

**KONSTRUKSI SIFAT SELISIH DAN PENUKARAN NILAI TEMPAT
SISTEM DESIMAL**

SKRIPSI

**OLEH
INDAH NURUL KHUSNA
NIM. 15610058**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**KONSTRUKSI SIFAT SELISIH DAN PENUKARAN NILAI TEMPAT
SISTEM DESIMAL**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan
dalam Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
INDAH NURUL KHUSNA
NIM. 15610058**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**KONSTRUKSI SIFAT SELISIH DAN PENUKARAN NILAI TEMPAT
SISTEM DESIMAL**

SKRIPSI

Oleh
Indah Nurul Khusna
NIM. 15610058

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 10 Agustus 2019

Pembimbing I,

Pembimbing II,



H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP. 19630502 198703 1 005

Mengetahui,

Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si.
NIP. 19650414 200312 1 001

**KONSTRUKSI SIFAT SELISIH DAN PENUKARAN NILAI TEMPAT
SISTEM DESIMAL**

SKRIPSI

Oleh
Indah Nurul Khusna
NIM. 15610058

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

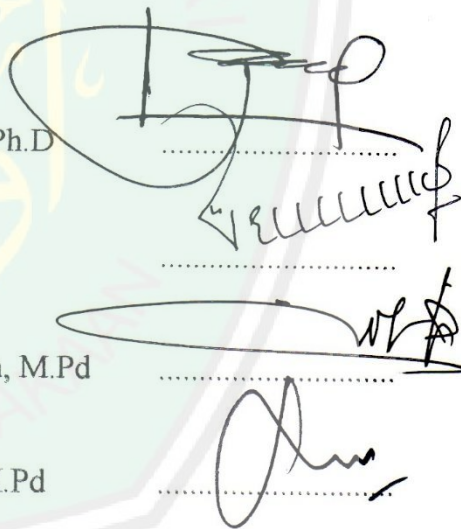
Tanggal 09 Oktober 2019

Penguji Utama : Dr. H. Turmudi, M.Si., Ph.D

Ketua Penguji : Evawati Alisah, M.Pd

Sekretaris Penguji : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd

Anggota Penguji : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd



Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Indah Nurul Khusna

NIM : 15610058

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Konstruksi Sifat Selisih dan Penukaran Nilai Tempat Sistem
Desimal

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar pustaka. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 27 Agustus 2019
Yang membuat pernyataan,



Indah Nurul Khusna
NIM. 15610058

MOTO

● إِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ● فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا

Fainna ma'a al'usri yusran. Inna ma'a al'usri yusran

Artinya:

Karena sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan. (Q.S. Al-Insyirah ayat 5-6)



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Priyo Kuswidiyanto dan Umi Nurhayati tercinta, yang dengan sabar selalu mendo'akan dengan ikhlas, memberi semangat, pengertian yang sedalam-dalamnya, dan dukungan-dukungan yang tiada henti demi kelancaran dan kesuksesan dalam menuntut ilmu. Tak lupa kepada kakak dan adik tersayang, Widiya Nur Safitri dan Muhammad Zaqi Ikhwanul Kiram, serta teman-teman yang juga selalu memberi semangat, dukungan, dan menemani dalam pengerjaan tugas skripsi ini agar dapat terselesaikan.



KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan ibu serta kakak dan adik tercinta yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Sahabat-sahabat terbaik penulis, yang selalu menemani, membantu, dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2015 khususnya teman-teman kelas matematika B yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terima kasih atas kenangan-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai mimpi.
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amin.*

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 28 Agustus 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
ABSTRAK	xi
ABSTRACT	xii
ملخص	xiii
 BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Tujuan Penelitian.....	3
1.4 Manfaat Penelitian.....	3
1.5 Batasan Masalah.....	3
1.6 Metode Penelitian.....	4
1.7 Sistematika Penelitian	4
 BAB II KAJIAN PUSTAKA	
2.1 Bilangan.....	6
2.2 Nilai Tempat.....	7
2.3 Definisi Keterbagian.....	8
2.4 Sifat-sifat Keterbagian.....	8
2.5 Algoritma Pembagian.....	12
2.6 Ciri-ciri Bilangan Bulat Habis dibagi 9.....	14
2.7 Ilmu Faraidh	15
2.7.1 Pengertian Faraidh	16
2.7.2 Rukun Waris dan Sebab-sebab Memperoleh Warisan.....	17
2.7.3 Syarat-syarat Pewarisan	17
2.7.4 Orang yang berhak menerima warisan dan pembagiannya	18

BAB III PEMBAHASAN

3.1	Konstruksi Bilangan	23
3.1.1	Bilangan Dua Digit	23
3.1.2	Bilangan Tiga Digit.....	24
3.1.3	Bilangan Empat Digit	25
3.1.4	Bilangan Lima Digit	27
3.1.5	Bilangan Enam Digit.....	29
3.1.6	Bilangan Tujuh Digit	33
3.1.7	Bilangan Delapan Digit.....	38
3.1.8	Bilangan Sembilan Digit.....	49
3.2	Kajian Agama mengenai Keterbagian.....	61

BAB IV PENUTUP

4.1	Kesimpulan.....	63
4.2	Saran	63

DAFTAR RUJUKAN.....	64
----------------------------	-----------

ABSTRAK

Khusna, Indah Nurul. 2019. **Konstruksi Sifat Selisih dan Penukaran Nilai Tempat Sistem Desimal**. Skripsi. Jurusan Matematika. Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Kata Kunci: konstruksi bilangan, selisih dan penukaran nilai tempat, sifat keterbagian bilangan

Penelitian ini membahas tentang konstruksi bilangan yang dibentuk dengan mencari selisih antara bilangan serta hasil dari pembalikan bilangannya menurut nilai tempat. Teori yang digunakan dalam penelitian ini adalah teori-teori dalam ilmu bilangan. Definisi nilai tempat suatu bilangan, definisi keterbagian bilangan, serta ciri-ciri bilangan habis dibagi. Konstruksi bilangan yang dibuat dalam penelitian ini dimulai dari bilangan dua digit hingga bilangan sembilan digit. Konstruksi dibentuk dari suatu bilangan dan pembalikan bilangannya, kemudian diuraikan berdasarkan definisi nilai tempat bilangan. Kemudian dicari selisih antara kedua bilangan tersebut, dengan memperhatikan beberapa kemungkinan kasus yang dapat terjadi. Setelah kita menemukan konstruksi bilangannya, ditemukan pola umum yaitu

$$(a_{n-1} - a_0) \cdot 10^{n-1} + (a_{n-2} - a_1) \cdot 10^{n-2} + \dots + (a_0 - a_{n-1})$$

Hasil dari konstruksi tersebut menunjukkan adanya sifat keterbagian 9. Semua hasil konstruksi yang dihasilkan, mulai dari bilangan 2 digit hingga bilangan 9 digit bersifat terbagi oleh 9.

ABSTRACT

Khusna, Indah Nurul. 2019. **Construction of Difference Properties and Exchange Place Value of Decimal System**. Thesis. Department of Mathematics. Faculty of Science and Technology. Maulana Malik Ibrahim State Islamic University of Malang. Advisors: (I) H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd. (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd.

Keyword: number construction, the difference and reversal of numbers, the nature of the division of numbers

This study discusses the construction of numbers formed by finding the difference between numbers and the results of reversing the numbers according to place values. Theories used in this research are theories in number science. The definition of the place value of a number, the definition of the division of numbers, as well as the features of a number being divided. The construction of numbers created in this study starts from two-digit numbers to nine-digit numbers. Construction is formed from a number and a reversal of the numbers, then described based on the definition of the place value of the number. Then look for the difference between the two numbers, taking into account several possible cases that can occur. After we find the construction of the numbers, a general pattern is found

$$(a_{n-1} - a_0) \cdot 10^{n-1} + (a_{n-2} - a_1) \cdot 10^{n-2} + \dots + (a_0 - a_{n-1})$$

The results of the construction indicate the nature of division 9. All construction results produced, starting from 2-digit numbers to 9-digit numbers are divided by 9.

ملخص

خوسنا ، إنداه نورول. 2019. بناء خواص الفرق وعكس الأرقام حسب قيمة المكان. بحث جامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، الجامعة الحكومية الإسلامية مولانا مالك إبراهيم مالنج. المشرف: (1) الحاج وحيو هنكي إراوان الماجستير. (2) الدكتور الحاج إمام سوجاروا الماجستير

الكلمات المفتاحية: بناء الأرقام ، اختلاف الأرقام وانعكاسها ، طبيعة تقسيم الأرقام

تتناول هذه الدراسة بناء الأرقام التي تم تشكيلها من خلال إيجاد الفرق بين الأرقام ونتائج عكس الأرقام وفقاً لقيم المكان. النظريات المستخدمة في هذا البحث هي نظريات في علم الأرقام. تعريف القيمة الموضوعية للرقم ، وتعريف تقسيم الأرقام ، بالإضافة إلى ميزات الرقم الذي يتم تقسيمه. يبدأ بناء الأرقام التي تم إنشاؤها في هذه الدراسة من أرقام مكونة من رقمين إلى أرقام مكونة من تسعة أرقام. يتكون البناء من رقم وانعكاس للأرقام ، ثم يتم وصفه بناءً على تعريف القيمة الموضحة للرقم. ثم البحث عن الفرق بين الرقمين ، مع مراعاة العديد من الحالات المحتملة التي يمكن أن تحدث. بعد أن وجدنا بناء الأرقام ، تم العثور على نمط عام

$$(a_{n-1} - a_0). 10^{n-1} + (a_{n-2} - a_1). 10^{n-2} + \dots + (a_0 - a_{n-1})$$

تشير نتائج البناء إلى طبيعة القسم 9. يتم تقسيم جميع نتائج البناء التي يتم إنتاجها ، بدءاً من أرقام مكونة من رقمين إلى أرقام مكونة من 9 أرقام على 9.

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam matematika ada beberapa macam cara untuk mendefinisikan sistem bilangan, dan cara mendefinisikannya harus sesuai dengan apa yang dibutuhkan. Salah satunya dengan membentuk sebuah konstruksi dari bilangan yang akan didefinisikan. Konstruksi bilangan ini dibangun berdasarkan tujuan yang diinginkan, sehingga untuk membangunnya diperlukan perlakuan matematis yang sesuai. Dari konstruksi bilangan yang dibentuk ini akan menciptakan suatu pola bilangan yang dapat digunakan dalam sebuah rumusan. Dalam Al-Qur'an surah Al Furqon ayat 1-2, Allah SWT berfirman:

تَبَارَكَ الَّذِي نَزَّلَ الْفُرْقَانَ عَلَى عَبْدِهِ لِيَكُونَ لِلْعَالَمِينَ نَذِيرًا ﴿١﴾ الَّذِي لَهُ مُلْكُ

السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ وَلَمْ يَتَّخِذْ وَلَدًا وَلَمْ يَكُن لَّهُ شَرِيكٌ فِي الْمُلْكِ وَخَلَقَ كُلَّ شَيْءٍ

فَقَدَرَهُ تَقْدِيرًا ﴿٢﴾

Artinya: “Maha suci Allah yang telah menurunkan Al Furqaan (Al Quran) kepada hamba-Nya, agar dia menjadi pemberi peringatan kepada seluruh alam. Yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan Dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan(Nya), dan dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya” (QS. Al-Furqon: 1-2).

Allah SWT telah menciptakan seluruh dunia dan seisinya, mulai dari makhluk yang paling kecil hingga yang paling besar. Semuanya telah diatur sedemikian rupa dengan ukuran-ukuran yang telah ditetapkan. Dari ukuran-ukuran

yang telah ditetapkan inilah dapat kita cari sehingga mendapatkan suatu pola. Seperti halnya pola pada bilangan fibonanci yang dapat ditemukan pada jumlah kelopak bunga. Seperti halnya konstruksi yang akan kita cari ini dapat membentuk suatu pola tertentu.

Konstruksi dan pola yang kita dapatkan akan menuju pada suatu teorema bilangan. Bilangan sendiri adalah salah satu materi yang terkait dalam bidang matematika yaitu pada teori bilangan. Teori bilangan merupakan salah satu cabang matematika murni yang mempelajari tentang sifat-sifat bilangan bulat dan mengandung berbagai masalah terbuka yang dapat dimengerti dengan mudah meski bukan oleh ahli matematika (Irawan, 2014).

Pada penelitian yang dilakukan oleh (Young, 2016) tentang Aplikasi Teori Bilangan dalam permainan NIM, dijelaskan aplikasi dari teori bilangan yaitu kongruensi sebagai strategi dalam permainan NIM. Konsep yang digunakan dalam strategi permainan ini adalah kongruensi. Sehingga dengan menggunakan konsep tersebut, dapat ditemukan sebuah strategi untuk memenangkan permainan NIM.

Berdasarkan uraian di atas maka dalam penyusunan skripsi ini penulis akan membahas, meneliti serta mengembangkan lebih lanjut. Dengan demikian penulis bermaksud untuk mengadakan penelitian tersebut dengan judul “Konstruksi Sifat Selisih dan Penukaran Nilai Tempat Sistem Desimal”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, rumusan masalahnya yaitu:

1. Bagaimana langkah-langkah membuat konstruksi dari selisih antara bilangan dan pembalikan bilangannya?
2. Bagaimana hasil dari sifat konstruksi tersebut?

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan rumusan masalah yang telah dipaparkan, tujuan penelitian ini yaitu:

1. Untuk mengetahui langkah-langkah membuat konstruksi dari selisih antara bilangan dan pembalikan bilangannya.
2. Untuk mengetahui pola serta hasil dari sifat konstruksi tersebut.

1.4 Manfaat Penelitian

Sesuai dengan tujuan penelitian yang telah dipaparkan, manfaat penelitian ini yaitu:

1. Dapat mengetahui langkah-langkah membuat konstruksi dari selisih antara bilangan dan pembalikan bilangannya.
2. Dapat mengetahui pola serta hasil dari sifat konstruksi tersebut.

1.5 Batasan Masalah

Pada penelitian ini, bilangan yang digunakan adalah bilangan bulat 2 digit sampai 9 digit dan diberikan syarat-syarat tertentu. Operasi yang digunakan dalam penelitian adalah operasi pengurangan.

1.6 Metode Penelitian

1. Langkah-langkah membuat konstruksi bilangan yaitu:
 - a. Diberikan bilangan pertama, yaitu bilangan yang terdiri dari 2 digit
 - b. Tentukan bilangan kedua, menggunakan bilangan pertama kemudian ditukar nilai tempatnya secara terurut dengan cara seperti berikut:

$$a_1a_0 \rightarrow a_0a_1$$

- c. Dimisalkan bahwa bilangan pertama harus lebih besar dari bilangan kedua dengan memberikan beberapa syarat
 - d. Bilangan pertama dikurangkan dengan bilangan kedua
 - e. Setelah dikurangkan, bilangan dari hasil pengurangan kemudian bilangan pada tiap digitnya dijumlahkan dengan cara berikut:

$$a_1a_0 \rightarrow a_1 + a_0$$
 - f. Menarik kesimpulan dari hasil yang diperoleh
 - g. Mengulangi langkah-langkah di atas untuk bilangan 3 digit sampe 9 digit
2. Setelah mendapatkan konstruksi dari langkah nomer 1, kemudian dapat dibentuk model konstruksinya secara umum.

1.7 Sistematika Penelitian

Dalam penelitian ini, penulis menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab, dan masing-masing bab akan dibagi ke dalam subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pendahuluan meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, batasan masalah, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka terdiri dari teori-teori yang dapat mendukung pembahasan. Pada penelitian ini, teori yang digunakan yaitu nilai tempat suatu bilangan, teori keterbagian dan ciri-ciri bilangan habis dibagi sembilan.

Bab III Pembahasan

Pada pembahasan berisi mengenai bagaimana bentuk konstruksi bilangan bulat dan melakukan pembuktian terhadap ciri keterbagian oleh sembilan.

Bab IV Penutup

Penutup berisi kesimpulan mengenai hasil dari pembahasan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

BAB II KAJIAN PUSTAKA

2.1 Bilangan

Bilangan adalah suatu konsep matematika yang digunakan untuk pencacahan dan pengukuran. Simbol ataupun lambang yang digunakan untuk mewakili suatu bilangan disebut sebagai angka atau lambang bilangan. Dalam matematika, konsep bilangan selama bertahun-tahun lamanya telah diperluas untuk meliputi bilangan nol, bilangan negatif, bilangan rasional, bilangan irasional, dan bilangan kompleks. Bilangan adalah suatu ide yang bersifat abstrak yang akan memberikan keterangan mengenai banyaknya suatu kumpulan benda. Lambang bilangan biasa dinotasikan dalam bentuk tulisan sebagai angka. Prosedur-prosedur tertentu yang mengambil bilangan sebagai masukan dan menghasilkan bilangan lainnya sebagai keluaran, disebut sebagai operasi numeris. Salah satu contoh bilangan yang sering kita jumpai adalah bilangan basis 10 atau yang sering kita sebut dengan bilangan desimal (Laraswati, 2013).

Bilangan Desimal adalah di mana sistem ini menggunakan 10 macam simbol yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Sistem ini menggunakan basis 10. Bentuk nilai dari Sistem Bilangan Desimal ini dapat berupa integer desimal dan pecahan. Setiap simbol pada Sistem Bilangan Desimal mempunyai absolute value dan position value. Absolute Value adalah nilai mutlak dari masing-masing digit bilangan. Sedangkan Position Value adalah nilai bobot dari masing-masing digit bilangan tergantung letak posisinya yaitu bernilai basis dipangkatkan dengan urutan posisinya. Dengan begitu maka bilangan desimal dari 8598 dapat diartikan sebagai berikut (Laraswati, 2013):

$$\begin{aligned} 8598 &= (8 \times 1000) + (5 \times 100) + (9 \times 10) + 8 \\ &= 8.10^3 + 5.10^2 + 9.10^1 + 8.10^0 \end{aligned}$$

2. 2 Nilai Tempat

Pada tahun 2011 Wiratmo menjelaskan nilai tempat dapat dinyatakan sebagai nilai suatu angka dalam suatu bilangan tertentu. Nilai tempat suatu angka mempunyai berbagai tingkat bergantung dari letak bilangan tersebut. Tingkatan tempat tersebut adalah satuan, puluhan, ratusan, ribuan, puluh ribuan, dan seterusnya. Kramer (1970) menyatakan nilai posisi atau tempat dari suatu angka dalam suatu lambang bilangan tergantung pada tempat angka itu berada dalam lambang bilangan tersebut. Sehingga setiap angka dalam lambang bilangan desimal mempunyai nilai yang ditentukan oleh nilai angka itu sendiri dan nilai tempat angka itu (Negoro & Harahap, 1983). Sebagai contoh bilangan 15, angka 1 mempunyai nilai 1 puluhan, dan angka 5 mempunyai nilai 5 satuan. Nilai tempat 1 adalah sepuluh, nilai bilangannya 10, nilai tempat 5 adalah satu, nilai bilangannya 5 (Seputra & Amin, 1994). Menurut Ashlock (1994) gagasan nilai tempat menyangkut pemberian suatu nilai kepada masing-masing tempat atau posisi dalam lambang bilangan multi-digit, yaitu masing-masing tempat dalam lambang bilangan tersebut bernilai perpangkatan sepuluh.

Dalam matematika, nilai tempat bilangan cacah perlu dipahami terutama untuk menuliskan lambang bilangan yang lebih besar dari 9. Nilai tempat juga

sangat berguna untuk penamaan, perbandingan, pembulatan bilangan, memahami algoritma penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan persentase.

2.2 Definisi Keterbagian

Misalkan $a, b \in \mathbf{Z}$, dengan $a \neq 0$, maka a disebut membagi b ditulis sebagai $a|b$ apabila $b = ak$, untuk suatu $k \in \mathbf{Z}$. Dari definisi ini, suatu bilangan bulat a dengan $a \neq 0$, dikatakan membagi bilangan bulat b jika ada suatu bilangan bulat k sedemikian hingga $b = ak$. Notasi $a|b$ dibaca dengan " a membagi b " atau " b habis dibagi a " atau " a pembagi b " atau " a faktor dari b ", atau " b kelipatan dari a ". Jika a tidak membagi b , maka ditulis sebagai $a \nmid b$. Jika $a|b$ dan $0 < a < b$, maka a disebut pembagi sejati dari b . Untuk pembahasan selanjutnya bahwa $a|b$ sudah diartikan $a \neq 0$ (Irawan, 2014).

Contoh:

1. $5|10$, karena ada $2 \in \mathbf{Z}$ sehingga $10 = 5 \cdot 2$
2. $2|18$, karena ada $9 \in \mathbf{Z}$ sehingga $18 = 2 \cdot 9$
3. $6 \nmid 20$, karena tidak ada $k \in \mathbf{Z}$ sedemikian hingga $20 = 6k$

2.3 Sifat-sifat Keterbagian

Untuk sebarang bilangan bulat a, b, c berlaku,

1. Jika $a|b$, maka $a|bc$ untuk setiap bilangan bulat c ; $a \neq 0$
2. Jika $a|b$ dan $b|c$, maka $a|c$; $a \neq 0, b \neq 0$
3. Jika $a|b$ dan $a|c$, maka $a|b \pm c$; $a \neq 0$
4. Jika $a|b$ dan $a|c$, maka $a|(bx \pm cy)$ untuk setiap bilangan bulat x dan y ; dengan $a \neq 0$.

5. Jika $a|b$ dan $b|a$, maka $a = \pm b ; a \neq 0 ; b \neq 0$
6. Jika $a|b, a > 0, b > 0$, maka $a \leq b ; a \neq 0$
7. Untuk suatu bilangan bulat $k \neq 0, a|b$ jika dan hanya jika $ka|kb$ dengan $a \neq 0$.

Bukti:

1. $a|b$ berarti $b = ak$ untuk suatu $k \in Z$ (menurut definisi)
 $bc = (ak)c$ untuk setiap $c \in Z$ (dikalikan dengan c)
 $bc = a(kc)$ dengan $kc \in Z$, (asosiatif perkalian)
 ini berarti, $a|bc$ (terbukti)

Contoh:

$2|6$ maka $2|6.2$ atau $2|6.3$ atau $2|6.4$ dst

2. $a|b \rightarrow b = ak$ untuk suatu $k \in Z$.
 $b|c \rightarrow c = bt$ dengan $t \in Z$.
 Substitusi b pada persamaan kedua diperoleh
 $c = (ak)t$
 $c = a(kt)$ untuk suatu $kt \in Z$ (asosiatif perkalian)
 Jadi $a|c$. (terbukti)

Contoh : $2|6$ dan $6|12$ maka $2|12$

$3|9$ dan $9|36$ maka $3|36$

3. $a|b \rightarrow b = ak_1$; untuk suatu $k_1 \in Z$ (i(menurut definisi))
 $a|c \rightarrow c = ak_2$; untuk suatu $k_2 \in Z$ (ii(menurut definisi))

Keduanya dijumlahkan sehingga diperoleh

$$b + c = a(k_1 + k_2) \quad \text{dengan } (k_1 + k_2) \in Z$$

maka sesuai definisi berlaku $a|b + c$

Begitu pula dengan mengurangkan (i) oleh (ii) maka diperoleh

$$b - c = a(k_1 - k_2) \quad \text{dengan } (k_1 - k_2) \in Z$$

maka sesuai define berlaku $a|b - c$

Jadi, $a|b \pm c$ (terbukti)

Contoh : $2|14$ dan $2|6$ maka $2|14 + 6$ atau $2|20$

Begitu pula $2|14 - 6$ atau $2|8$

4. $a|b \rightarrow b = ak_1$ untuk suatu $k_1 \in Z$. (menurut definisi)

$a|c \rightarrow c = ak_2$ untuk suatu $k_2 \in Z$. (menurut definisi)

Dari $b = ak_1$

maka $bx = (ak_1).x$, dengan $x \in Z$ (i(dikalikan x))

Begitu pula $c = ak_2$ maka $cy = (ak_2)y$,

dengan $y \in Z$ (ii(dikalikan y))

dengan menjumlahkan (i) dan (ii) diperoleh

$$bx + cy = (ak_1)x + (ak_2)y$$

$bx + cy = a(k_1x + k_2y)$ untuk suatu $(k_1x + k_2y) \in Z$.

maka sesuai definisi berlaku $a|(bx + cy)$.

Begitu pula bila mengurangkan (i) oleh (ii) maka diperoleh

$$bx - cy = (ak_1)x - (ak_2)y$$

$bx - cy = a(k_1x - k_2y)$ untuk suatu $(k_1x - k_2y) \in Z$

maka sesuai definisi berlaku $a|(bx + cy)$.

Contoh : $2|6$ maka $2|6.4$ (bagian 1)

$2|14$ maka $2|14.5$ (bagian 1)

maka $2|6.4 + 14.5$ atau $2|94$

begitu pula $2|6.4 - 14.5$ atau $2| - (46)$

5. $a|b \rightarrow b = ak$ untuk suatu $k \in Z$ (i(menurut definisi))

$b|a \rightarrow a = bt$ untuk suatu $t \in Z$ (ii(menurut definisi))

Substitusi a pada (i) diperoleh

$$b = (bt)k = b(tk) = b(1 - tk) = 0.$$

karena $b \neq 0$, maka $1 - tk = 0$ atau $kt = 1$.

Persamaan ini dipenuhi untuk $k = t = 1$ atau $k = t = -1$. Selanjutnya disubstitusi ke (i) dan (ii) sehingga diperoleh $= \pm b$. Demikian pula dengan mensubstit b pada (ii) diperoleh $a(1 - kt) = 0$. Karena $a \neq 0$, maka $1 - kt = 0$ atau $kt = 1$ sehingga $a = \pm b$.

6. Jika $a|b$, maka $b = ak$ untuk suatu $k \in Z$. (menurut definisi)

Karena $a > 0, b > 0$ dan $b = ak$, maka $k > 0$.

Untuk $k = 1$ maka diperoleh $a = b$, sedangkan untuk $k > 1$ maka $b > a$.

Karena $a > b$ dan $a = b$. Jadi $a \leq b$ (terbukti)

7. \Rightarrow Jika $a|b$, maka $b = ak$ untuk suatu $k \in Z$ (menurut definisi)

$mb = m(ak)$ untuk suatu $m \in Z$ dan $m \neq 0$ (kalikan m)

$$= (ma)k \text{ untuk suatu } k \in Z \quad (\text{asosiatif perkalian})$$

Jadi $ma|mb$ (terbukti)

Contoh : $2|6$ maka $2.3|6.3$ atau $6|18$

$3|12$ maka $3.5|12.5$ atau $15|60$

\Leftarrow Jika $ma|mb$ dan $m \neq 0$, maka $mb = (ma)k$

untuk suatu $k \in Z$

Sehingga $mb = (ma)k$

$$mb - (ma)k = 0$$

$$m(b - ak) = 0$$

karena $m \neq 0$, maka $b - ak = 0$ atau $b = ak$ untuk suatu $k \in \mathbb{Z}$. Jadi $a|b$ (Irawan, 2014).

Contoh : $12|36$ atau $3.4|9.4$ maka $3|9$

$15|90$ atau $5.3|30.3$ maka $5|30$

2.4 Algoritma Pembagian

Untuk sebarang bilangan bulat a dan b dengan $a > 0$, maka terdapatlah dengan tunggal bilangan bulat q dan r sedemikian hingga hubungan bilangan a dan b dapat dinyatakan sebagai $b = qa + r, 0 \leq r < a$. Jadi $a|b$, maka r memenuhi ketaksamaan $0 < r < a$.

Bukti:

Perhatikan barisan aritmatika

$$\dots, b - 3a, b - 2a, b - a, b, b + a, b + 2a, b + 3a, \dots$$

Jika diketahui bilangan bulat a dan b , maka barisan ini dapat dinyatakan dalam bentuk umum sebagai $b - qa$ dengan $q \in \mathbb{Z}$. Barisan bilangan ini ditulis sebagai himpunan $S = \{(b - qa) | q \in \mathbb{Z}\}$. Selanjutnya ambil himpunan T yang semua elemen-elemennya adalah elemen-elemen himpunan T yang tidak negatif, yaitu:

$$T = \{(b - qa) | q \in \mathbb{Z}, b - qa \geq 0\}$$

Maka diperoleh

- (1) $T \neq \emptyset$
- (2) Bila $b \geq 0$ dan $q = 0$, maka $b \in T$.
- (3) Bila $b < 0$ dan $q = b$, maka $b - ba = b(1 - a) \in S$.

Dipihak lain $b - ba = b(1 - a) \geq 0$.

Oleh karena $b < 0$ dan $a > 0$ atau $a \geq 1$ atau $1 - a \leq 0$ sehingga $b - ba \in T$.

Menurut prinsip urutan, maka T mempunyai elemen terkecil, misalnya r , maka r ini dapat dinyatakan sebagai $r = b - qa$ atau $b = qa + r$, dan berlaku bahwa $r \geq 0$. Selanjutnya akan dibuktikan bahwa $r < a$.

Andaikan $r \geq a$ atau $0 \leq r - a$

Karena $r = b - qa$ maka $0 \leq r - a = b - qa - a = b - a(q + 1) \in T$.

Tetapi $b - a(q + 1) = b - qa - a = r - a < r$ (karena $a > 0$).

Sehingga terlihat disini ada elemen $r - a \in T$ yang lebih kecil dari r . Ini kontradiksi bahwa r adalah elemen terkecil di T .

Jadi pengandaian salah sehingga diperoleh bahwa $r < a$. Dari $r \geq 0$ dan $r < a$, maka $0 \leq r < a$ sehingga $b = qa + r$ untuk $0 \leq r < a$.

Kemudian akan ditunjukkan bukti ketunggalan untuk q dan r . Andaikan terdapatlah q_1 dan q_2 dengan $q_1 \neq q_2$ maka terdapatlah r_1 dan r_2 dengan $r_1 \neq r_2$ sehingga:

$$b = q_1 a + r_1 \text{ untuk } 0 \leq r_1 < a$$

$$\text{dan } b = q_2 a + r_2 \text{ untuk } 0 \leq r_2 < a$$

dengan substitusi b diperoleh $q_1 a + r_1 = q_2 a + r_2$

$$a(q_1 - q_2) = r_2 - r_1 \text{ yang berarti } a | (r_1 - r_2) \dots \dots (1)$$

Dipihak lain $0 \leq r_1 < a$ dan $0 \leq r_2 < a$ sehingga $-a < (r_2 - r_1) < a \dots \dots (2)$

Satu-satunya kelipatan a yang terletak diantara $-a$ dan a adalah 0 , sehingga

$r_2 - r_1 = 0$ berakibat $r_2 = r_1$ sehingga $a(q_1 - q_2) = 0$

Karena $a > 0$ maka $q_1 - q_2 = 0$ atau $q_2 = q_1$

Jadi q dan r masing-masing adalah tunggal .

Contoh: untuk suatu bilangan bulat 7 dan 3 dapat dinyatakan hubungannya sebagai $7 = 2.3 + 1$ (Irawan, 2014).

2.5 Ciri-ciri Bilangan Bulat Habis dibagi 9

Missal $9|N$ berarti

$$9|a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$9|a_n \cdot (10^n - 1 + 1) + a_{n-1} \cdot (10^{n-1} - 1 + 1) + \dots + a_1 \cdot (10 - 1 + 1) + a_0$$

$$9|a_n \cdot (10^n - 1) + a_{n-1} \cdot (10^{n-1} - 1) + \dots + a_1 \cdot (10 - 1) + a_0 + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1)$$

$$9|a_n \cdot (10^n - 1) + a_{n-1} \cdot (10^{n-1} - 1) + \dots + a_1 \cdot (10 - 1) + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0) \dots (i)$$

Selanjutnya

$$9|9 \text{ maka } 9|a_1 \cdot 9 \text{ atau } 9|a_1 \cdot (10 - 1)$$

$$9|99 \text{ maka } 9|a_2 \cdot 99 \text{ atau } 9|a_2 \cdot (10^2 - 1)$$

$$9|999 \text{ maka } 9|a_3 \cdot 999 \text{ atau } 9|a_3 \cdot (10^3 - 1)$$

⋮ ⋮ ⋮

$$9|999 \dots 9 \text{ maka } 9|a_n \cdot 999 \dots 9 \text{ atau } 9|a_n \cdot (10^n - 1)$$

Sehingga

$$9|a_n(10^n - 1) + a_{n-1}(10^{n-1} - 1) + \dots + a_1(10 - 1) \dots (ii)$$

Selanjutnya dari (i) dan (ii) yaitu

$$9|a_n \cdot (10^n - 1) + a_{n-1} \cdot (10^{n-1} - 1) + \dots + a_1 \cdot (10 - 1) + (a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0)$$

$$9|a_n(10^n - 1) + a_{n-1}(10^{n-1} - 1) + \dots + a_1(10 - 1)$$

$$\text{Maka diperoleh bahwa } 9|a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$$

Jadi ciri-ciri suatu bilangan bulat N habis dibagi oleh 9 jika dan hanya jika jumlah bilangan dari tiap digitnya habis dibagi oleh 9. Ciri ini sama dengan ciri-ciri bilangan yang habis dibagi oleh 3.

Contoh: Selidiki apakah $9|34567893$?

$$\text{Jawab : } 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 3 = 45$$

karena $9|45$ maka berakibat $9|34567893$

Ciri-ciri yang diperoleh bahwa suatu bilangan bulat N habis dibagi oleh 9 sama seperti ciri-ciri bilangan yang habis dibagi oleh 3. Ini dapat dinyatakan bahwa suatu bilangan bulat N habis dibagi oleh 9 maka bilangan tersebut pasti habis dibagi oleh 3. Akan tetapi tidak berarti sebaliknya. Sebagai contoh bilangan 3456789. Karena $3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 42$ sehingga $3|42$ maka $3|3456789$, akan tetapi 9 tidak membagi 3456789 karena 9 tidak membagi 42 (Irawan, 2014).

2.7 Ilmu Faraidh

Ilmu faraidh adalah ilmu yang mempelajari metode pembagian warisan yang berhak dimiliki oleh ahli waris setelah meninggalnya pemilik (pewaris) karena ada hubungan kekerabatan dan lain-lain sesuai dengan ketentuan syariat. Disebut ilmu faraidh karena membahas ketentuan-ketentuan atau bagian-bagian

yang telah ditentukan terhadap masing-masing ahli waris. Sebagaimana definisi faraidh di bawah ini :

“Adapun ilmu faraidh menurut syara’ adalah bagian tertentu yang telah ditetapkan oleh syara’ bagi yang berhak (ahli waris).

2.7.1 Pengertian Faraidh

Kata waris secara etimologis adalah bentuk jamak dari kata tunggal mirats artinya warisan. Mawaris juga disebut faraidh, bentuk jamak dari kata faridah atau farada yang artinya ketentuan, atau menentukan.

Faraid atau faridah artinya adalah ketentuan-ketentuan tentang siapa-siapa yang mendapatkannya, dan berapa bagian yang dapat diterima oleh mereka (Robiq, 2001).

Kata waris dalam bahasa arab berasal dari kata:

وَمِيرَاتًا إِرْثًا يَرِثُ وَرِثَ

“Dia mewarisi warisan”

Kata waris menurut bahasa artinya berpindah sesuatu sari seseorang kepada orang lain. Sedangkan menurut istilah fiqih pengertian waris ialah berpindahnya hak milik dari orang yang meninggal kepada ahli warisnya yang masih hidup, baik berupa harta benda, tanah maupun suatu dari hak-hak syara.

Harta waris adalah sesuatu yang ditinggalkan oleh seseorang setelah ia meninggal, berupa harta benda, hak-haknya, atau yang bukan bersifat kebendaan. Menurut istilah sebagian besar ulama fiqih qarisan disebut tirkah (Ali, 1995).

2.7.2 Rukun Waris dan Sebab-sebab Memperoleh Warisan

1. Rukun Waris

Rukun waris ada 3:

- a. Al-muwaris, orang yang diwarisi harta peninggalan atau orang yang mewariskan hartanya.
 - b. Al-waris/ahli waris, orang yang dinyatakan mempunyai hubungan kekerabatan.
 - c. Al-maurus atau al-miras, harta peninggalan si mati.
- ### 2. Sebab-sebab memperoleh warisan.

Dalam ketentuan Islam, sebab-sebab untuk dapat menerima warisan ada tiga:

- a. Hubungan kekerabatan
- b. Hubungan perkawinan
- c. Hubungan karena sebab memerdekakan budak atau hamba sahaya (Ali, 1995).

2.7.3 Syarat-syarat Pewarisan

Syarat-syarat pewarisan ada tiga, yaitu:

1. Seseorang meninggal secara hakiki atau secara hukum
2. Ahli waris secara pasti masih hidup ketika pewaris meninggal
3. Mengetahui golongan ahli waris (Ali, 1995).

2.7.4 Orang yang berhak menerima warisan dan pembagiannya

Dalam surat an-Nisa' Allah SWT menjelaskan dengan detail berapa bagian masing-masing ahli waris atau yang disebut al-furuudh al-muqaddarah yaitu $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/3$, $1/6$, dan $2/3$.

Ahli waris dari pihak laki-laki ada lima belas yaitu :

1. Anak laki-laki
2. Cucu laki-laki dari anak laki-laki seterusnya ke bawah
3. Ayah
4. Kakek dari ayah dan seterusnya ke atas
5. Saudara kandung
6. Saudara seayah
7. Saudara seibu
8. Anak saudara kandung dan seterusnya ke bawah
9. Anak saudara seayah dan seterusnya ke bawah
10. Paman kandung
11. Paman seayah
12. Anak paman kandung dan seterusnya ke bawah
13. Anak paman seayah dan seterusnya ke bawah
14. Suami
15. Mu'tiq (orang yang memerdekakan pewaris jika dulu adalah budak)

(Robiq, 2001).

Ahli waris dari pihak perempuan ada sepuluh yaitu :

1. Anak perempuan
2. Cucu perempuan dari anak laki-laki dan seterusnya ke bawah

3. Ibu
4. Nenek dari pihak ibu dan seterusnya ke atas
5. Nenek dari pihak ayah dan seterusnya ke atas
6. Saudari kandung
7. Saudari seayah
8. Saudari seibu
9. Istri
10. Mu'tiqah (Robiq, 2001)

Ahli waris yang mendapatkan faraidh (bagian-bagian tertentu) atau *furuudh al-muqaddarah* ada sepuluh yaitu : suami, istri, ibu, nenek, anak perempuan, cucu perempuan saudari, saudari seibu, ayah apabila bersama keturunan, kakek jika bersama keturunan laki-laki (al-Jurdani, 1997).

- a. Suami mempunyai dua keadaan :
 1. Mendapat $\frac{1}{2}$ apabila tidak ada keturunan
 2. Mendapat $\frac{1}{4}$ apabila ada keturunan.

Sesuai dengan surat an-Nisa' ayat 12 :

"Bagi kalian separuh dari peninggalan istri-istri kalian jika mereka tidak memiliki keturunan, jika mereka memiliki keturunan maka bagi kalian $\frac{1}{4}$ dari peninggalannya".

- b. Istri mempunyai dua keadaan :
 1. Mendapat $\frac{1}{4}$ apabila tidak ada keturunan
 2. Mendapat $\frac{1}{8}$ apabila ada keturunan

Sesuai dengan surat an-Nisa' ayat 12 :

"Bagi mereka (para istri) $\frac{1}{4}$ dari apa yang kalian tinggalkan jika kalian tidak mempunyai keturunan, dan jika kalian mempunyai keturunan maka bagi mereka $\frac{1}{8}$ dari peninggalan kalian."

c. Ibu mempunyai tiga keadaan :

1. Mendapatkan $\frac{1}{3}$ apabila tidak ada keturunan mayit, dan tidak ada saudara lebih dari satu orang.

“Jika dia (mayit) tidak mempunyai keturunan, kedua orang tuanya mendapatkan warisannya, maka ibu mendapatkan $\frac{1}{3}$ ”(An-Nisa:11).

2. Mendapatkan $\frac{1}{6}$ apabila ada keturunan dan ada saudara lebih dari satu
3. “dan bagi kedua orang tuanya masing-masing mendapatkan $\frac{1}{6}$ jika mayit mempunyai keturunan”
4. Mendapatkan $\frac{1}{3}$ dari sisa dalam masalah gharawain, yaitu dimana ahli warisnya, suami, ayah dan ibu, dan atau istri, ayah dan ibu.
5. Nenek, mempunyai satu keadaan yaitu mendapatkan $\frac{1}{6}$ selama tidak terhalang (mahjub) dengan ibu atau nenek yang lebih dekat darinya.

d. Anak perempuan mempunyai tiga keadaan:

1. Mendapatkan $\frac{1}{2}$ apabila tunggal
2. Mendapatkan $\frac{2}{3}$ apabila apabila lebih dari satu orang
3. Mendapatkan ‘*ashabah bi al-ghair* (sisa) bersama anak laki-laki.

e. Cucu perempuan dari anak laki-laki mempunyai lima keadaan :

1. Mendapatkan $\frac{1}{2}$ apabila tunggal dan tidak ada anak dari mayit.
2. Mendapatkan $\frac{2}{3}$ apabila lebih dari satu dan tidak ada anak mayit.
3. Mendapatkan $\frac{1}{6}$ apabila bersama satu anak perempuan.
4. ‘*Ashabah bi al-ghair* apabila bersama cucu laki-laki
5. Mahjub (terhalang) apabila bersama anak laki-laki mayit, atau anak perempuan lebih dari satu.

f. Saudari perempuan kandung mempunyai lima keadaan :

1. Mendapatkan $\frac{1}{2}$ apabila tunggal dan tidak ada keturunan dan ayah

2. Mendapatkan $\frac{2}{3}$ apabila lebih dari satu dan tidak ada keturunan dan ayah
 3. Mendapatkan 'ashabah ma'fa al-ghair apabila bersama keturunan perempuan
 4. Mendapatkan apabila bersama saudara kandung.
 5. Mahjub apabila bersama keturunan laki-laki dan ayah
- g. Saudari seayah mempunyai 6 keadaan :
1. Mendapatkan $\frac{1}{2}$ apabila tunggal dan tidak ada keturunan dan ayah
 2. Mendapatkan $\frac{2}{3}$ apabila lebih dari satu dan tidak ada keturunan, saudara kandung dan ayah
 3. Mendapatkan apabila bersama keturunan perempuan, tidak ada keturunan laki-laki, saudara kandung dan ayah
 4. Mendapatkan apabila bersama saudara seayah.
 5. Mendapatkan $\frac{1}{6}$ bersama satu saudara kandung, tidak ada keturunan, saudara kandung dan ayah
 6. Mahjub apabila bersama keturunan laki-laki, ayah, saudara kandung, saudara kandung lebih dari satu.
- h. Saudara seibu mempunyai dua keadaan :
1. Mendapatkan $\frac{1}{3}$ apabila lebih dari satu dan tidak ada keturunan dan ayah
 2. Mendapatkan $\frac{1}{6}$ apabila sendirian dan tidak ada keturunan dan ayah
- i. Ayah mempunyai 3 keadaan :
1. Mendapatkan $\frac{1}{6}$ apabila ada keturunan laki-laki
 2. Mendapatkan $\frac{1}{6}$ ditambah sisa apabila bersama keturunan perempuan

3. Mendapatkan ‘ashabah apabila tidak ada keturunan

Semua ahli waris laki-laki selain yang disebutkan di atas berhak mendapatkan sisa.



BAB III PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dibahas bagaimana konstruksi bilangan yang terbentuk oleh keterbagian sembilan sehingga dapat menjadi sebuah permainan bilangan.

3.1 Konstruksi Bilangan

Untuk $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8 \in \mathbb{Z}^+$

3.1 1 Bilangan Dua Digit

Terdapat bilangan a_1a_0 kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi a_0a_1 , sehingga dapat dituliskan

$$a_1a_0 = a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1 = a_0 \cdot 10 + a_1$$

Dimisalkan $a_1a_0 > a_0a_1$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_1a_0 - a_0a_1 = (a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10 + a_1)$$

Karena $a_0a_1 > a_1a_0$, maka haruslah $a_0 > a_1$ sehingga diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_1 - 1) - a_0] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_1]$$

Menurut teorema ciri-ciri suatu bilangan bulat N habis dibagi oleh 9 yaitu jika dan hanya jika jumlah bilangan dari tiap digitnya habis dibagi oleh 9, maka kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_1 - 1) - a_0] + [(a_0 + 10) - a_1] = 9$$

Oleh karena itu, hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$83 - 38 = 45$$

Karena jumlahkan bilangan digitnya yaitu $4 + 5 = 9$, maka $9|45$.

3.1.2 Bilangan Tiga Digit

Terdapat bilangan $a_2a_1a_0$, kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_0a_1a_2$, sehingga dapat dituliskan

$$a_2a_1a_0 = a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2 = a_0 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_2$$

Dimisalkan $a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2 = (a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_2)$$

Karena $a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2$, maka haruslah $a_2 > a_0$ sehingga diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_2 - 1) - a_0] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_2]$$

Menurut teorema ciri-ciri suatu bilangan bulat N habis dibagi oleh 9 yaitu jika dan hanya jika jumlah bilangan dari tiap digitnya habis dibagi oleh 9, maka kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_2 - 1) - a_0] + [(a_1 - 1 + 10) - a_1] + [(a_0 + 10) - a_2] = 18$$

Oleh karena itu, hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$756 - 657 = 99$$

Karena jumlahkan bilangan digitnya yaitu $9 + 9 = 18$, maka $9|99$.

3.1.3 Bilangan Empat Digit

Terdapat bilangan $a_3a_2a_1a_0$, kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_0a_1a_2a_3$, sehingga dapat dituliskan

$$a_3a_2a_1a_0 = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2a_3 = a_0 \cdot 10^3 + a_1 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10 + a_3$$

Dimisalkan $a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3$ sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_3a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2a_3 = (a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^3 + a_1 \cdot 10^2 + a_2 \cdot 10 + a_3)$$

Karena $a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3$, maka dapat dibagi menjadi 4 kasus

1. Untuk $a_3 > a_0, a_2 > a_1$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_3 - a_0] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1) - a_1] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_3]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_3 - a_0] + [(a_2 - 1) - a_1] + [(a_1 - 1 + 10) - a_2] + [(a_0 + 10) - a_3] = 18$$

Karena $9|18$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$7634 - 4367 = 3267, \text{ kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu } 3 + 2 + 6 + 7 = 18.$$

2. Untuk $a_3 > a_0, a_1 > a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_3 - 1) - a_0] \cdot 10^3 + [(a_2 + 10) - a_1] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_2] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_3]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_3 - 1) - a_0] + [(a_2 + 10) - a_1] + [(a_1 - 1) - a_2] + [(a_0 + 10) - a_3] = 18$$

Karena $9|18$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$7564 - 4657 = 2907, \text{ kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu } 2 + 9 + 0 + 7 = 18.$$

3. Untuk $a_3 > a_0, a_2 = a_1$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_3 - 1) - a_0] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_3]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_3 - 1) - a_0] + [(a_2 - 1 + 10) - a_1] + [(a_1 - 1 + 10) - a_2] + [(a_0 + 10) - a_3] = 27$$

Karena $9|27$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$7664 - 4667 = 2997, \text{ kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu } 2 + 9 + 9 + 7 = 27.$$

4. Untuk $a_3 = a_0, a_2 > a_1$, hasil konstruksinya kembali ke konstruksi bilangan 2 digit.

3.1.4 Bilangan Lima Digit

Terdapat bilangan $a_4a_3a_2a_1a_0$ kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_1a_2a_3a_4$, sehingga dapat ditulis

$$a_4a_3a_2a_1a_0 = a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2a_3a_4 = a_0 \cdot 10^4 + a_1 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10 + a_4$$

Dimisalkan $a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_4a_3a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2a_3a_4 = (a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^4 + a_1 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10 + a_4)$$

Karena $a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4$, maka dapat dibagi menjadi 4 kasus

1. Untuk $a_4 > a_0, a_3 > a_1$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_4 - a_0] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1) - a_1] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_4]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_4 - a_0] + [(a_3 - 1) - a_1] + [(a_2 - 1 + 10) - a_2] + [(a_1 - 1 + 10) - a_3] + [(a_0 + 10) - a_4] = 27$$

Karena $9|27$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$78536 - 63587 = 14949$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu

$$1 + 4 + 9 + 4 + 9 = 27.$$

2. Untuk $a_4 > a_0, a_3 < a_1$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_4 - 1) - a_0] \cdot 10^4 + [(a_3 + 10) - a_1] \cdot 10^3 + [a_2 - a_2] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_3] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_4]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_4 - 1) - a_0] + [(a_3 + 10) - a_1] + [a_2 - a_2] + [(a_1 - 1) - a_3] + [(a_0 + 10) - a_4] = 18$$

Karena $9|18$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$73486 - 68437 = 5049, \text{ kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu } 5 + 0 + 4 + 9 = 18.$$

3. Untuk $a_4 > a_0, a_3 = a_1$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_4 - 1) - a_0] \cdot 10^4 + [(a_3 + 10 - 1) - a_1] \cdot 10^3 + [(a_2 + 10 - 1) - a_2] \cdot 10^2 + [(a_1 + 10 - 1) - a_3] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_4]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_4 - 1) - a_0] + [(a_3 + 10 - 1) - a_1] + [(a_2 + 10 - 1) - a_2] + [(a_1 + 10 - 1) - a_3] + [(a_0 + 10) - a_4] = 36$$

Karena $9|36$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$$73332 - 23337 = 49995, \text{ kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu } 4 + 9 + 9 + 9 + 5 = 36.$$

4. Untuk $a_4 = a_0, a_3 > a_1$, hasil konstruksinya kembali ke konstruksi bilangan 3 digit.

3.1.5 Bilangan Enam Digit

Terdapat bilangan $a_5a_4a_3a_2a_1a_0$ kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_0a_1a_2a_3a_4a_5$, sehingga dapat ditulis

$$a_5a_4a_3a_2a_1a_0 = a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2a_3a_4a_5 = a_0 \cdot 10^5 + a_1 \cdot 10^4 + a_2 \cdot 10^3 + a_3 \cdot 10^2 + a_4 \cdot 10 + a_5$$

Dimisalkan $a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_5a_4a_3a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2a_3a_4a_5 = (a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^5 + a_1 \cdot 10^4 + a_2 \cdot 10^3 + a_3 \cdot 10^2 + a_4 \cdot 10 + a_5)$$

Karena $a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5$, maka dapat dibagi menjadi 10 kasus

1. Untuk $a_5 > a_0$, $a_4 > a_1$, $a_3 > a_2$ dan $a_5 > a_0$, $a_4 = a_1$, $a_3 < a_2$,

diperoleh hasil konstruksi

$$[a_5 - a_0] \cdot 10^5 + [a_4 - a_1] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1) - a_2] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_5 - a_0] + [a_4 - a_1] + [(a_3 - 1) - a_2] + [(a_2 - 1 + 10) - a_3] + [(a_1 - 1 + 10) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 27$$

Karena $9|27$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$756431 - 134657 = 261774$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $2 + 6 + 1 + 7 + 7 + 4 = 27$.

2. Untuk $a_5 > a_0$, $a_4 > a_1$, $a_3 < a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_5 - a_0].10^5 + [(a_4 - 1) - a_1].10^4 + [(a_3 + 10) - a_2].10^3 + [(a_2 - 1) - a_3].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_4].10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_5 - a_0] + [(a_4 - 1) - a_1] + [(a_3 + 10) - a_2] + [(a_2 - 1) - a_3] + [(a_1 - 1 + 10) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 27$$

Karena $9|27$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$864536 - 635468 = 229068$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $2 + 2 + 9 + 0 + 6 + 8 = 27$

3. Untuk $a_5 > a_0$, $a_4 > a_1$, $a_3 = a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_5 - a_0].10^5 + [(a_4 - 1) - a_1].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_2].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_3].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_4].10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_5 - a_0] + [(a_4 - 1) - a_1] + [(a_3 - 1 + 10) - a_2] + [(a_2 - 1 + 10) - a_3] + [(a_1 - 1 + 10) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 36,$$

Karena $9|36$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$786654 - 456687 = 329967$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $3 + 2 + 9 + 9 + 6 + 7 = 36$

4. Untuk $a_5 > a_0$, $a_4 < a_1$, $a_3 > a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_5 - 1) - a_0] \cdot 10^5 + [(a_4 + 10) - a_1] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1) - a_2] \cdot 10^3 + [(a_2 + 10) - a_3] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_4] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_5 - 1) - a_0] + [(a_4 + 10) - a_1] + [(a_3 - 1) - a_2] + [(a_2 + 10) - a_3] + [(a_1 - 1) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 27$$

Karena $9|27$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$548672 - 276845 = 271827$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $2 + 7 + 1 + 8 + 2 + 7 = 27$.

5. Untuk $a_5 > a_0$, $a_4 < a_1$, $a_3 < a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_5 - 1) - a_0] \cdot 10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^4 + [(a_3 + 10) - a_2] \cdot 10^3 + [a_2 - a_3] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_4] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_5 - 1) - a_0] + [(a_4 - 1 + 10) - a_1] + [(a_3 + 10) - a_2] + [a_2 - a_3] + [(a_1 - 1) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 27$$

Karena $9|27$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$827946 - 649728 = 178218$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $1 + 7 + 8 + 2 + 1 + 8 = 27$.

6. Untuk $a_5 > a_0$, $a_4 < a_1$, $a_3 = a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_5 - 1) - a_0] \cdot 10^5 + [(a_4 + 10) - a_1] \cdot 10^4 + [a_3 - a_2] \cdot 10^3 + [a_2 - a_3] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_4] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_5 - 1) - a_0] + [(a_4 + 10) - a_1] + [a_3 - a_2] + [a_2 - a_3] + \\ [(a_1 - 1) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 18$$

Karena $9|18$, maka hasil selisih antara bilangan dengan pembalikan bilangannya bersifat terbagi oleh 9.

Contoh:

$827946 - 649728 = 178218$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $1 + 7 + 8 + 2 + 1 + 8 = 27$.

7. Untuk $a_5 > a_0, a_4 = a_1, a_3 > a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_5 - a_0].10^5 + [a_4 - a_1].10^4 + [(a_3 - 1) - a_2].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_3].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_4].10 + [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_5 - a_0] + [a_4 - a_1] + [(a_3 - 1) - a_2] + [(a_2 - 1 + 10) - a_3] + \\ [(a_1 - 1 + 10) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 27.$$

Contoh:

$754153 - 351457 = 402696$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $4 + 0 + 2 + 6 + 9 + 6 = 27$.

8. Untuk $a_5 > a_0, a_4 = a_1, a_3 = a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_5 - 1) - a_0].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_1].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_2].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_3].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_4].10 + \\ [(a_0 + 10) - a_5]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_5 - 1) - a_0] + [(a_4 - 1 + 10) - a_1] + [(a_3 - 1 + 10) - a_2] + \\ [(a_2 - 1 + 10) - a_3] + [(a_1 - 1 + 10) - a_4] + [(a_0 + 10) - a_5] = 45$$

Contoh:

$859953 - 359958 = 499995$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $4 + 9 + 9 + 9 + 9 + 5 = 45$

9. $a_5 = a_0$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 4 digit.
10. $a_5 = a_0$, $a_4 = a_1$, $a_3 > a_2$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 2 digit.

3.1.6 Bilangan Tujuh Digit

Terdapat bilangan $a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$ kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6$, sehingga dapat ditulis

$$a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 = a_6 \cdot 10^6 + a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6 = a_0 \cdot 10^6 + a_1 \cdot 10^5 + a_2 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_4 \cdot 10^2 + a_5 \cdot 10 + a_6$$

Dimisalkan $a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6 = (a_6 \cdot 10^6 + a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^6 + a_1 \cdot 10^5 + a_2 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_4 \cdot 10^2 + a_5 \cdot 10 + a_6)$$

Karena $a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6$, maka dapat dibagi menjadi kasus

1. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 > a_1$, $a_4 > a_2$ dan $a_6 > a_0$, $a_5 = a_1$, $a_4 > a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_6 - a_0] \cdot 10^6 + [a_5 - a_1] \cdot 10^5 + [(a_4 - 1) - a_2] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_6 - a_0] + [a_5 - a_1] + [(a_4 - 1) - a_2] + [(a_3 - 1 + 10) - a_3] + [(a_2 - 1 + 10) - a_4] + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 36,$$

dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|36$.

Contoh:

1. $7681543 - 3451867 = 4229676$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $4 + 2 + 2 + 9 + 6 + 7 + 6 = 36$

2. $5750371 - 1730575 = 4019796$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $4 + 0 + 1 + 9 + 7 + 9 + 6 = 36$

2. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 > a_1$, $a_4 < a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_6 - a_0] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1) - a_1] \cdot 10^5 + [(a_4 + 10) - a_2] \cdot 10^4 + [a_3 - a_3] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1) - a_4] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_6 - a_0] + [(a_5 - 1) - a_1] + [(a_4 + 10) - a_2] + [a_3 - a_3] + [(a_2 - 1) - a_4] + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 27, \quad \text{dan}$$

dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|27$.

Contoh:

$8731645 - 5461378 = 3270267$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $3 + 2 + 7 + 0 + 2 + 6 + 7 = 27$

3. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 > a_1$, $a_4 = a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_6 - a_0].10^6 + [(a_5 - 1) - a_1].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_2].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_3].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_4].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_5].10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_6 - a_0] + [(a_5 - 1) - a_1] + [(a_4 - 1 + 10) - a_2] + [(a_3 - 1 + 10) - a_3] + [(a_2 - 1 + 10) - a_4] + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

Contoh:

$9873716 - 6173789 = 3699927$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $3 + 6 + 9 + 9 + 9 + 2 + 7 = 45$

4. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 < a_1$, $a_4 > a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_6 - 1) - a_0].10^6 + [(a_5 + 10) - a_1].10^5 + [(a_4 - 1) - a_2].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_3].10^3 + [(a_2 + 10) - a_4].10^2 + [(a_1 - 1) - a_5].10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_6 - 1) - a_0] + [(a_5 + 10) - a_1] + [(a_4 - 1) - a_2] + [(a_3 - 1 + 10) - a_3] + [(a_2 + 10) - a_4] + [(a_1 - 1) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

Contoh:

$5675493 - 3945765 = 1729728$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $1 + 7 + 2 + 9 + 7 + 2 + 8 = 36$

5. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 < a_1$, $a_4 < a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_6 - 1) - a_0] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^5 + [(a_4 + 10) - a_2] \cdot 10^4 + [a_3 - a_3] \cdot 10^3 + [a_2 - a_4] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_5] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_6 - 1) - a_0] + [(a_5 - 1 + 10) - a_1] + [(a_4 + 10) - a_2] + [a_3 - a_3] + [a_2 - a_4] + [(a_1 - 1) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 27, \text{ dan}$$

dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|27$.

Contoh:

$6344572 - 2754436 = 3590136$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $3 + 5 + 9 + 0 + 1 + 3 + 6 = 27$

6. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 < a_1$, $a_4 = a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_6 - 1) - a_0] \cdot 10^6 + [(a_5 + 10) - a_1] \cdot 10^5 + [a_4 - a_2] \cdot 10^4 + [a_3 - a_3] \cdot 10^3 + [a_2 - a_4] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_5] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_6 - 1) - a_0] + [(a_5 + 10) - a_1] + [a_4 - a_2] + [a_3 - a_3] + [a_2 - a_4] + [(a_1 - 1) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 18, \text{ dan}$$

dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|18$.

Contoh:

$3457561 - 1657543 = 1800018$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $1 + 8 + 0 + 0 + 0 + 1 + 8 = 18$.

7. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 = a_1$, $a_4 < a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_6 - 1) - a_0] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^5 + [(a_4 + 10) - a_2] \cdot 10^4 + [a_3 - a_3] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1) - a_4] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_6 - 1) - a_0] + [(a_5 - 1 + 10) - a_1] + [(a_4 + 10) - a_2] + [a_3 - a_3] + [(a_2 - 1) - a_4] + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

Contoh:

$7845185 - 5815487 = 2029698$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $2 + 0 + 2 + 9 + 6 + 9 + 8 = 36$.

8. Untuk $a_6 > a_0$, $a_5 = a_1$, $a_4 = a_2$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_6 - 1) - a_0] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_6]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_6 - 1) - a_0] + [(a_5 - 1 + 10) - a_1] + [(a_4 - 1 + 10) - a_2] + [(a_3 - 1 + 10) - a_3] + [(a_2 - 1 + 10) - a_4] + [(a_1 - 1 + 10) - a_5] + [(a_0 + 10) - a_6] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|54.$$

Contoh:

$5847483 - 3847485 = 1999998$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $1 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 8 = 54$.

9. Untuk $a_6 = a_0$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 5 digit
10. Untuk $a_6 = a_0$, $a_5 = a_1$, $a_4 > a_2$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 3 digit.

3.1.7 Bilangan Delapan Digit

Terdapat bilangan $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$ kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$, sehingga dapat ditulis

$$a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 = a_7 \cdot 10^7 + a_6 \cdot 10^6 + a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7 = a_0 \cdot 10^7 + a_1 \cdot 10^6 + a_2 \cdot 10^5 + a_3 \cdot 10^4 + a_4 \cdot 10^3 + a_5 \cdot 10^2 + a_6 \cdot 10 + a_7$$

Dimisalkan $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7 = (a_7 \cdot 10^7 + a_6 \cdot 10^6 + a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^7 + a_1 \cdot 10^6 + a_2 \cdot 10^5 + a_3 \cdot 10^4 + a_4 \cdot 10^3 + a_5 \cdot 10^2 + a_6 \cdot 10 + a_7)$$

Karena $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7$, maka dapat dibagi menjadi

29 kasus

1. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 > a_2, a_4 > a_3$ dan $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 = a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [a_6 - a_1].10^6 + [a_5 - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [a_5 - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

Contoh:

$87652431 - 13425678 = 74226753$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $7 + 4 + 2 + 2 + 6 + 7 + 5 + 3 = 36$.

$87652631 - 13625678 = 74026953$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $7 + 4 + 0 + 2 + 6 + 9 + 5 + 3 = 36$.

2. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 > a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [a_6 - a_1].10^6 + [(a_5 - 1) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

Contoh:

$56447143 - 34174465 = 22272678$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $2 + 2 + 2 + 7 + 2 + 6 + 7 + 8 = 36$.

3. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 > a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$\begin{aligned}
& [a_7 - a_0] \cdot 10^7 + [a_6 - a_1] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1) - a_2] \cdot 10^5 + \\
& [(a_4 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^3 + \\
& [(a_2 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] \cdot 10 + \\
& [(a_0 + 10) - a_7]
\end{aligned}$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
& [a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 - 1 + 10) - a_3] + \\
& [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - \\
& a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 45, \quad \text{dan dapat dinyatakan dalam} \\
& \text{keterbagian } 9|45.
\end{aligned}$$

Contoh:

$98655137 - 73155689 = 25499448$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $2 + 5 + 4 + 9 + 9 + 4 + 4 + 8 = 45$.

4. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 < a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$\begin{aligned}
& [a_7 - a_0] \cdot 10^7 + [a_6 - a_1] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1) - a_2] \cdot 10^5 + \\
& [(a_4 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^3 + \\
& [(a_2 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] \cdot 10 + \\
& [(a_0 + 10) - a_7]
\end{aligned}$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
& [a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 - 1 + 10) - a_3] + \\
& [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - \\
& a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \quad \text{dan dapat dinyatakan dalam} \\
& \text{keterbagian } 9|36.
\end{aligned}$$

Contoh:

$69441873 - 37814496 = 31627377$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $3 + 1 + 6 + 2 + 7 + 3 + 7 + 7 = 36$.

5. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 < a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [(a_6 - 1) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [(a_2 - 1) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [(a_6 - 1) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [a_3 - a_4] + [(a_2 - 1) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

Contoh:

$86435957 - 75953468 = 10482489$, kemudian jumlahkan bilangan digitnya yaitu $1 + 0 + 4 + 8 + 2 + 4 + 8 + 9 = 36$.

6. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 < a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [(a_6 - 1) - a_1].10^6 + [(a_5 + 10) - a_2].10^5 + [a_4 - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [(a_2 - 1) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [(a_6 - 1) - a_1] + [(a_5 + 10) - a_2] + [a_4 - a_3] + [a_3 - a_4] + [(a_2 - 1) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 27, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|27.$$

7. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 = a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [(a_6 - 1) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [(a_6 - 1) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

8. Untuk $a_7 > a_0, a_6 > a_1, a_5 = a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [(a_6 - 1) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [(a_6 - 1) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 - 1 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|54.$$

9. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 > a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 + 10) - a_1].10^6 + [a_5 - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 + 10) - a_1] + [a_5 - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

10. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 > a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1) - a_4].10^3 + [(a_2 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1) - a_4] + [(a_2 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

11. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 > a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1) - a_2].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 - 1 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

12. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 < a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - a_3].10^4 + [(a_3 + 10) - a_4].10^3 + [a_2 - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 + 10) - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 + 10) - a_4] + [a_2 - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

13. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 < a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [a_2 - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [a_3 - a_4] + [a_2 - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

14. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 < a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 + 10) - a_2].10^5 + [a_4 - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [a_2 - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 + 10) - a_2] + [a_4 - a_3] + [a_3 - a_4] + [a_2 - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 27, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|27.$$

15. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 = a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 + 10) - a_1].10^6 + [a_5 - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - a_3].10^4 + [(a_3 + 10) - a_4].10^3 + [a_2 - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 + 10) - a_1] + [a_5 - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 + 10) - a_4] + [a_2 - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 27, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|27.$$

16. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 = a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [a_2 - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [a_3 - a_4] + [a_2 - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

17. Untuk $a_7 > a_0, a_6 < a_1, a_5 = a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 + 10) - a_1].10^6 + [a_5 - a_2].10^5 + [a_4 - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [a_2 - a_5].10^2 + [(a_1 - 1) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 + 10) - a_1] + [a_5 - a_2] + [a_4 - a_3] + [a_3 - a_4] + [a_2 - a_5] + [(a_1 - 1) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 18, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|18.$$

18. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 > a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [a_6 - a_1].10^6 + [a_5 - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [a_5 - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

19. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 > a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [a_6 - a_1].10^6 + [(a_5 - 1) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

20. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 > a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [a_6 - a_1].10^6 + [(a_5 - 1) - a_2].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [(a_5 - 1) - a_2] + [(a_4 - 1 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7]$$

$a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 45$, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|45$.

21. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 < a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - a_3].10^4 + [(a_3 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 + 10) - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

22. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 < a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [(a_2 - 1) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 + 10) - a_3] + [a_3 - a_4] + [(a_2 - 1) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

23. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 < a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 + 10) - a_2].10^5 + [a_4 - a_3].10^4 + [a_3 - a_4].10^3 + [(a_2 - 1) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 + 10) - a_2] + \\ [a_4 - a_3] + [a_3 - a_4] + [(a_2 - 1) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + \\ [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

24. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 = a_2, a_4 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_7 - a_0].10^7 + [a_6 - a_1].10^6 + [a_5 - a_2].10^5 + [(a_4 - 1) - \\ a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + \\ [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_7 - a_0] + [a_6 - a_1] + [a_5 - a_2] + [(a_4 - 1) - a_3] + [(a_3 - 1 + \\ 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + \\ [(a_0 + 10) - a_7] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

25. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 = a_2, a_4 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + \\ 10) - a_2].10^5 + [(a_4 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1) - a_4].10^3 + \\ [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + \\ [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + \\ [(a_4 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + \\ [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan} \\ \text{dalam keterbagian } 9|54.$$

26. Untuk $a_7 > a_0, a_6 = a_1, a_5 = a_2, a_4 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_7 - 1) - a_0].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_1].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_2].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_3].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_4].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_5].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_6].10 + [(a_0 + 10) - a_7]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_7 - 1) - a_0] + [(a_6 - 1 + 10) - a_1] + [(a_5 - 1 + 10) - a_2] + [(a_4 - 1 + 10) - a_3] + [(a_3 - 1 + 10) - a_4] + [(a_2 - 1 + 10) - a_5] + [(a_1 - 1 + 10) - a_6] + [(a_0 + 10) - a_7] = 63, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|63.$$

27. Untuk $a_7 = a_0$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 6 digit.
28. Untuk $a_7 = a_0, a_6 = a_1$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 4 digit.
29. Untuk $a_7 = a_0, a_6 = a_1, a_5 = a_2, a_4 > a_3$, hasil konstruksinya kembali pada konstruksi bilangan 2 digit.

3.1.8 Bilangan Sembilan Digit

Terdapat bilangan $a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$ kemudian bilangan tersebut dibalik secara urutan nilai tempatnya menjadi $a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8$, sehingga dapat dituliskan

$$a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 = a_8.10^8 + a_7.10^7 + a_6.10^6 + a_5.10^5 + a_4.10^4 + a_3.10^3 + a_2.10^2 + a_1.10 + a_0$$

$$a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8 = a_0.10^8 + a_1.10^7 + a_2.10^6 + a_3.10^5 + a_4.10^4 + a_5.10^3 + a_6.10^2 + a_7.10 + a_8$$

Dimisalkan $a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8$, sehingga selisih antara bilangan yang lebih besar dengan bilangan yang lebih kecil dapat dinyatakan sebagai

$$a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 - a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8 = (a_8 \cdot 10^8 + a_7 \cdot 10^7 + a_6 \cdot 10^6 + a_5 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0) - (a_0 \cdot 10^8 + a_1 \cdot 10^7 + a_2 \cdot 10^6 + a_3 \cdot 10^5 + a_4 \cdot 10^4 + a_5 \cdot 10^3 + a_6 \cdot 10^2 + a_7 \cdot 10 + a_8)$$

Karena $a_8a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 > a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8$, maka dapat dibagi menjadi 30 kasus

1. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 > a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0] \cdot 10^8 + [a_7 - a_1] \cdot 10^7 + [a_6 - a_2] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1) - a_3] \cdot 10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [a_6 - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

2. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 > a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0] \cdot 10^8 + [a_7 - a_1] \cdot 10^7 + [(a_6 - 1) - a_2] \cdot 10^6 + [(a_5 + 10) - a_3] \cdot 10^5 + [a_4 - a_4] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1) - a_5] \cdot 10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [(a_6 - 1) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] +$
 $[a_4 - a_4] + [(a_3 - 1) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) -$
 $a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36$, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian
 $9|36$.

3. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 > a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0].10^8 + [a_7 - a_1].10^7 + [(a_6 - 1) - a_2].10^6 + [(a_5 - 1 + \\
 & 10) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - \\
 & a_5].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + \\
 & [(a_0 + 10) - a_8]
 \end{aligned}$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [(a_6 - 1) - a_2] + [(a_5 - 1 + 10) - a_3] + \\
 & [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + \\
 & [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan} \\
 & \text{dalam keterbagian } 9|54.
 \end{aligned}$$

4. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 < a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0].10^8 + [(a_7 - 1) - a_1].10^7 + [(a_6 + 10) - a_2].10^6 + \\
 & [(a_5 - 1) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 + 10) - \\
 & a_5].10^3 + [(a_2 - 1) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + \\
 & [(a_0 + 10) - a_8]
 \end{aligned}$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0] + [(a_7 - 1) - a_1] + [(a_6 + 10) - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + \\
 & [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1) - a_6] + \\
 & [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan} \\
 & \text{dalam keterbagian } 9|45.
 \end{aligned}$$

5. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 < a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi
- $$[a_8 - a_0].10^8 + [(a_7 - 1) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2].10^6 +$$
- $$[(a_5 + 10) - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5].10^3 + [(a_2 - 1) -$$
- $$a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [(a_7 - 1) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 + 10) -$$

$$a_3] + [a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [(a_2 - 1) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) -$$

$$a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian}$$

$$9|36.$$

6. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 < a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0].10^8 + [(a_7 - 1) - a_1].10^7 + [(a_6 + 10) - a_2].10^6 +$$

$$[a_5 - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5].10^3 + [(a_2 - 1) -$$

$$a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [(a_7 - 1) - a_1] + [(a_6 + 10) - a_2] + [a_5 - a_3] +$$

$$[a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [(a_2 - 1) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] +$$

$$[(a_0 + 10) - a_8] = 27, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|27.$$

7. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 = a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0].10^8 + [a_7 - a_1].10^7 + [a_6 - a_2].10^6 + [(a_5 - 1) -$$

$$a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_5].10^3 +$$

$$[(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) -$$

$$a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [a_6 - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45$, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|45$.

8. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 = a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0] \cdot 10^8 + [(a_7 - 1) - a_1] \cdot 10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10^6 + \\
 & [(a_5 + 10) - a_3] \cdot 10^5 + [a_4 - a_4] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1) - a_5] \cdot 10^3 + \\
 & [(a_2 - 1 + 10) - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]
 \end{aligned}$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0] + [(a_7 - 1) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] + \\
 & [a_4 - a_4] + [(a_3 - 1) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + \\
 & [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.
 \end{aligned}$$

9. Untuk $a_8 > a_0, a_7 > a_1, a_6 = a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0] \cdot 10^8 + [(a_7 - 1) - a_1] \cdot 10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10^6 + \\
 & [(a_5 - 1 + 10) - a_3] \cdot 10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] \cdot 10^3 + \\
 & [(a_2 - 1 + 10) - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]
 \end{aligned}$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
 & [a_8 - a_0] + [(a_7 - 1) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 - 1 + 10) - a_3] + \\
 & [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + \\
 & [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 63, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|63.
 \end{aligned}$$

10. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 > a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi
- $$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 + 10) - a_1].10^7 + [a_6 - a_2].10^6 +$$
- $$[(a_5 - 1) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) -$$
- $$a_5].10^3 + [(a_2 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1) - a_7].10 + [(a_0 + 10) -$$
- $$a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 + 10) - a_1] + [a_6 - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] +$$

$$[(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 + 10) - a_6] +$$

$$[(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam}$$

keterbagian $9|45$.

11. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 > a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi
- $$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1) - a_2].10^6 +$$
- $$[(a_5 + 10) - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [(a_3 - 1) - a_5].10^3 +$$
- $$[(a_2 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1) - a_2] + [(a_5 + 10) -$$

$$a_3] + [a_4 - a_4] + [(a_3 - 1) - a_5] + [(a_2 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1) -$$

$$a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam}$$

keterbagian $9|36$.

12. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 > a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi
- $$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1) - a_2].10^6 +$$
- $$[(a_5 - 1 + 10) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 +$$
- $$10) - a_5].10^3 + [(a_2 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1) - a_7].10 +$$
- $$[(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1) - a_2] + [(a_5 - 1 + 10) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|54.$$

13. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 < a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 + 10) - a_2].10^6 + [(a_5 - 1) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 + 10) - a_5].10^3 + [a_2 - a_6].10^2 + [(a_1 - 1) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 + 10) - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 + 10) - a_5] + [a_2 - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

14. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 < a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2].10^6 + [(a_5 + 10) - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5].10^3 + [a_2 - a_6].10^2 + [(a_1 - 1) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] + [a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [a_2 - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|36.$$

15. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 < a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0] \cdot 10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^7 + [(a_6 + 10) - a_2] \cdot 10^6 + [a_5 - a_3] \cdot 10^5 + [a_4 - a_4] \cdot 10^4 + [a_3 - a_5] \cdot 10^3 + [a_2 - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 + 10) - a_2] + [a_5 - a_3] + [a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [a_2 - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 27, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|27.$$

16. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 = a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0] \cdot 10^8 + [(a_7 + 10) - a_1] \cdot 10^7 + [a_6 - a_2] \cdot 10^6 + [(a_5 - 1) - a_3] \cdot 10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] \cdot 10^4 + [(a_3 + 10) - a_5] \cdot 10^3 + [a_2 - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 + 10) - a_1] + [a_6 - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 + 10) - a_5] + [a_2 - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam } 9|36.$$

17. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 = a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0] \cdot 10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] \cdot 10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] \cdot 10^6 + [(a_5 + 10) - a_3] \cdot 10^5 + [a_4 - a_4] \cdot 10^4 + [a_3 - a_5] \cdot 10^3 + [a_2 - a_6] \cdot 10^2 + [(a_1 - 1) - a_7] \cdot 10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] + [a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [a_2 - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8]$$

$a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36$, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|36$.

18. Untuk $a_8 > a_0, a_7 < a_1, a_6 = a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 + 10) - a_1].10^7 + [a_6 - a_2].10^6 + [a_5 - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5].10^3 + [a_2 - a_6].10^2 + [(a_1 - 1) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 + 10) - a_1] + [a_6 - a_2] + [a_5 - a_3] + [a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [a_2 - a_6] + [(a_1 - 1) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 18, \text{ dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|18.$$

19. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 > a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0].10^8 + [a_7 - a_1].10^7 + [a_6 - a_2].10^6 + [(a_5 - 1) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_5].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [a_6 - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

20. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 > a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0].10^8 + [a_7 - a_1].10^7 + [(a_6 - 1) - a_2].10^6 + [(a_5 + 10) - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [(a_3 - 1) - a_5].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [(a_6 - 1) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] + \\ [a_4 - a_4] + [(a_3 - 1) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - \\ a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian} \\ 9|36.$$

21. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 > a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0].10^8 + [a_7 - a_1].10^7 + [(a_6 - 1) - a_2].10^6 + [(a_5 - 1 + \\ 10) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - \\ a_5].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + \\ [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [(a_6 - 1) - a_2] + [(a_5 - 1 + 10) - a_3] + \\ [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + \\ [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan} \\ \text{dalam keterbagian } 9|54.$$

22. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 < a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 + 10) - \\ a_2].10^6 + [(a_5 - 1) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + \\ [(a_3 + 10) - a_5].10^3 + [(a_2 - 1) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - \\ a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 + 10) - a_2] + \\ [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 + 10) - a_5] +$$

$[(a_2 - 1) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 54$, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|54$.

23. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 < a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2].10^6 + [(a_5 + 10) - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5].10^3 + [(a_2 - 1) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] + [a_4 - a_4] + [a_3 - a_5] + [(a_2 - 1) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45$$
, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|45$.

24. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 < a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 + 10) - a_2].10^6 + [a_5 - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5].10^3 + [(a_2 - 1) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 + 10) - a_2] + [a_5 - a_3] + [a_4 - a_4].10^4 + [a_3 - a_5] + [(a_2 - 1) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 36$$
, dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|36$.

25. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 = a_2, a_5 > a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[a_8 - a_0].10^8 + [a_7 - a_1].10^7 + [a_6 - a_2].10^6 + [(a_5 - 1) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_5].10^3 +$$

$$[(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[a_8 - a_0] + [a_7 - a_1] + [a_6 - a_2] + [(a_5 - 1) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 45, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|45.$$

26. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 = a_2, a_5 < a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2].10^6 + [(a_5 + 10) - a_3].10^5 + [a_4 - a_4].10^4 + [(a_3 - 1) - a_5].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] + [(a_5 + 10) - a_3] + [a_4 - a_4] + [(a_3 - 1) - a_5] + [(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 54, \text{ dan dapat dinyatakan dalam keterbagian } 9|54.$$

27. Untuk $a_8 > a_0, a_7 = a_1, a_6 = a_2, a_5 = a_3$, diperoleh hasil konstruksi

$$[(a_8 - 1) - a_0].10^8 + [(a_7 - 1 + 10) - a_1].10^7 + [(a_6 - 1 + 10) - a_2].10^6 + [(a_5 - 1 + 10) - a_3].10^5 + [(a_4 - 1 + 10) - a_4].10^4 + [(a_3 - 1 + 10) - a_5].10^3 + [(a_2 - 1 + 10) - a_6].10^2 + [(a_1 - 1 + 10) - a_7].10 + [(a_0 + 10) - a_8]$$

Kemudian kita jumlahkan digit utamanya sehingga diperoleh

$$[(a_8 - 1) - a_0] + [(a_7 - 1 + 10) - a_1] + [(a_6 - 1 + 10) - a_2] +$$

$$[(a_5 - 1 + 10) - a_3] + [(a_4 - 1 + 10) - a_4] + [(a_3 - 1 + 10) - a_5] +$$

$$[(a_2 - 1 + 10) - a_6] + [(a_1 - 1 + 10) - a_7] + [(a_0 + 10) - a_8] = 72,$$

dan dapat dinyatakan dalam keterbagian $9|72$.

28. Untuk $a_8 = a_0$, konstruksi bilangan 7 digit.
29. $a_8 = a_0, a_7 = a_1$, konstruksi bilangan 5 digit.
30. $a_8 = a_0, a_7 = a_1, a_6 = a_2, a_5 > a_3$, konstruksi bilangan 3 digit.

3.2 Kajian Agama mengenai Keterbagian

Matematika merupakan ilmu yang sering kita jumpai dalam kehidupan kita sehari-hari, salah satu contohnya yaitu ilmu matematika yang mempelajari tentang keterbagian. Dalam islam juga digunakan ilmu keterbagian dalam menyelesaikan permasalahan, seperti membagi zakat, membagi qurban, serta membagi warisan.

Dalam Al-Qur'an Allah Swt. berfirman:

"Allah mensyariatkan bagimu tentang (pembagian pusaka untuk) anak-anakmu. Yaitu, bahagian seorang anak lelaki sama dengan bahagian dua orang anak perempuan..."(QS An-Nisa : 11).

Dalam ayat tersebut, dijelaskan bahwa pembagian harta warisan sudah diatur bagian-bagiannya beserta siapa saja yang berhak mendapatkan warisan.

Pada bab II dijelaskan, syarat-syarat pewarisan, rukun warisan, beserta ukuran-ukuran warisan yang diterima. Untuk ukuran-ukuran yang sudah ditetapkan dalam Al-Qur'an. Diperuntukkan suami yang istrinya meninggal dan tidak memiliki anak dan cucu laki-laki serta saudara perempuan seayah seibu atau seayah saja, maka hanya mendapatkan setengah bagian dari harta yang ditinggalkan tertera dalam firman Alla Swt.

“Dan bagimu (suami-saumi) separo bagian harta ditinggalkan oleh istri-istrimu. Jika mereka tidak mempunyai anak” (QS An-Nisa: 12)

“Dan jika ia (yang meninggal) mempunyai saudara perempuan maka bagi saudaranya yang perempuan itu seperdua dari harta yang ditinggalkannya” (QS An-Nisa: 176).

Pada QS An-Nisa ayat 12 juga disebutkan, bagi suami jika istrinya memiliki anak dan cucu laki-laki maupun perempuan serta bagi istri jika suaminya tidak memiliki anak maupun cucu laki-laki maka bagi mereka mendapat $\frac{1}{4}$ bagian dari hartanya. *“Apabila mereka mempunyai anak, maka bagimu seperempat dari harta yang mereka tinggalkan”.*

Bagian yang mendapatkan $\frac{1}{8}$ merupakan bagian tertentu bagi seorang istri atau beberapa istri dengan syarat suami mempunyai anak atau cucu dari anak laki-laki dari istri manapun. Ketentuan ini berdasarkan QS An-Nisa ayat 12:

“Jika kamu mempunyai anak, maka para istri itu memperoleh seperdelapan dari harta yang ditinggalkan”.

BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada bab sebelumnya, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan konstruksi tersebut, langkah-langkahnya adalah:
 - a. Kita simbolkan bilangan $N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8, N_9$ berturut-turut adalah bilangan 2 digit sampai 9 digit.

$$N_n = a_{n-1} \dots a_0$$

- b. Untuk N_n , dibalik urutan penempatan bilangannya menjadi N_{n-} .
Contoh: $N_2 = a_1 a_0$ dibalik urutan penempatan bilangannya menjadi $N_{2-} = a_0 a_1$.
 - c. Dengan memperhatikan beberapa kemungkinan syarat pada bilangan, kurangkan bilangan yang lebih besar dengan yang lebih kecil antara N_n dengan N_{n-} .
 - d. Setelah mendapatkan konstruksi bilangannya, dengan menggunakan teorema ciri bilangan habis dibagi 9, yaitu menjumlahkan digit utama hasil dari selisih kedua bilangan kemudian hasil penjumlahannya akan terbagi oleh 9.
2. Maka didapatkan hasil untuk

$$N_n = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0$$

dengan $a_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, maka didapatkan pola konstruksi

$$(a_{n-1} - a_0) \cdot 10^{n-1} + (a_{n-2} - a_1) \cdot 10^{n-2} + \dots + (a_0 - a_{n-1})$$

dan didapatkan pula sifat konstruksi diatas bersifat terbagi oleh 9.

4.2 Saran

Penelitian kali ini dibatasi sampai bilangan 9 digit dan sifat pada operasi pengurang. Untuk penelitian selanjutnya dapat dilakukan sampai bilangan lebih dari 9 digit dan dapat menggunakan operasi lain selain pengurangan.

DAFTAR RUJUKAN

- Ahmadi, Abu. 1991. *Psikologi Perkembangan*. Jakarta: , Rineka Cipta.
- Al-Jurdani, M. 1997. *Fathul 'Allaam bi Syarhi Mursyid al-Anaam*. Bairut: Dar Ibn Hazam, 1997.
- Ash-Shabuni, M. A. 1995. *Hukum Waris Menurut Al-Qur'an dan Hadits*. Bandung. Trigenda Karya.
- Ashlock, R. B. 1994. *Error Patterns in Computation. (6th ed)*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Ayu Laraswati. 2013. Pengertian Bilangan Desimal Otol dan Biner. (online) Diakses pada tanggal 10 Juni 2014
<http://ayularasswati.wordpress.com/2013/09/16/pengertian-bilangan-desimal-oktal-dan-biner/>
- Ghaffar, M. Abdul, Mu'thi, Abdurrahim, dan Al-Atasari, Abu Ihsan. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 6*. Bogor: Penebar Sunnah.
- Irawan, W.H, dkk. 2014. *Pengantar Teori Bilangan*. Malang: UIN Maliki Pres.
- Kramer, K. 1970. *Teaching Elementary School Mathematics*. Boton, Mas.:Allyn and Bacon, Inc.
- Negoro, S.T. & Harahap, B. 1983. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Robiq, Ahmad. 2001. *Fiqih Mawaris*. Jakarta. PT Raja Grafindo Persada.
- Seputra, T. MHT & Amin, S. M. 1994. *Matematika 1b: Mari Berhitung untuk Sekolah Dasar Kelas 1 Cawu 2*. Jakarta: Depdikbud-Balai Pustaka.
- Wiratmo, Siswo, dkk. 2011. *Bunda Jagoan Matematika*. Jakarta: Grasindo.
- Young, dkk. 2016. *Aplikasi Teori Bilangan dalam Permainan NIM*. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(1):87-98.

RIWAYAT HIDUP



Indah Nurul Khusna, perempuan yang lahir pada tanggal 28 Februari 1997 di Kota Malang. Putri kedua dari tiga bersaudara pasangan Bapak Priyo Kuswidiyanto dan Ibu Umi Nurhayati. Memiliki seorang kakak perempuan bernama Widiya Nur Safitri dan adik laki-laki bernama Muhammad Zaqi Ikhwanul Kiram.

Perempuan yang sering dipanggil Indah ini menuntaskan sekolah dasar di SD Muhammadiyah 8 KH Mas Mansur pada tahun 2009. Kemudian melanjutkan sekolahnya di SMPN 3 Malang dan lulus pada tahun 2012. Setelah itu melanjutkan sekolah di SMAN 4 Malang dan lulus pada tahun 2015. Kemudian pada tahun tersebut, ia melanjutkan pendidikan kejenjang universitas di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Jurusan yang diambilnya adalah Matematika.

Dia mulai belajar berorganisasi sejak duduk dibangku SMA dengan mengikuti organisasi keagamaan Badan Dakwah Islam SMAN 4 Malang sebagai koordinator keputrian. Selain itu dia juga bergabung dalam Badan Dakwah Islam Tugu sebagai sekretaris. Saat kuliah, ia juga cukup aktif mengikuti kegiatan himpunan dan pernah menjadi pengurus inti HMJ matematika pada periode 2017/2018 sebagai sekretaris I. Dia juga pernah menjadi asisten laboratorium sebanyak 2 kali dalam mata kuliah praktikum Pemrograman Komputer I dan Pemrograman Komputer II pada tahun 2017 dan 2019.



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933**

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Indah Nurul Khusna
NIM : 15610058
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika
Judul Skripsi : Konstruksi Sifat Selisih dan Penukaran Nilai Tempat Sistem Desimal
Pembimbing I : H. Wahyu Henky Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	20 Maret 2019	Konsultasi Judul, Bab I, dan Bab II	1.
2.	28 Maret 2019	Konsultasi Bab III	2.
3.	29 Maret 2019	Konsultasi Kajian Agama	3.
4.	5 April 2019	ACC untuk Seminar Proposal	4.
5.	9 Mei 2019	Konsultasi Bab I dan Bab II	5.
6.	15 Mei 2019	Konsultasi Bab III	6.
7.	15 Juli 2019	Konsultasi Kajian Agama pada Bab II dan Bab III	7.
8.	22 Juli 2019	Konsultasi Kajian Agama pada Bab III	8.
9.	29 Juli 2019	Konsultasi Bab IV	9.
10.	31 Juli 2019	Konsultasi Abstrak	10.
11.	6 Agustus 2019	ACC Keseluruhan	11.
12.	20 Agustus 2019	ACC Kajian Agama	12.

Malang, 28 Agustus 2019

Mengetahui
Kepala Jurusan Matematika .

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001