IDENTIFIKASI BIAS METODE *JACKKNIFE* PADA MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE*

SKRIPSI

OLEH
IFFANA INTANLYA FAUZIE
NIM. 14610057

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

IDENTIFIKASI BIAS METODE *JACKKNIFE* PADA MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE*

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Iffana Intanlya Fauzie
NIM. 14610057

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

IDENTIFIKASI BIAS METODE *JACKKNIFE* PADA MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE*

SKRIPSI

Oleh
Iffana Intanlya Fauzie
NIM. 14610057

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji

Tanggal 11 Maret 2019

Pembimbing I,

Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Pembimbing II

H. Wahyu H Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Mengetahui

Ketua Jurusan Matematika

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

IDENTIFIKASI BIAS METODE *JACKKNIFE* PADA MODEL *AUTOREGRESSIVE INTEGRATED MOVING AVERAGE*

SKRIPSI

Oleh
Iffana Intanlya Fauzie
NIM. 14610057

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 21 Mei 2019

Penguji Utama	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Ketua Penguji	: Ria Dhea L.N.K, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Abdul Aziz, M.Si	....
Anggota Penguji	: H. Wahyu H Irawan, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

KEMENTERIAN AGAMA REPUBLIK INDONESIA FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG JURUSAN MATEMATIKA

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Iffana Intanlya Fauzie
NIM	: 14610057
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Identifikasi Bias Metode *Jackknife* pada Model *Autoregressive Integrated Moving Average*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 11 Maret 2019
yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
D905FAFF706032178
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Iffana Intanlya Fauzie
NIM.14610057

MOTTO

Setiap bunga akan mekar pada musimnya (Rando Kim).

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:
yang tercinta Ayah Anas Fauzie dan Mama Lailil Qomariah
serta yang tersayang adik Nadya Amri Fauzie dan M. Falqi Fariz Fauzie
yang telah senantiasa selalu memberikan doa terbaik dan semangat yang sangat berarti bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. H. Wahyu H Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Ayah dan Mama serta adik-adik tercinta yang selalu memberikan do'a, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Sahabat-sahabat terbaik penulis Mahdiatul Maknun, Firdaus Adjie Saputro, Ahmad Kamaluz Zaman, dan Idhsa Ilhami yang selalu menemani, membantu, dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Seluruh teman-teman Jurusan Matematika angkatan 2014 dan Matematika-B terutama Siti Halimah, Nuzulul Imamah, Sofi Kurniawati, Ida Lestari, Deny Fatchur Rochman, Abdul Hadi, dan Maulana Fajeri Damanhuri yang telah berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terima kasih kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 27 Desember 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Simbol	Nama	Jenis	Keterangan
x		Skalar	Variabel x
y		Skalar	Variabel y
x_i		Skalar	Data pengamatan x ke-i, $i = 1, 2, \cdots, n$
y_i		Skalar	Data pengamatan y ke-i, $i = 1, 2, \cdots, n$
n		Skalar	Banyaknya data
S_x		Skalar	Nilai simpangan baku x
ρ	*rho*	Skalar	Nilai koefisien korelasi
Y_{t+k}		Skalar	Variabel Y pada waktu ke$-(t+k)$
γ_k	*gamma-k*	Skalar	Nilai kovariansi γ pada *lag* ke$-k$
ρ_k	*rho-k*	Skalar	Nilai koefisien autokorelasi pada *lag*$-k$
t		Skalar	Waktu pengamatan ke$-t$, $t = 1,2,\dots,k$
ϕ_{ki}	*phi-ki*	Skalar	Nilai koefisien autokorelasi parsial ke$-i$
$\boldsymbol{Y}$		Matriks	Variabel terikat
$\boldsymbol{X}$		Matriks	Variabel bebas
B		Operator	Operator *backward shift*
$\boldsymbol{a}$		Vektor	*Error*
$\boldsymbol{\beta}$	*beta*	Vektor	Vektor parameter konstanta regresi
$\boldsymbol{Y}_t$		Vektor	Data Y pada waktu ke t
$\boldsymbol{\mu}$	*Mu*	Vektor	Rata-rata dari Y_t

ϕ	*Phi*	Vektor	Parameter koefisien *Autoregressive*
λ	*lambda*	Vektor	Parameter transformasi *Box-Cox*
θ_j	*theta*	Vektor	Parameter koefesien *moving average*
Z_t		Skalar	Selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ
$\mathbf{x}_k$		Vektor	Variabel keadaan
$\mathbf{z}_t$		Vektor	Vektor pengukuran
$\boldsymbol{Y}^{\boldsymbol{i}}$		Vektor	Variabel terikat yang telah dihilangkan data baris ke-*i*
$\boldsymbol{X}^{\boldsymbol{i}}$		Matrik	Variabel bebas yang telah dihilangkan data baris ke-*i*
$\boldsymbol{\beta}^{i}$		Vektor	Parameter *Jackknife* yang telah dihilangkan data baris ke-*i*
$\boldsymbol{a}^{\boldsymbol{i}}$		Vektor	*Error* yang telah dihilangkan data baris ke-*i*

ABSTRAK

Fauzie, Iffana Intanlya. 2019**. Identifikasi Bias Metode *Jackknife* pada Model *Autoregressive Integrated Moving Average***. Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) H. Wahyu H Irawan, M.Pd.

Kata kunci: bias, estimasi, estimasi *Ordinary Least Square*, *Autoregressive Integrated Moving Average*, *Jackknife*

ARIMA adalah suatu metode yang dapat digunakan sebagai alat untuk memprediksi suatu kejadian pada jangka waktu yang pendek atau untuk memprediksi pada data kecil. Pada penelitian ini akan dilakukan identifikasi bias metode *Jackknife* pada model ARIMA(p, d, q). Untuk mendapatkan estimator yang tak bias dibutuhkan metode yang menggunakan teknik resampling. *Jackknife* merupakan salah satu metode *resampling* dari sampel asalnya. Penggunaan metode *Jackknife* adalah untuk mendapatkan estimasi yang baik data dengan sampel yang minimum.

Tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui hasil identifikasi bias metode *Jackknife* pada model ARIMA$(1,0,0)$ menggunakan data jumlah produksi teh di Jawa Barat mulai tahun 2009 sampai dengan 2013. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa ARIMA $(1,0,0)$ dengan metode *Jackknife* merupakan model yang sesuai ketika diterapkan pada data produksi teh di Jawa Barat menghasilkan model persamaan $Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$ dengan nilai bias 0.0003 dan standar deviasi 8.8×10^{-8}.

ABSTRACT

Fauzie, Iffana Intanlya. 2019. **Identification Jackknife Method Bias of Autoregressive Integrated Moving Average Model**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M.Si. (II) H. Wahyu H irawan, M.Pd.

Keyword: bias, estimation, Ordinary Least Square estimation, Autoregressive Integrated Moving Average, Jackknife

ARIMA is a method that can be used to predict an event in a short period of time or to predict of small data. In this study we will identify the bias of the Jackknife method in the ARIMA (p, d, q) model. To get an unbiased estimator, a method that uses resampling techniques is needed. Jackknife is one of the resampling methods from its original sample. The use of the Jackknife method is to get a good estimate of data with a minimum sample.

The purpose of this study is to find out the results of identification of the bias of the Jackknife method in the ARIMA model (1,0,0) using data of tea production in West Java from 2009 to 2013. The results of this study indicate that ARIMA (1,0,0) with the Jackknife method is an appropriate model when applied to tea production data in West Java and produces an equation model $Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$ with a bias value of 0,0003 and standard deviation 8.8×10^{-8}

ملخص

فوزي ، عفنا ءنتانلي . 2019.**معيار المعلمة نموذج *Autoregressive Integrated Moving Average* باستخدام طريقة *Jackknife*.** البحثالجامعي .شعبة الرياضيات، كلية العلومو التكنولوجيا، الجامعة الإسلامية احككومية موانا مالك إبرابيم مالناج .المشرف: (1) عبدالعزيز،الماجستير. (2) الهاج واحيو هنكي ءراوان،الماجستير.

الكلمة الرئيسية: تقدير ، تقدير *Ordinary Least Square*، *Autoregressive Integrated Moving Average*.,*Jackknife* .

ARIMA هي طريقة يمكن استخدامها كأداة للتنبؤ بحدث في فترة زمنية قصيرة أو للتنبؤ ببيانات صغيرة. في هذه الدراسة سوف نحدد تحيز طريقة Jackknife في نموذج ARIMA (p, d, q) للحصول على مقدر غير متحيز ، هناك حاجة إلى طريقة تستخدم أساليب إعادة التشكيل. Jackknife هي إحدى طرق إعادة التشكيل من العينة الأصلية. استخدام طريقة Jackknife هو الحصول على تقدير جيد للبيانات بأقل عينة.

كان الغرض من هذه الدراسة هو معرفة عملية ونتائج تحديد تحيز طريقة Jackknife في نموذج ARIMA (1,0,0) باستخدام بيانات عن كمية إنتاج الشاي في جاوة الغربية من ٢٠٠٩ إلى ٢٠١٣. تشير نتائج هذه الدراسة إلى أن ARIMA (1,0,0) مع طريقة Jackknife هو نموذج مناسب عند تطبيقها على بيانات إنتاج الشاي في جاوة الغربية وتنتج نموذج معادلة $Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$ بقيمة تحيزية قدرها ٠.٠٠٠٣ وانحراف معياري 8.8×10^{-8}.

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah cabang ilmu matematika yang mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penyajian, analisis data, penarikan kesimpulan serta pembuatan keputusan yang berdasarkan data dan analisa yang dilakukan (Turmudi & Harini, 2008). Salah satu penerapan statistika yang biasa digunakan adalah pemodelan deret berkala (*time series*). Data *time series* merupakan sekumpulan data hasil pengamatan atau pencatatan historis dan berkala yang menggambarkan secara kronologis suatu karakteristik populasi. *Time series* adalah suatu rangkaian atau seri dari nilai-nilai suatu variabel yang dicatat dalam jangka waktu yang berurutan (Atmaja, 1997).

Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) yang telah dipelajari oleh George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins merupakan salah satu model yang dapat digunakan sebagai alat untuk memprediksi suatu kejadian. ARIMA adalah salah satu metode deret waktu yang terdiri dari pola *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA) dan *Integrated*. Model ARIMA ditulis dalam bentuk (p, d, q). Orde p merupakan komponen *Autoregressive* yang digunakan untuk memodelkan autokorelasi yang terdapat pada deret waktu dengan melakukan regresi pada variabel *lag* sebesar p, orde d menyatakan orde *differencing* untuk membuat data yang tidak stasioner menjadi stasioner, orde q merupakan orde *Moving Average* untuk memodelkan *lagged error* sebanyak q. Model ARIMA baik digunakan untuk prediksi pada jangka waktu yang pendek atau untuk prediksi pada data yang kecil.

Pada saat melakukan penelitian atau pengukuran pada data ada beberapa hal yang harus diperhatikan seperti nilai *error* dan perolehan parameter yang bias, *underestimate* atau *overestimate*. Bias adalah kesalahan yang terjadi pada saat proses pengukuran. Masalah ini dapat diselesaikan dengan beberapa metode untuk mengestimasi bias, salah satunya adalah metode *Jackknife*.

Metode *Jackknife* merupakan teknik *resampling* nonparametrik yang bertujuan untuk menentukan estimasi bias, standar *error* dan interval konfidensi dari parameter populasi. Quenouille telah memperkenalkan metode *Jackknife* pada tahun 1949 untuk mengestimasi bias dari suatu estimator dengan menghapus suatu observasi dari sampel asli. Sampel yang didapat digunakan untuk menghitung nilai estimator. Metode *Jackknife* juga dapat digunakan pada data berpasangan untuk keperluan rasio dan dalam kasus model regresi. Selain itu, metode *Jackknife* juga cukup popular dalam menyelesaikan masalah estimasi parameter dengan tingkat akurasi yang baik.

Beberapa penelitian terkait metode *Jackknife* telah dilakukan, seperti pada penelitian oleh Rodliyah (2012) tentang algoritma metode *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi linier berganda. Penelitian ini menghasilkan *standard error* yang lebih kecil dibandingankan dengan nilai *standard error* dari metode *Bootstrap*. Selain itu juga hasil estimasi dari metode *Jackknife* yang lebih mendekati hasil esrimasi metode GLS.

Noeryanti (2016) telah melakukan sebuah penelitian tentang perbandingan metode estimasi parameter pada regresi yang baik antara metode *resampling Bootstrap* dan *Jackknife*. Penelitian ini menggunakan *standard error* dari masing-masing koefisien regresi sebagai pembandingnya. Hasil analisis tersebut menunjukkan bahwa metode *resampling Jackknife* dapat memberikan hasil estimasi yang lebih baik dibandingkan dengan metode *resampling Bootstrap*.

Sebuah penelitian terkait pemilihan model ARIMA terbaik telah dilakukan oleh Windayanti (2010). Penelitian ini menjelaskan tentang tahap pemilihan model terbaik dengan menggunakan analisis autokorelasi. Model terbaik akan didapatkan jika model tersebut tidak mengandung autokorelasi.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh Choiriyah (2017) tentang jumlah pelapor SPT Masa PPh yang diramalkan menggunakan model ARIMA(1,1,1) dengan metode *Jackknife*, menghasilkan

$$\boldsymbol{Y}_t = \boldsymbol{Y}_{t-d} + 37,0163 - 1,5292\boldsymbol{Y}_{t-1} + 1,5292_{t-2} + \boldsymbol{a}_t - 0,3259\boldsymbol{a}_{t-1}$$

Konsep bias telah disinggung dalam Al-quran pada surat Al-‘Ankabut ayat 7 yang artinya:

“dan orang-orang yang beriman dan mengerjakan kebajikan, pasti akan kami hapus kesalahan-kesalahannya dan mereka pasti akan Kami beri balasan yang lebih baik dari apa yang mereka kerjakan.”

Dari ayat tersebut memberi penjelasan bahwa nilai bias terletak pada kesalahan-kesalahan yang diperbuat oleh manusia. Suatu indikasi bahwa memang manusia tidak terlepas dari dosa atau kesalahan, tetapi pada ayat tersebut juga dijelaskan bahwa kesalahan-kesalahan tersebut akan dihapus oleh Allah seiring dengan manusia mengerjakan amal baik.

Mengacu pada uraian di atas, maka penulis ingin mengembangkan penelitian yang telah dilakukan oleh Choiriyah (2017) mengenai identifikasi parameter bias. Sehingga mengangkat tema dari penelitian ini dengan judul “Identifikasi Bias Metode *Jackknife* pada Model *Autoregressive Integrated Moving Average*”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana identifikasi bias metode *Jackknife* pada model *Autoregressive Integrated Moving Average* dalam kasus data jumlah produksi teh Jawa Barat pada tahun 2009-2013?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan, maka tujuan penelitian ini adalah mengetahui hasil identifikasi bias metode *Jackknife* pada model *Autoregressive Integrated Moving Average* dalam kasus data jumlah produksi teh Jawa Barat pada tahun 2009-2013.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Untuk menambah wawasan dan pengetahuan tentang identifikasi bias metode *Jackknife* pada model *Autoregressive Integrated Moving Average.*
2. Dapat melakukan implementasi estimasi bias metode *Jackknife* pada kasus data jumlah produksi teh Jawa Barat pada tahun 2009-2013.

1.5 Batasan Masalah

Untuk membatasi masalah agar sesuai dengan yang dimaksudkan dan tidak menimbulkan permasalahan yang baru, maka peneliti memberikan batasan masalah sebagai berikut:

1. Estimasi yang dilakukan menggunakan data yang berdistribusi normal dan implementasinya menggunakan kasus data jumlah produksi teh Jawa Barat pada tahun 2009-2013.
2. Model *time series* yang dikaji adalah model ARIMA (p, d, q).

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk memudahkan pemahaman akan penelitian ini secara menyeluruh, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Meliputi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi tentang teori-teori yang mendasari pembahasan serta teori yang berhubungan dengan penelitian seperti estimasi dan peramalan, analisis model *time series*, stasioneritas, model-model *time* series yaitu model *time* series stasioner yang terdiri dari model *Autoregressive* (AR), model *Moving Average* (MA), model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) dan model *time series* nonstasioner yaitu model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), definisi model dan definisi estimasi parameter model dengan metode *Jackknife*.

Bab III Metode Penelitian

Berisi pendekatan penelitian, jenis dan sumber data, variabel penelitian, analisis data dan langkah-langkah penelitian.

Bab IV Pembahasan

Dalam bab ini akan dipaparkan tentang identifikasi bias metode *Jackknife* dan implementasi pada kasus data jumlah produksi teh Jawa Barat pada tahun 2009-2013.

Bab V Penutup

Pada bab ini diuraikan tentang hasil pokok dan kesimpulan dari analisis terhadap data yang diolah dan berisi saran untuk pembaca dan peneliti selanjutnya.

BAB II
KAJIAN TEORI

2.1 Analisis Deret Waktu Berkala

Analisis deret waktu berkala (*time series*) adalah pendugaan suatu nilai pada masa yang akan datang dengan menggunakan nilai masa lalu dari suatu variabel atau kesalahan masa lalu. Analisis *time series* bertujuan untuk menemukan pola dalam deret data historis dan menerapkan pola tersebut ke masa yang akan datang (Makridakis dkk, 1999). Selain itu, analisis *time series* juga bisa digunakan untuk pendugaan dari data beberapa periode selanjutnya yang berguna untuk menyusun suatu perencanaan.

Salah satu langkah penting dalam memilih metode pendugaan adalah mempertimbangkan pola data sehingga metode pendugaan yang sesuai dengan data tersebut dapat bermanfaat. Berikut ini adalah pola-pola deret berkala yang telah dikenal (Hanke dan Wichern, 2005):

1. Pola Data Horizontal

   Pola horizontal terjadi ketika nilai-nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan. Penjualan yang tidak naik ataupun turun secara signifikan dalam suatu rentang waktu tertentu.

2. Pola Data *Trend*

   Pola data *trend* didefinisikan sebagai kenaikan atau penurunan pada deret waktu dalam selang periode waktu tertentu.

3. Pola Data Musiman

   Pola data musiman terjadi ketika dipengaruhi faktor musiman yang signifikan sehingga data naik dan turun dengan pola yang berulang dari satu periode ke periode berikutnya. Data penjualan buah-buahan dan konsumsi listrik menunjukkan pola data tipe ini.

4. Pola Data Siklis

Pola data siklis didefinisikan sebagai fluktuasi data bebentuk gelombang sepanjang periode yang tidak menentu.

Persamaan dari pola data horizontal, pola data musiman, dan pola data siklis adalah ketiga pola tersebut memiliki data observasi yang menyebar di sekitar rata-rata yang konstan. Dapat dikatakan juga bahwa ketiga pola tersebut memiliki pola data yang stasioner. Perbedaan dari ketiga data tersebut adalah pola data musiman yang memiliki pola yang hampir sama di setiap periodenya, sedangkan pola data horizontal dan pola data siklis tidak. Gelombang dari pola data siklis yang tidak menentu juga menjadi pembeda dari pola data horizontal dan pola data musiman.

2.2 Fungsi Autokorelasi

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antardata pada pengamatan data *time series*. Pada korelasi, hubungan yang terjalin merupakan dua variabel yang berbeda pada waktu yang sama, sedangkan pada autokorelasi, hubungan yang terjalin merupakan dua variabel yang sama dalam rentang waktu yang berbeda (Firdaus, 2004).

Menurut Makridakis, dkk (1999) rata-rata dan variansi dari suatu data deret berkala mungkin tidak bermanfaat apabila deret tersebut tidak stasioner, akan tetapi nilai minimum dan maksimum dapat digunakan untuk tujuan *ploting*. Bagaimanapun statistik kunci di dalam analisis deret berkala adalah koefisien autokorelasi (atau korelasi deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (*lag*) 0, 1, 2 periode atau lebih).

Koefisien korelasi sederhana antara Y_t dengan Y_{t+1} dapat dinyatakan seperti berikut (Makridakis, dkk, 1999):

$$r_{Y_tY_{t+1}} = \frac{Cov_{Y_tY_{t+1}}}{\sqrt{Var_{Y_t}}\sqrt{Var_{Y_{t+1}}}} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\bar{Y}_t\right)(Y_{t+1}-\bar{Y}_{t+1})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\bar{Y}_t\right)^2}\sqrt{\sum_{t=1}^{n}(Y_{t+1}-\bar{Y}_{t+1})^2}} \quad (2.\ 1)$$

Data Y_t diasumsikan stasioner (baik rata-rata maupun variansinya). Jadi, kedua rata-rata, Y_t dan Y_{t+1} dapat diasumsikan bernilai sama (dan kita dapat membuang subskrip dengan menggunakan $\bar{Y} = \bar{Y}_t = \bar{Y}_{t+1}$) dan dua nilai variansi dapat diukur satu kali saja dengan menggunakan seluruh data Y_t yang diketahui. Dengan menggunakan asumsi-asumsi penyederhana ini, maka persamaan (2.1) menjadi:

$$r_{Y_tY_{t+1}} = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\bar{Y}\right)\left(Y_{t+1}-\bar{Y}\right)}{\sum_{t=1}^{n}\left(Y_t-\bar{Y}\right)^2} \quad (2.\ 2)$$

Pada analisis *time series*, γ_k merupakan fungsi autokovariansi dan ρ_k merupakan *Autocorrelation Function* (ACF) karena menunjukkan keeratan antara Y_t dan Y_{t+k} dari proses yang sama namun dengan selang waktu yang berbeda. Dalam proses stasioner (Y_t) dengan rata-rata $E(Y_t) = \mu$, variansi $Var(Y_t) = E(Y_t-\mu)^2 = \sigma^2$ yang konstan, dan kovariansi $Cov(Y_t, Y_{t+k})$ yang berfungsi hanya pada pembedaan waktu $|t-s|$. Sehingga dalam hal ini, fungsi autokovariansi antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\begin{aligned}\gamma_k &= Cov(Y_t, Y_{t+k}) \\ &= E\left[(Y_t-\mu)(Y_{t+k}-\mu)\right] \\ &= E\left[(Y_tY_{t+k} - Y_t\mu - \mu Y_{t+k} + \mu\mu)\right] \\ &= E\left[(Y_tY_{t+k} - Y_t\mu - Y_{t+k}\mu + \mu\mu)\right] \\ &= E\left[Y_tY_{t+k}\right] - E\left[Y_t\mu\right] - E\left[Y_{t+k}\mu\right] + E\left[\mu\mu\right] \\ &= E\left[Y_tY_{t+k}\right] - \mu E\left[Y_t\right] - \mu E\left[Y_{t+k}\right] + \mu\mu \\ &= E\left[Y_tY_{t+k}\right] - \mu\mu - \mu\mu + \mu\mu \\ &= E\left[Y_tY_{t+k}\right] - \mu\mu \end{aligned} \tag{2. 3}$$

Fungsi autokorelasi antara Y_t dan Y_{t+k} dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho_k &= \frac{Cov(Y_t, Y_{t+k})}{\sqrt{Var(Y_t)}\sqrt{Var(Y_{t+k})}} \\ &= \frac{\gamma_k}{\sqrt{\sigma^2}\sqrt{\sigma^2}} \\ &= \frac{\gamma_k}{\sigma^2} \\ &= \frac{\gamma_k}{\gamma_0}\end{aligned} \tag{2. 4}$$

dengan:

$Var(Y_t) = Var(Y_{t+k}) = \sigma^2 = \gamma_0$

γ_k : nilai kovariansi γ pada *lag* ke-k, $k = 1,2,3,\ldots$

ρ_k : nilai autokorelasi pada *lag* ke-k

t : observasi ke-t

2.3 Fungsi Autokorelasi Parsial

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan antara $\mathrm{Y_t}$ dan $\mathrm{Y_{t+1}}$, apabila pengaruh dari *time lag* 1, 2, 3, ..., dan seterusnya sampai $\mathrm{k}-1$ dianggap terpisah (Makridakis dkk, 1999). Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk PACF yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut.

Autokorelasi parsial dapat diturunkan sebagai berikut, dengan variabel *dependent* Y_{t+k} dari proses stasioner rata-rata nol yang diregresikan dengan sejumlah k variabel $Y_{t+k-1}, Y_{t+k-2}, \ldots, Y_t$, maka (Wei, 2006):

$$Y_{t+k} = \phi_{k1} Y_{t+k-1} + \phi_{k2} Y_{t+k-2} + \ldots + \phi_{kk} Y_{t+k-k} + a_{t+k} \qquad (2.\ 5)$$

Dengan ϕ_{ki} merupakan parameter regresi dan $\boldsymbol{a_{t+k}}$ adalah nilai *error* dengan rata-rata 0, dan tidak berkorelasi dengan Y_{t+k-j} untuk $j = 1,2, \ldots, k$. Langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.5) dengan Y_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh:

$$Y_{t+k} Y_{t+k-j} = \phi_{k1} Y_{t+k-1} Y_{t+k-j} + \phi_{k2} Y_{t+k-2} Y_{t+k-j} + \ldots + \phi_{kk} Y_{t+k-k} Y_{t+k-j} + a_{t+k} Y_{t+k-j} \qquad (2.\ 6)$$

Selanjutnya, nilai ekspektasi dari persamaan (2.6) adalah

$$E\left[Y_{t+k} Y_{t+k-j}\right] = \phi_{k1} E[Y_{t+k-1} Y_{t+k-j}] + \phi_{k2} E\left[Y_{t+k-2} Y_{t+k-j}\right] + \ldots + \phi_{kk} E\left[Y_{t+k-k} Y_{t+k-j}\right] + E\left[a_{t+k} Y_{t+k-j}\right] \qquad (2.\ 7)$$

Misalkan nilai $E\left[Y_{t+k} Y_{t+k-j}\right] = \gamma_j,\ j = 0, 1, 2,\ \ldots, k$ dan karena $E\left[a_{t+k} Y_{t+k-j}\right] = 0$ sehingga diperoleh

$$\gamma_j = \phi_{k1} \gamma_{j-1} + \phi_{k2} \gamma_{j-2} + \ldots + \phi_{kk} \gamma_{j-k} \qquad (2.\ 8)$$

dan persamaan (2.8) dibagi dengan $E[Y_{t+k}] = \gamma_0$

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \phi_{k1} \frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \phi_{k2} \frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \ldots + \phi_{kk} \frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0} \qquad (2.\ 9)$$

atau disederhanakan menjadi:

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \rho_{j-2} + \ldots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \qquad (2.\ 10)$$

untuk $j = 1,2, \ldots, k$, diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-1}\\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-2}\\ &\vdots\\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_0\end{aligned} \tag{2. 11}$$

Dengan menggunakan aturan Cramer, berturut-turut untuk $k = 1,2, \ldots$ diperoleh (Wei, 2006):

1. Untuk *lag* pertama (k = 1) diperoleh persamaan sebagai berikut: $\rho_1 = \phi_{11}\rho_0$, karena $\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$ sehingga $\phi_{11} = \rho_1$, yang berarti bahwa nilai fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan koefisien *lag* pertama.
2. Untuk *lag* kedua (k = 2) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{21}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1\\ \rho_2 &= \phi_{21}\rho_1 + \phi_{22}\rho_0\end{aligned} \tag{2. 12}$$

Persamaan (2.12) jika ditulis dalam matriks akan menjadi

$$\begin{bmatrix}\rho_1\\ \rho_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\rho_0 & \rho_1\\ \rho_1 & \rho_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{21}\\ \phi_{22}\end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix}\rho_0 & \rho_1\\ \rho_1 & \rho_0\end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix}\rho_0 & \rho_1\\ \rho_1 & \rho_2\end{bmatrix}$, dan dengan menggunakan aturan Cramer diperoleh

$$\phi_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix}1 & \rho_1\\ \rho_1 & \rho_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}1 & \rho_1\\ \rho_1 & 1\end{vmatrix}} \tag{2. 13}$$

3. Untuk *lag* ketiga (k = 3) diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\rho_1 &= \phi_{31}\rho_0 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_2\\ \rho_2 &= \phi_{31}\rho_1 + \phi_{32}\rho_0 + \phi_{33}\rho_1\\ \rho_3 &= \phi_{31}\rho_2 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_0\end{aligned} \tag{2. 14}$$

Persamaan (2.14) jika dinyatakan dalam bentuk matriks menjadi

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix} \quad (2.\ 15)$$

Dengan $A = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}$ dan $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$ menggunakan aturan Cramer diperoleh koefisien autokorelasi:

$$\phi_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

4. Untuk *k lag* dan $\mathrm{j} = 1, 2, 3, \ldots, \mathrm{k}$ peroleh persamaan diperoleh:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k2}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_0 \end{aligned} \quad (2.\ 16)$$

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

dengan

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_k \end{bmatrix}$$

didapatkan koefisien autokorelasi parsial *k* adalah:

$$\phi_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \qquad (2.\ 17)$$

Karena ϕ_{kk} merupakan fungsi atas k, maka ϕ_{kk} disebut fungsi pasial (PACF).

2.4 *White Noise*

Makridakis, dkk (1999) menjelaskan bahwa suatu model bersifat *white noise* artinya residual dari model tersebut telah memenuhi asumsi identik (variansi residual homogen) dan asumsi independen (antar residual tidak bekorelasi).

1. Uji asumsi identik

   Karena pada tahap identifikasi Y_t sudah stasioner tehadap rata-rata dan variansi, maka model sudah bisa dikatakan identik.

2. Uji asumsi independen

   Pengujian ini dilakukan untuk mengetahui adanya autokorelasi dari nilai-nilai residual dengan menggunakan uji *Ljung Box-Pierce*.

Wei (2006) juga menjelaskan bahwa suatu proses (a_t) disebut proses *white noise* jika deretnya terdiri dari variabel random yang tidak bekorelasi dan bedistribusi normal dengan rata-rata konstan yaitu $E(a_t) = \mu_a = 0$, variansi konstan $Var(a_t) = \sigma_a^2$ dan $Cov(a_t, a_{t-k}) = \gamma_k = 0$ untuk $k \neq 0$. Dengan demikian fungsi akan stasioner dengan autokovariansi (γ_k)

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 \ , \ jika\, k = 0 \\ 0 \ \ , \ jika\, k \neq 0 \end{cases} \qquad (2.\ 18)$$

fungsi autokorelasi (ρ_k)

$$\rho_k = \begin{cases} 1, & jika\, k = 0 \\ 0, & jika\, k \neq 0 \end{cases} \quad (2.\ 19)$$

dan fungsi autokorelasi parsial (ϕ_{kk})

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1, & jika\, k = 0 \\ 0, & jika\, k \neq 0 \end{cases} \quad (2.\ 20)$$

Makridakis, dkk (1999) menjelaskan bahwa pengujian asumsi white noise dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung Box-Pierce* dengan hipotesa sebagai berikut:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$

H_1 : minimal ada satu ρ_i, $i = 1,2,\ldots,k$ yang tidak sama dengan nol

dengan statistik uji yaitu:

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, n > k \quad (2.\ 21)$$

dengan daerah penolakan: $Q > \chi^2(\alpha; K-p-q)$

dimana:

K : *lag* maksimum

n : jumlah data

k : *lag* ke-k

$\hat{\rho}_k^2$: autokorelasi residual untuk *lag* ke-k

2.5 Stasioneritas Data

Stasioneritas berarti tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan varians dari fluktuasi tersebut (Makridakis dkk, 1999). Bentuk visual dari plot data *time series* sering kali cukup meyakinkan para peramal bahwa data tersebut stasioner atau nonstasioner.

Menurut Wei (2006), stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Stasioneritas dalam Rata-rata

   Stasioner dalam rata-rata adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak bergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut. Dari bentuk data plot seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Ciri data tidak stasioner dalam rata-rata antara lain pola diagramnya terdapat adannya *trend* naik atau turun lambat. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam rata-rata dapat dilakukan proses pembedaan (*differencing*).

2. Stasioneritas dalam Variansi

   Suatu data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series*, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam variansi dapat dilakukan trasformasi data.

2.5.1 Transformasi

Transformasi *Box-Cox* merupakan transformasi pangkat pada variabel respons yang dikembangkan oleh *Box-Cox*, yang bertujuan untuk menormalkan data, melinierkan model regresi dan menghomogenkan variansi. Box dan Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel respons Y, sehingga diperoleh model transformasinya Y^{λ} dengan λ merupakan parameter yang harus diduga. Transformasi *Box-Cox* hanya diberlakukan pada variabel respons Y yang bertanda positif (Draper dan Smith, 1998).

Misalkan $T(Y_t)$ merupakan fungsi transformasi dari Y_t , maka bisa digunakan rumus berikut (Wei, 2006):

$$T\left(Y_t\right) = Y_t^{\lambda} = \frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \qquad (2.\ 22)$$

dengan

Y_t : data pada waktu ke-t

λ : nilai parameter transformasi

Dalam Wei (2006) terdapat tabel Transformasi *Box-Cox* yang menunjukkan beberapa nilai dari λ yang umum digunakan beserta bentuk transformasinya

Tabel 2.1 Transformasi *Box-Cox*

λ	Transformasi
-1	$\frac{1}{Y_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Y_t}}$
0	$\ln Y_t$
0.5	$\sqrt{Y_t}$
1	Y_t (Tidak ada transformasi)

Untuk $\lambda = 0$ sesuai dengan transformasi logaritma, kita notastikan bahwa

$$
\begin{aligned}
\lim_{\lambda\to 0} T(Y_t) &= \lim_{\lambda\to 0}\frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} \\
\lim_{\lambda\to 0}\frac{Y_t^\lambda - 1}{\lambda} &= \lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{Y_t^\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\lambda}\right) \\
&= \lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{1}{\lambda}\left[Y_t^\lambda - 1\right]\right) \\
&= \lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{1}{\lambda}\left[e^{\ln Y_t^\lambda} - 1\right]\right) \\
&= \lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{1}{\lambda}\left[e^{\lambda \ln Y_t} - 1\right]\right) \\
&= \lim_{\lambda\to 0}\left(\frac{1}{\lambda}\left[1 + \lambda \ln Y_t + \frac{(\lambda \ln Y_t)^2}{2!} + \ldots - 1\right]\right) \\
&= \lim_{\lambda\to 0}\left(\ln Y_t + \frac{\lambda \ln^2 Y_t}{2!} + \ldots\right) \\
&= \ln Y_t
\end{aligned}
\tag{2. 23}
$$

Misal ditemukan data *time series* Y_t dengan variansi $Var(Y_t) = a_\lambda / Y_t$ artinya $Var\,(Y_t) = a_\lambda Y_t^{-1}$. Berarti ambil $\lambda = -1$, dengan menggunakan Transformasi *Box-Cox*, maka data Y_t dapat diubah menjadi

$$
\begin{aligned}
\tilde{Y}_t &= T(Y_t) \\
&= \frac{Y_t^{\lambda} - 1}{\lambda} \\
&= \frac{Y_t^{-1} - 1}{-1} \\
&= 1 - Y_t^{-1} \\
&= 1 - \frac{1}{Y_t}
\end{aligned} \tag{2. 24}
$$

akan tetapi untuk mengubah data Y_t menjadi $\tilde{Y}_t = 1 - 1/Y_t$ mengakibatkan variansinya menjadi

$$
\begin{aligned}
Var(\tilde{Y}_t) &= Var\left(1 - \frac{1}{Y_t}\right) \\
&= Var(1) + Var\left(-\frac{1}{Y_t}\right) \\
&= 0 + Var\left(-\frac{1}{Y_t}\right) \\
&= Var\left(-\frac{1}{Y_t}\right) \\
&= |-1| Var\left(\frac{1}{Y_t}\right) \\
&= Var\left(\frac{1}{Y_t}\right) \\
&= Var(Y_t)
\end{aligned} \tag{2. 25}
$$

Jadi transformasi $T(Y_t) = \tilde{Y}_t = 1/Y_t$ digunakan untuk mewakili transformasi $T(Y_t) = \tilde{Y}_t$ karena variansinya sama.

2.5.2 *Differencing*

Data *time series* dikatakan stasioner jika rata-rata dan variansinya konstan, tidak ada unsur *trend* dalam data, dan tidak ada unsur musiman. Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode *differencing* (Wei, 2006).

Menurut Makridakis, dkk (1999) notasi yang sangat bermanfaat dalam metode pembedaan (*differencing*) adalah operator langkah mundur (*backward shift*), sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1} \quad (2.\ 26)$$

dimana:

Y_t : variabel Y pada waktu ke-t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke-$(t-1)$

B : *backward shift* (operator langkah mundur)

Notasi B yang dipasang pada $\boldsymbol{Y_t}$ mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang. Misalkan apabila suatu *time series* tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan *differencing* pertama.

Rumus untuk *differencing* pertama yaitu:

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1} \quad (2.\ 27)$$

dengan:

Y_t' : variabel Y pada waktu ke-t setelah *differencing*

Y_t : variabel Y pada waktu ke-t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke-$(t-1)$

Menggunakan operator langkah mundur, persamaan (2.27) dapat ditulis kembali menjadi

$$Y_t' = Y_t - BY_t \quad (2.\ 28)$$

atau

$$Y_t' = (1-B)Y_t \tag{2. 29}$$

dimana $(1-B)$ menyatakan *differencing* pertama.

Selanjutnya untuk *differencing* kedua yang merupakan *differencing* pertama dari *differencing* pertama yang sebelumnya. Jika *differencing* kedua dihitung, maka:

$$\begin{aligned} Y_t'' &= Y_t' - Y_{t-1}' \\ &= (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\ &= Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \\ &= (1-2B+B^2)Y_t \\ &= (1-B)^2 Y_t \end{aligned} \tag{2. 30}$$

Differencing kedua pada persamaan (2.30) dinotasikan oleh $(1-B)^2$.

Secara umum jika terdapat *differencing* ke-*d* untuk mencapai stasioneritas, dapat dinotasikan dengan (Makridakis dkk, 1999)

$$\left(1-\phi_1 B+\phi_2 B^2-\phi_3 B^3+\ldots-B^d\right)=(1-B)^d \tag{2. 31}$$

Tabel 2.2 *Differencing* Kedua

Y_t	Y_{t-1}	$Y_t' = Y_t - Y_{t-1}$	Y_{t-2}	$Y_{t-1}' = Y_{t-1} - Y_{t-2}$	$Y_t'' = Y_t' - Y_{t-1}'$
Y_1					
Y_2	Y_1	$Y_2 - Y_1$			
Y_3	Y_2	$Y_3 - Y_2$	Y_1	$Y_2 - Y_1$	$Y_3 - 2Y_2 + Y_1$
Y_4	Y_3	$Y_4 - Y_3$	Y_2	$Y_3 - Y_2$	$Y_4 - 2Y_3 + Y_2$
Y_5	Y_4	$Y_5 - Y_4$	Y_3	$Y_4 - Y_3$	$Y_5 - 2Y_4 + Y_3$
Y_6	Y_5	$Y_6 - Y_5$	Y_4	$Y_5 - Y_4$	$Y_6 - 2Y_5 + Y_4$

Y_7	Y_6	$Y_7 - Y_6$	Y_5	$Y_6 - Y_5$	$Y_7 - 2Y_6 + Y_5$
Y_8	Y_7	$Y_8 - Y_7$	Y_6	$Y_7 - Y_6$	$Y_8 - 2Y_7 + Y_6$
Y_9	Y_8	$Y_9 - Y_8$	Y_7	$Y_8 - Y_7$	$Y_9 - 2Y_8 + Y_7$
Y_{10}	Y_9	$Y_{10} - Y_9$	Y_8	$Y_9 - Y_8$	$Y_{10} - 2Y_9 + Y_8$

2.6 Model *Time Series* Stasioner

2.6.1 Model *Autoregressive*

Model AR (p) secara umum dapat dituliskan sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)Z_t = a_t \qquad (2.32)$$

atau

$$\begin{aligned}(1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-\ldots-\phi_p B^p)Z_t &= a_t\\ Z_t-\phi_1 Z_{t-1}-\ldots-\phi_p Z_{t-p} &= a_t\\ Z_t &= \phi_1 Z_{t-1}+\ldots+\phi_p Z_{t-p}+a_t \qquad (2.33)\end{aligned}$$

Karena $Z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.33) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned}Y_t-\mu &= \phi_1(Y_{t-1}-\mu)+\ldots+\phi_p(Y_{t-p}-\mu)+a_t\\ &= \phi_1 Y_{t-1}-\phi_1\mu+\ldots+\phi_p Y_{t-p}-\phi_p\mu+a_t\\ Y_t &= \mu-\phi_1\mu-\phi_p\mu+\phi_1 Y_{t-1}+\ldots+\phi_p Y_{t-p}+a_t\\ &= \mu(1-\phi_1-\ldots-\phi_p)+\phi_1 Y_{t-1}+\ldots+\phi_p Y_{t-p}+a_t\\ &= \mu(1-(\phi_1+\ldots+\phi_p))+\phi_1 Y_{t-1}+\ldots+\phi_p Y_{t-p}+a_t\\ &= \phi_0+\phi_1 Y_{t-1}+\ldots+\phi_p Y_{t-p}+a_t \qquad (2.34)\end{aligned}$$

Persamaan (2.34) dapat dijabarkan bentuknya menjadi

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= \phi_0 + \phi_1 Y_0 + \ldots + \phi_1 Y_{1-p} + a_1 \\
Y_2 &= \phi_0 + \phi_1 Y_1 + \ldots + \phi_2 Y_{2-p} + a_2 \\
&\vdots \\
Y_n &= \phi_0 + \phi_1 Y_{n-1} + \ldots + \phi_p Y_{n-p} + a_n
\end{aligned}
$$

atau dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$
\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \cdots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \cdots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \cdots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \tag{2. 35}
$$

dengan:

Y_t : data pada periode ke-$t, t = 1,2, \ldots, n$

a_t : *error* pada periode ke-t

μ : suatu parameter konstanta

ϕ_i : parameter koefisien *Autoregresive* ke-$i, i = 1,2, \ldots, p$

ϕ_0 : konstanta rata-rata

Z_t : selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ

2.6.2 Model *Moving Average*

Menurut Wei (2006) model *Moving* Average MA ditemukan oleh Slutzky pada tahun 1927. Model MA merupakan proses hasil regresi dari data dengan kesalahannya. Model MA orde$q$ (MA(q)) secara umum dapat dituliskan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
Z_t &= \theta_q(B) a_t \\
&= (1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q) a_t \\
&= a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}
\end{aligned} \tag{2. 36}
$$

Karena $Z_t = Y_t - \mu$ dan diasumsikan bahwa $\mu = \theta_0$maka persamaan (2.36) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut (Wei, 2006):

$$Y_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$
$$Y_t - \theta_0 = (1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q) a_t$$
$$Y_t = \theta_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.\ 37)$$

atau dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a_{1-1} & \cdots & a_{1-q} \\ 1 & a_{2-1} & \cdots & a_{2-q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & \cdots & a_{n-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2.\ 38)$$

dengan:

Y_t : data pada periode ke-t, $t = 1,2, \ldots, n$

a_t : *error* pada periode ke-t

μ : suatu parameter konstanta

θ_j : parameter koefisien *Moving Average* ke-j, $j = 1,2, \ldots, q$

2.6.3 Model Autoregressive Moving Average

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) merupakan gabungan antara AR (p) yang terdapat pada persamaan (2.32) dengan MA (q) yang terdapat pada persamaan (2.36) sehingga dinyatakan sebagai ARMA (p, q) berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B) Z_t = \theta_q(B) a_t \quad (2.\ 39)$$

atau

$$\left(1 - \phi_1 B - \ldots - \phi_p B^p\right) Z_t = \left(1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q\right) a_t$$
$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \ldots - \phi_p Z_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}$$
$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \ldots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \quad (2.\ 40)$$

Karena $Z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.40) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Y_t - \mu &= \phi_1 (Y_{t-1} - \mu) + \ldots + \phi_p (Y_{t-p} - \mu) + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \\ &= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1 \mu + \ldots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \\ Y_t &= \mu - \phi_1 \mu - \phi_p \mu + \phi_1 Y_{t-1} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \\ &= \mu (1 - \phi_1 - \ldots - \phi_p) + \phi_1 Y_{t-1} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \tag{2. 41}$$

dengan memisalkan $\mu(1 - \phi_1 - \ldots - \phi_p) = \phi_0$, maka diperoleh

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \ldots + \phi_p Y_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q} \tag{2. 42}$$

atau

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_{1-1} & \cdots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_{2-1} & \cdots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{n-1} & \cdots & Y_{n-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & a_{1-1} & \cdots & a_{1-q} \\ 1 & a_{2-1} & \cdots & a_{2-q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & \cdots & a_{n-q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \tag{2. 43}$$

dengan,

Y_t : data pada periode ke-t, $t = 1,2, \ldots, n$

a_t : *error* pada periode ke-t

μ : suatu parameter konstanta rata-rata

ϕ_0 : konstanta rata-rata

ϕ_i : parameter koefisien *Autoregressive* ke-i, $i = 1,2, \ldots, p$

θ_j : parameter koefisien *Moving Average* ke-j, $j = 1,2, \ldots, q$

2.7 Model *Time Series* Nonstasioner

2.7.1 Model *Autoregressive Integrated Moving Average*

Model ARIMA (p, d, q) yaitu jika model ARMA yang terdapat pada persamaan (2.39) dan diikuti oleh proses *differencing* orde d pada persamaan (2.27), maka diperoleh model ARIMA (p, d, q) sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \phi_0 + \theta_q(B) a_t \tag{2. 44}$$

atau

$$\left(1-\phi_1 B-\ldots-\phi_p B^p\right)(1-B)^d Y_t=\phi_0+a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}$$

$$\begin{pmatrix}1-B^d-\phi_1 B+\phi_1 B^{1+d}\\ -\ldots-\phi_p B^p+\phi_p B^{p+d}\end{pmatrix} Y_t=\phi_0+a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}$$

$$Y_t-Y_{t-d}-\phi_1 Y_{t-1}+\phi_1 Y_{t-1-d}-\ldots-\phi_p Y_{t-p}+\phi_p Y_{t-p-d}=\phi_0+a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}$$

$$\begin{aligned}Y_t-Y_{t-d}=&\ \phi_0+\phi_1 Y_{t-1}+\ldots+\phi_p Y_{t-p}\\ &-\phi_1 Y_{t-1-d}-\ldots-\phi_p Y_{t-p-d}+\\ &a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}\end{aligned} \tag{2. 45}$$

Sehingga diperoleh model ARIMA, sebagai berikut:

$$\begin{aligned}Y_t&=\phi_0+Y_{t-d}+\sum_{i=1}^{p}\phi_i(Y_{t-1}-Y_{t-p-d})+a_t-\sum_{j=1}^{q}\theta_j a_{t-j}\\ &=\phi_0+Y_{t-d}+\phi_1 Y_{t-1}+\ldots+\phi_p Y_{t-p}-\phi_1 Y_{t-2}\\ &-\ldots-\phi_p Y_{t-p-1}+a_t-\theta_1 a_{t-1}-\ldots-\theta_q a_{t-q}\end{aligned} \tag{2. 46}$$

2.8 Identifikasi Model

Menurut Gaynor dan Krirk (1994) dalam memilih beberapa p dan q dapat dibantu dengan mengamati pola fungsi autokorelasi dan fungsi autokorelasi parsial dengan kriteria berikut:

1. Jika ACF tepotong (*cut off*) setelah *lag* 1 atau 2; *lag* musiman tidak signifikan dan PACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*), maka diperoleh model non musiman MA ($q = 1$ atau $q = 2$).
2. Jika ACF tepotong (*cut off*) setelah *lag* musiman; *lag* nonmusiman tidak signifikan dan PACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*), maka diperoleh model musiman MA ($Q = 1$).
3. Jika ACF terpotong setelah *lag* musiman; *lag* non musiman terpotong (*cut off*) setelah *lag* 1 atau 2, maka diperoleh model nonmusiman dan musiman MA ($q = 1$ atau $Q = 1$).

4. Jika ACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) dan PACF terpotong (*cut off*) setelah *lag* 1 atau 2; *lag* musiman tidak signifikan, maka diperoleh model nonmusiman AR ($p = 1$ atau $p = 2$).
5. Jika ACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) dan PACF terpotong atau (*cut off*) setelah *lag* musiman; *lag* nonmusiman tidak signifikan, maka diperoleh model musiman AR ($P = 1$).
6. Jika ACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) dan PACF terpotong (*cut off*) setelah *lag* musiman; dan nonmusiman terpotong (*cut off*) setelah *lag* 1 atau 2, maka diperoleh model nonmusiman dan musiman AR ($p = 1$ atau $p = 2$ dan $P = 1$).
7. Jika ACF dan PACF perlahan-lahan menghilang (*dying down*) maka diperoleh campuran (ARMA) model.

2.9 Estimasi Parameter

2.9.1 *Ordinary Least Square*

Sembiring (1995) menyatakan bahwa model ARIMA (p, d, q) merupakan model regresi, sehingga model standart yang biasa digunakan dalam estimasi parameter adalah model *Ordinary Least Square* (OLS), karena penaksir yang didapat dari metode tersebut merupakan penaksir tak bias. Selain itu, metode OLS dibangun berdasarkan asumsi *error* berdistribusi normal dengan rata-rata nol dan variasi σ^2 . Model *Seasonal* ARIMA dikenal dengan model ARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)$ atau ARIMA musiman. Oleh karena itu yang digunakan dalam mengestimasi parameter model *Seasonal* ARIMA adalah metode OLS pula.

Misalkan metode statistik linier

$$y = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k + a \tag{2. 47}$$

Menurut Aziz (2010) jika terdapat sejumlah n data observasi maka model ini dapat ditulis dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \tag{2. 48}$$

Sehingga model linier ini dapat disederhanakan sebagai

$$y = X\beta + a \tag{2. 49}$$

Untuk mengestimasi parameter nilai β dengan metode OLS yakni dengan meminimumkan kuadrat *error* sebagai berikut (Aziz, 2010):

$$\begin{aligned} S &= \sum_{t=1}^{n} a_t^2 \\ &= a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2 \\ &= \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \\ &= a^T a \\ &= (y - X\beta)^T (y - X\beta) \end{aligned} \tag{2. 50}$$

Sehingga persamaan (2.52) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\begin{aligned} S &= (y - X\beta)^T (y - X\beta) \\ &= \left(y^T - X^T \beta^T\right)(y - X\beta) \\ &= y^T y - y^T X\beta - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - (y^T X\beta)' - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - \beta^T X^T y - \beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \\ &= y^T y - 2\beta^T X^T y + \beta^T X^T X\beta \end{aligned} \tag{2. 51}$$

Untuk meminumkannya dapat diperoleh dengan melakukan turunan pertama S tehadap β (Aziz, 2010)

$$\begin{aligned}\frac{dS}{d\beta} &= 0 - 2X^T y + X^T X\beta + \left(\beta^T X^T X\right)^T \\ &= -2X^T y + X^T X\beta + X^T X\beta \\ &= -2X^T y + 2X^T X\beta \end{aligned} \tag{2. 52}$$

dan menyamakannya dengan nol diperoleh

$$X^T X\beta = X^T y \tag{2. 53}$$

Sehingga diperoleh penaksir β sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{(OLS)} = (X^T X)^{-1} X^T y \tag{2. 54}$$

2.9.2 Estimasi Parameter dengan Metode *Jackknife*

Prinsip metode *Jackknife* ialah menghilangkan satu buah data dan mengulanginya sebanyak sampel yang ada. Langkah-langkah sebagai berikut (Sahinler dan Topus, 2007):

a. Menghilangkan satu pengamatan pada data, sehingga diperoleh matrik sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1(n-1)} & x_{2(n-1)} & \cdots & x_{k(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix} \tag{2. 55}$$

dari matriks pada persamaan (2.57) diperoleh model linier

$$Y^i = X^i \beta^i + a^i \tag{2. 56}$$

dimana

Y^i : vektor Y yang telah dihilangkan data baris ke-i berukuran $(n-1) \times 1$

X^i : matriks X yang telah dihilangkan data baris ke-i berukuran $(n-1) \times k$

β^i :vektor parameter *Jackknife* yang telah dihilangkan data baris ke- i berukuran $k \times 1$

a^i : vektor *error* yang telah dihilangkan data baris ke-i berukuran $(n-1) \times 1$

untuk $i = 1,2,3 \dots, n$.

b. Penduga parameter β^i dicari menggunakan metode kuadrat terkecil. Prinsip dari metode ini adalah untuk meminimumkan jumlah kuadrat *error*.

$$\begin{aligned} a^{iT} a^i &= \left(Y^i - X^i \beta^i\right)^T \left(Y^i - X^i \beta^i\right) \\ &= \left(Y^{iT} - X^{iT} \beta^{iT}\right)\left(Y^i - X^i \beta^i\right) \\ &= Y^{iT} Y^i - Y^{iT} X^i \beta^i - X^{iT} \beta^{iT} Y^i + X^{iT} \beta^{iT} X^i \beta^i \\ &= Y^{iT} Y^i - \left(Y^{iT} X^i \beta^i\right)^T - X^{iT} \beta^{iT} Y^i + X^{iT} \beta^{iT} X^i \beta^i \\ &= Y^{iT} Y^i - X^{iT} \beta^{iT} Y^i - X^{iT} \beta^{iT} Y^i + X^{iT} \beta^{iT} X^i \beta^i \\ &= Y^{iT} Y^i - 2X^{iT} \beta^{iT} Y^i + X^{iT} \beta^{iT} X^i \beta^i \end{aligned} \tag{2. 57}$$

Taksiran nilai parameter diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat *error*, yaitu:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d\left(a^{iT} a^i\right)}{d\beta^i} \\ &= \frac{d\left(Y^{iT} Y^i\right)}{d\beta^i} - 2\frac{d\left(X^{iT} \beta^{iT} Y^i\right)}{d\beta^i} + \frac{d\left(X^{iT} \beta^{iT} X^i \beta^i\right)}{d\beta^i} \\ &= -2X^{iT} Y^i + X^{iT} X^i \beta^i + \left(\beta^{Ti} X^{Ti} X\right)^T \\ &= -2X^{iT} Y^i + 2X^{iT} X^i \beta^i \\ 2X^{iT} Y^i &= 2X^{iT} X^i \beta^i \\ X^{iT} Y^i &= X^{iT} X^i \beta^i \\ \left(X^{iT} X^i\right)^{-1} X^{iT} Y^i &= \hat{\beta}^i \end{aligned} \tag{2. 58}$$

c. Selanjutnya, setelah diperoleh parameter *Jackknife* $\hat{\beta}^1, \hat{\beta}^2, \dots, \hat{\beta}^n$. Penduga parameter *Jackknife* $(\hat{\beta})$ diperoleh dengan mencari rata-rata nilai dari setiap penduga parameter $\hat{\beta}^1, \hat{\beta}^2, \dots, \hat{\beta}^n$ sebagai berikut:

$$\hat{\beta}^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\beta}^i}{n} \quad (2.59)$$

dimana

$\hat{\beta}^*$: penduga dari metode *Jackknife*

$\hat{\beta}^i$: penduga dari metode *Jackknife* parameter *Jackknife* yang telah dihilangkan data baris ke-i

n : banyak data *Jackknife*

d. Selanjutnya dihitung tingkat akurasi estimasi parameter yang diperoleh dengan menggunakan bias dan standar deviasi, yang dapat dihitung dengan:

$$bias^{**} = (n-1)(\hat{\beta}^* - \hat{\beta}) \quad (2.60)$$

dimana:

$bias^{**}$: bias dari metode *Jackknife*

$\hat{\beta}^*$: penduga dari metode *Jackknife*

$\hat{\beta}$: penduga sebenarnya

n : banyaknya data *Jackknife*

Sedangkan variansi dari *Jackknife* dapat dihitung sebagai berikut:

$$Var\left(\hat{\beta}^*\right) = \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{\beta}^i - \overline{\hat{\beta}^*}\right)^T\left(\hat{\beta}^i - \overline{\hat{\beta}^*}\right) \quad (2.61)$$

sehingga standar deviasi dari metode *Jackknife* adalah:

$$SD^{**} = \sqrt{Var\left(\hat{\beta}^*\right)} \quad (2.62)$$

2.10 Hasil Penelitian Sebelumnya

Rodliyah (2012) melakukan sebuah penelitian yang mengangkat tema analisis algoritma metode *Bootstrap* dan *Jackknife* dalam mengestimasi parameter regresi linier berganda. Penelitian tersebut bertujuan untuk mengetahui estimasi parameter regresi linier berganda dengan metode *Bootstrap* dan *Jackknife*.

Penelitian ini juga menghasilkan perbandingan estimasi parameter metode *Bootstrap* dan *Jackknife* menggunakan kuadrat terkecil. Pada kesimpulan dari penelitian ini, penulis menjelaskan tahap-tahap untuk mengestimasi parameter dengan metode *Bootstrap* dan *Jackknife*. Selain itu penulis menjelaskan bahwa hasil implementasi regresi *Bootstrap* dan *Jackknife* ketika mengestimasi parameter regresi didapatkan nilai standar *error* tiap estimator regresi *Jackknife* lebih kesil dibandingankan regresi *Bootstrap*. Adapun nilai estimasi yang mendekati metode GLS adalah nilai estimasi dari metode *Jackknife*.

Noeryanti (2016) telah melakukan sebuah penelitian yang membahas tentang perbandingan dua metode yang dapat digunakan untuk estimasi parameter pada regresi berganda. Metode yang dibandingkan pada penelitian ini adalah metode *resampling Bootstrap* dan metode *resampling Jackknife*, dengan menggunakan *standard error* dari masing-masing koefisien regresi sebagai pembandingnya. Hasil dari penelitian tersebut menyatakan bahwa hasil estimasi pada regresi berganda dengan metode *resampling Jackknife* memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan merode *resampling Bootstrap*. Hal ini ditunjukkan dengan metode *resampling Jackknife* memberikan hasil estimasi dengan standar *error* yang lebih kecil dibandingan dengan hasil estimasi menggunakan metode *resampling Bootstrap*.

Penelitian yang lain dilakukan oleh Windayanti (2010) yang mengangkat tema penelitian pemilihan model terbaik yang dianalisis dengan menggunakan autokorelasi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui cara mendeteksi ada atau tidaknya autokorelasi pada model ARIMA dan juga cara menghilangkan autokorelasi pada model ARIMA. Menurut penulis penelitian ini perlu dilakukan karena untuk mendapatkan suatu model yang terbaik harus memenuhi beberapa asumsi, dan salah satunya adalah model tersebut harus tidak mengandung autokorelasi.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh Choiriyah (2017) tentang jumlah pelapor SPT Masa PPh. Perhitungan jumlah pelapor SPT Masa PPh dari Kantor Pelayanan Pajak (KPP) Pratama Singosari termasuk pada data deret waktu atau data *time series* yang berpola *trend*. Salah satu masalah yang sering muncul adalah kurang disiplinnya para wajib pajak dalam melaporkan SPT masa PPh. Masalah ini diprediksi manggunakan model ARIMA (1,1,1) dengan metode *Jackknife* yang menghasilkan jumlah pelapor SPT masa PPh dari Kantor Pelayan Pajak Pratama Singosari yaitu:

$$Y_t = Y_{t-d} + 37,0163 - 1,5292Y_{t-1} + 1,5292_{t-2} + a_t - 0,3259a_{t-1}$$

2.11 Kajian dalam Al-quran

Pada dasarnya konsep dari metode *Jackknife* adalah *resampling* yang dilakukan untuk penelitian pada data kecil agar tidak terdapat estimator yang bias. Selain itu metode ini dilakukan pada model ARIMA. Sebelum mengimplementasikan data ke dalam metode *Jackknife* perlu dilakukan beberapa tahap untuk menapatkan model terbaik. Konsep tersebut juga telah ada dalam Al-Quran pada surat Ar-Rahman ayat 60 yang artinya:

"tidak ada balasan untuk kebaikan selain kebaikan (pula)."

Jelas bahwa ayat tersebut menjelaskan bahwa setiap kebaikan akan dibalas kebaikan pula. Pada surat lain seperti pada surat Yunus ayat 26 juga telah dijelaskan bahwa "*bagi orang-orang yang berbuat baik, ada pahala yang terbaik* *(surga) dan tambahannya (kenikmatan melihat Allah)"*. Ayat tersebut dapat dapat dikaitkan pada tahap pemilihan model terbaik yang dilakukan untuk mengestimasi sebuah parameter yang bertujuan untuk mendapatkan estimasi yang sesuai.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Pendekatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan pendekatan kuantitatif dengan bantuan studi literatur yang dilakukan dengan cara mengkaji buku-buku yang berkaitan dengan penelitian kuantitatif, dimana data yang digunakan dalam penelitian ini berupa angka atau data numerik.

3.2 Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Barat berupa laporan tentang banyaknya jumlah produksi teh Jawa Barat pada tahun 2009-2013 yang telah sebelumnya data tersebut telah digunakan oleh Mainassy (2014).

3.3 Variabel Penelitian

Variabel dalam penelitian ini adalah variabel terikat berupa data produksi teh (Y_t) dan variabel bebas berupa data produksi teh waktu sebelumnya (Y_{t-1}).

3.4 Metode Analisis Data

Langkah-langkah yang dilakukan untuk identifikasi bias metode *Jackknife* pada kasus jumlah produksi teh di Jawa Barat yakni:

1. Mengidentifikasi data jumlah produksi teh
2. Melakukan uji asumsi *white noise*
3. Mengestimasi parameter model ARIMA $(1,0,0)$ dengan metode OLS
4. Mengestimasi parameter model ARIMA $(1,0,0)$ dengan metode *Jackknife*
   a. Mengestimasi parameter model AR

b. Menentukan nilai *error* dari model AR

c. Menghapus satu baris data pada model ARIMA (1,0,0)

d. Menentukan penaksir estimasi parameter *Jackknife*

e. Melakukan *resampling* sampel data asli

f. Mengitung rata-rata estimasi parameter *Jackknife*

g. Menghitung bias estimator pada metode *Jackknife*

h. Menghitung variansi dan standar deviasi

5. Melakukan identifikasi bias model *Jackknife*

6. Melakukan *forecasting* pada data produksi teh di Jawa Barat

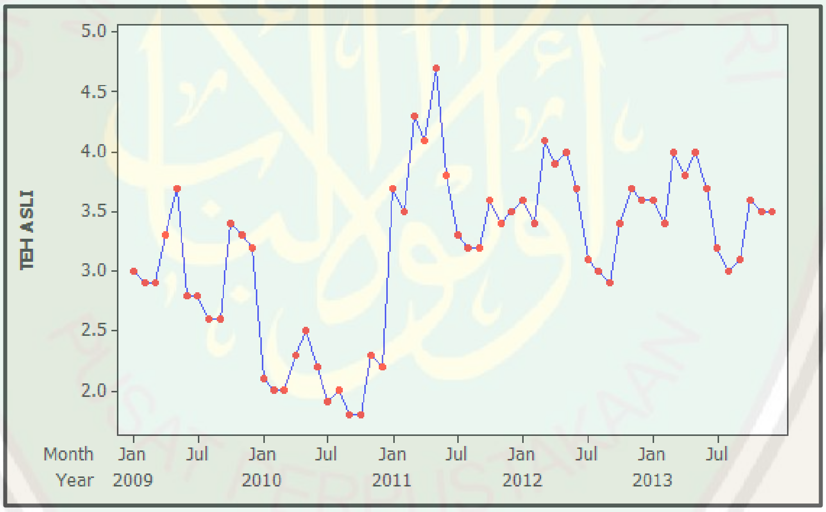
BAB IV
PEMBAHASAN

4.1 Identifikasi Bias Metode *Jackknife* pada Model ARIMA (p, d, q)

Subbab ini berisi tentang penerapan model ARIMA (p, d, q) untuk pendugaan nilai parameter pada data jumlah produksi teh Jawa Barat menggunakan metode *Jackknife*.

4.1.1 Identifikasi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data produksi teh di Jawa Barat mulai tahun 2009 sampai dengan tahun 2013 terlampir di Lampiran I. Berikut adalah plot data asli dari produksi teh di Jawa Barat:



Gambar 4. 1 Plot Data Produksi Teh di Jawa Barat (*sumber: Minitab 16*)

Berdasarkan Gambar 4.1 dapat dilihat bahwa jumlah produksi teh selama periode tersebut mengalami fluktuasi yang signifikan seperti penurunan jumlah produksi pada bulan September dan Oktober 2010 dan peningkatan produksi pada bulan Mei 2011.

Plot ACF dan PACF maupun nilai koefisien ACF dan PACF dapat digunakan untuk mengidentifikasi kestasioneran data. Hasil dari perhitungan ACF sesuai dengan persamaan (2.4) dari data jumlah produksi teh untuk *lag* 1 adalah

$$\rho_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}$$

$$= \frac{(3-3.178333)(2.9-3.178333)+(2.9-3.178333)(2.9-3.178333) +\ldots+(3.5-3.178333)(3.5-3.178333)}{(3-3.178333)^2+(2.9-3.178333)^2+\ldots+(3.5-3.178333)^2}$$

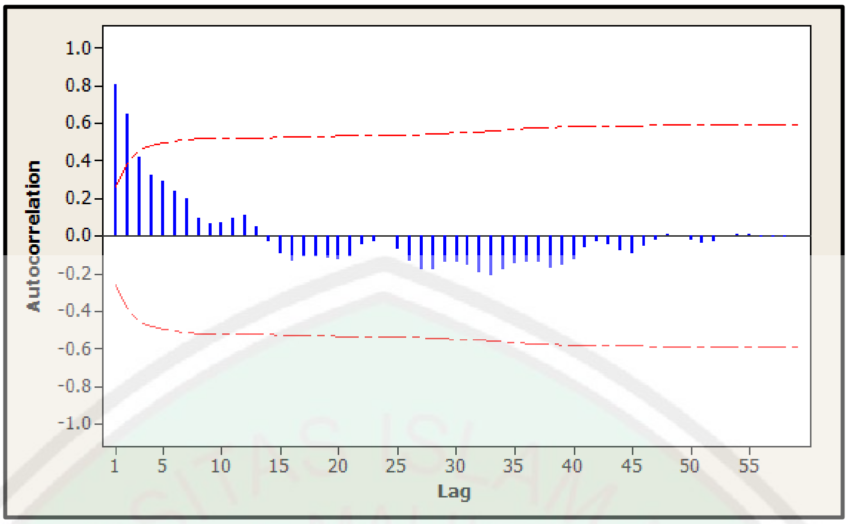
$$= 0.800790$$

untuk *lag* selanjutnya didapatkan dengan menggunakan langkah yang serupa dan dicantumkan pada Tabel 4.1 serta lebih lengkap terdapat pada Lampiran II,

Tabel 4. 1 Nilai Koefisien ACF Data Asli (*sumber: Minitab 16*)

Lag	ACF	T	LBQ	Lag	ACF	T	LBQ
1	0.800790	6.20	40.43	16	-0.136371	-0.52	103.53
2	0.645260	3.31	67.14	17	-0.106975	-0.41	104.52
3	0.415528	1.82	78.41	18	-0.112303	-0.42	105.64
4	0.322857	1.34	85.33	19	-0.116414	-0.44	106.87
5	0.295353	1.19	91.23	20	-0.124110	-0.47	108.30
6	0.240058	0.95	95.20	21	-0.108678	-0.41	109.43
7	0.198178	0.77	97.96	22	-0.046169	-0.17	109.63
8	0.097719	0.38	98.64	23	-0.034735	-0.13	109.76
9	0.065001	0.25	98.95	24	-0.001578	-0.01	109.76
10	0.071827	0.28	99.33	25	-0.069808	-0.26	110.27
11	0.094828	0.36	100.01	26	-0.135984	-0.51	112.30
12	0.108666	0.42	100.93	27	-0.185144	-0.69	116.16
13	0.048158	0.18	101.11	28	-0.180783	-0.67	119.96
14	-0.034515	-0.13	101.21	29	-0.138379	-0.51	122.26
15	-0.095150	-0.36	101.96	30	-0.143671	-0.52	124.82

atau dibuat dalam gambar plot sebagai berikut:



Gambar 4. 2 Plot ACF Data Asli (*sumber Minitab 16*)

Dari Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa perilaku plot ACF dari *lag* 1, *lag* 2 dan seterusnya perlahan mengecil mendekati nol atau menurun secara perlahan. Gambar plot data tersebut juga menunjukkan bahwa data produksi teh di Jawa Barat telah stasioner karena tidak terdapat lebih dari tiga *lag* pertama yang melebihi garis putus-putus.

Sedangkan hasil dari perhitungan PACF dari data jumlah produksi teh sesuai dengan persamaan (2.17) adalah sebagai berikut:

$$\phi_{11} = \rho_1 = 0.8007$$

$$\phi_{22} = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{\rho_2 - \rho_1^{\,2}}{1 - \rho_1^{\,2}}$$

$$= \frac{0.64526 - (0.80079)^2}{1 - (0.80079)^2}$$

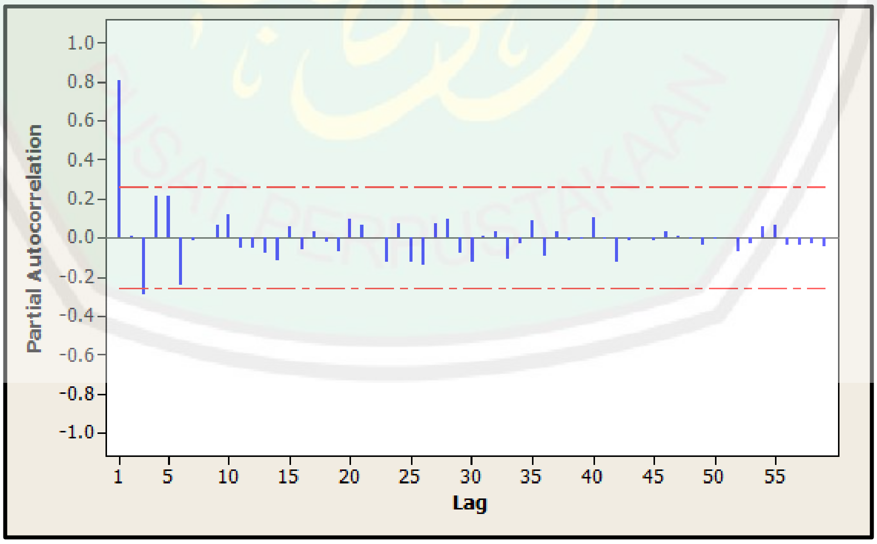
$$= 0.011138$$

Nilai koefisien PACF yang selanjutnya didapatkan dengan menggunakan langkah yang serupa dan dicantumkan pada Tabel 4.2 serta lebih lengkap terdapat pada Lampiran III,

Tabel 4. 2 Nilai Koefisien PACF Data Asli (*sumber: Minitab 16*)

Lag	PACF	T
1	0.800790	6.20
2	0.011138	0.09
3	-0.290928	-2.25
4	0.211975	1.64
5	0.211694	1.64
6	-0.247700	-1.92
7	-0.019564	-0.15
8	-0.000409	-0.00
9	0.060964	0.47
10	0.115696	0.90
11	-0.054551	-0.42
12	-0.054255	-0.42
13	-0.076678	-0.59
14	-0.115869	-0.90
15	0.057998	0.45
16	-0.064223	-0.50
17	0.035179	0.27
18	-0.022487	-0.17
19	-0.068377	-0.53
20	0.097862	0.76
21	0.066289	0.51
22	-0.003635	-0.03
23	-0.124866	-0.97
24	0.070463	0.55
25	-0.128330	-0.99
26	-0.144696	-1.12
27	0.072771	0.56
28	0.091220	0.71
29	-0.081162	-0.63
30	-0.128516	-1.00

atau dibuat dalam gambar plot sebagai berikut:



Gambar 4. 3 Plot PACF Data Asli (*sumber: Minitab 16*)

Berdasarkan plot ACF yang terdapat pada Gambar 4.2 dapat diketahui bahwa data memiliki pola *dying down* atau perlahan-lahan menuju nol dan plot PACF pada Gambar 4.3 menunjukkan bahwa data memiliki pola *cut off* setelah *lag* 2 sehingga model pendugaan yang sesuai dengan data jumlah produksi teh adalah AR(1). Berikut merupakan beberapa model sementara yang memungkinkan yaitu:

1. ARIMA(1,0,1)

   Berikut merupakan gambar hasil estimasi untuk model ARIMA(1,0,1)

```
Final Estimates of Parameters

Type         Coef   SE Coef      T      P
AR   1     0.8087    0.0976   8.29  0.000
MA   1     0.0109    0.1649   0.07  0.947
Constant  0.60983   0.05292  11.52  0.000
Mean       3.1871    0.2766


Number of observations:  60
Residuals:    SS =  9.77631 (backforecasts excluded)
              MS =  0.17151  DF = 57


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag            12      24      36      48
Chi-Square   14.4    28.2    35.0    50.3
DF              9      21      33      45
P-Value     0.110   0.134   0.373   0.271
```

Gambar 4. 4 Hasil Estimasi Parameter ARIMA(1,0,1) (*sumber: Minitab 16*)

   Gambar 4.4 menunjukkan bahwa $p - value$ dari parameter AR tidak lebih dari taraf signifikan ($\alpha = 0.05$). Berbeda dengan $p - value$ dari parameter MA yang nilainya melebihi taraf signifikan yaitu 0.947. selain itu juga nilai MS yang muncul dari model tersebut sebesar 0.17151 .Sehingga dari keterangan di atas model ARIMA(1,0,1) kurang tepat untuk digunakan.

2. ARIMA(1,0,0)

   Berikut merupakan gambar hasil estimasi untuk model ARIMA(1,0,1)

```
Final Estimates of Parameters

Type         Coef    SE Coef      T      P
AR   1     0.8047    0.0784   10.27  0.000
Constant  0.62241   0.05302   11.74  0.000
Mean       3.1871    0.2715


Number of observations:  60
Residuals:    SS =  9.77771 (backforecasts excluded)
              MS =  0.16858  DF = 58


Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic

Lag            12      24      36      48
Chi-Square   14.4    28.3    35.0    50.1
DF             10      22      34      46
P-Value     0.156   0.166   0.422   0.313
```

Gambar 4. 5 Hasil Estimasi Parameter ARIMA(1,0,0) (*sumber: Minitab 16*)

Gambar 4.5 menunjukkan bahwa $p - value$ dari parameter AR tidak lebih dari taraf signifikan ($\alpha = 0.05$), selain itu juga nilai MS yang muncul dari model tersebut tidak lebih besar dari model sebelumnya yaitu 0.16858. Jadi dari keterangan tersebut model ARIMA(1,0,0) tepat untuk digunakan.

4.1.2 Pengujian Asumsi *White Noise*

Asumsi white noise dilakukan dengan menggunakan uji *Ljung Box-Pierce* dengan hipotesa sebagai berikut:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = 0$

H_1 : minimal ada satu ρ_i, $i = 1,2,\ldots,k$ yang tidak sama dengan nol

dengan statistik sesuai dengan persamaan (2.21) uji yaitu:

$$Q = n(n+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}, n > k \qquad (4.\ 1)$$

untuk taraf signifikansi 5%. Kriteria keputusan tolak H_0 jika $\chi^2_{hitung} > \chi^2_{(\alpha,df)}$ atau $p - value < \alpha$. Hasil dari uji diagnostik model dapat dilihat pada tabel 4.3 berikut:

Tabel 4. 3 Ringkasan Uji *Ljung-Box*

Lag	df	Statistik *Ljung-Box*(χ^2_{hitung})	$\chi^2_{(0,05,df)}$
12	10	14.4	18,31
24	22	28.3	33,92
36	34	35.0	48,6
48	46	50.1	62,83

Ringkasan pada Tabel 4.3 menunjukkan bahwa *lag* $12, 24, 36$ dan 48 memiliki nilai statistik *Ljung-Box* tidak lebih dari nilai tabel $(\chi^2_{(0,05,df)})$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima yang berarti bahwa model memenuhi asumsi residual *white noise* dan berdistribusi normal sehingga model layak digunakan.

4.1.3 Estimasi Parameter Model ARIMA$(1, 0, 0)$ dengan metode OLS

Sesuai dengan hasil pemilihan model yang sesuai, model yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter dari data jumlah produksi teh di Jawa Barat adalah ARIMA$(1,0,0)$ atau bisa ditulis dalam bentuk

$$\phi_1(B)Y_t = a_t$$

atau

$$(1-\phi_1 B)Y_t = a_t$$
$$Y_t - \phi_1 BY_t = a_t$$
$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + a_t \qquad (4.\ 2)$$

Orde tertinggi dari persamaan (4.2) adalah 1, maka model dapat diestimasi mulali pada data ke-2 dan bisa dijabarkan menjadi seperti berikut:

$$\begin{aligned} Y_2 &= \phi_1 Y_1 + a_2 \\ Y_3 &= \phi_1 Y_2 + a_3 \\ &\vdots \\ Y_{60} &= \phi_1 Y_{59} + a_{60} \end{aligned}$$

atau dapat ditulis dalam matriks sebgai berikut:

$$\begin{bmatrix} Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix} [\phi_1] + \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{60} \end{bmatrix} \tag{4. 3}$$

dengan memisalkan

$$Y = \begin{bmatrix} Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix}$$

$$\beta = [\phi_1]$$

$$X = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix}$$

$$a = \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{60} \end{bmatrix}$$

dimana:

Y : vektor data Y berukuran 59×1

X : vektor data X berukuran 59×1

β : vektor parameter AR berukuran 1×1

a : vektor *error* berukuran 59×1

sehingga model linier pada persamaan (4.3) dapat disederhanakan menjadi:

$$Y = X\beta + a \tag{4. 4}$$

Sesuai dengan persamaan (2.54) mengenai penaksiran parameter β secara OLS, maka diperoleh penaksir nilai estimasi β yaitu sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$= \left[\begin{bmatrix} 2.8 & 2.6 & \cdots & 3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.8 \\ 2.6 \\ \vdots \\ 3.5 \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} 2.8 & 2.6 & \cdots & 3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.6 \\ 2.6 \\ \vdots \\ 3.5 \end{bmatrix} \right] \tag{4. 5}$$

$$= 0.9939$$

Selanjutnya nilai $\hat{\beta}$ sementara di atas dapat disubsitusikan ke dalam persamaan (4.4) sehingga bentuknya menjadi

$$Y = X\beta + a$$

$$\begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_7 \\ Y_8 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9939 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_8 \\ a_9 \\ \vdots \\ a_{60} \end{bmatrix} \tag{4. 6}$$

Dengan menggunakan persamaan (4.6) dapat dihitung nilai-nilai *error* sebagai berikut:

$$a = Y - X\hat{\beta}$$

$$\begin{bmatrix} a_8 \\ a_9 \\ \vdots \\ a_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Y_7 \\ Y_8 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9939 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.1871 \\ 0.0120 \\ \vdots \\ 0.0162 \end{bmatrix} \tag{4. 7}$$

Setelah didapatkan nilai *error* model pada persamaan (4.7), sehingga persamaan (4.3) menjadi:

$$\begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_7 \\ Y_8 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.1871 \\ 0.0120 \\ \vdots \\ 0.0162 \end{bmatrix} \tag{4. 8}$$

dimana:

Y : vektor data Y berukuran 53×1

X : vektor data X berukuran 53×1

β : vektor parameter AR berukuran 1×1

a : vektor *error* berukuran 53×1

4.1.4 Estimasi Parameter Model ARIMA$(1, 0, 0)$ dengan metode *Jackknife*

Proses dalam mengestimasi parameter ARIMA metode *Jackknife* yaitu dengan menghilangkan satu pengamatan dari data asli dan mengulangi sebanyak jumlah data yang ada. Langkah pertama dalam estimasi parameter *Jackknife* yaitu menghapus satu baris ke-i, dimana $i = 1, 2, 3, \dots, 53$

Untuk $i = 1$, maka:

$$\begin{bmatrix} Y_9 \\ Y_{10} \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix} [\varphi_1] + \begin{bmatrix} 0.0158 \\ 0.8158 \\ \vdots \\ 0.0213 \end{bmatrix} \tag{4. 9}$$

dengan memisalkan

$$Y^i = \begin{bmatrix} Y_9 \\ Y_{10} \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix}$$

$$\beta^i = [\varphi_1]$$

$$X^i = \begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix}$$

$$a^i = \begin{bmatrix} 0.0158 \\ 0.8158 \\ \vdots \\ 0.0213 \end{bmatrix}$$

dimana:

Y^i : vektor data Y yang dihilangkan data baris ke-i berukuran 52 x 1

X^i : matriks data X yang dihilangkan data baris ke-i berukuran 52 x 1

β^i : vektor parameter *Jackknife* berukuran 1 x 1

a^i : vektor *error* berukuran 52 x 1

Sehingga persamaan (4.9) dapat diperumum menjadi bentuk

$$Y^i = X^i \beta^i + a^i \tag{4. 10}$$

dengan estimasi untuk sampel *Jackknife* secara OLS sesuai dengan persamaan (2.54) adalah

$$\hat{\beta}^i = \left(X^{iT} X^i\right)^{-1} X^{iT} Y^i \tag{4. 11}$$

untuk $i = 1$

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}^1 &= \left(X^{1T} X^1\right)^{-1} X^{1T} Y^1 \\
&= \left[\begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix}\right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Y_9 \\ Y_{10} \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix}\right] \\
&= \left[\begin{bmatrix} Y_8 & Y_9 & \cdots & Y_{59} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_8 \\ Y_9 \\ \vdots \\ Y_{59} \end{bmatrix}\right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} Y_8 & Y_9 & \cdots & Y_{59} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_9 \\ Y_{10} \\ \vdots \\ Y_{60} \end{bmatrix}\right] \qquad (4.\ 12) \\
&= \left[\begin{bmatrix} 2.6 & 2.6 & \cdots & 3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.6 \\ 2.6 \\ \vdots \\ 3.5 \end{bmatrix}\right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} 2.6 & 2.6 & \cdots & 3.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.6 \\ 3.4 \\ \vdots \\ 3.5 \end{bmatrix}\right] \\
&= 0.9943
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan cara yang sama akan diketahui hasil estimator dari $\hat{\beta}^1, \hat{\beta}^2, \dots, \hat{\beta}^{53}$ yang selanjutnya akan dicari parameter *Jackknife*$(\hat{\beta}^*)$ dengan cara mencari nilai rata-rata dari setiap penduga parameter $\hat{\beta}^1, \hat{\beta}^2, \dots, \hat{\beta}^{53}$ sesuai dengan persamaan (2.59) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\beta}^* &= \frac{1}{53}\sum_{i=1}^{53}\hat{\beta}^i \\ &= \frac{1}{53}\left(\hat{\beta}^1+\hat{\beta}^2+\dots+\hat{\beta}^{53}\right) \\ &= 0.9936\end{aligned} \tag{4. 13}$$

4.1.5 Identifikasi Bias Metode *Jackknife*

Setelah didapatkan penduga parameter *Jackknife* $(\hat{\beta}^*)$ kemudian adalah menghitung nilai bias dari estimator tersebut dengan menggunakan persamaan (2.60)

$$\begin{aligned} bias^{**} &= (n-1)(\hat{\beta}^* - \hat{\beta}) \\ &= (53-1)(\hat{\beta}^* - \hat{\beta}) \\ &= 0.0003 \end{aligned} \tag{4. 14}$$

Sedangkan variansi *Jackknife* dapat dihitung dengan cara seperti persamaan (2.61) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Var\left(\hat{\delta}\right) &= \frac{52}{53}\sum_{i=1}^{53}\left(\hat{\beta}^i-\hat{\beta}^*\right)^T\left(\hat{\beta}^i-\hat{\beta}^*\right) \\ &= \frac{52}{53}\left(\begin{array}{l}\left(\hat{\beta}^1-\hat{\beta}^*\right)^T\left(\hat{\beta}^1-\hat{\beta}^*\right)+\left(\hat{\beta}^2-\hat{\beta}^*\right)^T\left(\hat{\beta}^2-\hat{\beta}^*\right) \\ +\cdots+\left(\hat{\beta}^{53}-\hat{\beta}^*\right)^T\left(\hat{\beta}^{53}-\hat{\beta}^*\right)\end{array}\right) \\ &= 7.9\times10^{-15} \end{aligned} \tag{4. 15}$$

Selanjutnya dari hasil variansi diperoleh nilai standar deviasi dengan menggunakan persamaan (2.62)

$$\begin{aligned} SD^{**} &= \sqrt{Var\left(\hat{\beta}^*\right)} \\ &= \sqrt{7.9\times10^{-15}} \\ &= 8.8\times10^{-8} \end{aligned} \tag{4. 16}$$

Berikut merupakan model dan nilai *error* pada data jumlah produksi teh di Jawa Barat dengan menggunakan metode OLS dan *Jackknife*:

Tabel 4. 4 Model dan Nilai *Error* Data Produksi Teh

	ARIMA	Jackknife
Model	$Y_t = 0.9939Y_{t-1} + a_t$	$Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$
Error	$\begin{bmatrix} -0.1871 \\ 0.0120 \\ \vdots \\ 0.0162 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.0817 \\ 0.0176 \\ \vdots \\ -0.021 \end{bmatrix}$

Dari hasil perhitungan estimator di atas dapat dilihat bahwa estimator dengan metode *Jackknife* menghasilkan nilai estimator yang hampir sama dengan metode OLS, yaitu 0.9936 dengan 0.9939. Sehingga dari nilai estimator tersebut didapatkan nilai bias estimator sebesar 0.0003 dan dapat dikatakan bahwa parameter tersebut tidak bias. Dari perhitungan tersebut juga dapat menunjukkan bahwa metode *resampling Jackknife* dapat mengatasi nilai bias yang mungkin muncul dalam kasus data produksi teh di Jawa Barat. Selain itu dari estimator metode *Jackknife* tersebut diperoleh standar deviasi yang sangat kecil yaitu 8.8×10^{-8}. Jadi berdasarkan penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa model matematis yang sesuai untuk data jumlah produksi teh di Jawa Barat dengan metode OLS adalah $Y_t = 0.9939Y_{t-1} + a_t$ sedangkan untuk yang menggunakan metode *Jackknife* adalah $Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$, yang berarti data saat ini dipengaruhi oleh 99% dari data sebelumnya dan sisanya berasal dari *error*nya.

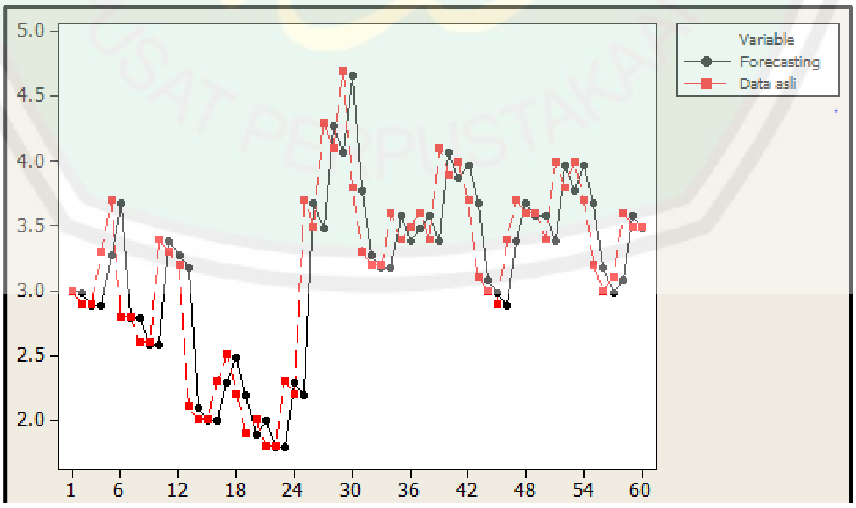
4.1.6 *Forecasting* pada Produksi Teh di Jawa Barat

Berikut merupakan hasil *forecasting* pada data produksi teh di Jawa Barat untuk dua tahun kemudian:

Tabel 4. 5 Hasil *Forecasting* Produksi Teh

Januari 2014	3.52103	Januari 2015	3.66645
Februari 2014	3.98554	Februari 2015	4.25389
Maret 2014	3.73707	Maret 2015	3.97560
April 2014	4.72103	April 2015	5.14841
Mei 2014	4.23402	Mei 2015	4.49243
Juni 2014	4.3831	Juni 2015	4.59182
Juli 2014	4.2042	Juli 2015	4.53219
Agustus 2014	3.4389	Agustus 2015	3.63768
September 2014	3.27987	September 2015	3.45877
Oktober 2014	3.32957	Oktober 2015	3.53829
November 2014	3.73707	November 2015	3.93585
Desember 2014	3.75694	Desember 2015	3.93585

Dari hasil *forecasting* di atas dibentuk plot yang kemudian dapat dibandingkan dengan plot data asli seperti pada Gambar 4.6 berikut:



Gambar 4. 6 Plot Data Hasil *Forecasting* Data Produksi Teh di Jawa Barat

Terlihat bahwa plot hasil *forecasting* untuk produksi data teh di Jawa Barat di atas tidak jauh berbeda dengan plot data aslinya. Sehingga berdasarkan hasil estimasi sebelumnya yang didapatkan persamaan model dengan menggunakan metode *Jackknife* yaitu $Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$, dapat dikatakan bahwa model tersebut tepat digunakan pada data produksi teh di Jawa Barat.

BAB V
PENUTUP

5.1 Simpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diambil kesimpulan hasil estimasi parameter model ARIMA(1,0,0) menggunakan metode *Jackknife* pada data produksi teh di Jawa Barat pada tahun 2009 sampai dengan 2013 adalah $Y_t = 0.9936Y_{t-1} + a_t$ dengan nilai bias 0.0003 dan standar deviasi 8.8×10^{-8}.

5.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka saran untuk penelitian selanjutnya adalah melakukan pengembangan terhadap model ARIMA(1,0,0)dengan metode *Jackknife* yakni melakukan analisis terhadap data dan model lainnya.

DAFTAR RUJUKAN

Atmaja, L. S. 1997. *Statistika untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: Penerbit Andi

Aziz, A. 2010. *Ekonometrika Teori & Praktik Eksperimen dengan MATLAB*. Malang: UIN-MALIKI Press

Choiriyah, Siti. 2017. *Estmasi Parameter Model ARIMA dengan Metode Jackknife*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Draper, N. R., Smith, H. 1998. *Applied Regression Analysis Third ed.* New York: John Wiley.

Firdaus, Muhammad. 2004. *Ekonometrika Suatu Pendekatan Aplikatif*. Jakarta: PT. Bumi Aksara.

Gaynor. P. E. dan Krirk, Patrick, R. C. 1994. *Time Series Modelling and Forecasting in Bussines and Economic*. Newyork: McGraw Hill.

Gudono. 2011. *Analisis Data Multivariat*. Yogyakarta: BPFE.

Gujarati, D.N. 2004. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Jakarta: Erlangga.

Hanke, J.E. dan Wichern, D.W. 2005. *Business Forecasting Eight Edition*. New Jersey: Pearson Prenticehall.

Harinaldi, M. Eng. 2005. *Prinsip-prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Hasan, M.I. 2002. *Pokok-pokok Materi Metodologi Penelitian dan Aplikasinya*. Jakarta: Ghalia Indonesia.

Mainassy, Alfa Kenedi. 2014. *Analisis dan Peramalan Produksi Tanaman Teh dengan Menggunakan Metode Indeks Musim: studi kasus Propinsi Jawa Barat*. Skripsi. Salatiga: Program Studi Teknik Informatika FTI-UKSW.

Makridakis, dkk, S., Wheelwright, S.C., dan McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Noeryani, dan Herindani, Rika. 2016. Estimasi Parameter Regresi Ganda Menggunakan Bootstrap dan Jackknife. *Prosiding Seminar Nasional Aplikasi Sains dan Teknologi (SNATS).*

Rodliyah, Iesyah. 2012. *Analisis Algoritma Metode Bootstrap dan Jackknife dalam Mengestimasi Parameter Regresi Linier Berganda*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

Sahinler, S., dan Topuz, D. 2007. Bootstrap and Jackknife Resampling Algorithm for Estimation of Regression Parameters. *Journal of Aplied Quantitative Methots. Vol.2:188-199.*

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.

Supangat, Andi. 2010. *Statistik dalam Kajian Deskriptif, Inferensi, dan Parametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

Supranto, J. 1986. *Pengantar Probabilitas dan Statistik Induktif*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Supranto, J. 2009. *Statistik Teori dan Aplikasi Jilid II*. Jakarta: Erlangga.

Turmudi dan Harini, S. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN Malang Press.

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

Wibisono, Yusuf. 2009. *Metode Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada Universty Press.

Windayanti.2010. *Analisis Autokorelasi pada Model ARIMA*. Skripsi. Malang: UIN Maulana Malik Ibrahim Malang.

LAMPIRAN I

DATA JUMLAH PRODUKSI TEH DI JAWA BARAT TAHUN 2009-2013 DALAM SATUAN TON

BULAN	TAHUN				
	2009	2010	2011	2012	2013
Januari	3	2.1	3.7	3.6	3.6
Februari	2.9	2	3.5	3.4	3.4
Maret	2.9	2	4.3	4.1	4
April	3.3	2.3	4.1	3.9	3.8
Mei	3.7	2.5	4.7	4	4
Juni	2.8	2.2	3.8	3.7	3.7
Juli	2.8	1.9	3.3	3.1	3.2
Agustus	2.6	2	3.2	3	3
September	2.6	1.8	3.2	2.9	3.1
Oktober	3.4	1.8	3.6	3.4	3.6
November	3.3	2.3	3.4	3.7	3.5
Desember	3.2	2.2	3.5	3.6	3.5

(sumber: Mainassy, 2014)

atau

Y_1	3	Y_{16}	2.3	Y_{31}	3.3	Y_{46}	3.4
Y_2	2.9	Y_{17}	2.5	Y_{32}	3.2	Y_{47}	3.7
Y_3	2.9	Y_{18}	2.2	Y_{33}	3.2	Y_{48}	3.6
Y_4	3.3	Y_{19}	1.9	Y_{34}	3.6	Y_{49}	3.6
Y_5	3.7	Y_{20}	2	Y_{35}	3.4	Y_{50}	3.4
Y_6	2.8	Y_{21}	1.8	Y_{36}	3.5	Y_{51}	4
Y_7	2.8	Y_{22}	1.8	Y_{37}	3.6	Y_{52}	3.8
Y_8	2.6	Y_{23}	2.3	Y_{38}	3.4	Y_{53}	4
Y_9	2.6	Y_{24}	2.2	Y_{39}	4.1	Y_{54}	3.7
Y_{10}	3.4	Y_{25}	3.7	Y_{40}	3.9	Y_{55}	3.2
Y_{11}	3.3	Y_{26}	3.5	Y_{41}	4	Y_{56}	3
Y_{12}	3.2	Y_{27}	4.3	Y_{42}	3.7	Y_{57}	3.1
Y_{13}	2.1	Y_{28}	4.1	Y_{43}	3.1	Y_{58}	3.6
Y_{14}	2	Y_{29}	4.7	Y_{44}	3	Y_{59}	3.5
Y_{15}	2	Y_{30}	3.8	Y_{45}	2.9	Y_{60}	3.5

LAMPIRAN II

NILAI ACF DATA PRODUKSI TEH

Lag	ACF	T	LBQ
1	0.800790	6.20	40.43
2	0.645260	3.31	67.14
3	0.415528	1.82	78.41
4	0.322857	1.34	85.33
5	0.295353	1.19	91.23
6	0.240058	0.95	95.20
7	0.198178	0.77	97.96
8	0.097719	0.38	98.64
9	0.065001	0.25	98.95
10	0.071827	0.28	99.33
11	0.094828	0.36	100.01
12	0.108666	0.42	100.93
13	0.048158	0.18	101.11
14	-0.034515	-0.13	101.21
15	-0.095150	-0.36	101.96
16	-0.136371	-0.52	103.53
17	-0.106975	-0.41	104.52
18	-0.112303	-0.42	105.64
19	-0.116414	-0.44	106.87
20	-0.124110	-0.47	108.30
21	-0.108678	-0.41	109.43
22	-0.046169	-0.17	109.63
23	-0.034735	-0.13	109.76
24	-0.001578	-0.01	109.76
25	-0.069808	-0.26	110.27
26	-0.135984	-0.51	112.30
27	-0.185144	-0.69	116.16
28	-0.180783	-0.67	119.96
29	-0.138379	-0.51	122.26
30	-0.143671	-0.52	124.82
31	-0.158409	-0.57	128.04
32	-0.193399	-0.70	133.01
33	-0.209748	-0.75	139.07
34	-0.184785	-0.65	143.95
35	-0.150678	-0.53	147.33
36	-0.139698	-0.49	150.36
37	-0.139606	-0.49	153.51
38	-0.176133	-0.61	158.75
39	-0.160859	-0.55	163.34
40	-0.129441	-0.44	166.45
41	-0.062287	-0.21	167.21
42	-0.031153	-0.11	167.41
43	-0.044111	-0.15	167.84
44	-0.075394	-0.26	169.16
45	-0.097721	-0.33	171.53
46	-0.054439	-0.19	172.32
47	-0.020114	-0.07	172.43
48	0.008035	0.03	172.45
49	-0.003561	-0.01	172.46
50	-0.026705	-0.09	172.72
51	-0.039137	-0.13	173.36
52	-0.030070	-0.10	173.78
53	-0.002993	-0.01	173.78
54	0.005995	0.02	173.80
55	0.005202	0.02	173.82
56	-0.005588	-0.02	173.85
57	-0.009238	-0.03	173.96
58	-0.005337	-0.02	174.01
59	-0.002084	-0.01	174.03

(*sumber: Minitab 16*)

LAMPIRAN III

NILAI PACF DATA PRODUKSI TEH

Lag	PACF	T
1	0.800790	6.20
2	0.011138	0.09
3	-0.290928	-2.25
4	0.211975	1.64
5	0.211694	1.64
6	-0.247700	-1.92
7	-0.019564	-0.15
8	-0.000409	-0.00
9	0.060964	0.47
10	0.115696	0.90
11	-0.054551	-0.42
12	-0.054255	-0.42
13	-0.076678	-0.59
14	-0.115869	-0.90
15	0.057998	0.45
16	-0.064223	-0.50
17	0.035179	0.27
18	-0.022487	-0.17
19	-0.068377	-0.53
20	0.097862	0.76
21	0.066289	0.51
22	-0.003635	-0.03
23	-0.124866	-0.97
24	0.070463	0.55
25	-0.128330	-0.99
26	-0.144696	-1.12
27	0.072771	0.56
28	0.091220	0.71
29	-0.081162	-0.63
30	-0.128516	-1.00
31	0.011456	0.09
32	0.030875	0.24
33	-0.112321	-0.87
34	-0.032471	-0.25
35	0.086804	0.67
36	-0.096522	-0.75
37	0.033516	0.26
38	-0.011926	-0.09
39	-0.007884	-0.06
40	0.098813	0.77
41	-0.007741	-0.06
42	-0.126710	-0.98
43	-0.018901	-0.15
44	-0.002662	-0.02
45	-0.015472	-0.12
46	0.029292	0.23
47	0.011155	0.09
48	-0.008328	-0.06
49	-0.041627	-0.32
50	-0.005842	-0.05
51	0.001929	0.01
52	-0.072641	-0.56
53	-0.032951	-0.26
54	0.056684	0.44
55	0.059610	0.46
56	-0.038611	-0.30
57	-0.036258	-0.28
58	-0.028648	-0.22
59	-0.046642	-0.36

(*sumber: Minitab 16*)

LAMPIRAN IV

NILAI *ERROR* DATA PRODUKSI TEH

DATA	*ERROR*	DATA	*ERROR*
1	*	31	-0.47682
2	-0.0817	32	-0.07987
3	0.017688	33	0.019518
4	0.417688	34	0.419518
5	0.420128	35	-0.17804
6	-0.87743	36	0.120738
7	0.017078	37	0.121348
8	-0.18292	38	-0.17804
9	0.015858	39	0.720738
10	0.815858	40	-0.17499
11	-0.07926	41	0.123787
12	-0.07987	42	-0.2756
13	-1.08048	43	-0.57743
14	-0.08719	44	-0.08109
15	0.012199	45	-0.0817
16	0.312199	46	0.517688
17	0.214028	47	0.320738
18	-0.28475	48	-0.07743
19	-0.28658	49	0.021958
20	0.111589	50	-0.17804
21	-0.1878	51	0.620738
22	0.010979	52	-0.1756
23	0.510979	53	0.223177
24	-0.08597	54	-0.2756
25	1.513419	55	-0.47743
26	-0.17743	56	-0.18048
27	0.821348	57	0.118298
28	-0.17377	58	0.518908
29	0.625007	59	-0.07804
30	-0.87133	60	0.021348

LAMPIRAN V

PROGRAM ESTIMASI PARAMETER DENGAN METODE JACKKNIFE

```
X=xlsread('AXASLI.xlsx'),('A1:A59');
Y=xlsread('AYASLI.xlsx'),('A1:A59');
XT=X'
XK=XT*X
Xg=inv(XK)*XT*Y

err=X*Xg
error=Y-err

Yj=xlsread('AYASLI.xlsx');
display(Yj);
Xj=xlsread('AXASLI.xlsx');
display(Xj);
Ej=xlsread('AERR.xlsx');
Ej=Ej(1:59,1);
display(Ej)

%OLS-Jackknive
%-------------------------------------//
sum=0;
Delta=[];
for k=1:59
display(k)
if k>1 && k<59
        Yjk=[Yj(1:k-1,:);Yj(k+1:59,:)];
        Xjk=[Xj(1:k-1,:);Xj(k+1:59,:)];
        Ejk= [Ej(1:k-1,:);Ej(k+1:59,:)];
size(Ej)
elseif k==1
        Yjk=Yj(2:59,:);
        Xjk=Xj(2:59,:);
        Ejk= Ej(2:59,:);
elseif k==59
        Yjk=Yj(1:58,:);
        Xjk=Xj(1:58,:);
        Ejk= Ej(1:58,:);
end
display(Yjk)
display(Xjk)
display(Ejk)
    XTjk=Xjk';
    XKjk=XTjk*Xjk;
    Xjkn=inv(XKjk)*XTjk*Yjk;
    Delta=[Delta,Xjkn];
sum=sum+Xjkn;
end
size(Xjkn)
disp('hasil:')
display(Xjkn);
delta_mean=sum/59;
display(sum)
display(delta_mean)
```

```
bias=(59-1)*(delta_mean-Xg);
display(bias)

sDelta=size(Delta);
sumv=0
for j=1:sDelta(2)
sumv=sumv+((Delta(:,j)-delta_mean));
end
VarD=sumv*(59/58);
display(VarD)

std=sqrt(VarD)
```

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Iffana Intanlya Fauzie
NIM : 14610057
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Identifikasi Bias Metode *Jackknife* pada Model *Autoregressive Integrated Moving Average*
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : H. Wahyu H Irawan, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1.	13 Juli 2018	Revisi BAB I	1.	
2.	18 Juli 2018	Revisi BAB I & II		2.
3.	20 Juli 2018	Revisi BAB II	3.	
4.	26 Juli 2018	Revisi BAB III		4.
5.	31 Juli 2018	Revisi BAB IV	5.	
6.	13 Agustus 2018	Revisi BAB IV		6.
7.	20 Agustus 2018	Revisi BAB IV	7.	
8.	04 September 2018	Revisi BAB IV		8.
9.	05 September 2018	Revisi Kajian Agama BAB I & II	9.	
10.	06 September 2018	ACC untuk diseminarkan		10.
11.	07 September 2018	ACC untuk diseminarkan	11.	
12.	26 Oktober 2018	Revisi BAB IV		12.
13.	31 Oktober 2018	Revisi Kajian Agama BAB II	13.	
14.	18 Januari 2019	Revisi BAB V		14.
15.	28 Februari 2019	Revisi Kajian Agama BAB IV	15.	
16.	08 Maret 2019	Revisi Abstrak		16.
17.	11 Maret 2019	ACC Keseluruhan	17.	
18.	11 Maret 2019	ACC Keseluruhan Kajian Agama		18.

Malang, 11 Maret 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001