SOLUSI PERSAMAAN PERTUMBUHAN *VON BERTALANFFY* PADA IKAN LELE DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

OLEH
SHOLIHATIN HANIFAH
NIM. 14610004

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

SOLUSI PERSAMAAN PERTUMBUHAN *VON BERTALANFFY* PADA IKAN LELE DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Sholihatin Hanifah
NIM. 14610004

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

SOLUSI PERSAMAAN PERTUMBUHAN *VON BERTALANFFY* PADA IKAN LELE DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

Oleh
Sholihatin Hanifah
NIM. 14610004

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 18 Desember 2018

Pembimbing I,	Pembimbing II
Dr. Usman Pagalay, M.Si	Muhammad Khudzaifah, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001	NIP. 19900511 20160801 1 057

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

SOLUSI PERSAMAAN PERTUMBUAN *VON BERTALANFFY* PADA IKAN LELE DENGAN KOEFISIEN VARIASI

SKRIPSI

Oleh
Sholihatin Hanifah
NIM. 14610004

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 9 Januari 2019

Penguji Utama	:	Hairur Rahman, M.Si	....
Ketua Penguji	:	Mohammad Jamhuri, M.Si	....
Sekretaris Penguji	:	Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Anggota Penguji	:	Muhammad Khudzaifah, M.Si	....

Mengetahui
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Sholihatin Hanifah
NIM	: 14610004
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Solusi Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada Ikan Lele dengan Koefisien Variasi

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 21 Desember 2018
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
B387BAFF828626592
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Sholihatin Hanifah
NIM. 14610004

MOTO

وخير أنفعهم للناس

"Dan sebaik-baik manusia adalah orang yang paling bermanfaat bagi manusia"
(HR. Thabrani dan Daruquthni)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Ayahanda Suhari dan Ibunda Sri Astuti tercinta,
yang senantiasa dengan ikhlas mendoakan, memberi nasihat, semangat,
dan kasih sayang yang tak ternilai, serta kakak tersayang Wahyu Hartianto dan
Agustina Muharromah yang senantiasi menjadi motivator bagi penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Muhammad Khudzaifah, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan dan berbagi ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan Ibu serta adik tercinta yang selalu memberikan do'a, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Keluarga pinus yang selalu menemani, membantu, dan memberikan dukungan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
9. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2014 (MATH EIGEN) khususnya Matematika-A, PP Sabilurrosyad khususnya kamar 7 dan 35 yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi, terimakasih kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian.
10. Semua pihak yang tidak dapat disebutkan satu-persatu, yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Semoga Allah Swt melimpahkan rahmat dan karunia-Nya kepada kita semua. Akhirnya penulis berharap semoga dengan rahmat dan izin-Nya mudah-mudahan skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca. *Amiin.*

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 21 Desember 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

ABSTRAK

Hanifah, Sholihatin. 2019. **Solusi Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada Ikan Lele dengan Koefisien Variasi**. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (II) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Kata Kunci: model *Von Bertalanffy*, koefisien variasi, kurva pertumbuhan

Persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* adalah persamaan pertumbuhan suatu organisme yang merupakan selisih dari dua proses berlawanan yaitu katabolisme dan anabolisme. Proses anabolisme merupakan sintesis protein, sedangkan proses katabolisme merupakan perombakan protein. Parameter koefisien pertumbuhan sangat berperan penting dalam persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy*. Koefisien pertumbuhan k konstan hanya dapat menggambarkan dinamika pertumbuhan ikan dalam lingkungan yang konstan, dan apabila koefisien pertumbuhan k diganti dengan fungsi yang bervariasi bergantung waktu yaitu $k(t)$ maka akan memberikan realisme biologi tambahan dari persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* ke dalam suatu populasi yang memungkinkan tingkat pertumbuhan ikan dengan variasi waktu.

Penelitian ini bertujuan untuk mencari solusi persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan dan variasi, sehingga dapat diketahui perilaku dari model pertumbuhan ikan lele yang diwakilkan oleh persamaan *Von Bertalanffy*. Dari penelitian ini didapatkan solusi persamaan perttumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan di mana ikan akan mencapai panjang maksimum 6.85 cm pada hari ke 730 (2 tahun). Selanjutnya dengan koefisien pertumbuhan bervariasi bergantung waktu, ikan cenderung mengalami kenaikan pertumbuhan. Kendati demikian pada selang waktu tertentu ikan sudah tidak mengalami kenaikan pertumbuhan, yang berarti ikan berhenti tumbuh. Hal ini dapat terjadi karena faktor umur dan nutrisi yang ada di dalam habitatnya. Perbedaan waktu yang dibutuhkan ikan untuk mencapai panjang maksimumnya disebabkan oleh perbedaan faktor-faktor pertumbuhan yaitu suhu, temperatur air dan ketersediaan makanan yang ada di dalam lingkungannya.

ABSTRACT

Hanifah, Sholihatin. 2019. **Solution of Von Bertalanffy Growth Equations in Catfish with Variation Coefficients**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor: (1) Dr. Usman Pagalay, M.Si. (2) Muhammad Khudzaifah, M.Si.

Keywords: Von Bertalanffy's model, coefficient of variation, growth curve

Von Bertalanffy's growth equation is the growth equation (which is related to the length, weight, or size) of an organism which is the difference between two opposite processes, catabolism and anabolism. The growth coefficient parameter is very important in Von Bertalanffy's growth equation. The assumption of the k growth coefficient is constant, it can only describe the dynamics of fish growth in a constant environment. So if the k growth coefficient is replaced by a function that varies according to time, namely $k(t)$, it will provide additional biological realism from the Von Bertalanffy growth equation into a population that allows the growth rate of fish with time variations. This study aims to find a solution to the Von Bertalanffy growth equation with constant coefficients and variations. So that it can be seen the behavior of the model.

From this study it was found that Von Bertalanffy's growth equation solution with a constant coefficient where the fish will reach a maximum length of 6.85 cm on day 730 (2 years), and the compilation of evolving growth based on time fish enlarges growth, but at a certain time of time increases increase, which means increasing fish growth can mean increasing and developing factors within its habitat. The time difference of fish when it reaches its maximum length is due to differences in growth factors, namely temperature, water temperature, and food availability in the environment.

ملخص

حنيفة، صليحت. 2019. **الحل لمعادلات النمو *Von Bertalanffy* على سمك سلور مع معامل التغير**. بحث جامعي. شعبة الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المشرف: (1) الدكتور عثمان فاغالاى الماجستير (2) محمد خذيفة الماجستير.

الكلمات الرئيسية: نموذج *Von Bertalanffy*، معامل الاختلاف، منحنى النمو.

معادلة النمو فون *Von Bertalanffy* هو معادلة النمو (فيما يتعلق بالطول أو الوزن أو الحجم) للكائن الحي الذي هو الفرق بين العمليتين المتعارضة هي تقويض وابتناء. المعلمات لمعامل النمو كان مفيداً جداً في النمو للمعادلة *Von Bertalanffy*. بينما افتراض النمو المستمر معامل k ثابت، فقط يمكن وصف ديناميات النمو للأسماك في بيئة ثابتة. إذاكان الأمر كذلك معامل النمو k يستعاض عن الرلة التي تختلف باختلاف الوقت، وهو الذي $k(t)$، وسوف توفر واقعية بيولوجية إضافية في معادلة النمو *Von Bertalanffy* في عدد سكان التي تسمح لمعدل النمو في الأسماك، مع وجود اختلافات في الوقت المناسب. يهدف هذا البحث إلى إيجاد حلول لمعادلات النمو *Von Bertalanffy* مع معاملات ثابتة، والاختلافات. لذا يمكن ملاحظة سلوك النموذج.

تم الحصول على هذه البحوث من حل معادلات النحو *Von Bertalanffy* مع معاملات ثابتة حيث الأسماك سوف تصل إلى أقصى طول 6.85 ثم في اليوم 730 (سنتتين)، وتجميع النمو علي الوقت الذي تزيد فيه الأسماك من نموها, ولكن في وقت معين تزداد الزيادة, مما يعني أن زيادة نمو الأسماك يمكن أن تعني زيادة وتطور العوامل داخل موائلها. الفرق بين السمك بحلول الوقت الذي يصل طوله الأقصى نظراً إلى اختلاف عوامل النمو، إلا وهي درجة الحرارة ودرجة حرارة المياه، وتوفر الغذاء في البيئة.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pemodelan matematika adalah suatu usaha untuk menguraikan beberapa bagian yang berhubungan dengan dunia nyata ke dalam bentuk persamaan matematika. Model matematika merupakan pendekatan terhadap suatu fenomena fisik dalam bentuk persamaan matematika. Persamaan yang paling banyak digunakan adalah persamaan diferensial. Terbentuknya persamaan diferensial sebagai suatu model matematika berasal dari ketertarikan seseorang terhadap perilaku atau fenomena perubahan sesuatu di kehidupan nyata (Kartono, 2012).

Salah satu aplikasi pemodelan matematika adalah pemodelan pada populasi biologi, baik populasi manusia maupun hewan atau bakteri. Para ahli telah lama mempelajari permasalahan populasi, khususnya manusia, hewan, dan tumbuhan. Terdapat berbagai macam model populasi spesies tunggal yang kontinu. Kontinu dalam hal ini berarti populasi bergantung waktu tanpa putus.

Suatu model khususnya model populasi seringkali dimodifikasi sehingga dapat menggambarkan dengan lebih teliti keadaan sebenarnya. Bentuk suatu model populasi spesies tertentu bergantung pada situasi populasi spesies tersebut di alam. Model populasi dapat memudahkan para ahli untuk dapat memproyeksikan populasi satu spesies pada suatu waktu tertentu atau menekan laju populasi agar tetap seimbang. Penambahan terhadap populasi dapat disebabkan oleh karena masuknya individu lain yang berasal dari daerah lain dan karena adanya kelahiran.

Pengurangan terhadap suatu populasi dapat disebabkan karena kematian atau karena keluarnya individu dari populasi tersebut.

Salah satu spesies yang pertumbuhan populasinya seringkali dimodelkan dalam bentuk persamaan matematika adalah ikan. Segala sesuatu yang berkaitan dengan biologi ikan, dinamika pertumbuhan dan pengelolaan budidaya ikan dipelajari dalam ilmu perikanan. Ilmu perikanan adalah biologi terapan perikanan yang memiliki beberapa tujuan, di antaranya adalah dapat meningkatkan produksi dalam budidaya ikan.

Pembudidayaan ikan adalah kegiatan untuk memelihara, membesarkan, dan membiakkan ikan serta memanen hasilnya dalam lingkungan yang terkontrol. Allah Swt. berfirman dalam surat Al-Fathir/12, yaitu:

وَمَا يَسْتوِى الْبحْرَانِ هَـٰذَا عَذْبٌ فُرَاتٌ سَآئِغٌ شَرَابُهُ وَهَـٰذَا مِلْحٌ أُجَاجٌ وَمِنْ كُلٍّ تَأْكُلُوْنَ
لَحْمًاطَرِيًّاوتَسْتَخرِجُوْنَ حِلْيَةً تَلْبَسُوْنَهَا وَتَرَى الْفُلْكَ فِيهِ مَوَاخِرَ لِتَبْتَغُواْ مِنْ فَضْلِهِ وَلَعَلَّكُمْ تَشْكُرُونَ

"Dan tiada sama (antara) dua laut; yang ini tawar, segar, sedap diminum dan yang lain asin lagi pahit. Dan dari masing-masing laut itu kam dapat memakan daging yang segar dan kamu dapat mengeluarkan perhiasan yang dapat kamu memakainya, dan pada masing-masingnya kamu lihat kapal-kapal berlayar membelah laut supaya kamu dapat bersyukur."

Menurut Wahbah (1991) ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah Swt. menciptakan dua laut (air asin dan air tawar) sebenarnya sama yaitu agar manusia dapat mengambil manfaat dari laut tersebut. Allah juga memerintahkan manusia untuk mencari keuntungan dari segala yang ada di dalam laut termasuk ikan-ikan yang hidup di dalamnya. Demikian untuk dapat mencari keuntungan yang banyak dari potensi laut tersebut, maka manusia harus tetap menjaga sumber daya alam terutama sumber daya perikanan. Untuk menjaga sumber daya alam, perlu adanya pemahaman atas sifat keseimbangan dan dinamika pertumbuhan ikan di alam.

Pengetahuan tentang pertumbuhan populasi ikan sangat bermanfaat di dunia perikanan, baik pada perikanan tangkap, pengelolaan sumber daya perikanan maupun pada budidaya perikanan. Kecepatan pertumbuhan populasi ikan berhubungan langsung dengan kecepatan pulihnya populasi ikan di perairan atau lama pemeliharaan pada lingkungan yang terbatas (budidaya).

Pengetahuan tentang dinamika pertumbuhan spesies ikan dan pengelolaan budidaya perikanan merupakan suatu aspek yang sangat penting. Berkembangnya pengetahuan tentang dinamika pertumbuhan ikan dan pengelolaan budidaya perikanan diharapkan dapat digunakan untuk meningkatkan produksi ikan. Pada penelitian ini penulis menggunakan persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* untuk mengetahui dinamika populasi ikan lele. Persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* adalah model yang digunakan untuk mengetahui pertumbuhan ikan dari panjang minimum sampai panjang maksimum dari dua proses berlawanan yaitu anabolisme dan katabolisme. Proses anabolisme merupakan sintesis protein, sedangkan proses katabolisme merupakan perombakan protein (Bertalanffy, 1938).

Banyak penelitian dalam bidang perikanan yang menggunakan model *Von Bertalanffy*, di antaranya adalah penelitian Sentosa (2010) yang meneliti model *Von Bertalanffy* dengan tujuan untuk mengetahui parameter populasi ikan wader pari di sungai Ngrancah Kabupaten Kulon Progo, Yogyakarta. Pengambilan contoh ikan dilakukan selama tiga periode yaitu Juli 2007, Mei 2008 dan Mei 2009. Semua contoh ikan yang tertangkap diukur panjang totalnya. Selanjutnya data frekuensi panjang ikan dianalisis menggunakan metode FISAT II. Berdasarkan penelitian tersebut pada tahun 2007 didapatkan parameter pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 12,34 cm dengan kecepatan pertumbuhan (b) sebesar 0,00172 cm per hari, pada tahun 2008 didapatkan pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 13,39 cm dengan kecepatan pertumbuhan (b) sebesar 0,000888 cm per hari, dan pada tahun 2009 didapat pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 13,39 cm dengan kecepatan pertumbuhan (b) sebesar 0,00175 cm per hari.

Selanjutnya Mallawa, dkk. (2013) melakukan penelitian tentang kelompok umur dan pertumbuhan ikan Cakalang di Perairan Laut Flores Sulawesi Selatan pada bulan Juni-November 2013. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis struktur ukuran dan pertumbuhan ikan cakalang menurut daerah dan musim penangkapan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini sama dengan yang digunakan Sentosa pada tahun 2010. Sehingga didapatkan parameter pertumbuhan panjang maksimal (L_{max}) sebesar 106 cm dengan laju pertubuhan (b) $<$ 0,00138 cm per hari.

Model *Von Bertalanffy* yang digunakan dalam kedua penelitian tersebut mengarah kepada pencarian nilai parameter pertumbuhannya. Sementara faktor yang paling utama dalam pertumbuhan ikan adalah koefisien pertumbuhan yang dapat berupa konstan dan koefisien variasi, maka diperlukan analisis dengan koefisien konstan dan variasi untuk memahami model *Von Bertalanffy*. Analisis dapat dilakukan dengan menentukan solusi analitik model dan menginterpretasikan solusi tersebut dengan koefisien konstan dan koefisien variasi.

Penelitian ini penting dilakukan dalam rangka mengetahui dinamika pertumbuhan ikan lele secara detail. Demikian berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk melakukan penelitian tersebut dan menyajikan dalam judul “Aplikasi Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* Pada Ikan Lele Dengan Koefisien Variasi”

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka dapat ditarik rumusan masalah, yaitu

1. Bagaimana solusi analitik dari persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada ikan lele dengan koefisien konstan dan variasi?
2. Bagaimana interpretasi dari kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada ikan lele dengan koefisien konstan dan variasi?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan adanya penelitian ini untuk mencapai rumusan masalah di atas, yaitu

1. Mengetahui solusi analitik dari persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada ikan lele dengan koefisien konstan dan variasi.
2. Mengetahui interpretasi dari kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada ikan lele dengan koefisien konstan dan variasi.

1.4 Manfaat Penelitian

penelitian ini dapat menambah ilmu pengetahuan dan informasi bagi pembaca mengenai solusi persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dan interpretasi kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy*.

1.5 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah, maka batasan masalah pada skripsi ini akan dibatasi mengenai:

1. Model yang digunakan adalah model pertumbuhan panjang *Von Bertalanffy* yaitu

$$\frac{dL(t)}{dt} = k(t)\big(L_{max} - L(t)\big)$$

2. Fungsi $b(t)$ yang digunakan pada model *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi suhu musiman menggunakan fungsi dari waktu yaitu

$$k(t) = C_1 . e^{C_2 \frac{1}{(t-t_0)}(T_1 - T_2)}$$

dimana,

$$T_1(t) = T_m . t + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right)\sin\big(2\pi(t - f_1)\big) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right)\sin\big(4\pi(t - f_2)\big)$$
$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right)\sin\big(8\pi(t - f_3)\big)$$

$$T_2 = T_m . t_0 + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right)\sin\big(2\pi(t_0 - f_1)\big) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right)\sin\big(4\pi(t_0 - f_2)\big) +$$
$$\left(\frac{A_3}{8\pi}\right)\sin\big(8\pi(t_0 - f_3)\big) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right)\sin\big(8\pi(t_0 - f_4)\big)$$

1.6 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam mencari solusi persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada ikan lele dengan koefisien konstan dan variasi adalah menggunakan pendekatan studi literature atau *library research*. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mencari solusi persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan dan variasi.
   a. Mengambil persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan.
   b. Mencari solusi analitik dari persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy*.

c. Membuat simulasi dari solusi analitik persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan.

d. Mendistribusikan laju pertumbuhan koefisien variasi pada persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy*.

e. Membuat simulasi persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi.

2. Menginterpretasikan kurva pertumbuhannya

a. Menginterpretasi hasil simulasi persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan dan variasi.

1.7 Sistematika Penulisan

Penelitian ini menggunakan sistematika penulisan yang terdiri dari empat bab. Adapun subbab yang akan dibahas dalam penelitian ini, yaitu sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Berisi latar belakang masalah yang akan diteliti, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat masalah, batasan penelitian, dan sistematika penulisan

Bab II Kajian Pustaka

Berisi teori-teori yang membahas mengenai persamaan Differensial, pertumbuhan dan peluluhan eksponen, teori persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy*, kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy*, dan kajian al-Qur’an mengenai perintah untuk menjaga sumber daya alam.

Bab III Pembahasan

Berisi pembahasan mengenai solusi persamaan pertumbuhan *Von Bertanffy* dengan koefisien variasi, interpretasi kurva pertumbuhan dari model *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi dan kajian agama mengenai model *Von Bertalanffy*

Bab IV Penutup

Berisi kesimpulan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Persamaan Diferensial

2.1.1 Dasar Teori Persamaan Diferensial

Definisi 2.1

Turunan fungsi f adalah fungsi lain f' (dibaca "f aksen") yang nilainya pada sebarang bilngan c adalah

$$f'(c) = \lim_{h \to 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \tag{2.1}$$

asalkan limit ini ada (Purcell dan Varberg, 1987).

Definisi 2.2

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan dari satu atau lebih peubah terikat terhadap satu atau lebih peubah bebas (Ross, 1984). Persamaan diferensial terdiri dari persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial, yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.3

Sebuah persamaan diferensial yang hanya memiliki satu variabel bebas, disebut persamaan diferensial biasa. Sedangkan jika variabel bebasnya lebih dari satu maka persamaannya disebut persamaan diferensial parsial (Ross, 1984). Sebagai contoh persamaan diferensial biasa dari model *Von Bertalanffy* yaitu

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L(t) - L_{min}) \tag{2.2}$$

Persamaan (2.2) menjelaskan variabel L adalah peubah terikat yang menyatakan pertumbuhan panjang suatu organisme terhadap waktu t, L'_{max} menyatakan besarnya energi yang masuk ke dalam tubuh organisme, b

menyatakan besarnya energi yang dikeluarkan untuk pertumbuhan (kecepatan pertumbuhan), dan t adalah variabel bebas yang menyatakan waktu. Dari persamaan tersebut dapat dikatakan $L = L(t)$. Argumen t dalam $L(t)$ bisa dihilanggkan untuk penyederhanaan notasi (Panik, 2014).

Persamaan diferensial biasa terdiri dari persamaan diferensial linier dan non linier yang didefinisikan sebagai berikut,

Definisi 2.4

Persamaan diferensial biasa dikatakan linier apabila memenuhi sifat-sifat: (1) peubah tak bebas dan macam-macam turunannya hanya berlaku untuk derajat pertama, (2) tidak terdapat perkalian peubah terikat atau turunan-turunannya, dan (3) bukan merupakan fungsi transenden terhadap peubah terikat atau turunan-turunannya (Ross, 1984).

Sehingga dapat dikatakan bahwa persamaan (2.2) adalah persamaan diferensial biasa linier orde satu yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.5

Persamaan diferensial biasa linier orde satu disebut linier terhadap peubah terikat y dan peubah bebas x, dapat ditulis sebagai berikut

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \tag{2.3}$$

Jika $Q(x) = 0$ maka persamaan (2.4) disebut persamaan diferensial biasa linier homogen orde satu. Dalam hal $Q(x) \neq 0$ disebut persamaan diferensial biasa non homogen orde satu (Pamuntjak dan Santoso, 1990).

Selanjutnya untuk langkah-langkah penyelesaian solusi persamaan diferensial biasa linier orde satu dapat merujuk pada teorema berikut

Teorema 2.1

Didefinisikan persamaan diferensial biasa linier orde satu (2.3)

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Maka solusi umum persamaan diferensial biasa linier orde satu (2.3) yaitu

$$y(x) = CY_1(x) + Y_2(x)$$

dimana

$$Y_1(x) = e^{-\int P(x)dx} \int Q(x) e^{\int P(x)dx}$$

C sebagai konstanta (Ross, 1984).

Bukti:

Persamaan diferensial biasa linier orde satu (2.3) dapat ditulis sebagai

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

atau

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y - Q(x) = 0 \tag{2.4}$$

Dengan mengalikan dx pada persamaan diferensial (2.4) maka

$$dy + [P(x)y - Q(x)]dx = 0 \tag{2.5}$$

Misalkan $M(x,y) = [P(x)y - Q(x)]dx$ dan $N(x,y) = 1$ maka diperoleh

$$\frac{\partial M(x,y)}{\partial y} = P(x), \quad \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} = 0$$

Jadi persamaan diferensial (2.5) bukan persamaan diferensial eksak kecuali jika $P(x) = 0$. Jika mengalikan masing-masing sisi dari persamaan diferensial (2.5) dengan $\mu(x)$ sebagai fungsi yang tidak diketahui terhadap x, maka diperoleh

$$\mu(x)dy + \mu(x)[P(x)y - Q(x)]dx = 0 \tag{2.6}$$

Dengan mendefinisikan $\mu(x)$ sebagai faktor integrasi yang bergantung x terhadap persamaan diferensial (2.6) jika dan hanya jika persamaan diferensial (2.6) adalah eksak, sehingga jika dan hanya jika

$$\frac{\partial}{\partial y}[\mu(x)P(x) - \mu(x)Q(x)(x)] = \frac{\partial}{\partial x}[\mu(x)]$$

Maka dapat dinyatakan

$$\mu(x)P(x) = \frac{\partial}{\partial x}[\mu(x)] \tag{2.7}$$

Persamaan (2.7) dapat ditulis menjadi

$$\mu P(x) = \frac{\partial u}{\partial x}$$

Untuk $\mu = \mu(x)$. Jika peubah-peubah dari persamaan (2.7) dinyatakan terpisah diperoleh

$$\frac{d\mu}{\mu} = P(x)dx \tag{2.8}$$

yang disebut persamaan diferensial dengan peubah terpisah. Jika masing-masing sisi dari persamaan diferensial dengan peubah terpisah (2.8) diintegralkan diperoleh

$$ln|\mu| = \int P(x)dx$$

Maka

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} \tag{2.9}$$

dimana $\mu > 0$. Persamaan (2.9) merupakan solusi persamaan (2.7). kembali ke persamaan diferensial (2.6) dimana

$$\mu(x)dy + \mu(x)[P(x)y - Q(x)]dx = 0$$

yaitu

$$\mu(x)\frac{dy}{dx} + \mu(x)[P(x)y - Q(x)] = 0$$

maka

$$\mu(x)\frac{dy}{dx} + \mu(x)P(x)y = \mu(x)Q(x)$$

karena $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$ diperoleh

$$\left[e^{\int P(x)dx}\right]\frac{dy}{dx} + \left[e^{\int P(x)dx}\right]P(x)y = Q(x)\left[e^{\int P(x)dx}\right] \tag{2.10}$$

Jika diambil fungsi $ye^{\int P(x)dx}$ dan diturunkan terhadap x maka menghasilkan

$$\frac{d}{dx}\left[e^{\int P(x)dx}\right]y = \left[e^{\int P(x)dx}\right]\frac{dy}{dx} + \left[e^{\int P(x)dx}\right]P(x)y \tag{2.11}$$

sehingga persamaan (2.10) dapat ditulis

$$\frac{d}{dx}\left[e^{\int P(x)dx}\right]y = Q(x)\left[e^{\int P(x)dx}\right]$$

Jika kedua ruas dikalikan dx maka diperoleh

$$d\left[e^{\int P(x)dx}\right]y = Q(x)\left[e^{\int P(x)dx}\right]dx$$

Jika kedua ruas diintegralkan diperoleh

$$\left[e^{\int P(x)dx}\right]y = \int Q(x)\left[e^{\int P(x)dx}\right] + C \tag{2.12}$$

Dengan mengalikan $e^{-\int P(x)dx}$ pada persamaan (2.12) diperoleh

$$y = e^{-\int P(x)dx}\int Q(x)\left[e^{\int P(x)dx}\right] + Ce^{-\int P(x)dx} \tag{2.13}$$

Dengan memisalkan

$$y_1 = Ce^{-\int P(x)dx}$$

dan

$$y_2 = e^{-\int P(x)dx}\int Q(x)\left[e^{\int P(x)dx}\right]$$

Maka persamaan (2.13) menjadi

$$Y(x) = Y_2(x) + CY_1(x)$$

Untuk C sebarang konstanta.

Selanjutnya untuk penjelasan solusi persamaan diferensial biasa didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.6

Solusi persamaan diferensial biasa adalah tiap fungsi $f(x)$ terdiferensiabel ke-n dan terdefinisikan pada interval $a < x < b$ (bisa tak hingga) sedemikian sehingga $F(x, y, y', \dots, y^n) = 0$ menjadi suatu kesamaan (*identity*) ketika y dan turunan-turunannya digantikan dengan $f'(x), f''(x), \dots, f^n(x)$, dan memenuhi $f^n(x) = F(x, f(x), f'(x), \dots, F^{n-1}(x))$. Atau fungsi kontinu pada interval dan setiap persamaan diferensial bisa tersebut terdapat turunan-turunannya, sedemikian sehingga ketika disubstitusi ke dalam lingkungan persamaan diferensial biasa tersebut menjadi suatu kesamaan (*identity*) untuk setiap nilai pada interval (Goldstein dan Diprima, 2011).

Dari definisi solusi persamaan diferensial tersebut dapat diberikan contoh sebagai berikut: misal diberikan contoh $L = L_0 e^{kt}$ dengan L_0 yaitu sebarang konstanta, maka L disebut solusi persamaan diferensial biasa dari $dL = kL\ dt$ pada interval $-\infty < t < \infty$.

Solusi persamaan diferensial terdiri dari solusi umum (*general situation*) dan solusi khusus (*particular*) yang didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 2.7

Solusi umum (*general solution*) adalah solusi (baik dinyatakan secara eksplisit atau implisit) yang memuat semua solusi yang mungkin pada suatu interval (Ross, 1984). Pada umumnya solusi umum persamaan diferensial biasa masih memuat konstanta, sedangkan solusi khusus (*particular*) adalah solusi yang tidak memuat konstanta karena adanya syarat awal pada suatu persamaan diferensial biasa (Ayres, 1981).

Contoh solusi umum (*general solution*) dan solusi khusus (*particular*), misal diberikan contoh $L' = 2$ memiliki solusi umum yaitu $L = 2t + C$. Jika diberikan syarat awal $L(0) = 1$, maka diperoleh solusi khusus yaitu $L = 2t + 1$.

2.2 Pertumbuhan dan Peluluhan Eksponen

Pada permulaan tahun 1975, penduduk dunia diperkirakan sebanyak 4 milyar. Menjelang tahun 2000, penduduk dunia akan mencapai 6,6 milyar. Untuk menyelesaikan persoalan ini secara matematis, kita andaikan $y = f(t)$ adalah banyaknya penduduk bumi pada saat t, dengan t banyaknya tahun setelah tahun 1975. Jelaslah bahwa $f(t)$ bilangan bulat dan grafiknya "meloncat" apabila ada seseorang lahir atau meninggal dunia. Akan tetapi loncatan ini kecil dibandingkan dengan banyaknya penduduk yang besar, oleh karena itu kita dapat menganggap f sebagai suatu fungsi yang dapat didiferensialkan.

Kita dapat pula mengandaikan bahwa penambahan Δy populasi (angka kelahiran dikurangi angka kematian) dalam jangka waktu pendek Δt sebanding dengan banyaknya penduduk pada awal jangka waktu itu dan sebanding dengan panjangnya jangka waktu itu sendiri. Jadi $\Delta y = ky\,\Delta t$, atau

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = ky$$

Kondisi $y = y_0$ pada $t = 0$ akan menghasilkan $C = \ln y_0$. Jadi,

$$\frac{dy}{dt} = ky$$

Apabila $k > 0$, populasi meningkat, apabila $k < 0$, populasi berkurang. Untuk penduduk dunia, dan menurut pengamatan, $k \approx 0{,}0198$ (t dihitung dengan tahun), meskipun para pakar statistik menunjukkan jumlah yang lebih rendah.

Untuk menyelesaikan persamaan diferensial $dy/dt = ky$ dengan syarat awal $y = y_0$ apabila $t = 0$. Dengan memisahkan variabel-variabel dan mengintegralkan, kita memperoleh

$$\frac{dy}{y} = k\,dt$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int k\,dt$$

$$\ln y = kt + C$$

Syarat pada saat $t = 0$ $y = y_0$ akan menghasilkan $C = \ln y_0$. Sehingga

$$\ln y - \ln y_0 = kt$$

Atau

$$\ln \frac{y}{y_0} = kt$$

Dalam bentuk eksponen, ini menjadi

$$\frac{y}{y_0} = e^{kt}$$

Atau akhirnya

$$y = y_0 e^{kt}$$

2.3 Dasar Teori Model *Von Bertalanffy*

Pertumbuhan adalah pertambahan ukuran, baik panjang maupun berat pada periode waktu tertentu. Pertumbuhan biasanya bersifat positif, hal tersebut menunujukkan bahwa keseimbangan energi yang positif dalam metabolisme. Pada perttumbuhan ikan terjadi dua proses berlawanan yaitu anabolisme dan katabolisme (Fujaya, 2004).

Anabolisme adalah penyusunan senyawa kimia sederhana menjadi senyawa kimia atau komplek. Proses anabolisme membutuhkan energi dari luar. Energi yang digunakan dalam reaksi ini dapat berupa energi cahaya ataupun energi kimia. Energi tersebut selanjutnya digunakan unttuk mengikat senyawa yang lebih komplek. Jadi dalam proses ini energi yang diperlukan tersebut tidak hilang, tetapi tersimpan dalam bentuk ikatan-ikatan kimia pada senyawa komplek yang terbentuk. Hasil anabolisme berguna dalam fungsi esensial, hasil tersebut berupa glikogen, protein sebagai bahan bakar dalam tubuh, dan asam nukleat untuk pengkopian informasi genetik. Protein, lipid, dan karbohidrat yang menyusun struktur tubuh ikan (Kimball, 1997).

Katabolisme adalah reaksi pemecahan atau pembongkaran senyawa kimia komplek yang mengandung energi tinggi menjadi senyawa sederhana yang mengandung energi lebih rendah. Tujuan utama katabolisme adalah untuk membebaskan energi yang terkandung dalam senyawa sumber, yang dapat digunakan untuk melakukan aktivitas termasuk reaksi pemecahan dan oksidasi molekul makanan seperti reaksi yang mengangkap energi dari cahaya matahari. Fungsi reaksi katabolisme adalah untuk menyediakan energi dan komponen yang dibutuhkan oleh reaksi anabolisme (Kimball, 1997).

Cloern dan Nichols (1978) menyatakan bahwa pertumbuhan anabolisme memiliki pertumbuhan melebihi pertumbuhan katabolisme. Jika pertumbuhan organisme terhadap waktu (t) sebanding dengan selisih antara proses anabolisme dan katabolisme maka bentuk model *Von Bertalanffy* adalah sebagai berikut

$$\frac{dL(t)}{dt} = L'_{max} - b(L(t) - L_{min})$$

2.3.1 Kurva Pertumbuhan Model *Von Bertalanffy*

Kurva pertumbuhan merupakan pertumbuhan panjang dan bobot yang dihubungkan dengan waktu tertentu. Pertumbuhan ilmiah autokatalik yaitu pertumbuhan pada fase awal hidupnya lambat kemudian cepat lalu kembali lambat. Titik inflasi pada kurva yaitu titik perubahan fase penaikan ke fase perlambatan. Kurva pertumbuhan berbentuk sigmoid mewakili pertumbuhan populasi dari berbagai kelompok umur yang diambil dari tahun ke tahun, dimana pengukuran dilakukan pada setiap tahun. Antara satu titik dengan titik yang lainnya dapat menggunakan garis lurus (Effendi, 1997).

Umur dan pertumbuhan ikan merupakan parameter dinamika populasi yang mempunyai peran penting dalam pengkajian sumber daya perikanan. Pengetahuan mengenai aspek umur dan pertumbuhan ikan yang sedang dieksploitasi perlu diteliti, agar dapat digunakan sebagai salah satu landasan pertimbangan dalam tindakan pengelolaan sumber daya alam perairan yang dapat dimanfaatkan. Keberhasilan dan masa depan sektor perikanan bergantung pada penambahan individu baru dan komposisi kelas umur ikan yang merupakan tujuan sasaran perikanan sepanjang tahun (Biusing, 1987).

Panik (2014) menyatakan bahwa ikan yang mempunyai koefisien laju pertumbuhan (b) yang tertinggi berarti mempunyai kecepatan pertumbuhan yang tinggi, dan biasanya ikan-ikan tersebut memerlukan waktu yang singkat untuk mencapai panjang maksimumnya, sedangkan ikan yang laju koefisien pertumbuhannya rendah, membutuhkan waktu yang lama untuk mencapai panjang maksimumnya, maka cenderung berumur panjang.

2.4 Kajian Al-Qur’an tentang Perintah untuk Menjaga Sumber Daya Alam

Sebagai tempat tinggal dan tempat kediaman, bumi dilengkapi dengan berbagai fasilitas dan sarana penunjang kehidupan manusia. Demikian pula dengan laut yang merupakan salah satu bagian dari wilayah bumi. Laut yang dianugerahkan oleh Allah untuk manusia tersebut mengandung berbagai sumber daya alam laut yang sangat berharga. Sehingga dapat dikembangkan dan diupayakan pemanfaatannya secara optimal guna pembangunan kehidupan. Hal tersebut, dinyatakan dalam firman Alah dalam surat Al-Baqarah/2:29, yaitu:

هُوَ الَّذِى خَلَقَ لَكُمْ مَّا فِي الْأَرْضِ جَمِيْعًا ثُمَّ اسْتَوَىٰ إِلَى السَّمَاءِ فَسَوَّىٰهُنَّ سَبْعَ سَمَٰوَاتٍ وَهُوَ بِكُلِّ شَىْ ءٍ عَلِيمٌ

“*Dialah (Allah) yang menciptakan segala apa yang ada di bumi untukmu, kemudian Dia menuju ke langit, lalu Dia menyempurnakannya menjadi tujuh langit, dan Dia maha mengetahui segala sesuatu*” *(QS. Al-Baqarah/2:29).*

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah Swt. Menciptakan dengan sempurna bumi dan segala isinya, termasuk wilayah bumi yang berupa lautan untuk manusia, Allah Swt. Tidak hanya menghidupkan makhluk di dunia, tetapi juga menyiapkan sarana kehidupan di dalamnya. Allah Swt. Telah menciptakan segala sesuatu yang ada di bumi untuk kehidupan manusia, sehingga semua yang dibutuhkan untuk kelangsungan hidup tersedia dan terhampar. Ayat ini dipahami oleh banyak ulama sebagai petunjuk bahwa ada dasarnya segala apa yang terbentang di bumi ini dapat digunakan oleh manusia (Shihab, 2001).

Selanjutnya, bahwa pesan ayat tersebut adalah Allah Swt. menciptakan bumi agar manusia berperan aktif di dalam bumi ini dan berperan utama dalam pengembangannya. Al-Qur’an berulangkali menampilkan fenomena alam semesta, yang tujuan akhirnya adalah kesadaran atas manusia untuk mengagumi ciptaan

Allah. Oleh karena itu, dalam setiap ayat yang menjelaskan tentang fenomena alam, senantiasa dikaitkan dengan dorongan terhadap manusia untuk melakukan pengamatan, dan penyelidikan yang akan menambah pengetahuan manusia. Sebagaimana firman Allah dalam surat Yunus/10:101, yaitu:

قُلِ انْظُرُوْا مَاذَا فِي السَّمَٰوَاتِ وَالأَرْضِ وَمَاتُغْنِي الأَيٰتُ وَالنُّذُرُعَن قَوْمٍ لاَّ يُؤْمِنُونَ

"*Katakanlah (Muhammad): lakukanlah penelitian dengan menggunakan metode ilmiah mengenai apa yang ada di langit dan di bumi "(QS. Yunus/10:101).*

Ayat tersebut menjelaskan bahwa manusia diperintah untuk melakukan penelitian terhadap semua ciptaan Allah. Jika dianalogikan dengan model *Von Bertalanffy*, maka penelitian tersebut merujuk pada potensi kelautan dan upaya pemanfaatannya sebagai kepentingan manusia, karena sesungguhnya alam semesta dan segala isinya diciptakan Allah dalam keadaan baik dan seimbang. Dengan adanya fenomena tersebut, manusia dapat merumuskan ilmu pengetahuan tentang perikanan secara sistematis yang digunakan untuk memanfaatkan potensi laut yang diciptakan Allah (Faisal, 2015). Dengan mengetahui ilmu pengetahuan tentang dinamika pertumbuhan dan populasi ikan di alam, manusia dapat mengendalikan pemanfaatan sumber daya laut dan tidak akan terjadi proses eksploitasi yang berlebihan, atau penangkapan yang dapat merusak ekosistem yang ada di dalamnya.

Artinya penguasaan manusia terhadap lingkungannya adalah amanah dari Allah, yang akan dipertanggung jawabkan kepada-Nya. Itulah sebabnya, prinsip yang mendasari hubungan antara manusia dengan alam tidak hanya hubungan eksploitatif tetapi juga apresiasif. Alam tidak hanya dimanfaatkan, tetapi juga harus dijaga kelestariannya. Jika tidak ada kesadaran manusia akan pentingnya menjaga sumber daya alam, maka hal tersebut akan menyebabkan ketidakseimbangan lingkungan hidup.

BAB III

PEMBAHASAN

1.1 Solusi Analitik dari Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Konstan dan Variasi

Persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* adalah model yang digunakan untuk mengetahui pertumbuhan ikan dari panjang minimum sampai panjang maksimum dari dua proses berlawanan yaitu anabolisme dan katabolisme. Persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* dianggap suatu organisme sebagai sistem terbuka dimana pertumbuhan adalah hasil dari keseimbangan antara sinntesis dan pemecahan senyawa organik, dimana katabolisme sebanding dengan berat organisme sementara anabolisme bergantung pada permukaan yang tersedia untuk mengubah nutrisi. Gulland (1969) menyatakan bahwa terdapat hubungan linier antara kecepatan pertumbuhan dan panjang ikan yang dapat dituliskan dalam bentuk matematika sebagai berikut

3.1.1 Solusi Analitik Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Konstan

$$\frac{dL(t)}{dt} = J - kL(t) \tag{3.1}$$

dimana J adalah koefisien anabolisme, k adalah koefisien katabolisme (umumnya dikenal sebagai koefisien pertumbuhan *Von Bertalanffy*), dan $L(t)$ adalah panjang ikan pada usia t. Bentuk lain dari persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* yang biasa digunakan adalah

$$\frac{dL(t)}{dt} = k\left(L_{max} - L(t)\right) \tag{3.2}$$

Di sini, $L_{max} = \frac{J}{K}$, yaitu panjang asimtotik, menggantikan J sebagai parameter kedua.

Perbedaan penting antara persamaan ini adalah dua parameter pada persamaan (3.2), k dan L_{max} tidak independen, misalnya dengan asumsi L_{max} ditetapkan untuk semua individu dan yang lainnya (k) bervariasi di antara individu yang dibuat spesifik. Solusi analitik dari persamaan (3.2) adalah sebagai berikut

$$\frac{dL(t)}{dt} = -k(L(t) - L_{max})$$

$$\frac{dL(t)}{L(t) - L_{max}} = -k\,dt$$

$$\int \frac{1}{L(t) - L_{max}} dL(t) = \int -k\,dt$$

$$\ln\left(\frac{(L(t) - L_{max})}{C}\right) = -kt$$

$$e^{\ln\left(\frac{(L(t)-L_{max})}{C}\right)} = e^{-kt}$$

$$\frac{L(t) - L_{max}}{C} = e^{-kt}$$

$$L(t) - L_{max} = Ce^{-kt}$$

$$L(t) = L_{max} + C\,e^{-kt} \tag{3.3}$$

Kondisi awal $L = 0$ pada saat $t = t_0$ maka

$$L(t_0) = 0 = L_{max} + Ce^{-kt_0}$$

$$-L_{max} = Ce^{-kt_0}$$

$$C = \frac{-L_{max}}{e^{-kt_0}}$$

$$C = -L_{max}e^{kt_0} \tag{3.4}$$

Kemudian mensubstitusikan persamaan (3.4) ke persamaan (3.3) maka

$$L(t) = L_{max} + -L_{max}e^{kt_0}\,e^{-kt}$$

$$L(t) = L_{max} + \left(-L_{max}e^{-k(t-t_0)}\right) \tag{3.5}$$

Untuk menggambarkan solusi dari persamaan (3.5) maka diberikan beberapa parameter. Pada tabel 3.1 parameter dari Fontoura dan Agostinho (1996) dan tabel 3.2 parameter dari penelitian langsung oleh penulis

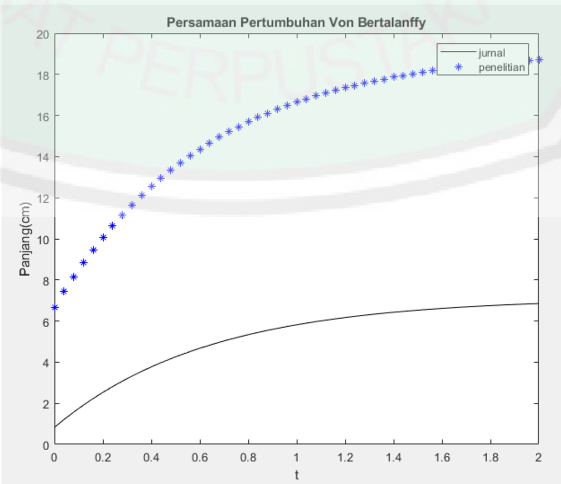
Tabel 3.1 Nilai Parameter Persamaan (3.5) (Sumber: Fontoura dan Agostinho, 1996)

Variabel	Deskripsi	Nilai Parameter
L_{max}	Panjang asimtotik	7.1210
L_{min}	Panjang minimum ikan	0
k	Koefisien konstan berhubungan dengan katabolisme	1.5746
t_0	Waktu faktor koreksi terkait dengan ukuran saat perekrutan	-0.0788

Tabel 3.2 Nilai Parameter Persamaan (3.5) dari Penelitian Langsung Oleh Penulis

Variabel	Deskripsi	Nilai Parameter
L_{max}	Panjang asimtotik	19.25
L_{min}	Panjang minimum ikan	5
k	Koefisien konstan berhubungan dengan katabolisme	1.5746
t_0	Waktu faktor koreksi terkait dengan ukuran saat perekrutan	-0.0788

Dari parameter pada tabel 3.1 dan 3.2, diperoleh perbandingan hasil kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* antara parameter dari Fontoura dan Agostinho (1996) dan penelitian langsung oleh penulis dengan koefisien konstan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Solusi Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Konstan

Solusi $L(t)$ pada persamaan (3.4) berdasarkan parameter dari Fontoura dan Agostinho (1996) dengan koefisien konstan sebagian diberikan pada tabel 3.3 sebagai berikut

Tabel 3.3 Nilai Solusi Persamaan (3.5) dengan Koefisien Konstan

t	Solusi $L(t)$ (cm)
0	0.830945815897375
0.2	2.530221190277697
0.4	3.770432665769312
0.6	4.675597612623200
0.8	5.336229768674028
1	5.818390337446930
1.2	6.170293907308162
1.4	6.427129763455092
1.6	6.614580709260327
1.8	6.751391268387148
2	6.851242080065850

Gambar 3.1 didapatkan pertumbuhan ikan pada saat waktu perekrutan yaitu ketika $t = 0$ ikan mempunyai panjang sebesar 0.830945815897375 cm, ketika $t = 0.2$ didapatkan panjang sebesar 2.530221190277697 cm, ketika t =0.4 didapatkan panjang sebesar4.675597612623200 cm, ketika $t = 0.6$ ikan mempunyai panjang sebesar 4.675597612623200 cm, ketika $t = 0.8$ didapatkan panjang sebesar 5.336229768674028 cm, ketika $t = 1$ didapatkan panjang sebesar 5.818390337446930 cm, ketika $t = 1.2$ didapatkan panjang sebesar 6.170293907308162 cm, ketika $t = 1.4$ didapatkan panjang sebesar 6.427129763455092 cm, ketika $t = 1.6$ ikan mempunyai panjang sebesar 6.614580709260327 cm, ketika $t = 1.8$ didapatkan panjang sebesar 6.751391268387148 cm, ketika $t = 2$ didapatkan panjang sebesar 6.851242080065850 cm.

Solusi $L(t)$ pada persamaan (3.5) berdasarkan parameter dari penelitian penulis dengan koefisien konstan sebagian diberikan pada tabel 3.4 sebagai berikut

Tabel 3.4 Nilai Solusi Persamaan (3.5) dengan Koefisien Konstan

t	Solusi $L(t)$ (cm)
0	6.662825147667125
0.2	10.063284926479032
0.4	12.545101177813887
0.6	14.356447967965257
0.8	15.678454459149684
1	16.643317274065264
1.2	17.347519755531710
1.4	17.861480006914064
1.6	18.236592487987593
1.8	18.510367304383774
2	18.710181103909331

Gambar 3.1 didapatkan pertumbuhan ikan pada saat waktu perekrutan yaitu ketika $t = 0$ ikan mempunyai panjang sebesar 6.662825147667125cm, ketika $t = 0.2$ didapatkan panjang sebesar 10.063284926479032 cm, ketika t =0.4 didapatkan panjang sebesar 12.545101177813887 cm, ketika $t = 0.6$ ikan mempunyai panjang sebesar 14.356447967965257 cm, ketika $t = 0.8$ didapatkan panjang sebesar 15.678454459149684 cm, ketika $t = 1$ didapatkan panjang sebesar 16.643317274065264 cm, ketika $t = 1.2$ didapatkan panjang sebesar 17.347519755531710cm, ketika $t = 1.4$ didapatkan panjang sebesar 17.861480006914064 cm, ketika $t = 1.6$ ikan mempunyai panjang sebesar 18.236592487987593 cm, ketika $t = 1.8$ didapatkan panjang sebesar 18.510367304383774 cm, ketika $t = 2$ didapatkan panjang sebesar 18.710181103909331 cm.

Kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan menunjukkan bahwa kurva dalam keadaan monoton naik sampai menuju panjang maksimumnya. Bahkan jika sudah mencapai panjang maksimumnya ikan akan berhenti untuk melakukan pertumbuhan, karena energi yang dihasilkan dari proses metabolisme digunakan untuk melakukan reproduksi dan memperbaiki sel-sel yang rusak.

Gambar 3.1 kurva pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan koefisien konstan juga dapat dilihat bahwa pertumbuhan ikan selalu meningkat. Hal tersebut disebabkan oleh lingkungan yang konstan, artinya di dalam habitat ikan terjadi suhu perairan yang selalu baikuntuk pertumbuhan, dan ketersediaan pakan alami yang selalu mencukupi baik kualitas maupun kuantitasnya. Sehingga ikan akan tumbuh lebih cepat dan berkembang biak.

1.1.2 Solusi Analitik Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi

Sementara asumsi koefisien k konstan, hanya dapat menggambarkan dinamika pertumbuhan ikan dalam lingkungan yang konstan. Jika koefisien pertumbuhan k diganti dengan fungsi yang bervariasi menurut waktu yaitu $k(t)$, maka akan memberikan realisme biologi tambahan dari model pertumbuhan *Von Bertalanffy* ke dalam suatu populasi yang memungkinkan tingkat pertumbuhan ikan dengan variasi suhu musiman. Maka persamaan (3.4) menjadi

$$\frac{L(t)}{L_{max}} = \left(1 - e^{-k(t-t_0)}\right) \tag{3.6}$$

$$\frac{L(t)}{L_{max}} - 1 = -e^{-k(t-t_0)}$$

$$\frac{L_{max} - L(t)}{L_{max}} = e^{-k(t-t_0)}$$

$$\ln\left(\frac{L_{max} - L(t)}{L_{max}}\right) = -k(t - t_0)$$

$$k = -\left(\frac{1}{t - t_0}\right)\ln\left(\frac{L_{max} - L(t)}{L_{max}}\right)$$

$$k = -\left(\frac{1}{t_0 - t}\right) \ln\left(\frac{L_{max} - L(t)}{L_{max}}\right) \tag{3.7}$$

Diberikan model eksponensial oleh Taylor (1960) sebagai berikut

$$k(t) = C_1 e^{C_2 T(t)} \tag{3.8}$$

Titik awal untuk pengembangan model untuk variasi suhu musiman seperti yang dijelaskan oleh fungsi sinus, yang akan menggabungkan satu atau lebih komponen sinusoidal tergantung pada presisi yang diperlukan

$$\begin{aligned} T(t) = T_m + A_1\ \cos\big(2\pi(t - f_1)\big)\ &\text{(gelombang pertahun)} \\ +A_2\ \cos\big(4\pi(t - f_2)\big)\ &\text{(gelombang per } 1/2 \text{ tahun)} \\ +A_3\ \cos\big(8\pi(t - f_3)\big)\ &\text{(gelombang per } 1/3 \text{ tahun)} \\ +A_4\ \cos\big(16\pi(t - f_4)\big)\ &\text{(gelombang per } 1/4 \text{ tahun)} \end{aligned}$$

dimana $T(t)$ adalah suhu rata-rata perkiraan pada waktu t, T_m adalah suhu rata-rata tahunan, A_1 adalah amplitudo suhu tahunan, A_2 adalah amplitudo suhu $1/2$ tahun, A_3 adalah amplitudo suhu $1/3$ tahun, A_4 adalah amplitudo suhu $1/4$ tahun, f_1 adalah faktor waktu untuk koreksi fase gelombang tahunan, f_2 adalah faktor waktu untuk koreksi fase gelombang $1/2$ tahun, f_3 adalah faktor waktu untuk koreksi fase gelombang $1/3$ tahun, f_4 adalah faktor waktu untuk koreksi fase gelombang $1/4$ tahun, dan t adalah waktu. Mengingat pertumbuhan sebagai proses sejarah, yaitu panjang atau berat hewan pada saat t adalah hasil dari semua kondisi sejak pembuahan, dalam hal ini berguna untuk mengubah suhu rata-rata per bulan $\big(T(t)\big)$dalam suhu rata-rata pertumbuhan (T):

$$T(t) = \frac{1}{(t - t_0)} \int_{t_0}^{t} T_m + A_1 \cos\big(2\pi\ (t - f_1)\big)$$

$$+A_2 \cos\big(4\pi\ (t - f_2)\big) + A_3 \cos\big(8\pi\ (t - f_3)\big) + A_4 \cos\big(16\pi\ (t - f_4)\big)$$

Penyelesaiannya adalah sebagai berikut

$$T(t) = \frac{1}{(t - t_0)} (T_1(t) - T_2)$$

$$T_1(t) = T_m\, t + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right) \sin\big(2\pi(t - f_1)\big) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right) \sin\big(4\pi(t - f_2)\big)$$

$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right) \sin\big(8\pi(t - f_3)\big) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right) \sin\big(16\pi(t - f_4)\big) \qquad (3.9)$$

$$T_2 = T_m\, t_0 + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right) \sin\big(2\pi(t_0 - f_1)\big) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right) \sin\big(4\pi(t_0 - f_2)\big)$$

$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right) \sin\big(8\pi(t_0 - f_3)\big) + \left(\frac{A_4}{16\eth}\right) \sin\big(16\pi(t_0 - f_4)\big)$$

Dimana C_1 dan C_2 adalah parameter empiris. Dengan menggabungkan persamaan (3.7) dan (3.8) dengan persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy*, pertumbuhan dengan variasi suhu musiman dapat digambarkan sebagai berikut

$$\frac{dL(t)}{dt} = k(t)\big(L_{max} - L(t)\big)$$

$$k(t) = C_1\, e^{C_2 \frac{1}{(t - t_0)}(T_1 - T_2)}$$

$$T_1(t) = T_m\, t + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right) \sin\big(2\pi(t - f_1)\big) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right) \sin\big(4\pi(t - f_2)\big)$$

$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right) \sin\big(8\pi(t - f_3)\big) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right) \sin\big(16\pi(t - f_4)\big) \qquad (3.10)$$

$$T_2 = T_m\, t_0 + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right) \sin\big(2\pi(t_0 - f_1)\big) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right) \sin\big(4\pi(t_0 - f_2)\big)$$

$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right) \sin\big(8\pi(t_0 - f_3)\big) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right) \sin\big(16\pi(t_0 - f_4)\big)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (3.10) diberikan nilai parameter pada Tabel 3.5 sebagai berikut

Tabel 3.5 Nilai Parameter dan Nilai Awal Persamaan (3.7) (Sumber: Fontoura dan Agostinho)

Variabel	Deskripsi	Nilai Parameter
T_m	Suhu rata-rata tahunan	11.7083℃
A_1	Amplitudo suhu tahunan	3.3786℃
A_2	Amplitudo suhu per $1/2$ tahun	0.4936℃
A_3	Amplitudo suhu per $1/3$ tahun	0.4003℃
A_4	Amplitudo suhu per $1/4$ tahun	0.3546℃
f_1	Faktor waktu untuk koreksi fase gelombang tahunan	0.0980 tahun
f_2	Faktor waktu untuk koreksi fase gelombang per $1/2$ tahun	0.1350 tahun
f_3	Faktor waktu untuk koreksi fase gelombang per $1/3$ tahun	0.3398 tahun
f_4	Faktor waktu untuk koreksi fase gelombang per $1/4$ tahun	0.5076 tahun
C_1	Konstanta empiris	0.0913
C_2	Konstanta empiris	0.1937
L_{max}	Panjang asimtotik	8.1000 cm
t_0	Waktu faktor koreksi terkait dengan ukuran saat perekrutan	-0.2200 tahun

Berdasarkan parameter tersebut, maka persamaan (3.10) dapat ditulis menjadi

$$\frac{dL(t)}{dt} = k(t)\big(L_{max} - L(t)\big)$$

$$\frac{dL(t)}{dt} = 0.0913\, e^{0.1937 \frac{1}{(t+0.22)}(T_1(t) - T_2)}\big(8.1 - L(t)\big)$$

dimana

$$T_1(t) = 11.7083\, t + \left(\frac{3.3786}{2\pi}\right)\sin\big(2\pi(t - 0.0980\,)\big)$$
$$+ \left(\frac{0.4936}{4\pi}\right)\sin\big(4\pi(t - 0.1350)\big)$$
$$+ \left(\frac{0.4003}{8\pi}\right)\sin\big(8\pi(t - 0.3398)\big) + \left(\frac{0.3546}{16\pi}\right)\sin\big(16\pi(t - 0.5076)\big)$$

$$T_2 = 11.7083\ \ (-0.2200) + \left(\frac{3.3786}{2\pi}\right)\sin\big(2\pi(-0.2200 - 0.0980)\big)$$
$$+ \left(\frac{0.4936}{4\pi}\right)\sin\big(4\pi(-0.2200 - 0.1350)\big)$$
$$+ \left(\frac{0.4003}{8\pi}\right)\sin\big(8\pi(-0.2200 - 0.3398)\big)$$

$$+\left(\frac{0.3546}{16\pi}\right)\sin\left(16\pi(-0.2200-0.5076)\right)$$

$$\frac{dL(t)}{dt} = k(t)\left(L_{max} - L(t)\right) \tag{3.11}$$

Di sini, $L_{max} = \frac{J}{k}$, yaitu panjang asimtotik, menggantikan J sebagai parameter kedua.

Perbedaan penting antara persamaan ini adalah dua parameter pada persamaan (3.2), k dan L_{max} tidak independen, misalnya dengan asumsi L_{max} ditetapkan untuk semua individu dan yang lainnya ($k(t)$) bervariasi di antara individu yang dibuat spesifik. Solusi analitik dari persamaan (3.10) adalah sebagai berikut

$$\frac{dL(t)}{dt} = k(t)L_{max} - k(t)L(t)$$

$$\frac{dL(t)}{dt} + k(t)L(t) = k(t)L_{max}$$

$$I = e^{\int k(t)dt}$$

$$e^{\int k(t)dt}\left(\frac{dL(t)}{dt} + k(t)L(t)\right) = e^{\int k(t)dt}k(t)L_{max}$$

$$e^{\int k(t)dt}\frac{dL(t)}{dt} + e^{\int k(t)dt}k(t)L(t) = e^{\int k(t)dt}k(t)L_{max}$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{\int k(t)dt}L(t)\right) = e^{\int k(t)dt}k(t)L_{max}$$

$$e^{\int k(t)dt}L(t) = \int e^{\int k(t)dt}k(t)L_{max}\,dt$$

$$L(t) = \left(L_{max}e^{\int k(t)dt} + C\right)e^{\int k(t)dt} \tag{3.12}$$

Kondisi awal $L = 0$ pada saat $t = t_0$ maka

$$L(t_0) = 0 = \left(L_{max}e^{\int k(t_0)dt} + C\right)e^{\int k(t_0)dt}$$

$$0 = L_{max}e^{\int k(t_0)dt}e^{\int k(t_0)dt} + Ce^{\int k(t_0)dt}$$

$$-L_{max}e^{\int k(t_0)dt}e^{\int k(t_0)dt} = Ce^{\int k(t_0)dt}$$

$$C = \frac{-L_{max}e^{\int k(t_0)dt}e^{\int k(t_0)dt}}{e^{\int k(t_0)dt}}$$

$$C = -L_{max}e^{\int k(t_0)dt} \tag{3.13}$$

Kemudian mensubstitusikan persamaan (3.13) ke persamaan (3.12) maka

$$L(t) = \left(L_{max}e^{\int k(t)dt} + \left(-L_{max}e^{\int k(t_0)dt}\right)\right)e^{\int k(t)dt}$$

$$L(t) = \left(L_{max}e^{\int k(t)dt} - L_{max}e^{\int k(t_0)dt}\right)e^{\int k(t)dt} \tag{3.14}$$

3.2 Interpretasi Kurva Pertumbuhan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi

Koefisien pertumbuhan ikan yang bervariasi dapat berupa fungsi yang bergantung terhadap waktu, yaitu

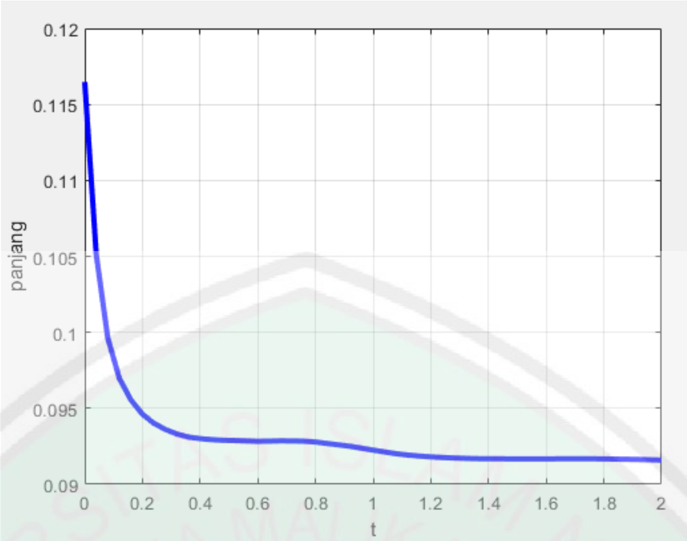
$$k(t) = C_1\ e^{C_2 \frac{1}{(t-t_0)}(T_1(t)-T_2)}$$

dimana

$$T_1(t) = T_m\ t + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right)\sin\left(2ð(t - f_1)\right) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right)\sin\left(4\pi(t - f_2)\right)$$
$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right)\sin\left(8\pi(t - f_3)\right) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right)\sin\left(16\pi(t - f_4)\right)$$

$$T_2 = T_m\ t_0 + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right)\sin\left(2\pi(t_0 - f_1)\right) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right)\sin\left(4\pi(t_0 - f_2)\right)$$
$$+ \left(\frac{A_3}{8\pi}\right)\sin\left(8\pi(t_0 - f_3)\right) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right)\sin\left(16\pi(t_0 - f_4)\right)$$

Dengan fungsi $k(t)$ yang ditunjukkan pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Fungsi $k(t)$

Fungsi $k(t)$ tersebut digunakan sebagai pengontrol yang menentukan kenaikan dan penurunan kecepatan pertumbuhan pada model *Von Bertalanffy* dengan koefisien fungsi terhadap waktu. Jika fungsi $k(t)$ disubstitusikan ke persamaan (3.11) sebagai berikut

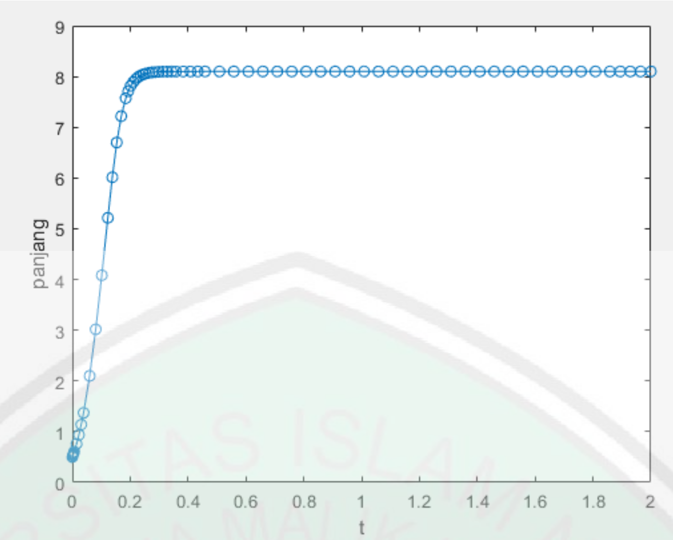
$$\frac{dL(t)}{dt} = k(t)\big(L_{max} - L(t)\big)$$

$$\frac{dL(t)}{dt} = 0.0913\, e^{0.1937\frac{1}{(t+0.22)}(T_1(t)+289.6257)}\big(8.1 - L(t)\big)$$

dimana

$$T_1(t) = 11.7083\, t + \left(\frac{3.3786}{2\pi}\right)\sin\big(2\pi(t - 0.0980\,)\big)$$
$$+\left(\frac{0.4936}{4\pi}\right)\sin\big(4\pi(t - 0.1350)\big)$$
$$+\left(\frac{0.4003}{8\pi}\right)\sin\big(8\pi(t - 0.3398)\big) + \left(\frac{0.3546}{16\pi}\right)\sin\big(16\pi(t - 0.5076)\big)$$

Didapatkan solusi yang digambarkan pada Gambar 3.3



Gambar 3.3 Solusi Persamaan *Von Bertalanffy* dengan Koefisien Variasi

Dari grafik tersebut solusi $L(t)$ cenderung mengalami kenaikan, namun pada selang waktu tertentu sudah tidak mengalami kenaikan, yang berarti ikan berhenti tumbuh bisa karena faktor umur dan nutrisi yang ada di dalam habitatnya.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilaksanakan, maka dapat diberikan kesimpulan sebagai berikut:

1. Persamaan pertumbuhan *Von Bertalanffy* yang dinyatakan sebagai

$$L(t) = L_{max}\left(1 - e^{-k(t-t_0)}\right)$$

   a. Ketika nilai k konstan diperoleh solusi dimana pertumbuhan panjang maksimum ikan (parameter jurnal) sebesar 6.85 cm yang stabil mulai dari hari ke 720 (2 tahun) dan pertumbuhan panjang maksimum ikan (parameter peneliti) sebesar 18.71 cm yang stabil mulai dari hari ke 65.

   b. Ketika nilai $k(t)$ fungsi yang bervariasi menurut waktu, dengan nilai $k(t)$ adalah

$$\frac{dL(t)}{t} = k(t)\left(L_{max} - L(t)\right)$$

$$k(t) = C_1\, e^{C_2 \frac{1}{(t-t_0)}(T_1(t)-T_2)}$$

dimana

$$T_1(t) = T_m\, t + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right)\sin\left(2\pi(t-f_1)\right) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right)\sin\left(4\pi(t-f_2)\right) + \left(\frac{A_3}{8\pi}\right)\sin\left(8\pi(t-f_3)\right) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right)\sin\left(16\pi(t-f_4)\right)$$

$$T_2 = T_m\, t_0 + \left(\frac{A_1}{2\pi}\right)\sin\left(2\pi(t_0-f_1)\right) + \left(\frac{A_2}{4\pi}\right)\sin\left(4\pi(t_0-f_2)\right) + \left(\frac{A_3}{8\pi}\right)\sin\left(8\pi(t_0-f_3)\right) + \left(\frac{A_4}{16\pi}\right)\sin\left(16\pi(t_0-f_4)\right)$$

dikerjakan secara numerik. Didapatkan solusi $L(t)$ cenderung mengalami kenaikan, namun pada selang waktu tertentu sudah tidak mengalami kenaikan, yang berarti ikan berhenti tumbuh bisa karena faktor umur dan nutrisi yang ada di dalam habitatnya.

4.2 Saran

Bagi peneliti selanjutnya, disarankan untuk melanjutkan studi analisis persamaan *Von Bertalanffy* dengan koefisien variasi dengan menggunakan parameter dan fungsi yang bervariasi lainnya, untuk dapat mengembangkan model tersebut.

DAFTAR RUJUKAN

Bertalanffy, V.L. 1938. A Quantitive Theory of Organic Growth (Inquiries On Growth Laws. II). *Human Biology*, Vol. 10:2.

Biusing, E.R. 1987. *Dinamika Populasi Aspek Biologi Ikan Kembung Ikan Lelaki (Rastrelliger Kanagurta Cuvier, 1987) di sekitar Perairan Pantai Timur Selatan Negeri Salah Satu Kesatuan Negara Malaysia*. Karya Ilmiah Jurusan Managemen Sumberdaya Perikanan. Bandung: Fakultas Perikanan IPB.

Chapra, S.C, dan Canale. 2010. *Numerical Method for Engineers*. New York: The McGraw-Hill.

Cloern, J. Dan Nichols, F. 1978. A Von Bertalanffy with a Seasonally Varying Coefficient. J. *Fish. Res. Board Can*, 35:1479-1482.

Conte, S.D. dan Boor, C. 1980. *Elementary Numerical Analysis*. New York: The McGraw-Hill.

Effendi. 1997. *Metode Biologi Perikanan, Bagian Perikanan, Bagian I*. Bogor: Yayasan Dwi Sri Institut Pertanian Bogor.

Faisal, M. 2015. *Hikmah dan Kandungan Surat Yunus (online)*, (http://note-student.blogspot.co.id/2015/05/hikmah-dan-kandungan-qs-yunus-ayat-101.html#.V9s2AE2LTDc), diakses 5 Februari 2018.

Fontoura, N. F dan Agostinho, A. A. 1996. Growth with Seasonally Varying Temperatures: An Expansion of The Von Bertalanffy Growth Model. Journal of Fish Biology. Brazil, 48, 569-584.

Fujaya, Y. 2004. *Fisiologi Ikan; Dasar Pengembangan Teknologi Perikanan*. Bandung: Erlangga.

Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa (Model Matematika Fenomena Perubahan)*. Yogyakarta: Graha ilmu.

Kimball, J. 1997. *Biologi Jilid I*. Jakarta: Erlangga.

Mallawa, A., Amir, dan Susanti. 2013. *Struktur Ukuran dan Pertumbuhan Ikan Cakalang (Katsuwonus Pelamis) di Perairan Laut Flores Sulawesi Selatan.* Makalah Seminar Nasional FIK. Makassar: Universitas Hasanuddin.

Munir, R. 2010. *Metode Numerik*. Bandung; Informatika.

Pamuntjak, R.J., dan Santoso, W. 1990. *Persamaan Diferensial Biasa*. Bandung: FTMIPA-ITB.

Panik, M.J. 2014. *Growth Cure Modeling. Theory and Applications First Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Purcell, J. Dan Varberg, D. 1987. *Calculus With Analytic Geometry*, jilid 1. Terjemahan N. Susila. Bandung: Erlangga.

Ros, S.L. 1984. *Differential Equations Third Edition*. New York: John Wiley & Son.

Sentosa, A. 2010. *Kajian Dinamika Populasi Ikan Wader Pari (Rabosta Lateristriata) di Sungai Ngancah, Kabupaten Kulon Progo*. Seminar Nasional Tahunan VII Hasil Perikanan dan Kelautan. Yogyakarta: Lembaga Penelitian UGM.

Shihab, Q. 2001. *Tafsir Al-Mishbah*. Jakarta:Lentera Hati.

Wahbah, Z. 1991. *Tafsir Munir*, Juz XIII. Beirut: Dar al-Fikr.

Lampiran 1. Solusi $L(t)$ dengan Koefisien Konstan

```
%clc,clear all
%clf

format long


t=0:0.04:2;
t0=-0.0788;
Lmax=7.1210;
Lmax2=19.25;
Lmin=0;
Lmin2=5;
a1=1.5746;
L=Lmax-(Lmax-Lmin)*exp(-a1.*(t-t0));
L2=Lmax2-(Lmax2-Lmin2)*exp(-a1.*(t-t0));

plot(t,L ,'black',t,L2,'b*');
legend('jurnal','penelitian');
xlabel('t');
ylabel('Panjang(cm)');
title('Persamaan Pertumbuhan Von Bertalanffy');
```

Lampiran 2. Fungsi $k(t)$

```
%clc,clear all
%clf

format long

dt=0.04;
t=0:dt:2;
Tm=11.7083;
A1=3.3786;
A2=0.4936;
A3=0.4003;
A4=0.3546;
f1=0.0980;
f2=0.1350;
f3=0.3398;
f4=0.5076;
t0=-0.22;
C1=0.0913;
C2=0.1937;
n=length(t);
L=zeros(1,n);
B=zeros(1,n);


L=@(t)(C1*exp(C2*(1./((t-t0).*((Tm*t+(A1/2*pi)*sin(2*pi*(t-
f1))+(A2/4*pi)*sin(4*pi*(t-f2))+(A3/8*pi)*sin(8*pi*(t-
f3))+(A4/8*pi)*sin(8*pi*(t-f4)))-(Tm*t0+(A1/2*pi)*sin(2*pi*(t0-
```

```
f1))+(A2/4*pi)*sin(4*pi*(t0-f2))+(A3/8*pi)*sin(8*pi*(t0-
f3))+(A4/8*pi)*sin(8*pi*(t-f4))))))));

disp([t' L(t)'])
plot(t,L(t),'b','LineWidth',3)

xlabel('t')
ylabel('panjang(cm)')

hold on
grid on
```

Lampiran 3. Solusi $L(t)$ dengan Koefisien Variasi

```
%clc,clear all
%clf

clc; clear;
tspan = [0 2];
l0 = 0.5;
Tm=11.7083;A1=3.3786;A2=0.4936;A3=0.4003;A4=0.3546;f1=0.098;f2=0.1
35;
f3=0.3398;f4=0.5076;c1=0.0913;c2=0.1937;Lmax=8.1;t0=-0.22;
T2=Tm*t0+(A1/2*pi)*sin(2*pi*(t0-f1))+(A2/4*pi)*sin(4*pi*(t0-
f2))+(A3/8*pi)
*sin(8*pi*(t0-f3))+(A4/16*pi)*sin(16*pi*(t0-f4));
[t,l] = ode45(@(t,l) c1*exp(c2*(1./(t-
t0))*(Tm*t+(A1/2*pi)*sin(2*pi*(t-f1))
+(A2/4*pi)*sin(4*pi*(t-f2))+(A3/8*pi)*sin(8*pi*(t-f3))+(A4/16*pi)
*sin(16*pi*(t-f4))-T2))*Lmax-c1*exp(c2*(1./(t-
t0)).*(Tm*t+(A1/2*pi)
*sin(2*pi*(t-f1))+(A2/4*pi)*sin(4*pi*(t-
f2))+(A3/8*pi)*sin(8*pi*(t-f3))
+(A4/16*pi)*sin(16*pi*(t-f4))-T2))*l, tspan, l0);
plot(t,l,'-o');
xlabel('t')
ylabel('panjang')
```

RIWAYAT HIDUP

Sholihatin Hanifah, lahir di Jombang pada tanggal 31 Oktober 1996. Nama panggilannya adalah Hanif, tinggal di RT. 01 RW. 07 Dsn. Sumberbendo, Ds. Kedungpari, Kec. Mojowarno, Kab. Jombang, Provinsi Jawa Timur. Anak ketiga dari tiga bersaudara dari pasangan Bapak Suhari dan Sri Astuti, S.Pd. Pernah mencari ilmu di RA AL-IKHLAS pada tahun 2001 hingga 2002, SD Negeri KEDUNGPARI 1 pada tahun 2002 hingga 2006, kemudian pindah di SD Negeri JOMBATAN 3 pada tahun 2006 hingga 2008, SMP Negeri 2 JOMBANG pada tahun 2008 hingga 2011, SMA Negeri 1 JOMBANG pada tahun 2011 hingga 2014, dan sebagai mahasiswa di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang mulai tahun 2014. Tahun 2015-2019 ia menjadi santri PP. Sabilurrosyad Malang. Selama menjadi mahasiswa dan santri, dia pernah mengikuti organisasi pengurus PP. Sabilurrosyad.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Sholihatin Hanifah
NIM : 14610004
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Solusi Persamaan Pertumbuhan *Von Bertalanffy* pada Ikan Lele dengan Koefisien Variasi
Pembimbing I : Dr. Usman Pagalay, M.Si
Pembimbing II : Mohammad Khudzaifah, M.Si

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	11 April 2018	Revisi Bab I dan II	1.
2.	02 Mei 2018	Revisi Bab III	2.
3.	30 Juli 2018	ACC untuk diseminarkan	3.
4.	23 Agustus 2018	Revisi Kajian Agama Bab I & II	4.
5.	15 Oktober 2018	ACC untuk diseminarkan	5.
6.	17 Oktober 2018	Revisi BAB III	6.
7.	16 November 2018	Revisi Kajian Agama BAB I & II	7.
8.	28 November 2018	Revisi BAB III	8.
9.	13 Desember 2018	Revisi Kajian Agama BAB III	9.
10.	11 Januari 2019	Revisi BAB III	10.
11.	07 Maret 2019	Revisi Kajian Agama BAB III	11.
12.	21 Mei 2019	ACC Keseluruhan	12.
13.	21 Mei 2019	ACC Agama Keseluruhan	13.

Malang, 21 Mei 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001