

**ESTIMASI PARAMETER *SPATIAL ERROR MODEL*
YANG MEMUAT PENCILAN**

SKRIPSI

**OLEH
YUSRI WARDANI
NIM.13610015**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**ESTIMASI PARAMETER *SPATIAL ERROR MODEL*
YANG MEMUAT PENCILAN**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
YUSRI WARDANI
NIM.13610015**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

ESTIMASI PARAMETER *SPATIAL ERROR MODEL*
YANG MEMUAT PENCILAN

SKRIPSI

Oleh
YUSRI WARDANI
NIM.13610015


Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 31 Mei 2019

Pembimbing I,



Dr. Sri Harini, M.Si
NIP. 19731014 200112 2 002

Pembimbing II,



Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19751006 200312 1 001

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER SPATIAL ERROR MODEL
YANG MEMUAT PENCILAN**

SKRIPSI

Oleh
Yusri Wardani
NIM. 13610015

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

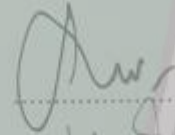
Tanggal 07 Oktober 2019

Penguji Utama : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

Ketua Penguji : Ria Dhea Layla Nur Karisma, M.Si

Sekretaris Penguji : Dr. Sri Harini, M.Si

Anggota Penguji : Dr. Abdussakir, M.Pd



Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Yusri Wardani

NIM : 13610015

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter *Spatial Error Model* yang Memuat Pencilan

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 31 Mei 2019

Yang membuat pernyataan,



Yusri Wardani
NIM. 13610015

MOTO

يَا بَنِيَّ أَذْهَبُوا فَتَحَسَّسُوا مِنْ يُوسُفَ وَأَخِيهِ وَلَا تَيَاسُّوا مِنْ رَوْحِ اللَّهِ إِنَّهُ لَا يَيْئَسُ مِنْ رَوْحِ اللَّهِ إِلَّا
الْقَوْمُ الْكَافِرُونَ

“Hai anak-anakku, pergilah kamu, maka carilah berita tentang Yusuf dan saudaranya dan jangan kamu berputus asa dari rahmat Allah. Sesungguhnya tiada berputus asa dari rahmat Allah, melainkan kaum yang kafir”

(Q.S Yusuf/12:87)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Mokh.Yusuf, ibunda Mar`ati Solikha, kakak Muhammad Marzuqi, serta suami Muchamad Tantowi Jauhari tercinta, yang senantiasa memberikan kasih sayang, do`a, nasihat, motivasi kepada penulis sehingga penulis bisa menyelesaikan skripsi ini.



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji ke hadirat Allah Swt. yang telah melimpahkan rahmat, taufik, hidayah, dan inayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul “Estimasi Parameter *Spatial Error Model* yang Memuat Pencilan” dengan baik. Shalawat serta salam semoga tetap tercurahkan kepada nabi Muhammad Saw., yang telah membawa manusia dari jalan kegelapan menuju jalan kebenaran yakni agama Islam.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, sekaligus dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagai pengalaman berharga kepada penulis.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
4. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, arahan, dan berbagai ilmunya kepada penulis.

5. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya selama masa perkuliahan.
6. Ayah, ibu, kakak, serta suami penulis yang selalu memberikan perhatian, dukungan, materi, doa, semangat, kasih sayang, serta motivasi kepada penulis sehingga dapat menyelesaikan skripsi ini.
7. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2013, serta seluruh anggota Unit Kegiatan Mahasiswa Seni Religius yang telah memberikan kenangan, doa, dan semangat bagi penulis.
8. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini dapat bermanfaat bagi penulis dan pembaca

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 31 Mei 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR LAMPIRAN	xiv
DAFTAR SIMBOL	xv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
ملخص	xviii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	5
1.3 Tujuan	5
1.4 Manfaat	5
1.5 Batasan Masalah	6
1.6 Sistematika Penulisan	6
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Model Regresi Spasial	8
2.2 <i>Spatial Error Model</i>	9
2.3 Pengujian Autokorelasi Spasial	10
2.3.1 <i>Moran'I</i>	11
2.3.2 <i>Lagrange Multiplier (LM)</i>	12
2.4 Uji Asumsi Analisis Regresi	13
2.5 Pencilan	16

2.5.1	Deteksi Pencilan	17
2.6	Pembobot Spasial	19
2.7	Regresi <i>Robust</i>	21
2.8	Penduga-S	21
2.9	Estimasi Parameter	24
2.10	Indeks Pembangunan Manusia (IPM)	25
2.11	Kajian Estimasi dalam Islam	28

BAB III METODE PENELITIAN

3.1	Pendekatan Penelitian	32
3.2	Jenis dan Sumber Data	32
3.3	Peubah Penelitian	32
3.4	Tahapan Analisis	33
3.4.1	Estimasi Parameter SEM yang Memuat Pencilan	33
3.4.2	Pemetaan IPM di Jawa Timur Tahun 2016	33

BAB IV PEMBAHASAN

4.1	Estimasi Model SEM yang Memuat Pencilan	35
4.1.1	Penentuan Parameter Model SEM	35
4.1.2	Menentukan Nilai β	36
4.1.3	Proses Pembobotan	38
4.1.4	Penyelesaian Estimasi	39
4.2	Pemetaan IPM di Jawa Timur Tahun 2016	40
4.2.1	Deskripsi Data	40
4.2.2	Deteksi Pencilan	43
4.2.3	Uji Asumsi Data	49
4.2.4	Model Regresi Klasik	51
4.2.5	Uji Autokorelasi Spasial	52
4.2.6	Model SEM	53
4.2.7	Model SEM yang Memuat Pencilan	55
4.2.8	Perbandingan Model	56
4.2.9	Pemetaan Hasil Estimasi	57
4.3	Kajian Islam tentang Estimasi	61

BAB V PENUTUP

5.1	Kesimpulan	64
5.2	Saran	64

DAFTAR RUJUKAN	66
----------------------	----

LAMPIRAN

RIWAYAT HIDUP

DAFTAR TABEL

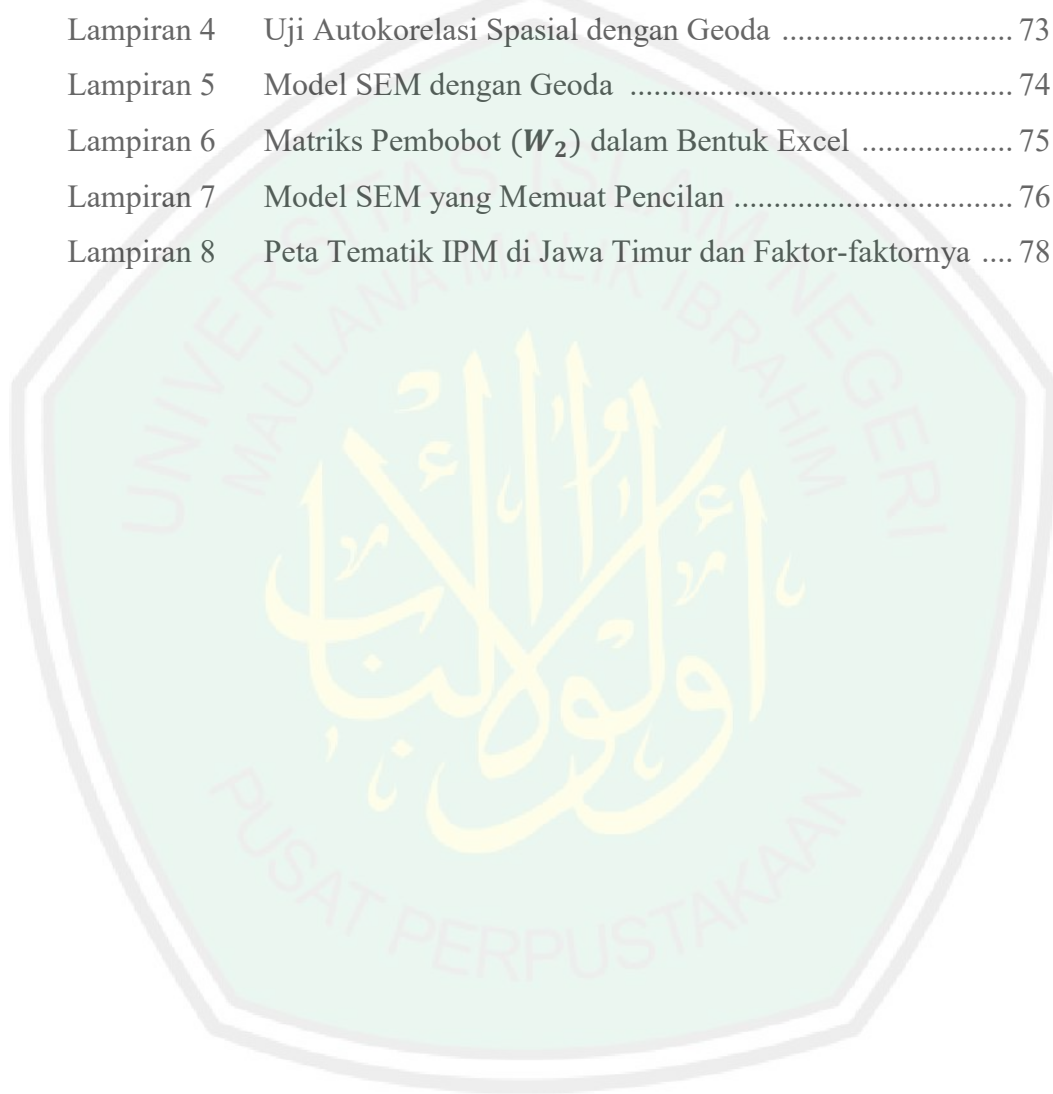
Tabel 3.1	Peubah Penelitian	32
Tabel 4.1	Statistika Dekriptif	41
Tabel 4.2	Perhitungan <i>Inter Quartile Range</i> (IQR)	47
Tabel 4.3	Nilai DfFITS (<i>Difference fitted value FITS</i>)	48
Tabel 4.4	Uji Multikolinieritas	49
Tabel 4.5	Uji Heteroskedastisitas	50
Tabel 4.6	Hasil Estimasi Parameter Model Regresi	51
Tabel 4.7	Hasil Uji <i>Lagrange Multiplier</i>	53
Tabel 4.8	Hasil Estimasi Model SEM	54
Tabel 4.9	Analisis Dependensi Spasial	55
Tabel 4.10	Hasil Estimasi Model SEM yang Memuat Pencilan	56
Tabel 4.11	Perbandingan Nilai AIC	57
Tabel 4.12	Peubah Signifikan	59

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Identifikasi Pencilan	18
Gambar 4.1	Peta IPM	42
Gambar 4.2	<i>Boxplot</i> IPM	43
Gambar 4.3	<i>Boxplot</i> Harapan Hidup	44
Gambar 4.4	<i>Boxplot</i> Angka Kematian Bayi	44
Gambar 4.5	<i>Boxplot</i> Persentase Penduduk Miskin	45
Gambar 4.6	<i>Boxplot</i> Laju Pertumbuhan Penduduk	45
Gambar 4.7	<i>Boxplot</i> Angka Harapan Sekolah	46
Gambar 4.8	<i>Boxplot</i> Kepadatan Penduduk	46
Gambar 4.9	Peta Model SEM yang Memuat Pencilan	57
Gambar 4.10	Peta Signifikansi Peubah di Setiap Kab/Kota	60

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	Peubah Penelitian	70
Lampiran 2	Uji Asumsi Data dengan SPSS	71
Lampiran 3	Model Regresi dengan Geoda	72
Lampiran 4	Uji Autokorelasi Spasial dengan Geoda	73
Lampiran 5	Model SEM dengan Geoda	74
Lampiran 6	Matriks Pembobot (W_2) dalam Bentuk Excel	75
Lampiran 7	Model SEM yang Memuat Pencilan	76
Lampiran 8	Peta Tematik IPM di Jawa Timur dan Faktor-faktornya	78



DAFTAR SIMBOL

\mathbf{y}	: Matriks peubah terikat dengan ukuran $n \times 1$
\mathbf{X}	: Matriks peubah bebas dengan ukuran $n \times (k + 1)$
$\boldsymbol{\beta}$: Vektor koefisien parameter regresi dengan ukuran $(k + 1) \times 1$
ρ	: Parameter koefisien spasial <i>lag</i>
λ	: Parameter koefisien spasial <i>error</i>
$\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}$: Vektor <i>error</i> dengan ukuran $n \times 1$
\mathbf{W}	: Matriks pembobot spasial dengan ukuran $n \times n$
n	: Banyaknya amatan
k	: Banyaknya peubah bebas ($k = 1, 2, \dots, l$)
\mathbf{I}_n	: Matriks identitas dengan ukuran $n \times n$
θ	: Parameter yang memuat pencilan
ψ	: Fungsi pengaruh dari fungsi pembobot
ω_i	: Fungsi pembobot
$\hat{\sigma}_s$: Standard deviasi residu
m	: Jumlah iterasi

ABSTRAK

Wardani, Yusri. 2019. **Estimasi Parameter *Spatial Error Model* yang Memuat Pencilan**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Sri Harini, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata Kunci: *Spatial Error Model* (SEM), pencilan, penduga-S, Indeks Pembangunan Manusia (IPM).

Regresi spasial merupakan regresi yang mempunyai pengaruh tempat atau spasial. Beberapa model regresi spasial yaitu *Spatial Autoregressive Model* (SAR), *Spatial Error Model* (SEM), dan *Spatial Autoregressive Moving Average* (SARMA). Pada penelitian ini hanya terdapat dependensi *error* pada data, sehingga data dimodelkan dengan model SEM. Dalam menganalisis data terkadang ditemukan adanya pencilan. Pencilan dapat menyebabkan hasil estimasi parameter menjadi bias. Salah satu metode penyelesaian pencilan adalah metode Penduga-S.

Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh estimasi parameter model SEM yang memuat pencilan dengan metode Penduga-S sehingga akan diperoleh model IPM di Jawa Timur tahun 2016. Peubah bebas yang digunakan meliputi angka harapan hidup (X_1), angka kematian bayi (X_2), persentase penduduk miskin (X_3), laju pertumbuhan penduduk (X_4), angka harapan sekolah (X_5), dan kepadatan penduduk (X_6). Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 dapat diselesaikan dengan baik menggunakan metode Penduga-S.

ABSTRACT

Wardani, Yusri. 2019. **Parameter Estimation of Spatial Error Model Contains an Outlier**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Dr. Sri Harini, M.Si (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: Spatial Error Model, outlier, S-Estimator, Human Development Index

Spatial regression is a regression that has a place or spatial influence. Some spatial regression models are Spatial Autoregressive Model (SAR), Spatial Error Model (SEM), and Spatial Autoregressive Moving Average (SARMA). In this research there is only dependency error on the data, accordingly the data is modeled with SEM model. In analyzing of the data, found the existence of the outliers. Outlier causes biased estimation results. One method to resolve outliers is S-Estimator.

The purpose of this research is to get parameter estimation of the SEM model contains an outlier using S-Estimator so that the mapping of Human Development Index in East Java 2016. Dependent variables used are the life expectancy (X_1), infant mortality rate (X_2), percentage of poor population (X_3), population growth rate (X_4), school expectations (X_5), and population density (X_6). The results from this research is that the SEM model that contains outliers of Human Development Index in East Java 2016 can be solved properly using the S-Estimator.

ملخص

ورداني، يسري. ٢٠١٩. تقدير معلمة *Spatial Error Model* تحتوى القيم المتطرفة. البحث الجامعي .شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (١) الدكتور سري هاريني الماجستير (٢) الدكتور عبدالشاعر الماجستير.

الكلمات المفتاحية: *Spatial Error Model*، القيم المتطرفة، مقدر S ، مؤشر التنمية البشرية

الانحدار المكاني هو الانحدار الذي لديه مكان أو موقف المكاني. بعض نماذج الانحدار المكانية هو: *Spatial Autoregressive Model*، *Spatial Error Model*، *Spatial Autoregressive Moving Average*. في هذا البحث هناك فقط *dependency error* في البيانات، وبالتالي فإن البيانات على غرار مع نموذج SEM. في تحليل البيانات وجدت القيم المتطرفة. يمكن أن تتسبب نتائج تقدير المعلمة متحيزا. إحدى طرق للتغلب عليها هي مقدر S .

ويهدف هذا البحث إلى الحصول على تقدير معلمة لنموذج SEM تحتوى القيم المتطرفة بمقدر S بحيث يتم الحصول على نموذج مؤشر التنمية البشرية في جاوة الشرقية في ٢٠١٦. أما متغيرات الإجابة في هذا البحث هي العمر المتوقع (X_1)، ومعدل وفيات الرضع (X_2)، والنسبة المئوية للسكان الفقراء (X_3)، ومعدل نمو السكان (X_4)، توقعات المدرسة (X_5)، والكثافة السكانية (X_6). النتائج عن البحث التي هي تم الحصول عليها من هذه الدراسة هي أن نموذج SEM الذي يحتوي على القيم المتطرفة على مؤشر التنمية البشرية في جاوة الشرقية في ٢٠١٦ يمكن حلها بشكل صحيح بمقدر S .

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi merupakan cabang dari metodologi statistik yang fokus pada analisis hubungan antara peubah terikat Y dengan peubah bebas X . Hal ini bertujuan untuk melihat hubungan

antara peubah terikat dan peubah bebas sehingga mampu memprediksi nilai Y jika diberikan nilai X dengan *error* terkecil. Regresi memiliki bermacam-macam bentuk seperti, regresi linier sederhana dan regresi linier berganda yang digunakan untuk mencari hubungan linier antara peubah bebas dan peubah terikat. Perbedaannya terletak pada jumlah peubah bebas, pada regresi linier sederhana hanya ada satu peubah bebas, sedangkan regresi linier berganda memiliki peubah bebas lebih dari satu. Kemudian, Regresi data panel yang merupakan regresi bagi data *cross section* atau data runtun waktu. Adapula regresi spasial yang merupakan regresi bagi data yang memiliki efek spasial (Anselin, 1998).

Regresi spasial merupakan hasil pengembangan dari metode regresi linier sederhana. Pengembangan tersebut karena adanya pengaruh tempat atau spasial pada data yang dianalisis. Sehingga, jika terdapat data dengan efek spasial maka analisis yang digunakan adalah analisis regresi spasial. Sebab, jika menggunakan regresi linier sederhana ataupun berganda maka model yang dihasilkan kurang akurat dan menyebabkan kesimpulan yang kurang tepat karena asumsi *error* saling bebas tidak terpenuhi (Winarno, 2009).

Analisis regresi spasial memiliki beberapa model yaitu *Spatial Autoregressive Model* (SAR), *Spatial Error Model* (SEM), dan *Spatial*

Autoregressive Moving Average (SARMA). SAR mengasumsikan bahwa terdapat pengaruh spasial pada peubah terikatnya. SEM merupakan model spasial yang mengandung pengaruh spasial pada *error*nya. Sedangkan SARMA merupakan gabungan antara SAR dan SEM yaitu model spasial yang mengandung pengaruh spasial pada peubah terikat maupun *error*nya (Lesage, 1999).

Pada pemodelan regresi dengan efek spasial, maka harus disusun suatu matriks pembobot spasial untuk mengetahui interaksi spasial yang terjadi antar wilayah satu dengan wilayah lainnya. Jika interaksi antar wilayah berdasarkan pada persentuhan sisi wilayah maka matriks pembobot spasial yang terbentuk adalah *rook contiguity*. Jika interaksi antar wilayah berdasarkan persentuhan titik sudut maka matriks pembobot spasial yang terbentuk adalah *bishop contiguity*. Sedangkan apabila interaksi antar wilayah merupakan gabungan dari persentuhan sisi wilayah dan titik sudut, maka matriks pembobot spasial yang terbentuk adalah *queen contiguity* (Anselin, 1998).

Masalah yang sering terjadi pada data adalah adanya pencilan. Menurut Barnet dan Lewis (1994), pencilan adalah pengamatan yang jauh dari pusat data yang mungkin berpengaruh besar terhadap koefisien regresi. Meskipun pencilan identik dengan data yang tidak bagus, namun bisa saja pencilan merupakan bagian terpenting yang memberikan informasi tentang suatu yang tidak dijelaskan di bagian lainnya. Untuk mengatasi masalah ini, salah satu metode yang digunakan adalah metode regresi *robust*.

Regresi *robust* pertama kali diperkenalkan oleh Andrews pada tahun 1972 yang merupakan alat penting untuk menganalisis data yang mengandung pencilan untuk menghasilkan model yang *robust* atau *resistance* terhadap

pencilan. Suatu estimasi yang *resistance* adalah estimasi yang relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan kecil pada bagian besar data (Widodo, dkk, 2013).

Menurut Chen (2002), regresi *robust* terdiri dari 5 metode estimasi, yaitu Penduga-M (*Maximum Likelihood Type*), Penduga-LMS (*Least Median Squares*), Penduga-LTS (*Least Trimmed Squared*), Penduga-MM (*Method of Moment*), dan Penduga-S (*Scale*). Penduga-S merupakan estimasi *robust* yang mempunyai nilai *breakdown point* paling tinggi hingga 50%. *Breakdown point* merupakan bagian terkecil dari data yang menyimpang yang dapat menyebabkan nilai penduga tidak berfungsi. Dinamakan Penduga-S karena mengestimasi berdasarkan skala. Skala yang digunakan adalah standar deviasi sisaan. (Montgomery, dkk, 2006)

Terdapat beberapa penelitian terdahulu di antaranya penelitian oleh Rahmawati, dkk (2015) dengan menggunakan model SEM untuk melihat adanya pengaruh pengangguran terhadap tingkat kemiskinan di Indonesia. Safitri (2014) telah memodelkan SEM untuk Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Tengah. Pratika (2014) telah menggunakan metode Penduga-S untuk memperkecil pengaruh pencilan pada analisis regresi dan Artiana (2012) telah menggunakan regresi *robust* dengan metode Penduga-S pada penjualan energi listrik di Jawa Tengah tahun 2009.

Dari penelitian terdahulu tersebut dapat diketahui bahwa model SEM mampu memberikan model yang baik dalam pengamatan dan metode Penduga-S mampu menyelesaikan pencilan pada suatu pengamatan data. Akan tetapi, belum ditemukan model SEM yang memuat masalah pencilan dengan metode Penduga-S, sehingga perlu kiranya untuk melakukan penelitian ini.

Penelitian ini diaplikasikan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016. Pada data ini telah dilakukan pengujian pencilan, dan diperoleh hasil bahwa data tersebut mengandung pencilan. Menurut BPS (2008), IPM mengukur capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. IPM merupakan indikator yang digunakan untuk mengukur salah satu aspek penting yang berkaitan dengan kualitas dari hasil pembangunan ekonomi, yakni derajat perkembangan manusia. IPM mempunyai tiga unsur yaitu kesehatan, pendidikan yang dicapai, dan standar kehidupan atau sering disebut ekonomi yang penting dalam menentukan tingkat kemampuan suatu wilayah dalam meningkatkan IPM. IPM di suatu wilayah akan meningkat apabila ketiga unsur tersebut dapat ditingkatkan, nilai IPM yang tinggi menandakan keberhasilan pembangunan ekonomi di wilayah tersebut.

Adapun kajian tentang estimasi dalam al-Quran telah disinggung dalam al-Quran surat ash-Shaffat/37:147, yaitu:

وَأَرْسَلْنَاهُ إِلَىٰ مِثَّةٍ آلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ

“Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih”.

Ayat tersebut menjelaskan tentang umat nabi Yunus yang jumlahnya seratus ribu orang atau lebih. Pada ayat tersebut belum diketahui berapa jumlah umat nabi Yunus secara pasti bisa jadi seratus ribu orang atau kurang dari seratus ribu orang atau bahkan lebih dari seratus ribu orang. Sesungguhnya Allah mengetahui segala yang ghaib dan yang nyata termasuk umat nabi Yunus. Kesan ketidakpastian dalam penentuan jumlah umat nabi Yunus pada ayat tersebut menggambarkan adanya konsep estimasi atau perkiraan, yang mana terdapat banyak perbedaan pendapat dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus.

Berdasarkan uraian di atas, maka peneliti menyusunnya dalam suatu penelitian yang berjudul “Estimasi Parameter *Spatial Error Model* yang Memuat Pencilan”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang dapat diketahui rumusan masalah, yaitu:

1. Bagaimana estimasi parameter pada model SEM yang memuat pencilan?
2. Bagaimana aplikasi model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk memperoleh estimasi parameter pada model SEM yang memuat pencilan.
2. Untuk mengaplikasikan model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat yaitu untuk:

1. Mengetahui bentuk estimasi parameter model SEM yang memuat pencilan.
2. Mengetahui hasil aplikasi model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016.

1.5 Batasan Masalah

Untuk mendekati sasaran yang diharapkan, maka perlu diadakan pembatasan permasalahan yaitu:

1. Pembobot yang digunakan pada model SEM yang memuat pencilan berupa pembobot *Tukey bisquare*.
2. Metode *robust* yang digunakan adalah metode Penduga-S.

1.6 Sistematika Penulisan

Dalam penulisan laporan penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, dan masing-masing bab dibagi dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini akan diuraikan tentang analisis regresi, model regresi spasial, *Spatial Error Model*, pengujian autokorelasi spasial, uji asumsi analisis regresi, pencilan, fungsi objektif, regresi *robust*, Penduga-S, estimasi parameter, indeks pembangunan manusia (IPM), dan kajian estimasi dalam Islam.

Bab III Metode Penelitian

Pada bagian ini menjelaskan pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, peubah penelitian, dan tahapan analisis.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini akan diuraikan tentang deskripsi data, estimasi parameter, serta aplikasi pada data.

Bab V Penutup

Pada bab ini menjelaskan kesimpulan dari pembahasan dan saran-saran yang sesuai dengan hasil penelitian.



BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Model Regresi Spasial

Model regresi spasial merupakan model regresi linier yang mendapatkan pengaruh spasial (lokasi). Pada model regresi spasial, nilai peubah terikat pada lokasi yang berdekatan diduga memberi pengaruh pada model yang terbentuk.

Anselin (1998) mengembangkan model regresi spasial dengan menggunakan data spasial *cross section*. Bentuk model regresi spasial adalah:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\varepsilon} &\sim N(0, \mathbf{I} \sigma^2) \end{aligned} \quad (2.1)$$

dengan

\mathbf{y} : Matriks peubah terikat dengan ukuran $n \times 1$

\mathbf{X} : Matriks peubah bebas dengan ukuran $n \times (k + 1)$

$\boldsymbol{\beta}$: Vektor koefisien parameter regresi dengan ukuran $(k + 1) \times 1$

ρ : Parameter koefisien spasial *lag*

λ : Parameter koefisien spasial *error*

$\mathbf{u}, \boldsymbol{\varepsilon}$: Vektor *error* dengan ukuran $n \times 1$

\mathbf{W} : Matriks pembobot spasial dengan ukuran $n \times n$

n : Banyaknya amatan

k : Banyaknya peubah bebas $k = 1, 2, \dots, l$

\mathbf{I}_n : Matriks identitas dengan ukuran $n \times n$

Terdapat empat model yang dapat dibentuk dari model regresi spasial, yaitu:

1. Jika $\rho = 0$ dan $\lambda = 0$, maka persamaan menjadi:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.2)$$

Persamaan ini disebut model regresi linier sederhana yaitu model regresi tanpa adanya pengaruh spasial.

2. Jika $\rho \neq 0$ dan $\lambda = 0$, maka persamaan menjadi:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.3)$$

Persamaan ini disebut model SAR.

3. Jika $\rho = 0$ dan $\lambda \neq 0$, maka persamaan menjadi:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Persamaan ini disebut model SEM.

4. Jika $\rho \neq 0$ dan $\lambda \neq 0$, maka persamaan menjadi:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}_1 \mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}_2 \mathbf{u} + \boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Persamaan ini disebut model SARMA.

2.2 *Spatial Error Model (SEM)*

Spatial Error Model (SEM) adalah model regresi spasial yang pada peubah *error*nya terdapat pengaruh spasial. Hal ini disebabkan adanya peubah penjelas yang tidak dilibatkan dalam model sehingga akan dihitung sebagai *error* dan peubah tersebut memiliki hubungan dengan *error* pada lokasi lain. Menurut Anselin (1998), SEM merupakan salah satu model spasial dengan pendekatan area yang memperhitungkan pengaruh spasial *error* antar pengamatan, dimana pada *error* terdapat korelasi spasial. Model SEM terbentuk apabila $\rho = 0$ dan $\lambda \neq 0$

sehingga model ini mengasumsikan bahwa proses *autoregressive* hanya pada *error*-nya. Dari persamaan (2.1) diperoleh:

$$\begin{aligned}(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}_2)\mathbf{u} &= \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{u} &= (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}_2)^{-1}\boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}_2)^{-1}\boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned}\quad (2.6)$$

2.3 Pengujian Autokorelasi Spasial

Autokorelasi spasial didefinisikan sebagai penilaian korelasi antar pengamatan atau lokasi pada suatu peubah. Jika pengamatan y_1, y_2, \dots, y_n menunjukkan saling ketergantungan terhadap ruang, maka data tersebut mengalami autokorelasi secara spasial. Menurut Lembo (2006), autokorelasi spasial merupakan korelasi antara peubah dengan dirinya sendiri berdasarkan ruang dan dapat juga diartikan sebagai suatu ukuran kemiripan dari objek di dalam suatu ruangan (jarak, waktu, dan wilayah). Jika terdapat pola sistematis di dalam penyebaran suatu peubah, maka dapat dikatakan terdapat autokorelasi spasial. Adanya autokorelasi spasial menjelaskan bahwa nilai atribut pada daerah tertentu terkait oleh nilai atribut tersebut pada daerah lain yang letaknya berdekatan.

Lembo (2006) menjelaskan bahwa jika terdapat pola spasial yang sistematis dalam sebaran spasial suatu atribut, maka dapat dikatakan bahwa terdapat autokorelasi spasial. Jika di suatu daerah yang saling berdekatan memiliki nilai yang sangat mirip, maka terdapat autokorelasi positif. Jika nilai di daerah yang saling berdekatan tidak mirip, maka terdapat autokorelasi negatif, sedangkan jika nilai tersebar secara acak maka hal tersebut menunjukkan tidak terdapat autokorelasi spasial.

2.3.1 Moran's I

Moran's I merupakan suatu metode yang paling sering digunakan untuk mengetahui efek autokorelasi spasial. *Moran's I* hanya dapat digunakan pada data kontinu dengan berbagai pembobot spasial. Nilai *Moran's I* berada dalam selang antara -1 yang berarti autokorelasi spasial negatif sangat tinggi, dan +1 autokorelasi spasial positif sangat tinggi. Jika *Moran's I* bernilai nol berarti tidak terdapat autokorelasi spasial antar wilayah penelitian (Lee dan Wong, 2001).

Rumus perhitungan *Moran's I* adalah

$$I = \frac{N \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij}) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.7)$$

dengan

N : Banyaknya observasi

\bar{x} : Rata-rata peubah yang diamati

x_i : Nilai peubah yang diamati pada lokasi ke- i

x_j : Nilai peubah yang diamati pada lokasi ke- j

W_{ij} : Pembobot spasial

Untuk menguji tingkat signifikansi *Moran's I* dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: I = 0$$

$$H_1: I \neq 0$$

statistik uji yang digunakan adalah:

$$Z = \frac{I - E(I)}{S_{error}(I)} \quad (2.8)$$

dengan,

I : Nilai indeks *Morans' I*

$E(I)$: Nilai harapan untuk I

$S_{error(I)}$: Kesalahan Baku untuk I

Morans' I dikatakan signifikan secara statistik jika statistik uji Z lebih besar dari titik kritis $Z_{0,05}$.

2.3.2 Lagrange Multiplier (LM)

Pada analisis regresi spasial, terdapat tahapan penting yang harus dilakukan yaitu pengujian terhadap pengaruh spasial menggunakan statistik uji LM. Uji LM adalah uji untuk menentukan apakah model memiliki efek spasial atau tidak. Pengujian ini sangat penting karena apabila diabaikan maka akan menyebabkan tidak efisien dan kesimpulan tidak tepat pada hasil estimasi (Arisanti, 2011).

a) Lagrange Multiplier Error (LM_{error})

Pengujian LM_{error} dengan menggunakan hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \lambda = 0$ (tidak ada autokorelasi spasial *error*)

$H_1: \lambda \neq 0$ (ada autokorelasi spasial *error*)

statistik uji yang digunakan adalah

$$LM_{error} = \frac{\left(\frac{\varepsilon^T W \varepsilon}{\sigma^2}\right)^2}{T} \quad (2.9)$$

dengan, $\sigma^2 = \frac{\varepsilon^T \varepsilon}{N}$

$T = trace(WW + W'W)$

Pengambilan keputusan adalah tolak H_0 jika $LM_{error} > \chi_{\alpha,1}^2$. Apabila H_0 ditolak artinya terdapat dependensi spasial (Anselin, 1999). Jika LM_{error} signifikan maka model yang sesuai adalah SEM, dan jika LM_{lag} signifikan maka

model yang sesuai adalah SAR. Jika keduanya signifikan maka model yang sesuai adalah SARMA.

2.4 Uji Asumsi Analisis Regresi

Pengujian asumsi analisis regresi merupakan pengujian asumsi-asumsi statistik yang harus terpenuhi pada analisis linier berganda yang berbasis metode kuadrat terkecil. Uji asumsi yang dilakukan pada model regresi adalah:

1. Uji Asumsi Normalitas

Analisis regresi linier mengasumsikan bahwa residual e_i berdistribusi normal. Pada regresi linier klasik diasumsikan bahwa setiap e_i didistribusikan secara random dengan $e_i \sim N(0, \sigma^2)$ (Gujarati, 2004).

Salah satu cara untuk menguji asumsi kenormalan adalah dengan uji *Kolmogorov Smirnov*. Uji ini berdasarkan pada nilai D dengan ketentuan sebagai berikut:

$$D = \max F_0 X_i - S_n X_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$

dengan

$F_0 X_i$: Fungsi distribusi kumulatif dari distribusi teoritis di bawah H_0

$S_n X_i$: Distribusi frekuensi kumulatif dari observasi sebanyak n

H_0 : Residu yang berdistribusi normal

Selanjutnya nilai D dibandingkan dengan nilai D_{tabel} dengan signifikansi α pada tabel *Kolmogorov Smirnov*. Apabila nilai $D > D_{tabel}$, maka asumsi normalitas terpenuhi.

2. Uji Asumsi Homoskedastisitas

Asumsi penting dalam analisis regresi adalah varian sisaan (e_i) pada setiap peubah adalah homoskedastisitas (Gujarati, 2003). Tujuan dari pengujian

ini adalah untuk mengetahui apakah variansi pada tiap sisaan e_i konstan. Jika variansi pada tiap residu e_i berbeda disebut heteroskedastisitas. Asumsi ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Var}(e_i) = \sigma^2, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

untuk menguji kesamaan variansi yaitu dengan melihat pola sebaran sisaan (e_i) terhadap nilai estimasi y . Jika sebaran bersifat acak (tidak membentuk pola tertentu), maka dikatakan bahwa variansi sisaan homogen (Draper dan Smith, 1998).

Salah satu cara untuk mendeteksi heteroskedastisitas adalah dengan menggunakan uji Glejser. Menurut Glejser (1969), heteroskedastisitas dapat diidentifikasi dengan meregresikan peubah nilai residual mutlak (*Absolute Residual*) dengan seluruh peubah bebasnya. Langkah-langkah untuk menguji adanya heteroskedastisitas dengan uji Glejser sebagai berikut:

1. Melakukan estimasi parameter model regresi dengan metode kuadrat terkecil, sehingga akan diperoleh nilai residual (e_i).
2. Meregresikan nilai residual mutlak $|e_i|$ pada peubah bebas dengan persamaan regresi:

$$|e_i| = \beta_0 + \beta_1 X_i + v_i$$

$$|e_i| = \beta_0 + \beta_1 \sqrt{X_i} + v_i$$

$$|e_i| = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X_i} + v_i$$

3. Pilih persamaan dengan nilai R^2 yang tinggi dan nilai *standart error* (Se) yang rendah.

4. Kemudian Melakukan statistik uji t pada persamaan yang dipilih dari

$$\text{langkah 3 dengan, } t = \frac{\hat{\beta}_i}{se(\hat{\beta}_i)}.$$

Apabila nilai statistik uji t signifikan, maka dapat disimpulkan bahwa hipotesis nol diterima, artinya hipotesis menunjukkan adanya heteroskedastisitas. Dan apabila menggunakan *software* SPSS dapat diuji dengan kriteria jika nilai signifikansi lebih kecil dari 0,05 maka terjadi heteroskedastisitas, dan jika nilai signifikansi lebih besar dari 0,05 maka terjadi homoskedastisitas.

3. Uji Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah keberadaan hubungan linier diantara peubah-peubah independen dalam model regresi. Adanya multikolinieritas dapat mengakibatkan hasil interpretasi koefisien yang tidak tepat dan mungkin akan terjadi kesalahan dalam pengambilan keputusan. Hal tersebut terjadi karena saat terjadi korelasi yang tinggi pada peubah independen, kemungkinan terdapat salah satu peubah akan dibuang, sedangkan pada kenyataannya peubah tersebut berpengaruh secara signifikan. Metode untuk mengidentifikasi adanya multikolinieritas adalah dengan *Variance Inflation Factor* (VIF).

$$VIF_j = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (2.13)$$

dengan R_j^2 merupakan koefisien determinasi yang diperoleh dari regresi antara X_j dengan peubah independen lainnya dengan rumus sebagai berikut:

$$R_j^2 = \frac{JK_{regresi}}{JK_{total}} \quad (2.14)$$

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (2.15)$$

$$R_j^2 = \frac{\sum_{i=2}^n (\hat{x}_{ji} - \bar{X}_j)^2}{\sum_{i=1}^n (x_{ji} - \bar{X}_j)^2} \quad (2.16)$$

dengan, $j = 1, 2, \dots, p$.

Apabila nilai $VIF > 10$, maka terdapat hubungan linier antar peubah independen dengan peubah independen lainnya. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa jika R^2 tinggi maka nilai VIF juga semakin tinggi sehingga terdapat kemungkinan adanya multikolinieritas (Gujarati, 2004).

2.5 Pencilan

Pencilan adalah data sampel yang memiliki karakteristik berbeda daripada mayoritas data sampel lainnya. Misalnya nilai terlalu tinggi atau terlalu rendah dibandingkan sebagian besar data sampel lainnya. Keberadaan pencilan perlu dicermati karena pencilan bisa membuat bias dalam arti estimasi koefisien regresi akan dibelokkan menuju titik pencilan tersebut. Dengan kata lain, pencilan seolah-olah diberi bobot lebih dalam proses perhitungan koefisien regresi. Sebagai akibat adanya pencilan bisa muncul dua kemungkinan, yaitu:

1. Koefisien regresi menjadi lebih signifikan sehingga seolah-olah peranan peubah tersebut lebih tinggi daripada yang seharusnya.
2. Koefisien regresi menjadi melemah sehingga seolah-olah peranan peubah independen tersebut menjadi tidak signifikan (Gudono, 2011).

Penghapusan atau penolakan terhadap pencilan yang muncul seringkali dilakukan, hal ini kurang tepat dilakukan karena pada amatan mungkin terdapat informasi yang tidak terdapat pada data lainnya, misal adanya kombinasi keadaan yang tidak biasa yang mungkin saja sangatlah penting dan perlu diselidiki lebih jauh. Oleh karena itu, sangat disarankan untuk menguji terlebih dahulu apakah pencilan yang ada benar-benar memiliki pengaruh atau tidak (Draper dan Smith, 1998).

2.5.1 Deteksi Pencilan

Menurut Soemartini (2007), deteksi pencilan dapat dikenali dengan pemeriksaan visual dari data mentahnya atau diagram pencar dari peubah bebas dan peubah terikat. Metode yang digunakan untuk mendeteksi adanya pencilan yang berpengaruh dalam koefisien regresi antara lain:

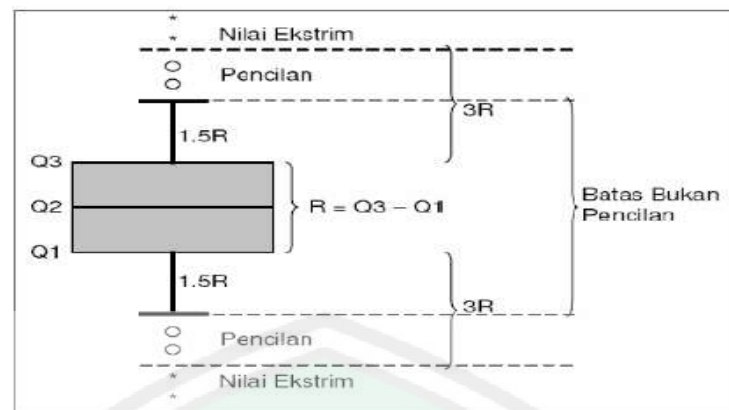
1. Diagram Pencar (*Scatter Plot*)

Metode diagram pencar dilakukan dengan cara memplot data dengan observasi ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$). Selain itu, jika sudah didapatkan model regresi maka dapat dilakukan dengan cara memplot antara residual dengan nilai prediksi \hat{Y} . Jika terdapat satu atau beberapa data yang terletak jauh dari pola kumpulan data keseluruhan maka hal ini mengindikasikan adanya pencilan.

Keuntungan dari metode ini adalah mudah untuk dipahami karena menampilkan data secara grafis tanpa melibatkan perhitungan yang rumit. Sedangkan kelemahan pada metode ini adalah keputusan yang memperlihatkan data yang merupakan pencilan atau bukan hanya tergantung pada kebijakan peneliti, karena hanya mengandalkan visualisasi melalui gambar.

2. *Boxplot*

Metode ini merupakan metode yang paling umum yakni dengan menggunakan kuartil dari jangkauan. Kuartil 1, 2, dan 3 akan membagi sebuah urutan data menjadi empat bagian. Jangkauan *Inter Quartile Range* (IQR) didefinisikan sebagai selisih kuartil 1 terhadap kuartil 3, atau $IQR = Q_3 - Q_1$. Data-data yang merupakan pencilan yaitu nilai yang kurang dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_1 dan nilai yang lebih dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_3 .



Gambar 2.1 Identifikasi Pencilan

3. Metode *DfFITS* (*Difference fitted value FITS*) atau *Standardized DfFITS*

Metode ini menampilkan nilai perubahan dalam harga yang diprediksi bilamana *case* tertentu dikeluarkan dan sudah di standarkan. Perhitungan *DfFITS* adalah sebagai berikut:

$$(DfFITS)_I = t_i \left(\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

dengan t_i adalah *studentized deleted* untuk kasus ke- i dan h_{ii} adalah nilai *leverage* untuk kasus ke- i , dengan

$$t_i = e_i \sqrt{\frac{n-p-1}{JKG(1-h_{ii}-e_i^2)}}$$

e_i adalah residual ke- i dan JKG adalah jumlah kuadrat sisaan dalam matriks adalah sebagai berikut:

$$H = X(X'X)^{-1}X' \quad (2.18)$$

dengan H adalah matriks $n \times n$.

Elemen diagonal h_{ii} dalam matriks dapat diperoleh langsung dari:

$$h_{ii} = X_i(X'X)^{-1}X_i' \quad (2.19)$$

dengan X_i adalah matriks $p \times 1$, $X(X'X)^{-1}$ adalah matriks $p \times p$, dan X_i' adalah matriks $1 \times p$. Suatu data yang mempunyai nilai absolute *DfFITS* lebih besar dari $2\sqrt{\frac{p}{n}}$, maka diidentifikasi sebagai pencilan, dengan p banyaknya peubah bebas dan n banyaknya observasi.

2.6 Pembobot Spasial

Pembobot spasial merupakan aspek penting yang bergantung pada jarak antar titik lokasi pengamatan. Pembobot tersebut berupa matriks diagonal dimana elemen-elemen diagonalnya merupakan sebuah fungsi pembobot dari setiap titik lokasi pengamatan. Fungsi dari matriks pembobot adalah untuk menentukan atau menaksir parameter yang berbeda pada setiap titik lokasi pengamatan (Dubin, 2009).

A. Matriks Pembobot Spasial

Matriks pembobot spasial pada dasarnya merupakan matriks yang menggambarkan hubungan dan kedekatan antar wilayah. Matriks pembobot spasial adalah matriks setangkup berordo $n \times n$ (lokasi pengamatan) dan baris serta kolom menyatakan lokasi pada peta. Terdapat tiga tipe matriks pembobot spasial, yaitu: (Lesage, 1999)

1. *Rook Contiguity* (persinggungan sisi)

Rook Contiguity yaitu konsep persinggungan yang memberikan nilai 1 untuk daerah yang bersisian di utara, selatan, timur dan barat dari daerah yang menjadi perhatian dan nilai 0 untuk daerah yang lainnya.

2. *Bishop Contiguity* (persinggungan sudut)

Bishop Contiguity konsep persinggungan yang memberikan nilai 1 untuk daerah yang bersinggungan sudut dengan daerah yang menjadi perhatian dan nilai 0 untuk daerah lainnya.

3. *Queen Contiguity* (Persinggungan Sisi dan Sudut)

Queen Contiguity yaitu konsep persinggungan yang memberikan nilai 1 untuk daerah yang bersinggungan sisi dan sudut dari daerah yang diamati dan nilai 0 untuk daerah lainnya.

B. Fungsi Pembobot

Menurut Fox (2002), fungsi dari matriks pembobot yang digunakan untuk menaksir parameter yang memuat pencilan diantaranya adalah fungsi pembobot *tukey bisquare* sebagai berikut:

$$\rho(e_i) = f(x) = \begin{cases} \frac{c^2 \left\{ 1 - \left[1 - \left(\frac{e_i}{c} \right)^2 \right]^3 \right\}}{\varepsilon_i^*}, & |e_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6}, & |e_i| > c \end{cases} \quad (2.20)$$

dengan

$$\rho'(e_i) = \psi(e_i) = \begin{cases} \frac{e_i \left(1 - \left(\frac{e_i}{c} \right)^2 \right)^2}{\varepsilon_i^*}, & |e_i| \leq c \\ 0, & |e_i| > c \end{cases} \quad (2.21)$$

Setelah diperoleh $\rho'(e_i)$, maka diperoleh fungsi pembobot:

$$\omega_i = \omega(e_i) = \frac{\psi(e_i)}{e_i} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{e_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |e_i| \leq c \\ 0, & |e_i| > c \end{cases} \quad (2.22)$$

Dengan c adalah konstanta yang menghasilkan efisiensi tinggi dengan sisaan berdistribusi normal dan dapat memberikan perlindungan terhadap pencilan.

2.7 Regresi *Robust*

Metode regresi *robust* adalah alat penting yang digunakan untuk menganalisis data yang dipengaruhi oleh pencilan sehingga model yang dihasilkan *robust* atau *resistence* terhadap pencilan (Draper & Smith,1998). Suatu estimasi yang *resistence* adalah relatif tidak terpengaruh oleh perubahan besar pada bagian kecil data atau perubahan besar data. Dalam ruang lingkupnya, regresi *robust* memiliki ketahanan kuat terhadap pencilan yang menjadi keistimewaan dari metode ini. Dalam hal ini regresi *robust* bertindak sebagai penurun bobot data pencilan. *Breakdown point* dan *efficiency* merupakan kriteria penting dalam regresi *robust*. *Breakdown point* adalah ukuran umum proporsi dari pencilan yang dapat ditangani sebelum pengamatan tersebut mempengaruhi model, sedangkan *efficiency* adalah taksiran parameter regresi yang mempunyai simpangan baku minimum.

Menurut Chen (2002), regresi *robust* terdiri dari 5 metode estimasi, yaitu Penduga-M (*Maximum Likelihood Type*), Penduga-LMS (*Least Median Squares*), Penduga-LTS (*Least Trimmed Squared*), Penduga-MM (*Method of Moment*), dan Penduga-S (*Scale*).

2.8 Penduga-S

Regresi *robust* memiliki beberapa metode diantaranya adalah Penduga-S. Penduga-S pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw dan Yohai pada tahun 1984 yang merupakan estimasi *robust* yang mempunyai nilai *breakdown point* paling tinggi hingga 50% namun *efficiency* rendah . *Breakdown point* merupakan bagian terkecil dari data yang menyimpang yang dapat menyebabkan nilai penduga tidak berfungsi. Estimasi ini diperoleh dari minimasi penduga-M

berdasarkan sisaan skala. Skala yang digunakan adalah standar deviasi sisaan (Montgomery, dkk, 2006).

Penduga-S didefinisikan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_s = \min_{\beta} \hat{\sigma}_s(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \quad (2.26)$$

dengan ε_i merupakan residu ke- i dari β dan $\hat{\sigma}_s(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ diperoleh dari penduga-M sisaan skala σ_s yang merupakan solusi dari:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi \left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right) = \delta \quad (2.27)$$

dengan $\delta = 0,1995$ merupakan konstanta yang memenuhi $\delta = E(\phi, \psi(\infty))$, ϕ berdistribusi normal standar dan $\psi(u)$ merupakan fungsi objektif.

Kemudian akan dicari nilai $\hat{\sigma}_s$ pada penduga-S untuk mengatasi kekurangan dari metode penduga-M yang hanya menggunakan median sebagai estimator skala *robust*, yaitu dengan membagi persamaan (2.27) dengan $\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)^2$ sebagai berikut:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi \left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right) = \delta$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi \frac{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)^2} = \frac{\delta}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)^2}$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi \frac{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)^2} = \delta \frac{\hat{\sigma}_s^2}{\varepsilon_i^2}$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi \frac{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s}\right)^2} = \frac{\delta}{\varepsilon_i^2} \hat{\sigma}_s^2$$

$$\frac{\varepsilon_i^2}{\delta} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi \frac{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right)}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right)^2} \right) = \hat{\sigma}_s^2$$

$$\frac{1}{n\delta} \sum_{i=1}^n \psi \frac{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right)}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right)^2} \varepsilon_i^2 = \hat{\sigma}_s^2$$

$$\frac{1}{n\delta} \sum_{i=1}^n \omega_i \varepsilon_i^2 = \hat{\sigma}_s^2$$

$$\sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n \omega_i \varepsilon_i^2} = \hat{\sigma}_s$$

Sehingga diperoleh nilai estimator $\hat{\sigma}_s$ sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_s = \sqrt{\frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n \omega_i \varepsilon_i^2} \quad (2.28)$$

dengan $\omega_i = \psi \frac{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right)}{\left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{\sigma}_s} \right)^2}$ merupakan pembobot IRLS, dan ψ sebagai fungsi pengaruh

dari fungsi pembobot atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\omega_i = \omega(\varepsilon_i^*) = \frac{\psi(\varepsilon_i^*)}{\varepsilon_i^*} \quad (2.29)$$

$$\omega_i = \omega(\varepsilon_i) = \frac{\psi(\varepsilon_i)}{\varepsilon_i} = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_i}{c} \right)^2 \right]^2, & |\varepsilon_i| \leq c \\ 0, & |\varepsilon_i| > c \end{cases}$$

Kemudian estimasi dapat diselesaikan dengan IRLS sehingga mencapai konvergen, dengan $c = 1,547$ untuk mencapai *breakdown point* 50% (Rousseeuw and Yohai, 1984).

2.9 Estimasi Parameter

Estimasi adalah pendugaan, yaitu menduga nilai suatu populasi dengan dasar nilai sampel. Penggunaan nilai sampel untuk mewakili nilai populasi yang disebabkan karena jumlah populasinya terlalu banyak atau karena alasan lain (Subagyo, 2010). Adapun sifat-sifat dari estimasi parameter antara lain:

1. Tak Bias (*Unbiased Estimator*)

Suatu parameter dikatakan tak bias jika rata-rata dari seluruh kemungkinan sampel akan sama dengan nilai parameter dari populasi yang diduga. Misalkan terdapat suatu parameter θ . $\hat{\theta}$ merupakan penduga tak bias (*unbiased estimator*) dari θ jika $E(\hat{\theta}) = \theta$.

2. Konsisten (*Consistent Estimator*)

$\hat{\theta}$ merupakan penduga konsisten (*consistent estimator*) bagi θ apabila nilai $\hat{\theta}$ cenderung mendekati nilai parameter θ untuk n (besarnya sampel) yang semakin besar mendekati tak terhingga ($n \rightarrow \infty$). Artinya, jika jumlah sampelnya semakin ditambah maka nilai penduganya akan semakin mendekati nilai populasinya.

3. Efisien (*Efficient Estimator*)

$\hat{\theta}$ merupakan penduga yang efisien (*efficient estimator*) bagi θ jika penduga $\hat{\theta}$ memiliki varians atau standar deviasi yang lebih kecil dibandingkan dengan penduga lainnya.

4. Sufisien (*Sufficient Estimator*)

$\hat{\theta}$ merupakan penduga yang cukup (*sufficient estimator*) bagi θ apabila $\hat{\theta}$ mencakup seluruh informasi tentang θ yang terkandung di dalam sampel (Suprpto, 2001).

2.10 Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Menurut BPS (2008), Indeks Pembangunan Manusia (IPM) mengukur capaian pembangunan manusia berbasis sejumlah komponen dasar kualitas hidup. IPM dihitung berdasarkan data yang dapat menggambarkan keempat komponen yaitu angka harapan hidup yang mewakili bidang kesehatan, angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah mengukur capaian pembangunan di bidang pendidikan, serta kemampuan daya beli masyarakat terhadap sejumlah kebutuhan pokok yang dilihat dari rata-rata besarnya pengeluaran per kapita sebagai pendekatan pendapatan yang mewakili capaian pembangunan untuk hidup layak.

Pada tahun 1990, *United Nations Development Programme* (UNDP) memperkenalkan suatu indikator yang telah dikembangkan, yaitu suatu indikator yang dapat menggambarkan perkembangan pembangunan manusia secara terukur dan representatif, yang dinamakan *Human Development Index* (HDI) atau Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM bermanfaat untuk mengklasifikasikan sebuah negara tergolong negara maju, negara berkembang, atau negara terbelakang, dan juga untuk mengukur pengaruh kebijakan ekonomi terhadap kualitas hidup. Ada tiga peubah yang digunakan untuk mengukur keberhasilan pembangunan manusia, yaitu derajat kesehatan, pendidikan, dan pendapatan. Angka IPM berkisar antara 0 hingga 100. Semakin mendekati 100, maka hal tersebut merupakan indikasi pembangunan manusia yang semakin baik. UNDP membagi IPM suatu wilayah ke dalam tiga golongan, yaitu:

1. $IPM < 50$ (rendah)
2. $50 \leq IPM < 80$ (sedang/menengah)
3. $IPM \geq 80$ (tinggi)

A. Faktor-faktor yang Mempengaruhi IPM

Di antara tantangan yang dihadapi dalam pembangunan nasional adalah masih rendahnya kualitas sumber daya manusia Indonesia yang diukur dengan Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang mengakibatkan rendahnya produktivitas dan daya saing perekonomian nasional. Di antara indikator IPM, berkaitan dengan pendidikan dan kesehatan. Oleh karena itu, pembangunan kesehatan dan pendidikan memiliki peranan penting dalam meningkatkan kualitas sumber daya manusia (Ali, 2009).

a. Angka Harapan Hidup

Angka harapan hidup adalah rata-rata tahun hidup yang dijalani oleh penduduk yang baru saja dilahirkan. Angka harapan hidup diartikan pula sebagai rata-rata tahun hidup yang masih dijalani oleh seseorang yang telah berhasil mencapai umur tertentu. Dalam istilah asing, angka harapan hidup dinamakan *life expectancy at birth* (e_0) yang diartikan sebagai rata-rata tahun hidup yang akan dijalani oleh bayi baru lahir (Hayati, dkk, 2007).

Angka harapan hidup merupakan ukuran yang sangat penting dalam demografi, sebab merupakan salah satu indikator dalam pengukuran kualitas penduduk. Selain itu, tinggi rendahnya angka harapan hidup merupakan indikator dari kemajuan sosial ekonomi suatu masyarakat. Meningkatnya gizi penduduk suatu negara dapat menurunkan angka kematian bayi dan balita. Peningkatan tingkat gizi penduduk juga berkaitan dengan meningkatnya angka harapan hidup penduduk negara tersebut (Hayati, dkk, 2007).

b. Rata-rata Lama Sekolah

Lama seseorang bersekolah dapat menunjukkan sampai di mana tingkat pendidikan orang tersebut. Lama bersekolah penduduk di Indonesia masih tergolong rendah, yaitu rata-rata 4,6 tahun (4,9 untuk pria dan 4,3 untuk wanita). Artinya, tingkat pendidikan masyarakat Indonesia rata-rata masih berada pada taraf pendidikan dasar (Hayati, dkk, 2007).

c. Penduduk Miskin

Menurut Widianoro, dkk (2007), kemiskinan merupakan suatu keadaan ekonomi dan sosial yang dialami suatu keluarga yang tidak bisa memenuhi kebutuhan sandang, pangan, dan papan. Organisasi Bank Dunia (*World Bank*) membedakan kemiskinan dengan membagi pengertian antara orang miskin dan orang sangat miskin. Orang miskin adalah orang yang hidup dengan pendapatan kurang dari Rp 18.000,00 per hari. Sementara orang sangat miskin adalah orang yang hanya memiliki penghasilan sekitar Rp 9.000,00 per hari.

d. Pengangguran

Menurut Astuti (2015), yang dimaksud pengangguran adalah besarnya angkatan kerja yang ingin dan bersedia bekerja tetapi tidak mendapat pekerjaan seperti yang diinginkan. Angka pengangguran yang tinggi akan membawa dampak berkurangnya kepercayaan masyarakat kepada pemerintah. Secara ekonomi, tingkat pengangguran yang tinggi menunjukkan bahwa alokasi sumber daya manusia masih belum efisien karena banyak sumber daya manusia yang belum terpakai.

2.11 Kajian Estimasi dalam Islam

Estimasi biasanya diartikan sebagai pendugaan atau penaksiran. Dalam al-Quran surat ash-Shaffat/37:147 memuat konsep tentang estimasi, yaitu:

وَأَرْسَلْنَاهُ إِلَىٰ مِئَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ

“Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih”.

Surat ash-Shaffat terdiri atas 182 ayat termasuk golongan surat Makkiyyah yakni turun sebelum nabi hijrah ke Madinah dan diturunkan sesudah surat al -An’am. Disebut dengan ash-Shaaffaat (yang bershaf-shaf) karena ada hubungannya dengan perkataan ash-Shaaffaat yang terletak pada ayat pertama surat ini yang mengemukakan bagaimana para malaikat yang berbaris di hadapan Tuhannya yang bersih jiwanya, tidak dapat digoda oleh syaitan, dan tidak tahu berapa jumlahnya kecuali Allah Swt sendiri. Hal ini hendaklah menjadi *I’tibar* bagi manusia dalam menghambakan dirinya kepada Allah (Amrullah, 1981).

Sebab turunnya QS ash-Shaffat ayat 147 yaitu menceritakan tentang kisah Nabi Yunus. Bahwa tatkala Nabi Yunus diancam akan disiksa oleh kaumnya, sehingga dia keluar dari kalangan mereka sebelum mendapat perintah Allah Swt. untuk hijrah. Kemudian dia naik kapal, namun kapal itu tidak bisa berjalan dan para awak kapal menyangka bahwa apabila memuat seorang budak yang melarikan diri, maka kapal itu tidak bisa berjalan. Oleh karena itu, mereka melakukan undian dan ternyata undian itu keluar untuk nabi Yunus, maka dilemparkanlah dirinya kedalam air (Al-Maraghi, 1989).

Pada QS ash-Shaffat ayat 147 tersebut dijelaskan bahwa nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya seratus ribu orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat rasa atau kesan

ketidakpastian dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan seratus ribu atau lebih? Mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah Swt maha mengetahui yang gaib dan yang nyata? Bukankah Allah Swt mengetahui segala sesuatu, termasuk jumlah umat nabi Yunus? Jawaban terhadap pertanyaan tersebut adalah “inilah contoh estimasi (perkiraan)” (Abdussakir, 2007).

Terdapat perbedaan pendapat mengenai jumlah umat nabi yunus. Dalam tafsir Al-Jalalain dijelaskan bahwa “(Dan Kami utus dia) sesudah itu, sebagaimana status sebelumnya, kepada kaum Bunainawiy yang tinggal di daerah Maushul (kepada seratus ribu orang atau) bahkan (lebih dari itu) yakni lebih dua puluh atau tiga puluh atau tujuh puluh ribu orang” (Al-Mahalli dan Asy-Syuyuthi, 2000).

Dan dijelaskan juga pada tafsir Ibnu Katsir dalam hadits Tirmidzi No.3153, yaitu:

حَدَّثَنَا عَلِيُّ بْنُ حُجْرٍ أَخْبَرَنَا الْوَلِيدُ بْنُ مُسْلِمٍ عَنْ زُهَيْرِ بْنِ مُحَمَّدٍ، عَنْ رَجُلٍ عَنْ أَبِي الْعَالِيَةِ عَنْ أَبِي بِنِ كَعْبٍ قَالَ، سَأَلْتُ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ عَنْ قَوْلِ اللَّهِ تَعَالَى: " وَأَرْسَلْنَاهُ إِلَى مِئَةِ أَلْفٍ أَوْ يَزِيدُونَ " ، قَالَ عِشْرُونَ أَلْفًا قَالَ أَبُو عِيْسَى هَذَا حَدِيثٌ غَرِيبٌ

“Telah menceritakan kepada kami Ali bin Hujr telah mengkhabarkan kepada kami Al Walid bin Muslim dari Zuhair bin Muhammad dari seseorang dari Abu Al Aliyah dari Ubai bin Ka'ab berkata: Aku bertanya kepada Rasulullah Saw. tentang firman Allah Swt.: *"Dan kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih"* (Ash Shaaffaat: 147), beliau bersabda: *"Duapuluh ribu."* Abu Isa berkata: *Hadits ini gharib (HR.Tirmidzi No.3153)* (Azka, 2013).

Ibnu Abi Hatim meriwayatkan bahwa sebagian bangsa Arab dari penduduk Bashrah berpendapat mengenai hal itu. Artinya 100 ribu orang atau lebih menurut kalian. Ia berkata: *"Demikian jumlah mereka menurut kalian"*.

Oleh karena itu, disini Ibnu Jarir mengikuti pendapatnya dalam menafsirkan firman Allah surat an-Najm/53:9, yaitu:

فَكَانَ قَابَ قَوْسَيْنِ أَوْ أَدْنَىٰ

“Maka jadilah dia dekat (pada Muhammad sejarak) dua ujung busur panah atau lebih dekat (lagi)” .

Makna yang dimaksud ialah tidak lebih dari itu, tetapi dapat kurang dari itu (Azka, 2013).

Adapun hadits yang berhubungan dengan estimasi, yaitu hadits Bukhari dan Muslim No.584 dalam kitab Syarah Bulughul Maram juz empat sebagai berikut:

عَنْ زَيْدِ بْنِ ثَابِتٍ أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ: "رَخَّصَ فِي بِالْعَرَايَا أَنْ تُبَاعَ بِخَرِصِهَا كَيْلًا" مُتَّفَقٌ عَلَيْهِ وَلِمُسْلِمٍ: رَخَّصَ فِي الْعَرِيَّةِ يَأْخُذُهَا أَهْلُ الْبَيْتِ بِخَرِصِهَا تَمْرًا يَأْكُلُونَهُ ارْطَبًا.

Dari Zaid bin Tsabit ra.: “*Sesungguhnya Rasulullah Saw. memberikan keringanan hukum di dalam Ariyah agar ia dijual dengan diperkirakan (estimasi) berdasarkan takaran*” (HR. Muttafaq Alaih).

Para ulama salaf berbeda pendapat, apakah anggur atau selainnya masuk kategori kurma dalam hal Ariyah, sebagian mengatakan tidak diikutkan dari madzhab Azh-Zhahiri. Sebagian pendapat lagi mengatakan diikutkan, pendapat ini adalah pendapat yang masyhur dalam madzhab Syafi’i. Menurut pendapat mazhab Maliki bahwa semua buah-buahan dan semua yang dapat disimpan lama dapat diikutkan di dalamnya (Al-Asqalani, 2007).

Dari potongan hadits yaitu *عَنْ ثَابِتٍ أَنَّ رَسُولَ اللَّهِ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ: "رَخَّصَ فِي بِالْعَرَايَا أَنْ تُبَاعَ بِخَرِصِهَا كَيْلًا" مُتَّفَقٌ عَلَيْهِ وَلِمُسْلِمٍ: رَخَّصَ فِي الْعَرِيَّةِ يَأْخُذُهَا أَهْلُ الْبَيْتِ بِخَرِصِهَا تَمْرًا يَأْكُلُونَهُ ارْطَبًا.* “*agar ia dijual dengan diperkirakan (estimasi)*”, Ath-Thabrani menambahkan dari Ali bin Abdul Aziz dari Qa’nabi (guru Imam Bukhari dalam riwayat ini), *كَيْلًا “berdasarkan takaran”*. Imam Muslim juga meriwayatkan dari Yahya bin Yahya, dari Malik *بِخَرِصِهَا مِنَ التَّمْرِ*

“berdasarkan estimasi setelah kurma kering”. Imam muslim juga meriwayatkan hal serupa dari Sulaiman bin Bilal, dari Yahya bin Sa’ad dengan lafadz:

رَخَّصَ فِي الْعَرِيَّةِ يَأْخُذُهَا أَهْلُ الْبَيْتِ بِخَرَصِهَا تَمْرًا يَأْكُلُونَهُ ارْطَبًا

Artinya: “Memberi keringanan dalam jual beli Ariyah, diambil oleh penghuni rumah berdasarkan estimasinya setelah menjadi kurma kering yang mana mereka memakannya dalam keadaan masih basah”.

Yahya berkata, “Ariyah adalah seseorang membeli kurma kering dengan menukarnya dengan kurma basah miliknya dengan memperkirakan atau mengestimasi berapa banyak jumlahnya setelah kering” (Al-Abani, 2006).

Dari konsep hadits jual beli Ariyah, yang mana membeli kurma kering kemudian diestimasi dengan kurma basah yang dimilikinya, hal ini memuat konsep estimasi yaitu suatu perkiraan tentang harga kurma kering dibeli dengan kurma basah dengan cara memperkirakan banyaknya kurma basah tersebut ketika sudah kering.

BAB III METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah pendekatan kuantitatif. Metode penelitian kuantitatif merupakan salah satu jenis pendekatan penelitian yang menekankan proses penelitian pada pengukuran hasil yang objektif menggunakan analisis statistik. Metode kuantitatif dilakukan dengan menyusun dan menganalisis data sesuai dengan kebutuhan penelitian.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Jawa Timur. Data yang diambil merupakan data hasil publikasi Kabupaten/Kota di Jawa Timur tahun 2016 yang dipublikasikan di internet, yaitu <http://jatim.bps.go.id> dan diakses pada tanggal 10 Januari 2019.

3.3 Peubah Penelitian

Peubah Penelitian yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari peubah dependen (Y) dan peubah independen (X), yaitu:

Tabel 3.1 Peubah Penelitian

Peubah	Keterangan Peubah
Y	Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur tahun 2016
X_1	Angka Harapan Hidup di Jawa Timur tahun 2016
X_2	Angka Kematian Bayi di Jawa Timur tahun 2016
X_3	Persentase Penduduk Miskin di Jawa Timur tahun 2016
X_4	Laju Pertumbuhan Penduduk di Jawa Timur tahun 2016
X_5	Angka Harapan Sekolah di Jawa Timur tahun 2016
X_6	Kepadatan Penduduk di Jawa Timur tahun 2016

3.4 Tahapan Analisis

3.4.1 Estimasi Parameter Model SEM yang Memuat Pencilan

Langkah-langkah estimasi parameter model SEM yang memuat pencilan adalah:

1. Menentukan model SEM yang memuat pencilan.
2. Menentukan nilai β (dengan meminimalkan fungsi objektif).
3. Proses Pembobotan, dengan cara:
 - a. Menentukan nilai σ_s yang minimum.
 - b. Memberikan fungsi pembobot.
4. Melakukan penyelesaian estimasi dengan metode *Iteratively Reweighted Least Square* (IRLS), dengan cara berikut:
 - a. Menentukan $\hat{\beta}^0$ sebagai penduga awal.
 - b. Mencari fungsi pembobot ω_i^0 dan nilai $\hat{\sigma}$ yang baru berdasarkan penduga awal $\hat{\beta}^0$.
 - c. Melakukan pengulangan iterasi sampai mendapatkan penduga yang konvergen dan tak bias.

3.4.2 Pemetaan IPM di Jawa Timur Tahun 2016

Langkah-langkah dalam pemetaan data IPM di Jawa Timur tahun 2016 adalah sebagai berikut:

1. Melakukan analisis deskriptif data.
2. Mendeteksi adanya pencilan.
3. Melakukan uji asumsi data.
4. Menentukan model SEM yang memuat pencilan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Membentuk model regresi linier berganda.
 - b. Melakukan uji autokorelasi spasial menggunakan uji *Moran 'I* dan uji LM.
 - c. Membentuk model SEM.
 - d. Membentuk model SEM yang memuat pencilan.
 - e. Melakukan perbandingan model terbaik.
5. Menentukan pemetaan hasil estimasi.



BAB IV PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model SEM yang Memuat Pencilan

4.1.1 Penentuan Parameter Model SEM

Model SEM merupakan model regresi spasial yang pada peubah *error*nya terdapat pengaruh spasial. Hal ini disebabkan adanya peubah penjelas yang tidak dilibatkan dalam model sehingga dihitung sebagai *error* dan peubah tersebut berkorelasi antar lokasi. Model SEM terbentuk apabila $\rho = 0$ dan $\lambda \neq 0$ sehingga model ini mengasumsikan bahwa proses *autoregressive* hanya pada *error*nya. Dari persamaan (2.1) diperoleh bentuk model SEM sebagai berikut:

$$y = X\beta + u$$

dengan,

$$u = \lambda W_2 u + \varepsilon$$

$$(I - \lambda W_2)u = \varepsilon$$

$$u = (I - \lambda W_2)^{-1} \varepsilon$$

atau dapat ditulis menjadi:

$$y = X\beta + (I - \lambda W_2)^{-1} \varepsilon \quad (4.1)$$

dengan $\varepsilon \sim N(0, I\sigma^2)$.

Untuk memperoleh nilai ε maka kedua ruas pada persamaan (4.1) dikalikan dengan $(I - \lambda W_2)$ (Viton, 2010).

$$y = X\beta + (I - \lambda W_2)^{-1} \varepsilon$$

$$(I - \lambda W_2)y = (I - \lambda W_2)X\beta + (I - \lambda W_2)(I - \lambda W_2)^{-1} \varepsilon$$

$$(I - \lambda W_2)y = (I - \lambda W_2)X\beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon = (I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\beta \quad (4.2)$$

4.1.2 Menentukan Nilai β

Pada penelitian ini, model SEM dianggap memuat pencilan, dengan θ merupakan fungsi yang parameternya memuat pencilan, sehingga persamaan (4.2) menjadi:

$$\theta \varepsilon = \theta(I - \lambda W_2)y - \theta(I - \lambda W_2)X\beta \quad (4.3)$$

Estimasi parameter model SEM yang memuat pencilan dapat diatasi dengan menggunakan metode estimasi yang bersifat *robust* terhadap pencilan yang dikenal dengan regresi *robust*. Pada penelitian ini regresi *robust* didekati menggunakan metode Penduga-S. Menurut Montgomery, dkk (2006), untuk menyelesaikan estimasi tersebut langkah pertama yang dilakukan adalah dengan meminimumkan fungsi objektif (fungsi jumlah kuadrat *error* yang memuat pencilan) sebagai berikut:

$$S = \varepsilon^T \theta \varepsilon \quad (4.4)$$

Selanjutnya persamaan (4.2) disubstitusikan ke persamaan (4.4) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} S &= [(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\beta]^T \theta [(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\beta] \\ &= [(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\beta]^T [\theta (I - \lambda W_2)y - \theta (I - \lambda W_2)X\beta] \\ &= [y^T(I - \lambda W_2)^T - \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T] [\theta (I - \lambda W_2)y - \theta (I - \lambda W_2)X\beta] \\ &= (y^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y - y^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)X\beta \\ &\quad - \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y + \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)X\beta) \\ &= (y^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y - (y^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)X\beta)^T \\ &\quad - \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y + \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)X\beta) \\ &= (y^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y - \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y \\ &\quad - \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)y + \beta^T X^T(I - \lambda W_2)^T \theta (I - \lambda W_2)X\beta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (\mathbf{y}^T(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)^T\theta(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)^T\theta(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)\mathbf{y} \\
&\quad + \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)^T\theta(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \tag{4.5}
\end{aligned}$$

Untuk mendapatkan estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ yang efisien maka perlu meminimumkan fungsi S pada persamaan (4.5) dengan mencari turunan parsial terhadap $\boldsymbol{\beta}^T$ dan memisalkan $(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2) = \mathbf{B}$ sehingga menjadi :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} &= \frac{\partial(\mathbf{y}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \\
&= 0 - 2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X})^T \\
&= -2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\
&= -2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \tag{4.6}
\end{aligned}$$

Kemudian persamaan (4.6) disamadengkan nol menjadi:

$$\begin{aligned}
0 &= -2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\
2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} &= 2\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} \\
\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} &= \mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y}
\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh estimasi parameter model SEM yang memuat pencilan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\beta}}_s &= (\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{B}^T\theta\mathbf{B}\mathbf{y} \\
&= (\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)^T\theta(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)^T\theta(\mathbf{I} - \lambda\mathbf{W}_2)\mathbf{y} \tag{4.7}
\end{aligned}$$

Kemudian dari persamaan (4.7) terdapat θ yang merupakan parameter yang memuat pencilan dan θ bersifat skalar, sehingga θ dapat dicari dengan cara mencari turunan parsial pertama dari θ terhadap $\boldsymbol{\beta}$ dan disama dengkan nol, atau bisa ditulis ψ disebut fungsi pengaruh yang merupakan turunan dari θ , sehingga dapat ditulis $(\frac{\partial \theta}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \psi)$. Dengan ψ merupakan fungsi pengaruh, maka persamaan (4.7) dapat ditulis menjadi:

$$\hat{\beta}_s = (X^T(I - \lambda W_2)^T \psi(I - \lambda W_2)X)^{-1} X^T(I - \lambda W_2)^T \psi(I - \lambda W_2)y \quad (4.8)$$

4.1.3 Proses Pembobotan

Menurut Draper dan Smith (1988) pada persamaan (2.29), fungsi pengaruh dari fungsi pembobot dinyatakan sebagai:

$$\omega_i = \omega(\boldsymbol{\varepsilon}_i^*) = \frac{\psi(\boldsymbol{\varepsilon}_i^*)}{\boldsymbol{\varepsilon}_i^*} \quad (4.9)$$

dengan $\boldsymbol{\varepsilon}_i^*$ merupakan sisaan yang distandardisasi terhadap estimasi standard deviasi ($\hat{\sigma}_s$) dari $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ yang bias, maka diperoleh:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^* = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_i}{\hat{\sigma}_s} \quad (4.10)$$

Untuk memperoleh nilai $\boldsymbol{\varepsilon}_i^*$ maka terlebih dahulu dengan menghitung standard deviasi residu ($\hat{\sigma}_s$). Berdasarkan definisi penduga-S pada persamaan (2.26), dan karena penduga-S merupakan minimasi dari penduga-M, dimana pada penduga-M menggunakan median untuk meminimumkan standard deviasi residu $\hat{\sigma}_s$, maka iterasi pertama pada penduga-S agar standard deviasi residu mencapai minimum menggunakan median sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_s = \frac{MAD(x)}{0,6745}$$

Kemudian untuk iterasi selanjutnya dengan menggunakan persamaan (2.28) sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_s = \frac{1}{nK} \sum_{i=1}^n \omega_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^2$$

persamaan tersebut diperoleh dari solusi $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_i}{\hat{\sigma}_s}\right) = \delta$ untuk mengatasi kekurangan metode penduga-M yang hanya menggunakan median sebagai estimator skala *robust*. Sehingga nilai $\boldsymbol{\varepsilon}_i^*$ pada persamaan (4.10) dapat diubah menjadi:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i^* = \frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}}{\hat{\sigma}_s} \quad (4.11)$$

Berdasarkan persamaan (4.11), maka fungsi pembobot pada persamaan (4.9) dapat diubah menjadi:

$$\omega_i = \frac{\psi\left(\frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}}{\hat{\sigma}}\right)}{\left(\frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}}{\hat{\sigma}}\right)}$$

$$\psi\left(\frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}}{\hat{\sigma}}\right) = \omega_i \left(\frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}}{\hat{\sigma}}\right) \quad (4.12)$$

maka $\psi = \omega_i$, sehingga persamaan (4.8) menjadi:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^* = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i (I - \lambda W_2)X)^{-1} X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i (I - \lambda W_2)y \quad (4.13)$$

dengan ω_i adalah matriks pembobot yang berukuran $n \times n$ dengan elemen-elemen diagonal yang berisi pembobot $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n$.

Adapun fungsi pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah fungsi pembobot *Tukey bisquare* pada persamaan (2.) yaitu:

$$\omega_i = \begin{cases} \left(1 - \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_i^*}{c}\right)^2\right)^2, & |\boldsymbol{\varepsilon}_i| \leq c \\ 0, & |\boldsymbol{\varepsilon}_i| > c \end{cases}$$

dan agar diperoleh *breakdown point* secara konsisten mendekati 50%, maka ditetapkan $c = 1,547$ (Rousseeuw and Yohai, 1984).

4.1.4 Penyelesaian Estimasi

Penyelesaian dari metode ini yaitu dengan melakukan iterasi sampai mencapai konvergen dengan IRLS. Pada iterasi ini nilai ω_i akan berubah di setiap iterasinya sehingga diperoleh $\hat{\boldsymbol{\beta}}^0, \hat{\boldsymbol{\beta}}^1, \dots, \hat{\boldsymbol{\beta}}^m, \hat{\boldsymbol{\beta}}^{m+1}$, maka estimasi awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}^0$ adalah:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^0 = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2)X)^{-1} X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2)y \quad (4.14)$$

dengan ω_i^0 adalah matriks pembobot pertama berukuran $n \times n$ yang berisi pembobot $\omega_1^0, \omega_2^0, \omega_3^0, \dots, \omega_n^0$, sehingga untuk estimator selanjutnya dapat ditulis:

$$\hat{\beta}^1 = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2) y \quad (4.15)$$

Kemudian untuk parameter sampai dengan m , dimana m adalah jumlah parameter yang akan di estimasi, maka untuk ω_i seterusnya adalah sebagai berikut:

$$\omega_i^{m-1} = \frac{\psi\left(\frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\beta}^{m-1}}{\hat{\sigma}}\right)}{\left(\frac{(I - \lambda W_2)y - (I - \lambda W_2)X\hat{\beta}^{m-1}}{\hat{\sigma}}\right)} \quad (4.16)$$

sehingga diperoleh $\hat{\beta}^m$ sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^m = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^{m-1} (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^{m-1} (I - \lambda W_2) y \quad (4.17)$$

Selanjutnya untuk pembobot ω_i^m , maka diperoleh estimator sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^{m+1} = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^m (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^m (I - \lambda W_2) y \quad (4.18)$$

Perhitungan tersebut akan terus berulang hingga diperoleh estimator yang konvergen, yaitu ketika selisih nilai $\hat{\beta}^{m+1}$ dan $\hat{\beta}^m$ mendekati nol. Semakin tinggi nilai m menunjukkan estimator semakin konvergen mendekati nol.

4.2 Pemetaan Data IPM di Jawa Timur Tahun 2016

4.2.1 Deskripsi Data

Pada penelitian ini model SEM yang memuat pencilan diterapkan pada data IPM di Jawa Timur pada tahun 2016. Data ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari BPS Provinsi Jawa Timur. IPM merupakan peubah terikat (Y) yang

digunakan dalam penelitian ini dan peubah bebas (X) yang digunakan terdiri dari angka harapan hidup (X_1), angka kematian bayi (X_2), persentase penduduk miskin (X_3), laju pertumbuhan penduduk (X_4), angka harapan sekolah (X_5), dan kepadatan penduduk (X_6).

Statistik deskriptif merupakan statistik yang digunakan untuk analisa data dengan cara mendeskripsikan atau menggambarkan suatu data. Statistika deskriptif untuk IPM di Jawa Timur tahun 2016 dapat ditunjukkan dengan menggunakan ukuran pemusatan dan penyebaran data yang diperoleh dari program SPSS pada Tabel 4.1 sebagai berikut:

Tabel 4.1 Statistika Deskriptif

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	Variance
Y	38	6,00	80,46	68,0563	11,64804	135,677
X1	38	65,89	73,87	71,0739	2,03143	4,127
X2	38	15,60	56,13	28,3947	11,43853	130,840
X3	38	4,33	24,11	11,8747	4,83442	23,372
X4	38	,03	1,57	,5713	,33247	,111
X5	38	11,37	15,38	12,9813	,90408	,817
X6	38	277,00	8166,00	1888,2632	2141,09370	4584282,253
Valid N (listwise)	38					

Berdasarkan Tabel 4.1 menunjukkan bahwa rata-rata IPM di Jawa Timur tahun 2016 sebesar 68,0563%, sehingga sebagian wilayah di Jawa Timur telah tergolong memiliki tingkat IPM yang tinggi. Namun, 31,9437% lainnya masih tergolong pada tingkat IPM rendah. Selain itu, pada tabel 4.1 dapat diketahui bahwa beberapa peubah bebas memiliki varians yang cukup besar yaitu pada peubah angka harapan hidup (X_2) dan kepadatan penduduk (X_6). Hal ini menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang cukup jauh antar kabupaten atau kota di Jawa Timur. Tetapi pada peubah angka harapan hidup (X_1), persentase

penduduk miskin (X_3), laju pertumbuhan penduduk (X_4), dan angka harapan sekolah (X_5) telah merata untuk setiap kabupaten atau kota.

Selain menggunakan ukuran pemusatan dan penyebaran data, untuk melihat gambaran tiap wilayah yang berpengaruh terhadap IPM di Jawa Timur dapat dilihat dengan gambar peta tematik. Peta tematik diklasifikasikan menjadi 5 bagian warna, dimulai dari warna biru tua menggambarkan pengaruh peubah yang sangat tinggi, warna biru muda menggambarkan pengaruh peubah yang tinggi, warna hijau menggambarkan pengaruh peubah yang sedang, warna *orange* menggambarkan pengaruh peubah yang rendah dan warna merah menunjukkan pengaruh peubah yang sangat rendah. Adapun gambar peta tematik IPM di Jawa Timur tahun 2016 sebagai berikut:



Gambar 4.1 Peta IPM

Berdasarkan Gambar 4.1 warna biru tua diklasifikasikan menjadi 5 wilayah yaitu kabupaten Sidoarjo, kota Surabaya, kota Madiun, kota Kediri, dan kota Malang. Warna biru muda diklasifikasikan menjadi 5 wilayah yaitu kabupaten Gresik, kabupaten Mojokerto, kota Mojokerto, kota Pasuruan, dan kota Probolinggo. Warna hijau diklasifikasikan menjadi 15 wilayah yaitu kabupaten

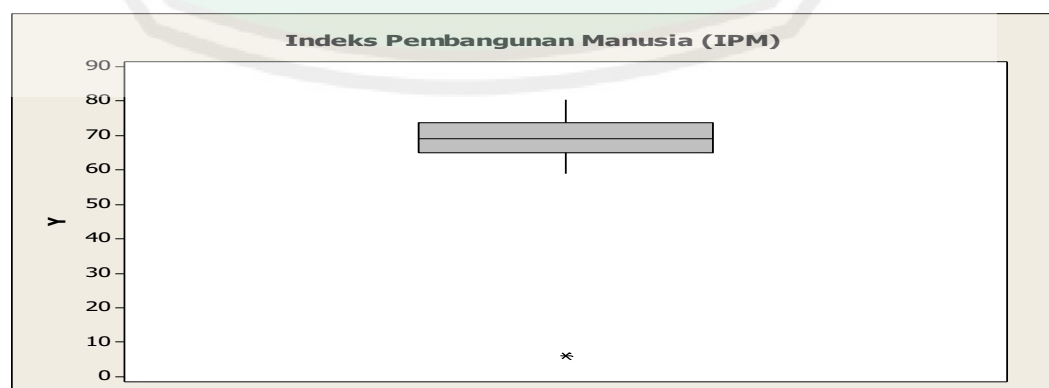
Banyuwangi, kabupaten Malang, kabupaten Blitar, kabupaten Trenggalek, kabupaten Tulungagung, kabupaten Ponorogo, kabupaten Kediri, kabupaten Jombang, kabupaten Nganjuk, kabupaten Madiun, kabupaten Ngawi, kabupaten Bojonegoro, kabupaten Lamongan, kota Blitar, dan kota Batu. Warna *orange* diklasifikasikan menjadi 11 wilayah yaitu kabupaten Pacitan, kabupaten Tuban, kabupaten Pasuruan, kabupaten Probolinggo, kabupaten Lumajang, kabupaten Jember, kabupaten Situbondo, kabupaten Bangkalan, kabupaten Sampang, kabupaten Pamekasan, dan kabupaten Sumenep. Sedangkan warna merah diklasifikasikan menjadi 2 wilayah yaitu kabupaten Magetan dan kabupaten Bondowoso.

Peta Tematik yang menggambarkan faktor-faktor yang kemungkinan berpengaruh pada IPM di Jawa Timur tahun 2016 terlampir pada lampiran 8.

4.2.2 Deteksi Pencilan

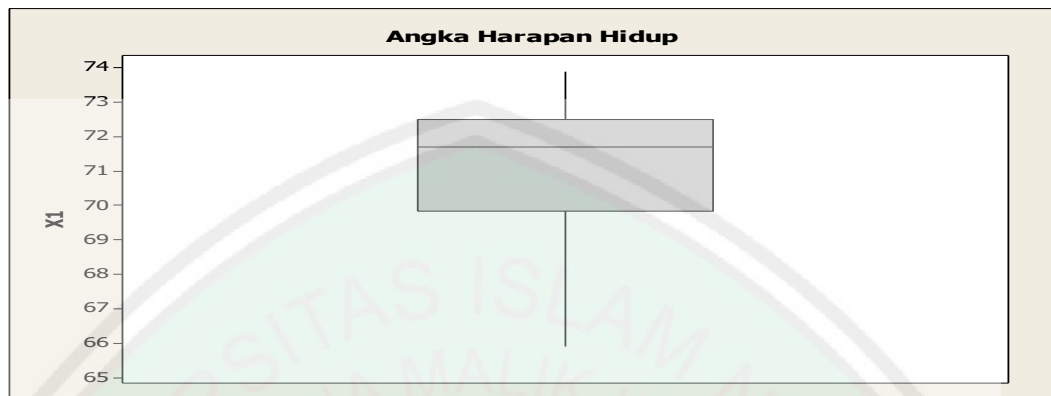
a) *Boxplot*

Metode *boxplot* merupakan metode yang digunakan untuk mendeteksi adanya pencilan yakni dengan menggunakan kuartil dari jangkauan. Pencilan pada *boxplot* disimbolkan dengan tanda (*). Hasil deteksi pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 serta peubah-peubah yang berpengaruh sebagai berikut:



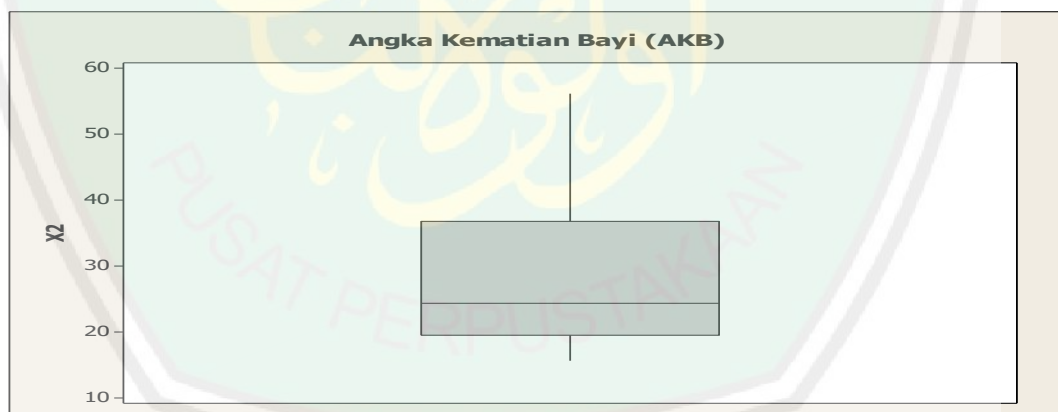
Gambar 4.2 *Boxplot* Indeks Pembangunan Manusia (IPM)

Berdasarkan Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa pada peubah IPM (Y) terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah Y yaitu $Q_1 = 64,94$, *median* = 68,98, dan $Q_3 = 73,705$.



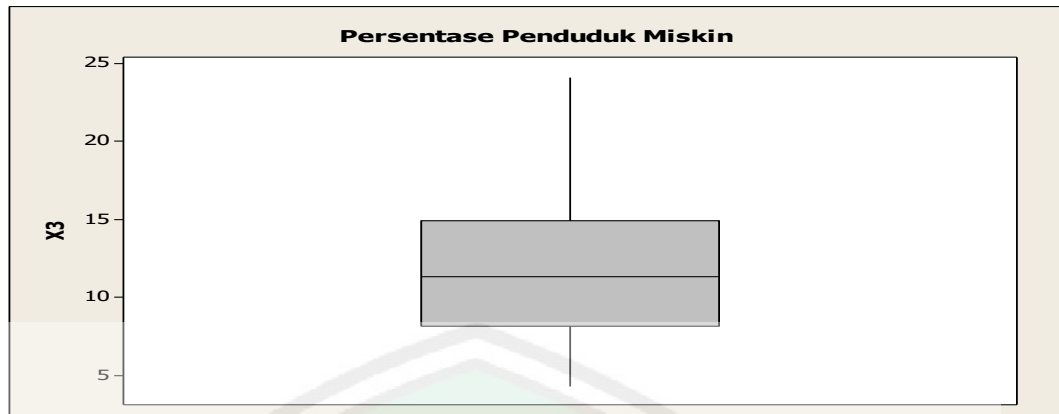
Gambar 4.3 *Boxplot* Angka Harapan Hidup

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat diketahui bahwa pada peubah angka harapan hidup (X_1) tidak terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah X_1 yaitu $Q_1 = 69,8425$, *median* = 71,7, dan $Q_3 = 72,5$.



Gambar 4.4 *Boxplot* Angka Kematian Bayi

Berdasarkan Gambar 4.4 dapat diketahui bahwa pada peubah angka kematian bayi (X_2) tidak terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah X_2 yaitu $Q_1 = 19,5575$, *median* = 24,325, dan $Q_3 = 36,725$.



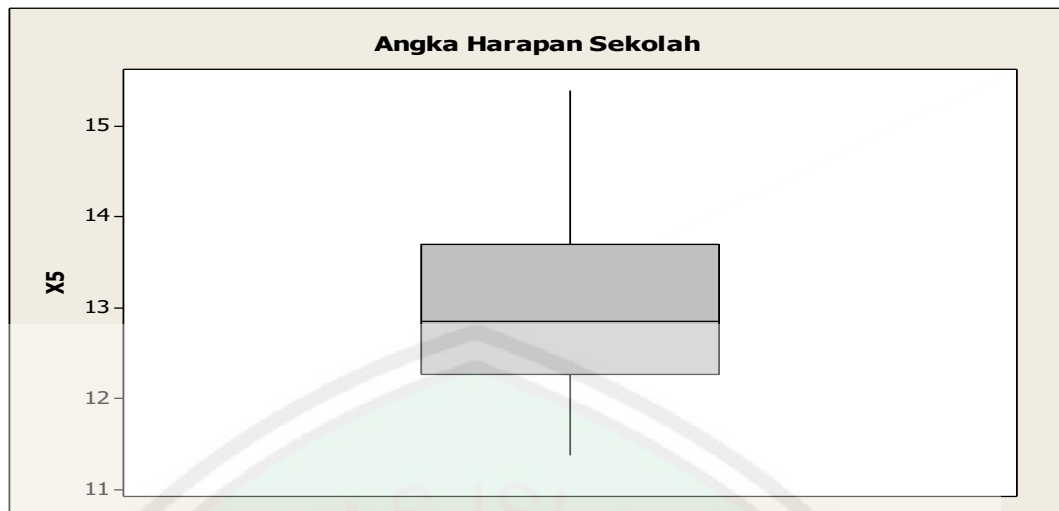
Gambar 4.5 *Boxplot* Persentase Penduduk Miskin

Berdasarkan Gambar 4.5 dapat diketahui bahwa pada peubah persentase penduduk miskin (X_3) tidak terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah X_3 yaitu $Q_1 = 8,165$, *median* = 11,355, dan $Q_3 = 14,9175$.



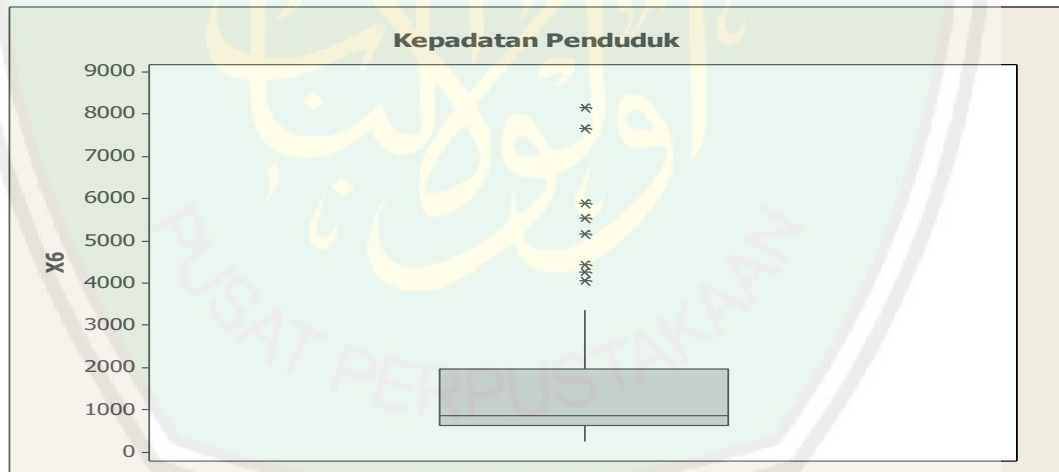
Gambar 4.6 *Boxplot* Laju Pertumbuhan Penduduk

Berdasarkan Gambar 4.6 dapat diketahui bahwa pada peubah laju pertumbuhan penduduk (X_4) terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah X_4 yaitu $Q_1 = 0,3475$, *median* = 0,5, dan $Q_3 = 0,7825$.



Gambar 4.7 *Boxplot* Angka Harapan Sekolah

Berdasarkan Gambar 4.7 dapat diketahui bahwa pada peubah angka harapan sekolah (X_5) tidak terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah X_5 yaitu $Q_1 = 12,2575$, $median = 12,845$, dan $Q_3 = 13,69$.



Gambar 4.8 *Boxplot* Kepadatan Penduduk

Berdasarkan Gambar 4.8 dapat diketahui bahwa pada peubah kepadatan penduduk (X_6) terdeteksi adanya pencilan. Nilai statistik yang diperoleh dari *boxplot* peubah X_6 yaitu $Q_1 = 638$, $median = 886$, dan $Q_3 = 1986,75$.

Kriteria data yang merupakan pencilan pada metode *boxplot* yaitu jika nilai dari suatu data kurang dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_1 atau nilai dari suatu data lebih dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_3 dengan $IQR = Q_3 - Q_1$. Adapun hasil perhitungan nilai kuartil 1 (Q_1), kuartil 3 (Q_3), dan *Inter Quartile Range* (IQR) untuk mendeteksi adanya pencilan sebagai berikut:

Tabel 4.2 Perhitungan *Inter Quartile Range* (IQR)

No.	Peubah	Q_1	Q_3	Nilai IQR	$1,5 \times IQR$
1	Y	64,94	73,705	8,765	13,1475
2	X_1	69,8425	72,5	2,6575	3,98625
3	X_2	19,5575	36,725	17,1675	25,75125
4	X_3	8,165	14,9175	6,7525	10,12875
5	X_4	0,3475	0,7825	0,435	0,6525
6	X_5	12,2575	13,69	1,4325	2,14875
7	X_6	638	1986,75	1348,75	2023,125

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat diketahui bahwa terdapat data yang nilainya kurang dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_1 dan juga terdapat data yang nilainya lebih dari $1,5 \times IQR$ terhadap Q_3 . Sehingga dapat disimpulkan bahwa (*) yang terdapat dalam *boxplot* merupakan pencilan.

b) *DfFITS (Difference fitted value FITS)*

Kriteria data yang merupakan pencilan pada metode ini *DfFITS (Difference fitted value FITS)* yaitu jika nilai absolute dari *DfFITS* lebih besar dari $2\sqrt{\frac{p}{n}}$, maka data tersebut diidentifikasi sebagai pencilan, dengan p banyaknya peubah independen dan n banyaknya observasi. Pada penelitian ini, banyaknya peubah bebas (p) adalah 6 peubah dan banyaknya observasi (n) adalah 38 Kabupaten atau Kota yang tersebar di wilayah Provinsi Jawa Timur. Sehingga diperoleh $2\sqrt{\frac{p}{n}} = 2\sqrt{\frac{6}{38}} = 2\sqrt{0,1578947368} = 0,7947194141$. Perhitungan nilai *DfFITS* beserta deteksi pencilan tersaji dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.3 Nilai DfFITS (*Difference fitted value FITS*)

Data ke-	Kab/Kota	DfFITS	DfFITS	Keterangan
1	Kab.Pacitan	0,1428	0,1428	Bukan
2	Kab.Ponorogo	0,2668	0,2668	Bukan
3	Kab.Trenggalek	0,0793	0,0793	Bukan
4	Kab.Tulungagung	0,0691	0,0691	Bukan
5	Kab.Blitar	0,0359	0,0359	Bukan
6	Kab.Kediri	0,0664	0,0664	Bukan
7	Kab.Malang	-0,0315	0,0315	Bukan
8	Kab.Lumajang	-0,0689	0,0689	Bukan
9	Kab.Jember	-0,8179	0,8179	Pencilan
10	Kab.Banyuwangi	0,1792	0,1792	Bukan
11	Kab.Bondowoso	0,2612	0,2612	Bukan
12	Kab.Situbondo	0,0767	0,0767	Bukan
13	Kab.Probolinggo	0,1201	0,1201	Bukan
14	Kab.Pasuruan	-0,2682	0,2682	Bukan
15	Kab.Sidoarjo	-0,9149	0,9149	Pencilan
16	Kab.Mojokerto	-0,0119	0,0119	Bukan
17	Kab.Jombang	0,0484	0,0484	Bukan
18	Kab.Nganjuk	0,1159	0,1159	Bukan
19	Kab.Madiun	0,1817	0,1817	Bukan
20	Kab.Magetan	-16,0630	16,0630	Pencilan
21	Kab.Ngawi	0,2916	0,2916	Bukan
22	Kab.Bojonegoro	0,0677	0,0677	Bukan
23	Kab.Tuban	0,0724	0,0724	Bukan
24	Kab.Lamongan	0,5051	0,5051	Bukan
25	Kab.Gresik	0,2726	0,2726	Bukan
26	Kab.Bangkalan	-0,3538	0,3538	Bukan
27	Kab.Sampang	-0,6007	0,6007	Bukan
28	Kab.Pamekasan	-0,0550	0,0550	Bukan
29	Kab.Sumenep	0,0827	0,0827	Bukan
30	Kota Kediri	0,1097	0,1097	Bukan
31	Kota Blitar	0,0299	0,0299	Bukan
32	Kota Malang	0,3077	0,3077	Bukan
33	Kota Probolinggo	-0,1402	0,1402	Bukan
34	Kota Pasuruan	-0,9048	0,9048	Pencilan
35	Kota Mojokerto	-0,2466	0,2466	Bukan
36	Kota Madiun	0,2427	0,2427	Bukan
37	Kota Surabaya	-0,0538	0,0538	Bukan
38	Kota Batu	0,0436	0,0436	Bukan

Berdasarkan Tabel 4.3 dapat diketahui bahwa pencilan terdeteksi pada wilayah kabupaten Jember, kabupaten Sidoarjo, kabupaten Magetan dan kota Pasuruan.

4.2.3 Uji Asumsi Data

1. Uji Normalitas

Salah satu metode yang digunakan dalam uji normalitas yaitu dengan uji *Kolmogorov-smirnov*. Dasar pengambilan keputusan dalam uji normalitas yaitu apabila nilai signifikansinya lebih besar dari 0,05, maka data tersebut berdistribusi normal. Sebaliknya, apabila nilai signifikansinya lebih kecil dari 0,05, maka data tersebut tidak berdistribusi normal. Dari perhitungan uji *Kolmogorov-Smirnov* yang terlampir di lampiran 3 diperoleh nilai *Kolmogorov-smirnov Z* sebesar 0,568 dan nilai signifikansinya sebesar 0,715 lebih besar dari 0,05. Jadi, dapat disimpulkan bahwa residual pada model berdistribusi normal.

2. Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas bertujuan untuk mengetahui keberadaan hubungan linier diantara peubah-peubah bebas dalam model regresi. Pengambilan keputusan pada uji multikolinieritas dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu:

1. Jika nilai Tolerance lebih besar dari 0,10 maka artinya tidak terjadi Multikolinieritas. Sebaliknya jika nilai Tolerance lebih kecil dari 0,10 maka terjadi multikolinieritas.
2. Jika nilai VIF lebih kecil dari 10,00 maka tidak terjadi multikolinieritas. Sebaliknya, jika nilai VIF lebih besar dari 10,00 maka terjadi multikolinieritas.

Tabel 4.4 Uji Multikolinieritas

No.	Peubah	Nilai Tolerance	Nilai VIF
1	X_1	0,285	3,515
2	X_2	0,273	3,667
3	X_3	0,371	2,697
4	X_4	0,902	1,109
5	X_5	0,417	2,396
6	X_6	0,448	2,232

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat diketahui bahwa nilai Tolerance lebih besar dari 0,10 dan nilai VIF lebih kecil dari 10,0. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa dalam model tidak terjadi multikolinieritas.

3. Uji Heteroskedastisitas

Uji heteroskedastisitas bertujuan untuk mengetahui apakah dalam model regresi terjadi ketidaksamaan varians dari sisaan antara satu pengamatan ke pengamatan lain. Jika varians dari sisaan satu pengamatan ke pengamatan lain tetap, maka disebut homoskedastisitas. Sebaliknya, jika berbeda maka disebut heteroskedastisitas. Model regresi yang baik adalah yang homoskedastisitas atau tidak terjadi heteroskedastisitas. Salah satu metode yang digunakan dalam uji heteroskedastisitas yaitu uji Glejser. Uji ini meregresi absolut sisaan sebagai peubah dependen. Jika nilai signifikansi lebih kecil dari 0,05 maka terjadi heteroskedastisitas, dan jika nilai signifikansi lebih besar dari 0,05 maka terjadi homoskedastisitas. Hasil uji heteroskedastisitas tersaji dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 4.5 Uji Heteroskedastisitas

No.	Peubah	Nilai Signifikansi	Keterangan
1	X_1	0,891	Homoskedastisitas
2	X_2	0,688	Homoskedastisitas
3	X_3	0,399	Homoskedastisitas
4	X_4	0,083	Homoskedastisitas
5	X_5	0,087	Homoskedastisitas
6	X_6	0,355	Homoskedastisitas

Berdasarkan Tabel 4.5 dapat diketahui bahwa peubah $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5,$ dan X_6 memiliki nilai signifikansi yang lebih besar dari 0,05. Sehingga, dapat disimpulkan bahwa pada model regresi tidak terjadi heteroskedastisitas.

4.2.4 Model Regresi Klasik

Setelah melakukan uji asumsi data, langkah selanjutnya yaitu membuat persamaan regresi dengan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Metode OLS merupakan metode yang sering digunakan untuk menaksir parameter model regresi dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*. Pemodelan regresi dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui peubah-peubah yang berpengaruh secara signifikan terhadap IPM di Jawa Timur tahun 2016. Adapun estimasi parameter model regresi metode OLS dengan menggunakan *software* Geoda sebagai berikut:

Tabel 4.6 Hasil Estimasi Parameter Model Regresi

Peubah	Koefisien	SE	t_{hitung}	$t_{37}^{0,05}$	Keterangan
<i>Constant</i>	-3,61417	18,9049	-0,191176	2,03	Tidak
X_1	-0,0414686	0,0437428	-0,94801	2,03	Tidak
X_2	-0,232192	0,0846741	-0,74218	2,03	Tidak
X_3	0,568877	0,794024	0,716448	2,03	Tidak
X_4	2,2284	0,429335	5,19035	2,03	Signifikan
X_5	0,000593	0,000175321	3,38279	2,03	Signifikan
X_6	0,661078	0,235317	2,80931	2,03	Signifikan
<i>R-squared</i> : 0,832531					
<i>Akaike Info Criterion</i> (AIC) : 146,216					

Berdasarkan Tabel 4.6 dapat diketahui peubah-peubah yang berpengaruh secara signifikan terhadap IPM dengan kriteria, jika $t_{hitung} > t_{tabel}$ maka berpengaruh secara signifikan. Dengan $\alpha = 0,05$, diperoleh peubah yang berpengaruh secara signifikan terhadap IPM yaitu peubah laju pertumbuhan penduduk (X_4), angka harapan sekolah (X_5), dan kepadatan penduduk (X_6), karena memiliki nilai $t_{hitung}(5,19035) > t_{tabel}(2,03)$ pada peubah X_4 , $t_{hitung}(3,38279) > t_{tabel}(2,03)$ pada peubah X_5 , dan pada peubah X_6 nilai $t_{hitung}(2,80931) > t_{tabel}(1,69)$. Sehingga diperoleh model regresi pada IPM di Jawa Timur tahun 2016 sebagai berikut:

$$\hat{y} = -3,61417 + 2,2284X_4 + 0,000593X_5 + 0,661078X_6$$

Selain itu, diperoleh nilai AIC sebesar 146,216 dan *R-squared* sebesar 0,832531, artinya 83,2% di antara keragaman dalam peubah *Y* dapat dijelaskan oleh hubungan linearnya dengan peubah *X*.

4.2.5 Uji Autokorelasi Spasial

a. Uji *Moran's I*

Nilai statistik *Moran's I* yang diperoleh dengan menggunakan *software* Geoda yaitu 0,3234. Melalui transformasi kedalam distribusi normal baku diperoleh nilai Z_{hitung} sebesar 3,1831 dan P_value sebesar $0,00146 < \alpha_{0,05}$, maka dapat diketahui adanya efek autokorelasi spasial. Akan tetapi, uji *Moran's I* kurang spesifik untuk mendeteksi efek autokorelasi spasial sehingga perlu dilakukan pengujian secara terpisah dengan uji *Lagrange Multiplier* (LM) untuk mendeteksi lebih spesifik apakah terdapat autokorelasi spasial pada lag, *error*, atau keduanya.

b. Uji *Lagrange Multiplier* (LM)

Uji *Lagrange Multiplier* (LM) dilakukan untuk menentukan apakah model memiliki efek spasial atau tidak. Dalam pengujian ini dikatakan signifikan apabila nilai $P_value < \alpha$. Jika nilai P_value signifikan terhadap lag maka dapat dilanjutkan dengan model SAR, jika signifikan terhadap *error* maka dapat dilanjutkan dengan model SEM, dan jika signifikan terhadap lag dan *error* maka dilanjutkan dengan model SARMA. Adapun hasil uji LM dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ menggunakan *software* Geoda sebagai berikut:

Tabel 4.7 Hasil Uji *Lagrange Multiplier*

Uji	Nilai	<i>P</i> value	Keterangan
LM_{Lag}	0,1122	0,73765	Tidak
LM_{Error}	5,6523	0,01743	Signifikan

Berdasarkan Tabel 4.7 dapat diketahui bahwa nilai LM_{Lag} sebesar 0,1122 dengan nilai $P_{value} = 0,73765 > 0,05$, artinya tidak terdapat efek spasial lag pada data. Sedangkan nilai LM_{Error} sebesar 5,6523 dengan nilai $= 0,01743 < 0,05$, artinya terdapat efek spasial *error* pada data. Sehingga dapat dilanjutkan dengan model SEM.

4.2.6 Model SEM

Kesimpulan dari hasil uji LM pada Tabel 4.7 terdapat efek spasial pada *error*, sehingga perlu dilanjutkan pada model SEM. Pada penelitian ini matriks pembobot spasial yang digunakan adalah tipe *rook contiguity*. Matriks pembobot ini menunjukkan adanya pengelompokan wilayah yang memiliki persinggungan sisi dari wilayah tersebut, dimana memberikan nilai 1 untuk wilayah yang bersisian dan nilai 0 untuk daerah lainnya. Selanjutnya dilakukan normalisasi pada matriks pembobot spasial tersebut dengan normalisasi baris. Artinya bahwa matriks tersebut ditransformasi sehingga jumlah dari masing-masing baris matriks menjadi sama dengan satu dengan cara membagi setiap nilai dengan jumlah elemen pada baris tersebut. Matriks pembobot spasial yang telah dinormalisasi dapat dilihat pada lampiran 6.

Matriks pembobot spasial tersebut akan digunakan dalam menentukan model SEM dengan aplikasi Geoda untuk mengidentifikasi IPM di Jawa Timur tahun 2016, sehingga dapat ditentukan ada atau tidaknya keterkaitan IPM antara

satu wilayah dengan wilayah lain yang berdekatan. Adapun hasil pemodelan SEM sebagai berikut:

Tabel 4.8 Hasil Estimasi Model SEM

Peubah	Koefisien	SE	P_value	Keterangan
<i>Constant</i>	-5,43351	16,1691	0,00736	Signifikan
λ	0,585632	0,130054	0,00001	Signifikan
X_1	-0,0827431	0,0334808	0,13046	Tidak
X_2	-0,124445	0,0833334	0,13535	Tidak
X_3	1,27968	0,646225	0,04768	Signifikan
X_4	2,35305	0,339723	0,00001	Signifikan
X_5	0,000619824	0,000122184	0,00001	Signifikan
X_6	0,65824	0,130054	0,00085	Signifikan
<i>R-squared</i> : 0,956094				
<i>Akaike Info Criterion</i> (AIC) : 137,613				

Berdasarkan Tabel 4.8 menunjukkan bahwa nilai *R-squared* sebesar 95%, artinya model tersebut mampu menjelaskan keragaman dari IPM sebesar 95% dan sisanya dijelaskan oleh peubah lain. Dengan memperhatikan nilai *P_value* dapat diketahui bahwa parameter koefisien *error* (λ) signifikan dengan nilai *P_value* sebesar $0,00001 < \alpha_{0,05}$, artinya terdapat pengaruh spasial yang berpengaruh terhadap pengamatan. Selain itu, peubah konstan dengan nilai *P_value* sebesar $0,00736 < \alpha_{0,05}$ dan peubah persentase penduduk miskin (X_3), laju pertumbuhan penduduk (X_4), angka harapan sekolah (X_5), dan kepadatan penduduk (X_6), memberikan pengaruh yang signifikan terhadap IPM. Sedangkan peubah angka harapan hidup (X_1) dan angka kematian bayi (X_2) tidak berpengaruh secara signifikan terhadap IPM di Jawa Timur. Sehingga diperoleh model SEM sebagai berikut:

$$y_i = -5,43351 + 1,27968X_{3i} + 2,35305X_{4i} + 0,000619824X_{5i} \\ + 0,65824X_{6i} + 0,585632 \sum_{i=1, j=1, i \neq j}^n W_{ij}u_j + \varepsilon$$

Selain itu, untuk mengetahui bahwa model SEM menghasilkan nilai estimasi yang lebih baik, dapat diketahui dengan cara membandingkan nilai spasial dependen yang lebih kecil dari $\alpha(0,05)$ pada tabel 4.9 sebagai berikut:

Tabel 4.9 Analisis Dependensi Spasial

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE			
SPATIAL ERROR DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : WIPM			
TEST	DF	VALUE	PROB
Likelihood Ratio Test	1	8.6031	0.00336

Berdasarkan Tabel 4.9 dapat diketahui bahwa nilai P_{value} (0,00336) < $\alpha(0,05)$, hal tersebut menunjukkan bahwa model regresi spasial dapat memberikan penjelasan yang lebih baik dari model regresi klasik. Selain itu juga dapat dilihat dari perbandingan nilai *R-squared* dan nilai *Akaike Info Criteruion* (AIC). Pada model SEM nilai *R-squared* (0,956094) lebih besar dari nilai *R-squared* regresi klasik (0,832531), sedangkan nilai AIC pada model SEM 137,613 lebih kecil dari nilai AIC model regresi klasik sebesar 146,216. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model SEM dapat memberikan hasil estimasi yang lebih baik.

4.2.7 Model SEM yang Memuat Pencilan

Langkah selanjutnya adalah melakukan analisis model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016. Analisis data tersebut dilakukan menggunakan regresi *robust* dengan metode Penduga-S. Hasil estimasi model SEM yang memuat pencilan dengan *software* Matlab R2010a sebagai berikut:

Tabel 4.10 Hasil Estimasi Model SEM Memuat Pencilan

Peubah	Estimasi	Z _{hitung}	P _{value}	Keterangan
λ	0,585632	0,130054	0,00001	Signifikan
Constant	-3,5462	-0,0237	0,04906	Signifikan
X_1	0,8243	0,4448	0,03298	Signifikan
X_2	-0,0996	-0,3021	0,38203	Tidak
X_3	0,1550	0,2326	0,04088	Signifikan
X_4	4,6671	0,7640	0,02254	Signifikan
X_5	-2,2528	-0,6629	0,02562	Signifikan
X_6	0,2110	1,2449	0,01114	Signifikan

Dari Hasil estimasi pada Tabel 4.10 jika digunakan $\alpha = 0,1$, maka didapatkan model *robust spatial error* pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 sebagai berikut:

$$y_i = -3,5462 + 0,8243X_{1i} + 0,1550X_{3i} + 4,6671X_{4i} - 2,2528X_{5i} + 0,2110X_{6i} + 0,585632 \sum_{i=1, j=1, i \neq j}^n W_{ij}u_j + \varepsilon$$

Dari model tersebut dapat diketahui bahwa apabila faktor lain dianggap konstan, maka angka harapan hidup naik sebesar satu satuan maka bisa meningkatkan IPM sebesar 0,82. Apabila persentase penduduk miskin naik sebesar satu satuan maka dapat meningkatkan IPM sebesar 0,15. Apabila laju pertumbuhan penduduk naik satu satuan maka IPM akan meningkat sebesar 4,66. Apabila angka harapan sekolah naik sebesar satu satuan maka akan meningkatkan IPM sebesar 2,25. Dan apabila kepadatan penduduk naik sebesar satu satuan juga akan meningkatkan IPM sebesar 0,21.

4.2.8 Perbandingan Model SEM dengan Model SEM yang Memuat Pencilan

Perbandingan model SEM dengan model SEM yang memuat pencilan dilakukan untuk mengetahui ketepatan model yang digunakan pada data IPM di

Jawa Timur tahun 2016 dengan menggunakan nilai AIC. Perbandingan nilai AIC yang diperoleh adalah sebagai berikut:

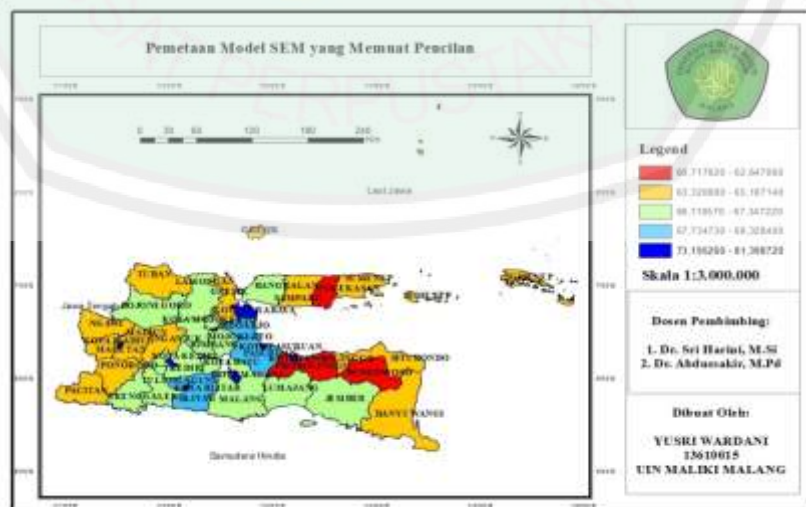
Tabel 4.11 Perbandingan Nilai AIC

No.	Jenis Model	Nilai AIC
1	Model SEM	137,613
2	Model SEM yang memuat pencilan	133,826

Berdasarkan Tabel 4.11 nilai AIC yang diperoleh dari model SEM adalah 137,613, sedangkan nilai AIC dari model SEM yang memuat pencilan adalah 133,826. Hal tersebut menunjukkan bahwa model SEM yang memuat pencilan lebih baik untuk menggambarkan IPM di Jawa Timur tahun 2016 karena memiliki nilai AIC yang lebih kecil.

4.2.9 Pemetaan Hasil Estimasi

Setelah mengetahui bahwa model SEM yang memuat pencilan lebih baik dalam menjelaskan IPM di Jawa Timur tahun 2016, maka langkah selanjutnya yaitu pemetaan hasil estimasi parameter model SEM yang memuat pencilan. Pemetaan global model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 adalah sebagai berikut:



Gambar 4.9 Peta Model SEM yang Memuat Pencilan

Gambar 4.9 merupakan peta IPM di Jawa Timur tahun 2016, dimana pada peta tersebut sudah diberikan perbedaan perlakuan, yakni dengan pendekatan model SEM yang memuat pencilan. Klasifikasi warna sama dengan peta pada Gambar 4.1, yaitu dimulai dari warna biru tua yang menunjukkan IPM yang sangat tinggi sampai dengan warna merah yang menunjukkan tingkat IPM yang sangat rendah.

Berdasarkan Gambar 4.9 warna biru tua diklasifikasikan menjadi 8 wilayah yaitu kota Surabaya, kota Madiun, kota Kediri, kota Malang, kota Pasuruan, kota Probolinggo, kota Blitar, dan kota Mojokerto. Warna biru muda diklasifikasikan menjadi 3 wilayah yaitu kabupaten Sidoarjo, kabupaten Pasuruan, dan kabupaten Blitar. Warna hijau diklasifikasikan menjadi 12 wilayah yaitu kota Batu, kabupaten Bojonegoro, kabupaten Lamongan, kabupaten Bangkalan, kabupaten Jombang, kabupaten Mojokerto, kabupaten Kediri, kabupaten Trenggalek, kabupaten Tulungagung, kabupaten Malang, kabupaten Lumajang, dan kabupaten Jember. Warna *orange* diklasifikasikan menjadi 12 wilayah yaitu kabupaten Pacitan, kabupaten Tuban, kabupaten Situbondo, kabupaten Sampang, kabupaten Sumenep, kabupaten Magetan, kabupaten Ponorogo, kabupaten Madiun, kabupaten Nganjuk, kabupaten Ngawi, kabupaten Gresik, dan kabupaten Banyuwangi. Sedangkan warna merah diklasifikasikan menjadi 3 wilayah yaitu kabupaten Bondowoso, kabupaten Probolinggo, dan kabupaten Pamekasan.

Selanjutnya dicari pengaruh peubah secara lokal pada setiap kabupaten atau kota di Jawa Timur. Adapun peubah signifikan di setiap kabupaten atau kota dapat dilihat pada Tabel 4.12 sebagai berikut:

Tabel 4.12 Peubah Signifikan

Keterangan	Peubah Signifikan	Kabupaten/Kota
Kelompok 1	X_1	Kab. Trenggalek, Kab. Tulungagung, Kab. Blitar, Kab. Ponorogo, Kota Blitar
Kelompok 2	X_2	Kab. Situbondo
Kelompok 3	X_4	Kota Probolinggo
Kelompok 4	X_5	Kab. Madiun, Kota Madiun
Kelompok 5	X_1, X_4	Kab. Mojokerto, Kota Mojokerto
Kelompok 6	X_1, X_5	Kab. Magetan, Kab. Kediri, Kab. Malang, Kab. Jombang, Kota Malang, Kota Batu
Kelompok 7	X_2, X_5	Kab. Jember
Kelompok 8	X_3, X_6	Kab. Pacitan, Kab. Tuban
Kelompok 9	X_1, X_2, X_5	Kota Surabaya
Kelompok 10	X_1, X_3, X_6	Kab. Ngawi, Kab. Lamongan
Kelompok 11	X_1, X_4, X_5	Kab. Sidoarjo, Kab. Gresik, Kota Kediri
Kelompok 12	X_2, X_3, X_6	Kab. Sumenep, Kab. Probolinggo, Kab. Bondowoso
Kelompok 13	X_2, X_4, X_5	Kab. Pasuruan, Kota Pasuruan
Kelompok 14	X_3, X_5, X_6	Kab. Bojonegoro
Kelompok 15	X_2, X_3, X_4, X_6	Kab. Pamekasan, Kab. Sampang
Kelompok 16	X_2, X_3, X_4, X_5, X_6	Kab. Bangkalan
Kelompok 17	Kosong	Kab. Lumajang, Kab. Banyuwangi, Kab. Nganjuk

Berdasarkan Tabel 4.12 dapat diketahui bahwa terdapat 17 kelompok peubah yang berpengaruh terhadap IPM di setiap wilayah Kabupaten atau Kota di Jawa Timur. Sehingga pemetaan lokal model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 dengan menggunakan *software* ArcMap GIS 10.1 dapat dilihat pada Gambar 4.10.

Pada kelompok 1 peubah yang signifikan terhadap IPM di Jawa Timur yaitu angka harapan hidup, yang terdiri dari 5 wilayah kabupaten atau kota. Peubah signifikan pada kelompok 2 yaitu angka kematian bayi yang hanya terdapat pada 1 wilayah. Peubah signifikan kelompok 3 yaitu laju pertumbuhan penduduk yang terdapat pada 1 wilayah. Peubah signifikan kelompok 4 yaitu angka harapan sekolah (X_5) yang juga terdiri dari 1 wilayah. Pada kelompok 5 terdapat 2 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka harapan hidup dan laju

pertumbuhan penduduk. Kelompok 6 terdiri dari 6 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka harapan hidup dan angka harapan sekolah. Kelompok 7 terdiri dari 1 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka kematian bayi dan angka harapan sekolah. Peubah signifikan pada kelompok 8 yaitu peubah persentase penduduk miskin dan kepadatan penduduk yang terdapat pada 2 wilayah. Pada kelompok 9 terdapat 1 wilayah yang berpengaruh signifikan, yaitu pada peubah angka harapan hidup, angka kematian bayi, dan angka harapan sekolah. Kelompok 10 terdiri dari 2 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka harapan hidup, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk.



Gambar 4.10 Peta Signifikansi Peubah di Setiap Kab/Kota

Kemudian pada kelompok 11 terdiri dari 3 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka harapan hidup, angka harapan sekolah, dan kepadatan penduduk. Kelompok 12 terdiri dari 3 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka kematian bayi, persentase penduduk miskin, dan kepadatan penduduk. Kelompok 13 terdiri dari 3 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka kematian bayi, angka harapan sekolah, dan kepadatan penduduk. Kelompok 14

terdiri dari 1 wilayah yang berpengaruh signifikan terhadap peubah persentase penduduk miskin, angka harapan sekolah, dan kepadatan penduduk. Kelompok 15 terdiri dari 2 wilayah yang berpengaruh terhadap peubah angka kematian bayi, persentase penduduk miskin, laju pertumbuhan penduduk, dan kepadatan penduduk. Kelompok 16 terdiri dari 1 wilayah yang signifikan terhadap peubah angka kematian bayi, persentase penduduk miskin, laju pertumbuhan penduduk, angka harapan sekolah, dan kepadatan penduduk. Selanjutnya pada kelompok 17 tidak terdapat peubah signifikan yang terdapat pada 3 wilayah.

4.2.10 Kajian Islam tentang Estimasi

Menurut Abdussakir (2007), estimasi adalah keterampilan untuk menentukan sesuatu tanpa melakukan proses perhitungan secara eksak. Dalam matematika terdapat tiga jenis estimasi yaitu estimasi banyak atau jumlah, estimasi pengukuran, dan estimasi komputasional.

Pada bab sebelumnya telah dijelaskan tentang konsep estimasi (perkiraan) dalam al-Quran surat ash-Shaffat ayat 147. Pada ayat tersebut dijelaskan bahwa nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya seratus ribu orang atau lebih. Tidak ada kepastian dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus. Mengapa Allah Swt. tidak menyebutkan jumlah umat nabi Yunus secara pasti, padahal Allah Swt. mengetahui segala sesuatu termasuk jumlah umat nabi Yunus. Hal tersebut mengisyaratkan kepada seluruh manusia untuk berfikir dan mengkaji sesuatu yang belum pasti ukurannya dengan cara melakukan estimasi.

Terdapat perbedaan pendapat para ulama' dalam menafsirkan ayat tersebut. Menurut Al-Mahalli dan Asy-Syuyuthi (2000), dalam tafsir Jalalain menjelaskan bahwa وَأَرْسَلْنَاهُ *“dan kami mengutusnyanya”* sesudah itu, seperti

sebelumnya kepada kaumnya di kota Niwana di kawasan Maushul إِلَى مِئَةِ أَلْفٍ أَوْ ”kepada seribu orang atau” bahkan يَزِيدُونَ “lebih” yaitu 20.000, 30.000, atau 70.000 orang. Dalam tafsir ini menyebutkan bahwa umat nabi Yunus berjumlah 100.000 orang yang mana lebihnya adalah 20.000, 30.000, dan 70.000 orang.

Ibnu Abbas dalam tafsir Ibnu Katsir menyatakan dalam sebuah riwayat, bahwa jumlahnya lebih dari itu, yang mana jumlahnya 130.000 orang dan darinya pula berjumlah sekitar 143.000 sampai dengan 149.000 orang. Sedangkan Makhul mengatakan bahwa jumlahnya 110.000 orang (Sugiyarto, 2013).

Menurut Al-Mahalli dan Asy-Syuyuthi (2000), menyatakan bahwa umat nabi Yunus berjumlah 100.000 orang yang mana lebihnya adalah 20.000 sehingga menjadi 120.000 orang, 30.000 sehingga menjadi 130.000 orang, dan 70.000 sehingga menjadi 170.000 orang. Apabila umat nabi Yunus dimisalkan P maka dapat dinyatakan sebagai $100.000 < P < 200.000$.

Pendapat Ibnu Abbas menyatakan umat nabi Yunus berjumlah 130.000, 143.000, sampai dengan 149.000 orang yang mana lebihnya 30.000, 43.000, sampai dengan 49.000 orang. Jika dinyatakan dalam bentuk interval maka jumlah umat nabi Yunus yaitu $100.000 < P < 200.000$. Sedangkan Makhul menyatakan bahwa jumlahnya 110.000 orang, artinya jumlah umat nabi Yunus juga berada pada interval $100.000 < P < 200.000$.

Kesimpulan yang diperoleh dari ketiga pendapat tersebut, bahwa umat nabi Yunus berada pada interval $100.000 < P < 200.000$, artinya jumlah umat nabi Yunus tidak kurang dari 100.000 orang dan tidak sampai 200.000 orang karena tidak ada yang menyebutkan bahwa jumlahnya kurang dari 100.000 orang atau lebih dari 200.000 orang.

Konsep estimasi juga dijelaskan dalam hadits yang diriwayatkan oleh Bukhari dan Muslim tentang estimasi, yaitu dari Zaid bin Tsabit: *“Sesungguhnya Rasulullah Saw. memberikan keringanan hukum di dalam Ariyah agar ia dijual dengan diperkirakan (estimasi) berdasarkan takaran” (HR. Muttafaq Alaih).”*.

Arti kata diperkirakan dalam hadits ini dalam statistika dapat diartikan sebagai estimasi. Menjual buah tersebut dengan cara diestimasi atau dengan diperkirakan berdasarkan takaran, maksudnya buah kurma yang masih berada diatas pohon dijual dengan cara diestimasi (dikira-kira) seharga atau sejumlah dengan buah kurma kering dan begitu juga dengan buah anggur basah dijual dengan cara diestimasi (dikira-kira) seharga atau sejumlah dengan buah anggur kering.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab IV, maka dapat disimpulkan bahwa:

1. Estimasi model SEM yang memuat pencilan dengan metode penduga-S secara iteratif sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^0 = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2) y$$

$$\hat{\beta}^1 = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^0 (I - \lambda W_2) y$$

$$\hat{\beta}^m = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^{m-1} (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^{m-1} (I - \lambda W_2) y$$

$$\hat{\beta}^{m+1} = (X^T(I - \lambda W_2)^T \omega_i^m (I - \lambda W_2) X)^{-1} X^T (I - \lambda W_2)^T \omega_i^m (I - \lambda W_2) y$$

2. Model SEM yang memuat pencilan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 adalah sebagai berikut:

$$y_i = -3,5462 + 0,8243X_{1i} + 0,1550X_{3i} + 4,6671X_{4i} - 2,2528X_{5i} \\ + 0,2110X_{6i} + 0,585632 \sum_{i=1, j=1, i \neq j}^n W_{ij} u_j + \varepsilon$$

Model yang lebih baik digunakan pada data IPM di Jawa Timur tahun 2016 adalah model SEM yang memuat pencilan karena memiliki nilai AIC yang lebih kecil daripada nilai AIC model SEM.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil estimasi dan pemetaan model SEM yang memuat pencilan, maka saran yang penulis berikan sebagai berikut:

1. Menambahkan peubah bebas untuk mengetahui faktor yang berpengaruh terhadap IPM di Jawa Timur.

2. Menggunakan matriks pembobot selain jenis persinggungan sisi atau *rook contiguity*.
3. Menggunakan metode lain yang lebih *robust* dalam menangani adanya pencilan.



DAFTAR RUJUKAN

- Abdussakir. 2007. *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Malang Press.
- Abadyo dan Permadi, H. 2005. *Metode Statistika Praktis*. Malang: UM Press.
- Ahmad, N. S. 2011. *Pendidikan dan Masyarakat*. Yogyakarta: Sabda Media.
- Al-Albani, M.N. 2006. *Shahih Sunan Abu Daud*. Jakarta: Pustaka Azzam.
- Al-Asqalani, I.H. 2007. *Fathul Bari Syarah Kitab Shahih Al-Bukhari Jilid 12*. Jakarta: Pustaka Azzam
- Algifari. 1997. *Analisis Statistik Untuk Bisnis dengan Regresi, Korelasi dan Nonparametrik*. Yogyakarta: BPFE.
- Al-Mahalli, I.J dan As-Suyuthi, I.J. 2000. *Tafsir Jalalain*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- Al-Maraghi, A.M. 1989. *Tafsir Al-Maraghi*. Semarang: Toha Putra.
- Alma, O.G. 2011. Comparison of Robust Regression Methods in Linear Regression. *Internasional Journal Contemporer Mathematic Sciences*: 409-421.
- Amrullah, A.A. 1981. *Tafsir Al-Azhar*. Surabaya: Yayasan Latimojong.
- Anselin, L. 1998. *Spatial Econometrics: Method and Models*. Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Arisanti, R. 2011. *Model Regresi Spasial untuk Deteksi Faktor-faktor Kemiskinan di Provinsi Jawa Timur*. Tesis. Bogor: Institut Pertanian Bogor.
- Artiana, G. 2012. *Estimasi Parameter Regresi Robust dengan Metode Estimasi-S pada Penjualan Energi Listrik di Jawa Tengah Tahun 2009*. Skripsi tidak di publikasikan. Surakarta: Universitas Sebelas Maret.
- Astari, G. A. 2013. *Pemodelan Jumlah Anak Putus Sekolah di Provinsi Bali dengan Pendekatan Semi Parametric Geographically Weighted Poisson Regression*. Skripsi tidak dipublikasikan. Bali: Universitas Udayana Bali.
- Aziz, A. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktek Eksperimen dengan Matlab*. Malang: UIN Malang Press.
- Azka, R.A. 2015. Tafsir Ibnu Katsir. (Online). (<http://www.ibnukatsironline.com>), diakses 12 Mei 2017.
- Barnet, V and Lewis, T. 1994. Pencilans in Statistical Data. *Biometrikal Jurnal*, 37(2): 131-256.

- BPS. 2008. *Indeks Pembangunan Manusia 2006-2007*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Chen, C. 2002. *Robust Regression and Pencilan Detection with the Robustreg Procedure*. *Paper Statistics and Data Analysis*, 265(27): 265-267.
- Dubin, R. 2009. *Spatial Weight*. Dalam Fotheringham AS, PA Rogerson (Eds), *Handbook of Spatial Analysis*. London: Sage Publications.
- Draper, N.R. and Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis, Third ed*. New York: John Wiley and sons, Inc.
- Fox, J. 2002. *Robust Regression*. New York: Thousand OAKS.
- Glejser, H. 1969. *A New Test for Heteroscedasticity*. *J. Amer. Statist. Assoc.*, 64, 316-323
- Gudono. 2011. *Analisis Data Multivariat*. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.
- Gujarati, D.N. 2003. *Basic Econometrics, 4th ed*. New York: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Gujarati, D.N. 2004. *Basic Econometrics, 4th ed*. New York: McGraw-Hill.
- Gunawan, A.H. 2001. *Sosiologi Pendidikan*. Jakarta: Eresco.
- Hasan, A. 2005. *Bulughul Maram dan Terjemah*. Bandung: Hsyimi.
- Idris. 2011. Anak Putus sekolah.(Online).<http://makalahcentre.blogspot.com.html>, diakses 29 Juli 2017.
- Lee, J. and Wong, SWD. 2001. *Statistical Analysis with Arcview GIS*. United Stated of America: John Wiley and Sons.
- Lembo, A.J. 2006. *Spatial Auto Correlation*. New York: Cornell University.
- Lesage, J.P. 1999. *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*. Toledo: Department of Economics University of Toledo.
- Montgomery, D.C., Peck, E.A. dan Vining, G.G. 2006. *Introduction to Linier Regression Analysis, 4th Ed*. Canada: John Wiley and Sons.
- Pradipta, M. 2016. *Pemodelan Angka Putus Sekolah Usia SMA di Jawa Timur dengan Pendekatan Regresi Spline Multivariabel*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Pratika, H. 2004. *Estimasi-S Robust untuk Analisis Regresi* . Skripsi tidak dipublikasikan. Yogyakarta: Universitas Gadjah Mada.

- Purbasari, D.A. 2014. *Pemodelan Angka Putus Sekolah Tingkat SLTA di Jawa Timur Tahun 2012 dengan Menggunakan Analisis Regresi Logistik Ordinal*. Skripsi tidak dipublikasikan. Surabaya: Institut Sepuluh Nopember.
- Rahmawati, R., Safitri, D. dan Fairuzdhiya, O.U. 2015. Analisis Spasial Pengaruh Tingkat Pengangguran Terhadap Kemiskinan Di Indonesia. *Media Statistika*, 8(1): 23-30.
- Rousseeuw, P and Yohai, P. 1984. *Robust Regression By Means Of S-Estimators*. New York: Wiley (256-274).
- Safitri, D.W, Darsyah, M.Y, dan Utami, T.W. 2014. Pemodelan Spatial Error Model (SEM) untuk Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Provinsi Jawa Tengah. *Jurnal Statistika*, (Online), 2(2) : 9-14, (<http://jurnal.unimus.ac.id/index.php/statistik/article/view/1358>), diakses 5 April 2017.
- Sheppy, S. 2016. *Estimasi Parameter Regresi Spatial Lag dengan Estimator S pada data yang mengandung Outlier*. Skripsi tidak dipublikasikan. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Soemartini. 2007. *Pencilan (Outliers)*. Jatinangor: Universitas Padjadjaran.
- Subagyo, P. 2010. *Statistika Terapan*. Yogyakarta: BPFE-Yogyakarta.
- Sugiyarto. 2013. Tafsir Ibnu Katsir. (Online). (<http://alquranmulia.wordpress.com>), diakses 10 Agustus 2017.
- Suprpto, J. 2001. *Statistik Teori dan Aplikasi Edisi Keenam*. Jakarta: Erlangga.
- Viton, P.A. 2010. Notes on Spatial Econometric Model. *City and Regional Planning*, Vol. 870, No. 3.
- Widodo, E., Guritno, S. and Haryatmi, S. 2013. Application of M-Estimation for Response Surface Model with Outlier. *Prosiding Seminar Nasional Statistika*, 537-545.
- Winarno, W.W. 2009. *Analisis Ekonometrika dan Statistika dengan eviews*. Yogyakarta: UPP STIM YKP.



LAMPIRAN

Lampiran 1 Peubah Penelitian

No.	Kab/Kota	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
1	Kab.Pacitan	65,74	71,18	19,56	15,49	0,24	12,19	397,00
2	Kab.Ponorogo	68,93	72,18	21,55	11,75	0,16	13,69	665,00
3	Kab.Trenggalek	67,78	73,03	18,01	13,24	0,30	12,09	603,00
4	Kab.Tulungagung	70,82	73,40	18,67	8,23	0,48	13,03	972,00
5	Kab.Blitar	68,88	72,89	20,49	9,88	0,38	12,42	860,00
6	Kab.Kediri	69,87	72,20	22,44	12,72	0,48	12,57	1.121,00
7	Kab.Malang	67,51	72,05	25,40	11,49	0,64	12,28	725,00
8	Kab.Lumajang	63,74	69,38	32,29	11,22	0,34	11,77	577,00
9	Kab.Jember	64,01	69,37	50,19	10,97	0,49	12,31	782,00
10	Kab.Banyuwangi	69,00	70,11	25,62	8,79	0,36	12,55	277,00
11	Kab.Bondowoso	64,52	65,89	45,40	15,00	0,51	12,87	501,00
12	Kab.Situbondo	65,08	68,41	48,47	13,34	0,53	12,99	403,00
13	Kab.Probolinggo	64,12	66,31	56,13	20,98	0,66	12,05	677,00
14	Kab.Pasuruan	65,71	69,86	43,65	10,57	0,75	11,81	1.081,00
15	Kab.Sidoarjo	78,17	73,67	20,26	6,39	1,57	14,13	3.390,00
16	Kab.Mojokerto	71,38	72,03	19,18	10,61	0,90	12,44	1.519,00
17	Kab.Jombang	70,03	71,77	24,70	10,70	0,51	12,69	1.119,00
18	Kab.Nganjuk	70,50	71,04	27,07	12,25	0,35	12,82	854,00
19	Kab.Madiun	69,67	70,55	27,61	12,69	0,28	13,11	653,00
20	Kab.Magetan	6,00	72,09	19,56	11,03	0,09	13,71	912,00
21	Kab.Ngawi	68,96	71,63	21,41	15,27	0,08	12,65	640,00
22	Kab.Bojonegoro	66,73	70,67	35,00	14,60	0,31	12,11	564,00
23	Kab.Tuban	66,19	70,67	27,31	17,14	0,47	12,17	632,00
24	Kab.Lamongan	70,34	71,77	30,13	14,89	0,03	13,44	667,00
25	Kab.Gresik	74,46	72,33	19,88	13,19	1,15	13,69	1.067,00
26	Kab.Bangkalan	62,06	69,77	48,90	21,41	0,89	11,56	961,00
27	Kab.Sampang	59,09	67,62	42,34	24,11	1,15	11,37	768,00
28	Kab.Pamekasan	63,98	66,95	41,90	16,70	1,05	13,35	1.078,00
29	Kab.Sumenep	63,42	70,56	42,68	20,09	0,44	12,73	539,00
30	Kota Kediri	76,33	73,65	75,67	8,46	97,15	14,61	4.448,00
31	Kota Blitar	76,71	73,09	76,00	3,80	91,87	14,00	4.271,00
32	Kota Malang	80,46	72,68	80,05	7,28	82,68	15,38	5.895,00
33	Kota Probolinggo	71,50	69,79	71,01	4,01	88,52	13,54	4.078,00
34	Kota Pasuruan	74,11	70,93	73,78	5,57	77,56	13,57	5.560,00
35	Kota Mojokerto	76,38	72,78	75,54	4,88	84,52	13,80	7.675,00
36	Kota Madiun	80,01	72,44	79,48	5,10	89,95	14,19	5.177,00
37	Kota Surabaya	80,38	73,87	79,47	7,01	75,42	13,99	8.166,00
38	Kota Batu	73,57	72,20	72,62	4,29	90,00	13,62	1.480,00

Lampiran 2 Uji Asumsi Data dengan SPSS

A. Uji Normalitas

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Unstandardized Residual
N		38
Normal Parameters ^{a,b}	Mean	0E-7
	Std. Deviation	1,09376239
Most Extreme Differences	Absolute	,025
	Positive	,019
	Negative	-,025
Kolmogorov-Smirnov Z		,568
Asymp. Sig. (2-tailed)		,715

B. Uji Mutikolinieritas

Coefficients

Model		Collinearity Statistics	
		Tolerance	VIF
1	(Constant)		
	X1	,285	3,515
	X2	,273	3,667
	X3	,371	2,697
	X4	,902	1,109
	X5	,417	2,396
	X6	,448	2,232

C. Uji Heteroskedastisitas

Coefficients^a

Model	Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.	
	B	Std. Error	Beta			
1	(Constant)	-33,979	106,028		-,320	,751
	X1	-,182	1,313	-,042	-,139	,891
	X2	-,097	,238	-,125	-,406	,688
	X3	,413	,483	,225	,855	,399
	X4	-8,085	4,506	-,303	-1,794	,083
	X5	4,306	2,436	,439	1,768	,087
	X6	-,001	,001	-,225	-,940	,355

Lampiran 3 Model Regresi dengan Geoda

REGRESSION

SUMMARY OF OUTPUT: ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION

Data set : DATAEMPAT

Dependent Variable : Y Number of Observations: 38

Mean dependent var : 69.7916 Number of Variables : 7

S.D. dependent var : 5.30571 Degrees of Freedom : 31

R-squared : 0.932531 F-statistic : 71.4112

Adjusted R-squared : 0.919472 Prob(F-statistic) :8.99052e-017

Sum squared residual: 72.1734 Log likelihood : -66.1079

Sigma-square : 2.32818 Akaike info criterion : 146.216

S.E. of regression : 1.52584 Schwarz criterion : 157.679

Sigma-square ML : 1.8993

S.E of regression ML: 1.37815

Variable	Coefficient	Std.Error	t-Statistic	Probability
CONSTANT	-3.61417	18.9049	-0.191176	0.84963
X1	-0.0414686	0.0437428	-0.94801	0.35046
X2	-0.232192	0.0846741	-2.74218	0.01005
X3	0.568877	0.794024	0.716448	0.47908
X4	2.2284	0.429335	5.19035	0.00001
X5	0.000593073	0.000175321	3.38279	0.00196
X6	0.661078	0.235317	2.80931	0.00852

REGRESSION DIAGNOSTICS

MULTICOLLINEARITY CONDITION NUMBER 247.406431

TEST ON NORMALITY OF ERRORS

TEST	DF	VALUE	PROB
Jarque-Bera	2	1.0278	0.59815

Lampiran 4 Uji Autokorelasi Spasial dengan Geoda

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY

RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	6	5.4431	0.48836
Koenker-Bassett test	6	6.2097	0.40012

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

FOR WEIGHT MATRIX : WIPM

(row-standardized weights)

TEST	MI/DF	VALUE	PROB
Moran's I (error)	0.3234	3.1831	0.00146
Lagrange Multiplier (lag)	1	0.1122	0.73765
Robust LM (lag)	1	0.3387	0.56059
Lagrange Multiplier (error)	1	5.6523	0.01743
Robust LM (error)	1	5.8788	0.01532
Lagrange Multiplier (SARMA)	2	5.9910	0.05001

Lampiran 5 Model SEM dengan Geoda

SUMMARY OF OUTPUT: SPATIAL ERROR MODEL - MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION

Data set : DATAEMPAT Spatial Weight : WIPM
 Dependent Variable : Y Number of Observations: 38
 Mean dependent var : 69.791579 Number of Variables : 7
 S.D. dependent var : 5.305708 Degrees of Freedom : 31
 Lag coeff. (Lambda) : 0.585632 R-squared : 0.952064
 R-squared (BUSE) : - Sq. Correlation : -
 Log likelihood : -61.806349 Sigma-square : 1.34942
 Akaike info criterion : 137.613 S.E of regression : 1.16164
 Schwarz criterion : 149.076

Variable	Coefficient	Std.Error	z-value	Probability
CONSTANT	-5.43351	16.1691	-0.336043	0.73684
X1	-0.0827431	0.0334808	-2.47136	0.01346
X2	-0.124445	0.0833334	-1.49334	0.13535
X3	1.27968	0.646225	1.98024	0.04768
X4	2.35305	0.339723	6.92638	0.00001
X5	0.000619824	0.000122184	5.07287	0.00001
X6	0.65824	0.197283	3.33652	0.00085
LAMBDA	0.585632	0.130054	4.50299	0.00001

REGRESSION DIAGNOSTICS

DIAGNOSTICS FOR HETEROSKEDASTICITY RANDOM COEFFICIENTS

TEST	DF	VALUE	PROB
Breusch-Pagan test	6	8.1320	0.22859

DIAGNOSTICS FOR SPATIAL DEPENDENCE

SPATIAL ERROR DEPENDENCE FOR WEIGHT MATRIX : WIPM

TEST	DF	VALUE	PROB
Likelihood Ratio Test	1	8.6031	0.0033

Lampiran 6 Matriks Pembobot (W_2) dalam Bentuk Excel

Kab/Kota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,16	0	0,16	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0,33	0,33	0	0,33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0,2	0,2	0	0,2	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0,25	0	0	0,25	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0,16	0,16	0	0	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16
8	0	0	0	0	0,125	0	0,125	0	0,125	0	0	0	0	0,125	0,125	0	0,125	0,125
9	0	0	0	0	0	0	0	0,33	0	0,33	0	0	0	0,33	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,33	0	0,33	0,33	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0	0,25	0,25	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,33	0,33	0	0,33	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0,14	0,14	0	0,14	0,14	0	0,14	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0,2	0	0,2	0,2	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,25	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0	0	0	0	0	0	0,14	0,14	0	0,14
18	0	0	0	0	0	0	0,16	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16	0
19	0	0,16	0	0,16	0	0	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16
20	0	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,2
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0,25	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0

Kab/Kota	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,16	0,16	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,125	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25
17	0	0	0	0	0	0	0,14	0,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0,14	0	0	0
18	0,16	0	0	0,16	0	0,16	0	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0,16	0	0,16	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0,16	0	0,16	0,16	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,16	0	0
21	0	0,25	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0
22	0	0,33	0,33	0	0,33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0,16	0,16	0	0,16	0	0,16	0,16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0,2	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,25
27	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0,5	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Lampiran 7 Model SEM yang Memuat Pencilan dengan Matlab R2010a

```

%PROGRAM SEM PENDUGA-S
%OLEH: YUSRI WARDANI

clc,clear
filename='VARX.xlsx';1;'A1:F38';
X=xlsread(filename);
exely='VARY.xlsx';'A1:A38';
Y=xlsread(exely);
exelW2='W2fix.xlsx';'A1:AL38';
W2=xlsread(exelW2);
beta(1,:)=[-5.43351 -0.0827431 -0.124445 1.27968 2.35305
0.000619824 0.65824];
lambda=0.585632;
n=38;
IDE=eye(n);
k=1;
selisih=inf;
ea=10^-1;%batas mencari_konvergen mendekati nol

%Metode IRLS
while ea<selisih
    Y_topi=zeros(size(Y));
    ambil_beta=beta(k,:);
    jum=ambil_beta(1);
    B=X;
    E=Y;
    D=W2;
    [a,b]=size(B);

    for i=1:a
        for j=1:b
            jum=jum+(ambil_beta(j+1)*B(i,j))+inv(IDE(j,j)-
(lambda*D(j,j)));
        end
        Y_topi(i)=jum;
    end

    %Mencari error
    error=Y-Y_topi;
    var_topi=0;

    for i=1:length(error);

var_topi=var_topi+((1/length(error))*sum(abs(error(i))))/0.6745;
    end

    %Fungsi objektif dengan pembobot tukey bisquare
    c=1.547;
    for i=1:length(error)
        error_bintang(i)=error(i)/var_topi;
        if error_bintang(i)<c;
            W(i)=(1-(error_bintang(i)/c)^2)^2;
        else
            W(i)=0;
        end
    end
end

```

```

    %membuat matriks pembobot model SEM yang memuat pencilan
    WW=diag(W);
    XX=[ones(a,1) X];
    beta(k+1,:)=inv(XX'*WW*XX)*(XX'*WW*(IDE-lambda*W2)*Y);
    error_beta(k,:)=abs(beta(k+1,:)-beta(k,:));
    selisih=max(error_beta(k,:));
    k=k+1;
end
beta_akhir=beta(end,:);
Y_akhir=beta_akhir(1);

%Menghitung nilai AIC model SEM memuat Pencilan
XX=[ones(a,1) X];
Ri=XX*(inv(XX'*WW*XX)*(XX'*WW));
S=Ri;
trS=trace(S);
RSS=Y'*(IDE-S)*Y;
sigmatopi=sqrt(RSS/n);
AIC=2*n*log(sigmatopi)+n*log(2*pi)+n+trS;

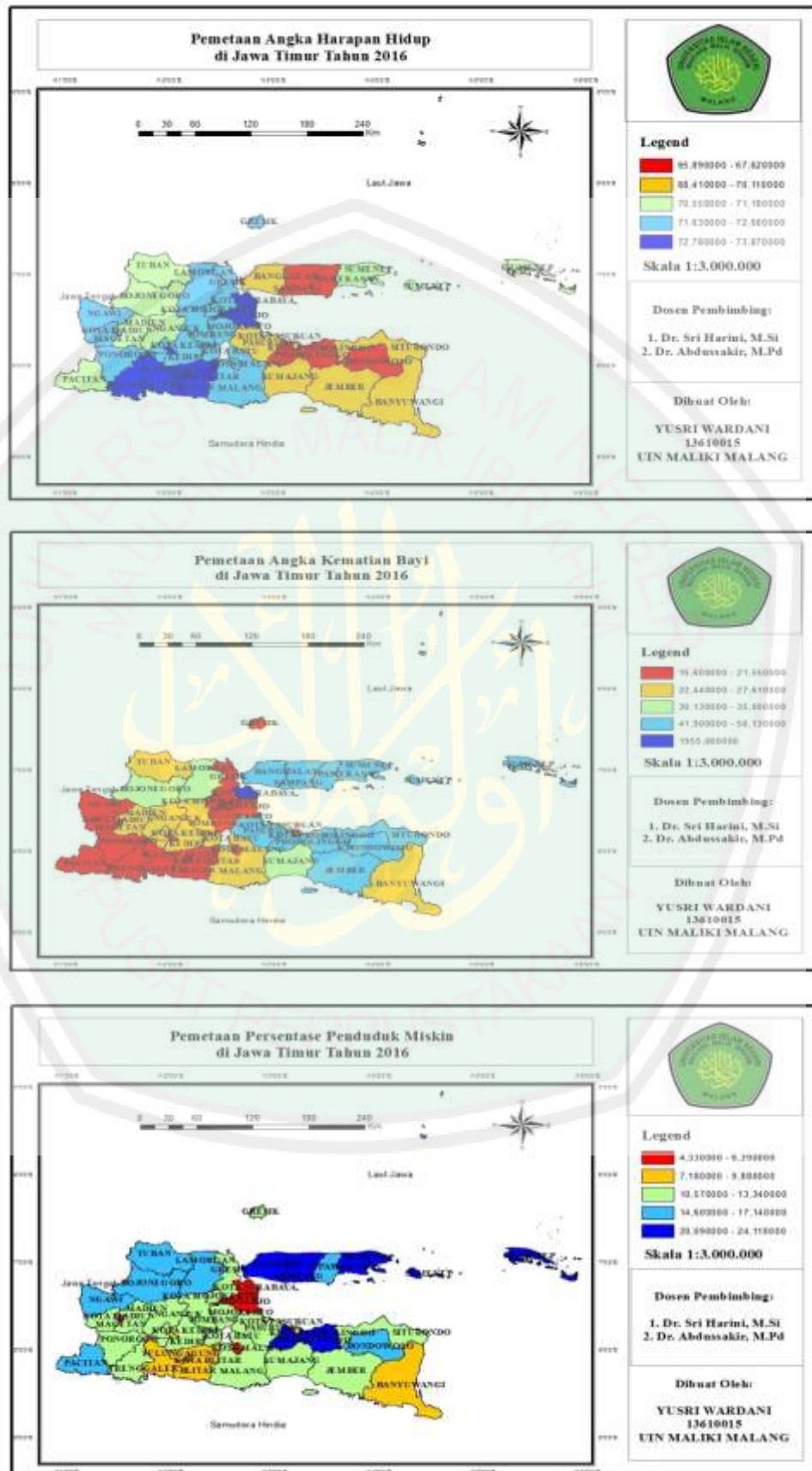
I_S=XX*(inv(XX'*XX)*(XX'));
error_Mlr=(IDE-I_S)'*(IDE-S);
error_RSEM=(IDE-S)'*(IDE-S);
V1=trace(error_Mlr-error_RSEM);
V2=trace((error_Mlr-error_RSEM)^2);
d1=trace(error_Mlr);
d2=trace(error_RSEM);
Dss=Y'*(error_Mlr-error_RSEM)*Y;

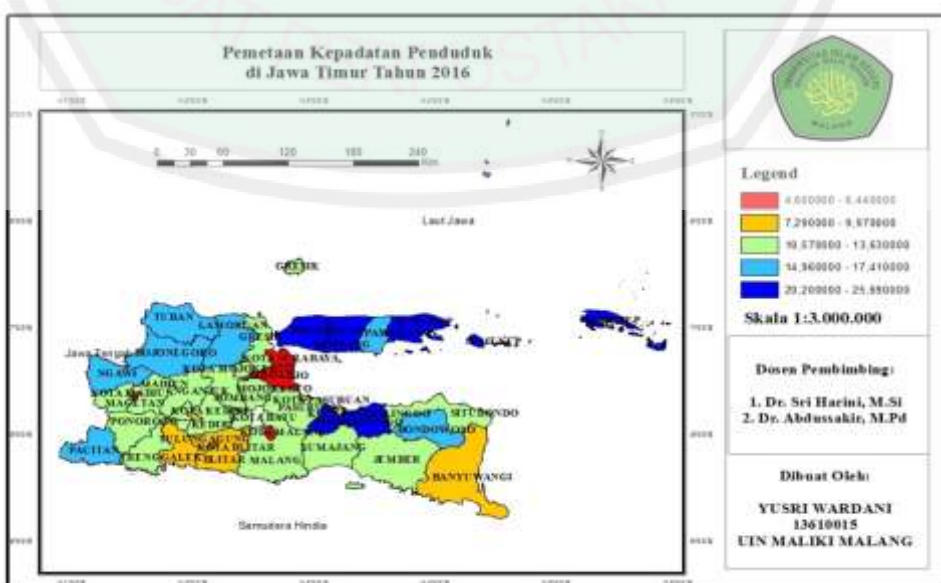
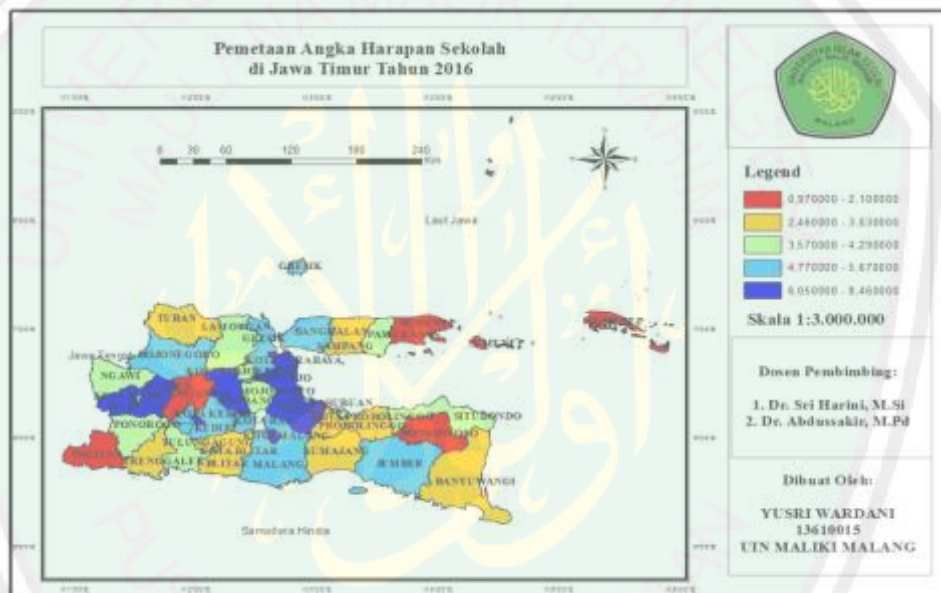
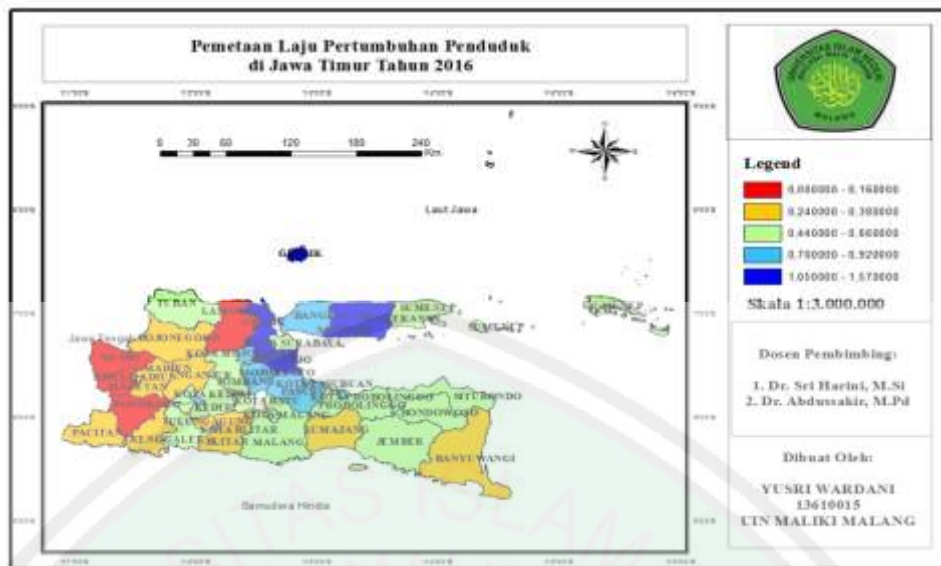
%uji z
z_hitung=zeros(size(beta_akhir));
ng=V1^2/V2;
betaZ=beta_akhir;
C=(inv(XX'*WW*XX)*(XX'*WW));
c=C*C';
delta=trace(error_RSEM^2);
sigma_2=RSS/d2;
a=length(beta_akhir);

for i=1:a
    jum=betaZ(i)/(sqrt((sigma_2)*c(i,i)));
    z(i)=jum;
    value=1-tcdf(abs(z(i)),d2^2/delta);
    val(i)=value;
end
z_hitung=z;
p_value_z=val;

```

Lampiran 8 Peta Tematik IPM di Jawa Timur dan Faktor-Faktornya





RIWAYAT HIDUP

Yusri Wardani, lahir di Pasuruan pada tanggal 19 Maret 1995, anak kedua dari Bapak Mokh.Yusuf dan Ibu Mar'ati Sholihah. Pendidikan pertama ditempuh di TK PKK 03 Karanglo, kemudian melanjutkan pendidikan dasarnya di SDN Trewung No.92 dan lulus pada tahun 2007. Pada tahun yang sama dia melanjutkan pendidikan menengah di Mts Darut Taqwa 02 Sengonagung Purwosari dan lulus pada tahun 2010. Kemudian dia melanjutkan pendidikan menengah atas di MA Darut Taqwa Sengonagung Purwosari dan lulus pada tahun 2013. Pendidikan berikutnya dia tempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SNMPTN dengan mengambil Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Penulis bisa dihubungi via email: wardaniyusri@gmail.com.



KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl.Gajayana No.50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Yusril Wardani
NIM : 13610015
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter *Spatial Error Model* yang Memuat
Pencilan
Pembimbing I : Dr. Sri Harini, M.Si
Pembimbing II : Dr. Abdussakir, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	10 Februari 2017	Konsultasi Bab I dan Bab II	1.
2.	05 April 2017	Konsultasi Bab III dan Bab IV	2.
3.	25 April 2017	Revisi Bab III dan Bab IV	3.
4.	03 Mei 2017	ACC Bab I, Bab II, dan Bab III	4.
5.	05 Mei 2017	Konsultasi Agama Bab I dan II	5.
6.	12 Mei 2017	Revisi Agama Bab I dan Bab II	6.
7.	15 Mei 2017	ACC Agama Bab I dan II	7.
8.	16 Juni 2017	Konsultasi Agama Bab IV	8.
9.	27 Juli 2017	Revisi Bab IV	9.
10.	07 Agustus 2017	Revisi agama Bab IV	10.
11.	24 Agustus 2017	Revisi Agama Bab IV	11.
12.	07 November 2017	Revisi Bab IV	12.
13.	24 Januari 2018	Revisi Bab IV	13.
14.	26 Maret 2018	Revisi Bab IV	14.
15.	03 Oktober 2018	Revisi Bab IV	15.
16.	30 Januari 2019	Revisi Bab IV	16.
17.	19 Februari 2019	Revisi Bab IV	17.
18.	31 Mei 2019	ACC Keseluruhan	18.
19.	31 Mei 2019	ACC Agama Keseluruhan	19.

Malang, 31 Mei 2019

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagahay, M.Si
NIP. 19650414 200312 001