate</i> Residual.....   | 39 |
| 2.14                                 | <i>Customer Price Index</i> .....   | 39 |
| 2.14.1                               | Satuan <i>Customer Price Index</i> .....  | 41 |
| 2.14.2                               | Nilai Konsumsi .....  | 42 |
| 2.14.3                               | Relatif Harga .....   | 42 |
| 2.15                                 | Kajian Keagamaan .....  | 43 |
| <b>BAB III METODOLOGI PENELITIAN</b> |   |    |
| 3.1                                  | Pendekatan Penelitian .....   | 46 |
| 3.2                                  | Jenis dan Sumber Data .....   | 46 |
| 3.3                                  | Variabel Penelitian .....   | 46 |
| 3.4                                  | Metode Analisis Data .....  | 47 |
| <b>BAB IV PEMBAHASAN</b>             |   |    |
| 4.1                                  | Estimasi Parameter Model GSTAR .....  | 51 |
| 4.1.1                                | Penentuan Model GSTAR .....   | 51 |
| 4.1.2                                | Fungsi Log- <i>Likelihood</i> Model GSTAR .....   | 54 |
| 4.1.3                                | Turunan Pertama Fungsi log- <i>Likelihood</i> .....   | 55 |
| 4.1.4                                | Estimasi Parameter Model Persamaan .....  | 57 |
| 4.1.5                                | Turunan Kedua Fungsi log- <i>Likelihood</i> .....   | 58 |
| 4.2                                  | Implementasi Model GSTAR .....  | 58 |
| 4.2.1                                | Deskripsi Data .....  | 59 |
| 4.2.2                                | Uji <i>Spatial Autocorrelation</i> .....  | 66 |
| 4.2.3                                | Identifikasi Model GSTAR .....  | 67 |

|                             |  |    |
|-----------------------------|--|----|
| 4.2.4                       | Uji Asumsi <i>White Noise Residual</i> .....                                     | 72 |
| 4.2.5                       | Penentuan Orde Model GSTAR .....   | 73 |
| 4.2.6                       | Penentuan Bobot Lokasi pada Model GSTAR .....                                    | 73 |
| 4.2.7                       | Estimasi Parameter Model GSTAR dengan Bobot<br><i>Invers Jarak</i> .....         | 77 |
| 4.2.8                       | Metode <i>Maximum Likelihood</i> pada Model GSTAR ....                           | 78 |
| 4.2.9                       | Pemilihan Model Terbaik .....  | 79 |
| 4.2.10                      | Peramalan Data Berkala ( <i>Time Series</i> ) Beberapa<br>Periode Ke Depan ..... | 80 |
| 4.3                         | Estimasi Dalam Al-Qur'an .....   | 84 |
| <br><b>BAB V PENUTUP</b>    |  |    |
| 5.1                         | Kesimpulan .....   | 86 |
| 5.2                         | Saran .....  | 87 |
| <b>DAFTAR RUJUKAN</b> ..... |  | 88 |
| <br><b>LAMPIRAN</b>         |  |    |
| <b>RIWAYAT HIDUP</b>        |  |    |

## DAFTAR TABEL

|          |  |    |
|----------|--|----|
| Tabel 1. | <i>Customer Price Index (CPI)</i> .....  | 41 |
| Tabel 2. | Statistika Deskriptif Data <i>Customer Price Index (CPI)</i> dalam Ribuan..... | 59 |
| Tabel 3. | Nilai Korelasi Data <i>Customer Price Index (CPI)</i> 3 Lokasi.....            | 66 |
| Tabel 4. | Uji ADF Data CPI Ketiga Lokasi Tahun 2009 - 2018.....                          | 68 |
| Tabel 5. | Uji ADF Data CPI Ketiga Lokasi Tahun 2009 – 2018 <i>Differencing 1</i> .....   | 69 |
| Tabel 6. | Jarak Antar Lokasi .....   | 74 |
| Tabel 7. | Jarak Antar Lokasi Menggunakan Jarak Sebenarnya .....                          | 75 |
| Tabel 7. | Nilai RMSE Model GSTAR Tiap Lokasi.....  | 79 |
| Tabel 8. | Data <i>Customer Price Index (CPI)</i> Tahun 2018.....                         | 80 |
| Tabel 9. | Hasil Peramalan Data <i>Customer Price Index (CPI)</i> .....                   | 81 |

## DAFTAR GAMBAR

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Gambar 1.  | <i>Flow Chart</i> Estimasi Model GSTAR.....  | 49 |
| Gambar 2.  | <i>Flow Chart</i> Implementasi Model GSTAR pada Data CPI.....                        | 50 |
| Gambar 3.  | Plot <i>Time Series</i> Data <i>Customer Price Index</i> (CPI) Secara Simultan ..... | 63 |
| Gambar 4.  | Skema MACF data <i>Customer Price Index</i> (CPI) secara Simultan..                  | 69 |
| Gambar 5.  | Skema MACF data <i>Customer Price Index</i> (CPI) secara Serentak..                  | 70 |
| Gambar 6.  | Skema MPACF data <i>Customer Price Index</i> (CPI) secara Serentak.....              | 70 |
| Gambar 7.  | Plot <i>Box-Cox Transformation</i> Ketiga Lokasi .....                               | 71 |
| Gambar 8.  | Plot MPACF Data <i>Customer Price Index</i> (CPI) .....                              | 73 |
| Gambar 9.  | Jarak Tiap Lokasi pada Peta.....   | 74 |
| Gambar 10. | Ilustrasi Pola Jarak Lokasi .....  | 75 |
| Gambar 11. | Plot <i>Cross Correlations of Residuals</i> .....                                    | 72 |
| Gambar 12. | Plot Fluktuasi Ramalan Ketiga Lokasi.....  | 82 |

## DAFTAR SIMBOL

| Simbol                   | Nama                      | Ukuran       | Keterangan                                       |
|--------------------------|---------------------------|--------------|--|
| $Z$                      |                           | Skalar       | Variabel $z$                                     |
| $x_i$                    |                           | Skalar       | Data pengamatan $x$ ke- $i$ , $i=1,2,3,\dots, n$ |
| $y_i$                    |                           | Skalar       | Data pengamatan $y$ ke- $i$ , $i=1,2,3,\dots, n$ |
| $\bar{y}$                |                           | Skalar       | Nilai rata-rata data $Y$                         |
| $N$                      |                           | Skalar       | Banyaknya data                                   |
| $K$                      |                           | Skalar       | Banyaknya parameter yang diduga                  |
| $S_y$                    |                           | Skalar       | Nilai simpangan baku $y$                         |
| $S_y^2$                  |                           | Skalar       | Nilai variansi data $y$                          |
| $Cov_y$                  |                           | Skalar       | Nilai kovariansi data $y$                        |
| $\rho$                   | <i>Rho</i>                | Skalar       | Nilai koefisien korelasi                         |
| $\rho_k$                 | <i>rho-k</i>              | Skalar       | Nilai koefisien autokorelasi pada <i>lag-k</i>   |
| $T$                      |                           |              | Waktu pengamatan ke- $t$ , $t=1,2,\dots,k$       |
| $\hat{\sigma}^2$         | <i>sigma</i> <sup>2</sup> | Skalar       | Dugaan variansi galat                            |
| $Z_{t-1}$                |                           | Skalar       | Variabel $Z$ pada waktu ke- $(t - 1)$            |
| $e$                      |                           | $T \times 1$ | Vektor <i>error</i>                              |
| $Z$                      |                           | $T \times 1$ | Vektor variabel regresi                          |
| $X$                      |                           | $T \times n$ | Matriks variabel regresi                         |
| $B$                      |                           |              | Operator <i>backward shift</i>                   |
| $\Sigma$                 | <i>sigma</i>              | $k \times 1$ | Matriks varian kovarian <i>error</i>             |
| $\Phi$                   | <i>Phi</i>                | $k \times k$ | Matriks koefisien <i>vector autoregressive</i>   |
| $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ |                           | $n \times k$ | Matriks koefisien <i>vector autoregressive</i>   |
| $e_t$                    |                           | $k \times 1$ | Vektor <i>error</i> pada waktu $t$               |
| $e_1, e_2, e_3$          |                           | $t \times k$ | Matriks <i>error</i> pada waktu $t$              |
| $P$                      |                           |              | <i>Lag autoregressive</i>                        |
| $R$                      |                           |              | Jarak spasial                                    |
| $W$                      |                           |              | Pembobot spasial                                 |
| $M_1, M_2, M_3$          |                           | $t \times k$ | Data $Z_k$ pada waktu $t - 1$                    |

## ABSTRAK

Nuronia, Nisa Izzarotun, 2019. **Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* dengan Metode *Maximum Likelihood***. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (1) Dr. Sri Harini, M.Si, (2) Muhammad Nafie Jauhari, M.Si.

**Kata kunci:** Metode Maximum Likelihood, Model GSTAR, Pembobot invers jarak

Penelitian ini membahas tentang penyelesaian model GSTAR yang merupakan pengembangan dari model STAR yang apabila dihadapkan pada lokasi heterogen maka cenderung tidak fleksibel. Bentuk umum model GS-TAR yakni dengan orde ( $p$ ) dan orde spasial ( $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k$ ) sehingga dapat ditulis sebagai ( $p: \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k$ ). Pada model S-TAR nilai parameter  $\Phi_{kl}$  dianggap seragam antar lokasi. Sedangkan, pada model GS-TAR nilai parameter  $\Phi_{kl}$  diperbolehkan berlainan antar lokasi pada spasial lag yang sama. Penelitian ini menggunakan bobot lokasi *invers* jarak. Untuk mengetahui bagaimana model GS-TAR yang baik diperlukan adanya estimasi parameter. Penelitian ini menggunakan estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood*. *Maximum Likelihood* merupakan metode yang digunakan untuk menduga nilai-nilai parameter dengan cara memaksimalkan fungsi kemungkinan yang dilihat berdasarkan pengamatan. Selanjutnya, juga disajikan simulasi dari model GSTAR. Variabel yang digunakan yakni variabel endogen berupa data *Customer Price Index (CPI)* di Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri. Tujuan penelitian ini yakni untuk mendapatkan dugaan parameter dan dugaan nilai terbaik pada ketiga lokasi yang didasarkan pada nilai *Root Mean Square Error (RMSE)* yang paling minimum yang dalam penelitian ini ada di lokasi probolinggo sebesar 0.521139. Disimpulkan bahwa metode *maximum likelihood* menghasilkan estimasi parameter yang baik untuk model GSTAR.

## ABSTRACT

Nuronia, Nisa Izzarotun. 2019. **Parameter Estimation of Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Model with Maximum Likelihood Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (1) Dr. Sri Harini, M.Si, (2) Muhammad Nafie Jauhari, M.Si.

**Keyword:** Maximum Likelihood Method, GSTAR Equation, Invers Space Weight.

This study discusses the solution of the GSTAR model which is a development of the STAR model, when faced with a spatial heterogeneous, tends to be not flexible. The general formula of the GS-TAR model with order ( $p$ ) and spatial order is  $(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k)$ . Then, we can be written as  $(p: \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k)$ . In the S-TAR model the parameter value  $\Phi_{kl}$  is considered to be the same/uniform between locations. Meanwhile, in the GS-TAR model the parameter value  $\Phi_{kl}$  is allowed to differ between locations in the same spatial lag. This study uses the inverse distance location weights. To find out how good GS-TAR model requires parameter estimators. This study uses parameter estimation with the Maximum Likelihood method. Maximum Likelihood is a method used to estimate the parameter values by maximizing the likelihood functions based on the observations. Furthermore, a simulation of the GSTAR model is also presented. The variables used are endogenous variables in the form of Customer Price Index (CPI) data in Probolinggo City, Surabaya City, and Kediri City. The purpose of this study is to obtain the best parameter estimates and the best estimated values in three locations based on the minimum Root Mean Square Error (RMSE) value in Probolinggo City that the value is 0.51139. It was concluded that the maximum likelihood method is good parameter estimates for the GSTAR model.

## ملخص

نورانية، نساء زهرة ، ٢٠١٩. قيمة المعلمة لنموذج الانحدار التلقائي لوقت الفضاء (GSTAR) بطريقة الاحتمالية القصوى. بحث الجمعي. شعبة الرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المستشارون: (١) دكتور، سرى هاريني، ماجستير ، (٢) محمد نافع جوهاري، ماجستير

**الكلمات المفتاحية:** طريقة احتمالية القصوى ، نموذج GSTAR ، الوزن مسافة عكسية

تناقش هذه الدراسة الحل من نموذج GSTAR وهي معادلة التنمية من نموذج STAR عند مواجهة موقع غير متجانس فتميل إلى أن تكون غير مرنة. نموذج GSTAR مع ترتيب الوقت ( $p$ ) والترتيب المكاني هو  $(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k)$  ثم يمكن مكتوب مع  $(p: \Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_k)$ . في معادلة STAR قيمة المعلمة  $\Phi_{kl}$  يعتبر نفسه بين المواقع. في حين، في نموذج GSTAR قيمة المعلمة  $\Phi_{kl}$  يعتبر تختلف بين المواقع في نفس الفارق المكاني مسموح. يستخدم هذا البحث الترجيح مسافة عكسية. لتعريف معادلة GSTAR جيد مطلوب قيمة المعلمة. يستخدم هذا البحث طريقة احتمالية القصوى. يستخدم طريقة احتمالية القصوى قيم العلامات المقدرة بتعظيم ودالة الاحتمال على الملاحظة. ثم قدم محاكاة نموذج GSTAR. يستخدم متغير في هذا البحث هو متغير داخلي في شكل بيانات مؤشر أسعار المستهلك في مدينة بروبولينجو، مدينة سورابايا، و مدينة كديري. الهدف لهذا البحث هو الحصول على أفضل العلامات المقدرة وأفضل القيم في جميع المواقع الثلاثة بناء على الحد الأدنى لقيمة الجذر التربيعي (RMSE) القيمة في مدينة بروبولينجو يعنى 0,051139. وقد خلص إلى أن طريقة احتمالية القصوى في هذه الدراسة لنموذج GSTAR خيرا.

# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Statistika merupakan sekumpulan metode dan konsep yang digunakan untuk akumulasi juga interpretasi data kuantitatif pada bidang tertentu serta digunakan untuk mengambil keputusan jika data mengalami ketidakpastian dan variansi (Soejoeti, 1985). Disisi lain, penerapan statistika digunakan dalam segala aspek bidang keilmuan seperti kesehatan, administratif, hingga pada penggunaan suatu perencanaan dan peramalan.

Suatu peramalan pada dasarnya merupakan pendugaan kejadian di masa yang akan datang dengan bantuan informasi yang ada di masa yang lampau. Oleh karena itu, pada suatu peramalan dibutuhkan suatu cara atau metode khusus yang digunakan untuk meramal data sesuai dengan tujuan peramalan. Metode peramalan yang digunakan bergantung pada data yang akan diramal. Pada peramalan, terdapat dua metode yang digunakan untuk analisis peramalan yaitu analisis sebab akibat (*cross-section*) dan analisis data runtun waktu (*time series*) (Makridakis, 1999).

Analisis sebab akibat (*cross-section*) merupakan analisis jenis data pada suatu titik-titik tertentu yang terdiri dari sejumlah variabel yang dikumpulkan untuk sejumlah individu atau kategori (Nurdini, 2006). Model yang digunakan pada analisis sebab akibat (*cross-section*) pada data yang seperti ini yakni model regresi. Kelemahan model ini yakni tidak mampu dalam menjelaskan bagaimana korelasi serta proses yang terjadi pada objek atau variabel penelitian. Sedangkan, analisis data runtun waktu (*Time Series*) merupakan analisis jenis data pada

rentang waktu tertentu untuk mengukur sejauh mana perubahan atau perkembangan yang terjadi dalam satu periode.

Analisis data runtun waktu memiliki dua model jenis analisis yaitu model univariat dan model multivariat (Rosadi D. , 2006). Model univariat mengamati satu variabel/individu runtun waktu seperti digunakan untuk mengetahui kecenderungan nilai tengah, distribusi frekuensi dan lain-lain. Model data runtun waktu univariat digunakan untuk data yang tidak memperhatikan faktor lokasi seperti halnya pada model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) (Kadek A N Diani, 2013). Sedangkan, model multivariat mengamati lebih dari satu variabel/individu runtun waktu seperti *State-Space*, *Vector Autoregressive* (VAR) dan *Space-Time*.

Seiring berkembangnya zaman, fenomena alam tidak hanya bergantung pada waktu lampau, tetapi juga bergantung pada lokasi. Model yang dapat digunakan untuk mengetahui hubungan antar lokasi merupakan model spasial. Permasalahan yang terkadang menjadi penghambat yakni penentuan bobot lokasi. Jika data yang diperoleh merupakan data yang mengandung keterkaitan yang tidak hanya dengan waktu-waktu sebelumnya akan tetapi juga memiliki keterkaitan antar lokasi maka data tersebut termasuk data deret waktu dan lokasi. Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan salah satu model statistika yang tepat dalam memodelkan serta meramalkan data runtun waktu dan lokasi. Salah satu penerapan model GSTAR pada data yang runtun waktu spasial terdapat pada bidang ekonomi khususnya pada *Customer Price Index* (CPI) atau yang biasa disebut dengan Indeks Harga Konsumen (IHK).

*Customer Price Index* (CPI) merupakan besaran/indeks yang digunakan untuk mengukur perubahan harga rata-rata pada suatu barang/jasa yang dikonsumsi oleh konsumen/masyarakat dalam waktu tertentu (Hariawan, 2009). Analisis tingkat ketinggian konsumsi masyarakat Jawa Timur Khususnya pada Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri menjadi daya tarik masyarakat tersendiri. Perubahan pola konsumsi masyarakat dipengaruhi oleh beberapa faktor diantaranya pendapatan, penawaran, permintaan terhadap barang/jasa dan lain sebagainya. Perkembangan data *Customer Price Index* (CPI) pada ketiga lokasi tersebut selain dipengaruhi oleh waktu juga dipengaruhi oleh lokasi yang saling berkaitan satu sama lain. Dalam penelitian ini, data *Customer Price Index* (CPI) dari ketiga lokasi tersebut akan dimodelkan dengan menggunakan model pendekatan *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR).

GSTAR merupakan model pengembangan dari model *Space Time Autoregressive* (STAR) yang cenderung tidak fleksibel ketika model dihadapkan pada data yang kondisi lokasinya heterogen (Pfeifer, 1980). Secara umum GSTAR memiliki tiga pembobot diantaranya yaitu bobot lokasi seragam, bobot lokasi normalisasi silang dan bobot lokasi invers jarak. Untuk mengetahui bagaimana model GSTAR yang baik diperlukan adanya penduga/estimasi parameter. Pada dasarnya, estimasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengetahui persekitaran nilai-nilai populasi dengan perwakilan pada nilai-nilai sampel. Estimasi diklasifikasikan menjadi estimasi titik (*Point Estimation*) dan estimasi selang (*Interval Estimation*).

Pada estimasi titik salah satu metode yang digunakan adalah estimasi maksimum likelihood yang pertama kali dikembangkan oleh R.A Fisher pada

tahun 1920. Metode ini memiliki beberapa karakteristik seperti konsistensi, ketidakbiasan dan efisiensi. Gagasan yang ada dalam maksimum likelihood yakni: Misalkan  $f(x, \beta)$  adalah fungsi kepadatan dari variabel acak  $X$  dan  $\beta$  adalah parameter fungsi kepadatan. Jika terdapat sampel yang acak  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  maka dugaan penaksir pada maksimum likelihood dari  $\beta$  adalah nilai  $\beta$  yang kemungkinan memiliki nilai probabilitas yang tinggi. Dengan kata lain, nilai yang memaksimalkan fungsi kepadatan  $f(x, \beta)$  adalah estimasi maksimum likelihood dari  $\beta$ .

Berdasarkan pemaparan di atas, Penelitian ini difokuskan pada estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode maksimum likelihood. Ayat al-Qur'an yang berhubungan dengan estimasi salah satunya yaitu QS. Ali-'Imran ayat 24.

Al-Qur'an merupakan sumber dari segala sumber ilmu pengetahuan. Al-Qur'an telah menjelaskan bahwa dimensi baru dan nyata perihal perkara atau fenomena alam semesta dan membantu manusia dalam berinovasi terhadap setiap batas penghalang dari alam materi. Al-Qur'an membawa manusia kepada Allah SWT melalui segala ciptaan-Nya yang nyata yang ada di dalam langit dan bumi (Rahman, 2000).

Al-Qur'an mengajarkan manusia segala macam hal ilmu pengetahuan termasuk matematika. Matematika memiliki peran penting dalam kehidupan sehari-hari seperti halnya membantu dalam perhitungan, penilaian, pengukuran hingga pada pendugaan. Al-Qur'an dalam suratnya yang menyinggung masalah pendugaan terdapat pada surat Ali-'Imran ayat 24 yang artinya:

“Hal itu adalah karena mereka berkata: “Api neraka tidak akan menyentuh kami kecuali beberapa hari saja.” mereka terperdaya dalam agama mereka oleh apa yang mereka ada-adakan”.

Adapun keterkaitan ayat tersebut dengan pendugaan yakni terdapat pada lafadz yang memiliki arti beberapa hari. Yang tidak menentu berapa lama mereka akan disentuh oleh api neraka, akan tetapi sudah pasti jika terdapat beberapa hari akan disentuh api neraka.

Penelitian ini merujuk pada penelitian terdahulu tentang model GSTAR pada data jumlah wisatawan mancanegara oleh (Rony Gusnadi, 2015). Penelitian serupa juga dilakukan oleh (Karlina, 2014) tentang aplikasi model GSTAR pada data jumlah TKI daerah Jawa Barat dan juga pernah dilakukan oleh (Puji Sari, 2013) tentang peramalan model GSTAR menggunakan bobot lokasi normal korelasi silang serta oleh (Jannah, 2018). Perbedaan penelitian ini dengan penelitian terdahulu yakni metode, bobot lokasi serta objek penelitian yang digunakan.

Oleh karena itu, penelitian ini akan mengambil tema estimasi parameter model GSTAR dengan judul penelitian: “Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan Metode *Maximum Likelihood*”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan pada latar belakang di atas, maka permasalahan dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan metode *maximum likelihood* ?
2. Bagaimana implementasi model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan metode *maximum likelihood* pada data *Customer Price Index* (CPI)?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan pada rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian sebagai berikut:

1. Untuk mengetahui bentuk estimasi parameter model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan metode *Maximum Likelihood*.
2. Untuk mengetahui hasil implementasi model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) dengan metode *maximum likelihood* pada data *Customer Price Index* (CPI).

## 1.4 Batasan Masalah

Dari uraian latar belakang di atas, maka dalam hal ini penelitian diberikan batasan permasalahan sebagai berikut:

1. Data yang digunakan sebanyak tiga variabel.
2. Pembobot yang digunakan yakni dengan bobot invers jarak.
3. Model yang digunakan adalah GSTAR orde 1 (GSTAR(1)).

4. Estimasi menggunakan metode *maximum likelihood*.
5. Metode pemilihan model terbaik pada implementasi data menggunakan RMSE.
6. Parameter yang digunakan merupakan parameter regresi.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan dan tujuan penelitian, maka manfaat dari penulisan penelitian ini adalah:

1. Sebagai tambahan informasi dan pengetahuan mengenai pengembangan model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) serta memperdalam pemahaman mengenai estimasi parameter khususnya dengan metode *Maximum Likelihood*.
2. Sebagai pengembangan pengetahuan mengenai implementasi model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) pada data *Customer Price Index* (CPI). Serta dapat digunakan untuk bahan perbandingan analisis statistik matematik yang lain.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Adapun sistematika penulisan dalam penelitian ini terdiri dari empat bab, dalam setiap bab terdiri dari beberapa subbab, dengan susunan penulisan sebagai berikut:

- BAB I : Pendahuluan, yang berisi tentang sub bahasan seperti latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.
- BAB II : Kajian pustaka, kajian-kajian yang tercantum dalam bab ini meliputi teori-teori yang terkait dengan pokok bahasan permasalahan diantaranya GS-TAR dan modelnya, penduga/estimasi parameter, metode *Maximum Likelihood* dan definisi-definisi serta pengertian-pengertian baik dalam sudut pandang matematika maupun agama yang diambil dari berbagai macam literatur seperti buku, jurnal, artikel, internet dan lain sebagainya yang berkaitan dengan pokok bahasan penelitian.
- BAB III : Metodologi Penelitian, yang berisi tentang bagaimana cara atau langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam penelitian ini.
- BAB IV : Pembahasan, yang berisi uraian/pemaparan tentang cara penentuan estimasi parameter yang meliputi: menentukan penduga parameter dari data yang telah diambil dan ditentukan, menentukan penduga dari model GSTAR dengan metode *Maximum Likelihood*.
- BAB V : Penutup, yang berisi tentang kesimpulan dan saran-saran yang berkaitan dengan penelitian berikutnya yang merujuk pada penelitian ini.

## BAB II KAJIAN PUSTAKA

### 2.1 *Time Series*

*Time Series* (Runtun Waktu) merupakan suatu pengamatan beberapa periode di masa lampau yang dilakukan untuk meramalkan beberapa periode di masa yang akan datang (Assauri, 1984). Dalam melakukan penelitian, pertimbangan yang paling penting dalam memilih metode yang tepat dalam *time series* yakni pertimbangan pola data.

*Time series* terdiri atas beberapa objek yang meliputi beberapa periode seperti harian, mingguan, bulanan, tahunan dan lain sebagainya. Contoh data *time series* sendiri meliputi data harga saham, data kurs (nilai tukar), data ekspor/impor, data produksi dan sebagainya. Seperti contoh data pemasukan infaq di Badan Amil Zakat Nasional (BAZNAS) tahun 2014 hingga tahun 2018, data kunjungan stasiun kota baru di Malang tahun 2010 hingga tahun 2018 dan lain sebagainya. Dengan demikian, pengambilan data sangatlah mudah karena hanya menggantungkan pada periode tertentu.

Data *time series* juga berguna bagi peramalan bagaimana kondisi sesuatu di masa yang akan datang. Data *time series* tergantung pada suatu lag (selisih), yang biasanya terjadi pada data komoditas padi pada tahun sebelumnya yang dapat mempengaruhi nilai harga komoditas padi pada tahun berikutnya.

Teknik peramalan yang ada pada *time series* terbagi menjadi dua bagian diantaranya sebagai berikut:

1. Model peramalan *time series* yang didasarkan terhadap model matematika statistik, seperti contoh pada penyelesaian peramalan dengan menggunakan moving average, exponential smoothing, ARIMA dan lain sebagainya.
2. Model peramalan *time series* yang didasarkan terhadap model kecerdasan buatan, seperti contoh algoritma genetika, neural network dan lain sebagainya.

Menurut (Wei W. , 2006) bahwa menurut jumlah variabel yang dipakai dalam penelitian *Time series* dibagi menjadi dua macam yaitu *univariate time series* dan *multivariate time series*.

### 2.1.1 *Univariate Time Series* (UTS)

*Univariate Time Series* (Runtun Waktu Univariat) adalah runtun waktu pada suatu data yang hanya terdiri dari satu variabel (Mohamad As'add, 2017). Data runtun waktu merupakan suatu data yang menggunakan interval waktu yang tidak berubah (tetap) dengan hanya menggunakan satu variabel (George Box, 1994). Adapun diberikan notasi sebagai gambaran adalah sebagai berikut (As'ad, 2017):

$$Y_t = y_1, y_2, y_3, \dots, y_t$$

Dimana  $t$  merupakan indeks runtun waktu (*univariate time series*) dengan  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ .

### 2.1.2 *Multivariate Time Series (MTS)*

*Multivariate Time Series* (Runtun Waktu Multivariat) adalah pengamatan yang dilakukan secara simultan pada dua variabel atau lebih (Gilgen, 2006). Pada runtun waktu multivariat, kestasioneran dapat dilihat melalui *Matrix Autocorrelation Function* (MACF) (Rony Gusnadi, 2015). Bentuk plot pada MACF yang turun perlahan (*tails off*) menunjukkan bahwa data tidak stasioner.

Sama halnya dengan runtun waktu univariat, kestasioneran data runtun waktu multivariat dapat dilihat melalui plot *Matrix Autocorrelation Function* (MACF) dan *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF). Hasil MACF data yang memperlihatkan bahwa gambar data runtun waktu turun perlahan menunjukkan jika pada data yang digunakan belum stasioner dalam rata-rata sehingga diharuskan untuk menstasionerkan data terlebih dahulu dengan cara *differencing*. Hasil MPACF data yang memperlihatkan bahwa gambar data runtun waktu turun secara drastis menunjukkan jika pada data yang digunakan belum stasioner dalam varians sehingga diperlukan transformasi data yang digunakan untuk menstasionerkan data yang ada (Wei W. , 2006).

Pola data *time series* dibagi menjadi empat diantaranya pola trend, pola musiman, pola fluktuasi tak beraturan dan pola siklis (Spyros Makridakis, 1999).

### 2.1.3 *Pola Trend*

Trend merupakan perubahan perkembangan jangka panjang dalam runtun waktu yang biasanya dapat digambarkan dengan suatu garis atau kurva. Dalam analisis trend variabel yang digunakan yaitu variabel bebas (*independent variable*). Jika garis yang dihasilkan membentuk pola garis lurus (*arithmetic scale*)

maka peneliti dalam analisis datanya menggunakan persamaan linear. Jika garis yang dihasilkan membentuk pola garis lurus (*semilogarithm*) maka peneliti dalam analisis datanya menggunakan *exponential model*. Metode yang dapat menjelaskan trend linear yakni metode kuadrat terkecil (Nawangwulan, 2016).

#### 2.1.4 Pola Musiman

Perubahan musiman biasanya ditemui pada suatu data yang cara pengelompokannya secara mingguan, bulanan bahkan tahunan. Macam-macam pola musiman menggambarkan pola yang secara teratur berubah dari satu waktu ke waktu lain. Komponen musiman ditandai dengan indeks yang berupa angka pada suatu runtun waktu (Nawangwulan, 2016).

#### 2.1.5 Pola Fluktuasi Tak Beraturan

Pola fluktuasi tak beraturan merupakan suatu pola fluktuasi yang disebabkan oleh peristiwa-peristiwa yang tidak terduga yang mempengaruhi berubahnya nilai data. Peristiwa-peristiwa yang mempengaruhi biasanya dapat berupa perubahan cuaca, perang, dan lain sebagainya (Nawangwulan, 2016).

#### 2.1.6 Pola Siklis

Pola siklis merupakan suatu pola dengan bentuk seperti gelombang. Biasanya pada pola siklis dipengaruhi oleh data *trend* dan musiman. Jika data yang digunakan merupakan data yang jenis pengelompokannya menurut mingguan, bulanan, atau kuartalan maka pengaruh *trend* pada data harus dihilangkan. Jika data yang digunakan merupakan data yang jenis

pengelompokannya menurut tahunan maka pengaruh *trend* harus dihilangkan (Nawangwulan, 2016).

## 2.2 *Spatial Autocorrelation*

Autokorelasi spasial merupakan pendugaan korelasi pada data pengamatan yang memiliki keterkaitan lokasi spasial pada suatu variabel yang sama (Triastuti W, 2014). Ketentuan autokorelasi spasial tersendiri ada dua, jika spasial positif menggambarkan adanya kemiripan nilai pada lokasi yang berdekatan maka dapat dikatakan bahwa data cenderung berkelompok. Sebaliknya, jika spasial negatif menggambarkan adanya keberagaman nilai pada lokasi yang cukup berbeda maka dapat dikatakan bahwa data cenderung menyebar. Menurut (Kosfeld, 2006) bahwa karakteristik autokorelasi spasial sebagai berikut:

1. Suatu pengamatan dikatakan terdapat autokorelasi spasial jika data memiliki pola sistematis pada distribusi spasial dari variabel yang diamati.
2. Suatu pengamatan dikatakan tidak terdapat autokorelasi spasial jika kedekatan antar lokasi cukup dekat.
3. Suatu pengamatan dikatakan terdapat autokorelasi spasial negatif jika menggambarkan pola ketetangaan yang tidak sistematis.
4. Pola acak dari data spasial menunjukkan tidak ada autokorelasi spasial.

Keberagaman autokorelasi spasial dapat dinyatakan sebagai  $cov(Y_j, Y_k) = E(Y_j Y_k) - E(Y_j) E(Y_k) \neq 0$  untuk  $j \neq k$ .  $Y_j$  dan  $Y_k$  adalah pengamatan pada variabel acak pada lokasi ke- $j$  dan ke- $k$  dalam ruang dan  $j, k$  dapat berupa titik. Misal dari keberagaman autokorelasi spasial titik adalah lokasi toko, balai kota merupakan wilayah metropolitan yang diukur dari garis lintang dan bujuranya.

Sedangkan, keberagaman autokorelasi spasial ruang/area adalah Negara, Kabupaten, atau unit sensus (Anselin, 1988).

Menurut (Lee & Wong, 2001) bahwa salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengetahui adanya autokorelasi spasial adalah *Moran's Index* yang merupakan indikasi untuk melihat adanya autokorelasi secara global dan digunakan untuk mengukur korelasi satu variabel. Misal bahwa  $x(x_j$  dan  $x_k)$  dimana  $j \neq k, i = 1, 2, \dots, n$  dan  $j = 1$  dengan banyak data sebanyak  $n$ , maka rumus dari *Moran's Index* adalah  $C_{jk} = (x_j - \bar{x})(x_k - \bar{x})$  dimana  $j = k = 1, 2, \dots, n$ . Sedangkan, *Moran's Index* dapat dihitung sebagai berikut:

1. *Moran's Index* dengan matrix pembobot spasial tak terstandarisasi  $w^*$

$$I = \frac{n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_{jk}^* ((x_k - \bar{x})(x_j - \bar{x}))}{S_0 \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}$$

dengan  $S_0 = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_{jk}^*$

$w_{jk}^*$  : elemen pada pembobot tak terstandarisasi antara lokasi  $j$  dan  $k$

2. *Moran's Index* dengan matrix pembobot spasial terstandarisasi  $w$

$$I = \frac{n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n w_{jk} ((x_k - \bar{x})(x_j - \bar{x}))}{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}$$

Keterangan: I : Indeks Moran,

$n$  : banyaknya lokasi kejadian,

$x_j$  : nilai pada lokasi ke- $j$ ,

$x_k$  : nilai pada lokasi ke- $k$ ,

$\bar{x}$  : rata-rata jumlah variabel atau nilai,

$w_{jk}^*$  : elemen pembobot tak terstandarisasi pada lokasi ke- $j$  dan ke- $k$ , dan

$w_{jk}$  : elemen pembobot tersandarisasi pada lokasi ke- $j$  dan ke- $k$ .

Rentang nilai dari Indeks Moran dalam kasus matriks pembobot spasial terstandarisasi adalah  $-1 \leq I \leq 1$ . Nilai  $-1 \leq I < 0$  menunjukkan adanya autokorelasi spasial negatif, sedangkan nilai  $0 < I \leq 1$  menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif, nilai Indeks Moran bernilai nol mengindikasikan tidak berkelompok.

### 2.3 Stasioneritas

Stasioneritas merupakan uji statistik yang digunakan untuk mengetahui apakah terjadi perubahan drastis pada data atau tidak. Dengan kata lain bahwa nilai rata-rata dan variansinya bernilai konstan. Salah satu faktor penyebab data tidak stasioner yakni data mengandung autokorelasi. Untuk menjadikan data stasioner yakni dengan transformasi data, maka autokorelasi akan hilang dengan sendirinya. Karena transformasi data digunakan untuk menstasionerkan data maka istilah transformasi data merupakan cara untuk menghilangkan faktor autokorelasi pada data. Terdapat dua macam bentuk kestasioneran yakni kestasioneran terhadap rata-rata (*mean*) dan kestasioneran terhadap ragam (*varians*).

#### 2.3.1 Kestasioneran terhadap Rata-rata

Kestasioneran terhadap rata-rata merupakan suatu proses yang digunakan untuk menstasionerkan dalam rata-rata apabila  $E(Z_t) = \mu_t = \mu$  merupakan nilai konstan ke- $t$ . Untuk mengetahui apakah suatu data yang digunakan konstan atau tidak maka digunakanlah diagram pencar pada nilai peubah  $Z_t$  pada waktu ke- $t$

atau yang biasa disebut dengan diagram deret waktu (*time series plot*) (Kiki Febri Azriati, 2014).

Selain itu, untuk menguji kestasioneran data dapat pula digunakan uji *unit root*. Salah satu uji *unit root* yakni *Augmented Dickey Fuller* (ADF) yang mana pada uji ADF mengikuti pada proses *autoregressive* (AR) dengan orde pertama, sehingga dapat ditulis dengan AR(1).

### 2.3.2 Kestasioneran terhadap Varians

Kestasioneran terhadap varians merupakan suatu proses yang digunakan untuk menstasionerkan dalam varians apabila  $Var(Z_t) = (Z_t - \mu_t)^2 = \sigma^2$  merupakan nilai konstan ke- $t$ . Untuk mengetahui apakah suatu data yang digunakan konstan atau tidak maka digunakanlah uji Bartlett. Akan tetapi, jika data menunjukkan ketakstasioneran maka hal yang dilakukan ialah dengan mentransformasi data. Untuk transformasi data biasanya menggunakan *Box-Cox Transformation*.

Data stasioner merupakan data runtun waktu yang apabila memiliki rata-rata dan kecenderungan lag yang bergerak menuju rata-rata (Kuncoro, 2007). Untuk mengetahui apakah data stasioner atau tidak maka dapat dilihat dari *Matrix Autocorrelation Function* (MACF) dan juga *Matrix Partial Autocorrelation Function* (MPACF).

### 2.3.3 Matrix Autocorrelation Function (MACF)

Matrix Autocorrelation Function (MACF) merupakan salah satu uji kestasioneran *moving average*. Menurut (Anggraeni, 2013), jika diberikan suatu vektor runtun waktu (*time series*) sebanyak  $n$  kali dari suatu pengamatan  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$  maka matrix korelasi sampelnya dapat dinyatakan dengan:

$$\hat{\rho}(k) = [\hat{\rho}_{ij}(k)]$$

dimana  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  merupakan korelasi silang sampel dari komponen deret ke- $i$  dan deret ke- $j$  yang dinyatakan sebagai:

$$\hat{\rho}_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)(Z_{j,t+k} - \bar{Z}_j)}{\left[ \sum_{t=1}^n (Z_{i,t} - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^n (Z_{j,t} - \bar{Z}_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

dimana  $\bar{Z}_i$  dan  $\bar{Z}_j$  merupakan suatu sampel dari komponen deret yang bersesuaian.

Pada MACF bentuk matrix dan grafik akan semakin rinci dan kompleks jika dimensi dan vektornya semakin besar maka akan lebih menyulitkan dalam penganalisaan. Sehingga untuk memudahkan dalam penggunaan metode digunakanlah simbol-simbol notasi seperti halnya notasi dengan (+), (-) dan (.) pada suatu matriks korelasi dengan sampel ke- $(i, j)$  (Wei W. , 2006).

Keterangan:

- (+) :  $\hat{\rho}_{ij}(k) > 2 \times \text{Standard Error}$  **korelasi positif**
- (-) :  $\hat{\rho}_{ij}(k) > -2 \times \text{Standard Error}$  **korelasi negatif**
- (.) :  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  diantara  $\pm 2 \times \text{Standard Error}$  **tidak ada korelasi**

*Standard error* pada  $\hat{\rho}_{ij}(k)$  dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$S_{\hat{\rho}_{ij}(k)} = \sqrt{\frac{1}{T} (1 + 2 \hat{\rho}_{ij}^2(1) + 2 \hat{\rho}_{ij}^2(2) + 2 \hat{\rho}_{ij}^2(3) + \dots + 2 \hat{\rho}_{ij}^2(k-1))} .$$

dengan  $T$  adalah banyaknya observasi.

### 2.3.4 Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)

Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF) merupakan salah satu uji kestasioneran *autoregressive*. Menurut (Wei W. , 2006) menyatakan bahwa MPACF sangat berpengaruh pada model *Autoregressive* (AR). Hubungan antara  $Z_t$  dan  $Z_{t-k}$  dapat diketahui setelah keterhubungan pada variabel  $Z_{t+1}, Z_{t+2}, Z_{t+3}, \dots, Z_{t+k-1}$  diabaikan. Sehingga persamaan MPACF dapat dirumuskan sebagai:

$$\Phi_{kk} = \frac{\text{Cov} [(Z_t - \hat{Z}_t) (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})]}{\sqrt{\text{Var} (Z_t - \hat{Z}_t)} \sqrt{\text{Var} (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}} .$$

Menurut (Box G. a., 1976) menyatakan bahwa MPACF pada lag- $s$  ( $\mathbf{P}(s)$ ) jika data diterapkan pada proses *Vector Autoregressive* (VAR) orde ke- $s$  maka lag- $s$  ( $\mathbf{P}(s)$ ) dinyatakan sebagai koefisien matrix terakhir. Sehingga,  $\mathbf{P}(s) = \Phi_{ss}$  pada regresi linear multivariat seperti PACF pada kasus data runtun univariat (*Univariate Time Series/UTS*).

Dalam jurnal (Rony Gusnadi, 2015) bahwa (Wei W. , 2006) juga menyebutkan persamaan MPACF dalam bentuk matrix sebagai berikut:

$$\mathbf{P}(k) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(0)]^{-1}, k = 1 \\ \{\Gamma'(k) - \mathbf{c}'(k)[\mathbf{A}(k)]^{-1}\mathbf{b}(k)\} \{\Gamma'(0) - \mathbf{b}(k)[\mathbf{A}(k)]^{-1}\mathbf{b}(k)\}^{-1}, k > 1 . \end{cases}$$

Untuk persamaan  $k \geq 2$  maka persamaan untuk nilai  $\mathbf{A}(k)$ ,  $\mathbf{b}(k)$  dan  $\mathbf{c}(k)$  dapat dinyatakan dengan persamaan sebagai berikut:

$$A(k) = \begin{bmatrix} \Gamma(0) & \Gamma'(1) & \dots & \Gamma'(k-2) \\ \Gamma(1) & \Gamma(0) & \dots & \Gamma'(k-3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Gamma(k-2) & \Gamma(k-3) & \dots & \Gamma(0) \end{bmatrix},$$

$$b(k) = \begin{bmatrix} \Gamma'(k-1) \\ \Gamma'(k-2) \\ \vdots \\ \Gamma'(1) \end{bmatrix},$$

$$c(k) = \begin{bmatrix} \Gamma(1) \\ \Gamma(2) \\ \vdots \\ \Gamma(k-1) \end{bmatrix}.$$

### 2.3.5 Augmented Dickey-Fuller

Suatu deret pengamatan dikatakan stasioner apabila proses tidak berubah seiring dengan adanya perubahan deret waktu. Proses keseimbangan statistik dapat terjadi jika deret waktu  $Y_t$  stasioner dan nilai tengah (*mean*), varian dan kovarian deret tersebut tidak dipengaruhi oleh berubahnya waktu pengamatan (Soedjati, 1987).

Menurut (Wei W. , 2006), *Augmented Dickey-Fuller* (ADF) merupakan suatu uji stasioneritas yang digunakan untuk mengetahui apakah suatu data memiliki akar unit (*unit root*) dalam model ataukah tidak. Adapun uji hipotesis  $H_0 = \rho = 0$  dalam persamaan regresi sebagai berikut:

$$Y_t = \alpha + \delta t + \rho Y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \phi_j Y_{t-j} + e_t .$$

Keterangan:

$Y_t$  = variabel pengamatan waktu ke- $t$ ,

$\alpha$  = konstanta,

$\delta$  = parameter regresi data *trend*,

- $\rho$  = parameter regresi *lag* ke-1,  
 $\phi_j$  = parameter regresi *lag* ke- $j$ , dan  
 $e_t$  = *error* waktu ke- $t$ .

(Rosadi D. , 2010)

Tahap pengujian hipotesis *Augmented Dickey-Fulller* (ADF) adalah sebagai berikut (Satria I, 2015):

Hipotesis:

$H_0 : \phi = 1$  (terdapat *unit root*/data tidak stasioner).

$H_1 : |\phi| < 1$  (tidak terdapat *unit root*/data stasioner).

Statistik Uji:

$$ADF_{hitung} = \frac{\hat{\phi} - 1}{SE(\hat{\phi})},$$

dimana;

$$SE(\hat{\phi}) = \left[ \hat{\sigma}_e^2 \left( \sum_{t=1}^n Y_{t-1}^2 \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = \sum_{t=1}^n \frac{(Y_t - \hat{\phi}Y_{t-1})^2}{n-1}.$$

#### 2.4 Autoregressive (AR)

*Autoregressive* (AR) merupakan salah satu bentuk regresi yang nilai-nilai sebelumnya bergantung pada *time lag*. *Autoregressive* meramalkan fungsi nilai-nilai sebelumnya yang berdasarkan pada waktu tertentu. Menurut (Wei W. , 2006)

bahwa model time series stasioner merupakan salah satu model yang dikemukakan oleh Yule (1927). Yule menggunakan proses AR guna mendeskripsikan bagaimana fenomena bilangan sunspot serta perilaku bandul sederhana. Model *Autoregressive* dengan order  $p$  dinotasikan dengan  $AR(p)$  dengan kata lain model  $ARIMA(p,0,0)$  (Ismi A, 2017). Bentuk umum model  $AR(p)$  adalah sebagai berikut:

$$\phi_p(B)Z_t = e_t \quad (2.1)$$

dimana  $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)$  dan  $Z_t = Y_t - \mu$ .

Dari persamaan (2.1) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)Z_t &= e_t \\ Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} &= e_t \\ Z_t &= \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + e_t \end{aligned} \quad (2.2)$$

Kemudian pada persamaan (2.2) disubstitusi dengan  $Z_t = Y_t - \mu$  sehingga menjadi:

$$\begin{aligned} Y_t - \mu &= \phi_1(Y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(Y_{t-p} - \mu) + e_t \\ &= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p \mu + e_t - \mu \\ Y_t &= \mu - \phi_1 \mu - \dots - \phi_p \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \\ &= \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \\ &= \mu \left( 1 - (\phi_1 + \dots + \phi_p) \right) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \end{aligned}$$

dengan  $\mu = \phi_0$  model persamaan menjadi:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad (2.3)$$

Persamaan (2.3) dijabarkan menjadi:

$$Y_1 = \phi_0 + \phi_1 Y_0 + \dots + \phi_p Y_{1-p} + e_1$$

$$Y_2 = \phi_0 + \phi_1 Y_1 + \dots + \phi_p Y_{2-p} + e_2$$

⋮

$$Y_n = \phi_0 + \phi_1 Y_{n-1} + \dots + \phi_p Y_{n-p} + e_n$$

Dalam matriks menjadi:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \dots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \dots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \dots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

Keterangan:

$Y_t$  : Data  $Y$  pada periode ke- $t$ ,  $\forall t = 1, 2, \dots, n$ ,

$Y_{t-i}$  : Data  $Y$  pada periode ke- $(t - i)$ , dengan  $\forall i = 1, 2, \dots, p$ ,

$e_t$  : *Error* pada periode ke- $t$ ,

$\mu$  : Peramalan konstanta,

$\phi_i$  : Parameter koefisien AR ke- $i$ , dengan  $\forall i = 1, 2, \dots, p$ ,

$\phi_0$  : Konstanta rata-rata.

## 2.5 Vector Autoregressive (VAR)

*Vector Autoregressive* (VAR) merupakan pemodelan dalam analisis *time series* yang digunakan untuk aplikasi ramalan variabel jangka panjang maupun menengah panjang yang bersifat *multivariate*. Disamping itu, model VAR juga dapat digunakan untuk mengetahui sebab akibat. Keunggulan model VAR yakni tidak perlu membedakan mana variabel endogen dan eksogennya, karena seluruh variabel yang digunakan di dalamnya yakni variabel endogen (Widarjono, 2007).

Persamaan model VAR dengan  $k$  variabel dengan orde  $p$  atau dapat dituliskan dengan VAR( $p$ ) sebagai berikut:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1} + \dots + \Phi_p Y_{t-p} + e_t. \quad (2.4)$$

dimana;

$$Y_t = \begin{pmatrix} Y_{1,t} \\ Y_{2,t} \\ \vdots \\ Y_{k,t} \end{pmatrix} \text{ merupakan vektor } Y_t \text{ berukuran } k \times 1.$$

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} \Phi_{10} \\ \Phi_{20} \\ \vdots \\ \Phi_{k0} \end{pmatrix} \text{ merupakan vektor dengan dimensi } k, \text{ dimana } \Phi_i \text{ adalah matriks}$$

berukuran  $k \times k$ .

$$e_t = \begin{pmatrix} e_{1,t} \\ e_t \\ \vdots \\ e_t \end{pmatrix} \text{ merupakan vektor } error \text{ berukuran } k \times 1.$$

Sehingga, model VAR orde 1 pada persamaan (2.4) adalah:

$$Y_t = \Phi_0 + \Phi_1 Y_{t-1}. \quad (2.5)$$

## 2.6 *Space Time Autoregressive (STAR)*

Model *Space Time Autoregressive (STAR)* merupakan model spasial yang secara eksplisit bergantung pada model waktu dan lokasi. Model *Space Time Autoregressive (STAR)* dan *Space Time Autoregressive Moving Average (STARMA)* pertama kali dikenalkan tahun 1970-an diantaranya dikenalkan oleh Cilff dan Ord (1973), Martin dan Oeppen (1975), Preifer dan Deutsch (1980) dan Stoffer (1986). Sama halnya dengan model *Vector Autoregressive (VAR)*, model STAR memiliki karakteristik yang bergantung pada waktu dan lokasi. Hanya saja,

perbedaan yang menjadi dasar berbedanya antara VAR dengan STAR yakni jika STAR bergantung pada rata-rata dari pembobot matriks (Borovkova, 2008).

Model *Space Time Autoregressive* (STAR) merupakan salah satu model yang dikategorikan berdasarkan pada pengaruh lag secara linear menurut waktu maupun lokasi (Pfeifer, 1980). Adapun model STAR adalah sebagai berikut:

$$Z(t) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=0}^{\lambda_k} [\Phi_{ij} \mathbf{W}^{(1)}] \mathbf{Z}(t-k) + \mathbf{e}(t).$$

Keterangan:

$p$  : orde waktu *autoregressive* AR( $p$ ),

$\lambda_k$  : orde spasial *autoregressive term* ke- $k$ ,

$\Phi_{ij}$  : diag  $(\Phi_{ij}^{(1)}, \Phi_{ij}^{(2)}, \dots, \Phi_{ij}^{(N)})$  merupakan parameter *autoregressive* pada lag waktu ke- $k$  dan lag spasial ke- $l$ , yang memiliki elemen diagonal  $(\Phi_{ij}^1, \Phi_{ij}^2, \Phi_{ij}^3, \dots, \Phi_{ij}^N)$ ,

$\mathbf{W}^{(1)}$  : matriks bobot ukuran  $N \times N$  order spasial  $l$ ,

$\mathbf{Z}(t)$  : vektor random yang berukuran  $N \times 1$  dengan waktu  $t$ ,

$\mathbf{e}(t)$  : vektor error yang berukuran  $N \times 1$  dengan waktu  $t$  yang berdistribusi normal.

(Karlina, 2014).

## 2.7 Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) adalah suatu model yang mampu menunjukkan keterkaitan/hubungan linear dari waktu dan lokasi. GSTAR merupakan generalisasi dari model *Space Time Autoregressive* (STAR) yang mana jika dihadapkan pada kondisi lokasi yang heterogen maka

cenderung tidak fleksibel (Pfeifer, 1980). Pada model S-TAR nilai parameter  $\Phi_{kl}$  dianggap sama/seragam antar lokasi. Sedangkan, pada model GSTAR nilai parameter  $\Phi_{kl}$  diperbolehkan berlainan antar lokasi pada spasial lag yang sama. Nilai-nilai parameter pada model GSTAR memungkinkan bervariasi pada tiap lokasi. Menurut (Borovkova, 2008) bahwa matriks pembobot dapat menyatakan model GS-TAR pada keterkaitan ruang yang memiliki persamaan model sebagai berikut:

$$Z(t) = \sum_{i=1}^p [\Phi_{k0} + \sum_{j=1}^{\lambda_k} \Phi_{i1} \mathbf{W}] Z(t-i) + e(t). \quad (2.6)$$

Keterangan:

$\Phi_{i0}$  : diag  $\Phi_{i0}^{(1)}, \Phi_{i0}^{(2)}, \Phi_{i0}^{(3)}, \dots, \Phi_{i0}^{(N)}$ ,

$\Phi_{i1}$  : diag  $\Phi_{i1}^{(1)}, \Phi_{i1}^{(2)}, \Phi_{i1}^{(3)}, \dots, \Phi_{i1}^{(N)}$ .

Pada persamaan (2.16) merupakan bentuk model GSTAR secara umum dengan orde *autoregressive*  $p$  dan orde spasial  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  dapat dinyatakan dalam bentuk matriks sebagai berikut (Suryani & Sari, 2018):

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{s0}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{s0}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{s0}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} \Phi_{sk}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Phi_{sk}^{(2)} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \Phi_{sk}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & W_{12} & \dots & W_{1n} \\ W_{21} & 0 & \dots & W_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{n1} & W_{n2} & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}$$

dengan  $V_i(t) = \sum_{j=1}^n W_{ij} Z_j(t)$  diperoleh:

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{s0}^{(1)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_{s0}^{(2)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_{s0}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1(t-s) \\ Z_2(t-s) \\ \vdots \\ Z_n(t-s) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} \Phi_{sk}^{(1)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_{sk}^{(2)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_{sk}^{(n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1(t-s) \\ V_2(t-s) \\ \vdots \\ V_n(t-s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}$$

Matriks di atas dapat ditulis dalam bentuk yang lebih sederhana, yaitu:

$$\begin{pmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1(t-s)V_1(t-s) & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & Z_1(t-s)V_1(t-s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi_{s0}^{(1)} \\ \Phi_{sk}^{(1)} \\ \vdots \\ \Phi_{s0}^{(n)} \\ \Phi_{sk}^{(n)} \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{bobot} \begin{cases} W_{ii} = 0 \\ \sum_{i \neq j} W_{ij} = 1 \end{cases}$$

Salah satu yang terpenting dalam pemodelan GSTAR yakni dalam memilih serta menentukan pembobot lokasi. Dalam model GSTAR juga diperlukan adanya pembobot. Pembobot yang baik yakni pembobot yang membentuk model dengan memiliki tingkat kesalahan terkecil. Pembobot berguna untuk menentukan model pada tiap lokasi. Model GSTAR juga memiliki pemilihan bobot lokasi, diantaranya:

### 2.7.1 Bobot Lokasi Seragam (*uniform*)

Bobot lokasi seragam atau biasa disebut dengan bobot lokasi uniform merupakan pembobot yang dihitung berdasarkan pada jumlah lokasi yang berdekatan dengan  $i$ .

Jika terdapat  $W_{ij} = \frac{1}{n_i}$  yang merupakan bobot seragam dengan  $n_i$  adalah banyaknya lokasi-lokasi yang sedang berdekatan pada lokasi  $i$ . Maka bobot tersebut akan memberikan nilai bobot yang seragam (sama) pada tiap lokasi. Dengan demikian, bobot lokasi seragam ini sangat sering digunakan pada penelitian dengan data yang memiliki jarak antar lokasi yang homogen (Anggraeni, 2013).

### 2.7.2 Bobot Lokasi Invers Jarak (*Inverse Space*)

Pembobotan lokasi dengan metode invers jarak (*Inverse Space*) merupakan metode yang digunakan yang mengaju pada jarak antar lokasi (Cliff, 1983). Pembobotan lokasi dengan metode invers jarak dapat ditentukan berdasarkan pada jarak sebenarnya (antar lokasi) (Rahmadani, 2011). Dari titik pusat lokasi, dapat dihitung jarak antar lokasi dengan menggunakan koordinat lintang dan bujurnya. Sebagai contoh, jika terdapat 4 jarak antar lokasi diantaranya  $r_1$  merupakan jarak antara lokasi (1,2),  $r_2$  merupakan jarak antara lokasi (1,3),  $r_3$  merupakan jarak antara lokasi (1,4),  $r_4$  merupakan jarak antara lokasi (2,3),  $r_5$  merupakan jarak antara lokasi (2,4),  $r_6$  merupakan jarak antara lokasi (3,4) yang keseluruhannya dapat didefinisikan sebagai:

$$\begin{bmatrix}
0 & \frac{r_2 + r_3}{r_1 + r_2 + r_3} & \frac{r_1 + r_3}{r_1 + r_2 + r_3} & \frac{r_1 + r_2}{r_1 + r_2 + r_3} \\
\frac{r_4 + r_5}{r_1 + r_4 + r_5} & 0 & \frac{r_1 + r_5}{r_1 + r_4 + r_5} & \frac{r_1 + r_4}{r_1 + r_4 + r_5} \\
\frac{r_4 + r_6}{r_2 + r_4 + r_6} & \frac{r_2 + r_6}{r_2 + r_4 + r_6} & 0 & \frac{r_2 + r_4}{r_2 + r_4 + r_6} \\
\frac{r_5 + r_6}{r_3 + r_5 + r_6} & \frac{r_3 + r_6}{r_3 + r_5 + r_6} & \frac{r_3 + r_5}{r_3 + r_5 + r_6} & 0
\end{bmatrix}
= \begin{bmatrix}
0 & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\
W_{21} & 0 & W_{23} & W_{24} \\
W_{31} & W_{32} & 0 & W_{34} \\
W_{41} & W_{42} & W_{43} & 0
\end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Untuk mendapatkan berapa nilai dari  $\sum_{i \neq j} W_{ij}^{(1)} = 1$  maka matriks di atas distandarkan kedalam bentuk  $W_{ij}^*$ .

### 2.7.3 Bobot Lokasi Normalisasi Silang

Pembobotan pada normalisasi silang ini pertama kali dikenalkan oleh Suhartono dan Atok pada tahun 2006. Pembobotan dengan metode normalisasi silang ini didasarkan pada lag waktu yang bersesuaian pada normalisasi korelasi silang antar wilayah/lokasi. Menurut (Subanar, 2006) bahwa secara global normalisasi silang didefinisikan sebagai berikut:

$$\rho_{ij}(k) = \frac{\gamma_{ij}(k)}{\sigma_i \sigma_j}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Dalam hal ini menunjukkan bahwa korelasi silang antara wilayah/lokasi ke- $i$  dan ke- $j$  dengan lag waktu yang ke- $i$ . Dengan  $\gamma_{ij}(k)$  adalah kovarians silang antara peristiwa yang terjadi pada lokasi ke- $i$  dan ke- $j$ .

Pembulatan (taksiran) dari korelasi silang pada sampel dapat diketahui nilainya dengan menggunakan formula persamaan sebagai berikut:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t-k+1}^n (Z_i(t) - \bar{Z}_i)(Z_j(t-k) - \bar{Z}_j)}{\sqrt{(\sum_{t-1}^n (Z_i(t) - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t-1}^n (Z_j(t) - \bar{Z}_j)^2)}},$$

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{j \neq i} |r_{ij}(k)|}.$$

dimana  $i \neq j$ , dan dalam hal ini bobot terpenuhi bahwa  $\sum_{j \neq i} w_{ij} = 1$ .

## 2.8 Estimasi Parameter

Parameter merupakan hasil pengukuran yang menunjukkan suatu karakteristik data dari keseluruhan populasi. Parameter biasanya tidak diketahui. Untuk mengetahui bagaimana nilai parameternya maka parameter biasanya diduga/diestimasi menggunakan cara statistik.

Estimasi adalah suatu proses menduga atau mengestimasi hubungan parameter dari data populasi yang belum diketahui dengan menggunakan sampel dari anggota peubah acak statistik (Yitnosumarto, 1990). Parameter populasi dapat diketahui berdasarkan pada populasi pada sampel (random/acak), yang mana sampel populasi sampel diambil dari populasi yang bersangkutan. Dengan demikian, dengan pendugaan yang seperti ini keadaan parameter populasi dapat diketahui. Sebagai contoh: Misalkan terdapat suatu peubah acak (variabel)  $X$  yang mengikuti pada sebuah sebaran tertentu dimana  $X$  yaitu  $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_n$ . Andai tiap peubah acak memiliki nilai peluang yang sama maka akan diperoleh nilai rata-rata dengan mengikuti rumus sebagai berikut:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Menurut (Yitnosumarto, 1990) sifat-sifat penduga dibagi atas tiga hal, diantaranya sebagai berikut:

1. Tak Bias (*Unbiased*)

Adapun tujuan adanya pendugaan parameter yaitu agar penduga yang diperoleh mendekati pada nilai yang sebenarnya dari nilai parameter yang diduga. Sebagai contoh, misalkan terdapat suatu parameter  $\Phi$ . Jika  $\Phi$  dikategorikan pada penduga yang tidak bias (*unbiased*) pada parameter  $\Phi$ , maka nilai  $E(\hat{\Phi}) = \Phi$ , dimana  $\hat{\Phi}$  adalah penduga dari  $\Phi$ .

2. Efisien

Suatu penduga ( $\hat{\Phi}$ ) dikatakan efisien bagi parameter ( $\Phi$ ) apabila pada penduga mempunyai nilai varians yang kecil. Jika terdapat lebih dari satu penduga maka untuk penduga yang paling efisien yaitu satu penduga yang memiliki nilai varians yang terkecil dari penduga-penduga yang lain atau jika untuk membandingkan dua penduga dengan dibandingkan keduanya menggunakan *relative efficiency*-nya. *Relative Efficiency* dari penduga  $\hat{\Phi}_1$  terhadap  $\hat{\Phi}_2$  dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R(\hat{\Phi}_1, \hat{\Phi}_2) &= \frac{E(\hat{\Phi}_2 - \hat{\Phi})^2}{E(\hat{\Phi}_1 - \hat{\Phi})^2} \\ &= \frac{E(\hat{\Phi}_1 - E(\hat{\Phi}_1))^2}{E(\hat{\Phi}_2 - E(\hat{\Phi}_2))^2} \\ &= \frac{\text{var } \hat{\Phi}_1}{\text{var } \hat{\Phi}_2} \end{aligned}$$

dengan *Relative Efficiency* ( $R$ ) adalah  $\frac{\hat{\Phi}_1}{\hat{\Phi}_2}$ , jika  $R < 1$  maka  $\hat{\Phi}_1 > \hat{\Phi}_2$  yang berarti  $\hat{\Phi}_1$  secara relatif lebih efisien dibandingkan dengan  $\hat{\Phi}_2$  dan jika  $R > 1$  maka  $\hat{\Phi}_1 > \hat{\Phi}_2$  yang berarti  $\hat{\Phi}_2$  secara relatif lebih efisien dibandingkan dengan  $\hat{\Phi}_1$ .

### 3. Konsisten

Pada hal ini, suatu penduga akan dikatakan konsisten jika memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

a. Penduga mendekati parameternya apabila ukuran sampel yang digunakan semakin bertambah. Akan tetapi, jika ukuran sampel akan dapat menjadi tak hingga ( $\infty$ ) maka penduga konsisten harus memberi suatu titik penduga yang sempurna pada parameternya. Sehingga, untuk penduga ( $\hat{\Phi}$ ) dapat dikatakan penduga yang konsisten jika dan hanya jika:  $E\left(\hat{\Phi} - E(\hat{\Phi})\right)^2$  konvergen ke nol (0) atau dengan kata lain  $E\left(\hat{\Phi} - E(\hat{\Phi})\right)^2 \rightarrow 0, \forall n \rightarrow \infty$ .

b. Sebaliknya, penduga akan mengecil jika ukuran sampel yang digunakan semakin besar dan menjadi suatu garis tegak lurus diatas parameter dengan nilai kemungkinan sama dengan 1.

Menurut (Gujarati, 2007) bahwa jika nilai-nilai suatu penduga parameter  $\hat{\Phi}$  mendekati pada nilai parameter yang sebenarnya yakni  $\Phi$  meski ukuran sampel semakin besar maka dikatakan konsisten. Sehingga,  $\hat{\Phi}$  dikatakan penduga konsisten parameter  $\Phi$  jika dan hanya jika  $\hat{\Phi}$  konvergen ke parameter  $\Phi$ . Dengan kata lain bahwa:

$$plim \hat{\Phi} = \Phi.$$

Jika  $\hat{\Phi}_n$  merupakan penduga parameter  $\Phi$  dengan menggunakan sampel acak (*random sample*) yang berukuran  $n$ , maka  $\hat{\Phi}_n$  dikatakan penduga parameter yang konsisten untuk parameter  $\Phi$ , apabila;

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\Phi}_n - \Phi| < \varepsilon) = 1.$$

Cara pendugaan parameter tersebut juga dapat ditentukan dengan menggunakan ketidaksamaan Chebychev's sebagai berikut:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\Phi}_n - \Phi| < k\sigma) \geq 1 - \frac{1}{k^2}.$$

## 2.9 Maximum Likelihood Estimation

Berbagai macam metode yang dapat digunakan untuk menduga parameter dalam data yang berfrekuensi dan juga dalam data runtun waktu salah satunya yaitu metode *Maximum Likelihood*. Metode *Maximum Likelihood* merupakan metode yang digunakan untuk memperkirakan/menduga nilai-nilai parameter dengan cara memaksimalkan fungsi kemungkinan yang dilihat berdasarkan pengamatan.

Menurut (Dudewicz, 1995), fungsi kepadatan bersama dari beberapa objek ( $n$  variabel) yang acak/ random merupakan fungsi *likelihood* dengan  $n$  variabel random yaitu  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Fungsi kepadatan bersama  $f_{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n}(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n : \Phi)$  sangat menimbang/mempertimbangkan fungsi  $\beta$ . Fungsi *likelihood* akan menjadi  $f(x_1 : \Phi)f(x_2 : \Phi)f(x_3 : \Phi) \dots f(x_n : \Phi)$  ketika  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  adalah fungsi kepadatan  $f(x : \Phi)$  yang merupakan sampel yang bersifat acak/random.

*Maximum Likelihood* merupakan metode yang dapat digunakan untuk mengetahui bagaimana suatu distribusi bersifat tidak bias (*unbias*), konsisten dan efisien. *Maximum Likelihood* adalah salah satu metode sering digunakan untuk memberikan hasil dugaan penaksir yang tepat.

Menurut (Dudewicz, 1995), misalkan  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  merupakan peubah acak/random dengan mengikuti fungsi distribusi  $F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \Phi)$  dengan  $\Phi$  merupakan anggota dari  $\mathbf{B}$  yang belum diketahui, maka untuk fungsi likelihood pada hal tersebut adalah sebagai berikut:

$$L(\Phi) \begin{cases} f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \Phi), & \forall \Phi \text{ memiliki fungsi kepadatan } f \\ g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \Phi), & \forall \Phi \text{ memiliki fungsi kepadatan } g \end{cases}$$

Sehingga,  $\forall \hat{\Phi} = \hat{\Phi}_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \in \mathbf{B}$ .

Diperoleh,  $L(\hat{\Phi}) = \sup\{L(\Phi) : \Phi \in \mathbf{B}\}$  adalah estimasi *Maximum Likelihood*nya.

Fungsi  $L(\Phi)$  dapat dinyatakan sebagai:

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n | \Phi) = f(x_1; \Phi), f(x_2; \Phi), \dots, f(x_n; \Phi).$$

Pdf bersama dengan  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  yang didalamnya terkandung parameter  $\Phi$ .

## 2.10 Regresi *Multivariate*

Model regresi yang memiliki  $m$  variabel respon ( $y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$ ) dan  $r$  variabel prediktor ( $x_1, x_2, x_3, \dots, x_r$ ) dengan pengamatan sebanyak  $m$  maka disebut dengan regresi *multivariate* (Johnson & Wichern, 2007). Model *multivariate* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_1 &= \Phi_{10} + \Phi_{11}x_1 + \Phi_{21}x_2 + \dots + \Phi_{r1}x_r + e_1 \\ y_2 &= \Phi_{20} + \Phi_{12}x_1 + \Phi_{22}x_2 + \dots + \Phi_{r2}x_r + e_2 \\ &\vdots \\ y_m &= \Phi_{m0} + \Phi_{1m}x_1 + \Phi_{2m}x_2 + \dots + \Phi_{rm}x_r + e_m \end{aligned} \tag{2.8}$$

Persamaan (2.8) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\underset{n \times m}{\mathbf{Y}} = \underset{n \times (r+1)}{\mathbf{X}} \underset{(r+1) \times m}{\Phi} + \underset{n \times m}{\mathbf{e}} \quad (2.9)$$

### 2.11 Estimasi Parameter Model Regresi *Multivariate* dengan Metode *Maximum Likelihood*

Asumsi model regresi persamaan (2.9) *error* terdistribusi secara normal *multivariate*  $e \sim N(\mathbf{X}\Phi, \Sigma)$  dengan matriks definit positif  $\Sigma$  berukuran  $m \times m$  yang fungsi peluang bersamanya variabel *random error* dapat didefinisikan sebagai berikut: (Salam, 2013)

$$l(\mathbf{Y}|\Phi, \Sigma) = \prod_{j=1}^m f(\Phi, \Sigma|\mathbf{Y}). \quad (2.10)$$

Berdasarkan pada persamaan (2.10) diperoleh fungsi *likelihood* sebagai berikut:

$$l(\Phi, \Sigma|\mathbf{Y}) = (2\pi)^{-\frac{mn}{2}} |\Sigma|^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi)\right) \quad (2.11)$$

Sehingga fungsi log-*likelihood*nya adalah; (Salam, 2013)

$$\begin{aligned} L(\Phi, \Sigma|\mathbf{Y}) &= \ln(l(\Phi, \Sigma|\mathbf{Y})) \\ &= \ln(2\pi)^{-\frac{mn}{2}} |\Sigma|^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi)\right) \\ &= -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi) \\ &= -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2}(\mathbf{Y} - \Phi^T \mathbf{X}^T) \Sigma^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\Phi) \\ &= -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2}(\mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}\Phi \\ &\quad - \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}\Phi) \\ &= -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2}(\mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} - (\mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X}\Phi)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi) \\
& = -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2} (\mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} - \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} \\
& \quad -\Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi) \\
& = -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(|\Sigma|) - \frac{1}{2} (\mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} - 2\Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} \\
& \quad + \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi). \tag{2.12}
\end{aligned}$$

Setelah didapatkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan tersebut maka untuk mendapatkan estimator *maximum likelihood* yakni dengan menurunkan fungsi pertama pada tiap-tiap parameter yang kemudian disamadengkan nol yaitu;

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \Phi} & = \frac{\partial}{\partial \Phi} \left( -\frac{mn}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln|\Sigma| \mathbf{Y}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} - 2\Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi \right) \\
0 & = -\frac{1}{2} \left( -2\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi + (\Phi^T \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi)^T \right) \\
& = -\frac{1}{2} \left( -2\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi + \mathbf{X}^T (\Sigma^{-1})^T \mathbf{X} \Phi \right) \\
& = -\frac{1}{2} \left( -2\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi + \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi \right) \\
& = -\frac{1}{2} \left( -2\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} + 2\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi \right) \\
& = \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y} - \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi.
\end{aligned}$$

$$\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X} \Phi = \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y}$$

$$\Phi = (\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y}.$$

Jadi, estimasi parameter model *multivariate* dari parameter  $\Phi$  adalah:

$$\hat{\Phi}_{ml} = (\mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \Sigma^{-1} \mathbf{Y}. \tag{2.13}$$

(Salam, 2013).

Menurut (Jannah, 2018) bahwa untuk menentukan estimasi dari  $\Sigma^{-1}$  menggunakan nilai kuadrat terkecil sehingga hasil estimasi dari  $\hat{\Phi}_{ols}$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{3OLS} &= (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T Z_3 \\
 &= (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T (M_3 \Phi_3 + e_3) \\
 &= (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T M_3 \Phi_3 + (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T e_3 \\
 &= I \Phi_3 + (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T e_3 \\
 &= \Phi_3 + (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T e_3
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

## 2.12 Kriteria Pemilihan Model

Kriteria pemilihan model yang tepat pada beberapa model yang dapat digunakan dalam memodelkan suatu data dapat menggunakan metode-metode seperti *Akaike's Information Criterion* (AIC), *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), *Root Mean Square Error* (RMSE).

### 2.12.1 Akaike's Information Criterion (AIC)

Menurut Akaike (1973, 1974) dalam (Lutkepohl, 2007) bahwa AIC merupakan salah satu metode yang terbaik dalam penentuan model yang terbaik. Suatu model pada data akan dikatakan baik ketika nilai AIC-nya merupakan nilai yang paling kecil. Secara umum AIC dapat diperoleh dari:

$$AIC(p) = \log \left| \sum p \right| + \frac{2}{T} pK^2.$$

dimana  $\sum p = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t \hat{u}_t$  merupakan matriks penduga kovarian residual pada model VAR(p), T yang merupakan jumlah residual dan K pada hal ini merupakan banyak variabel.

Kriteria pemilihan model terbaik juga dapat dilihat dari *Akaike's Information Criterion Corrected* (AICC) dengan rumus sebagai berikut (Hurvich C, 2008):

$$AICC = n \log(2\pi) + n \log(\hat{\sigma}^2) + n + 2 \frac{n(k+1)}{n-k-2}.$$

Keterangan:

$\hat{\sigma}^2$  = dugaan variansi (ragam) galat,

$n$  = banyaknya data pengamatan,

$k$  = banyaknya parameter yang diduga.

### 2.12.2 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

*Mean Absolut Percentage Error* (MAPE) merupakan salah satu bentuk pengujian yang digunakan untuk menentukan model terbaik dengan melihat nilai MAPE terkecil. Kemampuan ramalan akan baik jika nilai MAPE berada pada kisaran nilai 10% hingga 20% (Halimi R, 2013). Menurut (Felicia, 2018) bahwa nilai MAPE dapat diketahui dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^N \left| \left( \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right) \times 100\% \right|}{N}.$$

Keterangan:

$Y_t$  = data aktual pada waktu ke- $t$ ,

$\hat{Y}_t$  = data ramalan pada waktu ke- $t$ ,

$N$  = banyaknya data pengamatan.

### 2.12.3 *Root Mean Square Error (RMSE)*

Menurut (Wei W. , 1994) menyatakan bahwa salah satu alternatif yang digunakan meramalkan model dengan pemilihan model terbaik yang melihat pada nilai *error* adalah *Root Mean Square Error (RMSE)* dengan cara mencari nilai *error* sekecil mungkin. Model persamaan *Root Mean Square Error (RMSE)* adalah sebagai berikut (Rony Gusnadi, 2015):

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{\sum_{t=1}^T Z_t - \hat{Z}_t}{T}\right)^2}.$$

dimana  $Z_t$  yakni nilai suatu pengamatan pada waktu ke- $t$ ,  $\hat{Z}_t$  yakni nilai ramalan suatu pengamatan pada waktu ke- $t$  dan untuk  $T$  yakni banyaknya suatu pengamatan.

## 2.13 Pengujian Asumsi Residual

Pengujian asumsi residual dilakukan setelah mendapatkan estimasi parameter model yang signifikan. Adapun pengujian asumsi residual dasar meliputi vektor eror yang bersifat *white noise* dan terdistribusi normal.

### 2.13.1 *White Noise Residual*

Menurut (Wutsqa, 2010) bahwa jika masing-masing residual pada data bersifat independen maka dikatakan dengan residual yang bersifat *white noise*. Penduga residual berdasar pada model estimasi adalah sebagai berikut (Alisha S Mansoer, 2016):

$$\hat{a}(t) = Z(t) - \hat{Z}(t)$$

dimana  $\hat{a}(t)$  merupakan penduga residual.

Pemeriksaan asumsi *white noise* dengan menggunakan *Akaike's Information Criterion* (AIC) dari residual dengan melihat kriteria minimumnya. Asumsi residual dapat dikatakan bersifat *white noise* apabila nilai AIC residual minimum berada pada lag ke-0, dengan artian bahwa tidak terdapat korelasi pada masing-masing residual.

### 2.13.2 Distribusi Normal *Multivariate* Residual

Pengujian asumsi distribusi normal *multivariate* residual bertujuan untuk mengetahui apakah model GSTAR mengikuti distribusi normal secara *multivariate* ataupun tidak. Jika dilihat dari gambaran plot maka suatu asumsi dapat dikatakan berdistribusi secara normal apabila sebaran residual mendekati pada garis lurus. Selain itu, untuk mengetahui apakah asumsi terdistribusi secara normal dapat dilihat dari pengujian formal dengan menggunakan uji kolmogorov smirnov.

### 2.14 *Customer Price Index*

Indonesia merupakan salah satu negara yang memiliki potensi perekonomian yang dapat terbilang tinggi, yang saat ini sudah menampakkan perhatian di pusat dunia. Tidak dapat dipungkiri bahwa seiring berjalannya waktu, meningkatnya sifat konsumtif masyarakat baik mengkonsumsi dalam bentuk barang maupun jasa. Menurut (Departemen Pendidikan & Kebudayaan, 1995) bahwa dalam kamus besar bahasa indonesia konsumsi diartikan sebagai pemakaian barang hasil produksi atau pemakaian barang untuk memenuhi kebutuhan hidup.

Konsumsi sangatlah penting guna kelangsungan hidup masyarakat. Oleh karenanya, konsumsi merupakan salah satu sektor terpenting dalam pertumbuhan ekonomi khususnya di Indonesia. Peran konsumsi terhadap pertumbuhan ekonomi di Indonesia tidak lain untuk mensejahterakan masyarakat.

Menurut (Latifah, 2019) dalam (Berita Resmi Statistik, 2013), ditinjau dari pengeluarannya bahwa pertumbuhan ekonomi Indonesia pada bagian pemakaian/konsumsi rumah tangga sebesar 5,28%. Hal ini berpengaruh pada perhitungan *Customer Price Index* (CPI) atau yang biasa disebut dengan Indeks Harga Konsumen (IHK) yang berdasar pada Survei Biaya Hidup (SBH) yang berasal dari komoditas barang/jasa.

*Customer Price Index* (CPI) adalah indikator ekonomi yang dapat memberikan informasi tentang perkembangan harga barang/jasa (Dardiri, 2018). CPI digunakan untuk mengetahui perubahan harga barang/jasa yang dikonsumsi oleh rumah tangga. Adapun fungsi data CPI antara lain:

1. Indeksasi upah/gaji,
2. Perkembangan nilai uang,
3. Asumsi Anggaran Pendapatan dan Belanja Negara (APBN),
4. Alternatif pemeriksaan perkembangan ekonomi.

Disamping itu, CPI merupakan indeks rata-rata yang harus dibayar oleh konsumen untuk mendapatkan suatu komoditi barang/jasa. Adapun kelompok komoditi yaitu:

Table 1. *Customer Price Index (CPI)*

| No | Komoditi                                    | Sub Komoditi   |
|----|---|--|
| 1. | Pangan (Bahan Makanan)                      | Padi, jagung, umbi-umbian, kacang-kacangan, ikan, sayur, buah, minyak, susu, telur, dan lain sebagainya. |
| 2. | Sandang                                     | Baju pria/wanita, barang pribadi, peralatan mandi, dan lain sebagainya.                                  |
| 3. | Papan                                       | Tempat tinggal, perlengkapan rumah tangga, air, penerangan, bahan bakar, dan lain sebagainya.            |
| 4. | Kesehatan                                   | Obat-obatan, kosmetik, jasa kesehatan dan perawatan, dan lain sebagainya.                                |
| 5. | Pendidikan, rekreasi, dan olah raga         | Peralatan pendidikan, kursus, jasa kesehatan, rekreasi, olahraga, dan lain sebagainya.                   |
| 6. | Makanan jadi, minumam, tembakau, dan rokok  | Makanan instan, tembakau, minumam kemasan, dan lain sebagainya.  |
| 7. | Transportasi, komunikasi, dan jasa keuangan | Sarana transportasi, sarana komunikasi, penunjang transportasi, jasa keuangan, dan lain sebagainya.      |

Sumber: Badan Pusat Statistik

Disisi lain, CPI dapat mendeskripsikan tingkat kenaikan (inflasi) dan tingkat penurunan (deflasi) dari suatu barang/jasa (Latifah, 2019). Oleh karena itu, kenaikan pada inflasi dapat menjadikan pertumbuhan ekonomi masyarakat menjadi tidak berarti yang akan menyebabkan meningkatnya angka kemiskinan. Dapat disimpulkan bahwa dengan adanya kenaikan inflasi, dapat menyebabkan naiknya CPI.

#### 2.14.1 Satuan *Customer Price Index*

Satuan jumlah barang/jasa yang digunakan dalam *Customer Price Index* (CPI) adalah satuan terkecil dan standar yang dikonsumsi oleh seluruh masyarakat (Dardiri, 2018). Adapun satuan standar pada CPI ditentukan dalam kuesioner.

Nilai CPI yang diperoleh merupakan harga yang benar-benar dapat dibayar, tanpa melihat bentuk maupun kemasan. Seperti halnya, kg, meter, eksemplar, per orang, helai, dan lain sebagainya.

#### 2.14.2 Nilai Konsumsi

Nilai konsumsi merupakan sejumlah nilai yang dikeluarkan oleh rumah tangga yang digunakan untuk memperoleh/mengonsumsi suatu barang/jasa (Dardiri, 2018). Perkalian dari harga barang dengan banyaknya barang yang dikonsumsi disebut dengan nilai konsumsi barang.

#### 2.14.3 Relatif Harga

Relatif Harga (RH) merupakan rasio perbandingan harga suatu komoditi dari periode waktu tertentu terhadap periode waktu sebelumnya. Perhitungan relatif harga yaitu dengan membandingkan rata-rata kualitas barang yang sama pada periode sekarang dengan periode sebelumnya. Adapun rumus secara umum dalam memperoleh relatif harga (RH) kualitas adalah sebagai berikut:

$$RH_{nkl} = \frac{\overline{P}_{nkl}}{\overline{P}_{(n-1)kl}} \times 100 .$$

Keterangan:

$RH_{nkl}$  = Relatif Harga periode ke- $n$ , komoditas  $k$ , kualitas  $l$ ,

$\overline{P}_{nkl}$  = Rata-raa harga periode ke- $n$ , komoditas  $k$ , kualitas  $l$ ,

$\overline{P}_{(n-1)kl}$  = Rata-rata harga periode ke- $(n-1)$ , komoditas  $k$ , kualitas  $l$ .

(Dardiri, 2018).

### 2.15 Kajian Keagamaan

Al-Qur'an merupakan sumber pengetahuan dari segala sumber pengetahuan. Al-Qur'an memiliki 114 surat didalamnya yang tidak satupun yang tidak ada manfaatnya. Salah satu contohnya yaitu dalam surat Ash-Shaffat terdapat ayat yang menyinggung masalah matematika tentang pendugaan. Surat Ash-Shaffat termasuk jenis surat Makiyah yang diturunkan di Makkah sebelum nabi hijrah ke Madinah. Ash-Shaffat memiliki makna berbaris-baris. Menurut (Al-Maraghi, 1989) yang dimaksudkan didalamnya yakni para malaikat yang sampai kapanpun tidak akan diketahui berapa ribu jutakah bilangannya kecuali Allah SWT sendiri yang mengetahuinya. Layaknya jumlah pasir di pantai, jumlah bintang di langit dan lain sebagainya. Karena yang kasat oleh mata saja mata kita terbatas apalagi yang bersifat ghaib. Surat Ash-Shaffat ayat 147 yang artinya:

*“dan Kami utus Dia kepada seratus ribu orang atau lebih”.*

QS. Ash-Shaffat ayat 147 diatas menceritakan tentang kisah Nabi Yunus. Dimana pada saat itu Nabi Yunus sedang diancam oleh kaumnya bahwa beliau akan disiksa. Oleh karenanya, Nabi Yunus terlebih dahulu berhijrah meninggalkan tempat tersebut sebelum diperintah Allah SWT untuk berhijrah. Waktu itu Nabi Yunus naik kapal dan tidak dapat berjalan. Para awak kapal menduga bahwa alasan kapal tidak dapat berjalan karena memuat budak yang melarikan diri. Akhirnya, mereka melakukan undian, dan bertepatan pada hal itu nama yang keluar adalah nama Nabi Yunus sehingga Nabi Yunus dilemparkan kedalam air (Al-Maraghi, 1989)

Menurut (Abdussakir, 2007) bahwa pendugaan/estimasi merupakan suatu ketrampilan yang digunakan untuk menentukan sesuatu dengan tanpa perhitungan eksak. Terdapat tiga jenis pendugaan/estimasi dalam matematika, diantaranya estimasi numerositas (banyak/jumlah), estimasi pengukuran serta estimasi komputasional.

1. Estimasi numerositas

Estimasi numerositas yakni jenis estimasi yang digunakan untuk menentukan banyaknya suatu objek dengan tanpa perhitungan eksak. Objek dapat diartikan sebagai orang, hewan, transportasi dan lain sebagainya.

2. Estimasi pengukuran

Estimasi pengukuran yakni jenis estimasi yang digunakan untuk menentukan ukuran suatu objek dengan tanpa perhitungan eksak. Ukuran dapat diartikan sebagai luas, lebar, panjang, waktu dan volume.

3. Estimasi komputasional

Estimasi komputasi yakni jenis estimasi yang digunakan untuk menentukan hasil perhitungan dari suatu operasi hitung tanpa perhitungan secara eksak. Terkadang, untuk estimasi komputasional dapat dihitung dengan cara pembulatan pada puluhan terdekat.

Di samping itu, Al-Qur'an dalam surat Al-Baqarah ayat 78 juga menyinggung masalah pendugaan yang artinya:

*“dan diantara mereka ada yang buta huruf, tidak mengetahui Al-Kitab (taurat), kecuali dongengan bohong belaka dan mereka hanya menduga-duga”.*

Adapun keterkaitan antara metode pendugaan/estimasi dengan QS. Al-Baqarah ayat 78 di atas yakni terletak pada salah satu kata yang memiliki arti kata yaitu mereka yang tidak mengetahui isi Al-Kitab (taurat) dan mereka

mengetahui tentang kenabian (Muhammad SAW) hanya dengan melalui dugaan belaka hal ini diungkapkan oleh Ibnu ‘Abbas dan Muhammad bin Ishak. Adapun ungkapan lain dari Mujahid, Qatadah, Abdul ‘Aliyah dan Rabi’bin Annas mengatakan jika apa-apa yang mereka duga hanyalah dusta semata yang mereka juga hanya memiliki dugaan/prasangka buruk terhadap Allah SWT tanpa sedikitpun kebenarannya. Sesungguhnya manusia tidak mengetahui kebenaran yang mutlak terkecuali hanya menduga-duga saja dan pendugaan tidak diketahui benar dan jelasnya. Oleh karena itu, sesuatu akan dikatakan benar dugaannya setelah dilakukan suatu pengujian (Abdullah, 2007).

Sebelum melakukan pengujian diperlukan adanya data guna membuktikan kebenaran suatu dugaan. Salah satu contoh data yang dapat digunakan untuk pendugaan yakni dalam bidang ekonomi khususnya pada *Customer Price Index* (CPI) atau yang biasa disebut dengan Indeks Harga Konsumen (IHK).

Menurut (Ma'luf, 1986), istilah konsumsi dalam bahasa arab disebut dengan *إِسْتِهْلَاك* yang berasal dari kata dasar *هَلَكَ* dengan masdar *هَلَكًا*. Huruf tambahan seperti *ت, س, ا* sehingga menjadi *يستهلك - استهلك* memiliki makna menjadikan hancur, mati, habis ataupun binasa. Sebagai contoh yakni *استهلك المال* yang berarti menafkahkan atau menghabiskan harta.

## **BAB III METODOLOGI PENELITIAN**

### **3.1 Pendekatan Penelitian**

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian tentang data *Customer Price Index* (CPI) di tiga lokasi yakni Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri ini yakni dengan pendekatan studi literatur deskriptif kuantitatif. Jenis penelitian ini merupakan penelitian perpustakaan (*Library Research*), dimana penelitian ini merupakan penelitian yang bersifat menggali informasi, akumulasi data dan lain sebagainya dengan menggunakan data yang bersifat kuantitatif atau data numerik.

### **3.2 Jenis dan Sumber Data**

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini yakni berupa data sekunder dimana data yang digunakan merupakan data yang sudah tersedia. Data yang digunakan yakni data *Customer Price Index* (CPI) di tiga lokasi yakni Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri per-bulan (bulanan) pada tahun 2009 sampai pada tahun 2018 yang diambil dari BPS Pusat Jawa Timur.

### **3.3 Variabel Penelitian**

Variabel yang digunakan pada penelitian ini yakni variabel endogen. Adapun variabel endogen data berupa data *Customer Price Index* (CPI) di tiga lokasi yakni Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri.

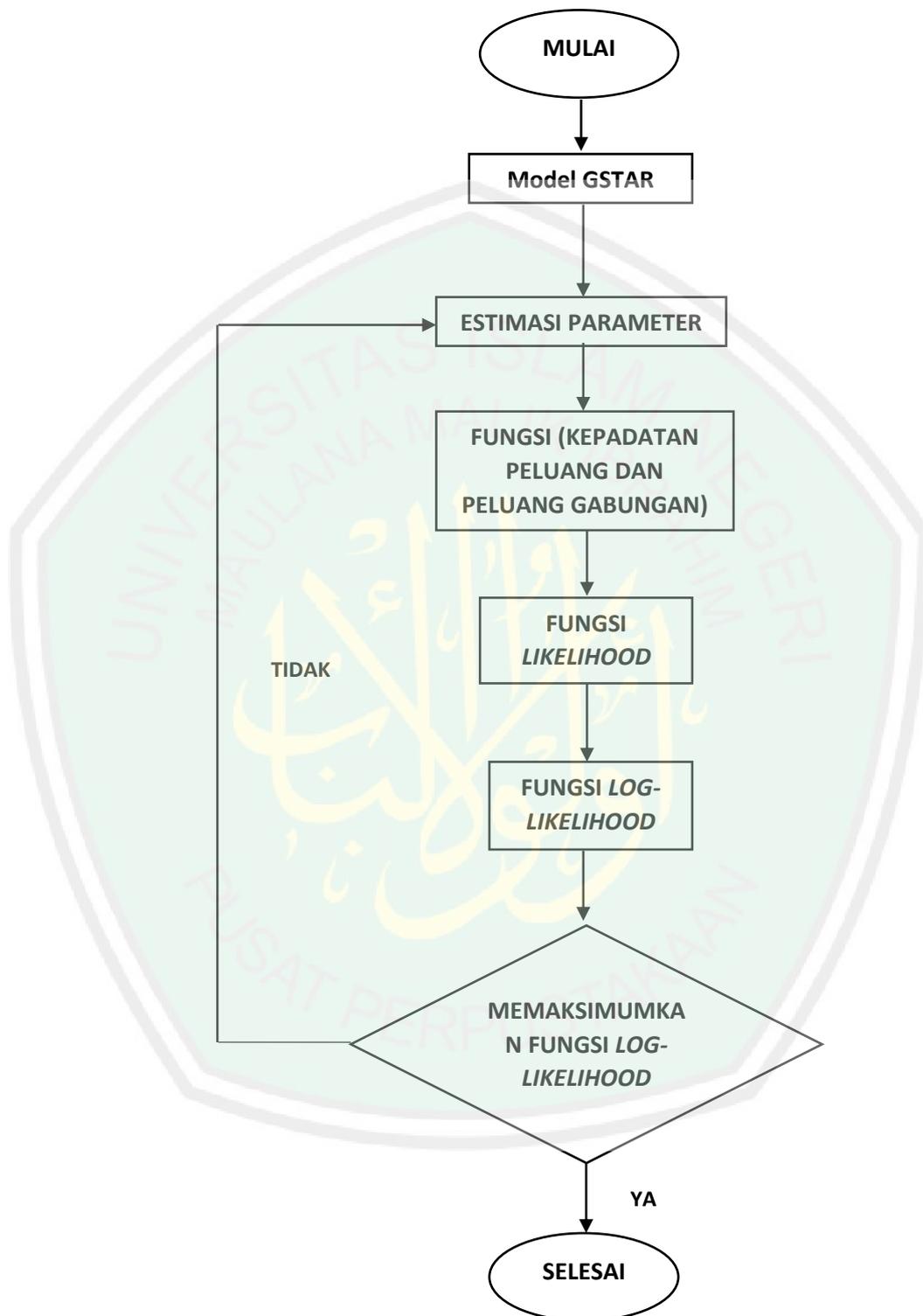
### 3.4 Metode Analisis Data

Berdasarkan pada tujuan penelitian yang terpaparkan serta jenis data yang digunakan maka terdapat dua langkah analisis data. Adapun langkah-langkah dalam metode penelitian ini adalah sebagai berikut:

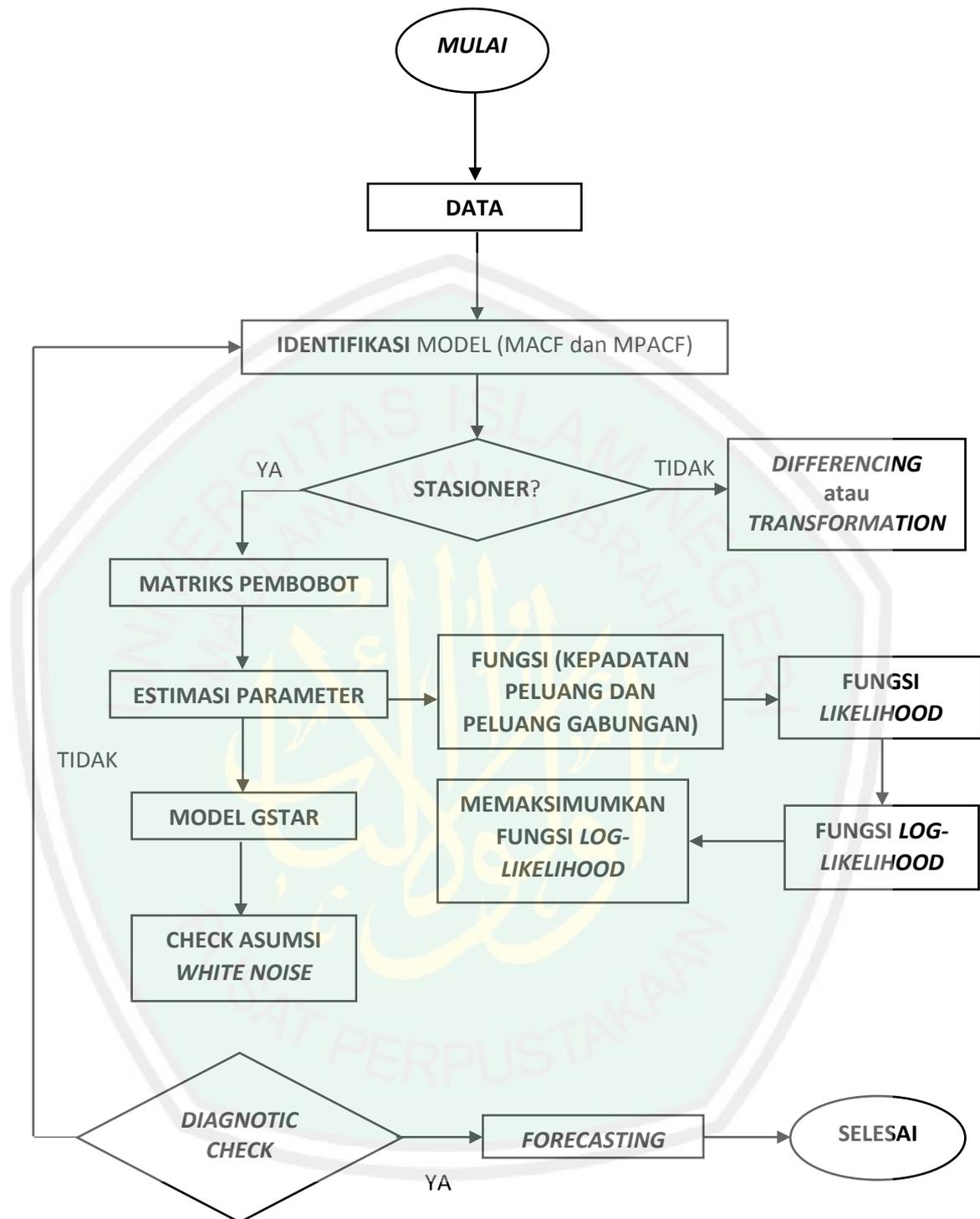
1. Estimasi model GSTAR dengan metode *Maximum Likelihood*.
  - a. Menentukan model persamaan GSTAR.
  - b. Menentukan fungsi *likelihood* dan *log-likelihood* dari model persamaan GSTAR.
  - c. Menentukan turunan pertama fungsi *log-likelihood*.
  - d. Menduga parameter model dengan metode *Maximum Likelihood*.
  - e. Menentukan turunan kedua fungsi *log-likelihood* (penjaminan bahwa fungsi maksimum).
2. Implementasi Model *Maximum Likelihood* pada model GSTAR
  - a. Menganalisis/mengidentifikasi data dengan statistika deskriptif.
  - b. Melakukan uji stasioneritas pada data *Customer Price Index* (CPI) ketiga lokasi (Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri) menggunakan MACF (stasioneritas dalam rata-rata) dan MPACF (stasioneritas terhadap varian).
  - c. Memeriksa ulang kestasioneritasan data *Customer Price Index* (CPI) berdasarkan pada transformasi atau *differencing* data ('jika data tidak stasioner').
  - d. Melakukan orde musiman dan orde non-musiman pada data serta pendugaan sementara dengan melihat hasil MACF dan MPACF serta nilai AIC yang paling minimum.
  - e. Melakukan identifikasi/analisa model plot dengan MPACF.

- f. Menentukan fungsi/model persamaan GSTAR.
  1. Identifikasi ordo model GSTAR (p,1).
  2. Menentukan pembobot yang akan digunakan.
  3. Menghitung matriks pembobot pada model GSTAR
- g. Mencari dan menentukan estimasi parameter pada model GSTAR dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood* dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  1. Menentukan fungsi kepadatan peluang pada model GSTAR.
  2. Menentukan fungsi peluang gabungan model GSTAR.
  3. Menentukan fungsi likelihood pada fungsi peluang.
  4. Menentukan fungsi *log-likelihood* dari fungsi likelihood pada fungsi peluang.
  5. Menentukan penduga/estimasi parameter  $\Phi$  dan  $\Sigma$  dengan cara memaksimumkan fungsi *log likelihood* pada model GSTAR.
  6. Menentukan sifat-sifat konsistensi, ketidakbiasan dan efisiensi.
- h. Mensubstitusikan data *Customer Price Index* (CPI) ketiga lokasi (Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri) ke dalam model GSTAR untuk mengetahui estimasi parameter-parameternya.
- i. Memeriksa asumsi *white noise residual* dan *normal multivariate residual* ('uji asumsi sisaan').
- j. Melakukan identifikasi/analisa model terbaik berdasarkan AIC/MAPE/RMSE.
- k. Menarik kesimpulan.

Untuk mengetahui lebih terperinci, maka gambaran analisis akan disajikan dalam gambaran flow chart sebagai berikut:



Gambar 1. *Flow Chart* Estimasi Model GSTAR



Gambar 2. Flow Chart Implementasi Model GSTAR pada Data CPI

## BAB IV PEMBAHASAN

### 4.1 Estimasi Parameter Model GSTAR

Estimasi adalah prakiraan atau pendugaan. Estimasi parameter merupakan pendugaan parameter pada suatu model. *Maximum Likelihood* merupakan salah satu metode estimasi parameter pada model persamaan khususnya pada model GSTAR. Adapun langkah estimasi model GSTAR yakni penentuan model GSTAR, penentuan fungsi kepadatan peluang model GSTAR, penentuan peluang gabungan model GSTAR, penentuan fungsi *Likelihood* model GSTAR, penentuan turunan pertama model GSTAR, pendugaan parameter, dan penentuan turunan kedua model GSTAR.

#### 4.1.1 Penentuan Model GSTAR

Salah satu pengaruh keragaman spasial yang harus diperhatikan adalah perbedaan karakteristik pada tiap wilayah pengamatan. Karena perbedaan dapat mempengaruhi adanya keragaman faktor antara wilayah satu dengan wilayah yang lain. Para peneliti mengembangkan model regresi terboboti secara parsial guna mengatasi keragaman spasial.

Adapun estimasi model GSTAR yang digunakan menggunakan tiga variabel berorde 1 (GSTAR(1)) dengan pembobot yang digunakan yakni pembobot lokasi ( $W_{jk}$ ). Variabel yang digunakan merupakan data *Customer Price Index* (CPI) di tiga Kota tahun 2009 – 2018. Menurut (Karlina, 2014) bahwa data pada masing-masing Kota merupakan variabel penelitian. Sehingga pada

penelitian ini menggunakan tiga variabel diantaranya  $Z_1(t)$  merupakan data *Customer Price Index* Kota Probolinggo menjadi variabel pertama,  $Z_2(t)$  merupakan data *Customer Price Index* Kota Surabaya menjadi variabel kedua, dan  $Z_3(t)$  merupakan data *Customer Price Index* Kota Kediri menjadi variabel ketiga.

Menurut (Ruchjana, 2002) model GSTAR merupakan salah satu bentuk khusus model VAR. Adapun model umum persamaan GSTAR 1 lag atau GSTAR(1) dengan orde 1 menurut (Borovkova, 2008) adalah sebagai berikut:

$$Z_j(t) = \Phi_{0j}Z_j(t-1) + \Phi_{1j} \sum_{k=1}^3 W_{jk}Z_k(t-1) + e_j(t). \quad (4.1)$$

Menurut (Borovkova, dkk, 2008) persamaan (4.1) merupakan model umum persamaan GSTAR 1 lag atau GSTAR(1) satu variabel dengan lokasi ke- $j$  yang memisalkan  $V_j(t-1) = \sum_{k=1}^n W_{jk}Z_k(t-1)$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_1(t) &= \Phi_{01}Z_1(t-1) + \Phi_{11}V_1(t-1) + \Phi_{12}V_2(t-1) + \Phi_{13}V_3(t-1) + e_1(t) \\ Z_2(t) &= \Phi_{02}Z_2(t-1) + \Phi_{21}V_1(t-1) + \Phi_{22}V_2(t-1) + \Phi_{23}V_3(t-1) + e_2(t) \\ Z_3(t) &= \Phi_{03}Z_3(t-1) + \Phi_{31}V_1(t-1) + \Phi_{32}V_2(t-1) + \Phi_{33}V_3(t-1) + e_3(t) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Sehingga, untuk  $t = 1, 2, 3, \dots, T$  dan  $j = 1, 2, 3$  pada model persamaan (4.2) jika diuraikan menjadi;

a. Lokasi Pertama

$$\begin{aligned} Z_1(1) &= \Phi_{01}Z_1(0) + \Phi_{11}V_1(0) + \Phi_{12}V_2(0) + \Phi_{13}V_3(0) + e_1(1) \\ Z_1(2) &= \Phi_{01}Z_1(1) + \Phi_{11}V_1(1) + \Phi_{12}V_2(1) + \Phi_{13}V_3(1) + e_1(2) \\ Z_1(3) &= \Phi_{01}Z_1(2) + \Phi_{11}V_1(2) + \Phi_{12}V_2(2) + \Phi_{13}V_3(2) + e_1(3) \\ &\vdots \\ Z_1(T) &= \Phi_{01}Z_1(T-1) + \Phi_{11}V_1(T-1) + \Phi_{12}V_2(T-1) + \Phi_{13}V_3(T-1) \\ &\quad + e_1(T) \end{aligned} \quad (4.3)$$

b. Lokasi Kedua

$$\begin{aligned}
 Z_2(1) &= \Phi_{02}Z_1(0) + \Phi_{21}V_1(0) + \Phi_{22}V_2(0) + \Phi_{23}V_3(0) + e_2(1) \\
 Z_2(2) &= \Phi_{02}Z_1(1) + \Phi_{21}V_1(1) + \Phi_{22}V_2(1) + \Phi_{23}V_3(1) + e_2(2) \\
 Z_2(3) &= \Phi_{02}Z_1(2) + \Phi_{21}V_1(2) + \Phi_{22}V_2(2) + \Phi_{23}V_3(2) + e_2(3) \\
 &\vdots \\
 Z_2(T) &= \Phi_{02}Z_2(T-1) + \Phi_{21}V_1(T-1) + \Phi_{22}V_2(T-1) + \Phi_{23}V_3(T-1) \\
 &\quad + e_2(T)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

c. Lokasi Ketiga

$$\begin{aligned}
 Z_3(1) &= \Phi_{03}Z_1(0) + \Phi_{31}V_1(0) + \Phi_{32}V_2(0) + \Phi_{33}V_3(0) + e_3(1) \\
 Z_3(2) &= \Phi_{03}Z_1(1) + \Phi_{31}V_1(1) + \Phi_{32}V_2(1) + \Phi_{33}V_3(1) + e_3(2) \\
 Z_3(3) &= \Phi_{03}Z_1(2) + \Phi_{31}V_1(2) + \Phi_{32}V_2(2) + \Phi_{33}V_3(2) + e_3(3) \\
 &\vdots \\
 Z_3(T) &= \Phi_{03}Z_1(T-1) + \Phi_{31}V_1(T-1) + \Phi_{32}V_2(T-1) + \Phi_{33}V_3(T-1) \\
 &\quad + e_3(T)
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Misal bahwa,

$$\mathbf{Z}_3 = \begin{bmatrix} Z_1(1) & Z_2(1) & Z_3(1) \\ Z_1(2) & Z_2(2) & Z_3(2) \\ Z_1(3) & Z_2(3) & Z_3(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(T) & Z_2(T) & Z_3(T) \end{bmatrix}_{T \times 3}$$

$$\Phi_3 = \begin{bmatrix} \Phi_{01} & \Phi_{02} & \Phi_{03} \\ \Phi_{11} & \Phi_{21} & \Phi_{31} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} & \Phi_{32} \\ \Phi_{13} & \Phi_{23} & \Phi_{33} \end{bmatrix}_{4 \times 3}$$

$$\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} Z_1(0) & V_1(0) & V_2(0) & V_3(0) \\ Z_1(1) & V_1(1) & V_2(1) & V_3(1) \\ Z_1(2) & V_1(2) & V_2(2) & V_3(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_1(T-1) & V_1(T-1) & V_2(T-1) & V_3(T-1) \end{bmatrix}_{T \times 4}$$

$$\mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} e_1(1) & e_2(1) & e_3(1) \\ e_1(2) & e_2(2) & e_3(2) \\ e_1(3) & e_2(3) & e_3(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e_1(T) & e_2(T) & e_3(T) \end{bmatrix}_{T \times 3}$$

Sehingga persamaan (4.3), (4.4), dan (4.5) dapat disederhanakan dalam bentuk matriks adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}_3 = \mathbf{M}_3 \Phi_3 + \mathbf{e}_3 \quad (4.6)$$

dengan  $\mathbf{Z}_3 \sim N(\mathbf{M}_3 \Phi_3, \Sigma)$ .

#### 4.1.2 Fungsi Log-Likelihood Model GSTAR

Setelah diketahui model GSTAR(1) dengan tiga lokasi maka langkah selanjutnya adalah menentukan fungsi *likelihood* dari model GSTAR(1). Berdasarkan persamaan (2.11) dengan parameter  $\Phi_3$  dan  $\Sigma$  dari pdf  $\mathbf{Z}_3$  maka fungsi *likelihood* dari persamaan (4.6) adalah,

$$l(\Phi_3, \Sigma | \mathbf{Z}_3) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} |\Sigma^{-1}|^{\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right] \quad (4.7)$$

Model persamaan (4.7) didapatkan fungsi *log-likelihood* model persamaan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L &= \ln(l(\Phi_3, \Sigma | \mathbf{Z}_3)) \\ &= \ln \left[ (2\pi)^{-\frac{3}{2}} |\Sigma^{-1}|^{\frac{1}{2}} \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right] \right] \\ &= -\frac{3}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln(|\Sigma^{-1}|) \ln \left( \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right] \right) \\ &= -\frac{3}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln(|\Sigma^{-1}|) - \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \quad (4.8) \end{aligned}$$

### 4.1.3 Turunan Pertama Fungsi log-Likelihood

Berdasarkan pada persamaan (4.8) maka diperoleh turunan pertama fungsi

$L$  terhadap  $\Phi_3^T$  adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \Phi_3^T} &= \frac{\partial \left[ -\frac{3}{2} \ln(2\pi) + \frac{1}{2} \ln(|\Sigma^{-1}|) - \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right]}{\partial \Phi_3^T} \\
&= \frac{\partial \left( -\frac{3}{2} \ln(2\pi) \right)}{\partial \Phi_3^T} + \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \ln(|\Sigma^{-1}|) \right)}{\partial \Phi_3^T} - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= 0 + 0 - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{Z}_3 - \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3 - \frac{1}{2} \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3 - \frac{1}{2} \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3 + \frac{1}{2} \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3 \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3 - (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3)^T + \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3 - \mathbf{Z}_3^T (\Sigma^{-1})^T \mathbf{M}_3 \Phi_3 + \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3 - \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3 - \mathbf{Z}_3^T (\Sigma^{-1}) \mathbf{M}_3 \Phi_3 + \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{Z}_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} + \frac{\partial \left( (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -0 + \frac{\partial \left( (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= \frac{\partial \left( (\mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} - \frac{\partial \left( \frac{1}{2} (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3) \right)}{\partial \Phi_3^T} \\
&= \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 - \frac{1}{2} (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3) - \frac{1}{2} (\mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 \Phi_3)^T \\
&= \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 - \frac{1}{2} (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3) - \frac{1}{2} (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3) \\
&= \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 - (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3) \tag{4.9}
\end{aligned}$$

Menurut persamaan (2.10) bahwa estimasi parameter  $\Sigma^{-1}$  pada model diperoleh dari nilai kuadrat terkecil sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned}
\Sigma &= \text{cov}(\Phi_{3\text{OLS}}) \\
&= E \left[ \left( \hat{\Phi}_{3\text{OLS}} - E(\hat{\Phi}_{3\text{OLS}}) \right) \left( \hat{\Phi}_{3\text{OLS}} - E(\hat{\Phi}_{3\text{OLS}}) \right)^T \right] \\
&= E \left[ \left( \hat{\Phi}_{3\text{OLS}} - \Phi_3 \right) \left( \hat{\Phi}_{3\text{OLS}} - \Phi_3 \right)^T \right] \\
&= E \left[ \left( \Phi_3 + (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 - \Phi_3 \right) \left( \Phi_3 + (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 - \Phi_3 \right)^T \right] \\
&= E \left[ \left( (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 \right) \left( (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 \right)^T \right] \\
&= E \left[ \left( (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 \right) \left( (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 \right)^T \right] \\
&= E \left[ \left( (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{e}_3 \right) \left( \mathbf{e}_3^T \mathbf{M}_3 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \right) \right] \\
&= (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T E(\mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3^T) (\mathbf{M}_3 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1}) \\
&= (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T (\sigma^2 I) (\mathbf{M}_3 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1}) \\
&= \sigma^2 (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T (\mathbf{M}_3 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1}) \\
&= \sigma^2 I (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \\
&= \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \tag{4.10}
\end{aligned}$$

Hasil model persamaan (4.10) disubstitusikan ke dalam persamaan (4.9) diperoleh;

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \Phi_3^T} &= \mathbf{Z}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3 - (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \Sigma^{-1} \mathbf{M}_3) \\ &= \mathbf{Z}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3 - \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3\end{aligned}\quad (4.11)$$

#### 4.1.4 Estimasi Parameter Model Persamaan

Langkah selanjutnya yakni pendugaan parameter model persamaan (4.11) yang disama dengankan nol, diperoleh;

$$\begin{aligned}\mathbf{Z}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3 - \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3 &= 0 \\ \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3 &= \mathbf{Z}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3\end{aligned}$$

Untuk  $\mathbf{M}_3$  berukuran  $n \times 3$  maka persamaan di atas jika dikalikan *transpose*-nya yakni  $\mathbf{M}_3^T$ , maka diperoleh;

$$\begin{aligned}\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T &= \mathbf{Z}_3^T \sigma^2 (\mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T)^{-1} \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_3^T \\ \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \sigma^2 I &= \mathbf{Z}_3^T \sigma^2 I \\ \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T \sigma^2 &= \mathbf{Z}_3^T \sigma^2 \\ \Phi_3^T \mathbf{M}_3^T &= \mathbf{Z}_3^T \\ (\Phi_3^T \mathbf{M}_3^T)^T &= (\mathbf{Z}_3^T)^T\end{aligned}$$

$$(\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3 \Phi_3 = (\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1} \mathbf{M}_3^T \mathbf{Z}_3$$

$$I \Phi_3 = ((\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1}) \mathbf{M}_3^T \mathbf{Z}_3$$

$$\Phi_3 = ((\mathbf{M}_3^T \mathbf{M}_3)^{-1}) \mathbf{M}_3^T \mathbf{Z}_3 \quad (4.12)$$

#### 4.1.5 Turunan Kedua Fungsi log-Likelihood

Berdasarkan hasil yang didapatkan pada turunan pertama fungsi *likelihood* maka untuk memaksimalkan fungsi log-likelihood dilihat dari turunan kedua dari fungsinya dan hasil turunan kedua fungsi log-likelihood harus negatif. Sehingga, persamaan (4.11) diturunkan parsial terhadap  $\Phi_3$  diperoleh;

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 L}{\partial \Phi_3 \partial \Phi_3^T} &= \frac{\partial}{\partial \Phi_3} \left( \frac{\partial L}{\partial \Phi_3^T} \right) \\
 &= \frac{\partial}{\partial \Phi_3} \left( Z_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 - \Phi_3^T M_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 \right) \\
 &= \frac{\partial}{\partial \Phi_3} \left( Z_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 \right) - \frac{\partial}{\partial \Phi_3} \left( \Phi_3^T M_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 \right) \\
 &= 0 - \frac{\partial \left( \Phi_3^T M_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 \right)}{\partial \Phi_3} \\
 &= - \frac{\partial \left( \Phi_3^T M_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 \right)}{\partial \Phi_3} \\
 &= -M_3^T \sigma^2 (M_3 M_3^T)^{-1} M_3 \tag{4.13}
 \end{aligned}$$

Karena perolehan hasil turunan kedua pada fungsi log-likelihood bernilai negatif sehingga dapat disimpulkan bahwa pada turunan pertama menghasilkan pendugaan parameter yang memaksimalkan fungsi log-likelihood.

#### 4.2 Implementasi Model GSTAR

Adapun data yang digunakan dalam penelitian ini yaitu data *Customer Price Index* (CPI) atau yang biasa dikenal sebagai Indeks Harga Konsumen (IHK) yang merupakan data simulasi dengan membangkitkan data dengan mengikuti pola *autoregressive* stasioner. Lokasi yang digunakan pada penelitian sudah ditetapkan terlebih dahulu sebanyak tiga lokasi dalam kota yang berbeda yakni Kota

Probolinggo, Surabaya, dan Kediri. Masing-masing lokasi berpola *autoregressive* berordo waktu sama yakni dimulai dari tahun 2009 sampai pada tahun 2018. Adapun data telah terlampir pada lampiran 1.

#### 4.2.1 Deskripsi Data

Dalam penelitian ini, penerapan *Customer Price Indeks* (CPI) tiga lokasi dapat dideskripsikan sebagai berikut:

Tabel 2. Statistika Deskriptif Data *Customer Price Index* (CPI) dalam Ribuan

| Lokasi      | Total     | Rata-Rata | Min.   | Maks.  | Standar Deviasi | Variansi |
|-------------|-----------|-----------|--------|--------|-----------------|----------|
| Probolinggo | 15.186,28 | 126,55    | 112,23 | 151,77 | 9,51            | 90,36    |
| Surabaya    | 15.006,47 | 125,05    | 110,47 | 145,19 | 8,99            | 80,73    |
| Kediri      | 14.881,37 | 124,01    | 111,91 | 145,44 | 8,18            | 66,98    |

Berdasarkan pada deskripsi data pada Tabel 2 terlihat bahwa rata-rata tertinggi *Customer Price Index* (CPI) pada ketiga lokasi tersebut antara tahun 2009 sampai pada tahun 2018 terdapat pada Kota Probolinggo yaitu sebesar 126,55 ribu. Hal ini disebabkan oleh kenaikan beberapa harga barang/jasa yang dikonsumsi oleh masyarakat. Selain itu, tingginya penyerapan tenaga kerjaan Kota Probolinggo baik pada bidang pertanian ikan, maupun pada industri pengolahan barang dari kayu dan hasil hutan lainnya. Hal ini disebabkan pertumbuhan ekonomi Kota probolinggo relatif lebih cepat dibanding dengan kota lain. Situasi ini didasarkan pada pengeluaran rata-rata pendapatan perkapita perbulan di Kota Probolinggo pada tahun tersebut untuk kelompok pangan sebesar 44,97% dan kelompok bukan pangan sebesar 55,03% (Melani & Handayani,

2007). Pengeluaran terbesar kelompok pangan yaitu kelompok makanan atau minuman jadi, padi-padian, dan tembakau. Sedangkan rata-rata pendapatan perkapitan per-bulan menurut kelompok pangan Kota Probolinggo pada tahun tersebut terbanyak pada kelompok bahan bakar, perumahan, penerangan, dan aneka barang/jasa lainnya.

Sedangkan rata-rata terendah data *Customer Price Index* (CPI) di Kota Kediri yakni 124,01 ribu. Adapun penyebab rendahnya rata-rata *Customer Price index* (CPI) ditentukan oleh dua hal yaitu perkembangan aktifitas perekonomian masyarakat dan pertumbuhan perekonomian skala nasional maupun Jawa Timur. Tingkat pertumbuhan perekonomian Kota Kediri mulanya dari tahun ke tahun dengan atau tanpa adanya PT. Gudang Garam memiliki perubahan yang berbeda. Perubahan tersebut diakibatkan oleh tergantungnya perekonomian masyarakat Kota Kediri kepada PT. Gudang Garam. Situasi ini didasarkan pada pengeluaran rata-rata pendapatan perkapita per-bulan Kota Kediri pada tahun tersebut untuk kelompok pangan sebesar 39,46% dan kelompok bukan pangan sebesar 42,91% (Listiana, 2018). Pengeluaran terbesar Kota Kediri yaitu pada makanan atau minuman jadi, tembakau, sirih, dan sayur-sayuran. Sedangkan pengeluaran terbesar kelompok bukan pangan terbanyak pada bahan bakar, perumahan, penerangan, dan aneka barang/jasa lainnya. Seiring berkembangnya waktu, berkat kerjasama yang baik antara pemerintah kota dan stakeholder, pertumbuhan ekonomi akhirnya dibagi menjadi dua yakni pertumbuhan ekonomi keseluruhan dan pertumbuhan ekonomi tanpa industri rokok. Dengan adanya kerjasama yang baik tersebut, banyak capaian-capaian positif yang tak lepas dari beberapa program dan inovasi pemerintah.

Adapun nilai standar deviasi data tertinggi ada pada Kota Probolinggo yakni 9,51 ribu. Hal ini berarti data yang memiliki standar deviasi yang terbilang tinggi menunjukkan bahwa data tersebar pada rentang nilai yang cukup luas, sedangkan jika data yang memiliki standar deviasi yang cukup rendah menunjukkan bahwa data cenderung mendekati rata-rata. Artinya, dengan standar deviasi 9,51 ribu berarti bahwa data *Customer Price Index* (CPI) memiliki kecenderungan penyimpangan sebesar standar deviasi tersebut.

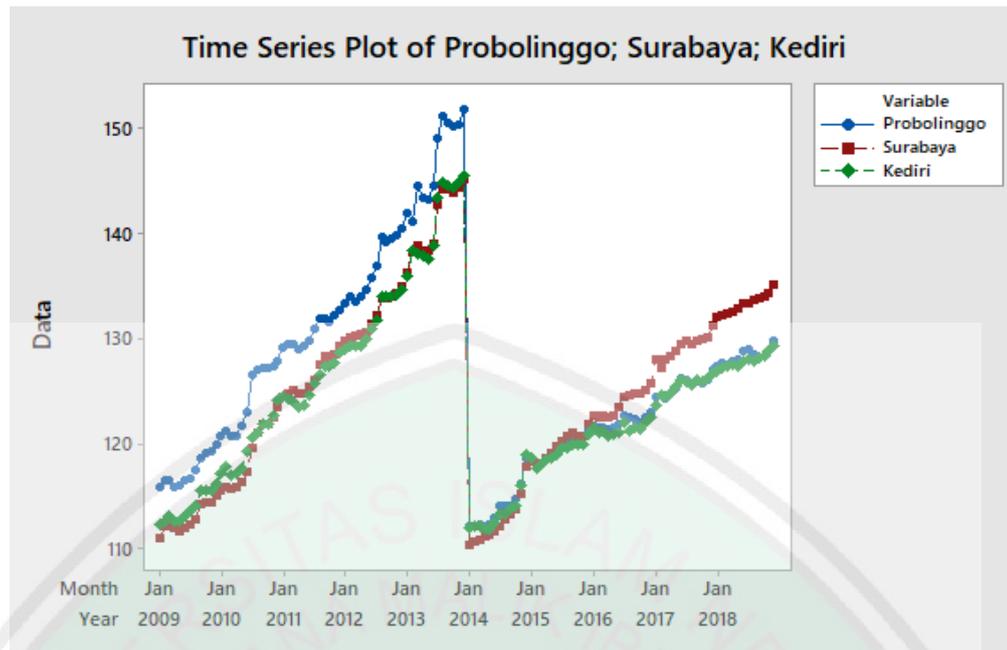
Nilai variansi pada data digunakan untuk menunjukkan keberagaman data, guna mengetahui apakah data yang digunakan layak untuk digunakan untuk penelitian atau tidak. Semakin besar nilai variansi maka semakin besar pula nilai keberagaman data. Kota Probolinggo memiliki nilai variansi tertinggi yaitu sebesar 90,36 ribu. Keadaan tersebut mengindikasikan bahwa titik data tersebar luas disekitar rata-rata. Hal ini dikarenakan bahwa jumlah penduduk Kota Probolinggo sebanyak 196,957 jiwa dengan pendapatan perkapita Kota Probolinggo tercatat per-tahun mencapai kisaran 35,2 juta per-orang, yang menyebabkan laju pertumbuhan ekonomi Kota Probolinggo mengalami pertumbuhan ekonomi yang sangat signifikan (Dina, M & Fifin, H, 2017).

Adapun variansi Kota Surabaya dibawah Kota probolinggo yaitu sebesar 80,73 ribu. Meski Upah Minimum Kota (UMK) Kota Surabaya tertinggi di Provinsi Jawa Timur yakni sebesar Rp. 3.871.052,61,- akan tetapi kepadatan penduduk serta sektor pendukung ekonomi seperti pasar, *mall*, pusat perbelanjaan, dan lain sebagainya menjadi salah satu pertimbangan. Keadaan ini mengindikasikan bahwa titik data tidak tersebar luas disekitar rata-rata. Hal ini dikarenakan pertumbuhan penduduk Kota Surabaya tinggi, sehingga

menyebabkan meningkatnya kebutuhan lahan, dengan kata lain bahwa ketersediaan lahan semakin berkurang. Situs ini memicu berdirinya pemukiman liar seperti di kawasan bantaran rel kereta api. Selain itu, pendapatan asli penduduk Kota Surabaya terbilang rendah, karena didukung dengan banyaknya penduduk pendatang (BPS, 2018).

Nilai variansi terendah terdapat pada Kota Kediri yaitu sebesar 66,98 ribu. Keadaan tersebut mengindikasikan bahwa titik data tersebar dekat dengan rata-rata. Hal ini dikarenakan jumlah penduduk Kota Kediri sebanyak 267.435 jiwa dengan pendapatan perkapita Kota Kediri sebesar 315,396 juta menyebabkan laju pertumbuhan ekonomi Kota Kediri mengalami kemajuan positif beberapa tahun terakhir. Meski pertumbuhan ekonomi Kota Kediri mengalami kemajuan positif, akan tetapi daya beli masyarakat Kota Kediri terbilang rendah. Hal ini dikarenakan adanya dua pemicu atas pergeseran perilaku konsumen terhadap barang/jasa yaitu naiknya Tarik Daya Listrik (TDL) kapasitas 900 VA dan tingginya biaya pendidikan. Pemicu pertumbuhan ekonomi yang lainnya yaitu karena tingkat Upah Minimum Kota (UMK) terbilang rendah yaitu sebesar Rp. 1.899.294,78,- (Listiana, 2018).

Diantara *Customer Price Index* (CPI) di Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri memiliki perbandingan jumlah yang cukup dekat. Jika dalam bentuk plot maka perbedaan fluktuasi ketiga *Customer Price Index* (CPI) sebagai berikut:



Gambar 3. Plot Time Series Data *Customer Price Index* (CPI) Secara Simultan

Berdasarkan gambar 1 terlihat bahwa secara umum perbedaan pola fluktuasi *Customer Price Index* (CPI) secara simultan pada pertumbuhan ekonomi ketiga lokasi relatif sama karena tiap plot saling beriringan. Awal bulan januari 2009 sampai pada bulan desember tahun 2013 menunjukkan bahwa data berpola *trend* karena pertumbuhan ekonomi dari tahun ke tahun meningkat dan membentuk skala aritmatik. Artinya, perubahan nilai ketiga variabel relatif stabil naik.

Perbedaan sebaran pola plot pertumbuhan ekonomi antara Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri terlihat cukup jelas. Pada pola *trend* pertama menunjukkan bahwa sebaran pola Kota Probolinggo terpisah dengan sebaran pola yang lain. Hal ini dikarenakan bahwa pertumbuhan ekonomi Kota Probolinggo pada periode tersebut tercatat melampaui pertumbuhan ekonomi Provinsi Jawa Timur dengan rata-rata mata pencaharian masyarakat sebagai pekebun dan nelayan. Selain itu, pendapatan perkapita Kota Probolinggo tercatat pertahun

mencapai kisaran Rp. 35,2 juta per-orang. Adanya peningkatan pertumbuhan ekonomi masyarakat mengakibatkan peningkatan pada kualitas pembangunan manusia. Sedangkan Kota Surabaya dan Kediri memiliki kisaran pertumbuhan ekonomi yang relatif sama dari tahun 2009 sampai pada tahun 2013.

Bulan desember 2013 sampai bulan januari 2014 keseluruhan lokasi mengalami penurunan (deflasi) yang sangat drastis. Hal ini dipengaruhi oleh perubahan pendapatan perkapita yang rendah, sedangkan penambahan populasi sangat drastis meningkat. Tidak hanya itu, deflasi juga dipengaruhi oleh harga makanan pokok yang melambung tinggi. Oleh karena itu, CPI menjadi salah satu indikasi yang cukup kuat dalam pertumbuhan ekonomi masyarakat. Meski begitu, CPI tidak berpengaruh pada Upah Minimum Kota (UMK) maupun Upah Minimum Provinsi (UMP), sebab pemerintah lebih memilih menggunakan penetapan Kebutuhan Hidup Layak (KHL) sebagai standar upah minimum. Pernyataan tersebut sama dengan hasil penelitian (Tamada, 2009) dan (Nutiyas, 2016).

Dalam (2.13) jika ditarik kesimpulan bahwa CPI tidak berpengaruh pada inflasi, sedangkan inflasi dapat mempengaruhi CPI. Jika terjadi inflasi yang sangat parah dan tak terkendali dapat menyebabkan perekonomian masyarakat menjadi kacau, sehingga minat masyarakat untuk menabung serta berinvestasi menjadi berkurang. Hal ini sesuai dengan hasil penelitian oleh (Latifah, 2019). Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi tingkat kenaikan (inflasi) semakin rendah nilai mata uang, sehingga daya beli masyarakat semakin rendah.

Bulan februari 2014 sampai bulan desember 2018 pertumbuhan ekonomi mulai membaik sehingga perubahan fluktuasi plot meningkat kembali dari tahun ke tahun. Pada kondisi ini, Kota Surabaya bergerak cepat menjahui alur arah pola Kota Probolinggo dan Kediri. Kota Surabaya merupakan kota metropolitan yang menjadi salah satu pusat kegiatan ekonomi, bisnis, perdagangan dan lain sebagainya sehingga Kota Surabaya menjadi kawasan yang paling pesat pertumbuhan ekonominya di Jawa Timur. Karena sebagian besar masyarakat Kota Surabaya bergerak pada bidang industri, perdagangan, dan jasa sehingga Kota Surabaya merupakan salah satu kota penopang pembangunan ekonomi di Indonesia. Perkembangan ekonomi Kota Surabaya menjadi pesat di bidang industri khususnya pada bidang elektronik, pengolahan makanan dan agrikultur, serta galangan kapal. Meski plot Kota Surabaya mengalami peningkatan yang signifikan akan tetapi ketiga lokasi memiliki pola pertumbuhan ekonomi yang serupa. Karena plot pertumbuhan ekonomi ketiga lokasi yang serupa, sehingga menunjukkan bahwa terdapat kemungkinan kecenderungan keterkaitan antar lokasi yang satu dengan lokasi yang lain.

Dengan demikian, nilai keterkaitan/korelasi antar lokasi dapat diasumsikan dengan dilihat nilai-nilai korelasi relatifnya. Hal tersebut menunjukkan bahwa terdapat indikasi kecenderungan adanya keterkaitan antar lokasi. Dengan taraf signifikan 5% ( $\alpha = 0.05$ ) maka nilai korelasi *Customer Price Index* (CPI) ketiga lokasi adalah sebagai berikut:

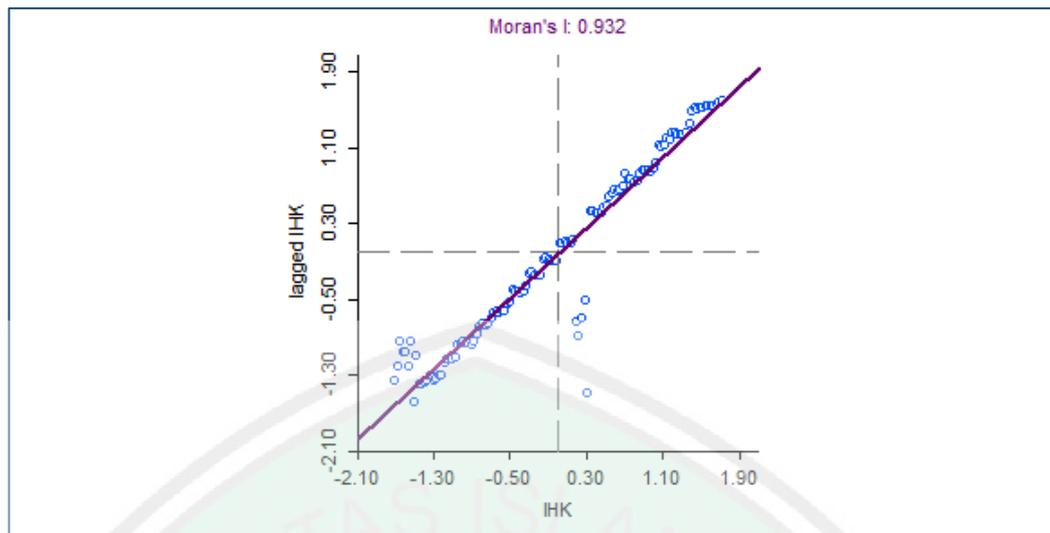
Tabel 3. Nilai Korelasi Data *Customer Price Index* (CPI) 3 Lokasi

| Lokasi                                    | Z1 (Kota Probolinggo) | Z2 (Kota Surabaya)  | Z3 (Kota Kediri)    |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| <b>Z1 (Probolinggo)</b><br><i>p-value</i> | 1                     | 0,91643<br>< 0,0001 | 0,97672<br>< 0,0001 |
| <b>Z2 (Surabaya)</b><br><i>p-value</i>    | 0,91643<br>< 0,0001   | 1                   | 0,97395<br>< 0,0001 |
| <b>Z3 (Kediri)</b><br><i>p-value</i>      | 0,97672<br>< 0,0001   | 0,97395<br>< 0,0001 | 1                   |

Berdasarkan pada tabel 3 menunjukkan bahwa pada waktu yang sama antar ketiga lokasi memiliki nilai-nilai korelasi yang relatif besar/kuat karena nilai koefisien pada data lebih dari kisaran 0,89 dan nilai *p-value* antar lokasi bernilai kurang dari taraf signifikan yang telah ditentukan ( $p\text{-value} < \alpha$ ) yakni  $0,0001 < 0,05$ . Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa antar lokasi pada data memiliki nilai korelasi yang kuat.

#### 4.2.2 Uji *Spatial Autocorrelation*

Pengujian autokorelasi spasial merupakan salah satu uji yang digunakan untuk mengetahui apakah data memiliki autokorelasi pada tiap lokasi atau tidak. Pengujian autokorelasi spasial menggunakan Indeks Moran yang nilainya dapat diketahui dari *scatter plot*. Adapun nilai Indeks Moran pada data *Customer Price Index* (CPI) di Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri adalah sebagai berikut:



Gambar 4. *Plot Cross Correlations of Residuals*

Berdasarkan hasil diatas menunjukkan bahwa nilai indeks moran pada data *Customer Price Index* (CPI) di 3 lokasi adalah 0,932. Karena rentang nilai dari Indeks Moran dalam kasus matriks pembobot spasial terstandarisasi adalah  $-1 \leq I \leq 1$ . Dimana nilai  $-1 \leq I < 0$  menunjukkan adanya autokorelasi spasial negatif, sedangkan nilai  $0 < I \leq 1$  menunjukkan adanya autokorelasi spasial positif. Sehingga, pada kejadian ini indeks moran data sebesar 0,932 menunjukkan bahwa adanya autokorelasi positif pada data pengamatan. Hal ini dikuatkan dengan sebaran data yang sebagian besar tersebar pada kuadran II. Pada kuadran II, LH (Low-High) menunjukkan bahwa daerah yang mempunyai nilai pengamatan rendah dikelilingi oleh daerah yang mempunyai nilai pengamatan tinggi.

#### 4.2.3 Identifikasi Model GSTAR

Tahap indentifikasi model GSTAR pada penelitian ini yaitu menggunakan ordo spasial dengan nilai 1, karena untuk ordo yang bernilai lebih tinggi akan mempersulit dalam penginterpretasian hasil. Disamping itu, karena penggunaan lokasi yang terbilang cukup sedikit yakni hanya tiga lokasi maka penggunaan ordo

spasial dengan ordo 1 dinilai sudah cukup baik untuk penginterpretasian. Untuk mengetahui kestasioneran data maka dapat dilihat dari uji akar unit *Augmented Dikey-Fuller* (ADF) juga skema MACF dan MPACF. Adapun tabel hasil uji akar unit *Augmented Dikey-Fuller* (ADF) pada ketiga lokasi dengan taraf signifikan 0,05 ( $\alpha = 0.05$ ) adalah sebagai berikut:

Tabel 4. Uji ADF Data CPI Ketiga Lokasi Tahun 2009-2018

| Variabel/Lokasi | t-Statistik | t-Tabel<br>( $\alpha = 0.05$ ) | Probabilitas | Keterangan   |
|-----------------|-------------|--------------------------------|--------------|--------------|
| Probolinggo     | -2,312827   | -3,448021                      | 0,4235       | Nonstasioner |
| Surabaya        | -2,237747   | -3,448021                      | 0,4642       | Nonstasioner |
| Kediri          | -2,309927   | -3,448021                      | 0,4250       | Nonstasioner |

Berdasarkan pada tabel 4 bahwa data *Customer Price Index* (CPI) pada ketiga lokasi pengamatan tidak stasioner karena nilai mutlak t-statistik kurang dari t-tabel yakni  $2,312827 < 3,448021$  untuk Kota Probolinggo,  $2,23774 < 3,448021$  untuk Kota Surabaya,  $2,309927 < 3,448021$  untuk Kota Kediri dan nilai probabilitas (*p-value*) lebih besar dari taraf signifikan yakni  $0,4235 > 0,05$  untuk Kota Probolinggo,  $0,4642 > 0,05$  untuk Kota Surabaya dan  $0,4250 > 0,05$  untuk Kota Kediri. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa pada ketiga lokasi terdapat akar unit yang menandakan adanya data yang tidak stasioner dalam rata-rata (*mean*). Tidak stasionernya data akan mengakibatkan kurang tepatnya model estimasi. Disamping itu, jika data yang digunakan pada model estimasi tidak stasioner, maka data harus dipertimbangkan kembali validitas dan kestabilannya. Adapun salah satu penyebab ketidakstasioneran pada data yaitu adanya autokorelasi. Jika data distasionerkan, maka autokorelasi yang ada pada data akan menjadi stasioner dengan sendirinya.

Berdasarkan pada pernyataan sebelumnya, karena data tidak stasioner dalam *mean* maka dilakukan proses *differencing* pertama pada data guna menghilangkan adanya autokorelasi yang ada pada data. Adapun hasil uji akar unit *Augmented Dikey-Fuller* dengan *differencing* pertama adalah sebagai berikut;

Table 5. Uji ADF Data CPI Ketiga Lokasi Tahun 2009-2018 *Differencing* 1

| Variabel/Lokasi | t-Statistik | t-Tabel<br>( $\alpha = 0.05$ ) | Probabilitas | Keterangan |
|-----------------|-------------|--------------------------------|--------------|------------|
| Probolinggo     | -10,87392   | -3,448348                      | 0,0000       | Stasioner  |
| Surabaya        | -10,74819   | -3,448348                      | 0,0000       | Stasioner  |
| Kediri          | -10,58758   | -3,448348                      | 0,0000       | Stasioner  |

Tabel 5 menjelaskan bahwa data *Customer Price Index* (CPI) pada ketiga lokasi pengamatan memiliki nilai mutlak t-tabel kurang dari t-statistik yakni  $3,44838 < 10,87392$  untuk Kota Probolinggo,  $3,44838 < 10,74819$  untuk Kota Surabaya,  $3,44838 < 10,58758$  untuk Kota Kediri dan nilai probabilitas (*p-value*) ketiga lokasi lebih besar dari taraf signifikan yakni  $0,0000 < 0,05$  yang berarti bahwa data ketiga lokasi secara statistik yakni signifikan serta data memiliki akar unit yang menandakan bahwa data stasioner dalam mean.

Selain dapat dilihat dari nilai uji akar unit *Augmented Dikey-Fuller* (ADF) juga dapat dilihat dari skema MACF dan MPACF. Berikut merupakan skema MACF pada ketiga lokasi secara simultan sebagai berikut:

| Schematic Representation of Correlations |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |      |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| Name/Lag                                 | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10   |
| Probolinggo                              | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++  |
| Surabaya                                 | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | .,** |
| Kediri                                   | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++  |

+ is  $> 2*$ std error, - is  $< -2*$ std error, . is between

Gambar 5. Skema MACF data *Customer Price Index* (CPI) secara Simultan

Gambar 3 menunjukkan bahwa terdapat beberapa simbol yang menunjukkan hasil model GSTAR diantaranya yakni simbol (+) berarti terdapat autokorelasi parsial positif pada data *Customer Price Index* (CPI), simbol (-) berarti terdapat autokorelasi parsial negatif pada data *Customer Price Index* (CPI), simbol (.) berarti tidak terdapat autokorelasi yang signifikan pada data *Customer Price Index* (CPI).

Tabel 5 menunjukkan bahwa data ketiga lokasi tidak stasioner pada mean. Oleh karena itu, data harus *didifferencing*. Dengan melalui uji *Augmented Dikey-Fuller* (ADF) dengan *differencing* data didapatkan hasil sebagai berikut:

| Schematic Representation of Correlations |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Name/Lag                                 | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| Probolinggo                              | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Surabaya                                 | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Kediri                                   | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

Gambar 6. Skema MACF data *Customer Price Index* (CPI) secara Serentak

Setelah didapatkan data stasioner terhadap mean, maka kestasioneran data terhadap variansi dapat dilihat dari skema MPACF dan plot *Box-Cox Transformaion*. Adapun skema MPACF data *Customer Price Index* (CPI) adalah sebagai berikut:

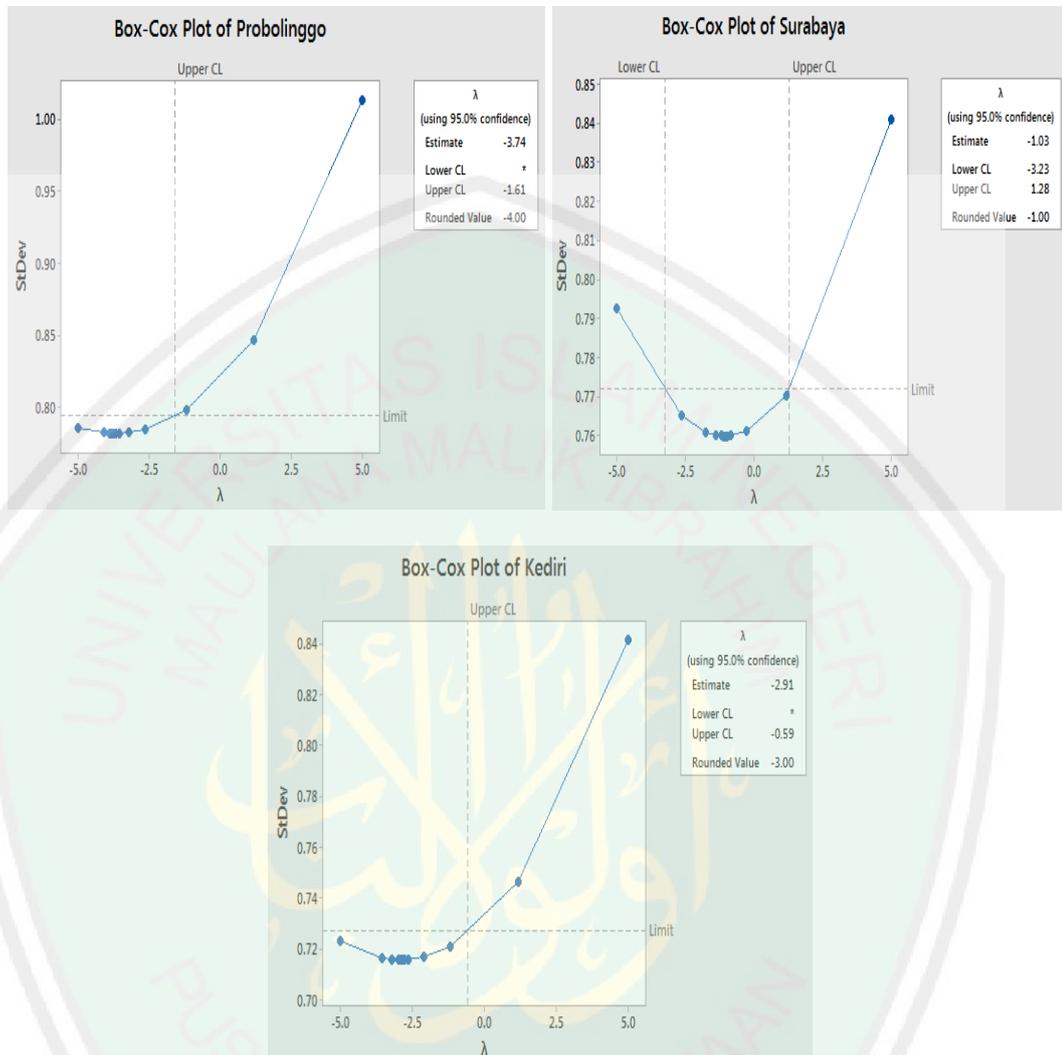
| Schematic Representation of Partial Autocorrelations |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |  |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|--|
| Name/Lag   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |  |
| Probolinggo  | +.. | ..- | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |  |
| Surabaya   | .+  | ..- | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |  |
| Kediri   | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |  |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

Gambar 7. Skema MPACF data *Customer Price Index* (CPI) secara Serentak

Untuk mengetahui kestasioneran dalam variansi juga dapat dilihat dari plot

*Box-Cox Transformation* pada masing-masing lokasi sebagai berikut:



Gambar 8. Plot *Box-Cox Transformation* Ketiga Lokasi

Gambar 6 menunjukkan bahwa plot data ketiga lokasi tidak stasioner karena nilai sekitar (*rounded value*) kurang dari 1,00 dan nilai *lambda estimate* masing-masing lokasi berbeda. Oleh karena itu dilakukan transformasi pada data. Menurut (Shofiyah, 2009) bahwa *Box-Cox Transformation* hanya dapat dilakukan pada tiap lokasi dengan kata lain bahwa *Box-Cox Transformation* tidak dapat dilakukan secara serentak. Jika dilakukan transformasi maka transformasi yang

digunakan untuk data berbeda-beda tergantung pada nilai sekitar (*rounded value*) dan estimasi lamda (*lambda estimate*) pada tiap lokasi. Oleh karena itu, transformasi tidak perlu untuk dilakukan dan data sudah dianggap stasioner dalam variansi.

Setelah didapatkan data yang stasioner terhadap mean dan varians, langkah selanjutnya adalah membuat model GSTAR. Adapun langkah-langkah penentuan model GSTAR pada data *Customer Price Index* (CPI) meliputi penentuan orde untuk menentukan model GSTAR dan estimasi parameter GSTAR dengan menggunakan bobot *invers* jarak dengan alasan bahwa jika menggunakan *invers* jarak dapat penentuan bobot dilihat dari jarak yang sebenarnya.

#### 4.2.4 Uji Asumsi *White Noise Residual*

Adapun uji asumsi *White Noise Residual* bertujuan untuk mengetahui bahwa hasil sisaan bersifat independen dengan kata lain bahwa antar variabel memiliki sifat saling bebas satu sama lain. Sisaan yang dihasilkan pada data haruslah bersifat identik dan independen. Pengecekan asumsi *white noise residual* dapat dilihat dari letak nilai AIC yang terdapat pada lag AR(0) dan MA(0), maka residual dapat dikatakan memenuhi asumsi *white noise*.

Schematic Representation of Residual Cross Correlations

| Variable/<br>Lag | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Probolinggo      | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Surabaya         | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Kediri           | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

Gambar 9. Plot Cross Correlations of Residuals

Gambar 7 menunjukkan bahwa simbol (+) berarti terdapat autokorelasi parsial positif pada data *Customer Price Index* (CPI) terdapat pada lag (0), hal ini berarti residual sudah memenuhi asumsi *white noise*.

#### 4.2.5 Penentuan Orde Model GSTAR

Penentuan orde model GSTAR dapat diduga dengan menentukan *lag* optimal yang digunakan dalam memodelkan GSTAR dan dapat dilihat dengan nilai AIC pada setiap orde. Menurut (Gusnadi, 2015) bahwa orde yang memiliki nilai AIC terkecil merupakan orde dari model GSTAR. Untuk mengetahui besarnya *lag* dari proses *Autoregressive* dapat ditentukan dengan menggunakan nilai AIC terkecil sebagai berikut:

| The STATESPACE Procedure                        |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Information Criterion for Autoregressive Models |          |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
| Lag=0   | Lag=1    | Lag=2    | Lag=3    | Lag=4    | Lag=5    | Lag=6    | Lag=7    | Lag=8    | Lag=9    | Lag=10   |
| -81.5816  | -90.9242 | -77.1005 | -62.1902 | -51.6606 | -37.7895 | -35.6159 | -27.7896 | -16.5046 | -5.54466 | -36.7337 |

Gambar 10. Plot MPACF Data *Customer Price Index* (CPI)

Berdasarkan gambar 5 data menunjukkan bahwa nilai AIC terkecil terdapat *lag* ke 1 yakni -90,9242 sehingga model GSTAR yang terbentuk adalah model GSTAR dengan orde 1 atau GSTAR(1).

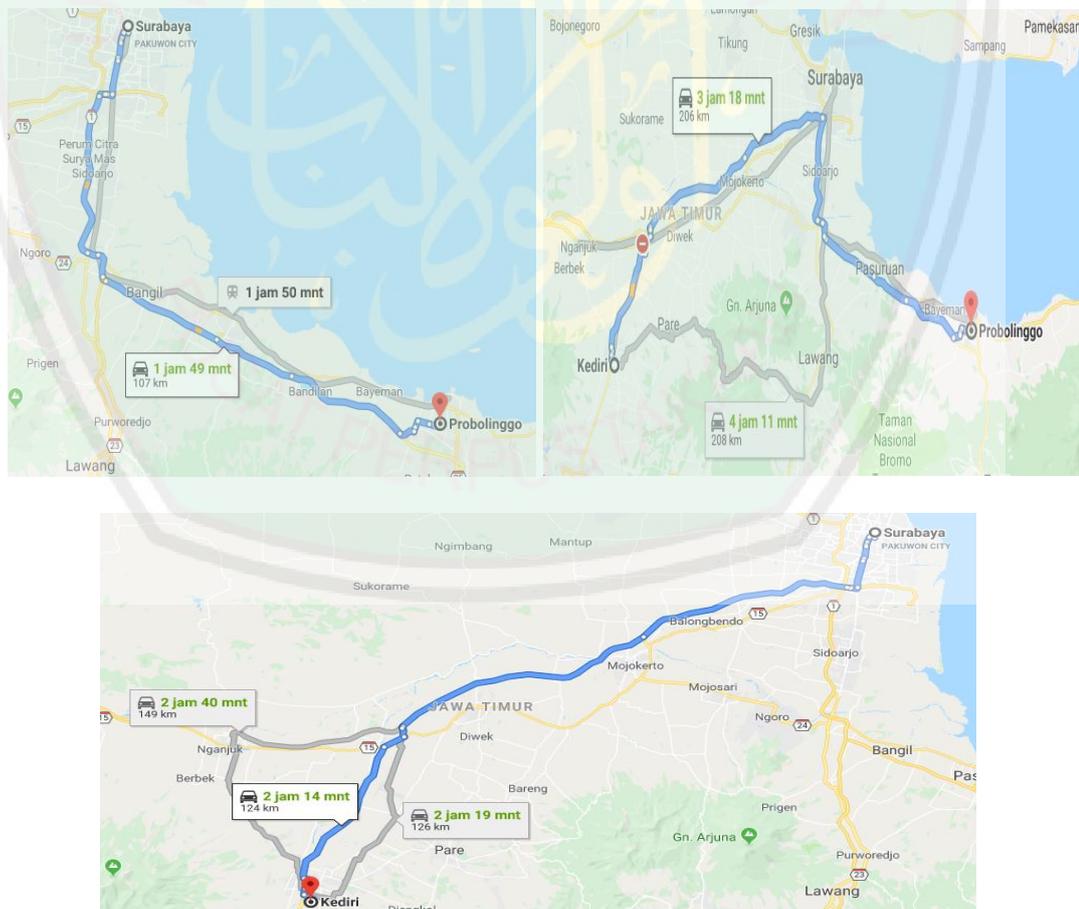
#### 4.2.6 Penentuan Bobot Lokasi pada Model GSTAR

Penelitian ini menggunakan parameter dengan bobot invers jarak. Bobot ini dapat memberikan informasi tentang keterkaitan antar lokasi yang berdasarkan pada jarak yang sebenarnya. Adapun tabel jarak antar lokasi sebagai berikut:

Tabel 6. Jarak Antar Lokasi

| LOKASI                       | $Z_1$ (Kota Probolinggo) | $Z_2$ (Kota Surabaya) | $Z_3$ (Kota Kediri) |
|------------------------------|--------------------------|-----------------------|---------------------|
| <b>Z1 (Kota Probolinggo)</b> | 0                        | $r_1$                 | $r_2$               |
| <b>Z2 (Kota Surabaya)</b>    | $r_1$                    | 0                     | $r_3$               |
| <b>Z3 (Kota Kediri)</b>      | $r_2$                    | $r_3$                 | 0                   |

Adapun jarak  $r_1$  merupakan jarak dari Kota Probolinggo ke Kota Surabaya ataupun sebaliknya, jarak  $r_2$  merupakan jarak dari Kota Probolinggo ke Kota Kediri begitupun sebaliknya, serta jarak  $r_3$  merupakan jarak dari Kota Surabaya ke Kota Kediri dan sebaliknya. Jarak antar lokasi yang digunakan pada penelitian ini yakni jarak terdekat dari lokasi satu ke lokasi yang lainnya. Adapun peta jarak tiap lokasi satu terhadap lokasi yang lain adalah sebagai berikut:



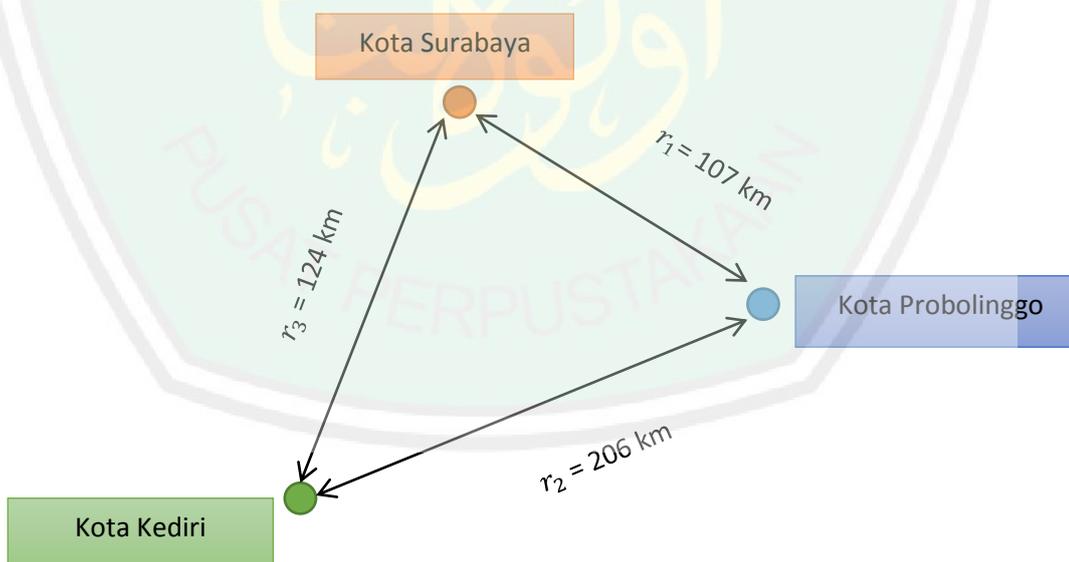
Gambar 11. Jarak Tiap Lokasi pada Peta

Dari informasi pada gambar 9 diperoleh jarak antar lokasi yakni pada Kota Probolinggo ke Kota Surabaya adalah 107 km, Kota Probolinggo ke Kota Kediri adalah 206 km, dan Kota Surabaya ke Kota Kediri adalah 124 km. Adapun tabel antar lokasi guna mempermudah dalam penginterpretasian data *Customer Price Index* (CPI) adalah sebagai berikut:

Tabel 7. Jarak Antar Lokasi Menggunakan Jarak Sebenarnya

| LOKASI                      | $Z_1$<br>(Kota Probolinggo) | $Z_2$<br>(Kota Surabaya) | $Z_3$<br>(Kota Kediri) |
|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------|------------------------|
| $Z_1$<br>(Kota Probolinggo) | 0 km                        | 107 km                   | 206 km                 |
| $Z_2$<br>(Kota Surabaya)    | 107 km                      | 0 km                     | 124 km                 |
| $Z_3$<br>(Kota Kediri)      | 206 km                      | 124 km                   | 0 km                   |

Untuk lebih jelasnya maka data tiap lokasi akan diilustrasikan dengan menggunakan gambar pola jarak tiap lokasi sebagai berikut:



Gambar 12. Ilustrasi Pola Jarak Lokasi

Bobot invers jarak memberikan nilai bobot yang kecil untuk jarak yang jauh dan memberikan nilai bobot yang besar untuk jarak yang lebih dekat. Hal ini disebabkan karena dugaan pada lokasi yang memiliki jarak yang cukup jauh akan memiliki keterkaitan yang kecil. Begitupun sebaliknya, dugaan pada lokasi yang memiliki jarak yang lebih dekat akan memiliki keterkaitan yang besar. Berdasarkan pada hasil pembobotan dengan bobot invers jarak maka diperoleh nilai matriks invers jarak sesuai dengan persamaan (2.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & 0 & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{14} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{r_2}{r_1 + r_2} & \frac{r_1}{r_1 + r_2} \\ \frac{r_3}{r_1 + r_3} & 0 & \frac{r_1}{r_1 + r_3} \\ \frac{r_3}{r_2 + r_3} & \frac{r_2}{r_2 + r_3} & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{206}{107 + 206} & \frac{107}{107 + 206} \\ \frac{124}{107 + 124} & 0 & \frac{107}{107 + 124} \\ \frac{124}{206 + 124} & \frac{206}{206 + 124} & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0 & 0,658147 & 0,341853 \\ 0,536797 & 0 & 0,463203 \\ 0,375758 & 0,624242 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.14}
 \end{aligned}$$

#### 4.2.7 Estimasi Parameter Model GSTAR dengan Bobot *Invers* Jarak

Pemodelan GSTAR pada data *Customer Price Index* (CPI) dengan menggunakan bobot *invers* jarak secara tidak langsung menganggap bahwa data *Customer Price Index* (CPI) dipengaruhi oleh jarak lokasi satu dengan lokasi yang lain. Semakin dekat antar lokasi maka semakin erat pula hubungan antar lokasi, begitupun sebaliknya. Sehingga dapat dikatakan bahwa jarak antar lokasi yang berdekatan akan memiliki bobot yang cenderung lebih besar.

Dari persamaan (2.3), model GSTAR yang diperoleh dari data dengan pembobot *invers* jarak sesuai dengan persamaan (4.14) sebagai berikut:

$$Z_1(t) = \Phi_{01} Z_1(t-1) + \Phi_{11} V_1(t-1) + \Phi_{12} V_2(t-1) + \Phi_{13} V_3(t-1) + e_1(t)$$

$$Z_2(t) = \Phi_{02} Z_1(t-1) + \Phi_{21} V_1(t-1) + \Phi_{22} V_2(t-1) + \Phi_{23} V_3(t-1) + e_2(t)$$

$$Z_3(t) = \Phi_{03} Z_1(t-1) + \Phi_{31} V_1(t-1) + \Phi_{32} V_2(t-1) + \Phi_{33} V_3(t-1) + e_3(t)$$

Menurut persamaan (4.1) maka persamaan diperoleh,

$$Z_1(t) = \Phi_{01} Z_1(t-1) + \Phi_{11} W(\text{prob})(\text{prob})Z_1(t-1)Z_2(t-1) + \Phi_{12}$$

$$W(\text{prob})(\text{sby}) + \Phi_{13} W(\text{prob})(\text{kdr})Z_3(t-1) + e_1(t)$$

$$Z_2(t) = \Phi_{02} Z_1(t-1) + \Phi_{21} W(\text{sby})(\text{prob})Z_1(t-1) + \Phi_{22} W(\text{sby})(\text{sby})$$

$$Z_2(t-1) + \Phi_{23} W(\text{sby})(\text{kdr})Z_3(t-1) + e_2(t)$$

$$Z_3(t) = \Phi_{03} Z_1(t-1) + \Phi_{31} W(\text{kdr})(\text{prob})Z_1(t-1) + \Phi_{32} W(\text{kdr})(\text{sby})$$

$$Z_2(t-1) + \Phi_{33} W(\text{kdr})(\text{kdr})Z_3(t-1) + e_3(t)$$

Sehingga persamaan ketiga lokasi dengan bobot *invers* jarak adalah,

$$Z_1(t) = \Phi_{01} Z_1(t-1) + \Phi_{12} (0,658147)Z_2(t-1) + \Phi_{13} (0,341853)Z_3(t-1)$$

$$+e_1(t)$$

$$Z_2(t) = \Phi_{02} Z_1(t-1) + \Phi_{21} (0,536797)Z_1(t-1) + \Phi_{23} (0,463203)Z_3(t-1)$$

$$+e_2(t)$$

$$Z_3(t) = \Phi_{03} Z_1(t-1) + \Phi_{31} (0,375758) Z_1(t-1) + \Phi_{32} (0,624242) Z_2(t-1) + e_3(t)$$

Keterangan:

$Z_1(t)$  : *Customer Price Index* Kota Probolinggo pada waktu ke- $t$ ,

$Z_2(t)$  : *Customer Price Index* Kota Surabaya pada waktu ke- $t$ , dan

$Z_3(t)$  : *Customer Price Index* Kota Kediri pada waktu ke- $t$ .

#### 4.2.8 Metode *Maximum Likelihood* pada Model GSTAR

Adapun model GSTAR dengan metode *Maximum Likelihood* dengan nilai  $W_{jk}Z_j$ ,  $\Phi_{0j}$ , dan  $\Phi_{1j}$  terlampir pada lampiran 5 sehingga hasil parameter model GSTAR sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \Phi_{01} \\ \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \\ \Phi_{13} \\ \Phi_{02} \\ \Phi_{21} \\ \Phi_{22} \\ \Phi_{23} \\ \Phi_{03} \\ \Phi_{31} \\ \Phi_{32} \\ \Phi_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,96535 \times 10^{-10} \\ 0,99999 \\ -0,04141 \times 10^{-10} \\ -0,09013 \times 10^{-10} \\ 0,31446 \times 10^{-10} \\ 0,00838 \times 10^{-10} \\ 1,00000 \\ -0,02571 \times 10^{-10} \\ 0,61994 \times 10^{-10} \\ 0,02996 \times 10^{-10} \\ 0,02234 \times 10^{-10} \\ 0,99999 \end{pmatrix}$$

Hasil parameter di atas jika diinterpretasikan kedalam model persamaan dengan bobot *invers* jarak adalah;

$$Z_1(t) = -0,96535 \times 10^{-10} Z_1(t-1) - 0,04141 \times 10^{-10} (0,658147) Z_2(t-1) - 0,09013 \times 10^{-10} (0,341853) Z_3(t-1) + e_1(t)$$

$$Z_2(t) = 0,31446 \times 10^{-10} Z_1(t-1) + 0,00838 \times 10^{-10} (0,536797) Z_1(t-1) - 0,02571 \times 10^{-10} (0,463203) Z_3(t-1) + e_2(t)$$

$$Z_3(t) = 0,61994 \times 10^{-10} Z_1(t-1) + 0,02996 \times 10^{-10}(0,375758)Z_1(t-1) \\ + 0,02234 \times 10^{-10}(0,624242)Z_2(t-1) + e_3(t)$$

diperoleh,

$$Z_1(t) = -0,96535 \times 10^{-10} Z_1(t-1) - 0,27254 \times 10^{-12}Z_2(t-1) - 0,11909 \\ \times 10^{-12}Z_3(t-1) + e_1(t)$$

$$Z_2(t) = 0,31446 \times 10^{-10} Z_1(t-1) + 0,44984 \times 10^{-14}Z_1(t-1) - 0,13846 \\ \times 10^{-12}Z_3(t-1) + e_2(t)$$

$$Z_3(t) = 0,61994 \times 10^{-10} Z_1(t-1) + 0,26717 \times 10^{-11}Z_1(t-1) + 0,88504 \\ \times 10^{-12}Z_2(t-1) + e_3(t)$$

#### 4.2.9 Pemilihan Model Terbaik

Penentuan model terbaik berdasarkan pada bobotnya yakni dengan mempertimbangkan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) pada tiap model. Model terbaik pada data akan dilihat pada nilai RMSE yang paling minimum. Adapun tabel RMSE model GSTAR untuk ketiga bobot pada tiap lokasi adalah sebagai berikut:

Tabel 8. Nilai RMSE Model GSTAR Tiap Lokasi

| Model    | Nilai RMSE |
|----------|------------|
| $Z_1(t)$ | 0,521139   |
| $Z_1(t)$ | 2,266407   |
| $Z_1(t)$ | 0,654749   |

Berdasarkan pada tabel 7 bahwa nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) paling minimum terdapat pada model  $Z_1(t)$  yakni pada Kota Probolinggo sehingga dapat dikatakan bahwa model terbaik terdapat pada Kota Probolinggo. Hal ini menunjukkan bahwa Kota Probolinggo memiliki pertumbuhan ekonomi

yang cukup baik dengan laju pertumbuhan yang cukup stabil. Dengan kata lain, peningkatan pertumbuhan ekonomi Kota Probolinggo berdampak pada peningkatan kualitas pembangunan masyarakat. Sehingga, dengan UMR yang ditetapkan pemerintah berdampak baik pada pertumbuhan Kota.

#### 4.2.10 Peramalan Data Berkala (*Time Series*) Beberapa Periode Ke Depan

Peramalan data berkala bertujuan untuk mengetahui kestabilan, kenaikan, ataupun penurunan data pada periode selanjutnya. Hasil ramalan akan dijadikan parameter untuk pengambilan tindakan pada laju pertumbuhan ekonomi masyarakat pada periode selanjutnya. Hasil ramalan yang optimum memiliki tingkat kesalahan (galat) yang kecil atau bahkan tidak memiliki kesalahan sama sekali. Jika tingkat kesalahan semakin kecil maka semakin tepat pula hasil peramalan. Adapun tabel hasil data *Customer Price Index* (CPI) tahun 2019-2020 sebagai berikut:

Table 9. Data *Customer Price Index* (CPI) Tahun 2018

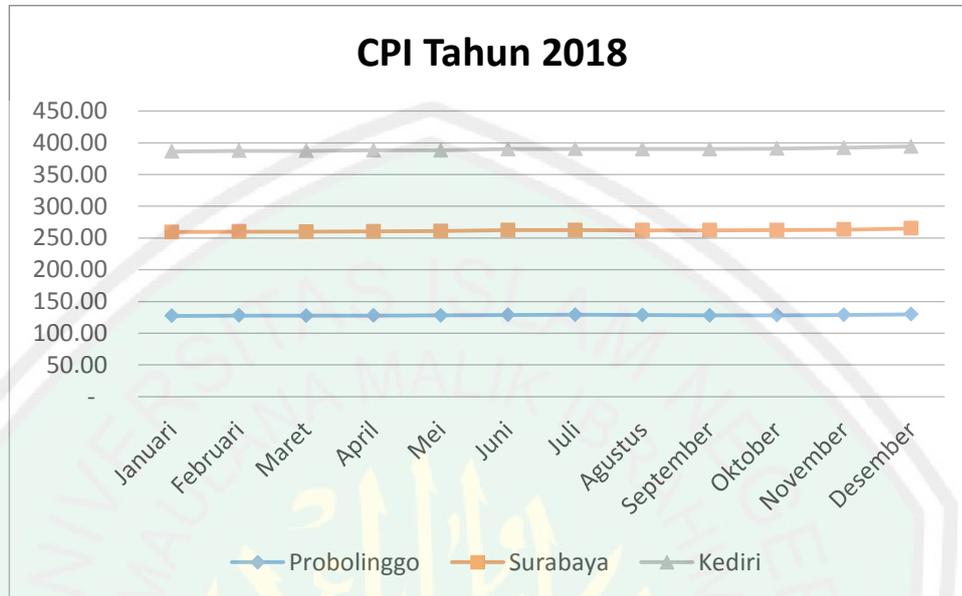
| No. | Tahun | Bulan     | Probolinggo | Surabaya | Kediri |
|-----|-------|-----------|-------------|----------|--------|
| 1   | 2018  | Januari   | 127.37      | 132.09   | 126.95 |
| 2   |       | Februari  | 127.76      | 132.27   | 127.28 |
| 3   |       | Maret     | 127.59      | 132.35   | 127.41 |
| 4   |       | April     | 127.86      | 132.61   | 127.59 |
| 5   |       | Mei       | 127.98      | 132.83   | 127.37 |
| 6   |       | Juni      | 128.92      | 133.33   | 127.92 |
| 7   |       | Juli      | 129.00      | 133.37   | 128.04 |
| 8   |       | Agustus   | 128.55      | 133.68   | 127.91 |
| 9   |       | September | 128.14      | 133.88   | 128.17 |
| 10  |       | Oktober   | 128.39      | 134.08   | 128.38 |
| 11  |       | November  | 128.84      | 134.36   | 128.89 |
| 12  |       | Desember  | 129.77      | 135.24   | 129.27 |

Table 10. Hasil Peramalan Data *Customer Price Index* (CPI)

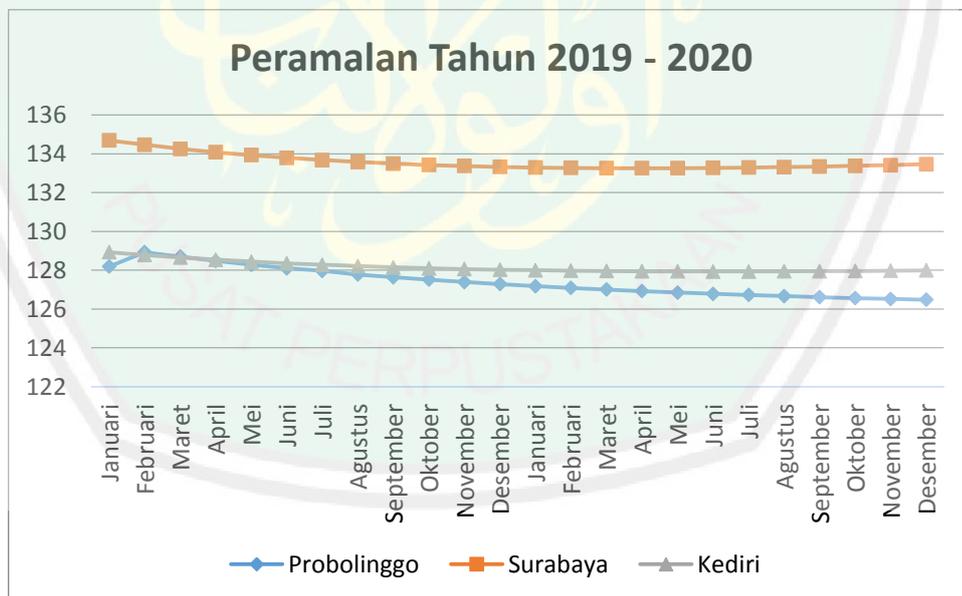
| No. | Tahun | Bulan     | Probolinggo | Surabaya | Kediri  |
|-----|-------|-----------|-------------|----------|---------|
| 1   | 2019  | Januari   | 128.189     | 134.695  | 128.930 |
| 2   |       | Februari  | 128.933     | 134.467  | 128.787 |
| 3   |       | Maret     | 128.699     | 134.256  | 128.659 |
| 4   |       | April     | 128.483     | 134.087  | 128.545 |
| 5   |       | Mei       | 128.286     | 133.932  | 128.445 |
| 6   |       | Juni      | 128.104     | 133.797  | 128.356 |
| 7   |       | Juli      | 127.973     | 133.68   | 128.279 |
| 8   |       | Agustus   | 127.784     | 133.581  | 128.212 |
| 9   |       | September | 127.643     | 133.497  | 128.153 |
| 10  |       | Oktober   | 127.513     | 133.428  | 128.104 |
| 11  |       | November  | 127.394     | 133.373  | 128.062 |
| 12  |       | Desember  | 127.284     | 133.329  | 128.027 |
| 13  | 2020  | Januari   | 127.183     | 133.297  | 127.999 |
| 14  |       | Februari  | 127.090     | 133.275  | 127.977 |
| 15  |       | Maret     | 127.004     | 133.262  | 127.960 |
| 16  |       | April     | 126.925     | 133.258  | 127.948 |
| 17  |       | Mei       | 126.852     | 133.262  | 127.941 |
| 18  |       | Juni      | 126.785     | 133.274  | 127.938 |
| 19  |       | Juli      | 126.723     | 133.292  | 127.939 |
| 20  |       | Agustus   | 126.666     | 133.316  | 127.943 |
| 21  |       | September | 126.613     | 133.346  | 127.951 |
| 22  |       | Oktober   | 126.564     | 133.381  | 127.962 |
| 23  |       | November  | 126.518     | 133.420  | 127.975 |
| 24  |       | Desember  | 126.476     | 133.465  | 127.991 |

Berdasarkan pada tabel 9 menunjukkan bahwa data berpola fluktuatif. Tahun 2019-2020 data *Customer Price index* (CPI) mengalami penurunan (degradasi). Keadaan ini dipengaruhi oleh beberapa faktor, seperti halnya struktur ekonomi Indonesia yang secara spasial hanya dipengaruhi oleh beberapa provinsi. Degradasi tersebut juga dialami di Provinsi Jawa Timur yang melambat dari tahun

sebelumnya layaknya Kota Probolinggo, Kota Surabaya, maupun Kota Kediri. Jika ditampilkan dalam bentuk kurva, maka perbandingan hasil data sebenarnya dengan hasil peramalan data pada ketiga lokasi adalah sebagai berikut:



Gambar 13. Plot Fluktuasi Data CPI Ketiga Lokasi Tahun 2018



Gambar 14. Plot Fluktuasi Ramalan Ketiga Lokasi

Kota Probolinggo mengalami penurunan *Customer Price Index* (CPI), karena Kota Probolinggo mengalami sedikit hambatan pada mobilitas tenaga kerja dan modal, sehingga pola pertumbuhan yang tidak seimbang ini harusnya memerlukan penanganan khusus pemerintah. Tindakan yang harus diambil pemerintah salah satunya yakni menerapkan pengembangan serta pembangunan yang bersifat umum dan netral secara parsial ke berbagai daerah yang masih tergolong tertinggal seperti Kota Probolinggo, Madura, dan lain-lain.

Adapun penyebab Kota Surabaya mengalami penurunan harga (deflasi) tahun berikutnya yakni terjadi pada sektor pangan yakni sebesar 1,84 persen (BPS, 2019). Sektor pangan yang berpengaruh besar pada penghambatan terjadinya inflasi kota diantaranya beras, bawang merah, bawang putih, telur ayam sayur dan sebagainya. Hal ini berpengaruh pada *Customer Price Index* (CPI) Kota Surabaya yang juga akan mengalami penurunan. Meskipun begitu, CPI Kota Surabaya masih tergolong tinggi, karena untuk daerah-daerah yang tergolong maju di Provinsi Jawa Timur seperti halnya Kota Sidoarjo, Gresik, Kediri, dan Surabaya secara parsial mengalami pertumbuhan ekonomi yang cukup baik.

Dari hasil peramalan ketiga lokasi tahun 2019-2020 menunjukkan bahwa ketiga lokasi mengalami penurunan harga (deflasi) yang tidak jauh berbeda dengan data *Customer Price Index* (CPI) tahun 2018. Oleh karena itu, hasil peramalan data pada periode selanjutnya tergolong baik.

### 4.3 Estimasi Dalam Al-Qur'an

Kemampuan intelektual semata tidak cukup untuk belajar matematika, tetapi dibutuhkan kemampuan intuitif dan imajinatif yang disertai dengan pendekatan rasional empiris dan logis juga kemampuan spiritual. Dengan memahami Al-Qur'an maka dukungan kemampuan spiritual terpenuhi (Abdussakir, 2007). Salah satu bidang terapan dalam matematika adalah statistika. Ilmu statistika yang terdapat dalam Al-Qur'an contohnya adalah estimasi. Dalam QS. Ar-Rum ayat 4 yang berbunyi:

*“Dalam beberapa tahun lagi. Bagi Allah-lah urusan sebelum dan sesudah (mereka menang), dan di hari (kemenangan bangsa Romawi) itu bergembiralah orang-orang yang beriman” (QS. Ar-Rum/30:4).*

Ayat di atas menjelaskan tentang kemenangan pasukan Romawi yang telah berhasil menaklukkan pasukan Persia dengan kisaran (estimasi) waktu kurang dari sepuluh tahun. Estimasi tersebut didapatkan oleh Nabi Muhammad SAW dan para sahabatnya didasarkan pada kekuatan musuh juga pengalaman dari perang-perang sebelumnya.

Disamping itu, dalam hadist nabi Saw. juga disebutkan tentang estimasi jumlah tentara Quraisy yang didasarkan pada jumlah unta yang dibunuh tiap harinya. Dalam hadist nabi Saw. tersebut Rosulullah bertanya kepada bani Hajar sebelum adanya perang badar *“Berapa banyak unta yang disembelih tiap harinya?”* Bani Hajar(pun) menjawab *“Terkadang sembilan atau sepuluh unta setiap hari”*. Sehingga, keadaan ini menjadikan Nabi Muhammad dan para sahabat mengestimasi jumlah tentaranya berkisar antara 900 hingga 1000 tentara.

Berdasarkan pemaparan di atas dijelaskan bahwa dalam estimasi dibutuhkan adanya data. Nabi Muhammad mengestimasi jumlah tentara Quraisy dengan jumlah unta yang disembelih tiap harinya. Begitu pula dengan penelitian ini yang

juga membutuhkan data untuk melakukan estimasi. Data yang digunakan adalah data *Customer Price Index* (CPI) tahun 2009 – 2018.



## BAB V PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pada analisis pembahasan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Estimasi parameter model GSTAR(1) dengan tiga variabel  $Z_3 = M_3\Phi_3 + e_3$  dengan metode *maximum likelihood* adalah,

$$\hat{\Phi}_3 = (M_3^T M_3)^{-1} M_3^T Z_3$$

2. Implementasi parameter model GSTAR(1) metode *maximum likelihood* dengan bobot invers jarak pada data *Customer Price Index* (CPI) di tiga lokasi yakni Kota Probolinggo, Kota Surabaya, dan Kota Kediri tahun 2009 – 2018 didapatkan model persamaan dari ketiga lokasi sebagai berikut:

$$Z_1(t) = -0,96535 \times 10^{-10} Z_1(t-1) - 0,27254 \times 10^{-12} Z_2(t-1) - 0,11909 \times 10^{-12} Z_3(t-1) + e_1(t)$$

$$Z_2(t) = 0,31446 \times 10^{-10} Z_1(t-1) + 0,44984 \times 10^{-14} Z_1(t-1) - 0,13846 \times 10^{-12} Z_3(t-1) + e_2(t)$$

$$Z_3(t) = 0,61994 \times 10^{-10} Z_1(t-1) + 0,26717 \times 10^{-11} Z_1(t-1) + 0,88504 \times 10^{-12} Z_2(t-1) + e_3(t)$$

3. Model GSTAR dengan metode *maximum likelihood* diperoleh model terbaik yaitu model GSTAR(1) di Kota Probolinggo karena pada lag 1 yang didapatkan nilai RMSE terkecil (0,521139) dari seluruh lag dengan *differencing* sebanyak satu kali.

## 5.2 Saran

Penelitian ini menggunakan metode *maximum likelihood* dalam mencari estimasi parameter model *time series multivariate* GSTAR. Oleh karena itu, penulis berharap kepada pembaca untuk mengembangkan penelitian dengan menggunakan metode lain, sehingga dapat diketahui metode manakah yang lebih efisien. Pembaca juga dapat menambah lokasi penelitian pada data, sehingga dapat diketahui perbandingan tiap lokasi semakin banyak dan baik pula.



## DAFTAR RUJUKAN

- Abdullah. (2007). *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 1*. Jakarta: Pustaka Imam Asy-Syafi'i.
- Abdussakir. (2007). *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN PRESS.
- Alisha S Mansoer, T. Y. (2016). Pemodelan Seasonal Generalized Space Time Autoregressive (SGSTAR). *Jurnal Gaussian*, Vo. 5 No. 4 Hlm. 593-602.
- Al-Maraghi, A. M. (1989). *Terjemah Tafsir Al-Maraghi*. Semarang: CV. Thoha Putra.
- Anggraeni, D. (2013). Aplikasi Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Pemodelan Volume Kendaraan Masuk Tol Semarang. *Media Statistika*, Vol. 6, No. 2, 71-80.
- Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- As'ad, M. (2017). Peramalan Jumlah mahasiswa Baru dengan Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA). *Jurnal Informatika Merdeka Pasuruan*, Vol. 2 No. 3 Hlm. 21.
- Assauri, S. (1984). *Teknik dan Metoda Peramalan Penerapannya dalam Ekonomi dan Dunia Usaha Edisi 1*. Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.
- Berita Resmi Statistik. (2013). Retrieved 7 15, 2019, from <https://id-static.zdn.net/files/d64/21c6284febc447b66b34d8a12cdf7.pdf>
- Borovkova, dkk. (2008). Consistency and Assymtotic Normality of Least Square Estimators in Generalzed STAR Models. *Faculty of EENCs Netherlands*.
- Borovkova, S. (2008). Consistency and Asymptotic Normality of Least Squares Estimators in Generalized STAR models. *Statistica Neerlandica*, 1-4.
- Box, G. a. (1976). *Time series Analysis Forecasting and Control, 2nd Edition*. San Francisco: Holden-Day.
- Box, G. J. (2008). *Time Series Analysis Forecasting and Control, 4th Ed*. New Jersey: John Wiley & SOns Inc Publication.
- BPS. (2018). *Surabaya Dalam Angka*. Surabaya: BPS Kota Surabaya.
- BPS. (2019). *Perkembangan Indeks Harga Konsumen kota Surabaya*. Surabaya: BPS Kota Surabaya.
- Cliff, A. a. (1983). *Spatial Processes: Models and Applications*. London: Pion.

- Dardiri, A. (2018). *Indeks Harga Konsumen 8 Kota di Provinsi Jawa Timur*. Jawa Timur: Badan Pusat Statistika Provinsi Jawa Timur.
- Departemen Pendidikan & Kebudayaan. (1995). *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka.
- Dina, M & Fifin, H. (2017). *Probolinggo Dalam Angka*. Probolinggo: BPS Kota Probolinggo.
- DT Wiyanti., R. P. (2012). Peramalan Deret Waktu Menggunakan Model Fungsi Basis Radial (RBF) dan Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA). *Jurnal MIPA*, 176.
- Dudewicz, E. J. (1995). *Statistika Matematika Modern*. Bandung: ITB.
- Felicia, K. D. (2018). Model Generalized Autoregressive-X (GSTAR-X) dalam Meramalkan Produksi Kelapa Sawit. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*. Vol. 07, No. 2, 85-92.
- Femy NR, H. R. (2013). Pengaruh Jumlah Kunjungan Wisatawan, Jumlah Obyek Wisata dan Pendapatan Perkapita terhadap Penerimaan Sektor Pariwisata di Kabupaten Kudus. *Diponegoro Journal of Economics*, Vol. 2, No. 2, 1-9.
- George Box, J. R. (1994). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Gilgen, H. (2006). *Univariate Statistics in Geosciences*. Springer, Netherland.
- Gusnadi, R. R. (2015). Pemodelan Generalized Space-Time Autoregressive (GSTAR) Seasonal pada Data Jumlah Wisatawan Mancanegara Empat Kabupaten/Kota di Jawa Tengah. *Jurnal Gaussian*, Vol. 04, Hal. 1017-1026.
- Halimi R, A. W. (2013). Pembuatan Aplikasi Peramalan Jumlah Permintaan Produk dengan Metode Time Series Exponential Smoothing Holts Winter di PT. Telekomunikasi Indonesia. *Tbk. Teknik Pomits*, 1-6.
- Hariawan, R. (2009). *Pedoman Survei Statistik Harga Konsumen*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Hurvich C, T. C. (2008). Regression and Time Series Model Selection in Small Simple. *Biometrika*, Volume 76. Hlm: 297-307.
- Ismi A, D. K. (2017). Penerapan Model GSTAR(1,1) untuk Data Curah Hujan. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*, Vol. 6, No. 03, 159-166.
- Jannah, R. (2018). *Estimasi Parameter Model Vector Autoregressive (VAR) dengan Metode Maximum Likelihood*. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim.

- Johnson & Wichern. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6.Ed.* New Jersey: Pearson Education Inc.
- Kadek A N Diani, S. &. (2013). Permodelan VAR-NN dan GSTAR-NN untuk Peramalan Curah Hujan di Kabupaten Malang. *Jurnal Sains da Seni Pomits*, Vol. 2 No. 1 Hlm. 31-32.
- Karlina, H. D. (2014). Aplikasi Model GS-TAR pada Data Jumlah TKI Jawa Barat dengan Pemilihan Lokasi Berdasarkan Klaster DBSCAN. *Jurnal Matematika Integratif Vol. 10, No. 1*, 37-48.
- Kiki Febri Azriati, A. H. (2014). Verifikasi Model ARIMA Musiman Menggunakan Peta Kendali Moving Average. *Jurnal Gaussian*, 701-710.
- Kosfeld, R. (2006). Spatial Econometric. URL: <http://www.scribd.com>.
- Kuncoro, M. (2007). *Metode Kuantitatif Teori dan Aplikasi untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: UPP STIM YKPN.
- Latifah, f. S. (2019). Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Harga Konsumen. *Jurnal Sekretari dan Manajemen*, Hal. 25, Vol. 3, No. 1.
- Lee, J., & Wong, S. W. (2001). *Statistical Analysis with Arcview GIS*. United State of America: John Wiley & Sons, Inc.
- Listiana. (2018). *Kediri Dalam Angka*. Kediri: BPS Kota Kediri.
- Lutkepohl. (2007). Econometric Analysis with Vector Autoregressive Models. *EUI Working Papers ECO*, 1725-6704.
- Makridakis, S. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta: Erlangga.
- Ma'luf, L. (1986). *Munjid fi al-lughoh wa al-A'lam*. Beirut: Dar al-Masyriq.
- Mohamad As'add, S. S. (2017). Peramalan Jumlah Mahasiswa Baru dengan Model ARIMA. *Jurnal Informatika Merdeka Pasuruan (JIMP)*, 21.
- Mulyono, D. (2014). Analisis Karakteristik Curah Hujan di Wilayah Kabupaten Garut Selatan. *Jurnal Konstruksi*, Vol. 13 No. 1 Hlm. 2302-7312.
- Musanef. (1995). *Manajemen Pariwisata di Indonesia*. Jakarta: Gunung Harta.
- Nawangwulan, S. d. (2016). Analisis Time Series Metode Winter Jumlah Penderita Gastroenteritis Rawat Inap Berdasarkan Data Rekam Medis di RSUD Dr. Soetomo Surabaya. *Jurnal Manajemen dan Kesehatan Stikes Yayasan RS. Dr. Soetomo*, Vol. 2, No. 01, 17-32.
- Nurdini, A. (2006). Cross-Sectional Vs longitudinal, Plihan Rancangan Waktu dalam Penelitian Perumahan Pemukiman. *Dimensi teknik Arsitektur*, 52-58.

- Nutiyas, F. (2016). Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Upah Minimum Provinsi di Pulau Jawa. *Thesis* (p. 78). Yogyakarta: Universitas Negeri Yogyakarta.
- Pfeifer PE, D. S. (1980). A Three-Stage Iterative Procedure fo Space-Time Modelling. *Technometrics*, 22: 35-47.
- Pfeifer, P. &. (1980). A Three Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling. *Technometrics*, Vol. 1, No. 22: 35-47.
- Pitana, I. (2006). *Univariate Statistics in Geosciences*. Netherland: Springer.
- Puji Sari, W. (2013). Peramalan Metode GS-TAR dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang. *skripsi*.
- Rahmadani. (2011). *Kajian Model Regresi Diri Ruang-Waktu Terampat (Kasus: Data Hotspot Kebakaran Hutan di Riau) [thesis]*. Bogor: Program Pascasarjana, IPB.
- Rahman, A. (2000). *Al-Qur'an Sumber Ilmu Pengetahuan*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Rony Gusnadi, R. R. (2015). Pemodelan Generalized Space-Time Autoregressive (GS-TAR) Seasonal pada Data Jumlah Wisatawan Mancanegara Empat Kabupaten/Kota di Jawa Tengah. *Jurnal Gaussian*, Vol. 04, 1017-1026.
- Rosadi, D. (2006). *Pengantar Analisa Runtun Waktu*. Yogyakarta: F MIPA UGM.
- Rosadi, D. (2010). *Analisa Ekonometrika dan Runtun Waktu Terapan dengan R*. Yogyakarta: Andi.
- Ruchjana. (2002). *Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalisasi STAR*. Bogor: IPB.
- Salam, N. (2013). Estimasi Likelihood Maximum Peneralized dari Model Regresi Semiparametrik. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, Universitas Diponegoro.
- Saleh, M. (2011). Prakiraan Curah Hujan Bulanan Kecamatan Tempe Kabupaten Wajo Tahun 2011 dan 2012 Dengan Model Arima. *UIN Alauddin* (pp. 8-9). Makassar: UIN Alauddin Makassar.
- Satria I, Y. H. (2015). Proyeksi Data Produk Domestik Bruto (PDB) dan Foreign Direct Investment (FDI) Menggunakan Vector Autoregressive (VAR). *jurnal Gaussian*, 4(4):895-905.
- Shofiyah, M. A. (2009). *Peramalan Data Produksi Gas di Joint Operating Body Pertamina dengan Model GSTAR dan ARIMA*. East Java: Petrochina(JOB P-PEJ).
- Soedjati. (1987). *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Karunika.
- Soejoeti, Z. (1985). *Metode Statistics I*. Jakarta: Universitas Terbuka.

- Spyros Makridakis, W. S. (1999). *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1 Edisi Kedua : Terjemahan Untung Sus Andriyanto dan Abdul Basith*. Jakarta: Erlangga.
- Steorts, R. (2010). Retrieved April 12, 2018, from Multivariate Normal Distribution. (Online): [http://www.colorado.edu/economics/morey/7818/jointdensity/NotesOnMultivariateNormal/Multivariate%20Normal%20Distribution\\_WakemanLinnJennings.pdf](http://www.colorado.edu/economics/morey/7818/jointdensity/NotesOnMultivariateNormal/Multivariate%20Normal%20Distribution_WakemanLinnJennings.pdf),
- Subanar, S. d. (2006). The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model y using Cross-correlation Inference. *Journal of Quantitative Methods: Journal Devoted the Mathematical and Statistical Application in Various Field*. Vol. 2 No. 2, 45-53.
- Suryani, & Sari, D. R. (2018). Estimasi Parameter Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) menggunakan Metode Generalized Least Square (GLS). *Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UMS*, ISSN: 2502-6526.
- Tamada, K. (2009). Analysis of Determinant of Minimum Wages in Japan. *The Japanese Journal of Labour Studies* 51, no12, 16-28.
- Triastuti W, A. H. (2014). Identifikasi Autokorelasi Spasial pada Jumlah Pengangguran di Jawa Tengah menggunakan Indeks Moran. *Media Statistika*, Vol. 7, No. 1. Hal. 1-10.
- Wei, W. (1994). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Wei, W. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Widarjono. (2007). *Ekonometrika Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis. Edisi Kedua*. Yogyakarta: Ekonisia.
- Wutsqa, D. S. (2010). Generalized Space-Time Autoregressive Modeling. *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and It' Applications (ICMSA2010), Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia, 752-761*.
- Yitnosumarto, S. (1990). *Dasar-Dasar Statistika*. Jakarta: C.V Rajawali.
- Yoeti, O. A. (2008). *Perencanaan dan Pengembangan Pariwisata*. Jakarta: Pradaya Pratama.
- Zhang. (2003). Time Series Forecasting Using a Hybrid ARIMA and Neural Network Model. *Journal of Neurocomputing*, 159-175.

## LAMPIRAN

Lampiran 1. Data *Customer Price Index* (CPI) di Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Tahun 2009-2018

### **CUSTOMER PRICE INDEX (CPI)**

| Tahun | Bulan     | Kota        |          |        |
|-------|-----------|-------------|----------|--------|
|       |           | Probolinggo | Surabaya | Kediri |
| 2009  | Januari   | 115,99      | 111,12   | 112,34 |
|       | Februari  | 116,62      | 112,19   | 112,69 |
|       | Maret     | 116,5       | 112,5    | 113,22 |
|       | April     | 115,92      | 112,01   | 112,67 |
|       | Mei       | 116,04      | 111,79   | 112,73 |
|       | Juni      | 116,58      | 112,04   | 113,24 |
|       | Juli      | 116,68      | 112,32   | 113,73 |
|       | Agustus   | 117,51      | 112,9    | 114,18 |
|       | September | 118,72      | 114,25   | 115,55 |
|       | Oktober   | 119,13      | 114,43   | 115,67 |
|       | November  | 119,36      | 114,49   | 115,52 |
|       | Desember  | 119,91      | 115,09   | 116,25 |
| 2010  | Januari   | 120,76      | 115,67   | 117,15 |
|       | Februari  | 121,32      | 115,96   | 117,82 |
|       | Maret     | 120,77      | 115,82   | 116,98 |
|       | April     | 120,8       | 115,99   | 117,28 |
|       | Mei       | 121,78      | 116,43   | 117,77 |
|       | Juni      | 122,97      | 117,31   | 119,26 |
|       | Juli      | 126,59      | 119,64   | 120,65 |
|       | Agustus   | 127,13      | 121,11   | 121,08 |
|       | September | 127,23      | 121,92   | 121,92 |
|       | Oktoberp  | 127,25      | 121,95   | 121,96 |
|       | November  | 127,33      | 122,49   | 122,76 |
|       | Desember  | 127,92      | 123,53   | 124,15 |
| 2011  | Januari   | 129,13      | 124,49   | 124,51 |
|       | Februari  | 129,54      | 124,86   | 124,38 |
|       | Maret     | 129,45      | 125,07   | 123,96 |
|       | April     | 129,02      | 124,79   | 123,58 |
|       | Mei       | 129,39      | 124,88   | 123,61 |
|       | Juni      | 129,83      | 125,49   | 124,61 |
|       | Juli      | 131,03      | 126,17   | 125,74 |

|      |           |        |        |        |
|------|-----------|--------|--------|--------|
|      | Agustus   | 131,98 | 127,53 | 126,66 |
|      | September | 131,94 | 128,29 | 127,34 |
|      | Oktober   | 131,65 | 127,89 | 127,36 |
|      | November  | 132,22 | 128,6  | 127,79 |
|      | Desember  | 132,75 | 129,36 | 128,65 |
| 2012 | Januari   | 133,44 | 129,86 | 129    |
|      | Februari  | 134,05 | 130,19 | 129,28 |
|      | Maret     | 133,58 | 130,31 | 129,33 |
|      | April     | 133,98 | 130,47 | 129,4  |
|      | Mei       | 134,7  | 130,69 | 129,97 |
|      | Juni      | 135,89 | 131,38 | 130,89 |
|      | Juli      | 137,01 | 132,19 | 131,78 |
|      | Agustus   | 139,77 | 133,86 | 134,06 |
|      | September | 139,28 | 133,81 | 134,03 |
|      | Oktober   | 139,55 | 134    | 134,05 |
|      | November  | 139,88 | 134,34 | 134,12 |
|      | Desember  | 140,56 | 135,04 | 134,61 |
| 2013 | Januari   | 142    | 136,24 | 136,03 |
|      | Februari  | 141,15 | 138,16 | 138,37 |
|      | Maret     | 144,54 | 138,95 | 138    |
|      | April     | 143,36 | 138,44 | 137,88 |
|      | Mei       | 143,26 | 138,34 | 137,6  |
|      | Juni      | 144,59 | 139,1  | 138,82 |
|      | Juli      | 149,11 | 142,81 | 143,35 |
|      | Agustus   | 151,21 | 144,22 | 144,87 |
|      | September | 150,45 | 144,19 | 144,47 |
|      | Oktober   | 150,23 | 143,96 | 144,32 |
|      | November  | 150,41 | 144,32 | 144,92 |
|      | Desember  | 151,77 | 145,19 | 145,44 |
| 2014 | Januari   | 112,23 | 110,47 | 112,09 |
|      | Februari  | 112,25 | 110,72 | 112,15 |
|      | Maret     | 112,43 | 110,97 | 112,17 |
|      | April     | 112,27 | 111,16 | 111,91 |
|      | Mei       | 112,41 | 111,35 | 111,93 |
|      | Juni      | 112,94 | 111,76 | 112,51 |
|      | Juli      | 114,06 | 112,23 | 113,33 |
|      | Agustus   | 114,14 | 112,79 | 113,40 |
|      | September | 114,19 | 113,25 | 113,79 |
|      | Oktober   | 114,72 | 113,80 | 114,15 |
|      | November  | 116,22 | 115,24 | 116,04 |
|      | Desember  | 118,72 | 117,81 | 118,96 |

|             |           |        |        |        |
|-------------|-----------|--------|--------|--------|
| <b>2015</b> | Januari   | 118,48 | 118,29 | 118,73 |
|             | Februari  | 117,98 | 117,79 | 117,75 |
|             | Maret     | 118,00 | 118,21 | 118,08 |
|             | April     | 118,43 | 118,69 | 118,45 |
|             | Mei       | 118,98 | 119,15 | 118,70 |
|             | Juni      | 119,50 | 119,79 | 119,01 |
|             | Juli      | 120,34 | 120,25 | 119,63 |
|             | Agustus   | 120,36 | 120,83 | 119,65 |
|             | September | 120,64 | 121,14 | 119,96 |
|             | Oktober   | 120,67 | 120,73 | 119,91 |
|             | November  | 120,73 | 120,71 | 120,04 |
|             | Desember  | 121,23 | 121,85 | 120,99 |
| <b>2016</b> | Januari   | 121,74 | 122,74 | 121,56 |
|             | Februari  | 121,64 | 122,60 | 121,16 |
|             | Maret     | 121,54 | 122,67 | 121,27 |
|             | April     | 121,34 | 122,49 | 120,73 |
|             | Mei       | 121,52 | 122,65 | 120,87 |
|             | Juni      | 121,95 | 123,50 | 121,06 |
|             | Juli      | 122,72 | 124,53 | 122,01 |
|             | Agustus   | 122,48 | 124,65 | 121,32 |
|             | September | 122,31 | 124,88 | 121,58 |
|             | Oktober   | 122,05 | 124,75 | 121,48 |
|             | November  | 122,62 | 125,07 | 122,12 |
|             | Desember  | 123,08 | 125,77 | 122,56 |
| <b>2017</b> | Januari   | 124,5  | 127,98 | 123,71 |
|             | Februari  | 124,66 | 127,26 | 124,57 |
|             | Maret     | 124,3  | 128,1  | 124,41 |
|             | April     | 124,85 | 128,4  | 124,88 |
|             | Mei       | 125,31 | 128,9  | 125,51 |
|             | Juni      | 126,19 | 129,57 | 126,06 |
|             | Juli      | 126,1  | 129,76 | 125,92 |
|             | Agustus   | 125,86 | 129,51 | 125,7  |
|             | September | 126    | 129,85 | 126,09 |
|             | Oktober   | 125,79 | 129,92 | 125,94 |
|             | November  | 126,13 | 130,16 | 126,23 |
|             | Desember  | 127    | 131,26 | 126,77 |
| <b>2018</b> | Januari   | 127,37 | 132,09 | 126,95 |
|             | Februari  | 127,76 | 132,27 | 127,28 |
|             | Maret     | 127,59 | 132,35 | 127,41 |
|             | April     | 127,86 | 132,61 | 127,59 |
|             | Mei       | 127,98 | 132,83 | 127,37 |

|           |        |        |        |
|-----------|--------|--------|--------|
| Juni      | 128,92 | 133,33 | 127,92 |
| Juli      | 129    | 133,37 | 128,04 |
| Agustus   | 128,55 | 133,68 | 127,91 |
| September | 128,14 | 133,88 | 128,17 |
| Oktober   | 128,39 | 134,08 | 128,38 |
| November  | 128,84 | 134,36 | 128,89 |
| Desember  | 129,77 | 135,24 | 129,27 |



Lampiran 2. Data *Differencing Customer Price Index* (CPI) di Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri Tahun 2009-2018

| <b>Diff_Probolinggo</b> | <b>Diff_Surabaya</b> | <b>Diff_Kediri</b> |
|-------------------------|----------------------|--------------------|
| 0,63                    | 1,07                 | 0,35               |
| -0,12                   | 0,31                 | 0,53               |
| -0,58                   | -0,49                | -0,55              |
| 0,12                    | -0,22                | 0,06               |
| 0,54                    | 0,25                 | 0,51               |
| 0,1                     | 0,28                 | 0,49               |
| 0,83                    | 0,58                 | 0,45               |
| 1,21                    | 1,35                 | 1,37               |
| 0,41                    | 0,18                 | 0,12               |
| 0,23                    | 0,06                 | -0,15              |
| 0,55                    | 0,6                  | 0,73               |
| 0,85                    | 0,58                 | 0,9                |
| 0,56                    | 0,29                 | 0,67               |
| -0,55                   | -0,14                | -0,84              |
| 0,03                    | 0,17                 | 0,3                |
| 0,98                    | 0,44                 | 0,49               |
| 1,19                    | 0,88                 | 1,49               |
| 3,62                    | 2,33                 | 1,39               |
| 0,54                    | 1,47                 | 0,43               |
| 0,1                     | 0,81                 | 0,84               |
| 0,02                    | 0,03                 | 0,04               |
| 0,08                    | 0,54                 | 0,8                |
| 0,59                    | 1,04                 | 1,39               |
| 1,21                    | 0,96                 | 0,36               |
| 0,41                    | 0,37                 | -0,13              |
| -0,09                   | 0,21                 | -0,42              |
| -0,43                   | -0,28                | -0,38              |
| 0,37                    | 0,09                 | 0,03               |
| 0,44                    | 0,61                 | 1                  |
| 1,2                     | 0,68                 | 1,13               |
| 0,95                    | 1,36                 | 0,92               |
| -0,04                   | 0,76                 | 0,68               |
| -0,29                   | -0,4                 | 0,02               |
| 0,57                    | 0,71                 | 0,43               |
| 0,53                    | 0,76                 | 0,86               |
| 0,69                    | 0,5                  | 0,35               |
| 0,61                    | 0,33                 | 0,28               |

|        |        |        |
|--------|--------|--------|
| -0,47  | 0,12   | 0,05   |
| 0,4    | 0,16   | 0,07   |
| 0,72   | 0,22   | 0,57   |
| 1,19   | 0,69   | 0,92   |
| 1,12   | 0,81   | 0,89   |
| 2,76   | 1,67   | 2,28   |
| -0,49  | -0,05  | -0,03  |
| 0,27   | 0,19   | 0,02   |
| 0,33   | 0,34   | 0,07   |
| 0,68   | 0,7    | 0,49   |
| 1,44   | 1,2    | 1,42   |
| -0,85  | 1,92   | 2,34   |
| 3,39   | 0,79   | -0,37  |
| -1,18  | -0,51  | -0,12  |
| -0,1   | -0,1   | -0,28  |
| 1,33   | 0,76   | 1,22   |
| 4,52   | 3,71   | 4,53   |
| 2,1    | 1,41   | 1,52   |
| -0,76  | -0,03  | -0,4   |
| -0,22  | -0,23  | -0,15  |
| 0,18   | 0,36   | 0,6    |
| 1,36   | 0,87   | 0,52   |
| -39,54 | -34,72 | -33,35 |
| 0,02   | 0,25   | 0,06   |
| 0,18   | 0,25   | 0,02   |
| -0,16  | 0,19   | -0,26  |
| 0,14   | 0,19   | 0,02   |
| 0,53   | 0,41   | 0,58   |
| 1,12   | 0,47   | 0,82   |
| 0,08   | 0,56   | 0,07   |
| 0,05   | 0,46   | 0,39   |
| 0,53   | 0,55   | 0,36   |
| 1,5    | 1,44   | 1,89   |
| 2,5    | 2,57   | 2,92   |
| -0,24  | 0,48   | -0,23  |
| -0,5   | -0,5   | -0,98  |
| 0,02   | 0,42   | 0,33   |
| 0,43   | 0,48   | 0,37   |
| 0,55   | 0,46   | 0,25   |
| 0,52   | 0,64   | 0,31   |
| 0,84   | 0,46   | 0,62   |
| 0,02   | 0,58   | 0,02   |
| 0,28   | 0,31   | 0,31   |

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| 0,03  | -0,41 | -0,05 |
| 0,06  | -0,02 | 0,13  |
| 0,5   | 1,14  | 0,95  |
| 0,51  | 0,89  | 0,57  |
| -0,1  | -0,14 | -0,4  |
| -0,1  | 0,07  | 0,11  |
| -0,2  | -0,18 | -0,54 |
| 0,18  | 0,16  | 0,14  |
| 0,43  | 0,85  | 0,19  |
| 0,77  | 1,03  | 0,95  |
| -0,24 | 0,12  | -0,69 |
| -0,17 | 0,23  | 0,26  |
| -0,26 | -0,13 | -0,1  |
| 0,57  | 0,32  | 0,64  |
| 0,46  | 0,7   | 0,44  |
| 1,42  | 2,21  | 1,15  |
| 0,16  | -0,72 | 0,86  |
| -0,36 | 0,84  | -0,16 |
| 0,55  | 0,3   | 0,47  |
| 0,46  | 0,5   | 0,63  |
| 0,88  | 0,67  | 0,55  |
| -0,09 | 0,19  | -0,14 |
| -0,24 | -0,25 | -0,22 |
| 0,14  | 0,34  | 0,39  |
| -0,21 | 0,07  | -0,15 |
| 0,34  | 0,24  | 0,29  |
| 0,87  | 1,1   | 0,54  |
| 0,37  | 0,83  | 0,18  |
| 0,39  | 0,18  | 0,33  |
| -0,17 | 0,08  | 0,13  |
| 0,27  | 0,26  | 0,18  |
| 0,12  | 0,22  | -0,22 |
| 0,94  | 0,5   | 0,55  |
| 0,08  | 0,04  | 0,12  |
| -0,45 | 0,31  | -0,13 |
| -0,41 | 0,2   | 0,26  |
| 0,25  | 0,2   | 0,21  |
| 0,45  | 0,28  | 0,51  |
| 0,93  | 0,88  | 0,38  |

Lampiran 3. Program *software SAS*

```
*Reading Data in;
proc import datafile="D:\dokumen\data.xls";
out=IHK dbms=xls replace;
run;

*Printing Data;
proc print data=IHK;
run;

*Get Lag;
proc statespace data=IHK out=out lead=10;
var Probolinggo Surabaya Kediri;
run;

*Differencing Lag;
proc statespace data=IHK out=out lead=10;
var Probolinggo(1) Surabaya(1) Kediri(1);
run;

*Descriptive Statistics;
proc means data=IHK;
run;

*Correlation Pearson;
proc corr data=IHK;
var Probolinggo Surabaya Kediri;
run;
```

#### Lampiran 4. Program *software Matlab*

```
%Hasil estimasi model GSTAR
clc, clear
Zts=xlsread('D:\dokumen\data.xls');
Ztss=Zts(:,1:3);
n=length(Ztss(:,1));
Zt=Ztss';

display(Zt)
%Menyusun W3 dan w3:
M3=[ones(n,1),Ztss];

%I3=eye(3);

for j=1:n
    for i=1:4
        m3(j,i)=M3(j,i);
        m3(j+n,i+4)=M3(j,i);
        m3(j+2*n,i+8)=M3(j,i);
    end
end
display(m3)

%Menyusun z3:
z3=[Ztss(:,1);Ztss(:,2);Ztss(:,3)];
display(z3)

%Menyusun Ephi3(Phi3 Topi) secara Maximum Likelihood
Ephi3=(m3'*m3)\m3'*z3;

format long
display(Ephi3)
EPhi3=[Ephi3(1:4),Ephi3(5:8),Ephi3(9:12)];
display(EPhi3)

%Error
a3=z3-m3*Ephi3;
display(a3)
```

Lampiran 5. Output Estimasi Parameter Data *Customer Price Index* (CPI) di Kota  
Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018

$Z_t =$

Columns 1 through 9

115.9900 116.6200 116.5000 115.9200 116.0400 116.5800 116.6800  
117.5100 118.7200

111.1200 112.1900 112.5000 112.0100 111.7900 112.0400 112.3200  
112.9000 114.2500

112.3400 112.6900 113.2200 112.6700 112.7300 113.2400 113.7300  
114.1800 115.5500

Columns 10 through 18

119.1300 119.3600 119.9100 120.7600 121.3200 120.7700 120.8000  
121.7800 122.9700

114.4300 114.4900 115.0900 115.6700 115.9600 115.8200 115.9900  
116.4300 117.3100

115.6700 115.5200 116.2500 117.1500 117.8200 116.9800 117.2800  
117.7700 119.2600

Columns 19 through 27

126.5900 127.1300 127.2300 127.2500 127.3300 127.9200 129.1300  
129.5400 129.4500

119.6400 121.1100 121.9200 121.9500 122.4900 123.5300 124.4900  
124.8600 125.0700

120.6500 121.0800 121.9200 121.9600 122.7600 124.1500 124.5100  
124.3800 123.9600

Columns 28 through 36

129.0200 129.3900 129.8300 131.0300 131.9800 131.9400 131.6500  
132.2200 132.7500

124.7900 124.8800 125.4900 126.1700 127.5300 128.2900 127.8900  
128.6000 129.3600

123.5800 123.6100 124.6100 125.7400 126.6600 127.3400 127.3600  
127.7900 128.6500

Columns 37 through 45

133.4400 134.0500 133.5800 133.9800 134.7000 135.8900 137.0100  
139.7700 139.2800

129.8600 130.1900 130.3100 130.4700 130.6900 131.3800 132.1900  
133.8600 133.8100

129.0000 129.2800 129.3300 129.4000 129.9700 130.8900 131.7800  
134.0600 134.0300

Columns 46 through 54

139.5500 139.8800 140.5600 142.0000 141.1500 144.5400 143.3600  
143.2600 144.5900

134.0000 134.3400 135.0400 136.2400 138.1600 138.9500 138.4400  
138.3400 139.1000

134.0500 134.1200 134.6100 136.0300 138.3700 138.0000 137.8800  
137.6000 138.8200

Columns 55 through 63

149.1100 151.2100 150.4500 150.2300 150.4100 151.7700 112.2300  
112.2500 112.4300

142.8100 144.2200 144.1900 143.9600 144.3200 145.1900 110.4700  
110.7200 110.9700

143.3500 144.8700 144.4700 144.3200 144.9200 145.4400 112.0900  
112.1500 112.1700

Columns 64 through 72

112.2700 112.4100 112.9400 114.0600 114.1400 114.1900 114.7200  
116.2200 118.7200

111.1600 111.3500 111.7600 112.2300 112.7900 113.2500 113.8000  
115.2400 117.8100

111.9100 111.9300 112.5100 113.3300 113.4000 113.7900 114.1500  
116.0400 118.9600

Columns 73 through 81

118.4800 117.9800 118.0000 118.4300 118.9800 119.5000 120.3400  
120.3600 120.6400

118.2900 117.7900 118.2100 118.6900 119.1500 119.7900 120.2500  
120.8300 121.1400

118.7300 117.7500 118.0800 118.4500 118.7000 119.0100 119.6300  
119.6500 119.9600

Columns 82 through 90

120.6700 120.7300 121.2300 121.7400 121.6400 121.5400 121.3400  
121.5200 121.9500

120.7300 120.7100 121.8500 122.7400 122.6000 122.6700 122.4900  
122.6500 123.5000

119.9100 120.0400 120.9900 121.5600 121.1600 121.2700 120.7300  
120.8700 121.0600

Columns 91 through 99

122.7200 122.4800 122.3100 122.0500 122.6200 123.0800 124.5000  
124.6600 124.3000

124.5300 124.6500 124.8800 124.7500 125.0700 125.7700 127.9800  
127.2600 128.1000

122.0100 121.3200 121.5800 121.4800 122.1200 122.5600 123.7100  
124.5700 124.4100

Columns 100 through 108

124.8500 125.3100 126.1900 126.1000 125.8600 126.0000 125.7900  
126.1300 127.0000

128.4000 128.9000 129.5700 129.7600 129.5100 129.8500 129.9200  
130.1600 131.2600

124.8800 125.5100 126.0600 125.9200 125.7000 126.0900 125.9400  
126.2300 126.7700

Columns 109 through 117

127.3700 127.7600 127.5900 127.8600 127.9800 128.9200 129.0000  
128.5500 128.1400

132.0900 132.2700 132.3500 132.6100 132.8300 133.3300 133.3700  
133.6800 133.8800

126.9500 127.2800 127.4100 127.5900 127.3700 127.9200 128.0400  
127.9100 128.1700

Columns 118 through 120

128.3900 128.8400 129.7700

134.0800 134.3600 135.2400

128.3800 128.8900 129.2700

Ephi3 =

-0.000000000096535  
0.99999999996000  
-0.00000000004141  
0.00000000009013  
0.000000000031446  
0.00000000000838  
1.00000000001462  
-0.00000000002571  
0.000000000061994  
0.00000000002996  
0.00000000002234  
0.99999999994193

EPhi3 =

|                    |                   |                   |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| -0.000000000096535 | 0.000000000031446 | 0.000000000061994 |
| 0.99999999996000   | 0.00000000000838  | 0.00000000002996  |
| -0.00000000004141  | 1.00000000001462  | 0.00000000002234  |
| 0.00000000009013   | -0.00000000002571 | 0.99999999994193  |

a3 =

1.0e-010 \*  
0.080859763329499  
0.118802745419089  
0.078870243669371  
0.084980911196908  
0.075317529990571  
0.061390892369673  
0.032827074392117

0.049595882956055  
0.030269120543380  
0.043200998334214  
0.068496319727274  
0.049595882956055  
0.026432189770276  
0.000426325641456  
0.048316906031687  
0.029558577807620  
0.042774672692758  
-0.007531752999057  
0.108570930024143  
0.152198253999813  
0.113971054815920  
0.112549969344400  
0.065938365878537  
0.007247535904753  
0.063380412029801  
0.106581410364015  
0.149498191603925  
0.155182533490006  
0.170814473676728  
0.123634436022257  
0.097770680440590  
0.109423581307055  
0.077591266745003  
0.048032688937383  
0.061390892369673  
0.036379788070917



0.053432813729160  
0.065938365878537  
0.047748471843079  
0.064233063312713  
0.050590642786119  
0.043769432522822  
0.042064129956998  
0.015916157281026  
-0.002842170943040  
0.013642420526594  
0.034958702599397  
0.047180037654471  
0.026147972675972  
-0.139266376208980  
0.062811977841193  
0.005115907697473  
0.022168933355715  
-0.003126388037344  
-0.077022832556395  
-0.071906924858922  
-0.067359451350057  
-0.072191141953226  
-0.104023456515279  
-0.060538241086761  
-0.074180661613354  
-0.068354211180122  
-0.052580162446247  
-0.027711166694644  
-0.015916157281026



-0.030127011996228  
-0.039648284655414  
-0.019753088054131  
-0.033679725675029  
-0.022168933355715  
-0.073043793236138  
-0.129745103549794  
-0.098623331723502  
-0.051016968427575  
-0.062669869294041  
-0.058975047068088  
-0.040358827391174  
-0.021032064978499  
-0.024300561562995  
-0.001136868377216  
-0.005115907697473  
-0.016484591469634  
-0.026432189770276  
-0.044906300900038  
-0.039079850466806  
-0.012931877790834  
-0.023732127374387  
0.009379164112033  
0.010516032489249  
0.045901060730102  
0.033679725675029  
0.091233687271597  
0.070627947934554  
0.063664629124105



0.042064129956998  
0.049737991503207  
0.094502183856093  
-0.006394884621841  
0.028421709430404  
0.020463630789891  
0.002700062395888  
0.016200374375330  
0.032969182939269  
0.032969182939269  
0.017337242752546  
0.025579538487364  
0.022879476091475  
0.054569682106376  
0.087538865045644  
0.080717654782347  
0.065654148784233  
0.070912165028858  
0.104733999251039  
0.113402620627312  
0.107434061646927  
0.114255271910224  
0.082707174442476  
0.081854523159564  
0.065654148784233  
0.104876107798191  
-0.023590018827235  
-0.035527136788005  
-0.025437429940212



-0.027569058147492  
-0.023732127374387  
-0.018900436771219  
-0.011226575225010  
-0.015063505998114  
-0.009663381206337  
-0.012789769243682  
-0.019468870959827  
-0.013926637620898  
-0.006394884621841  
0.001847411112976  
-0.013216094885138  
-0.008100187187665  
-0.010089706847793  
0.005258016244625  
-0.023447910280083  
-0.038369307731045  
-0.029416469260468  
-0.028990143619012  
-0.017053025658242  
-0.001421085471520  
-0.016342482922482  
-0.028563817977556  
-0.041637804315542  
-0.043769432522822  
-0.047322146201623  
-0.034248159863637  
-0.025295321393060  
-0.029416469260468



-0.022737367544323  
-0.014068746168050  
-0.018189894035459  
-0.011368683772162  
-0.015916157281026  
-0.018474111129763  
-0.015063505998114  
-0.018758328224067  
-0.013358203432290  
-0.009947598300641  
-0.008242295734817  
0.002842170943040  
0.006821210263297  
0.002273736754432  
-0.003410605131648  
-0.006821210263297  
0  
0.039221959013958  
-0.009947598300641  
0.004263256414561  
-0.000852651282912  
0.008526512829121  
0.032400748750661  
0.033253400033573  
0.030127011996228  
0.031263880373444  
0.039790393202566  
0.029558577807620  
0.011084466677858



0.008810729923425  
0.003979039320257  
-0.004121147867409  
-0.007531752999057  
-0.002984279490192  
0.001847411112976  
-0.005258016244625  
-0.002415845301584  
-0.005684341886081  
0.009237055564881  
0.026005864128820  
0.014921397450962  
0.001421085471520  
0.003268496584496  
0.002273736754432  
-0.002415845301584  
-0.008242295734817  
-0.006110667527537  
-0.014352963262354  
-0.013073986337986  
-0.008810729923425  
-0.005684341886081  
-0.001989519660128  
-0.004689582056017  
-0.011937117960770  
-0.009379164112033  
-0.019042545318371  
-0.019184653865523  
-0.030269120543380



-0.027569058147492  
-0.044906300900038  
-0.040216718844022  
-0.038795633372501  
-0.031690206014900  
-0.034532376957941  
-0.049169557314599  
-0.017905676941155  
-0.031263880373444  
-0.028137492336100  
-0.023021584638627  
-0.026147972675972  
-0.031832314562052  
-0.031832314562052  
-0.027853275241796  
-0.030979663279140  
-0.029842794901924  
-0.039506176108262  
-0.050022208597511  
-0.047464254748775  
-0.043769432522822  
-0.045190517994342  
-0.055422333389288  
-0.055990767577896  
-0.054285465012072  
-0.058264504332328  
-0.051443294069031  
-0.051159076974727  
-0.045474735088646



-0.056559201766504  
-0.054001247917768  
-0.076454398367787  
-0.049027448767447  
-0.052580162446247  
-0.047748471843079  
-0.039932501749718  
-0.020747847884195  
-0.032400748750661  
-0.019326762412675  
-0.028563817977556  
-0.045474735088646  
-0.033111291486421  
-0.019184653865523  
-0.003694822225953  
-0.032827074392117  
-0.020037305148435  
-0.030837554731988  
0.000426325641456  
-0.079296569310827  
-0.103455022326671  
-0.075601747084875  
-0.074606987254811  
-0.042632564145606  
-0.002842170943040  
-0.039648284655414  
-0.067785776991514  
-0.094217966761789  
-0.097060137704830



-0.108428821476991  
-0.077164941103547  
-0.062669869294041  
-0.068212102632970  
-0.044479975258582  
-0.025721647034516  
-0.033679725675029  
-0.016484591469634  
-0.028137492336100  
-0.037232439353829  
-0.023021584638627  
-0.034674485505093  
-0.028137492336100  
-0.025863755581668  
-0.025579538487364  
-0.013358203432290  
0.000852651282912  
-0.010231815394945  
-0.023874235921539  
-0.031548097467748  
-0.018758328224067  
0.099760200100718  
-0.040927261579782  
-0.001136868377216  
-0.012505552149378  
0.001989519660128  
0.046327386371559  
0.040358827391174  
0.040643044485478



0.043485215428518  
0.065085714595625  
0.034958702599397  
0.058690829973784  
0.055990767577896  
0.046185277824407  
0.031548097467748  
0.024442670110147  
0.032969182939269  
0.036521896618069  
0.025579538487364  
0.036664005165221  
0.029274360713316  
0.061959326558281  
0.099191765912110  
0.082280848801020  
0.051585402616183  
0.060822458181065  
0.058690829973784  
0.046327386371559  
0.034532376957941  
0.035100811146549  
0.022595258997171  
0.025437429940212  
0.030695446184836  
0.036806113712373  
0.051727511163335  
0.049595882956055  
0.032400748750661



0.040216718844022  
0.018900436771219  
0.018189894035459  
-0.002842170943040  
0.006252776074689  
-0.029274360713316  
-0.014068746168050  
-0.009237055564881  
0.003552713678801  
-0.000284217094304  
-0.025295321393060  
0.035811353882309  
0.018616219676915  
0.022737367544323  
0.034390268410789  
0.024868995751604  
0.015347723092418  
0.015205614545266  
0.026147972675972  
0.022168933355715  
0.023447910280083  
0.004121147867409  
-0.014921397450962  
-0.011510792319314  
-0.000710542735760  
-0.004121147867409  
-0.025295321393060  
-0.032827074392117  
-0.029274360713316



-0.030127011996228

-0.007105427357601

-0.006821210263297

0.002842170943040

-0.022737367544323



Lampiran 6. Output Uji ADF Data *Customer Price Index* (CPI) di Kota Probolinggo, Surabaya, dan Kediri tahun 2009-2018

1. Uji ADF sebelum *Differencing*

a. Probolinggo

|   |             |           |
|---|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: PROBOLINGGO has a unit root        |             |           |
| Exogenous: Constant, Linear Trend                   |             |           |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12) |             |           |
|   | t-Statistic | Prob.*    |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic              | -2.312827   | 0.4235    |
| Test critical values:                               | 1% level    | -4.036983 |
|   | 5% level    | -3.448021 |
|   | 10% level   | -3.149135 |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values.               |             |           |

b. Surabaya

|   |             |           |
|---|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: SURABAYA has a unit root           |             |           |
| Exogenous: Constant, Linear Trend                   |             |           |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12) |             |           |
|   | t-Statistic | Prob.*    |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic              | -2.237747   | 0.4642    |
| Test critical values:                               | 1% level    | -4.036983 |
|   | 5% level    | -3.448021 |
|   | 10% level   | -3.149135 |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values.               |             |           |

c. Kediri

|   |             |           |
|---|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: KEDIRI has a unit root             |             |           |
| Exogenous: Constant, Linear Trend                   |             |           |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12) |             |           |
|   | t-Statistic | Prob.*    |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic              | -2.309927   | 0.4250    |
| Test critical values:                               | 1% level    | -4.036983 |
|   | 5% level    | -3.448021 |
|   | 10% level   | -3.149135 |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values.               |             |           |

2. Uji ADF setelah *Differencing* 1

## a. Probolinggo

|   |             |           |
|---|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: D(PROBOLINGGO) has a unit root     |             |           |
| Exogenous: Constant, Linear Trend                   |             |           |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12) |             |           |
|   | t-Statistic | Prob.*    |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic              | -10.87392   | 0.0000    |
| Test critical values:                               | 1% level    | -4.037668 |
|   | 5% level    | -3.448348 |
|   | 10% level   | -3.149326 |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values.               |             |           |

## b. Surabaya

|   |             |           |
|---|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: D(SURABAYA) has a unit root        |             |           |
| Exogenous: Constant, Linear Trend                   |             |           |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12) |             |           |
|   | t-Statistic | Prob.*    |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic              | -10.74819   | 0.0000    |
| Test critical values:                               | 1% level    | -4.037668 |
|   | 5% level    | -3.448348 |
|   | 10% level   | -3.149326 |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values.               |             |           |

## c. Kediri

|   |             |           |
|---|-------------|-----------|
| Null Hypothesis: D(KEDIRI) has a unit root          |             |           |
| Exogenous: Constant, Linear Trend                   |             |           |
| Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12) |             |           |
|   | t-Statistic | Prob.*    |
| Augmented Dickey-Fuller test statistic              | -10.58758   | 0.0000    |
| Test critical values:                               | 1% level    | -4.037668 |
|   | 5% level    | -3.448348 |
|   | 10% level   | -3.149326 |
| *MacKinnon (1996) one-sided p-values.               |             |           |

Lampiran 7. Hasil software SAS

1. Correlation Pearson

**The CORR Procedure**

3 Variables: Probolinggo Surabaya Kediri

**Simple Statistics**

| Variable    | N   | Mean      | Std Dev | Sum   | Minimum   | Maximum   | Label       |
|-------------|-----|-----------|---------|-------|-----------|-----------|-------------|
| Probolinggo | 120 | 126.55233 | 9.50573 | 15186 | 112.23000 | 151.77000 | Probolinggo |
| Surabaya    | 120 | 125.05332 | 8.98517 | 15006 | 110.47000 | 145.19000 | Surabaya    |
| Kediri      | 120 | 124.01142 | 8.18428 | 14881 | 111.91000 | 145.44000 | Kediri      |

Pearson Correlation Coefficients, N = 120  
Prob > |r| under H0: Rho=0

|             | Probolinggo       | Surabaya          | Kediri            |
|-------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Probolinggo | 1.00000           | 0.91643<br><.0001 | 0.97672<br><.0001 |
| Surabaya    | 0.91643<br><.0001 | 1.00000           | 0.97395<br><.0001 |
| Kediri      | 0.97672<br><.0001 | 0.97395<br><.0001 | 1.00000           |

2. AIC, MACF, dan MPACF sebelum Differencing

**The STATESPACE Procedure**

Information Criterion for Autoregressive Models

| Lag=0    | Lag=1    | Lag=2    | Lag=3    | Lag=4    | Lag=5    | Lag=6    | Lag=7    | Lag=8    | Lag=9    | Lag=10   |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 759.9882 | 101.5719 | 105.1001 | 121.3209 | 137.8235 | 151.0919 | 165.9129 | 177.5037 | 193.0857 | 205.7328 | 220.3114 |

Schematic Representation of Correlations

| Name/Lag    | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Probolinggo | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ |
| Surabaya    | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ |
| Kediri      | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ | +++ |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations

| Name/Lag    | 1     | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Probolinggo | +. .  | ..- | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Surabaya    | .+. . | ..- | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Kediri      | ...   | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

3. AIC, MACF, dan MPACF setelah *Differencing* Pertama

The STATESPACE Procedure

Information Criterion for Autoregressive Models

| Lag=0    | Lag=1    | Lag=2    | Lag=3    | Lag=4    | Lag=5    | Lag=6    | Lag=7    | Lag=8    | Lag=9    | Lag=10   |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| -81.5816 | -90.9242 | -77.1005 | -62.1902 | -51.6606 | -37.7895 | -35.6159 | -27.7896 | -16.5046 | -5.54466 | -36.7337 |

Schematic Representation of Correlations

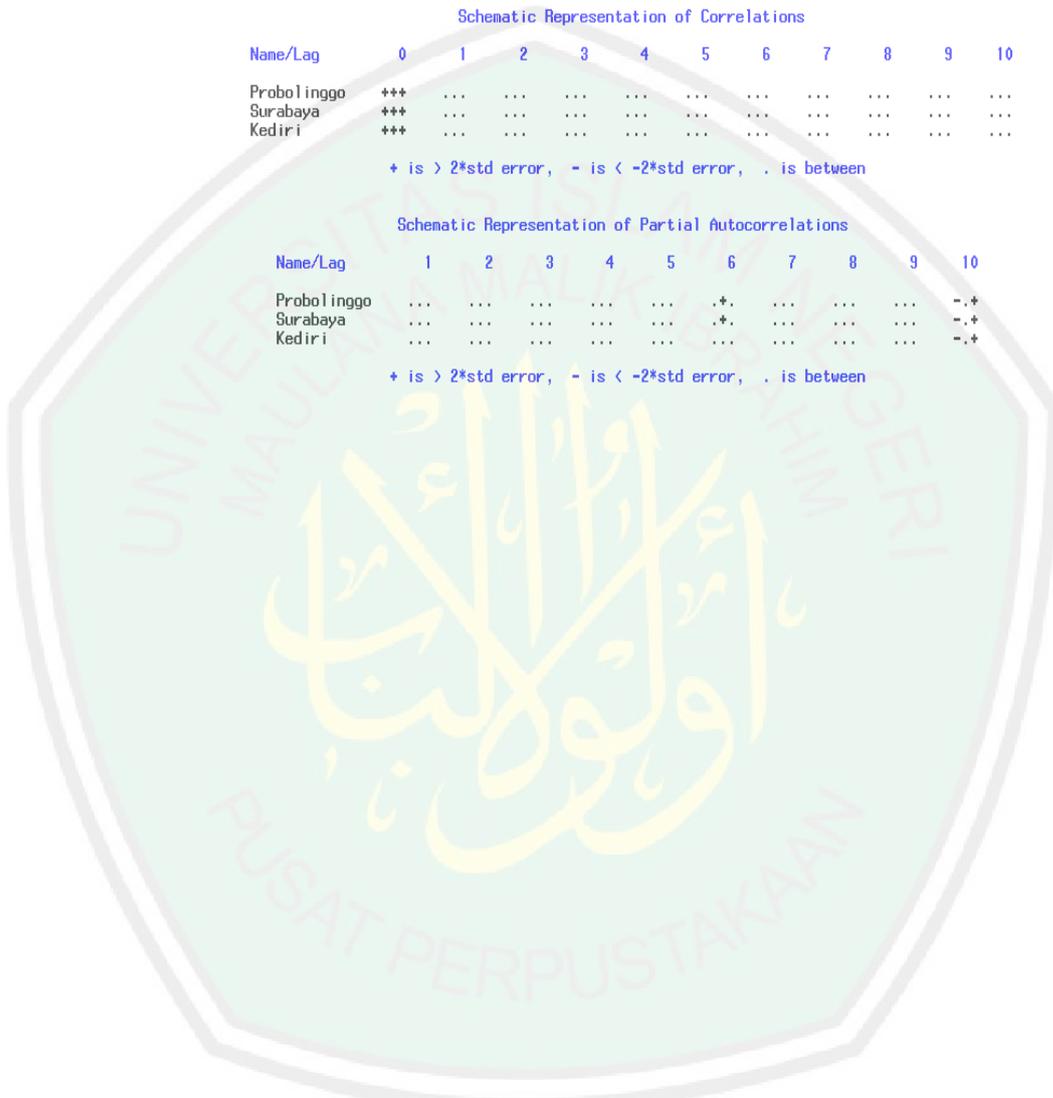
| Name/Lag    | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Probolinggo | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Surabaya    | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Kediri      | +++ | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between

Schematic Representation of Partial Autocorrelations

| Name/Lag    | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Probolinggo | ... | ... | ... | ... | ... | ..* | ... | ... | ... | -.* |
| Surabaya    | ... | ... | ... | ... | ... | ..* | ... | ... | ... | -.* |
| Kediri      | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | -.* |

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between



## RIWAYAT HIDUP



Nisa Izzarotun Nuronida, bertempat lahir di Mojokerto pada tanggal 01 November 1996, akrab dipanggil dengan sebutan Nisa. Merupakan Kakak dari Zukhrufa Diana Azza. Anak pertama dari 2 bersaudara dari pasangan Bapak Wariyo dan Ibu Siti Fatimah.

Telah menyelesaikan Pendidikan Dasar di SD Negeri 1 Kembangbelor - Mojokerto dan lulus pada tahun 2009. Kemudian, dia melanjutkan sekolah di MTs. Unggulan Hikmatul Amanah - Mojokerto dan lulus tahun 2012. Pendidikan selanjutnya ditempuh di MA Unggulan Amanatul Ummah - Mojokerto Program Madrasah Bertaraf Internasional (MBI) dan lulus tahun 2015. Selanjutnya pada tahun yang sama melanjutkan kuliah di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang Jurusan Matematika Murni dan berdomisili di Jl. Candi 6 C No. 303 Karang Besuki, Sukun, Kota Malang sejak semester 3.

Selama menjadi mahasiswa telah mengikuti beberapa kompetisi, diantaranya Peningkatan Kompetisi Riset Mahasiswa (PKRM) pada tahun 2018, *International Conference on Green Technology (ICGT)* pada tahun 2019, dan *The 1<sup>st</sup> International Conference on Engineering , Technology, and Social Science (ICONETOS)* pada tahun 2019. Selain itu, disela-sela kesibukannya menjadi mahasiswa, dia juga aktif dalam bidang akademik sebagai assistant dosen, dia juga pernah menjadi panitia Kompetisi Matematika (KOMET), panitia pelatihan *Bussines Intelegence (BI)*, dan *School of Journalist*. Dalam bidang non-akademik dia pernah menjuarai lomba banjari se-Jawa Timur.



KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Nisa Izzarotun Nuronia  
NIM : 15610030  
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika  
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* dengan Metode *Maximum Likelihood*

Pembimbing I : Dr. Sri Harini, M.Si  
Pembimbing II : Mohammad Nafie Jauhari, M.Si

| No  | Tanggal          | Hal                         | Tanda Tangan |
|-----|------------------|-----------------------------|--------------|
| 1.  | 25 Maret 2019    | Konsultasi Bab I dan II     | 1.           |
| 2.  | 05 April 2019    | Konsultasi Kajian Keagamaan | 2.           |
| 3.  | 11 April 2019    | Revisi Kajian Keagamaan     | 3.           |
| 4.  | 30 April 2019    | ACC Kajian Keagamaan        | 4.           |
| 5.  | 09 Mei 2019      | ACC Bab I dan II            | 5.           |
| 6.  | 20 Mei 2019      | Konsultasi Bab III dan IV   | 6.           |
| 7.  | 03 Juni 2019     | Revisi Bab IV               | 7.           |
| 8.  | 10 Juni 2019     | ACC Bab III dan IV          | 8.           |
| 9.  | 15 Juli 2019     | ACC Seminar Proposal        | 9.           |
| 10. | 21 Oktober 2019  | Revisi Bab I dan IV         | 10.          |
| 11. | 30 Oktober 2019  | Konsultasi Abstrak          | 11.          |
| 12. | 04 November 2019 | ACC Keseluruhan             | 12.          |

Malang, 04 November 2019  
Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001