

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
SEASONAL AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE
DENGAN METODE MOMEN**

SKRIPSI

**OLEH
ABDUL HADI
NIM. 14610034**



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
SEASONAL AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE
DENGAN METODE MOMEN**

SKRIPSI

**Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**Oleh
Abdul Hadi
NIM. 14610034**

**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019**

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
SEASONAL AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE
DENGAN METODE MOMEN**

SKRIPSI

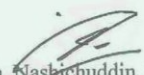
Oleh
Abdul Hadi
NIM. 14610034

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 13 Mei 2019

Pembimbing I,

Pembimbing II


Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002


Ach. Nashichuddin, M.A
NIP. 19730705 200003 1 002



Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika
Dr. Iman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

**ESTIMASI PARAMETER MODEL
SEASONAL AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE
DENGAN METODE MOMEN**

SKRIPSI

Oleh
Abdul Hadi
NIM. 14610034

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

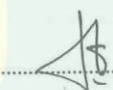
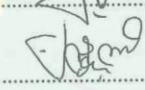
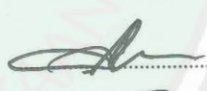
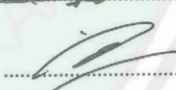
Tanggal 21 Mei 2019

Penguji Utama : Dr. Sri Harini, M.Si

Ketua Penguji : Ria Dhea L.N.K, M.Si

Sekretaris Penguji : Abdul Aziz, M.Si

Anggota Penguji : Ach. Nasichuddin, M.A


.....

.....

.....

.....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Isman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Abdul Hadi
NIM : 14610034
Jurusan : Matematika
Fakultas : Sains dan Teknologi
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Seasonal Autoregressive*

Integrated Moving Average dengan Metode Momen

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Mei 2019
Yang membuat pernyataan,



Abdul Hadi
NIM. 14610034

MOTO

الأدب فوق العلم

“Adab itu harus selalu di atas Ilmu.”



PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Muhammad Alfian dan Ibunda Nanik Susmiyati yang selalu memberikan bimbingan dan do'anya kepada penulis untuk kesuksesan di dunia maupun akhirat. Saudara Lailatul Witri Romadlona dan suami, Umi Muslihatun Niam, dan Muhammad Tajul Mafakhir selaku adik penulis yang senantiasa memberikan support selama ini, tak lupa si keponakan kecil Kafa yang selalu memberikan hiburan kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Ach. Nashichuddin, M.A, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2014 (MATH EIGEN) khususnya Matematika-B, Tim bimbingan skripsi, dan juga teman-teman di pondok Sabilurrosyad Gasek yang membantu dan mendoakan penulis untuk menggapai impian.
8. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amiin.*

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 13 Mei 2019

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	
HALAMAN PENGAJUAN	
HALAMAN PERSETUJUAN	
HALAMAN PENGESAHAN	
HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN	
HALAMAN MOTO	
HALAMAN PERSEMBAHAN	
KATA PENGANTAR	viii
DAFTAR ISI	x
DAFTAR TABEL	xii
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xvi
ABSTRACT	xvii
ملخص	xviii
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	3
1.3 Tujuan Penelitian	3
1.4 Manfaat Penelitian	3
1.5 Batasan Masalah	4
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II KAJIAN PUSTAKA	6
2.1 Analisis Deret Waktu Berkala	6
2.2 Fungsi Autokorelasi.....	7
2.3 Fungsi Autokorelasi Parsial	10
2.4 White Noise	13
2.5 Stasioneritas Data	15
2.5.1 Transformasi.....	16
2.5.2 Differencing.....	19
2.6 Model <i>Time Series</i> Stasioner	21
2.6.1 Model Autoregresive.....	21
2.6.2 Model Moving Average	22

2.6.3 Model Autoregressive Moving Average	23
2.7 Model <i>Time Series</i> Nonstasioner	25
2.7.1 Model <i>Autoregressive Integrated Moving Average</i>	25
2.7.2 Model <i>Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average</i> ...	25
2.8 Identifikasi Model.....	26
2.9 Metode Momen.....	27
2.10 Hasil Penelitian Sebelumnya	29
2.11 Pendugaan dalam Al-Qur'an	31
BAB III METODE PENELITIAN	33
3.1 Pendekatan Penelitian.....	33
3.2 Jenis dan Sumber Data	33
3.3 Variabel Penelitian.....	33
3.4 Metode Analisis Data	33
BAB IV PEMBAHASAN.....	34
4.1 Implementasi Metode Momen pada Model ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)^S$	34
4.1.1 Identifikasi data	34
4.1.2 Pengujian Asumsi White Noise.....	39
4.1.3 Estimasi Parameter Model ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)^S$	40
4.1.4 Estimasi Parameter Model ARIMA p, d, qP, D, QS dengan Metode Momen	41
4.1.5 Pengaplikasian Pendugaan dalam Islam	44
BAB V PENUTUP	46
5.1 Kesimpulan.....	46
5.2 Saran	46
DAFTAR RUJUKAN	47
LAMPIRAN	

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Transformasi <i>Box-Cox</i>	17
Tabel 2.2	<i>Differencing</i> kedua.....	21
Tabel 4.1	Nilai Koefisien ACF Data Asli	35
Tabel 4.2	Nilai Koefisien PACF Data Asli.....	36
Tabel 4.3	Ringkasan Uji Ljung-Box	40
Tabel 4.4	Model data in / out pada data <i>Inflow</i> Waduk Saguling.....	44

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Plot Data <i>Inflow</i> Waduk Saguling.....	34
Gambar 4.2	Plot ACF Data Asli	35
Gambar 4.3	Plot PACF Data Asli	37
Gambar 4.4	Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (1,0,1)(1,0,0) ¹²	38
Gambar 4.5	Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (2,0,0)(1,0,0) ¹²	38
Gambar 4.6	Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (1,0,0)(1,0,0) ¹²	39

DAFTAR SIMBOL

Simbol	Nama	Jenis	Keterangan
X		Skalar	Variabel x
Y		Skalar	Variabel y
x_i		Skalar	Data pengamatan x ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$
y_i		Skalar	Data pengamatan y ke- i , $i = 1, 2, \dots, n$
n		Skalar	Banyaknya data
S_x		Skalar	Nilai simpangan baku x
ρ	ρ	Skalar	Nilai koefisien korelasi
Y_{t+k}		Skalar	Variabel Y pada waktu ke- $(t + k)$
γ_k	γ - k	Skalar	Nilai kovariansi γ pada lag ke- k
ρ_k	ρ - k	Skalar	Nilai koefisien autokorelasi pada lag- k
t		Skalar	Waktu pengamatan ke- t , $t = 1, 2, \dots, k$
ϕ_{ki}	ϕ - ki	Skalar	Nilai koefisien autokorelasi parsial ke- i
Y		Matriks	Variabel terikat
X		Matriks	Variabel bebas
B		Operator	Operator <i>backward shift</i>
a		Vektor	<i>Error</i>
β	β	Vektor	Vektor parameter konstanta regresi
Y_t		Vektor	Data Y pada waktu ke- t
μ	μ	Vektor	Rata-rata dari Y_t

ϕ	<i>Phi</i>	Vektor	Parameter koefisien <i>Autoregressive</i>
Φ	<i>Phi</i>	Vektor	Parameter koefisien <i>Autoregressive</i> musiman
λ	<i>lambda</i>	Vektor	Parameter transformasi Box-Cox
θ_j	<i>theta</i>	Vektor	Parameter koefisien <i>moving average</i>
Θ	<i>theta</i>	Vektor	Parameter koefisien <i>moving average</i> musiman
Z_t		Skalar	Selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ
x_k		Vektor	Variabel keadaan
u_k		Vektor	Vektor masukan deterministic
z_t		Vektor	Vektor pengukuran
σ_a^2	<i>sigma</i>	Vektor	Variansi momen
$\hat{\gamma}_0$	<i>gammah-0</i>	Vektor	Momen ke-2

ABSTRAK

Hadi, Abdul. 2019. **Estimasi Parameter Model *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* dengan Metode Momen**. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Ach. Nasichuddin, M.A.

Kata kunci: estimasi, *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average*, Momen

Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (*Seasonal ARIMA*) merupakan model peramalan data yang mengandung unsur musiman. Metode momen adalah metode tertua dan paling lama digunakan. Dasar pemikiran metode dari momen adalah mendapatkan estimasi parameter populasi dengan menyamakan momen-momen populasi dengan momen sampel. Penggunaan metode Momen adalah untuk mendapatkan estimasi yang baik dari data dengan sampel yang minimum.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui hasil estimasi parameter model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ menggunakan metode Momen pada data *Inflow* Waduk Saguling dari tahun 1995 sampai 2000. Estimasi parameter model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ menggunakan metode Momen terdiri dari beberapa tahap yaitu identifikasi data *Inflow* Waduk Saguling, pengujian asumsi *white noise*, dan estimasi parameter dengan metode Momen. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa $ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12}$ dengan metode Momen merupakan model terbaik ketika diterapkan pada data *Inflow* Waduk Saguling. Bentuk estimasi parameternya adalah sebagai berikut

$$Y_t = 0.2234Y_{t-1} + 0.2056Y_{t-12} + 0.5536Y_{t-13} + a_t$$

ABSTRACT

Hadi, Abdul. 2019. **Parameter Estimation of Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average Model with Method of Moment**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) Ach Nasichuddin, M.A.

Keyword: estimation, Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average, Moment

Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (Seasonal ARIMA) is a data forecasting model that contains seasonal elements. The moment method is the oldest and longest used method. The working principle of the moment method is to get population parameter estimates by equating population moments with sample moments. The use of the Moment method is to get a good estimate of the data with a minimum sample.

The purpose of this study is to determine the estimation results of the $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ parameter using the Moment method on the data on *Inflow Saguling Reservoir* from 1995 to 2000. Parameter estimates of the $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ model using the Moment method consist of several stages, namely identification of *Inflow Saguling Reservoir* data, white noise assumption testing, and parameter estimation with the Moment method. The results of this study indicate that $ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12}$ with Moment method is the best model when applied to *Inflow Saguling reservoir* data. The parameter estimation form is as follows

$$Y_t = 0.2234Y_{t-1} + 0.2056Y_{t-12} + 0.5536Y_{t-13} + a_t$$

ملخص

الهادي، عبد. 2019. معيار المعلمة نموذج *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* باستخدام طريقة *Moment*. البحث الجامعي. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنول وجيا، الجامعة الإسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف: (1) عبد العزيز، الماجستير. (2) أحمد ناسح الدين، الماجستير.

الكلمة الرئيسية: تقدير، *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Momen .Average*.

المتوسط المتحرك المتكامل الذاتي المؤقت (*Seasonal ARIMA*) هو نموذج للتنبؤ بالبيانات يحتوي على عناصر موسمية. طريقة *Moment* هي الطريقة الأقدم والأطول استخدامًا. الأساس المنطقي لطريقة *Moment* هو الحصول على تقديرات المعلمة السكان عن طريق تعادل لحظات السكان مع لحظات العينة. استخدام طريقة *Moment* هو الحصول على تقدير جيد للبيانات مع الحد الأدنى من العينة.

كان الغرض من هذه الدراسة هو تحديد العملية وتقدير نتائج المعلمة *ARIMA* $(P, D, Q)^S(p, d, q)$ باستخدام طريقة *Moment* على البيانات خزان التدفق *Saguling* الميناء من 1995 إلى 2000. تتكون تقديرات المعلمات من نموذج $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ باستخدام طريقة *Moment* من عدة مراحل، وهي تحديد بيانات خزان التدفق واختبار افتراض الضوضاء البيضاء وتقدير المعلمة بطريقة *Moment*. نتائج هذه الدراسة تشير إلى أن *ARIMA* $(1,0,0)(1,0,0)^{12}$ بطريقة *Moment* هو أفضل نموذج عند تطبيقه على بيانات خزان التدفق *Saguling*. نموذج تقدير المعلمة هي

$$Y_t = 0.2234Y_{t-1} + 0.2056Y_{t-12} + 0.5536Y_{t-13} + a_t$$

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah suatu ilmu yang mempelajari mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penyajian data, penarikan kesimpulan serta pembuatan keputusan yang cukup beralasan berdasarkan data dan analisis yang dilakukan. Salah satu penerapan statistika yang biasa digunakan adalah pemodelan deret berkala (*time series*). Data *time series* merupakan sekumpulan data hasil pengamatan atau pencatatan historis dan berkala yang menggambarkan secara kronologis suatu karakteristik populasi. *Time series* adalah suatu rangkaian atau seri dari nilai-nilai suatu variabel yang dicatat dalam jangka waktu yang berurutan (Atmaja, 1997).

Deret waktu adalah fenomena-fenomena yang dikelompokkan berdasarkan interval waktu tertentu. Analisis yang digunakan terhadap data deret waktu dapat digunakan untuk memprediksi keadaan yang akan datang. Prediksi ini dapat dilakukan dengan menduga parameter dari model deret waktu tersebut (Makridakis dkk, 1999).

Analisis *time series* merupakan suatu metode analisis data yang ditujukan untuk melakukan suatu estimasi maupun peramalan pada masa yang akan datang. Dalam analisis *time series* akan diketahui bagaimana proses suatu estimasi dan hasil peramalan dapat diperoleh dengan baik. Untuk itu dalam analisis ini dibutuhkan berbagai macam informasi atau data yang cukup banyak dan diamati dalam periode waktu yang relatif cukup panjang. Salah satu metode yang sering

digunakan dalam pemodelan runtun waktu untuk peramalan adalah *Autoregressive Integrated Moving Average* (Atmaja, 1997).

Pada penelitian Ul Ukhra (2015) model *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA) merupakan model ARIMA yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan mengenai *time series* musiman yang terdiri dari dua bagian, yaitu bagian non-musiman dan bagian musiman, dan menyimpulkan bahwa metode SARIMA dapat digunakan untuk data yang bersifat musiman yang dapat memberikan hasil peralaman yang tidak jauh berbeda dari data aktual.

Berdasarkan penelitian Sampurno (2014) metode momen bisa digunakan untuk memperoleh penaksiran yang baik, terbukti dari penjelasan bahwa nilai bias, varian, dan MSE meningkat seiring dengan meningkatnya nilai k . Sehingga nilai bias, varian, dan MSE semakin meningkat terutama untuk estimasi metode momen.

Penyelesaian yang dilakukan oleh Sari (2014) menyatakan bahwa parameter dari AR dapat diduga dengan menggunakan metode momen, metode kuadrat terkecil, dan metode kemungkinan maksimum. Dari uraian ketiga metode tersebut menghasilkan penduga sistem persamaan *Yule-Walker* dan nilai duga parameter diperoleh dengan menyelesaikan penduga sistem persamaan *Yule-Walker* tersebut.

Dalam Al-quran, pendugaan telah disinggung dalam surat Al-baqarah ayat 80 yang artinya:

"Dan mereka berkata: "Kami sekali-kali tidak akan disentuh oleh api neraka, kecuali selama beberapa hari saja". Katakanlah: "Sudahkah kamu menerima janji dari Allah sehingga Allah tidak akan memungkiri janji-Nya, ataukah kamu hanya mengatakan terhadap Allah apa yang tidak kamu ketahui?" (Q.S. Al-Baqarah 2:80).

Pada ayat tersebut terdapat ketidakpastian dalam pernyataan jumlah hitungan hari lama orang yahudi akan disentuh oleh api neraka. Sehingga terdapat perbedaan penafsiran antara riwayat yang satu dengan yang lain. Ada yang mengungkapkan bahwasanya kata-kata beberapa hari saja dimaknai dengan hitungan di mana perbandingan antara hari di dunia dengan hari *yaumul akhir* adalah 1 berbanding 1000, berarti makna beberapa hari dimaknai dengan 7 hari saja. Kemudian ada yang memaknai beberapa hari adalah 4 hari (Ash Shiddieqy, 2000).

Berdasarkan beberapa uraian di atas, maka penulis ingin mengembangkan penelitian dengan judul “Estimasi Parameter Model *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (SARIMA) dengan Metode Momen”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana estimasi parameter model *Seasonal ARIMA* dengan menggunakan metode Momen dalam kasus data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui estimasi parameter model *Seasonal ARIMA* dengan menggunakan metode Momen dalam kasus data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Sebagai tambahan wawasan dan pengetahuan mengenai estimasi parameter model *Seasonal ARIMA* dengan metode Momen.
2. Dapat melakukan implementasi model *Seasonal ARIMA* menggunakan metode Momen pada kasus data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000.

1.5 Batasan Masalah

Untuk membatasi masalah agar sesuai dengan yang dimaksudkan dan tidak menimbulkan permasalahan yang baru, maka peneliti memberikan batasan masalah yang akan diteliti yakni:

1. Estimasi yang dilakukan menggunakan data yang berdistribusi normal dan implementasinya menggunakan kasus data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000 yang telah digunakan oleh Tikno (2015).
2. Model *time series* yang dikaji adalah model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^{12}$.

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk memudahkan pemahaman akan penelitian ini secara menyeluruh, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang mendasari pembahasan serta teori yang berhubungan dengan penelitian seperti analisis model *time series*, fungsi Autokorelasi, fungsi Autokorelasi Parsial, *White Noise*, stasioneritas, model-

model *time series* yaitu model *time series* stasioner yang terdiri dari model *Autoregressive* (AR), model *Moving Average* (MA), model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) dan model *time series* nonstasioner yaitu model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), definisi metode Momen, hasil penelitian sebelumnya dan pendugaan dalam Al-Qur'an.

Bab III Metode Penelitian

Berisi pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, variabel penelitian, metode analisis data.

Bab IV Pembahasan

Dalam bab ini akan dipaparkan tentang estimasi parameter model SARIMA menggunakan metode Momen dan implementasi model SARIMA menggunakan metode Momen pada kasus data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000.

Bab V Penutup

Pada bab ini diuraikan tentang hasil pokok dan kesimpulan dari analisis terhadap data yang diolah dan berisi saran untuk pembaca dan peneliti selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Analisis Deret Waktu Berkala

Analisis deret waktu berkala (*time series*) adalah pendugaan suatu nilai pada masa yang akan datang dengan menggunakan nilai masa lalu dari suatu variabel atau kesalahan masa lalu. Analisis *time series* bertujuan untuk menemukan pola dalam deret data historis dan menerapkan pola tersebut ke masa yang akan datang (Makridakis dkk, 1999). Selain itu, analisis *time series* juga bisa digunakan untuk pendugaan dari data beberapa periode selanjutnya yang berguna untuk menyusun suatu perencanaan.

Salah satu langkah penting dalam memilih metode pendugaan adalah mempertimbangkan pola data sehingga metode pendugaan yang sesuai dengan data tersebut dapat bermanfaat. Berikut ini adalah pola-pola deret berkala yang telah dikenal (Hanke dan Winchern, 2005):

1. Pola Data Horizontal

Pola horizontal terjadi ketika nilai-nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan. Penjualan yang tidak naik ataupun turun secara signifikan dalam suatu rentang waktu tertentu.

2. Pola Data Trend

Pola data trend didefinisikan sebagai kenaikan atau penurunan pada deret waktu dalam selang periode waktu tertentu.

3. Pola Data Musiman

Pola data musiman terjadi ketika dipengaruhi faktor musiman yang signifikan sehingga data naik dan turun dengan pola yang berulang dari satu periode ke periode berikutnya. Data penjualan buah-buahan dan konsumsi listrik menunjukkan pola data tipe ini.

4. Pola Data Siklis

Pola data siklis didefinisikan sebagai fluktuasi data berbentuk gelombang sepanjang periode yang tidak menentu.

Persamaan dari pola data horizontal, pola data musiman, dan pola data siklis adalah ketiga pola tersebut memiliki data observasi yang menyebar di sekitar rata-rata yang konstan. Dapat dikatakan juga bahwa ketiga pola tersebut memiliki pola data yang stasioner. Perbedaan dari ketiga data tersebut adalah pola data musiman yang memiliki pola yang hampir sama di setiap periodenya, sedangkan pola data horizontal dan pola data siklis tidak. Gelombang dari pola data siklis yang tidak menentu juga menjadi pembeda dari pola data horizontal dan pola data musiman.

2.2 Fungsi Autokorelasi

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antar data pada pengamatan data *time series*. Pada korelasi, hubungan yang terjalin merupakan dua variabel yang berbeda pada waktu yang sama, sedangkan pada autokorelasi, hubungan yang terjalin merupakan dua variabel yang sama dalam rentang waktu yang berbeda (Firdaus, 2004).

Menurut Makridakis dkk (1999) rata-rata dan variansi dari suatu data deret berkala mungkin tidak bermanfaat apabila deret tersebut tidak stasioner, akan tetapi nilai minimum dan maksimum dapat digunakan untuk tujuan plotting.

Bagaimanapun statistik kunci di dalam analisis deret berkala adalah koefisien autokorelasi (atau korelasi deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (*lag*) 0, 1, 2 periode atau lebih).

Koefisien korelasi sederhana antara Y_t dengan Y_{t+1} dapat dinyatakan di bawah ini (Makridakis dkk, 1999):

$$\begin{aligned} r_{Y_t Y_{t+1}} &= \frac{Cov_{Y_t Y_{t+1}}}{\sigma_{Y_t} \cdot \sigma_{Y_{t+1}}} \\ &= \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y}_t)(Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y}_t)^2} \sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_{t+1} - \bar{Y}_{t+1})^2}} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Data Y_t diasumsikan stasioner (baik rata-rata maupun variansinya). Jadi, kedua rata-rata, Y_t dan Y_{t+1} dapat diasumsikan bernilai sama (dan kita dapat membuang subskrip dengan menggunakan $\bar{Y} = \bar{Y}_t = \bar{Y}_{t+1}$) dan dua nilai variansi dapat diukur satu kali saja dengan menggunakan seluruh data Y_t yang diketahui. dengan menggunakan asumsi-asumsi penyederhana ini, maka persamaan (2.1) menjadi:

$$r_{Y_t Y_{t+1}} = \frac{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+1} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (2.2)$$

Pada analisis *time series*, γ_k merupakan fungsi autokovariansi dan ρ_k merupakan *Autocorrelation Function* (ACF) karena menunjukkan keeratan antara Y_t dan Y_{t+k} dari proses yang sama namun dengan selang waktu yang berbeda. Dalam proses stasioner (Y_t) dengan rata-rata $E(Y_t) = \mu$, variansi $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$ yang konstan, dan kovariansi $Cov(Y_t, Y_{t+k})$ yang berfungsi

hanya pada perbedaan waktu $|t - s|$. Sehingga dalam hal ini, fungsi autokovariansi antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\begin{aligned}
 \gamma_k &= \text{Cov}(Y_t, Y_{t+k}) \\
 &= E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)] \\
 &= E[(Y_t Y_{t+k} - Y_t \mu - \mu Y_{t+k} + \mu \mu)] \\
 &= E[(Y_t Y_{t+k} - Y_t \mu - Y_{t+k} \mu + \mu \mu)] \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - E[Y_t \mu] - E[Y_{t+k} \mu] + E[\mu \mu] \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - \mu E[Y_t] - \mu E[Y_{t+k}] + \mu \mu \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - \mu \mu - \mu \mu + \mu \mu \\
 &= E[Y_t Y_{t+k}] - \mu \mu
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Fungsi autokorelasi antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \rho_k &= \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(Y_t)} \sqrt{\text{Var}(Y_{t+k})}} \\
 &= \frac{\gamma_k}{\sqrt{\sigma^2} \sqrt{\sigma^2}} \\
 &= \frac{\gamma_k}{\sigma^2} \\
 &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

dengan:

$$\text{Var}(Y_t) = \text{Var}(Y_{t+k}) = \sigma^2 = \gamma_0$$

γ_k : nilai kovariansi γ pada lag ke- k $k = 1, 2, 3, \dots$

ρ_k : nilai autokorelasi pada lag ke- k

t : observasi ke- t .

2.3 Fungsi Autokorelasi Parsial

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara Y_t dan Y_{t+k} , apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, 3, ..., dan seterusnya sampai $k - 1$ dianggap terpisah (Makridakis dkk, 1999). Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk *PACF* yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut.

Autokorelasi parsial dapat diturunkan sebagai berikut, dengan variabel *dependent* Y_{t+k} dari proses stasioner rata-rata nol yang diregresikan dengan sejumlah k variabel $Y_{t+k-1}, Y_{t+k-2}, \dots, Y_t$, maka (Wei, 2006):

$$Y_{t+k} = \phi_{k1}Y_{t+k-1} + \phi_{k2}Y_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}Y_{t+k-k} + a_{t+k} \quad (2.5)$$

dengan ϕ_{ki} merupakan parameter regresi dan a_{t+k} adalah nilai *error* dengan rata-rata 0, dan tidak berkorelasi dengan Y_{t+k-j} untuk $j = 1, 2, \dots, k$, langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.5) dengan Y_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh:

$$Y_{t+k}Y_{t+k-j} = \phi_{k1}Y_{t+k-1}Y_{t+k-j} + \phi_{k2}Y_{t+k-2}Y_{t+k-j} + \dots + \phi_{kk}Y_{t+k-k}Y_{t+k-j} + a_{t+k}Y_{t+k-j} \quad (2.6)$$

selanjutnya, nilai ekspektasi dari persamaan (2.6) adalah

$$E[Y_{t+k}Y_{t+k-j}] = \phi_{k1}E[Y_{t+k-1}Y_{t+k-j}] + \phi_{k2}E[Y_{t+k-2}Y_{t+k-j}] + \dots + \phi_{kk}E[Y_{t+k-k}Y_{t+k-j}] + E[a_{t+k}Y_{t+k-j}] \quad (2.7)$$

misalkan nilai $E[Y_{t+k}Y_{t+k-j}] = \gamma_j$, $j = 0, 1, 2, \dots, k$ dan karena $E[a_{t+k}Y_{t+k-j}] = 0$ sehingga diperoleh

$$\gamma_j = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \quad (2.8)$$

dan persamaan (2.8) dibagi dengan $E[Y_{t+k}] = \gamma_0$

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \phi_{k1} \frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \phi_{k2} \frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \dots + \phi_{kk} \frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0} \quad (2.9)$$

atau disederhanakan menjadi:

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \quad (2.10)$$

untuk $j = 1, 2, \dots, k$, diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

dengan menggunakan aturan Cramer, berturut-turut untuk $k = 1, 2, \dots$ diperoleh (Wei, 2006):

1. Untuk *lag* pertama ($k = 1$) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$\rho_1 = \phi_{11}\rho_0$, karena $\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$ sehingga $\phi_{11} = \rho_1$, yang berarti bahwa nilai fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan koefisien *lag* pertama.

2. Untuk *lag* kedua ($k = 2$) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{21}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1 \\ \rho_2 &= \phi_{21}\rho_1 + \phi_{22}\rho_0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

persamaan (2.12) jika ditulis dalam matriks akan menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

misalkan $A = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}$, dan dengan menggunakan aturan

Cramer diperoleh

$$\phi_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

3. Untuk *lag* ketiga ($k = 3$) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{31}\rho_0 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_2 \\ \rho_2 &= \phi_{31}\rho_1 + \phi_{32}\rho_0 + \phi_{33}\rho_1 \\ \rho_3 &= \phi_{31}\rho_2 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_0\end{aligned}\tag{2.14}$$

persamaan (2.14) jika dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}\tag{2.15}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$$

aturan Cramer diperoleh koefisien autokorelasi:

$$\phi_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

4. Untuk k *lag* dan $j = 1, 2, 3, \dots, k$ peroleh persamaan diperoleh:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k2}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0\end{aligned}\tag{2.16}$$

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

dengan

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix}$$

didapatkan koefisien autokorelasi parsial k adalah :

$$\phi_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (2.17)$$

karena ϕ_{kk} merupakan fungsi atas k , maka ϕ_{kk} disebut fungsi pasial (PACF).

2.4 White Noise

Makridakis dkk (1999) menjelaskan bahwa suatu model bersifat *white noise* artinya residual dari model tersebut telah memenuhi asumsi identik (variansi residual homogen) dan asumsi independen (antar residual tidak berkorelasi).

1. Uji asumsi identik

Karena pada tahap identifikasi Y_t sudah stasioner terhadap rata-rata dan variansi, maka model sudah bisa dikatakan identik.

2. Uji asumsi independen

Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui adanya autokorelasi dari nilai-nilai residual dengan menggunakan uji *Ljung Box-Pierce*.

Wei (2006) juga menjelaskan bahwa suatu proses (a_t) disebut proses *white noise* jika deretnya terdiri dari variabel random yang tidak berkorelasi dan bedistribusi normal dengan rata-rata konstan yaitu $E(a_t) = \mu_t = 0$, variansi konstan $Var(a_t) = \sigma_a^2$ dan $Cov(a_t, a_{t-k}) = \gamma_k = 0$ untuk $k \neq 0$. Dengan demikian fungsi akan stasioner dengan autokovariansi γ_t

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.18)$$

fungsi autokorelasi (ρ_k)

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

dan fungsi autokorelasi parsial (ϕ_{kk})

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1, & \text{jika } k = 0 \\ 0, & \text{jika } k \neq 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

Makridakis dkk (1999) menjelaskan bahwa pengujian asumsi white noise dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung Box-Pierce* dengan hipotesa sebagai berikut:

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \rho_i, i = 1, 2, \dots, k \text{ yang tidak sama dengan nol}$$

dengan statistik uji yaitu:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, n > k \quad (2.21)$$

dengan daerah penolakan H_0 atau $H_1: Q > \chi^2(\alpha; K - p - q)$

dimana:

K : Lag maksimum

n : Banyak data

k : Lag ke- k

p : Orde dari AR

q : Orde dari MA

$\hat{\rho}_k^2$: Autokorelasi residual untuk lag ke- k

2.5 Stasioneritas Data

Stasioneritas berarti tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan varians dari fluktuasi tersebut (Makridakis dkk, 1999). Bentuk visual dari plot data *time series* sering kali cukup meyakinkan para peramal bahwa data tersebut stasioner atau nonstasioner.

Menurut Wei (2006), stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Stasioneritas dalam Rata-rata

Stasioner dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk data plot seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Ciri data tidak stasioner dalam rata-rata antara lain pola diagramnya terdapat adanya *trend* naik atau turun lambat. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam rata-rata dapat dilakukan proses pembedaan (*differencing*).

2. Stasioneritas dalam Variansi

Suatu data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series*, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam variansi dapat dilakukan transformasi data.

2.5.1 Transformasi

Transformasi Box-Cox merupakan transformasi pangkat pada variabel respons yang dikembangkan oleh Box-Cox, yang bertujuan untuk menormalkan data, melinierkan model regresi dan menghomogenkan variansi. Box dan Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel respons Y , sehingga diperoleh model transformasinya Y^λ dengan λ merupakan parameter yang harus diduga. Transformasi Box-Cox hanya diberlakukan pada variabel respons Y yang bertanda positif (Draper dan Smith, 1998).

Misalkan $T(Y_t)$ merupakan fungsi transformasi dari Y_t , maka bisa digunakan rumus berikut (Wei, 2006):

$$T(Y_t) = Y_t^\lambda = \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} \quad (2.22)$$

dengan

Y_t : data pada waktu ke- t

λ : nilai parameter transformasi

Dalam Wei (2006) terdapat tabel Transformasi Box-Cox yang menunjukkan beberapa nilai dari λ yang umum digunakan beserta bentuk transformasinya, yaitu:

Tabel 2.1 Transformasi Box-Cox

λ	Transformasi
-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln Y_t$
0.5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t (Tidak ada transformasi)

untuk $\lambda = 0$ sesuai dengan transformasi logaritma, kita notasikan bahwa

$$\begin{aligned}
 \lim_{\lambda \rightarrow 0} T(Y_t) &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} \\
 &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{Y_t^\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \\
 &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\lambda} [Y_t^\lambda - 1] \right) \\
 &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\lambda} [e^{\ln Y_t^\lambda} - 1] \right) \\
 &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\lambda} [e^{\lambda \ln Y_t} - 1] \right) \\
 &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\lambda} \left[1 + \lambda \ln Y_t + \frac{(\lambda \ln Y_t)^2}{2!} + \dots - 1 \right] \right) \\
 &= \lim_{\lambda \rightarrow 0} \left(\ln Y_t + \frac{\lambda \ln^2 Y_t}{2!} + \dots \right) \\
 &= \ln Y_t
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Misal ditemukan data *time series* Y_t dengan variansi $Var(Y_t) = a_\lambda/Y_t$ artinya $Var(Y_t) = a_\lambda Y_t^{-1}$. Berarti ambil $\lambda = -1$, dengan menggunakan Transformasi Box-Cox, maka data Y_t dapat diubah menjadi (Wei, 2006)

$$\begin{aligned}
 \tilde{Y}_t &= T(Y_t) \\
 &= \frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} \\
 &= \frac{Y_t^{-1} - 1}{-1} \\
 &= 1 - Y_t^{-1} \\
 &= 1 - \frac{1}{Y_t}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

akan tetapi untuk mengubah data Y_t menjadi $\tilde{Y}_t = 1 - 1/Y_t$ mengakibatkan variansinya menjadi (Wei, 2006)

$$\begin{aligned}
 Var(\tilde{Y}_t) &= Var\left(1 - \frac{1}{Y_t}\right) \\
 &= Var(1) + Var\left(-\frac{1}{Y_t}\right) \\
 &= 0 + Var\left(-\frac{1}{Y_t}\right) \\
 &= Var\left(-\frac{1}{Y_t}\right) \\
 &= |-1| Var\left(\frac{1}{Y_t}\right) \\
 &= Var\left(\frac{1}{Y_t}\right) \\
 &= Var(Y_t)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

Jadi transformasi $T(Y_t) = \tilde{Y}_t = 1/Y_t$ digunakan untuk mewakili transformasi $T(Y_t) = \tilde{Y}_t$ karena variansinya sama.

2.5.2 Differencing

Data *time series* dikatakan stasioner jika rata-rata dan variansinya konstan, tidak ada unsur trend dalam data, dan tidak ada unsur musiman. Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode *differencing*.

Menurut Makridakis dkk (1999) notasi yang sangat bermanfaat dalam metode *differencing* adalah operator langkah mundur (*backward shift*), sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1} \quad (2.26)$$

dengan:

Y_t : variabel Y pada waktu ke- t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke- $t-1$

B : *backward shift* (operator langkah mundur)

Notasi B yang dipasang pada Y_t mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang. Misalkan apabila suatu *time series* tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* pertama.

Rumus untuk *differencing* pertama yaitu: (Makridakis dkk, 1999)

$$Y'_t = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.27)$$

dengan:

Y'_t : variabel Y pada waktu ke- t setelah *differencing*

Y_t : variabel Y pada waktu ke- t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke- $t-1$

Menggunakan operator langkah mundur, persamaan (2.27) dapat ditulis kembali menjadi

$$Y_t' = Y_t - BY_t \quad (2.28)$$

atau

$$Y_t' = (1 - B)Y_t \quad (2.29)$$

dimana $(1 - B)$ menyatakan *differencing* pertama.

Selanjutnya untuk *differencing* kedua yang merupakan *differencing* pertama dari *differencing* pertama yang sebelumnya. Jika *differencing* kedua dihitung, maka:

$$\begin{aligned} Y_t'' &= Y_t' - Y_{t-1}' \\ &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ &= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \\ &= (1 - 2B + B^2)Y_t \\ &= (1 - B)^2 Y_t \end{aligned} \quad (2.30)$$

differencing kedua pada persamaan (2.30) dinotasikan oleh $(1 - B)^2$.

Secara umum jika terdapat *differencing* ke- d untuk mencapai stasioneritas, dapat dinotasikan dengan (Makridakis, 1999)

$$(1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 + \dots - B^d) = (1 - B)^d \quad (2.31)$$

Berikut merupakan daftar tabel *differencing* kedua:

Tabel 2.2 *Differencing* kedua

Y_t	Y_{t-1}	$Y'_t = Y_t - Y_{t-1}$	Y_{t-2}	$Y'_{t-1} = Y_{t-1} - Y_{t-2}$	$Y''_t = Y'_t - Y'_{t-1}$
Y_1					
Y_2	Y_1	$Y_2 - Y_1$			
Y_3	Y_2	$Y_3 - Y_2$	Y_1	$Y_2 - Y_1$	$Y_3 - 2Y_2 + Y_1$
Y_4	Y_3	$Y_4 - Y_3$	Y_2	$Y_3 - Y_2$	$Y_4 - 2Y_3 + Y_2$
Y_5	Y_4	$Y_5 - Y_4$	Y_3	$Y_4 - Y_3$	$Y_5 - 2Y_4 + Y_3$
Y_6	Y_5	$Y_6 - Y_5$	Y_4	$Y_5 - Y_4$	$Y_6 - 2Y_5 + Y_4$
Y_7	Y_6	$Y_7 - Y_6$	Y_5	$Y_6 - Y_5$	$Y_7 - 2Y_6 + Y_5$
Y_8	Y_7	$Y_8 - Y_7$	Y_6	$Y_7 - Y_6$	$Y_8 - 2Y_7 + Y_6$
Y_9	Y_8	$Y_9 - Y_8$	Y_7	$Y_8 - Y_7$	$Y_9 - 2Y_8 + Y_7$
Y_{10}	Y_9	$Y_{10} - Y_9$	Y_8	$Y_9 - Y_8$	$Y_{10} - 2Y_9 + Y_8$

2.6 Model Time Series Stasioner

2.6.1 Model Autoregresive

Model AR (p) secara umum dapat dituliskan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)Z_t = a_t \quad (2.32)$$

atau jika diuraikan menjadi

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Z_t &= a_t \\ Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} &= a_t \\ Z_t &= \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \end{aligned} \quad (2.33)$$

Karena $Z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.33) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut

$$\begin{aligned}
Y_t - \mu &= \phi_1 (Y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Y_{t-p} - \mu) + a_t \\
&= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p \mu + a_t \\
Y_t &= \mu - \phi_1 \mu - \phi_p \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \\
&= \mu (1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \\
&= \mu (1 - (\phi_1 + \dots + \phi_p)) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \\
&= \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t
\end{aligned} \tag{2.34}$$

atau dalam bentuk matriks (Wei, 2006)

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \dots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \dots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \dots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

dengan:

Y_t : Data pada periode ke- t , $t = 1, 2, \dots, n$

a_t : *Error* pada periode ke- t

μ : Suatu parameter konstanta

ϕ_i : Parameter koefisien *Autoregressive* ke- i , $i = 1, 2, \dots, p$

ϕ_0 : Konstanta rata-rata

Z_t : Selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ

2.6.2 Model Moving Average

Menurut Wei (2006) model *Moving Average* (MA) ditemukan oleh Slutsky pada tahun 1927. Model MA merupakan proses hasil regresi dari data dengan kesalahannya. Model MA orde q (MA(q)) secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
Z_t &= \theta_q (B) a_t \\
&= (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) a_t \\
&= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}
\end{aligned} \tag{2.36}$$

karena $Z_t = Y_t - \mu$ dan diasumsikan bahwa $\mu = \theta_0$ maka persamaan (2.36) dapat ditulis dalam bentuk berikut (Wei, 2006):

$$\begin{aligned}
Y_t - \mu &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\
Y_t - \theta_0 &= \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\
Y_t &= \theta_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}
\end{aligned} \tag{2.37}$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_0 & \cdots & a_{1-q} \\ 1 & a_1 & \cdots & a_{2-q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & \cdots & a_{n-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

dengan:

Y_t : Data pada periode ke- t , $t = 1, 2, \dots, n$

a_t : *Error* pada periode ke- t

μ : Suatu parameter konstanta

θ_j : Parameter koefisien *Moving Average* ke- j , $j = 1, 2, \dots, q$

2.6.3 Model Autoregressive Moving Average

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) merupakan gabungan antara AR (p) yang terdapat pada persamaan (2.32) dengan MA (q) yang terdapat

pada persamaan (2.36) sehingga dinyatakan sebagai ARMA (p, q) berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)Z_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.39)$$

atau

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)Z_t &= (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)a_t \\ Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \dots - \phi_p Z_{t-p} &= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Z_t &= \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Karena $Z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.40) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut

$$\begin{aligned} Y_t - \mu &= \phi_1 (Y_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p (Y_{t-p} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ &= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \mu + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Y_t &= \mu - \phi_1 \mu - \phi_p \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ &= \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (2.41)$$

dengan memisalkan $\mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p) = \phi_0$, maka diperoleh

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.42)$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1-1} & \dots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_{2-1} & \dots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \dots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & a_{1-1} & \dots & a_{1-q} \\ 1 & a_{2-1} & \dots & a_{2-q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & \dots & a_{n-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

dengan,

Y_t : Data pada periode ke- t , $t = 1, 2, \dots, n$

a_t : *Error* pada periode ke- t

μ : Suatu parameter konstanta rata-rata

ϕ_0 : Konstanta rata-rata

ϕ_i : Parameter koefisien *Autoregressive* ke- i , $i = 1, 2, \dots, p$

θ_j : Parameter koefisien *Moving Average* ke- j , $j = 1, 2, \dots, q$

2.7 Model Time Series Nonstasioner

2.7.1 Model Autoregressive Integrated Moving Average

Model ARIMA (p, d, q) yaitu jika model ARMA yang terdapat pada persamaan (2.39) dan diikuti oleh proses *differencing* orde d pada persamaan (2.27), maka diperoleh model ARIMA (p, d, q) sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \phi_0 + \theta_q(B)a_t \quad (2.44)$$

atau

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d Y_t &= \phi_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ (1 - B^d - \phi_1 B + \phi_1 B^{1+d} - \dots - \phi_p B^p + \phi_p B^{p+d}) Y_t &= \phi_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Y_t - Y_{t-d} - \phi_1 Y_{t-1} + \phi_1 Y_{t-1-d} - \dots - \phi_p Y_{t-p} + \phi_p Y_{t-p-d} &= \phi_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \\ Y_t - Y_{t-d} &= \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_1 Y_{t-1-d} - \dots - \phi_p Y_{t-p-d} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Sehingga diperoleh model ARIMA, bentuk lain sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_t &= \phi_0 + Y_{t-d} + \sum_{i=1}^p \phi_i (Y_{t-1} - Y_{t-p-d}) + a_t - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j} \\ &= \phi_0 + Y_{t-d} + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_1 Y_{t-2} - \phi_p Y_{t-p-1} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (2.46)$$

2.7.2 Model Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average

Sebelumnya telah diperoleh model ARIMA (p, d, q) pada persamaan (2.46) yang juga bisa ditulis sebagai:

$$(1 - B)^d \phi_p(B) Y_t = \phi_0 + \theta_q(B) a_t \quad (2.47)$$

Menurut Makridakis, dkk (1999) notasi ARIMA dapat diperluas untuk model SARIMA, yaitu:

$$\text{ARIMA}(p, d, q)(P, D, Q)^S$$

dimana

(p, d, q) : bagian yang tidak musiman dari model

(P, D, Q) : bagian musiman dari model

S : jumlah periode per musim

dengan menambahkan AR, *differencing* dan MA yang mengandung unsur musiman akan diperoleh model ARIMA(1,1,1)(1,1,1)¹² seperti berikut:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t = \phi_0 + \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)a_t \quad (2.48)$$

dimana:

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p$$

$$\Phi_p(B^S) = 1 - \Phi_1 B^S - \dots - \Phi_p B^{Ps}$$

$$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q$$

$$\Theta_Q(B^S) = 1 - \Theta_1 B^S - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$$

2.8 Identifikasi Model

Menurut Gaynor dan Patrick (1994) dalam memilih beberapa p dan q dapat dibantu dengan mengamati pola fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial dengan kriteria berikut:

1. Jika ACF tepotong (*cut off*) setelah lag 1 atau 2; lag musiman tidak signifikan dan PACF pelahan-lahan menghilang (*dying down*), maka diperoleh model non musiman MA ($q = 1$ atau $q = 2$).
2. Jika ACF tepotong (*cut off*) setelah lag musiman; lag non musiman tidak signifikan dan PACF pelahan-lahan menghilang (*dying down*), maka diperoleh model musiman MA ($Q = 1$).

3. Jika ACF terpotong setelah lag musiman; lag non musiman terpotong (*cut off*) setelah lag 1 atau 2, maka diperoleh model non musiman dan musiman MA ($q = 1$ atau $Q = 1$).
4. Jika ACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) dan PACF terpotong (*cut off*) setelah lag 1 atau 2; lag musiman tidak signifikan, maka diperoleh model non musiman AR ($p = 1$ atau $p = 2$).
5. Jika ACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) dan PACF terpotong atau (*cut off*) setelah lag musiman; lag non musiman tidak signifikan, maka diperoleh model musiman AR ($P = 1$).
6. Jika ACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) dan PACF terpotong (*cut off*) setelah lag musiman; dan non musiman terpotong (*cut off*) setelah lag 1 atau 2, maka diperoleh model non musiman dan musiman AR ($p = 1$ atau $p = 2$ dan $P = 1$).
7. Jika ACF dan PACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) maka diperoleh campuran (ARMA) model.

2.9 Metode Momen

Metode momen adalah metode tertua dan paling lama digunakan. Metode ini memiliki prosedur yang paling mudah dalam memperoleh estimator atau penduga dari salah satu atau lebih parameter populasi. Dasar pemikiran metode dari momen adalah mendapatkan estimasi parameter populasi dengan menyamakan momen-momen populasi dengan momen sampel (Suyitno, 2011).

Metode momen terdiri dari substitusi momen sampel seperti rata-rata sampel $\bar{Z}$, varian sampel $\hat{y}_0$, dan sampel ACF $\hat{\rho}_i$ untuk teori yang digunakan dan menyelesaikan hasil persamaan untuk memperoleh estimasi parameter yang

belum diketahui. Seperti contoh pada proses $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ yaitu (Wei, 2006):

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t \quad (2.48)$$

yang berarti $\mu = E(Z_t)$ yang diestimasi oleh $\bar{Z}$. Untuk estimasi ϕ , pertama, digunakan $\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}$ untuk setiap $k \geq 1$ untuk memperolehnya ikuti sistem persamaan *Yule-Walker* :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_1 + \phi_2 \rho_1 + \phi_3 \rho_2 + \dots + \phi_p \rho_{p-1} \\ \rho_2 &= \phi_1 \rho_1 + \phi_2 + \phi_3 \rho_1 + \dots + \phi_p \rho_{p-2} \\ &\vdots \\ \rho_p &= \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \phi_3 \rho_{p-3} + \dots + \phi_p \end{aligned} \quad (2.49)$$

kemudian, ρ_k diganti dengan $\hat{\rho}_k$, diperoleh estimasi momen $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ dengan menyelesaikan sistem persamaan linier di atas, maka diperoleh persamaan matrik sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \hat{\phi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\phi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \hat{\rho}_2 & \cdots & \hat{\rho}_{p-2} & \hat{\rho}_{p-1} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_{p-3} & \hat{\rho}_{p-2} \\ \vdots & & & & & \vdots \\ \hat{\rho}_{p-1} & \hat{\rho}_{p-2} & \hat{\rho}_{p-3} & \cdots & \hat{\rho}_1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_p \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

estimasi di atas biasa disebut estimasi *Yule-Walker* (Wei, 2006).

Kita memiliki $\phi_1 \phi_2, \dots, \phi_p$, didapatkan hasil

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= E\left(\dot{Z}_t \dot{Z}_t\right) = E\left[Z_t \left(\phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t\right)\right] \\ &= \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_a^2 \end{aligned} \quad (2.51)$$

dan didapatkan momen estimator untuk σ_a^2

$$\sigma_a^2 = \hat{\gamma}_0 \left(1 - \hat{\phi}_1 \hat{\gamma}_1 + \hat{\phi}_2 \hat{\gamma}_2 + \dots + \hat{\phi}_p \hat{\gamma}_p\right) \quad (2.52)$$

2.10 Hasil Penelitian Sebelumnya

Musiman adalah kecenderungan mengulangi pola tingkah gerak dalam periode musim, biasanya satu tahun untuk data bulanan. Model ARIMA musiman merupakan model ARIMA yang digunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan mengenai *time series* musiman yang terdiri dari dua bagian, yaitu bagian tidak musiman (non-musiman) dan bagian musiman. Bagian non-musiman dari metode ini adalah model ARIMA (Wei, 2006).

Pada penyelesaiannya, Ul Ukhra (2015) melakukan proses *differencing* menstasionerkan data yang tidak stasioner, setelah itu tahap selanjutnya yakni melakukan pendugaan parameter model dengan menggunakan cara mencoba-coba (*trial and error*) yaitu menguji nilai yang berbeda. Setelah melalui berbagai proses maka didapat model terbaik yang memiliki nilai AR dan MA yang signifikan, yaitu model $ARIMA(1,1,0)(0,1,0)^{12}$. Selanjutnya dijelaskan bahwa metode SARIMA juga dapat digunakan untuk data yang bersifat musiman yang dapat memberikan hasil peralaman yang tidak jauh berbeda dari data aktual (Ul Ukhra, 2015).

Pendugaan parameter model AR dengan metode momen adalah pendugaan dengan mensubstitusi momen sampel, diantaranya yaitu nilai tengah sampel dan fungsi autokorelasi sampel (Wei, 2006). Parameter dari $AR(p)$ dapat diduga dengan menggunakan metode momen, metode kuadrat terkecil, dan metode kemungkinan maksimum. Dari uraian ketiga metode tersebut menghasilkan penduga sistem persamaan *Yule-Walker* dan nilai duga parameter diperoleh dengan menyelesaikan penduga sistem persamaan *Yule-Walker* tersebut. Untuk

penduga parameter model AR(1) diperoleh $\hat{\mu} = \bar{X}$ dan $\hat{\phi}_1 = \hat{\rho}_1$. Dan penduga dari parameter AR(2) adalah $\hat{\mu} = \bar{X}$, $\hat{\phi}_1 = \frac{\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_1 \hat{\rho}_2}{1 - \hat{\rho}_1}$ dan $\hat{\phi}_2 = \frac{\hat{\rho}_1 - \hat{\rho}_1^2}{1 - \hat{\rho}_1^2}$ (Sari, 2014).

Sebelumnya terdapat penelitian yang dilakukan oleh Sampurno (2014) yang memiliki kesimpulan bahwa Estimasi parameter metode momen diperoleh dengan menyatakan momen sampel dengan momen teoritis. Di karenakan distribusi Binomial Negatif mempunyai dua parameter, maka diperlukan momen pertama dan momen kedua dari fungsi massa peluangnya. Adapun nilai estimasi parameter dispersi binomial negatif yang didapatkan dengan metode momen adalah $\hat{k} = \frac{s^2 - \bar{X}}{\bar{X}^2}$. Sedangkan nilai estimasi parameter dispersi binomial negatif dengan metode *likelihood* adalah solusi numerik dari persamaan

$$\frac{\partial t}{\partial k} = \sum_{i=1}^{x_i} \left[\left(\sum_{v=0}^{x_i} - \frac{1}{k(1 + \hat{k}v)} \right) + \frac{x_t}{\hat{k}} + \frac{\ln(1 + \hat{k}\bar{X})}{\hat{k}^2} - \frac{\bar{X}(x_i \hat{k} + 1)}{\hat{k}(1 + \hat{k}\bar{X})} \right] = 0$$

dengan menggunakan metode *Newton Raphson*, dan nilai estimasi parameter dispersi binomial negatif dengan metode *bootstrap maximum likelihood* adalah berbentuk algoritma resampling untuk mengestimasi parameter dispersi k dengan metode *likelihood* yang dilakukan perulangan sebanyak r kali. Selain itu hasil analisis data simulasi dapat dilihat bahwa nilai bias, varian, dan MSE meningkat seiring dengan meningkatnya nilai k . Nilai bias, varian, dan MSE berbanding terbalik dengan nilai rata-rata dan ukuran sampel, maka nilai bias, varian, dan MSE semakin besar terutama untuk metode *Method of Moment* (MME) dan *Method of Maximum Likelihood* (MLE). Sedangkan untuk metode *Bootstrap of Maximum Likelihood Estimate* (BMLE) nilai rata-rata dan ukuran sampel yang berbeda tidak memberikan perbedaan yang signifikan.

2.11 Pendugaan dalam Al-Qur'an

Pendugaan juga disinggung di Al-Qur'an surat As-Shaffat ayat 147, yang artinya:

“Dan Kami utus dia kepada seratus ribu orang atau lebih.” (Q.S. Al-Shaffat 37:147).

Pada surat As-Shaffat ayat 147 tersebut dijelaskan bahwa nabi Yunus diutus kepada umatnya yang jumlahnya 100.000 orang atau lebih. Jika membaca ayat tersebut secara seksama, maka terdapat rasa atau kesan ketidakpastian dalam menentukan jumlah umat nabi Yunus. Mengapa harus menyatakan 100.000 atau lebih? mengapa tidak menyatakan dengan jumlah yang sebenarnya? Bukankah Allah maha mengetahui segala sesuatu, termasuk jumlah umat Nabi Yunus. Jawaban terhadap pertanyaan tersebut adalah “inilah contoh estimasi (taksiran)”. (Abdussakir, 2007).

Pada ayat lain di dalam Al-Qur'an surat Al-Baqarah ayat 78 yang artinya:

“Dan diantara mereka ada yang buta huruf, tidak mengetahui Al Kitab (Taurat), kecuali dongeng bohong belaka dan mereka hanya menduga-duga”.

Ayat di atas menjelaskan bahwa kebanyakan orang Yahudi belum belajar menulis dan tidak bisa membaca tulisan sehingga mereka mudah sekali di bohongi. Selain itu mereka juga tidak mengetahui kabar tentang apa yang telah diketahui oleh orang-orang terdahulu. Dengan kondisi demikian ini mereka hanya bisa menduga hal-hal yang tidak diketahuinya (Abdurrahman, 2006).

Ayat tersebut menjelaskan ungkapan Ibnu Abbas Muhammad bin Ishak bahwa artinya mereka tidak mengetahui isi kitab tersebut dan mereka mengetahui kenabian (Muhammad) hanya melalui dugaan belaka. Mujahid, Qatadah, Abdul Aliyah dan Rabi` bin Annas mengatakan bahwa dugaan mereka itu hanyalah dusta belaka dan mereka hanya berprasangka buruk terhadap Allah SWT tanpa

sedikitpun kebenaran. Sesungguhnya manusia tidak mengetahui kebenaran yang mutlak atas sesuatu tetapi manusia hanya menduga atau menyangka saja. Pendugaan itu belum jelas kebenarannya. Oleh karena itu, hasil pendugaan itu harus diuji kebenarannya (Abdullah, 2004).

Kedua ayat di atas menjelaskan tentang adanya pendugaan, ayat yang pertama menjelaskan tentang estimasi (taksiran), sedangkan ayat kedua menjelaskan tentang pendugaan pada suatu kondisi (menduga atau menyangka).



BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan pendekatan kuantitatif dengan bantuan studi literatur yang dilakukan dengan cara mengkaji buku-buku yang berkaitan dengan Statistika, ekonometri, dan terutama *time series*.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh dari PLTA Sektor Saguling berupa laporan tentang data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000 yang telah digunakan oleh Tikno (2001).

3.3 Variabel Penelitian

Variabel dalam penelitian ini terdapat satu variabel berupa data *Inflow* Waduk Saguling (Y_t).

3.4 Metode Analisis Data

Langkah-langkah yang dilakukan untuk implementasi Model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$ metode Momen yakni:

1. Mengidentifikasi data *Inflow* Waduk Saguling
2. Pengujian Asumsi *White Noise*
3. Mengestimasi parameter model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^{12}$ dengan metode Momen
 - a. Menentukan model $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)^S$.

- b. Mengestimasi model dengan mengikuti persamaan *Yule-Walker*.
- c. Mengganti δ_k dengan $\hat{\delta}_k$ dan lainnya untuk memperoleh estimatornya.
- d. Menentukan nilai parameter $\phi_1, \Phi_1, \phi_1\Phi_1$
- e. Menghitung nilai momen ke-2 (γ_0)



BAB IV

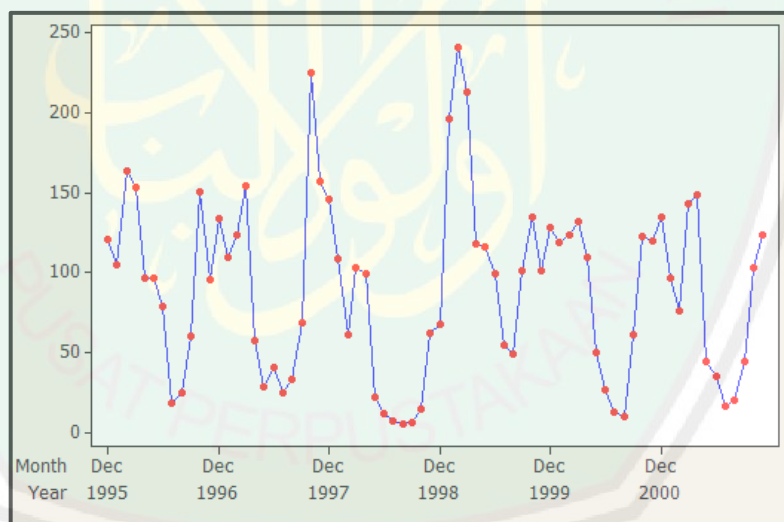
PEMBAHASAN

4.1 Implementasi Metode Momen pada Model ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)^S$

Subbab ini berisi tentang penerapan model ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)^S$ untuk pendugaan nilai parameter pada jumlah data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000 menggunakan metode Momen.

4.1.1 Identifikasi data

Data yang digunakan penelitian ini adalah data *Inflow* Waduk Saguling mulai tahun 1995 sampai dengan tahun 2000 terlampir di dalam Lampiran I. Berikut adalah plot data asli dari jumlah *Inflow* Waduk Saguling:



Gambar 4.1 Plot Data *Inflow* Waduk Saguling

Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa jumlah data *Inflow* Waduk selama periode tersebut mengalami fluktuasi yang signifikan seperti penurunan jumlah produksi pada bulan Mei dan Juni 1996 dan peningkatan produksi pada bulan Februari 1998.

Selain dapat dilihat dari *time series plot* data asli, plot ACF dan PACF maupun nilai koefisien ACF dan PACF dapat digunakan untuk mengidentifikasi

kestasioneran data. Hasil dari perhitungan ACF sesuai dengan persamaan (2.4) dari data *Inflow* Waduk Saguling untuk *lag* 1

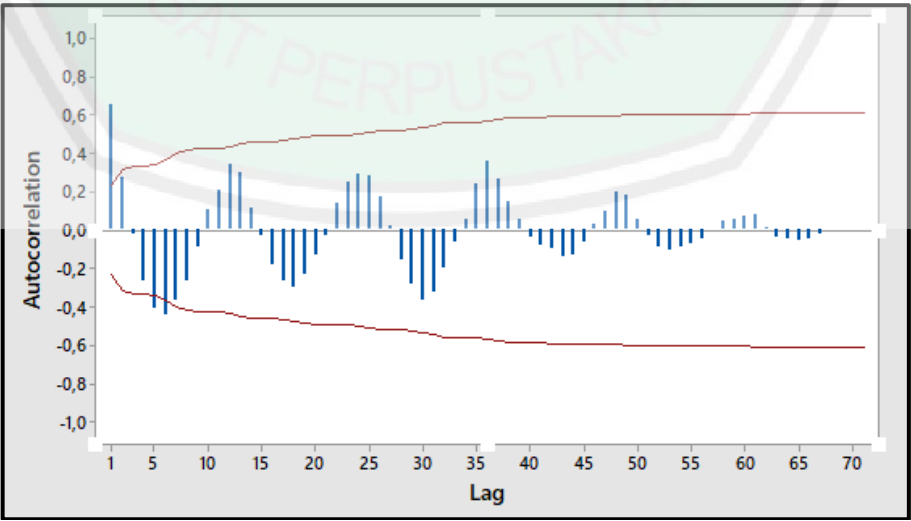
$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \\ &= \frac{(121-89,7097)(105-89,7097)+...+(103,4-89,7097)(123,5-89,7097)}{(121-89,7097)(105-89,7097)+...+(123,5-89,7097)} \\ &= 0.655526 \end{aligned}$$

Nilai *lag* untuk ACF yang selanjutnya didapatkan dengan menggunakan langkah yang serupa dan dicantumkan pada Tabel 4.1 serta lebih lengkap terdapat pada Lampiran II,

Tabel 4.1 Nilai Koefisien ACF Data Asli

Lag	ACF	T	LBQ				
1	0.655526	5.56	32.25	11	0,206614	0,96	95,57
2	0.277903	1.73	38.13	12	0,344647	1,58	106,11
3	-0.019177	-0.11	38.15	13	0,303997	1,35	114,46
4	-0.265798	-1.59	43.69	14	0,116288	0,50	115,70
5	-0.413076	-2.39	57.26	15	-0,026283	-0,11	115,77
6	-0.446077	-2.40	73.32	16	-0,181444	-0,78	118,90
7	-0.365968	-1.83	84.30	17	-0,270364	-1,16	125,98
8	-0.263832	-1.26	90.09	18	-0,296429	-1,24	134,65
9	-0.092169	-0.43	90.81	19	-0,236327	-0,97	140,26
10	0.109155	0.51	91.84	20	-0,134572	-0,55	142,12

atau dibuat dalam bentuk plot sebagai berikut:



Gambar 4.2 Plot ACF Data Asli

Berdasarkan gambar 4.2 dapat dilihat bahwa perilaku plot ACF dari *lag* 1 *cut off* atau terpotong, *Lag* 2 *cut off* turun melewati garis putus-putus mengindikasikan bahwa perilaku plot berbalik. Gambar plot data tersebut juga menunjukkan bahwa data *Inflow* Waduk Saguling tidak terdapat lebih dari tiga *lag* pertama yang melebihi garis putus-putus, sehingga mengindikasikan bahwa data telah stasioner.

Sedangkan hasil dari perhitungan PACF dari data *Inflow* Waduk sesuai persamaan (2.13) adalah sebagai berikut:

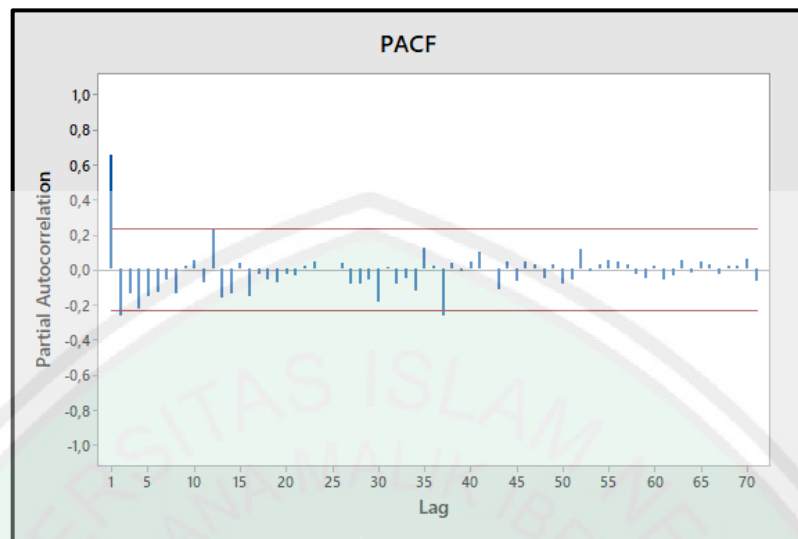
$$\begin{aligned}\hat{\phi}_{11} &= \hat{\rho}_1 = 0.655526 \\ \hat{\phi}_{22} &= \frac{\hat{\rho}_2 - \hat{\rho}_1^2}{1 - \hat{\rho}_1^2} = \frac{0.277903 - (0.655526)^2}{1 - (0.655526)^2} \\ &= -0,266202\end{aligned}$$

Nilai koefisien PACF yang selanjutnya didapatkan dengan menggunakan langkah yang serupa dan dicantumkan pada Tabel 4.2 serta lebih lengkap terdapat pada Lampiran III,

Tabel 4.2 Nilai Koefisien PACF Data Asli

Lag	PACF	T			
1	0,655526	5,56	16	-0,156329	-1,33
2	-0,266202	-2,26	17	-0,025151	-0,21
3	-0,142189	-1,21	18	-0,055942	-0,47
4	-0,223857	-1,90	19	-0,078377	-0,67
5	-0,157109	-1,33	20	-0,025346	-0,22
6	-0,127097	-1,08	21	-0,032618	-0,28
7	-0,060392	-0,51	22	0,019377	0,16
8	-0,141435	-1,20	23	0,046477	0,39
9	0,021199	0,18	24	-0,007037	-0,06
10	0,048190	0,41	25	0,000552	0,00
11	-0,073904	-0,63	26	0,032853	0,28
12	0,224911	1,91	27	-0,083464	-0,71
13	-0,158332	-1,34	28	-0,080978	-0,69
14	-0,140509	-1,19	29	-0,057264	-0,49
15	0,036743	0,31	30	-0,184225	-1,56

atau dibuat dalam gambar plot sebagai berikut:



Gambar 4.3 Plot PACF Data Asli

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat dilihat bahwa perilaku plot PACF dari lag 1 maupun 2 *cut off* atau terpotong. Gambar plot data tersebut juga menunjukkan bahwa data *Inflow* Waduk Saguling tidak terdapat lebih dari tiga *lag* pertama yang melebihi garis putus-putus, sehingga mengindikasikan bahwa data telah stasioner.

Berikut merupakan beberapa model sementara yang memungkinkan sesuai dengan data *Inflow* Waduk Saguling yaitu sebagai berikut:

1. ARIMA (1,0,1)(1,0,0)¹²

Berikut adalah hasil estimasi model ARIMA (1,0,1)(1,0,0)¹²:

Final Estimates of Parameters					
Type		Coef	SE Coef	T	P
AR	1	0,4818	0,1579	3,05	0,003
SAR	12	0,3767	0,1218	3,09	0,003
MA	1	-0,2844	0,1736	-1,64	0,106
Constant		29,284	5,980	4,90	0,000
Mean		90,67	18,52		
Number of observations: 72					
Residuals: SS = 106020 (backforecasts excluded)					
MS = 1559 DF = 68					
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic					
Lag	12	24	36	48	
Chi-Square	7,9	16,4	37,1	41,9	
DF	8	20	32	44	
P-Value	0,439	0,695	0,245	0,563	

Gambar 4.4 Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (1,0,1)(1,0,0)¹²

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa nilai *p – value* untuk parameter model MA melebihi taraf signifikansi, sehingga model tersebut kurang signifikan. Jadi model ARIMA(1,0,1)(1,0,0)¹² kurang tepat untuk digunakan.

2. ARIMA (2,0,0)(1,0,0)¹²

Berikut adalah hasil estimasi model ARIMA (2,0,0)(1,0,0)¹²:

Final Estimates of Parameters					
Type		Coef	SE Coef	T	P
AR	1	0,7857	0,1185	6,63	0,000
AR	2	-0,2279	0,1184	-1,93	0,058
SAR	12	0,3620	0,1217	2,98	0,004
Constant		25,523	4,635	5,51	0,000
Mean		90,47	16,43		
Number of observations: 72					
Residuals: SS = 105092 (backforecasts excluded)					
MS = 1545 DF = 68					
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic					
Lag	12	24	36	48	
Chi-Square	8,2	17,5	38,1	43,3	
DF	8	20	32	44	
P-Value	0,413	0,618	0,213	0,501	

Gambar 4.5 Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (2,0,0)(1,0,0)¹²

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa nilai p – *value* untuk parameter model AR(2) melebihi taraf signifikansi, sehingga model tersebut tidak signifikan. Jadi model ARIMA(2,0,0)(1,0,0)¹² kurang tepat untuk digunakan.

3. ARIMA(1,0,0)(1,0,0)¹²

Berikut adalah hasil estimasi model ARIMA (1,0,0)(1,0,0)¹²:

Final Estimates of Parameters					
Type		Coef	SE Coef	T	P
AR	1	0,6383	0,0928	6,88	0,000
SAR	12	0,3967	0,1196	3,32	0,001
Constant		19,818	4,716	4,20	0,000
Mean		90,83	21,62		
Number of observations: 72					
Residuals:		SS = 110359 (backforecasts excluded)			
		MS = 1599 DF = 69			
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic					
Lag	12	24	36	48	
Chi-Square	11,1	17,0	39,7	43,8	
DF	9	21	33	45	
P-Value	0,269	0,712	0,196	0,521	

Gambar 4.6 Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (1,0,0)(1,0,0)¹²

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa nilai p – *value* untuk parameter model AR tidak melebihi taraf signifikansi, sehingga model tersebut signifikan. Jadi model ARIMA(1,0,0)(1,0,0)¹² tepat untuk digunakan.

4.1.2 Pengujian Asumsi White Noise

Pengujian asumsi *white noise* dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung-Box* dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \hat{\rho}_k = 0 \quad (\text{Error memenuhi asumsi white noise})$$

$$H_1 : \hat{\rho}_k \neq 0 \quad (\text{Error belum memenuhi asumsi white noise})$$

dengan statistik uji *Ljung-Box* adalah

$$\chi_{hitung}^2 = Q = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{r_k^2}{n-k}$$

untuk taraf signifikansi 5%. Kriteria keputusan tolak H_0 jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(\alpha, df)}$ atau $p - value < \alpha$. Hasil dari uji diagnostik model dapat dilihat pada tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.3 Ringkasan Uji *Ljung-Box*

Lag	df	Statistik <i>Ljung-Box</i> (χ^2_{hitung})	$\chi^2_{(0,05,df)}$
12	e	11.1	16.9
24	21	17.0	32.7
36	33	39.7	47.4
48	45	43.8	61.7

Ringkasan pada Tabel 4.4 menunjukkan bahwa lag 12, 24, 36 dan 48 memiliki nilai statistik *Ljung-Box* tidak lebih dari nilai tabel ($\chi^2_{(0,05,df)}$). Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima yang berarti bahwa model memenuhi asumsi residual *white noise* dan berdistribusi normal sehingga model layak digunakan.

4.1.3 Estimasi Parameter Model ARIMA (p, d, q)(P, D, Q)^s

Berdasarkan uji asumsi *White Noise* dan pemilihan model pada identifikasi data, diperoleh model yang sesuai untuk data *Inflow* Waduk Saguling adalah ARIMA(1,0,0)(1,0,0)¹². Dari model umum pada persamaan (2.48) diperoleh:

$$\phi_1(B)\Phi_1(B)Y_t = a_t$$

atau

$$(1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^{12})Y_t = a_t$$

yang dapat diuraikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 (1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^{12})Y_t &= a_t \\
 (1 - \Phi_1 B^{12} - \phi_1 B + \phi_1 \Phi_1 B^{13})Y_t &= a_t \\
 (Y_t - \Phi_1 B^{12}Y_t - \phi_1 BY_t + \phi_1 \Phi_1 B^{13}Y_t) &= a_t \\
 (Y_t - \Phi_1 Y_{t-12} - \phi_1 Y_{t-1} + \phi_1 \Phi_1 Y_{t-13}) &= a_t
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh model yang lebih mudah dipahami, yaitu:

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-12} + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_1 \Phi_1 Y_{t-13} + a_t \quad (4.1)$$

4.1.4 Estimasi Parameter Model ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)^S$ dengan Metode Momen

Pada pembahasan ini model dugaan yang diestimasi adalah Model ARIMA(1,0,0)(1,0,0)¹² dengan menggunakan model data *in (training)* sebesar 80% dan *error data out (testing)* 20% yaitu sebagai berikut:

$$Y_t = \Phi_1 Y_{t-12} + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_1 \Phi_1 Y_{t-13} + a_t \quad (4.2)$$

dari model ini, diperoleh persamaan *Yule-Walker* sesuai (2.49) sehingga menjadi

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \phi_1 + \rho_1 + \dots + \rho_{10} + \Phi_1 \rho_{11} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{12} \\
 \rho_2 &= \phi_1 \rho_1 + \rho_1 + \dots + \rho_9 + \Phi_1 \rho_{10} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{11} \\
 &\vdots \\
 \rho_{13} &= \phi_1 \rho_{12} + \rho_{11} + \dots + \rho_2 + \Phi_1 + \phi_1 \Phi_1
 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Secara matriks, dengan mengganti parameter Φ_1, ϕ_1 , dan $\phi_1 \Phi_1$ oleh estimatornya, yaitu Φ_1, ϕ_1 , dan $\phi_1 \Phi_1$ dan juga mengganti parameter $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{13}$ dari model dengan estimatornya $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \dots, \hat{\rho}_{13}$ yang diperoleh dari ACF data sampel, persamaan di atas dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_{12} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \cdots & \hat{\rho}_{11} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}_{12} & \hat{\rho}_{11} & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \vdots \\ \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

selanjutnya dengan invers matriks diperoleh

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \vdots \\ \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \cdots & \hat{\rho}_{12} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \cdots & \hat{\rho}_{11} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\rho}_{12} & \hat{\rho}_{11} & \cdots & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_{13} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

dengan substitusi nilai-nilai dari ACF $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{13}$, diperoleh

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}_1 \\ \vdots \\ \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.66 & \cdots & 0.34 \\ 0.65 & 1 & \cdots & 0.20 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.34 & 0.20 & & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.65 \\ 0.27 \\ \vdots \\ 0.30 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Diperoleh nilai-nilai $\hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1$ dan $\hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1$ sebagai berikut:

$$\hat{\phi}_1 = 0.2234$$

$$\hat{\Phi}_1 = 0.2056$$

$$\hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 = 0.5536$$

selanjutnya perhatikan bahwa, untuk momen ke-2 dari model, yaitu γ_0 memenuhi

persamaan berikut

$$\begin{aligned}
\gamma_0 &= E(Y_t Y_t) \\
&= E[Y_t (\phi_1 Y_{t-1} + \Phi_1 Y_{t-12} + \phi_1 \Phi_1 Y_{t-13} + a_t)] \\
&= \phi_1 E[Y_t Y_{t-1}] + \Phi_1 E[Y_t Y_{t-12}] + \phi_1 \Phi_1 E[Y_t Y_{t-13}] + E[Y_t a_t] \\
&= \phi_1 \rho_1 + \Phi_1 \rho_{12} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{13} + E[Y_t (Y_t - \bar{Y})] \\
&= \phi_1 \rho_1 + \Phi_1 \rho_{12} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{13} + E[Y_t^2 - Y_t \bar{Y}] \\
&= \phi_1 \rho_1 + \Phi_1 \rho_{12} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{13} + E[Y_t^2] - E[Y_t] \bar{Y} \\
&= \phi_1 \rho_1 + \Phi_1 \rho_{12} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{13} + E[Y_t^2] - E[Y_t] E[Y_t] \\
&= \phi_1 \rho_1 + \Phi_1 \rho_{12} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{13} + E[Y_t^2] - E[Y_t]^2 \\
&= \phi_1 \rho_1 + \Phi_1 \rho_{12} + \phi_1 \Phi_1 \rho_{13} + \sigma_a^2
\end{aligned} \tag{4.7}$$

dimana

σ_a^2 = Variansi momen

$\hat{\gamma}_0$ = Momen ke-2

Dengan mengganti momen ke-2 dari model, γ_0 dengan estimatornya yaitu $\hat{\gamma}_0$ yang diperoleh dari sampel data, dan juga dengan mengganti parameter $\phi_1 \Phi_1$ dan $\phi_1 \Phi_1$ oleh estimatornya, yaitu $\hat{\Phi}_1, \hat{\phi}_1$, dan $\hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1$ dan juga mengganti parameter $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{13}$ dari model dengan estimatornya $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \dots, \hat{\rho}_{13}$, sehingga diperoleh estimasi untuk σ_a^2 adalah

$$\sigma_a^2 = \hat{\gamma}_0 - \hat{\phi}_1 \hat{\rho}_1 - \hat{\Phi}_1 \hat{\rho}_{12} - \hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 \hat{\rho}_{13} \tag{4.8}$$

Momen ke-2 yang diperoleh dari sampel data untuk $t = 1, 2, \dots, 72$ adalah

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_0 &= E[Y_{t(sampel)}^2] \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{58} (Y_{t(sampel)})^2}{n} \\
&= 0.3388
\end{aligned} \tag{4.9}$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 &= \hat{\gamma}_0 - \hat{\phi}_1 \rho_1 - \hat{\Phi}_1 \rho_{12} - \hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 \rho_{13} \\ &= 0.2447\end{aligned}\quad (4.10)$$

Dari hasil perhitungan estimator di atas dapat dilihat bahwa dengan metode momen menghasilkan nilai-nilai estimator yakni

$$\begin{aligned}\hat{\phi}_1 &= 0.2234 \\ \hat{\Phi}_1 &= 0.2056 \\ \hat{\phi}_1 \hat{\Phi}_1 &= 0.5536\end{aligned}$$

sehingga didapatkan juga nilai momen ke-2 nya yaitu 0.3388.

Pada penjelasan di atas terdapat 3 model data in / out yang digunakan untuk data *Inflow* Waduk Saguling sebagai berikut:

Tabel 4.4 Model data in / out pada data *Inflow* Waduk Saguling

<i>In</i>	<i>Out</i>	<i>Error</i>
90%	10%	0.8428
85%	15%	0.5352
80%	20%	0.5320

dari tabel di atas diketahui *error* terkecil terdapat pada model data *in* sebesar 80% dan data *out* 20%. Jadi berdasarkan penjelasan di atas dapat diketahui bahwa model matematis yang sesuai untuk data *Inflow* Waduk Saguling adalah

$Y_t = 0.2234Y_{t-1} + 0.2056Y_{t-12} + 0.5536Y_{t-13} + a_t$ yang berarti data saat ini dipengaruhi penjumlahan dari data sebelumnya, dua belas bulan sebelumnya serta data tiga belas bulan sebelumnya dan sisanya berasal dari *error* nya.

4.1.5 Pengaplikasian Pendugaan dalam Islam

Pada penjelasan tulisan di atas terdapat penduga $\theta_1 \theta_1$ merupakan contoh beberapa parameter yang belum diketahui nilainya, seperti halnya pada surat As-Shaffat ayat 147 yang bertujuan untuk menjelaskan bahwa Nabi Yunus diutus

kepada umatnya yang berjumlah 100.000 atau lebih, pada ayat tersebut tidak disebutkan secara rinci jumlah objeknya, tetapi hanya menyebutkan perkiraan umat Nabi Yunus di kisaran angka 100.000.

Didalam kehidupan sehari-hari terdapat beberapa contoh pendugaan, diantaranya pendugaan jumlah (banyak) yaitu pendugaan terhadap jumlah banyaknya suatu objek yang tidak bisa dihitung jumlah sebenarnya, seperti contoh banyaknya mobil diparkiran suatu tempat umum, tentunya tidak bisa dihitung secara rinci berapa jumlahnya mobil yang parkir ditempat tersebut, tapi setidaknya bisa diduga berapa kisaran mobil yang ada, bisa berjumlah puluhan, ratusan, bahkan ribuan.

Dari penjelasan di atas dapat dikatakan bahwa pendugaan itu bisa dihitung, hal ini juga sesuai dengan penjelasan pada Al-Qur'an surat As-Shaffat ayat 147 bahwa ayat tersebut menjelaskan tentang pendugaan.

Dengan demikian pendugaan pada penelitian ini dapat dicari dengan memperoleh nilai galat/kesalahan yang minimum.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diambil kesimpulan bahwa hasil estimasi parameter model ARIMA (1,0,0)(1,0,0)¹² menggunakan metode Momen pada data *Inflow* Waduk Saguling 1995-2000 adalah

$$Y_t = 0.2234Y_{t-1} + 0.2056Y_{t-12} + 0.5536Y_{t-13} + a_t$$

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka saran untuk penelitian selanjutnya adalah melakukan pengembangan terhadap model Seasonal ARIMA yang lain dengan metode Momen yakni melakukan peramalan data untuk periode selanjutnya.

DAFTAR RUJUKAN

- Abdullah, bin Muhammad. 2004. *Tafsir Ibnu Katsir Jilid 1*. Bogor: Pustaka Imam Asy-Syafi'i
- Abdurrahman, Syaikh bin Nashir as-Sa'di. 2006. *Tafsir As-Sa'di*. Alih bahasa oleh Muhammad Iqbal dkk. Jakarta: Pustaka Sahifa
- Abdussakir. (2007). *Ketika Kyai Mengajar Matematika*. Malang: UIN Press.
- Ash Shiddieqy, Teungku Muhammad Hasbi. 2000. *Tafsir Al-Qur'anul Majid An Nur*. Semarang: Pustaka Riski Putra.
- Amelia, Lely. 2017. *Estimasi Maximum Likelihood pada Parameter Model ARIMA*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Atmaja, L. S. 1997. *Statistika untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: Penerbit Andi
- Aziz, A. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-MALIKI Press
- Azizah, Ida Nur. 2017. *Estimasi Parameter Model ARIMA menggunakan Metode Bootstrap*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., dan Reinsel, G.C. 1970. *Time Series Analysis: Forecasting and Control Third Edition*. San Fransisco: Golden Day.
- Cynthia, Ari. 2015. *Analisis Perbandingan menggunakan Arima dan Bootstrap pada Peramalan Nilai Ekspor Indonesia*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.
- Draper, N, R. dan Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis Third ed*. New York: John Wiley.
- Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: PT. Bumi Aksara.
- Gaynor, P. E, dan Patrick Kirk R, C. 1994. *Time Series Modelling and Forecasting in Bussines and Economics*. New York: McGraw Hill.
- Gudono. 2011. *Analisis Data Multivariat*. BPFE. Yogyakarta.
- Gujarati, D. N. 2004. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Jakarta: Erlangga.
- Hanke, J. E. dan Wichern, D.W. 2005. *Business Forecasting Eight Edition*. New Jersey: Pearson Prenticehall.

- Hasan, M. I. 2002. *Pokok-pokok Materi Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Heizer, Jay dan Barry Render. 2009. *Manajemen Operasi Buku I Edisi 9*. Jakarta: Salemba 4.
- Hendikawati, P. 2014. *Bahan Ajar Analisis Runtun Waktu*. Semarang: FMIPA Universitas Negeri Semarang.
- Lains, A. 2003. *Ekonometrika: Teori dan Aplikasi*. Jakarta: LP3ES Indonesia.
- Makridakis, S., Wheelwright, S.C., dan McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Rosadi, D. 2012. *Pengantar Analisis Runtun Waktu*. Yogyakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada.
- Rosyidah, U., D. Taukhida., dan D. Siti Harini. 2005. *Pemodelan Arima dalam Peramalan Penumpang Kereta Api pada Daerah Operasi (DAOP) IX Jember*. Jurnal FMIPA.
- Sampurno, Rahadi Eko. 2014. *Studi perbandingan Estimasi Parameter Dispersi Binomial Negatif dengan Method of Moment (MME), Maximum Likelihood Estimate (MLE) dan Method of Bootstrap Maximum Likelihood Estimate (BMLE)*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
- Sari, Nelfa. 2014. *Pendugaan Parameter Model Autoregressive Pada Deret Waktu*. Padang: Jurnal Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas Padang.
- Sembiring, R. K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.
- Sprent P. 1989. *Aplied Nonparametric Statistical Methods*. New York: Champman & Hall.
- Supangat, Andi. (2010). *Statistik dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Parametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Supranto, J. 1986. *Pengantar Probabilitas dan Statistik Induktif*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Sumodiningrat, Gunawan. 1994, *Ekonometrika Pengantar, Edisi Pertama*, Badan Penerbit Fakultas Ekonomi: Yogyakarta.
- Suyitno. 2011. *Pengestimasian Parameter Model Autoregresif pada Analisis Deret Waktu Univariat*. ISSN 1412-498X : 117-132.
- Tikno, Suhu. 2015. *Eksperimentasi Prakiraan Debit Aliran (Inflow) dengan Model ARIMA dan Kemungkinan Penerapannya Sebagai Metode Alternatif Untuk Evaluasi Modifikasi Cuaca*. Bogor: Jurnal Institut Pertanian Bogor.

Turmudi dan Harini, S. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN Malang Press.

Ul Ukhra, Annisa. 2015. *Pemodelan dan Peramalan Data Deret Waktu dengan Metode Seasonal ARIMA*. Padang: Jurnal Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas Padang.

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Wibisono, Yusuf. 2009. *Metode Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.



LAMPIRAN I

DATA INFLOW WADUK SAGULING TAHUN 1995 SAMPAI 2000

BULAN	TAHUN					
	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Januari	121	134	146	67,7	128,1	134,8
Februari	105	110	109	196,6	119,1	96,6
Maret	164	124	60,7	241	123,9	76,4
April	153	154	103	213,6	132,4	142,8
Mei	96,6	57,1	99,4	117,7	109,3	148,7
Juni	96,9	28,5	21,7	116	49,6	44,4
Juli	78,5	40,3	11,5	99,2	26,4	34,7
Agustus	17,8	24,4	6,8	54,9	12,2	16
September	25,1	32,8	5,2	48,7	9,3	20,4
Oktober	60,2	68,2	6,4	101,1	60,7	44,6
November	151	225	14,6	134,7	122,7	103,4
Desember	95,7	157	61,9	101,6	120	123,5

LAMPIRAN II

NILAI ACF DATA INFLOW WADUK SAGULING

Lag	ACF	T			
1	0,655526	5,56	36	0,362734	1,27
2	0,277903	1,73	37	0,269760	0,92
3	-0,019177	-0,11	38	0,151227	0,51
4	-0,265798	-1,59	39	0,054518	0,18
5	-0,413076	-2,39	40	-0,037649	-0,13
6	-0,446077	-2,40	41	-0,083129	-0,28
7	-0,365968	-1,83	42	-0,100553	-0,34
8	-0,263832	-1,26	43	-0,140793	-0,47
9	-0,092169	-0,43	44	-0,132418	-0,44
10	0,109155	0,51	45	-0,064870	-0,22
11	0,206614	0,96	46	0,025883	0,09
12	0,344647	1,58	47	0,093983	0,31
13	0,303997	1,35	48	0,195281	0,65
14	0,116288	0,50	49	0,179732	0,60
15	-0,026283	-0,11	50	0,058775	0,19
16	-0,181444	-0,78	51	-0,030946	-0,10
17	-0,270364	-1,16	52	-0,086186	-0,28
18	-0,296429	-1,24	53	-0,107926	-0,36
19	-0,236327	-0,97	54	-0,091938	-0,30
20	-0,134572	-0,55	55	-0,075923	-0,25
21	-0,028362	-0,11	56	-0,042498	-0,14
22	0,141542	0,57	57	-0,005031	-0,02
23	0,247931	1,00	58	0,047585	0,16
24	0,292347	1,16	59	0,054321	0,18
25	0,282414	1,10	60	0,074629	0,24
26	0,171448	0,66	61	0,077473	0,25
27	0,019125	0,07	62	0,014002	0,05
28	-0,156341	-0,60	63	-0,035462	-0,12
29	-0,280503	-1,06	64	-0,048980	-0,16
30	-0,364557	-1,36	65	-0,056688	-0,19
31	-0,328862	-1,20	66	-0,046888	-0,15
32	-0,202433	-0,72	67	-0,025052	-0,08
33	-0,059983	-0,21	68	0,001325	0,00
34	0,058165	0,21	69	0,005833	0,02
35	0,242395	0,86	70	0,004214	0,01
			71	0,004715	0,02

LAMPIRAN III

NILAI PACF DATA *INFLOW* WADUK SAGULING

Lag	PACF	T			
1	0,655526	5,56	36	0,019478	0,17
2	-0,266202	-2,26	37	-0,264716	-2,25
3	-0,142189	-1,21	38	0,038689	0,33
4	-0,223857	-1,90	39	-0,013486	-0,11
5	-0,157109	-1,33	40	0,046575	0,40
6	-0,127097	-1,08	41	0,098794	0,84
7	-0,060392	-0,51	42	0,004763	0,04
8	-0,141435	-1,20	43	-0,113488	-0,96
9	0,021199	0,18	44	0,045601	0,39
10	0,048190	0,41	45	-0,063545	-0,54
11	-0,073904	-0,63	46	0,047230	0,40
12	0,224911	1,91	47	0,024109	0,20
13	-0,158332	-1,34	48	-0,051084	-0,43
14	-0,140509	-1,19	49	0,028918	0,25
15	0,036743	0,31	50	-0,084273	-0,72
16	-0,156329	-1,33	51	-0,059723	-0,51
17	-0,025151	-0,21	52	0,115253	0,98
18	-0,055942	-0,47	53	-0,011469	-0,10
19	-0,078377	-0,67	54	0,030621	0,26
20	-0,025346	-0,22	55	0,050231	0,43
21	-0,032618	-0,28	56	0,047378	0,40
22	0,019377	0,16	57	0,026481	0,22
23	0,046477	0,39	58	-0,028734	-0,24
24	-0,007037	-0,06	59	-0,054915	-0,47
25	0,000552	0,00	60	0,020489	0,17
26	0,032853	0,28	61	-0,056391	-0,48
27	-0,083464	-0,71	62	-0,036083	-0,31
28	-0,080978	-0,69	63	0,054618	0,46
29	-0,057264	-0,49	64	-0,023024	-0,20
30	-0,184225	-1,56	65	0,047209	0,40
31	0,014853	0,13	66	0,029298	0,25
32	-0,082102	-0,70	67	-0,028793	-0,24
33	-0,054700	-0,46	68	0,019186	0,16
34	-0,121561	-1,03	69	0,020012	0,17
35	0,123277	1,05	70	0,057478	0,49
			71	-0,070689	-0,60

LAMPIRAN IV

PROGRAM ESTIMASI PARAMETER DENGAN METODE MOMEN

```
%ProgramMomen

clc, clear, clf
%Chapter 1: Estimator for phi, Phi, Phiphi
%.....//
%Import Data
%-----//
ACF=xlsread('Acf Data Asli.xlsx');
display(ACF)

%Plotting ACF:
%-----//
plot(1:length(ACF), ACF);
xlabel('Lag')
ylabel('ACF')

%Matrix Construction:
%-----//
for j=1:13
    for k=1:13
        if j<k
            Rho(j,k)=ACF(k-j);
        elseif j>k
            Rho(j,k)=ACF(j-k);
        elseif j==k
            Rho(j,k)=1;
        end
    end
end
display(Rho)

invRho=inv(Rho);

%Vector:
%-----//
Rhov=ACF(1:13);

%Matrix Product:
%-----//
VPhi=invRho*Rhov;
display(VPhi)

%Result
%-----//
phih=VPhi(1);
Phih=VPhi(12);
phiPhih=VPhi(13);
display(phih);
display(Phih);
display(phiPhih);
```

```

%Chapter 2: Estimator for at
%.....//
%Import Data
%-----//
Ydata=xlsread('Data Asli.xlsx');
Ydata=Ydata(1:end,3);
display(Ydata)

%2nd Moment
%-----//
gamma0=0;
for j=1:length(Ydata)
    Ydata2(j)=(Ydata(j)-mean(Ydata))^2;
    gamma0=gamma0+Ydata2(j);
end
gamma0=gamma0/length(Ydata);
display(gamma0)

%Sigma calculation
%-----//
sigma2=gamma0-(phih*Rhov(1)+ Phih*Rhov(12)+ phiPhih*Rhov(13));
ah=sqrt(sigma2);
display(ah);

%Alternative
%-----//
%???

%Chapter 3: Modelling
%.....
//
%Substitusi ke Model:
N=1;
for j=1:72
    if j>N && j>13
        Ymodel(j)=phih*Ymodel(j-1)+Phih*Ymodel(j-12)+
        phih*Phih*Ymodel(j-13)+ah;
    elseif j<=N
        Ymodel(j)=Ydata(j);
    elseif j<=13 && j>12
        Ymodel(j)=phih*Ymodel(j-1)+Phih*Ymodel(j-12)+ah;
    elseif j<=12 && j>1
        Ymodel(j)=phih*Ymodel(j-1)+ah;
    end
end

%Plotting
%-----//
%Plot Data vs Model
plot(1:length(Ymodel),Ymodel','r')
hold on
plot(1:length(Ydata),Ydata,'b')

err=abs(Ydata-Ymodel');
display(err)

```



**KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**

Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341)
572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Abdul Hadi
NIM : 14610034
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* dengan Metode Momen
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Ach. Nashichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1	13 Juli 2018	Revisi Bab I	1.
2	18 Juli 2018	Revisi Bab I & II	2.
3	20 Juli 2018	Revisi Bab II	3.
4	26 Juli 2018	Revisi Bab III	4.
5	31 Juli 2018	Revisi Bab IV	5.
6	05 Agustus 2018	Revisi Kajian Agama Bab I & II	6.
7	13 Agustus 2018	Revisi Bab IV	7.
8	20 Agustus 2018	Revisi Bab IV	8.
9	04 September 2018	Revisi Bab IV	9.
10	17 Oktober 2018	ACC untuk diseminarkan	10.
11	18 Oktober 2018	ACC untuk diseminarkan	11.
12	26 Oktober 2018	Revisi Bab IV	12.
13	18 Januari 2019	Revisi Bab IV	13.
14	08 Maret 2019	Revisi Bab IV & V	14.
15	05 April 2019	Revisi Kajian Agama Bab II	15.
16	06 April 2019	Revisi Kajian Agama Bab IV	16.
17	08 April 2019	ACC Kajian Agama Keseluruhan	17.
18	03 Mei 2019	Revisi Bab IV & V	18.
19	03 Mei 2019	Revisi Abstrak	19.
20	09 Mei 2019	ACC Keseluruhan	20.

Malang, 13 Mei 2019

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Lisman Pagalay, M.Si

14050414 200312 1 001