ESTIMASI PARAMETER MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* DENGAN METODE *KALMAN FILTER*

SKRIPSI

OLEH
MAULANA FAJERI DAMANHURI
NIM. 14610077

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

ESTIMASI PARAMETER MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* DENGAN METODE *KALMAN FILTER*

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

OLEH
MAULANA FAJERI DAMANHURI
NIM. 14610077

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

ESTIMASI PARAMETER MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* DENGAN METODE *KALMAN FILTER*

SKRIPSI

Oleh
Maulana Fajeri Damanhuri
NIM. 14610077

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 13 Mei 2019

Pembimbing I,

Abdul Aziz, M.Si
NIP. 19760318 200604 1 002

Pembimbing II,

Ach. Nasichuddin, M.A
NIP. 19730705 200003 1 002

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

ESTIMASI PARAMETER MODEL *VECTOR AUTOREGRESSIVE* DENGAN METODE *KALMAN FILTER*

SKRIPSI

Oleh
Maulana Fajeri Damanhuri
NIM. 14610077

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 10 Juni 2019

Penguji Utama	: Dr. Sri Harini, M.Si	....
Ketua Penguji	: Angga Dwi Mulyanto, M.Si	....
Sekretaris Penguji	: Abdul Aziz, M.Si	....
Anggota Penguji	: Ach. Nasichuddin, M.A	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Maulana Fajeri Damanhuri

NIM : 14610077

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* Dengan Metode *Kalman Filter*

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila dikemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 13 Mei 2019
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
F0BCFAFF706032175
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Maulana Fajeri D.
NIM. 14610077

MOTTO

Akademik harus seimbang dengan sosial

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orangtua yaitu Ayahanda SUGIANTO dan Ibunda TRIWAHJOENING TYAS tercinta yang senantiasa ikhlas mendoakan, memberi dukungan tiada henti, mendengarkan segala keluh kesah, serta memberikan masukan atau motivasi beserta materi kepada penulis dalam menuntut ilmu. Saudara Firdiyansyah Sandy Prasetyo dan istri, Junjungan Rio Mizar, Muhammad Rifqi Fauzi selaku kakak dan adik yang juga senantiasa ikhlas mendoakan dan support, tak lupa juga keponakan kecil Shanum yang selalu memberikan hiburan kepada penulis.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdul Aziz, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Ach. Nashihuddin, MA, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, ilmu, dan motivasi kepada penulis.

6. Seluruh dosen Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang yang telah ikhlas dan sabar dalam mendidik, membimbing, dan memberikan ilmu kepada penulis.
7. Ayah dan Ibu yang selalu memberikan doa, semangat, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
8. Teman-teman di Jurusan Matematika angkatan 2014, khususnya kelas C, Tim GG bersama staff
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, 13 Mei 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

DAFTAR SIMBOL

Simbol	Nama	Ukuran	Keterangan
$\overline{X}$		Skalar	Nilai rata-rata data X
$\overline{Y}$		Skalar	Nilai rata-rata data Y
n			Banyaknya data
S_X		Skalar	Nilai simpangan baku X
Cov_{XY}		Skalar	Nilai kovariansi X dan Y
ρ	*rho*	Skalar	Nilai koefisien korelasi
S_x^2		Skalar	Nilai variansi data X
r_{XY}		Skalar	Nilai koefisien korelasi antara variabel X dan Y
Y_{t+k}			Variabel Y pada waktu ke$-(t+k)$
γ_k	*gamma-k*		Nilai kovariansi γ pada lag ke$-k$
ρ_k	*rho-k*		Nilai koefisien autokorelasi pada lag$-k$
t			Waktu pengamatan ke$-t$
ϕ_{ki}	*phi-ki*		Nilai koefisien autokorelasi parsial ke$-i$
B			Operator *backward shift*
a			Nilai *error*
β	*beta*		Parameter konstanta regresi
Y_t		$k \times 1$	Data Y pada waktu ke$-t$
Z_t		$k \times 1$	Selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ
μ	*mu*		Rata-rata dari Y_t
ϕ_0	*phi-nol*	$k \times 1$	Vektor konstanta *autoregressive*
θ_0	*theta-nol*	$k \times 1$	Vektor konstanta *moving average*
Φ	*Phi*	$k \times k$	Matriks koefisien *autoregressive*
θ	*theta*	$k \times k$	Matriks konstanta *moving average*
a_t		$k \times 1$	Vektor *error* pada waktu$-t$
Σ	*Sigma*		Determinan matriks varian kovarian *error*
T			Jumlah pengamatan
SSE_R		Skalar	Nilai jumlah kuadrat *error* dalam persamaan *restricted*
SSE_{UR}		Skalar	Nilai jumlah kuadrat *error* dalam persamaan un*restricted*
$\boldsymbol{A}$		Matriks	Matriks konstan

F		Matriks	Matriks konstan
G		Matriks	Matriks konstan
H		Matriks	Matriks konstan
Q		Matriks	Matriks Kovarian
P		Matriks	Kovarian *error*
W_0		vektor	Vektor Random Normal

ABSTRAK

Damanhuri, Maulana Fajeri. 2019. **Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* Dengan Metode *Kalman Filter*.** Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Abdul Aziz, M. Si. (II) Ach Nashichuddin, MA.

Kata Kunci: *Vector Autoregressive* (VAR), estimasi, *Kalman Filter*

Penelitian ini menganalisis faktor yang berpengaruh dalam jumlah penumpang kereta api. Variabel yang digunakan lebih dari satu variabel, sehingga model yang digunakan adalah model *Vector Autoregressive* (VAR). *Kalman Filter* merupakan metode estimasi yang optimal. Komponen dasar dari metode *Kalman Filter* adalah persamaan pengukuran dan persamaan transisi. Dengan menggunakan data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi.

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan hasil estimasi parameter model VAR(1) 3 variabel menggunakan metode *Kalman Filter* pada data jumlah penumpang Kereta Api Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera mulai tahun 2014 sampai 2016.

Estimasi parameter model VAR(1) menggunakan metode *Kalman Filter* terdiri dari beberapa tahap yaitu identifikasi data , estimasi parameter model VAR menggunakan metode *Kalman Filter*. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa model VAR(1) dengan metode *Kalman Filter* merupakan model yang sesuai ketika diterapkan pada data jumlah penumpang kereta api Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera. Bentuk estimasi parameternya adalah sebagai berikut

$$Z_1 = W_3 0.1 + a_3$$

$$Z_2 = W_3 0.3 + a_3$$

$$Z_3 = W_3 0.5 + a_3$$

ABSTRACT

Damanhuri, Maulana Fajeri. 2019. **Parameter Estimation of *Vector Autoregressive* Model Using *Kalman Filter* Method**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, State Islamic University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisors: (I) Abdul Aziz, M. Si. (II) Ach Nashichuddin, MA

Keywords: Vector Autoregressive (VAR), estimation, Kalman Filter

This study analyzes the factors that influence the number of train passengers. The variables used are more than one variable, so the model used is the Vector Autoregressive (VAR) model. Kalman Filter is the optimal estimation method. The basic components of the Kalman Filter method are measurement equations and transition equations. By using measurement data to improve estimation results.

The purpose of this study is to get the results of the VAR(1) 3 variable parameter estimation model using the Kalman Filter method on train passengers amount data in Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera from 2014 to 2016

The parameter estimation of the VAR(1) model using the Kalman Filter method consists of several stages, namely identification of train passengers data, parameter estimation using the Kalman Filter method. The results of this study indicate that VAR(1) model with the Kalman Filter method is an appropriate model when applied to train passengers amount data in Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera. The form of parameter estimation is as follows

$$Z_1 = W_3 0.1 + a_3$$

$$Z_2 = W_3 0.3 + a_3$$

$$Z_3 = W_3 0.5 + a_3$$

.

.

ملخص

دمنهرى ,مولانا فجور. 2019. **معيار المعلمة نموذج *Vector Autoregressive* باستخدام طريقة *Kalman Filter***. البحث الجامعي .شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنول وجيا، الجامعة الإسلامية احككومية موانا مالك إبرايم مااناج .المشرف: (1) عبد العزيز، الماجستير. (2) آري كوسوماستوتي، الماجستير

الكلمة الرئيسية: تقدير ، تقدير *Estimation*، *Kalman Filter* .*Vector Autoregressive*

المتوسط المتحرك للإنحدار التلقائي الموسمي Vector Autoreggressive هو نموذج تنبؤ للبيانات يحتوي على عناصر موسمية. Kalman Filterهي طريقة التقدير المثلى. المكونات الأساسية لطريقة Kalman Filter هي معادلات القياس ومعادلات الانتقال. باستخدام بيانات القياس لتحسين نتائج التقدير.

الغرض من هذه الدراسة هو معرفة عملية ونتائج VAR (1)نموذج تقدير المعلمة باستخدام طريقة Kalman Filter على بيانات كمية هطول الأمطار في مدينة سمارنج من 2014 إلى 2016.

يتكون تقدير المعلمة لنموذج VAR (1) باستخدام طريقة Kalman Filter من عدة مراحل ، وهي تحديد بيانات قطار الركاب ، واختبار محطة البيانات ، وتقدير المعلمة باستخدام طريقKalman Filter. تشير نتائج هذه الدراسة إلى أن VAR (1) مع طريقة Kalman Filter هو نموذج مناسب عند تطبيقه على بيانات كمية الأمطار في مدينة Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera. شكل تقدير المعلمة على النحو التالي

$$Z_1 = W_3 0.1 + a_3$$

$$Z_2 = W_3 0.3 + a_3$$

$$Z_3 = W_3 0.5 + a_3$$

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Statistika adalah suatu ilmu yang mempelajari mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penyajian data, penarikan kesimpulan serta pembuatan keputusan yang cukup beralasan berdasarkan data dan analisis yang dilakukan. Sebagaimana dalam firman Allah SWT dalam surat Maryam/19:94 yang berbunyi:

لَّقَدۡ أَحۡصَىٰهُمۡ وَعَدَّهُمۡ عَدًّا ٩٤

"*Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti*" *(Q.S Maryam/19:94).*

(Sesungguhnya Allah telah menentukan jumlah mereka dan menghitung mereka dengan hitungan yang teliti) maka tidak samar bagi-Nya mengenai jumlah mereka secara keseluruhan atau pun secara rinci dan tiada seorang pun yang terlewat dari perhitungan-Nya (as-suyuti, 2000).

Dari ayat Al-Quran tersebut dapat disimpulkan bahwa Matematika sangat penting dan besar manfaatnya bagi ilmu pengetahuan lainnya terutama dalam hal perhitungan. Perhitungan disini bersifat pasti, teliti, dan jelas diketahui, seperti halnya perhitungan massa, volume, perkiraan atau pendugaan, dan lain-lain. Namun, dalam penelitian ini digunakan perhitungan yang berhubungan dengan pendugaan yang dikaitkan dengan peramalan atau *forecasting*.

Salah satu penerapan statistika yang biasa digunakan adalah pemodelan deret berkala (*time series*). Data *time series* merupakan sekumpulan data hasil pengamatan atau pencatatan historis dan berkala yang menggambarkan secara kronologis suatu karakteristik populasi. *Time series* adalah suatu rangkaian atau seri dari nilai-nilai suatu variabel yang dicatat dalam jangka waktu yang berurutan (Atmaja, 1997).

Dalam ekonometrika terdapat dua model data *time series* yaitu model data time series univariat diantaranya *Autoregressive* (AR), *Moving Average* (MA), *Autoregressive Moving Average* (ARMA), *Atoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *Seasonal ARIMA* (SARIMA), dan lain-lain. Sedangkan data-data *time series* yang kedua yaitu model *time series* multivariate. Salah satu model time series multivariate yang paling sederhana adalah *Vector Autoregressive* (VAR). VAR merupakan model yang digunakan untuk meramalkan data dua variabel atau lebih yang memiliki hubungan timbal balik yang saling terkait (Hayati dan Brodjol, 2016).

Kalman Filter adalah suatu metode bagian dari state space (ruang keadaan) yang dapat diterapkan dalam model prakiraan statistik. Sesuai dengan (Wei, 2006), metode ini menggnakan teknik rekursif dalam mengintegrasikan data pengamatan terbaru ke model untuk mengoreksi prediksi sebelumnya dan melakukan prediksi selanjutnya secara optimal berdasarkan informasi data di masa lalu maupun berdasarkan informasi data saat ini

Desvina dan Maryam (2016) telah melakukan penelitian peramalan kualitas udara yang dilakukan di Provinsi Riau melalui *particulate matter* (PM10) yang menghasilkan model yang sesuai yaitu model VAR(1), dimana model VAR(1) ini merupakan model yang konstan dari keseluruhan data yang digunakan sebagai peramalan.

Sedangkan Kurniawan (2017) menggunakan model ARIMA (1,1,1) untuk suhu udara dan ARIMA (0,1,1) untuk kecepatan angin, dengan motede *Kalman Filter* mempunyai pengaruh yang baik terhadap perbaikan MAPE pada data udara suhu dengan ARIMA sedangkan menggunakan *Kalman Filter* mempunyai nilai yang lebih kecil, hal yang sama berlaku pada data kecepatan angin.

Penelitian yang dilakukan oleh Febritasari, P., dkk (2016) memberikan kesimpulan bahwa Model VAR terbaik untuk kedua data adalah VAR, dimana inflasi *month to month* di kota malang dan inflasi month to month di Kota Probolinggo.

Berdasarkan uraian di atas, maka penulis ingin mengembangkan penelitian-penelitian tersebut yakni dengan mengangkat tema yang berjudul "Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* menggunakan Metode *Kalman Filter*".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini yaitu bagaimana bentuk estimasi parameter model VAR menggunakan metode *Kalman Filter*?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah disebutkan, maka tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut mendapatkan bentuk estimasi model VAR dengan menggunakan metode *Kalman Filter*.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan memberikan tambahan wawasan dan pengetahuan mengenai estimasi parameter model VAR dengan menggunakan metode *Kalman Filter*

1.5 Batasan Masalah

Agar mendapatkan hasil yang signifikan maka dilakukan pembatasan masalah yaitu estimasi parameter model VAR menggunakan metode *Kalman Filter* dan model VAR yang digunakan adalah model VAR(1) dengan tiga variabel.

1.6 Sistematika Penulisan

Untuk memudahkan pemahaman akan penelitian ini secara menyeluruh, maka digunakan sistematika penulisan yang terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab I Pendahuluan

Pada bab ini akan diuraikan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Pada bab ini akan diuraikan tentang kajian teori yang mendasari pembahasan serta teori yang berhubungan dengan penelitian seperti *time series*, definisi estimasi, definisi data *time series*, definisi model VAR dan definisi estimasi parameter model dengan metode *Kalman Filter*.

Bab III Metode Penelitian

Pada bab ini tersusun atas langkah-langkah penyelesaian penelitian yang berkaitan dengan estimasi parameter dan pengaplikasian model VAR.

Bab IV Pembahasan

Pada bab ini penulis menjelaskan cara mengestimasi parameter model VAR dengan menggunakan metode *Kalman Filter*, implementasi metode *Kalman Filter* dan kajian agama Islam mengenai model VAR dan metode *Kalman Filter*.

Bab IV Penutup

Pada bab ini diuraikan tentang hasil pokok dan kesimpulan dari analisis terhadap data yang diolah dan berisi saran untuk pembaca dan peneliti selanjutnya.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

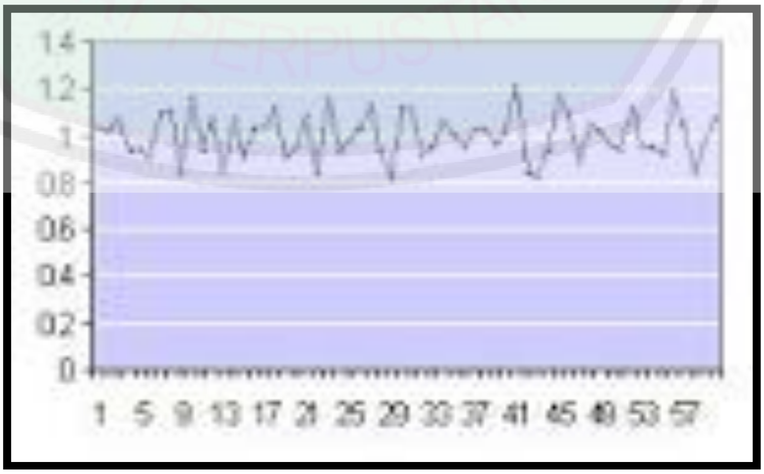
2.1 Analisis *Time Series*

Model *time series* adalah pendugaan masa depan yang menggunakan nilai masa lalu dari suatu variabel atau kesalahan masa lalu. Tujuan model *time series* seperti itu adalah menemukan pola dalam deret data historis dan mengekstapolasikan pola tersebut ke masa depan (Makridakis, dkk, 1999).

Menurut Hanke & Wichern (2005), salah satu langkah penting dalam memilih metode peramalan adalah mempertimbangkan pola data sehingga metode peramalan yang sesuai dengan data tersebut dapat bermanfaat. Berikut ini adalah pola-pola deret berkala yang telah dikenal:

1. Pola Data *Horizontal*

   Pola *horizontal* terjadi ketika nilai-nilai data berfluktuasi di sekitar nilai rata-rata yang konstan. Penjualan yang tidak naik ataupun turun secara signifikan dalam suatu rentang waktu tertentu. Pola data ini dapat digambarkan sebagai berikut:

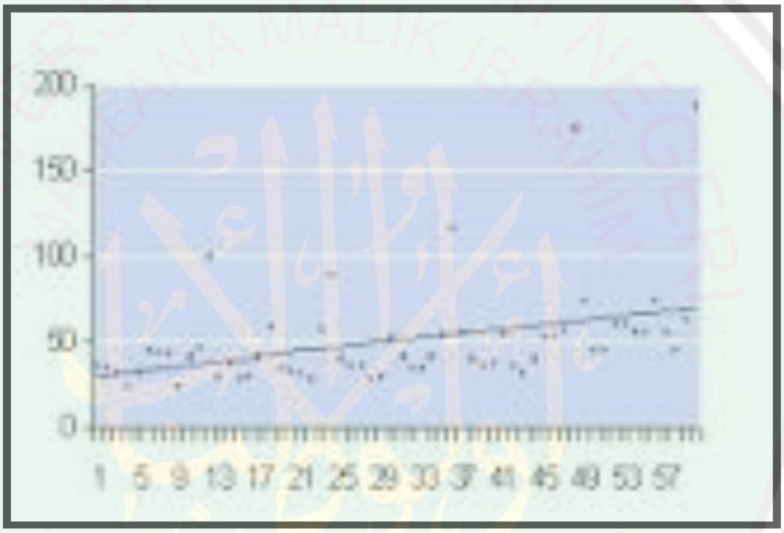


Gambar 2.1 Pola Data *Horizontal* (Hanke, 2005)

Jika plot tersebut dibagi menjadi beberapa bagian, maka pola nya akan terlihat seperti berulang atau hampir sama. Dengan kata lain, pola untuk setiap periodenya bisa sama.

2. Pola Data *Trend*

Pola data *trend* didefinisikan sebagai kenaikan atau penurunan pada deret waktu dalam selang periode waktu tertentu. Pola data ini dapat digambarkan sebagai berikut:

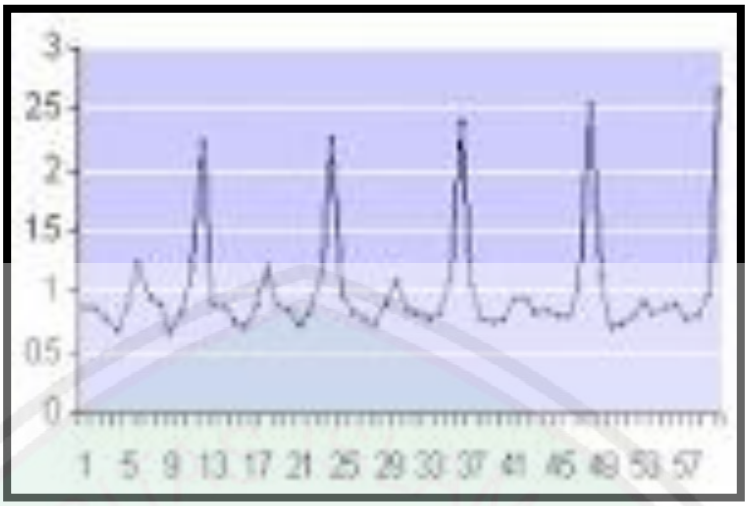


Gambar 2.2 Pola Data Trend (Hanke, 2005)

Jika plot tersebut dibagi menjadi beberapa bagian, maka setiap periode akan berubah dan berupa fungsi linier yang menaik/menurun. Pola ini memiliki rata-rata yang berubah.

3. Pola Data Musiman

Pola data musiman terjadi ketika dipengaruhi faktor musiman yang signifikan sehingga data naik dan turun dengan pola yang berulang dari satu periode ke periode berikutnya. Data penjualan buah-buahan dan konsumsi listrik menunjukkan pola data tipe ini. Pola data musiman dapat digambakan sebagai berikut:

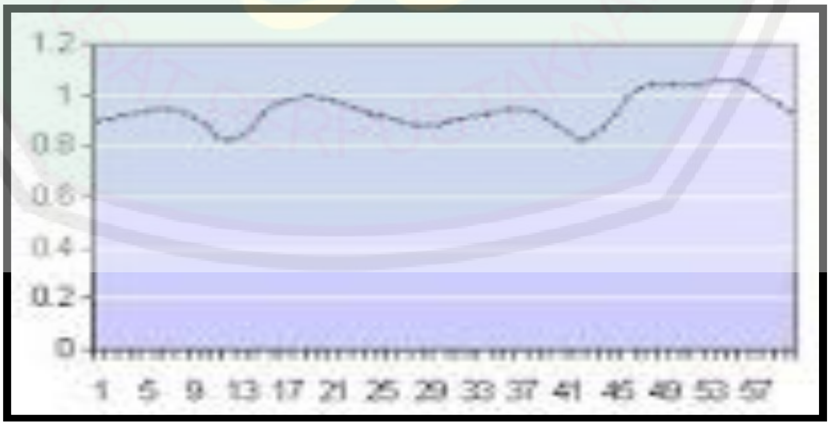


Gambar 2.3 Pola Data Musiman (Hanke, 2005)

Plot tersebut berbentuk gelombang namun masih bisa dibuat pola. Pola ini identik hampir sama dengan pola data horizontal, hanya saja untuk setiap periode pada pola ini terdapat nilai maximum dan minimumnya.

4. Pola Data Siklis

Pola data siklis didefinisikan sebagai fluktuasi data bebentuk gelombang sepanjang periode yang tidak menentu. Pola data siklis dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.4 Pola Data Siklis (Hanke, 2005)

Pola ini sama dengan pola data horizontal dan musiman, karena sama-sama berbentuk gelombang. Namun, plot data siklis ini tidak bisa dibuat berpola.

2.2 *Forecasting* dan Estimasi Parameter

2.2.1 *Forecasting*

Forecasting merupakan perkiraan nilai-nilai sebuah variabel berdasarkan kepada nilai yang diketahui dari variabel tersebut atau variabel yang berhubungan. *Forecasting* didasarkan pada data historis dan pengalaman (Makridakis, dkk, 1999).

Forecasting dapat dibedakan atas beberapa segi tergantung dari cara pendekatannya. Menurut Santoso (2009) jenis-jenis *forecasting*, antara lain:

1. *Forecasting* jangka pendek, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya mulai dari satu hari sampai satu musim.
2. *Forecasting* jangka menengah, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya mulai dari satu musim sampai dua tahun.
3. *Forecasting* jangka panjang, yaitu *forecasting* yang jangka waktunya lebih dari dua tahun.

Menurut Makridakis, dkk (1999) pada *forecasting* juga terdapat beberapa metode yang dapat dikelompokkan menjadi metode kuantitatif dan kualitatif yaitu:

1. *Forecasting* Kuantitatif

Forecasting yang didasarkan atas data kuantitatif masa lalu yang diperoleh dari pengamatan nilai-nilai sebelumnya. Hasil *forecasting* yang dibuat tergantung pada metode yang digunakan, menggunakan metode yang berbeda akan diperoleh hasil *forecasting* yang berbeda.

2. *Forecasting* Kualitatif

Forecasting yang didasarkan atas data kualitatif pada masa lalu. Hasil dari *forecasting* kualitatif didasarkan pada pengamatan kejadian-kejadian di masa sebelumnya digabung dengan pemikiran dari penyusunnya.

2.2.2 Estimasi Parameter

Estimasi merupakan proses yang menggunakan data sampel yang diketahui untuk mengestimasi atau menaksir parameter populasi yang tidak diketahui. Jadi dengan estimasi ini keadaan parameter dapat diketahui (Supangat, 2007).

Harinaldi (2005) menggolongkan estimasi menjadi dua, yaitu:

1. Estimasi Titik

   Sebuah nilai tunggal yang digunakan untuk mengestimasi sebuah parameter disebut titik estimator, sedangkan proses untuk mengestimasi titik tersebut disebut estimasi titik.

2. Estimasi Inteval

   Sebuah estimasi inteval dari sebuah parameter θ adalah suatu sebaran nilai-nilai yang digunakan untuk mengestimasi θ. Proses mengestimasi dengan suatu sebaran nilai-nilai ini disebut estimasi interval.

Simbolan (2009) estimator merupakan suatu nilai atau besaran sebagai hasil penerapan estimasi terhadap data yang diperoleh dari sampel acak yang bisa diyakini mewakili atau mencirikan parameter (populasi).

Parameter merupakan karakteristik dari suatu populasi dari fungsi distribusi peluang. Nilai parameter secara eksak dapat diketahui pada penelitian yang mengamati kesuluruhan anggota populasi, kegiatan ini dinamakan sensus. Namun pada kenyataannya sensus jarang dilakukan karena banyak faktor yang dapat mempersulit di antaranya adalah biaya yang mahal, memerlukan waktu yang lama, dan tenaga yang banyak (Supranto, 1986).

2.3 Stasioneritas Data

2.3.1 Pengertian Stasioner

Proses stokastik $\{X_t : t \in T\}$ adalah suatu kumpulan variabel acak berindeks (X_t) dengan suatu himpunan T, yang anggota-anggotanya biasanya berkoresponden terhadap nilai waktu (Paris, 2011). Pada umumnya *time series* dapat dapat diklarifikasi menjadi dua, yaitu stasioner dan non-stasioner.

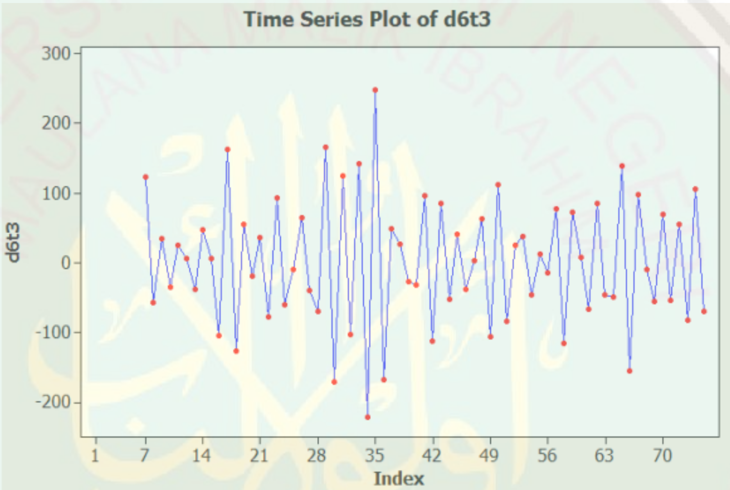
Stasioneritas data berarti tidak terdapat perubahan yang drastis pada data. Fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tersebut (Makridakis, 1999). Bentuk visual dari plot data *time series* sering kali cukup meyakinkan para penaksir bahwa data tersebut stasioner atau nonstasioner. Menurut Wei (2006), stasioneritas dibagi menjadi dua, yaitu:

1. Stasioneritas dalam *mean* (rata-rata)

   Stasioner dalam *mean* adalah fluktuasi data berada di sekitar suatu nilai rata-rata yang konstan, tidak tergantung pada waktu dan variansi dari fluktuasi tesebut. Dari bentuk data plot seringkali dapat diketahui bahwa data tersebut stasioner atau tidak stasioner. Apabila dilihat dari plot ACF, maka nilai-nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun menuju nol sesudah *time lag* (selisih waktu) kedua atau ketiga.

2. Stasioneritas dalam variansi

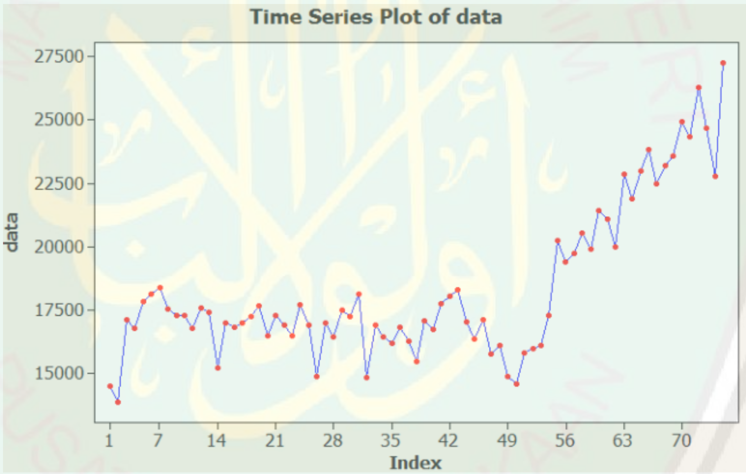
Suatu data *time series* dikatakan stasioner dalam variansi apabila struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah. Secara visual untuk melihat hal tersebut dapat dibantu dengan menggunakan plot *time series*, yaitu dengan melihat fluktuasi data dari waktu ke waktu. Untuk menstasionerkan data nonstasioner dalam rata-rata dapat dilakukan proses *differencing* (pembedaan). Adapun plot data yang stasioner pada rata-ratadan variansi adalah sebagai berikut:



Gambar 2.5 Plot Data Stasioner Pada Rata-Rata dan Variansi (Wei, 2006)

Plot data pada gambar (2.5) dikatakan stasioner terhadap rata-rata. Jika mengambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-7 sampai data ke-35 akan diperoleh nilai rata-rata yaitu 0. Sedangkan jika mengambil sejumlah data misalkan dari data ke-36 sampai dengan data ke-70 akan diperoleh nilai rata-rata yaitu 0. Karena dari sebarang pengambilan sampel data diperolehnilai rata-rata yang konstan maka sesuai dengan definisi stasioneritas dalam ratarata maka plot data pada gambar (2.5) dikatakan stasioner dalam rata-rata.

Plot data pada gambar (2.5) juga dikatakan stasioner terhadap variansi. Jika mengambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-7 sampai data ke-35 nilai fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar $180-(-210)=390$. Sedangkan jika diambil sejumlah data dari plottersebut, misalnya dari data ke-36 sampai data ke-70, nilai fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar $250-(-140)=390$. Karena darisebarang pengambilan sampel data diperoleh nilai variansi yang konstan, sesuaidengan definisi stasioneritas dalam variansi maka plot data pada gambar (2.5).



Gambar 2.6 Plot Data Tidak Stasioner Pada Rata-rata dan Variansi (Wei, 2006)

Plot data pada gambar (2.6) dikatakan tidak stasioner terhadap rata-rata karena jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-1 sampai data ke-49 akan diperoleh nilai rata-rata kurang lebih 16500. Sedangkan jika diambil sejumlah data misalkan dari data ke-50 sampai dengan data ke-70 akan diperoleh nilai rata-rata kurang lebih 22000. Karena dari sebarang pengambilan sampel data dipeoleh nilai rata-rata yang tidak konstan maka sesuai dengan definisi stasioneritas dalam rata-rata maka plot data pada gambar (2.6) dikatakan tidak stasioner dalam rata-rata.

Plot data pada gambar (2.6) juga dikatakan tidak stasioner terhadap variansi. Jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-1 sampai data ke-49 nilai fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar 19000-13000 = 6000. Sedangkan jika diambil sejumlah data dari plot tersebut, misalnya dari data ke-50 sampai data ke-70 nilai fluktuasi atau selisih antara nilai terbesar dan terkecil yaitu sekitar 26000-16000 = 10000. Karena dari sebarang pengambilan sampel data diperoleh nilai variansi yang tidak konstan, sesuai dengan definisi stasioneritas dalam vaiansi maka plot data pada gambar (2.6) dikatakan tidak stasioner dalam vaiansi.

2.3.2 *Differencing*

Data *time series* dikatakan stasioner jika ata-rata dan variansinya konstan, tidak ada unsur *trend* dalam data, dan tidak ada unsur musiman. Apabila data tidak stasioner, maka perlu dilakukan modifikasi untuk menghasilkan data yang stasioner. Salah satu cara yang umum dipakai adalah metode pembedaan (*differencing*) (Wei, 2006).

Menurut Makridakis, dkk (1999) notasi yang sangat bermanfaat dalam metode pembedaan (*differencing*) adalah operator langkah mundur (*backward shift*), sebagai berikut:

$$BY_t = Y_{t-1} \tag{2. 1}$$

dengan:

Y_t : variabel Y pada waktu ke-t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke-$(t-1)$

B : *backward shift operator* (operator langkah mundur)

Notasi B yang dipasang pada Y_t mempunyai pengaruh menggeser data satu periode ke belakang. Misalkan apabila suatu *time series* tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan pembedaan (*differencing*) pertama.

Rumus untuk *differencing* orde pertama yaitu (Makridakis, 1999):

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1} \tag{2.2}$$

dengan:

Y_t' : variabel Y pada waktu ke-t setelah *differencing*

Y_t : variabel Y pada waktu ke-t

Y_{t-1} : variabel Y pada waktu ke-$(t-1)$

Menggunakan operator langkah mundur, persamaan (2.2) dapat ditulis kembali menjadi:

$$Y_t' = Y_t - BY_t \tag{2.3}$$

atau

$$Y_t' = (1 - B)Y_t \tag{2.4}$$

sehingga pembedaan (*differencing*) pertama dinotasikan oleh $(1 - B)$.

Selanjutnya untuk *differencing* orde kedua yang merupakan *differencing* pertama dari *differencing* pertama yang sebelumnya. Jika *differencing* orde kedua dihitung, maka:

$$
\begin{aligned}
Y_t'' = {} & Y_t' - Y_{t-1}' \\
= {} & (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \\
= {} & Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2} \\
= {} & (1 - 2B + B^2)Y_t \\
= {} & (1 - B)^2 Y_t
\end{aligned}
$$

differencing orde kedua pada persamaan di atas dinotasikan oleh $(1 - B)^2$.

Selanjutnya untuk *differencing* orde ketiga yang merupakan *differencing* kedua dari *differencing* kedua sebelumnya. Jika *differencing* orde ketiga dihitung, maka:

$$
\begin{aligned}
Y_t''' = {} & Y_t' - Y_{t-1}' - Y_{t-2}' \\
= {} & (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) \\
= {} & Y_t - Y_{t-1} - 2Y_{t-1} + 2Y_{t-2} + Y_{t-2} - Y_{t-3} \\
= {} & (1 - 3B + 3B^2 - B^3)Y_t \\
= {} & (1 - B)^3 Y_t
\end{aligned}
$$

differencing orde ketiga pada persamaan di atas dinotasikan oleh $(1 - B)^3$.

Selanjutnya untuk *differencing* orde keempat yang meupakan *differencing* ketiga dari *differencing* ketiga sebelumnya. Jika *differencing* orde keempat dihitung, maka:

$$
\begin{aligned}
Y_t'''' = {} & Y_t' - Y_{t-1}' - Y_{t-2}' - Y'_{t-3} \\
= {} & (Y_t - Y_{t-1}) - (Y_{t-1} - Y_{t-2}) - (Y_{t-2} - Y_{t-3}) -) - (Y_{t-3} - Y_{t-4}) \\
= {} & Y_t - Y_{t-1} - 3Y_{t-1} + 3Y_{t-2} + 3Y_{t-2} - 3Y_{t-3} - Y_{t-3} + Y_{t-4} \\
= {} & (1 - 4B + 6B^2 - 4B^3 + B^4)Y_t \\
= {} & (1 - B)^4 Y_t
\end{aligned}
$$

differencing orde keempat pada persamaan di atas dinotasikan oleh $(1 - B)^4$

Secara umum jika terdapat *differencing* orde ke-*d* untuk mencapai stasioneritas, dapat dinotasikan dengan (Makridakis, 2006):

$$(1 - \phi_1 B + \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 + \cdots - B^d) = (1 - B)^d \quad (2.\ 5)$$

2.4 Analisis Korelasi

Analisis korelasi adalah suatu teknik statistika yang digunakan untuk mengukur keeratan hubungan atau korelasi antara dua variabel atau lebih. Jika hanya digunakan untuk mengukur hubungan antara dua variabel merupakan korelasi sederhana atau *simple correlation*. Analisis korelasi bertujuan untuk mengukur keeratan hubungan antara dua variabel x dan y (Suharyadi dan Purwanto, 2004).

Menurut Hasan (2005) korelasi yang terjadi antara dua variabel dapat berupa korelasi positif, negatif, tidak ada korelasi ataupun korelasi sempurna.

1. Korelasi positif

   Korelasi positif adalah korelasi dari dua variabel, yaitu apabila variabel yang satu (x) meningkat atau menurun maka variabel lainnya (y) cenderung untuk meningkat dan menurun pula.

2. Korelasi Negatif

   Korelasi negatif adalah korelasi dari dua variabel, yaitu apabila variabel yang satu (x) meningkat atau menurun maka variabel lainnya (y) cenderung untuk menurun dan meningkat.

3. Tidak ada korelasi

   Tidak ada korelasi terjadi apabila kedua variabel (x dan y) tidak menunjukan adanya hubungan.

4. Korelasi sempurna

   Korelasi sempurna adalah korelasi dari dua variabel, yaitu apabila kenaikan atau penurunan variabel yang satu (x) berbanding dengan kenaikan dan penurunan variabel lainnya (y).

Menurut Hasan (2005) koefisien Korelasi (KK) merupakan indeks atau bilangan yang digunakan untuk mengukur keeratan (kuat, lemah atau tidak ada) hubungan antar variabel. Koefisien korelasi memiliki nilai antara -1 dan $+1$ $(-1 \leq KK \leq +1)$, dengan arti:

1. Jika KK bernilai positif maka variabel-variabel berkorelasi positif. Semakin dekat nilai KK ke $+1$ maka semakin kuat korelasinya, demikian pula sebaliknya.
2. Jika KK bernilai negaitif maka variabel-variabel berkorelasi negatif. Semakin dekat nilai KK ke -1 maka semakin kuat korelasinya, demikian pula sebaliknya.
3. Jika KK bernilai 0 (nol) maka variabel-variabel tidak menunjukan korelasi.
4. Jika KK bernilai $+1$ atau -1 maka variabel-variabel menunjukkan korelasi positif atau negatif yang sempurna.

Sugiyono (2008) menyatakan bahwa interpretasi koefisien korelasi dapat disajikan dalam bentuk tabel sebagai berikut:

Tabel 2.1 Interpretasi Koefisien Korelasi

Nilai r (Koefisien korelasi)	**Kriteria**
0,00 – 0,199	Sangat lemah
0,20 – 0,399	Lemah
0,40 – 0,599	Sedang
0,60 – 0,799	Kuat
0,80 – 1,0	Sangat kuat

(Sumber: Sugiyono, 2008)

Menurut Makridakis (1999), untuk menghitung korelasi antara dua variabel x dan y yang dinotasikan sebagai r_{xy} untuk n pasangan observasi $(x_i, y_i), i = 1, 2, \ldots, n$. Rumus-rumus berikut adalah relevan:

Nilai tengah x:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2. 6}$$

Nilai tengah y:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{2. 7}$$

Kovariansi antara x dan y:

$$Cov_{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)\left(y_i - \bar{y}\right) \tag{2. 8}$$

Kovariansi x:

$$Cov_{xx} = Var_x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 = S_x{}^2 \tag{2. 9}$$

Kovariansi y:

$$Cov_{yy} = Var_y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2 = S_y{}^2 \tag{2. 10}$$

Menurut Wibisono (2009) menyatakan bahwa korelasi yang dinotasikan dengan ρ diperoleh koefisien korelasi sebagai berikut:

$$\rho = \frac{Cov_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \tag{2. 11}$$

dengan $\sigma_{xy} = E\left(x - \mu_x\right)\left(y - \mu_y\right), x$ variabel bebas dan y adalah variabel tak bebas, sehingga persamaan (2.11) dapat ditulis ulang menjadi:

$$\rho = E\left[\frac{(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\sigma_x\sigma_y}\right] \tag{2. 12}$$

Makridakis (1999) menyatakan bahwa koefisien korelasi antara x dan y dinotasikan dengan r_{xy} :

$$\begin{aligned} r_{xy} &= \frac{Cov_{xy}}{S_x S_y} \\ &= \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}} \\ &= \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\frac{1}{n}\left(\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}\right)} \end{aligned}$$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}} \tag{2. 13}$$

2.4.1 *Autocorrelation Function*

Autokorelasi merupakan korelasi atau hubungan antar data pada pengamatan data *time series*. Korelasi menunjukkan hubungan antara dua atau lebih variabel-variabel yang berbeda, maka autokorelasi menunjukkan hubungan antara nilai-nilai dari variabel yang sama (Sumodiningrat, 1994).

Makridakis (1999) menyatakan rata-rata dan variansi dari suatu data deret berkala mungkin tidak bermanfaat apabila deret tersebut tidak stasioner, akan tetapi nilai minimum dan maksimum dapat digunakan untuk tujuan *plotting*. Bagaimanapun kunci statistik dalam analisis *time series* adalah koefisien autokorelasi (atau korelasi deret berkala dengan deret berkala itu sendiri dengan selisih waktu (*lag*) 0,1,2 periode atau lebih).

Koefisien autokorelasi antara Y_t dan Y_{t+k} dapat dicari dengan menggunakan persamaan (2.13) yang dinyatakan sebagai berikut (Makridakis, 1999):

$$r_{Y_tY_{t+1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}_t\right)\left(Y_{t+1} - \overline{Y}_{t+1}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}_t\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_{t+1} - \overline{Y}_{t+1}\right)^2}} \quad (2.\ 14)$$

Data Y_t diasumsikan stasioner rata-rata dan variansinya. Jadi, kedua rata-rata Y_t dan Y_{t+1} dapat diasumsikan bernilai sama (dan kita dapat membuang subskrip dengan menggunakan $Y = Y_t = Y_{t+k}$) dan dua nilai variansi dapat diukur satu kali saja dengan menggunakan seluruh data Y_t yang diketahui. Dengan menggunakan asumsi-asumsi penyederhana ini, maka persamaan (2.14) menjadi:

$$r_{Y_tY_{t+1}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}\right)\left(Y_{t+1} - \overline{Y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_t - \overline{Y}\right)^2} \quad (2.\ 15)$$

Pada deret berkala, γ_k merupakan fungsi autokovariansi dan ρ_k merupakan fungsi autokoelasi (ACF) karena menunjukkan nilai keeratan antara Y_t dan Y_{t+k} dari proses yang sama namun dengan selang waktu yang berbeda (Wei, 2006). Jika korelasi digunakan untuk mengetahui kekuatan hubungan antara dua variabel yang berbeda maka kovariansi digunakan untuk menunjukkan seberapa besar perubahan antara dua variabel secara bersama-sama. Sedangkan autokovariansi digunakan untuk menunjukkan seberapa besar perubahan antara dua variabel yang sama secara bersama-sama dalam rentang waktu yang berbeda.

Box dan Jenkins (2008) mengatakan bahwa autokovariansi antara Y_t dan Y_{t+k} adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\gamma_k &= Cov\left(Y_t, Y_{t+k}\right) \\
&= E\left[\left(Y_t-\mu\right)\left(Y_{t+k}-\mu\right)\right] \\
&= E\left[Y_t Y_{t+k} - Y_t\mu - \mu Y_{t+k} + \mu\mu\right] \\
&= E\left[Y_t Y_{t+k}\right] - E\left[Y_t\mu\right] - E\left[Y_{t+k}\mu\right] + E\left[\mu\mu\right] \\
&= E\left[Y_t Y_{t+k}\right] - \mu E\left[Y_t\right] - \mu E\left[Y_{t+k}\right] + \mu\mu \\
&= E\left[Y_t Y_{t+k}\right] - \mu\mu - \mu\mu + \mu\mu \\
&= E\left[Y_t Y_{t+k}\right] - \mu\mu \\
&= E\left[Y_t Y_{t+k}\right] - E\left[Y_t\right] E\left[Y_{t+k}\right]
\end{aligned}$$

dan korelasi antara Y_t dan Y_{t+k} adalah:

$$\begin{aligned}
\rho_k &= \frac{Cov\left(Y_t, Y_{t+k}\right)}{\sqrt{Var\left(Y_t\right)}\sqrt{Var\left(Y_{t+k}\right)}} \\
&= \frac{\gamma_k}{\sqrt{\sigma^2}\sqrt{\sigma^2}}
\end{aligned}$$

jika $Var\left(Y_t\right) = Var\left(Y_{t+k}\right) = \sigma^2 = \gamma_0$, maka:

$$\begin{aligned}
\rho_k &= \frac{\gamma_k}{\sigma^2} \\
&= \frac{\gamma_k}{\gamma_0}
\end{aligned}$$

dengan:

γ_k : nilai kovariansi γ pada lag $k, k = 1, 2, 3, \ldots$

ρ_k : nilai autokorelasi pada *lag* k

t : waktu pengamatan ke-t

2.4.2 *Partial Autocorrelation Fuction*

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan (*association*) antara Y_t dan Y_{t+1}, apabila pengaruh dari *time lag* $1, 2, 3, \dots$ dan seterusnya sampai $k-1$ dianggap terpisah (Makridakis, 1999). Ada beberapa prosedur untuk menentukan bentuk PACF (*partial Autocorrelation Function*) yang salah satunya akan dijelaskan sebagai berikut.

Autokorelasi parsial dapat diturunkan sebagai berikut, dengan variabel *dependent* Y_{t+k} dari proses stasioner rata-rata nol yang diregresikan dengan sejumlah k variabel $Y_{t+k-1}, Y_{t+k-2}, \dots, Y_t$, maka (Wei, 2006):

$$Y_{t+k} = \phi_{k1} Y_{t+k-1} + \phi_{k2} Y_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk} Y_{t+k-k} + a_{t+k} \qquad (2.\ 16)$$

dengan ϕ_{ki} merupakan parameter regresi dan a_{t+k} adalah nilai *error* dengan rata-rata 0, dan tidak berkorelasi dengan Y_{t+k-j} untuk $j = 1, 2, \dots, k$, langkah pertama yang dilakukan adalah mengalikan persamaan (2.16) dengan Y_{t+k-j} pada kedua ruas sehingga diperoleh:

$$Y_{t+k} Y_{t+k-j} = \phi_{k1} Y_{t+k-1} Y_{t+k-j} + \phi_{k2} Y_{t+k-2} Y_{t+k-j} + \dots + \phi_{kk} Y_{t+k-k} Y_{t+k-j} + a_{t+k} Y_{t+k-j} \qquad (2.\ 17)$$

Selanjutnya nilai ekspektasi dari persamaan (2.17) adalah:

$$\begin{aligned} E[Y_{t+k} Y_{t+k-j}] &= \phi_{k1} E[Y_{t+k-1} Y_{t+k-j}] + \phi_{k2} E[Y_{t+k-2} Y_{t+k-j}] + \dots + \phi_{kk} E[Y_{t+k-k} Y_{t+k-j}] \\ &\quad + E[a_{t+k} Y_{t+k-j}] \end{aligned} \qquad (2.\ 18)$$

dimisalkan nilai $E[Y_{t+k} Y_{t+k-j}] = \gamma_j$, maka diperoleh:

$$\gamma_j = \phi_{k1} \gamma_{j-1} + \phi_{k2} \gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \gamma_{j-k} \qquad (2.\ 19)$$

Persamaan (2.19) dibagi dengan $E\left[Y_{t+k}\right] = \gamma_0$ sehingga menjadi:

$$\frac{\gamma_j}{\gamma_0} = \phi_{k1}\frac{\gamma_{j-1}}{\gamma_0} + \phi_{k2}\frac{\gamma_{j-2}}{\gamma_0} + \ldots + \phi_{kk}\frac{\gamma_{j-k}}{\gamma_0} \tag{2. 20}$$

atau dapat disederhanakan menjadi bentuk:

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \tag{2. 21}$$

untuk $j = 1, 2, \ldots, k$, diperoleh sistem persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\
\rho_2 &= \phi_{k2}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\
&\vdots \\
\rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_0
\end{aligned}$$

dengan menggunakan aturan *Cramer* (metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linier dengan menggunakan determinan matriks), berturut-turut untuk $k = 1, 2, \ldots$ diperoleh:

a. Untuk *lag* pertama $(k = 1)$ diperoleh persamaan $\rho_1 = \phi_{11}\rho_0$, karena $\rho_0 = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = 1$ sehingga $\rho_1 = \phi_{11}$ yang berarti bahwa nilai fungsi autokorelasi parsial pada *lag* pertama akan sama dengan koefisien *lag* pertama.

b. Untuk *lag* kedua $(k = 2)$ diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\rho_1 &= \phi_{21}\rho_0 + \phi_{22}\rho_1 \\
\rho_2 &= \phi_{21}\rho_1 + \phi_{22}\rho_0
\end{aligned} \tag{2. 22}$$

Persamaan (2.22) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{21} \\ \phi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \end{bmatrix}$$

misal $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}$, dengan menggunakan aturan *Cramer* diperoleh:

$$\phi_{22} = \frac{\det(\boldsymbol{A}_2)}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

c. Untuk *lag* ketiga $(k = 3)$, diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{31}\rho_0 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_2 \\ \rho_2 &= \phi_{31}\rho_1 + \phi_{32}\rho_0 + \phi_{33}\rho_1 \\ \rho_3 &= \phi_{31}\rho_2 + \phi_{32}\rho_1 + \phi_{33}\rho_0 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Persamaan (2.23) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{31} \\ \phi_{32} \\ \phi_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_3 \end{bmatrix}$$

misal $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}$, dengan menggunakan aturan *Cramer* diperoleh:

$$\phi_{33} = \frac{\det(A_3)}{\det(A)} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_3 + \rho_1\rho_2^2 + \rho_1^3 - 2\rho_1\rho_2 - \rho_1^2\rho_3}{1 + \rho_1^2\rho_2 + \rho_2\rho_1^2 - \rho_2^2 - 2\rho_1^2}$$

d. Untuk *lag* ke-k diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-1} \\ \rho_2 &= \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-2} \\ &\vdots \\ \rho_k &= \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_0 \end{aligned} \tag{2. 24}$$

Persamaan (2.24) jika ditulis dalam bentuk matriks akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} \rho_0 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & \rho_0 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{11} \\ \phi_{22} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan aturan *Cramer* diperoleh:

$$\boldsymbol{A_k} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{\boldsymbol{k}-1} & \rho_{\boldsymbol{k}-2} & \rho_{\boldsymbol{k}-3} & \cdots & \rho_{\boldsymbol{k}} \end{bmatrix}$$

sehingga nilai fungsi autokorelasi parsial k adalah sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \frac{\det(A_k)}{\det(A)}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_2 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}}$$

karena ϕ_{kk} merupakan fungsi atas k, maka ϕ_{kk} disebut fungsi autokorelasi parsial (PACF).

2.5 Uji Asumsi Klasik

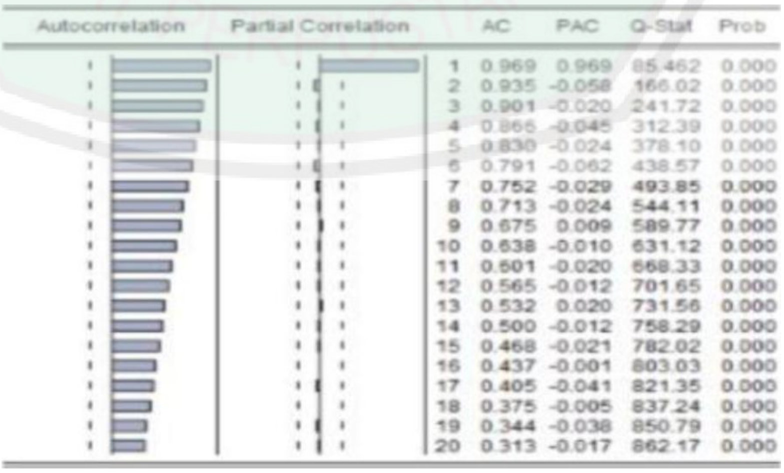
2.5.1 Uji Stasioneritas

Pengujian stasioneritas dari suatu deret waktu dapat dilakukan dengan melakukan uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF) (Gujarati, 2004). Uji ADF merupakan salah satu uji yang paling sering digunakan dalam pengujian stasioneritas dari data, yakni dengan melihat apakah terjadi aka satuan di dalam model. Selain uji ADF, uji stasioneritas dapat dilakukan dengan uji kolelogram. Adapun penjelasan dari uji-uji tersebut adalah sebagai berikut:

1. Uji Korelogram

   Bentuk visual dari suatu plot deret berkala seringkali cukup untuk meyakinkan para penduga bahwa data tersebut adalah stasioner atau tidak stasioner, demikian pula plot autokorelasi dapat dengan mudah memperlihatkan ketidakstasioneran. Nilai-nilai autokorelasi dari data stasioner akan turun sampai nol sesudah *time lag* kedua atau ketiga, sedangkan untuk data yang tidak stasioner nilai-nilai tersebut berbeda signifikan dari nol untuk beberapa waktu (Makridakis,1999).

   Uji korelogram merupakan metode pengujian yang digunakan untuk melihat kestasioneran data. Pada korelogram, suatu data dikatakan stasioner apabila plot autokorelasi dari data tidak keluar dari garis *bartlett* (garis putus-putus). Nilai probabilitas dari *lag* pertama hingga terakhir akan bergerak mendekati nol atau lebih dengan nilai taraf signifikan α (Rosadi, 2012). Adapun kolelogram yang stasioner adalah sebagai berikut:



Autocorrelation	Partial Correlation		AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	0.969	0.969	85.462	0.000
		2	0.935	-0.058	166.02	0.000
		3	0.901	-0.020	241.72	0.000
		4	0.866	-0.045	312.39	0.000
		5	0.830	-0.024	378.10	0.000
		6	0.791	-0.062	438.57	0.000
		7	0.752	-0.029	493.85	0.000
		8	0.713	-0.024	544.11	0.000
		9	0.675	0.009	589.77	0.000
		10	0.638	-0.010	631.12	0.000
		11	0.601	-0.020	668.33	0.000
		12	0.565	-0.012	701.65	0.000
		13	0.532	0.020	731.56	0.000
		14	0.500	-0.012	758.29	0.000
		15	0.468	-0.021	782.02	0.000
		16	0.437	-0.001	803.03	0.000
		17	0.405	-0.041	821.35	0.000
		18	0.375	-0.005	837.24	0.000
		19	0.344	-0.038	850.79	0.000
		20	0.313	-0.017	862.17	0.000

Gambar 2.7 Kolelogram Data Tidak Stasioner (Gujarati,2004)

Gambar (2.7) merupakan data triwulanan *Gross Domestic Product United States* dari triwulan pertama tahun 1970 sampai dengan triwulan keempat tahun1991. Dari Gambar (2.7), dapat dilihat bahwa plot autokorelasi dari data seluruhnya keluar dari garis *bartlett* sehingga dapat disimpulkan data tidak stasioner (Gujarati, 2004).

2. Uji *Augmented Dickey Fuller*

Suatu deret pengamatan dikatakan stasioner apabila proses tidak berubah seiring dengan adanya perubahan deret waktu. Jika suatu deret waktu Y_t stasioner maka nilai tengah (*mean*), varian dan kovarian deret tersebut tidak dipengaruhi oleh berubahnya waktu pengamatan, sehingga proses berada dalam keseimbangan statistik (Soejati, 1987).

Uji stasioner dengan *Augmented Dickey Fuller* merupakan pengujian stasioner dengan menentukan apakah data runtun waktu mengandung akar unit (*unit root*). Untuk memperoleh gambaran mengenai uji akar- akar unit, berikut ini ditaksir model runtun waktu dengan proses AR(1):

$$Y_t = \hat{\phi} Y_{t-1} + a_t \tag{2. 25}$$

dengan $t = 1, \dots, n$, $Y_0 = 0$, dan a_t berdistribusi normal $N(0, \sigma^2)$ proses *white noise*. Hal ini memberikan hipotesis sebagai berikut (Wei, 2006):

$H_0 : \hat{\phi} = 1$ (variabel Y_t tidak stasioner dalam model)

$H_1 : \hat{\phi} < 1$ (variabel Y_t stasioner dalam model)

dengan statistik uji:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\phi}}{S_{\hat{\phi}}} \tag{2. 26}$$

dan kriteria keputusan : tolak H_0, jika $|t_{hitung}| > t_{tabel}$, pada taraf signifikan α.

2.5.2 *White Noise*

Suatu model bersifat *white noise* artinya residual dari model tersebut telah memenuhi asumsi identik (variansi residual homogen) serta independen (antar residual tidak berkorelasi) (Lestari dan Wahyuningsih, 2012). Wei (2006) juga menjelaskan bahwa suatu proses (a_t) disebut proses *white noise* jika korelasi deretnya terdiri dari variabel random yang tidak bekorelasi dan bedistribusi normal dengan rata-rata konstan yaitu $E(a_t) = 0$, variansi konstan $Var(a_t) = \sigma_t^2$dan $cov(a_t, a_{t-k}) = \gamma_k$ untuk $k \neq 0$. Dengan demikian fungsi akan stasioner dengan autokovariansi (γ_k):

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_t^2 , & jika\ k = 0 \\ 0\ , & jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

fungsi autokorelasi (ρ_k):

$$\rho_k = \begin{cases} 1\ , & jika\ k = 0 \\ 0\ , & jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

dan fungsi autokorelasi parsial (ϕ_{kk}):

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1\ , & jika\ k = 0 \\ 0\ , & jika\ k \neq 0 \end{cases}$$

Proses *white noise* dapat dideteksi menggunakan uji autokorelasi residual pada analisis *error*-nya. Uji korelasi residual digunakan untuk mendeteksi ada tidaknya korelasi residual antar *lag*. Langkah-langkah pengujian korelasi residual, yaitu (Wei, 2006):

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_h = 0$ (residual memenuhi asumsi *white noise*)

H_1 : minimal ada satu $\rho_j \neq 0, \forall_j = 1,2,\dots,k$ (residual tidak memenuhi asumsi *white noise*)

dengan menggunakan statistik uji yaitu sebagai berikut:

$$Q_k = T\sum_{j=1}^{k} tr\left(\bar{\Sigma}_j' \bar{\Sigma}_0^{-1} \bar{\Sigma}_j \bar{\Sigma}_0^{-1}\right) \quad (2.27)$$

Kriteria keputusan: H_0 ditolak jika $Q_k > \chi^2_{(\alpha;K-p-q)}$ atau *p-value*$< alpha$.

dimana:

T : ukuran sampel

$\bar{\Sigma}_j$: matriks autokovarians dari vektor residual $\hat{a}_j$

k : *lag* ke $-\,k$

Kriteria pengujian:

1. Jika $Q \leq \chi^2_{\alpha,db}$, H_0 diterima dengan derajat kebebasan $(db) = k - p$ atau *p-value* $>\alpha$ dengan p adalah banyaknya parameter.
2. Jika $Q > \chi^2_{\alpha,db}$, H_0 ditolak.

2.6 Model-model *Time Series* stasioner

Model *time series* dibagi menjadi dua macam yakni model *time series* stasioner dan model *time series* nonstasioner. Model *time series* stasioner dan model *time series* nonstasioner dibagi menjadi dua yaitu *univariate* dan *multivariate*.

2.6.1 Model Autoregressive

Menurut Pankratz (1983) *Autoregressive* (AR) adalah suatu model *time series* yang ditemukan oleh Yule pada tahun 1926. Model ini menggambarkan bahwa variabel terikat dipengaruhi oleh variabel terikat itu sendiri pada periode sebelumnya. Model AR secara umum dapat dituliskan sebagai berikut $AR(p)$ (Wei, 2006):

$$\phi_p(B)z_t = a_t \tag{2. 28}$$

atau dapat ditulis sebagai,

$$\left(1 - \phi_1 B - \cdots - \phi_p B^p\right)z_t = a_t$$
$$z_t - \phi_1 z_{t-1} - \cdots - \phi_p z_{t-p} = a_t$$
$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \cdots + \phi_p z_{t-p} + a_t \tag{2. 29}$$

Karena $z_t = Y_t - \mu$, maka persamaan (2.30) dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$Y_t - \mu = \phi_1(Y_{t-1} - \mu) + \cdots + \phi_p\left(Y_{t-p} - \mu\right) + a_t$$
$$= \phi_1 Y_{t-1} - \phi_1\mu + \cdots + \phi_p Y_{t-p} - \phi_p\mu + a_t$$
$$Y_t = \mu - \phi_1\mu - \cdots - \phi_p\mu + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$
$$= \mu\left(1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p\right) + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t$$

dimana $\mu\left(1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p\right) = \phi_0$ sehingga diperoleh:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + a_t \tag{2. 30}$$

untuk $t = 1,2, \dots, k$, persamaan (2.30) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \phi_0 + \phi_1 Y_0 + \ldots + \phi_p Y_{1-p} + a_1 \\ Y_2 &= \phi_0 + \phi_1 Y_1 + \ldots + \phi_p Y_{2-p} + a_2 \\ Y_3 &= \phi_0 + \phi_1 Y_2 + \ldots + \phi_p Y_{3-p} + a_3 \\ &\vdots \\ Y_k &= \phi_0 + \phi_1 Y_{k-1} + \ldots + \phi_p Y_{k-p} + a_k \end{aligned} \tag{2. 31}$$

atau dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Y_0 & \cdots & Y_{1-p} \\ 1 & Y_1 & \cdots & Y_{2-p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & Y_{k-1} & \cdots & Y_{k-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} \quad (2.\ 32)$$

dengan

Y_t : data Y pada periode ke$-t$, $t = 1, 2, \dots, n$

Y_{t-1} : data Y pada periode ke$-(t-i)$, $t = 1, 2, \dots, p$

a_t : *error* pada periode ke$-t$

μ : rata-rata dari Y_t

ϕ_0 : konstanta rata-rata

ϕ_i : koefisien *Autoregressive* ke$-i$, $i = 1,2,..p$

z_t : selisih dari nilai variabel Y_t dengan μ

2.6.2 Model Vector Autoregressive

Model *Vector Autoregressive* (VAR) merupakan salah satu pemodelan dalam analisis *time series* yang bersifat *multivariate* yang banyak digunakan untuk aplikasi peramalan variabel-variabel ekonomi dalam jangka panjang maupun dalam jangka menengah panjang. Selain itu model VAR juga dapat digunakan untuk mengetahui hubungan sebab akibat. Menurut Widarjono (2007) menjelaskan bahwa salah satu keunggulan model VAR, yaitu tidak perlu membedakan mana variabel endogen maupun eksogen karena semua variabel VAR adalah endogen.

Lutkehpohl (2005) menuliskan persamaan model VAR dengan k variabel dan orde p atau VAR(p) sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Z_t} = \Phi_0 + \Phi_1 Z_{t-1} + \text{L} + \Phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (2.\ 33)$$

dimana $\boldsymbol{Z_t} = \left(\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{t}}, \boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{t}}, \ldots, \boldsymbol{Z}_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{t}}\right)^{\boldsymbol{T}}$ adalah vektor Z_t berukuran $k \times 1$, Φ_i adalah matriks berukuran $k \times k$, $\Phi_0 = \left(\Phi_{10} \quad \Phi_{20} \quad \ldots \quad \Phi_{k0}\right)^T$ adalah vektor dengan dimensi k dan $a_t = \left(a_{1,t} \quad a_{2,t} \quad \ldots \quad a_{k,t}\right)^T$ merupakan vektor *error* berukuran $k \times 1$ yang diasumsikan sebagai *multivariate* normal dengan $E\left(\mu_t\right) = 0$, $E\left(\mu_t \mu_t^T\right) = \Sigma_\mu$ dan $E\left(\mu_t \mu_s^T\right) = 0$ untuk $s \neq t$. Matriks kovarian (Σ_μ) harus definit positif.

2.6 Uji *Lag* VAR

Shochrul, dkk (2011) menjelaskan bahwa *lag* digunakan untuk menentukan panjang *lag* optimal yang akan digunakan dalam analisis selanjutnya dan akan menentukan estimasi parameter untuk model VAR. *Lag* VAR dapat ditentukan dengan menggunakan *Akakike Information Criterion* (AIC), *Schwarz Information Criterion* (SIC) dan *Hannan-Quinn Information Criterion* (HQ).

Kriteria untuk menguji *lag* VAR dengan statistik AIC, SIC, dan HQ sebagai berikut (Shochrul, 2011):

$$AIC = -2\left(\frac{1}{T}\right) + 2\frac{log(k-1)}{T} \tag{2. 34}$$

$$SIC = -2\left(\frac{1}{T}\right) + k\frac{\log(T)}{T} \tag{2. 35}$$

$$HQ = -2\left(\frac{1}{T}\right) + 2klog\left(\frac{\log(T)}{T}\right) \tag{2. 36}$$

dengan:

1 : *sum of square residual*

T : jumlah observasi

k : parameter yang diestimasi

Dalam penentuan *lag* optimal digunakan jumlah dari AIC, SIC, dan HQ yang paling kecil diantara berbagai *lag* yang diajukan.

2.7 Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas Granger yaitu metode yang digunakan untuk menganalisis hubungan kausalitas antar variabel yang diamati apakah suatu variabel mempunyai hubungan dua arah (saling mempengaruhi), mempunyai hubungan satu arah saja atau bahkan tidak ada hubungan antar variabel tersebut (Shcochrul, 2011).

Menurut Irdam (2007) bentuk persamaan dari *granger causality test* dengan dua variabel adalah sebagai berikut:

$$Y_{1t} = \phi_{10} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{1i} Y_{1,t-1} + \sum_{i=1}^{m} \phi_{2i} Y_{2,t-1} + a_{1t} \quad \text{(model tak terbatas)} \qquad (2.37)$$

$$Y_{1t} = \phi_{10} + \sum_{i=1}^{p} \phi_{1i} Y_{1,t-1} + a_{1t} \quad \text{(model terbatas)} \qquad (2.38)$$

hipotesis uji granger *causality* adalah sebagai berikut:

H_0 : X tidak *granger causality* terhadap Y

Y tidak *granger causality* terhadap X

H_1 : X *granger causality* terhadap Y

Y *granger causality* terhadap X

Uji yang digunakan untuk pengambilan keputusan adalah uji F sebagai berikut:

$$F = \frac{\frac{(SSE_R - SSE_{UR})}{p}}{\frac{SSE_{UR}}{(n-k)}} \qquad (2.39)$$

$$SSE_R = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y_i})^2 \tag{2. 40}$$

$$SSE_{UR} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y_{iUR}})^2 \tag{2. 41}$$

dengan:

SSE_R : *Sum Square of Error* terbatas

SSE_{UR} : *Sum Square of Error* tidak terbatas

n : banyaknya data pengamatan

k : banyaknya parameter yang di estimasi

p : panjang *lag*

keputusan:

tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{(a,p,n-k)}$ atau $p_{value} > \alpha$.

2.8 *Kalman Filter*

2.8.1 Persamaan *Kalman Filter*

Kalman Filter merupakan suatu metode estimasi yang optimal. Komponen dasar dari metode *Kalman Filter* adalah persamaan pengukuran dan persamaan transisi. Dengan menggunakan data pengukuran untuk memperbaiki hasil estimasi. Secara umum metode *Kalman Filter* untuk sistem dinamik linier waktu diskrit, dapat dinyatakan sebagai berikut (Lewis, dkk, 2008):

$$x_{k+1} = A_k x_k + F_k u_k + G_k w_k \tag{2. 42}$$

$$z_k = H_k + v_k \tag{2. 43}$$

$$x_0 \sim (\bar{x}_0, P_{x0}),\ w_k \sim (0, Q_k),\ v_k \sim (0, R_k)$$

Tahap Inisialisasi:

$$P_0 = P_{x0},\ \hat{x}_0 = \bar{x}_0 \tag{2. 44}$$

Tahap Prediksi:

Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = A_k\hat{x}_k + F_k u_k$ (2. 45)

Kovarian error : $P_{k+1}^- = A_k P_k A_k^T + G_k Q_k G_k^T$ (2. 46)

Tahap koreksi:

Kalman gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H_{k+1}^T \left(H_{k+1} P_{k+1}^- H_{k+1}^T + R_{k+1}\right)^{-1}$ (2. 47)

Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}\left(z_{k+1} - H_{k+1}\hat{x}_{k+1}^-\right)$ (2. 48)

Kovarian error: $P_{k+1} = (I - K_{k+1}H_{k+1})P_{k+1}^-$ (2. 49)

dengan:

$\boldsymbol{x_k}$: variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai estimasinya awalnya adalah $\hat{x}_0$ dan kovarian awal P_{x0}

$\boldsymbol{u_k}$: variabel input deterministik pada waktu k

$\boldsymbol{w_k}$: *noise* pada model sistem

$\boldsymbol{z_k}$: variabel pengukuran

$\boldsymbol{H}$: matriks pengukuran

$\boldsymbol{v_k}$: *noise* pada model pengukuran

$A_k F_k G_k$: matriks-matriks konstan di dalam ukuran yang berkesesuaian dengan $A = n \times n,\ F = m \times m,$ dan $G = p \times 1$

Proses metode *Kalman Filter* terdiri dari dua tahap, yaitu *time update* dan *measurement update*, pada tahap *time update* didefinisikan estimasi state $\hat{x}_k^- \in R^n$, disebut juga *priori state estimate*. Sedangkan untuk tahap *measurement update* didefinisikan dengan estimasi state $\hat{x}_k \in R^n$, disebut juga *posteriori state estimate*.

2.8.2 Penerapan *Kalman Filter* dalam Estimasi Parameter Model VAR

Setelah diperoleh model VAR maka akan dilakukan estimasi parameter dengan menggunakan *Kalman Filter*. Seperti pada model VAR (P) (Lewis, dkk, 2008):

$$\boldsymbol{Z_t} = \Phi_0 + \Phi_1 Z_{t-1} + \cdots + \Phi_p Z_{t-p} + a_t$$

Dengan koefisien Φ_p adalah parameter yang diestimasi menggunakan *Kalman Filter*. Diasumsikan sebagai *state vector* yang di bentuk dari koefisien Φ_p yaitu $x(t) = \left[\Phi_p\right]^T$.

Berikut ini persamaan model sistem dan pengukuran pada metode *Kalman Filter*. (Lewis, dkk, 2008)

$$\begin{aligned} x_{t+1} &= Ax_t + w_t \\ z_t &= Hx_t + v_t \end{aligned} \qquad (2.\ 50)$$

dengan:

x_t : variabel keadaan sistem pada waktu t yang nilai estimasinya awalnya adalah $\hat{x}_0$ dan kovarian awal P_{x0}

w_t : *noise* pada model sistem

z_t : variabel pengukuran

H : matriks pengukuran

v_t : *noise* pada model pengukuran

A : matriks konstan di dalam ukuran yang berkesesuaian dengan

$A = n \times n,$ dan $H = p \times 1$

2.9 Hasil Penelitian Sebelumnya

Model yang terkait dalam penelitian ini diambil dari beberapa penelitian terdahulu, yaitu penelitian yang dilakukan oleh Febritasari, P., dkk (2016) memberikan kesimpulan bahwa Model VAR terbaik untuk kedua data adalah VAR, dimana inflasi *month to month* di kota malang adalah $y_1(t) = 0.34859y_1(t-1) + 0.20902y_2(t-1)$ dan inflasi month to month di Kota Probolinggo adalah $y_2(t) = 0.55271y_2(t-1) + 0.42133y_2(t-2)$, Pada simulasi Filter Kalman derajat polinomial pertama, kedua, dan ketiga, dengan nilai awal yang sama untuk setiap Q dan R yang diambil, nilai MAPE akan semakin menurun apabila derajat polinomialnya semakin tinggi. Hasil prediksi terbaik apabila diambil Q = 0.1, R = 0.01, dan derajat polinomial yang tinggi..

Penelitian yang dilakukan Desvina dan Maryam (2016) memberikan kesimpulan bahwa peramalan kualitas udara melalui *particulate matter* (PM10) yang menggunakan data bulanan dari bulan Januari 2010-Desember 2014 menghasilkan model yang sesuai yaitu model VAR(1), dimana model VAR(1) ini merupakan model yang konstan dari keseluruhan data yang digunakan sebagai peramalan. Data peramalan mengikuti pola yang sama dengan pola data aktual pada bulan-bulan, hingga tahun-tahun sebelumnya. Berdasarkan model VAR(1) ini dapat diperoleh kesimpulan bahwa unsur curah hujan, radiasi matahari, suhu udara, dan hotspot memiliki hubungan yang searah terhadap PM10.

Kurniawan (2017) menyimpulkan pada penelitiannya bahwa model data yang dipakai adalah ARIMA (1,1,1) untuk suhu udara dana ARIMA (0,1,1) untuk kecepatan angin. Dan penggunaan motede *Kalman Filter* mempunyai pengaruh yang baik terhadap perbaikan MAPE pada data udara suhu dengan ARIMA adalah 2,20288828 sedangkan nilai MAPE dengan *Kalman Filter* mempunyai nilai yang lebih kecil yaitu 1,935357143. Hal yang sama juga belaku pada data kecepatan angin dimana penggunaan algoritma *Kalman Filter* mempunyai pengaruh baik terhadap perbaikan hasil prediksi terbukti dari nilai MAPE dengan ARIMA adalah 28,90889689 sedangkan nilai MAPE dengan *Kalman Filter* mempunyai nilai yang lebih kecil yaitu 18,73821429.

2.10 Kajian Pendugaan dalam Al-Qur'an

Manusia sebagai makhluk ciptaan Allah Swt. Hanya mampu merencanakan apa yang mereka inginkan, dan hanya Allah Swt. lah yang Maha Mengetahui atas segala apa yang terjadi bahkan sesuatu yang masih direncanakan sekalipun.Tidak satupun yang terjadi di dunia ini tanpa sepengetahuan-Nya. Namun untuk merencanakan apa yang mereka inginkan, mereka menggunakan ilmu statistika untuk mempelajari cara pengumpulan, pengolahan, penyajian data, penarikan kesimpulan serta pembuatan keputusan yang cukup beralasan berdasarkan data dan analisis yang dilakukan (Sudiyono, 2001). Sebagian besar konsep dasar statistika bertolak pada cara berfikir probabilistik, hasil pengolahan data yang menggunakan metode statistika bukanlah hasil pasti, tetapi merupakan hasil taksiran karena adanya ketidakpastian dari variansi yang terjadi dalam fenomena tertentu.

Penaksiran atau estimasi telah disinggung dalam Al-Qur'an, yaitu dalam surat Al-Baqarah ayat 243

yang artinya *"Tidakkah kamu memperhatikan orang-orang yang keluar dari kampung halamannya, sedang jumlahnya ribuan karena takut mati? Lalu, Allah berfirman kepada mereka,"Matilah kamu!" kemudian, Allah menghidupkan mereka. Sesungguhnya Allah memberikan karunia kepada manusia, tetapi kebanyakan manusia tidak bersyukur."* (QS. Al-Baqarah: 243)

Perhatikan dan ketahuilah, hai Nabi, sebuah kisah yang unik. Yaitu kisah tentang suatu kaum yang meninggalkan kampung halaman dan melarikan diri dari medan perang karena takut mati. Mereka berjumlah ribuan orang. Lalu Allah menakdirkan untuk mereka kematian dan kekalahan melawan musuh. Sampai akhirnya, ketika jumlah yang tersisa itu berjuang dengan semangat patriotisme, Allah menghidupkan mereka kembali. Sesungguhnya hidup terhormat setelah mendapatkan kehinaan merupakan karunia Allah yang patut disyukuri, akan tetapi kebanyakan orang tidak mensyukurinya.(Shihab, 2006)

surat Al-Baqarah ini menceritakan bahwa terdapat manusia yang takut akan kematian. Mereka beranggapan bahwa hidup dan mati yang mereka alami tergantung dengan masa, pergantian siang dan malam. Ayat di atas menjelaskan tentang estimasi (pendugaan) pada suatu kondisi tertentu yang ada diatas.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Pendekatan Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dan data yang digunakan berupa angka atau data numerik. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah $Z_{1,t}$ untuk data penumpang kereta api Jabotabek, $Z_{2,t}$ untuk data penumpang kereta api Non Jabotabek, dan $Z_{3,t}$ untuk data penumpang kereta api Sumatera.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian ini adalah data jumlah penumpang Kereta api (KAI) periode Januari 2014 – Desember 2016.

1.3 Jenis dan Sumber Data

3.3.1 Jenis Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data jumlah penumpang Kereta api (KAI) periode Januari 2014 – Desember 2016 Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera.

3.3.2 Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini adalah data berasal dari skripsi yang dibuat oleh Efendi (2017) berjudul " Analisis Peramalan Jumlah Penumpang Kereta Api dengan Metode Sarima".

3.4 Metode Analisis Data

3.4.1 Estimasi Model VAR Melalui Metode *Kalman Filter*

Estimasi parameter model VAR menggunakan metode *Kalman Filter* dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut

1. Menentukan model VAR
2. Uji Stasioner data
3. Uji Lag Optimal
4. Uji kausalitas Granger
5. Mengestimasi parameter model VAR dengan metode *Kalman Filter*.
6. Mengubah bentuk model sistem ke dalam bentuk *State Space*
7. Diperoleh nilai estimasi parameter.

BAB IV

PEMBAHASAN

4.1 Estimasi Parameter Model VAR

Subab ini berisi tentang penerapan model VAR(1) dengan 3 variabel untuk pendugaan nilai parameter pada data jumlah penumpang kereta api Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera menggunakan metode *Kalman Filter*.

4.1.1 Penentuan Model VAR

Pada penelitian ini akan mengestimasi parameter model VAR dengan 3 variabel dan 1 *lag* atau (VAR(1)) dengan mengansumsikan model stasioner dan *white noise*. Sebelum menentukan persamaan VAR(1) dengan 3 variabel, maka dijelaskan terlebih dahulu proses VAR(1) dengan 1 variabel dan 2 variabel, Adapun penjelasannya adalah sebagai berikut:

1. Proses VAR(1) dengan 1 variabel

   Model umum VAR dari persamaan (2.33) dikatakan model VAR dengan 1 *lag* atau bisa ditulis VAR(1) dengan 1 variabel dapat ditulis sebagai berikut:

$$Z_{1,t} = \Phi_{10} + \Phi_{11} Z_{1,t-1} + a_{1,t} \tag{4.1}$$

   untuk model VAR(1) dengan 1 variabel ini dapat dikatakan sebagai model AR, sehingga untuk $t = 1, 2, \ldots, n$, maka persamaan (4.1) dapat diuraikan menjadi:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{1,1} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}\boldsymbol{Z}_{1,1-1} + \boldsymbol{a}_{1,1} \\
\boldsymbol{Z}_{1,2} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}\boldsymbol{Z}_{1,2-1} + \boldsymbol{a}_{1,2} \\
\boldsymbol{Z}_{1,3} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}\boldsymbol{Z}_{1,3-1} + \boldsymbol{a}_{1,3} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}} &= \Phi_{10} + \Phi_{11}\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}-1} + \boldsymbol{a}_{1,\boldsymbol{n}}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Misalkan:

$$\boldsymbol{Z}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{1,1} \\ \boldsymbol{Z}_{1,2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{n}\times 1}$$

$$\boldsymbol{W}_1 = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{Z}_{1,1-1} \\ 1 & \boldsymbol{Z}_{1,2-1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}-1} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{n}\times 2}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \Phi_{10} \\ \Phi_{11} \end{bmatrix}_{2\times 1}$$

$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{1,1} \\ \boldsymbol{a}_{1,2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{a}_{1,\boldsymbol{n}} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{n}\times 1}$$

Sehingga , persamaan (4.2) dapat disederhanakan menjadi:

$$\boldsymbol{Z}_1 = \boldsymbol{W}_1\Phi_1 + \boldsymbol{a}_1 \tag{4.3}$$

2. Proses VAR(1) dengan 2 variabel

Model VAR(1) dengan 2 variabel berdasarkan model umum VAR dari persamaan (2.49) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{t}} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{t}-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{t}-1} + \boldsymbol{a}_{1,\boldsymbol{t}} \\
\boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{t}} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{t}-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{t}-1} + \boldsymbol{a}_{2,\boldsymbol{t}}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Sehingga untuk $t = 1, 2, \ldots, n$ persamaan (4.4) dapat diuraikan menjadi:

untuk variabel pertama:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{1,1} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,1-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,1-1} + \boldsymbol{a}_{1,1} \\
\boldsymbol{Z}_{1,2} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,2-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,2-1} + \boldsymbol{a}_{1,2} \\
\boldsymbol{Z}_{1,3} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,3-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,3-1} + \boldsymbol{a}_{1,3} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{Z}_{1,n} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,n-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,n-1} + \boldsymbol{a}_{1,n}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

dan variabel kedua:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{2,1} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,1-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,1-1} + \boldsymbol{a}_{2,1} \\
\boldsymbol{Z}_{2,2} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,2-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,2-1} + \boldsymbol{a}_{2,2} \\
\boldsymbol{Z}_{2,3} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,3-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,3-1} + \boldsymbol{a}_{2,3} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{Z}_{2,n} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,n-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,n-1} + \boldsymbol{a}_{2,n}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Misalkan:

$$\boldsymbol{Z}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{1,1} & \boldsymbol{Z}_{2,1} \\ \boldsymbol{Z}_{1,2} & \boldsymbol{Z}_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{Z}_{1,n} & \boldsymbol{Z}_{2,n} \end{bmatrix}_{n\times 2}$$

$$\boldsymbol{W}_2 = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{Z}_{1,1-1} & \boldsymbol{Z}_{2,1-1} \\ 1 & \boldsymbol{Z}_{1,2-1} & \boldsymbol{Z}_{2,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \boldsymbol{Z}_{1,n-1} & \boldsymbol{Z}_{2,n-1} \end{bmatrix}_{n\times 3}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_{10} & \boldsymbol{\Phi}_{20} \\ \boldsymbol{\Phi}_{11} & \boldsymbol{\Phi}_{21} \\ \boldsymbol{\Phi}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{22} \end{bmatrix}_{3\times 2}$$

$$\boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{1,1} & \boldsymbol{a}_{2,1} \\ \boldsymbol{a}_{1,2} & \boldsymbol{a}_{2,2} \\ \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{a}_{1,n} & \boldsymbol{a}_{2,n} \end{bmatrix}_{n\times 2}$$

Sehingga, persamaan (4.5) dan (4.6) dapat disederhanakan menjadi:

$$\boldsymbol{Z}_2 = \boldsymbol{W}_2\boldsymbol{\Phi}_2 + \boldsymbol{a}_2 \tag{4.7}$$

3. Proses VAR(1) dengan 3 variabel

Setelah mengetahui proses VAR(1) dengan1 variabel dan 2 variabel, maka untuk model VAR(1) dengan 3 variabel menurut persamaan (2.33) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{1,t} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,t-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,t-1} + \boldsymbol{\Phi}_{13}\boldsymbol{Z}_{3,t-1} + \boldsymbol{a}_{1,t} \\
\boldsymbol{Z}_{2,t} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,t-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,t-1} + \boldsymbol{\Phi}_{23}\boldsymbol{Z}_{3,t-1} + \boldsymbol{a}_{2,t} \\
\boldsymbol{Z}_{3,t} &= \boldsymbol{\Phi}_{30} + \boldsymbol{\Phi}_{31}\boldsymbol{Z}_{1,t-1} + \boldsymbol{\Phi}_{32}\boldsymbol{Z}_{2,t-1} + \boldsymbol{\Phi}_{33}\boldsymbol{Z}_{3,t-1} + \boldsymbol{a}_{3,t}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Sehingga untuk $t = 1, 2, \ldots, n$ persamaan (4.8) dapat diuraikan menjadi:

untuk variabel pertama:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{1,1} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,1-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,1-1} + \boldsymbol{\Phi}_{13}\boldsymbol{Z}_{3,1-1} + \boldsymbol{a}_{1,1} \\
\boldsymbol{Z}_{1,2} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,2-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,2-1} + \boldsymbol{\Phi}_{13}\boldsymbol{Z}_{3,2-1} + \boldsymbol{a}_{1,2} \\
\boldsymbol{Z}_{1,3} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,3-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,3-1} + \boldsymbol{\Phi}_{13}\boldsymbol{Z}_{3,3-1} + \boldsymbol{a}_{1,3} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{Z}_{1,n} &= \boldsymbol{\Phi}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{11}\boldsymbol{Z}_{1,n-1} + \boldsymbol{\Phi}_{12}\boldsymbol{Z}_{2,n-1} + \boldsymbol{\Phi}_{13}\boldsymbol{Z}_{3,n-1} + \boldsymbol{a}_{1,n}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

variabel kedua:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{2,1} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,1-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,1-1} + \boldsymbol{\Phi}_{23}\boldsymbol{Z}_{3,1-1} + \boldsymbol{a}_{2,1} \\
\boldsymbol{Z}_{2,2} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,2-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,2-1} + \boldsymbol{\Phi}_{23}\boldsymbol{Z}_{3,2-1} + \boldsymbol{a}_{2,2} \\
\boldsymbol{Z}_{2,3} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,3-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,3-1} + \boldsymbol{\Phi}_{23}\boldsymbol{Z}_{3,3-1} + \boldsymbol{a}_{2,3} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{Z}_{2,n} &= \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{21}\boldsymbol{Z}_{1,n-1} + \boldsymbol{\Phi}_{22}\boldsymbol{Z}_{2,n-1} + \boldsymbol{\Phi}_{33}\boldsymbol{Z}_{3,n-1} + \boldsymbol{a}_{2,n}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

dan variabel ketiga:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{Z}_{3,1} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}\boldsymbol{Z}_{1,1-1} + \Phi_{32}\boldsymbol{Z}_{2,1-1} + \Phi_{33}\boldsymbol{Z}_{3,1-1} + \boldsymbol{a}_{3,1} \\
\boldsymbol{Z}_{3,2} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}\boldsymbol{Z}_{1,2-1} + \Phi_{32}\boldsymbol{Z}_{2,2-1} + \Phi_{33}\boldsymbol{Z}_{3,2-1} + \boldsymbol{a}_{3,2} \\
\boldsymbol{Z}_{3,3} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}\boldsymbol{Z}_{1,3-1} + \Phi_{32}\boldsymbol{Z}_{2,3-1} + \Phi_{33}\boldsymbol{Z}_{3,3-1} + \boldsymbol{a}_{3,3} \\
&\vdots \\
\boldsymbol{Z}_{3,\boldsymbol{n}} &= \Phi_{30} + \Phi_{31}\boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}-1} + \Phi_{32}\boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{n}-1} + \Phi_{33}\boldsymbol{Z}_{3,\boldsymbol{n}-1} + \boldsymbol{a}_{3,\boldsymbol{n}}
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

Misalkan:

$$
\boldsymbol{Z}_3 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{1,1} & \boldsymbol{Z}_{2,1} & \boldsymbol{Z}_{3,1} \\ \boldsymbol{Z}_{1,2} & \boldsymbol{Z}_{2,2} & \boldsymbol{Z}_{3,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}} & \boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{n}} & \boldsymbol{Z}_{3,\boldsymbol{n}} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{n}\times 3}
$$

$$
\boldsymbol{W}_3 = \begin{bmatrix} 1 & \boldsymbol{Z}_{1,1-1} & \boldsymbol{Z}_{2,1-1} & \boldsymbol{Z}_{3,1-1} \\ 1 & \boldsymbol{Z}_{1,2-1} & \boldsymbol{Z}_{2,2-1} & \boldsymbol{Z}_{3,2-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \boldsymbol{Z}_{1,\boldsymbol{n}-1} & \boldsymbol{Z}_{2,\boldsymbol{n}-1} & \boldsymbol{Z}_{3,\boldsymbol{n}-1} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{n}\times 4}
$$

$$
\Phi_3 = \begin{bmatrix} \Phi_{10} & \Phi_{20} & \Phi_{30} \\ \Phi_{11} & \Phi_{21} & \Phi_{31} \\ \Phi_{12} & \Phi_{22} & \Phi_{32} \\ \Phi_{13} & \Phi_{23} & \Phi_{33} \end{bmatrix}_{4\times 3}
$$

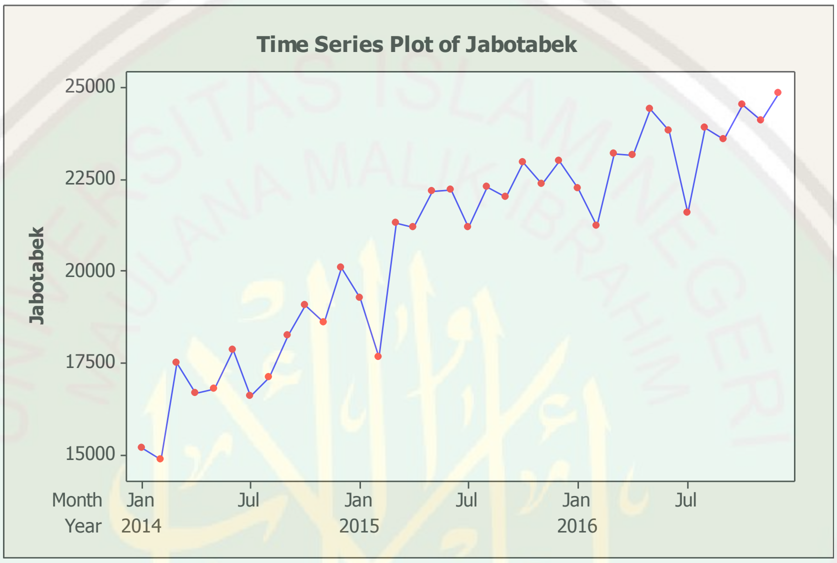
$$
\boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{1,1} & \boldsymbol{a}_{2,1} & \boldsymbol{a}_{3,1} \\ \boldsymbol{a}_{1,2} & \boldsymbol{a}_{2,2} & \boldsymbol{a}_{3,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{a}_{1,\boldsymbol{n}} & \boldsymbol{a}_{2,\boldsymbol{n}} & \boldsymbol{a}_{3,\boldsymbol{n}} \end{bmatrix}_{\boldsymbol{n}\times 3}
$$

Sehingga, persamaan (4.9), (4.10) dan (4.11) dapat disederhanakan menjadi:

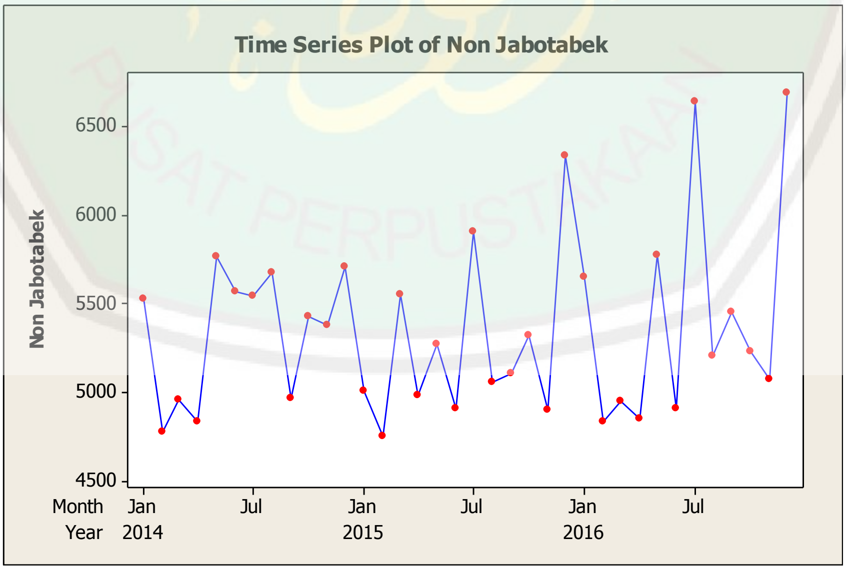
$$
\boldsymbol{Z}_3 = \boldsymbol{W}_3\Phi_3 + \boldsymbol{a}_3 \tag{4.12}
$$

4.1.2 Uji Kestasioneran Data

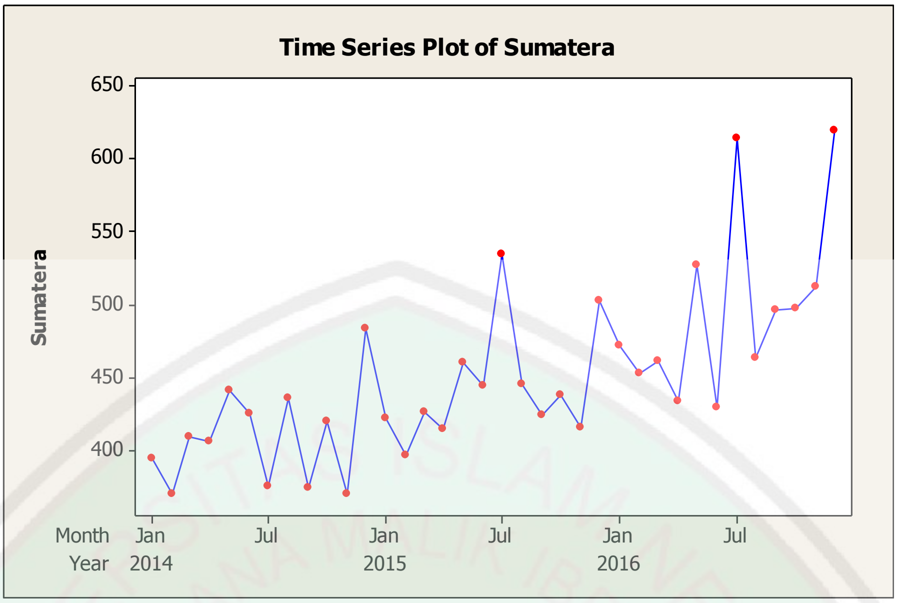
Uji kestasioneran data merupakan langkah awal pengolahan data *time series* untuk mengetahui pola data sesuai dengan asumsi-asumsi *time series*. Adapun hasil uji stasioner dari data penumpang kereta api Jabotabek, Non Jabotabek dan Sumatera adalah sebagai berikut:



Gambar 4.1 Plot Data Jabotabek



Gambar 4.2 Plot Data Non Jabotabek

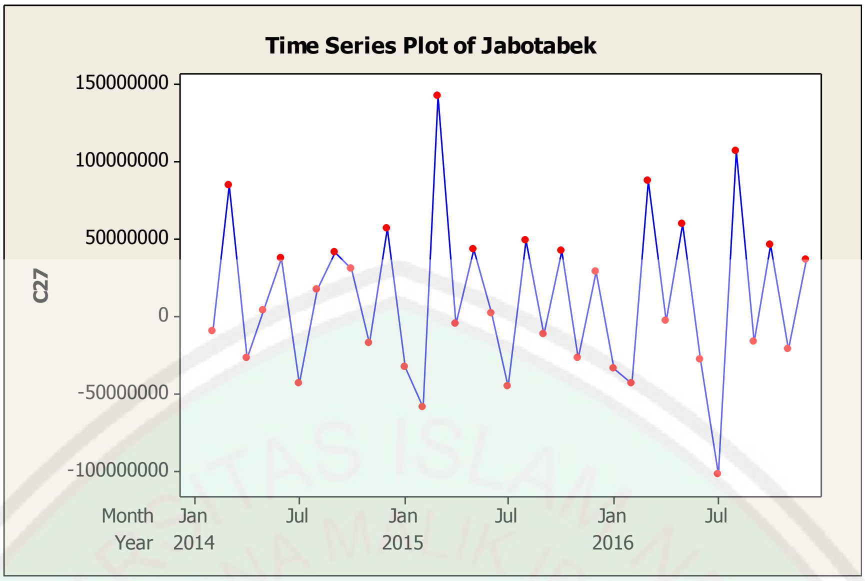


Gambar 4.3 Plot Data Sumatera

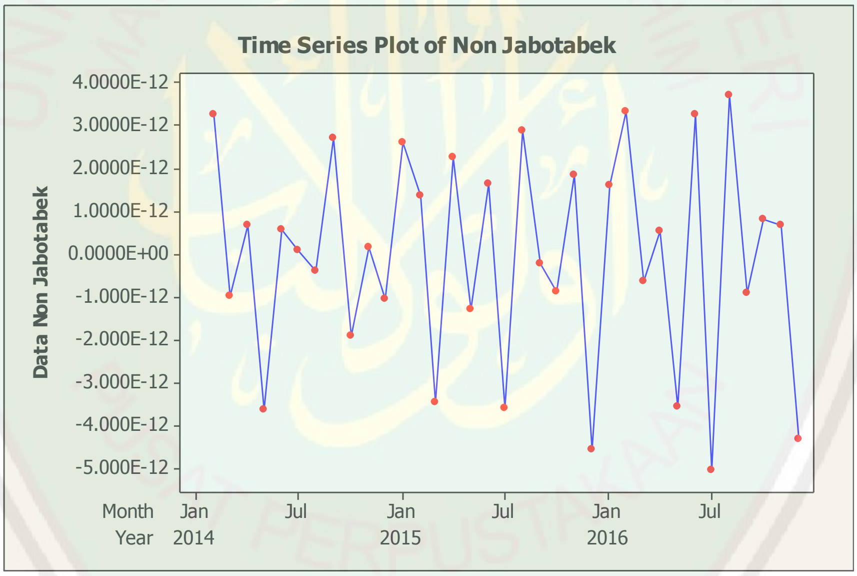
Gambar 4.1, Gambar 4.2, dan Gambar 4.3 merupakan plot data yang tidak stasioner terhadap rata-rata dan variansi. Hal ini terjadi karena masih ada unsur *trend* di dalam data tersebut yang dapat dilihat dari data yang tidak berjalan di sekitar rata-rata, sehingga perlu di stasionerkan dengan cara *differencing*. Proses *differencing* dilakukan dengan cara menggeser data asli ke satu periode sebelumnya dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z_{1,2}' &= Z_{1,2} - Z_{1,2-1} \\ &= 1477 - 1617 \\ &= -140 \end{aligned}$$

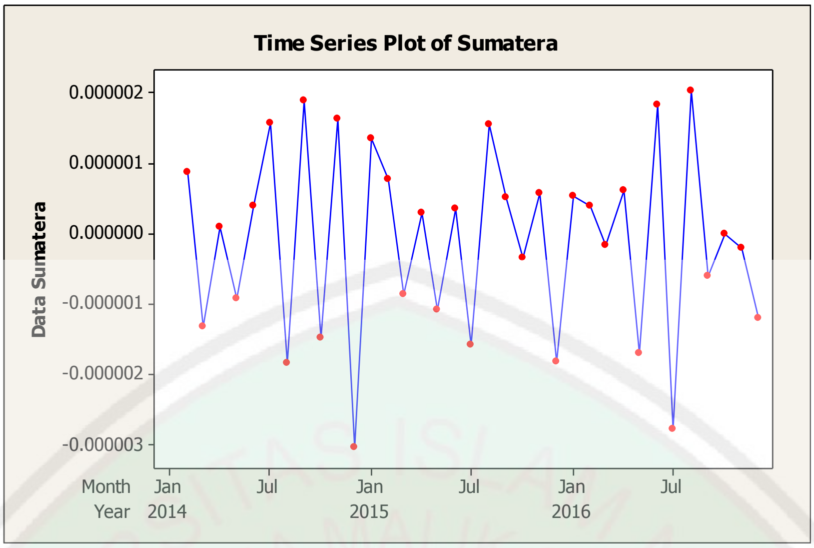
Setelah dilakukan *differencing* satu kali, maka diperoleh plot data sebagai berikut:



Gambar 4.4 Plot Data Jabotabek *Differencing* Pertama



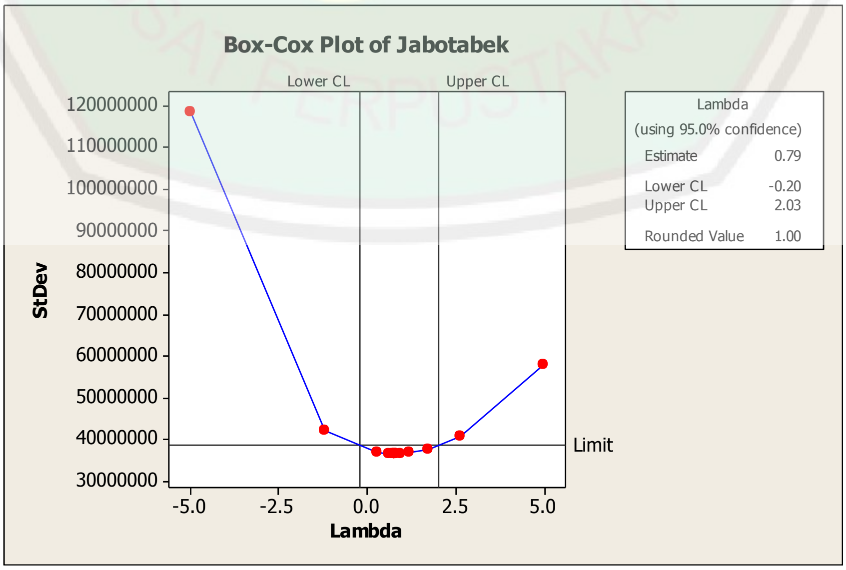
Gambar 4.5 Plot Data Non Jabotabek *Differencing* Pertama



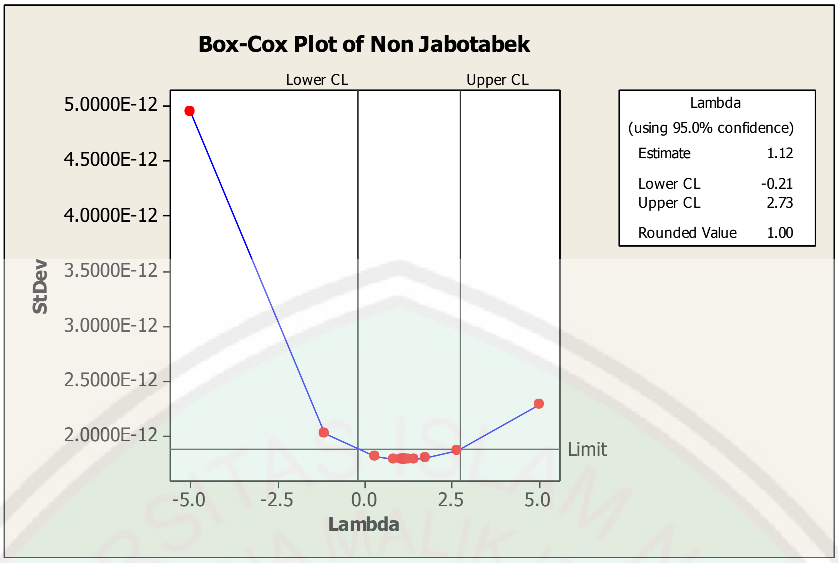
Gambar 4.6 Plot Data Sumatera *Differencing* Pertama

Gambar 4.4, Gambar 4.5, dan Gambar 4.6 merupakan plot data yang sudah stasioner dengan *differencing* satu kali. Hal ini ditandai dengan masing-masing data sudah tidak memiliki unsur *trend* dan data berjalan di sekitar rata-rata. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa data tersebut stasioner dalam rata-rata.

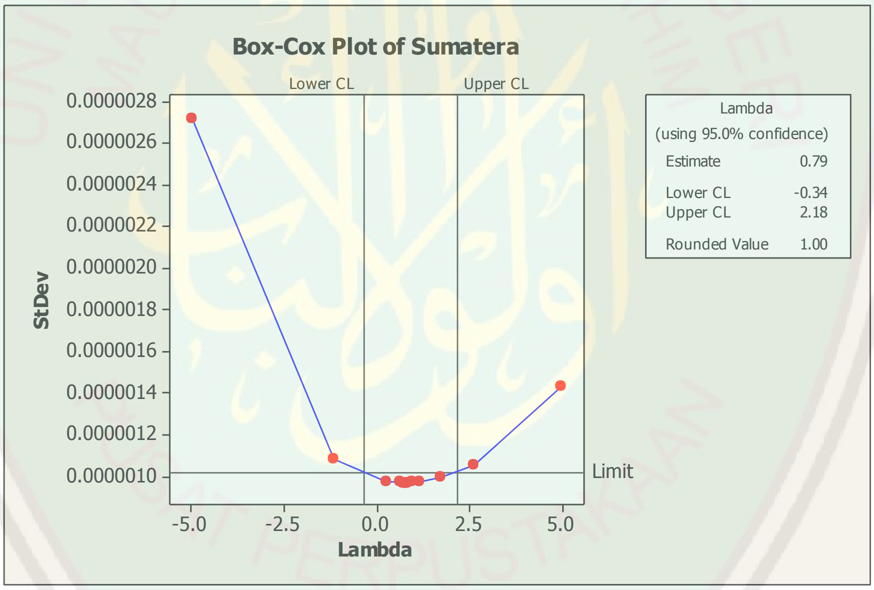
Selanjutnya untuk menstasionerkan data terhadap variansi dilakukan dengan bantuan *software* dengan hasil sebagai berikut:



Gambar 4.7 *Box-Cox* Plot Data Jabotabek Setelah Transformasi



Gambar 4.8 *Box-Cox* Plot Data Non Jabotabek Setelah Transformasi



Gambar 4.9 *Box-Cox* Plot Data Sumatera Setelah Transformasi

Gambar 4.7, 4.8, dan 4.9 merupakan plot *Box-Cox* yang menunjukkan data sudah stasioner terhadap variansi karena nilai *rounded value* bernilai 1,00. Kestasioneran data juga dapat dilihat melalui uji *unit root*. Berikut merupakan hasil uji *unit root* untuk data penumpang kereta api Jabotabek, Non Jabotabek dan Sumatera dengan $\alpha = 0,05$.

Tabel 4.1 Uji *Unit Root* Data Penumpang Kereta Api

Variabel	T-Statistik	*Critical Value* 5%	Probabilitas	Keterangan
Jabotabek	-1.076588	-3.175352	0.6838	Stasioner
Non Jabotabek	-2.535374	-3.175352	0.1338	Stasioner
Sumatera	-4.422284	-3.175352	0.0071	Stasioner

Berdasarkan Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa untuk ketiga komoditas tersebut memiliki nilai mutlak dari t-statistik untuk *test critical value* 5% lebih besar dari t-tabel dengan alfa sebesar 0,05. Kesimpulan yang dapat diambil adalah menolak H_0 yang berarti ketiga komoditas data penumpang kereta api tidak terdapat *unit root* atau data data penumpang kereta api stasioner.

4.1.3 Penentuan *Lag* Optimal

Penentuan *lag* optimal digunakan untuk mengetahui panjang *lag* yang akan digunakan dalam memodelkan VAR. Penentuan *lag* optimal ini dapat ditentukan melalui perhitungan *Akaike Information Criterion* (AIC), *Schwarz Information Criterion* (SIC), dan *Hannan-Quinn Information Criterion* (HQ) yang terkecil diantara *lag-lag* yang dihitung. Adapun perhitungannya menurut persamaan (2.34) ,(2.34) , dan (2.35) diperoleh sebagai berikut:

$$AIC = -2\left(\frac{-1066,62}{48}\right) + 2\frac{\log\left(12 - \left(-1066,62\right)\right)}{48} = 41.73676$$

$$SIC = -2\left(\frac{-1066.62}{180}\right) + 12\frac{\log(48)}{48} = 42.17083$$

$$HQ = -2\left(\frac{-1066.62}{48}\right) + 2\left(12\right)\log\left(\frac{\log(48)}{48}\right) = 41.47790$$

sedangkan untuk nilai AIC, SIC, dan HQ selengkapnya sebagai berikut:

Tabel 4.2 Uji *Lag* Optimal

Lag	**AIC**	**SIC**	**HQ**
0	41.73676	41.74676	41.47790
1	31.97548*	32.61091*	31.27842*
2	41.54630	41.65482	41.46314
3	41.56740	42.55341	41.48583

Berdasarkan Tabel 4.4 dapat dilihat bahwa nilai AIC, SIC, dan HQ yang paling kecil adalah pada *lag* pertama, maka dapat disimpulkan bahwa *lag* optimal dalam pembentukan model VAR yang tepat adalah *lag* 1 atau VAR(1).

4.1.4 Uji Kausalitas Granger

Uji kausalitas granger digunakan untuk mengetahui ada atau tidak hubungan timbal balik antar variabel. Dengan menggunakan persamaan (2.39) didapatkan hasil uji kausalitas granger sebagai berikut:

Tabel 4.3 Uji Kausalitas Granger

Hipotesis	**Obs**	**F-Statistik**	**P-*Value***
Data Non Jabotabek tidak mempengaruhi Jabotabek	11	0.18039	0.6822
Data jabotabek tidak mempengaruhi Non Jaboabek		1.94074	0.2011
Data Sumatera tidak mempengaruhi Jabotabek	11	1.37475	0.2749
Data Jabotabek tidak mempengaruhi Sumatera		0.60863	0.4578
Data Sumatera tidak mempengaruhi Non Jabotebek	11	0.19314	0.6719
Data Non Jabotabek tidak mempengaruhi Sumatera		0.00352	0.9541

Berdasarkan Tabel 4.5 dengan $\alpha = 0,05$, dapat disimpulkan bahwa:

1. Data penumpang Non Jabotabek signifikan mempengaruhi Data penumpan Jabotabek dan Data penumpang Jabotabek signifikan mempengaruhi Data penumpang Non Jabotabek. Hal ini dikarenakan nilai p-*value* lebih kecil dari alfa 5%, sehingga Jumlah Penumpang Kereta Api Jabotabek dan Non Jabotabek memiliki hubungan timbal balik atau saling mempengaruhi.
2. Data Sumatera tidak signifikan mempengaruhi Data penumpang Jabotabek dan Data penumpang Jabotabek tidak signifikan mempengaruhi Data penumpang Sumatera , sehingga tidak ada hubungan timbal balik antara Data penumpang Sumatera dan Data penumpang Jabotabek.
3. Data penumpang Sumatera tidak signifikan mempengaruhi Data penumpang Non Jabotabek dan Data penumpang Non Jabotabek tidak signifikan mempengaruhi Data penumpang Sumatera, sehingga tidak ada hubungan timbal balik antara Data Penumpang Sumatera dan Data penumpang Non Jabotabek.

4.1.5 Estimasi Parameter

Setelah memperoleh model sementara, maka langkah selanjutnya adalah estimasi parameter menggunakan metode *Kalman Filter*. Dengan model sistem pada algoritma *Kalman Filter* di persamaan (2.46) maka persamaan (4.12) dapat diubah dalam bentuk *state space*, sehingga dapat ditulis

Untuk Var (1) variabel ke- 1:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1 \\ \boldsymbol{Z}_1 \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{a}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_1 \\ \boldsymbol{Z}_1 \end{bmatrix}_t + \boldsymbol{w}_t \tag{4.13}$$

Untuk Var (1) variabel ke 2:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_2 \\ \boldsymbol{Z}_2 \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{a}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_2 \\ \boldsymbol{Z}_2 \end{bmatrix}_t + \boldsymbol{w}_t$$

Untuk Var (1) variabel ke 3:

$$\begin{bmatrix} \Phi_3 \\ \boldsymbol{Z}_3 \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{a}_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_3 \\ \boldsymbol{Z}_3 \end{bmatrix}_t + \boldsymbol{w}_t$$

..

dimana :

$$x_1 = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \boldsymbol{Z}_1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} \Phi_2 \\ \boldsymbol{Z}_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}_3 = \begin{bmatrix} \Phi_3 \\ \boldsymbol{Z}_3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{a}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{a}_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \boldsymbol{a}_3 & 0 \end{bmatrix}$$

Sedangkan model pengukurannya yaitu:

$$z_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \boldsymbol{Z}_1 \end{bmatrix}_t + \boldsymbol{v}_t \tag{4.14}$$

$$\boldsymbol{z}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_2 \\ \boldsymbol{Z}_2 \end{bmatrix}_t + \boldsymbol{v}_t \tag{4.15}$$

$$\boldsymbol{z}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_3 \\ \boldsymbol{Z}_3 \end{bmatrix}_t + \boldsymbol{v}_t \tag{4.16}$$

dimana :

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_3 \\ \boldsymbol{Z}_3 \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh model sistem dan pengukuran, selanjutnya dilakukan inisialisasi. Untuk nilai awal Z_t diambil dari data pertama jumlah penumpang kereta api Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera .Untuk nilai awal diberikan sebagai berikut:

Kovarian error model sistem: $R = 10^{-6}$

Dengan nilai estimasi awal:

Untuk VAR (1) variabel ke-1:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{01} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 15176 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

Untuk VAR(1)variabel ke-2:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{02} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 5522 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{03} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 394 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

Nilai *kovarian* awal:

$$\boldsymbol{P}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Nilai *kovarian* error model pengukuran

$$\boldsymbol{Q}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya masuk ke dalam tahap prediksi:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_1^* = \boldsymbol{A}_0 \hat{\boldsymbol{x}}_0$$

Untuk VAR(1) variabel ke-1 :

$$\hat{\boldsymbol{x}}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 \\ 15167 \end{bmatrix} + \boldsymbol{w}_0$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1 \\ 15167 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2 :

$$\hat{\boldsymbol{x}}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3 \\ 5522 \end{bmatrix} + \boldsymbol{w}_0$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3 \\ 5522 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3 :

$$\hat{\boldsymbol{x}}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 394 \end{bmatrix} + \boldsymbol{w}_0$$

$$= \begin{bmatrix} 0.5 \\ 394 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}_1^* = \boldsymbol{A}_0 \boldsymbol{P}_0 \boldsymbol{A}_0^T$$

Untuk VAR(1) variabel ke-1:

$$\boldsymbol{P}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 \\ 0 & 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2:

$$\boldsymbol{P}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 \\ 0 & 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3:

$$\boldsymbol{P}_1^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 \\ 0 & 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tahap koreksi:

Pada tahap koreksi melibatkan *Kalman gain*:

$$\boldsymbol{K}_1 = \boldsymbol{P}_1^* \boldsymbol{H}_1^T \left(\boldsymbol{H}_1 \boldsymbol{P}_1^* \boldsymbol{H}_1^T + \boldsymbol{R}_1 \right)^{-1}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-1

$$\boldsymbol{K}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 10^{-6} \right)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2 :

$$\boldsymbol{K}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 10^{-6} \right)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3 :

$$\boldsymbol{K}_{13} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + 10^{-6} \right)^{-1}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix}$$

Lalu nilai P_{n+1} dicari menggunakan nilai $\boldsymbol{P}_{n+1}^*$ yang diperoleh dari tahap prediksi.

$$\boldsymbol{P}_1 = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K}_1 \boldsymbol{H}_1) \boldsymbol{P}_1^*$$

Untuk VAR(1) variabel ke-1 :

$$\boldsymbol{P}_{11} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2:

$$\boldsymbol{P}_{12} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3:

$$\boldsymbol{P}_{13} = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.0000009 \end{bmatrix}$$

Kemudian nilai $\hat{\boldsymbol{x}}_{t+1}$ diestimasi dengan menggunakan nilai $\hat{\boldsymbol{x}}^*_{t+1}$ yang diperoleh dari tahap prediksi.

$$\hat{\boldsymbol{x}}_1 = \hat{\boldsymbol{x}}_1^* + \boldsymbol{K}_1 \left(\boldsymbol{z}_1 - \boldsymbol{H}_1 \hat{\boldsymbol{x}}_1^* \right)$$

Untuk VAR(1) variabel ke-1:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{11} = \begin{bmatrix} 0.000010000000000 \\ 1.516700000000000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix}$$

$$\left(\left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1 \\ 15176 \end{bmatrix} + v_0 \right) - \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.000010000000000 \\ 1.516700000000000 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.000010000000000 \\ 1.516700000000000 \end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{12} = \begin{bmatrix} 0.000010000000000 \\ 1.516700000000000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.999999000001000 \end{bmatrix}$$

$$\left(\left(\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,3\\5522\end{bmatrix}+v_0\right)-\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.000010000000000\\1.516700000000000\end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix}0.000300000000000\\5.522000000000000\end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{13}=\begin{bmatrix}0.000010000000000\\1.516700000000000\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0.999999000001000\end{bmatrix}$$

$$\left(\left(\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0,5\\394\end{bmatrix}+v_0\right)-\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0.000010000000000\\1.516700000000000\end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix}0.005000000000000\\3.940000000000000\end{bmatrix}$$

Untuk iterasi berikutnya bisa dilihat di lampiran II. Dari tahap-tahap di atas di peroleh nilai *error* yaitu

Untuk VAR(1) variabel ke-1 :

$$\boldsymbol{Error}=\boldsymbol{Z}_{tt}-\boldsymbol{Z}_{tu}=\begin{bmatrix}0.149569393631310\\0.149569393631310\\\vdots\\0.101169405651841\end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2:

$$\boldsymbol{Error}=\boldsymbol{Z}_{tt}-\boldsymbol{Z}_{tu}=\begin{bmatrix}-0.257230606368691\\-0.128830606368691\\\vdots\\0.099269405651841\end{bmatrix}$$

Untuk VAR(1) variabel ke 3:

$$\boldsymbol{Error}=\boldsymbol{Z}_{tt}-\boldsymbol{Z}_{tu}=\begin{bmatrix}-0.556630606368691\\-0.487730606368690\\\vdots\\0.087569405651841\end{bmatrix}\ atau$$

Untuk VAR(1) variabel ke-1 :

$$Norm = \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_n|^2}$$
$$= \sqrt{|0.149569363533259|^2 + \cdots + |0.101169405651841|^2}$$
$$= 2.4397$$

Untuk VAR(1) variabel ke-2 :

$$Norm = \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_n|^2}$$
$$= \sqrt{|-0.257230606368691|^2 + \cdots + |0.099269405651841|^2}$$
$$= 2.566366$$

Untuk VAR(1) variabel ke-3 :

$$Norm = \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2 + \cdots + |x_n|^2}$$
$$= \sqrt{|-0.556630606368691|^2 + \cdots + |0.087569405651841|^2}$$
$$= 2.844443$$

dimana

$\boldsymbol{Z}_t$: Data hasil estimasi

$\boldsymbol{Z}_{tu}$: Data asli

$x_1, x_2, \ldots, x_n$: *Error* ke-1,2, ... , n

Selanjutnya jika persamaan (4.17, 4.18, 4.19) diubah nilai awalnya maka menghasilkan *error* seperti pada tabel sebagai berikut

Tabel 4.3 nilai *error* pada setiap nilai awal

No	Nilai Awal	Norm
1	$\hat{\boldsymbol{x}}_{01} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 15176 \end{bmatrix}$	2.4397
	$\hat{\boldsymbol{x}}_{02} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 5522 \end{bmatrix}$	2.566366
	$\hat{\boldsymbol{x}}_{03} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 394 \end{bmatrix}$	2.844443
2	$\hat{\boldsymbol{x}}_{03} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 15176 \end{bmatrix}$	2.4397

	$\hat{x}_{03} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 5522 \end{bmatrix}$	2.591858
	$\hat{x}_{03} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 394 \end{bmatrix}$	2.87477
3	$\hat{x}_{03} = \begin{bmatrix} 1,55 \\ 15176 \end{bmatrix}$	2.4397
	$\hat{x}_{03} = \begin{bmatrix} 0,12 \\ 5522 \end{bmatrix}$	2.591858
	$\hat{x}_{03} = \begin{bmatrix} 0,66 \\ 394 \end{bmatrix}$	2.87477

Iterasi dilakukan sebanyak jumlah data observasi yaitu 36. Dari beberapa percobaan nilai awal diatas dapat disimpulkan bahwa tabel nomer 1 memiliki nilai error yang paling kecil. Sehingga hasil estimasi parameter model VAR menggunakan *kalman Filter* sebagai berikut:

Tabel 4.4 Hasil estimasi parameter model VAR menggunakan *Kalman Filter*

Model	Parameter	Koefisien
	Φ_1	0.1
$\boldsymbol{Z}_3 = \boldsymbol{W}_3\boldsymbol{\Phi}_3 + \boldsymbol{a}_3$	Φ_2	0.3
	Φ_3	0.5

Hasil parameter model VARI (1,1) menggunakan *Kalman Filter* yang diperoleh pada tabel diatas, di subtitusikan pada persamaan (4.12) sehingga diperoleh persamaan model sebagai berikut

$$Z_1 = 0.1W_3 + a_3$$

$$Z_2 = 0.3W_3 + a_3$$

$$Z_3 = 0.5W_3 + a_3$$

4.1.6 Verifikasi Model VAR

Tahap sebelumnya telah menunjukkan bahwa data sudah stasioner dan telah didapatkan model pada persamaan (4.12), maka tahap selanjutnya adah pemeriksaan model melalui proses *white noise* dimana residualnya tidak boleh berkorelasi. Uji *portmanteau* dengan persamaan (2.28) diperoleh nilai-nilai q-statistik sebagai berikut:

Tabel 4.5 Hasil Uji *Portmanteau*

Lag	**Q-Stat**	**Prob.**
1	6.623708	---
2	14.36995	0.1098
3	24.32947	0.1445
4	30.25005	0.3030
5	33.53973	0.5862
6	35.98696	0.8291
7	39.97000	0.9226

Berdasarkan tabel diatas terlihat bahwa hingga *lag* ketujuh, tidak ada komponen autokorelasi yang signifikan pada alfa 5%, semua nilai p-*value* pada setiap *lag* lebih besar dari alfa, artinya *error* tidak saling berkorelasi atau model sudah layak.

4.2 Pengaplikasian Konsep Pendugaan dalam Islam

Surat Al-Baqarah ini menceritakan bahwa terdapat manusia yang takut akan kematian. Mereka beranggapan bahwa ketika mereka keluar dari kampung halamannya mereka tidak akan mati. Kemudian mereka juga beranggapan hidup dan mati yang mereka alami tergantung dengan keadaan lingkungannya.

Namun Allah menyangkal pernyataan tersebut dimana Allah berfirman bahwa manusia yang beranggapan tersebut hanyalah menduga-duga. Kalimat "menduga-duga" disini sama artinya dengan estimasi. Estimasi adalah pendugaan sementara atas suatu hal yang dapat digunakan untuk meramalkan hal-hal yang akan terjadi dimasa yang akan datang. Dan di ayat diatas mereka menduga-duga jika mereka keluar dari kampung mereka tidak akan mati.

Ayat tersebut terdapat kaitannya dengan penelitian ini. Tahap awal dalam penelitian ini merupakan tahap estimasi parameter yang bertujuan untuk mencari nilai konstanta dan koefisien pada model VAR. Setelah didapatkan nilai parameternya maka akan dikaitkan dengan aplikasi data.

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, maka dapat diambil simpulan bahwa proses dan hasil estimasi model VARI (1,1) pada data jumlah penumpang kereta api Jabotabek, Non Jabotabek, Sumatera adalah

$$z_1 = 0.1w_3 + a_3$$

$$z_2 = 0.3w_3 + a_3$$

$$z_3 = 0.5w_3 + a_3$$

5.2 Saran

Penelitian ini dapat dikembangkan dengan menganalisis model VAR dengan metode dan data yang berbeda. Untuk penelitian selanjutnya disarankan menganalisis model *time series multivariate* lainnya dan dibandingkan dengan metode yang sama.

DAFTAR RUJUKAN

Adiningsih, S. 2009. *Statistik*. Yogyakarta: BPFE.

Ariefianto, M.D. 2012. *Ekonometrika Esensi dan Aplikasi dengan Menggunakan Eviews*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Atmaja, L. S. 1997. *Statistika untuk Bisnis dan Ekonomi*. Yogyakarta: Penerbit Andi.

Aziz, A. 2010. *Ekonometrika Teori dan Praktik Eksperimen dengan Matlab*. Malang: UIN Maliki Press.

Box, G.E.P., Jenkins, G.M., & Reinsel, G.C. 1970. *Time Series Analysis: Forecasting and Control Third Edition. San Fransisco*: Golden Day.

Box, G & Jenkins, G. 2008. *Time Series Analysis*. Canada: John Willey & Sons, Inc.

Chridayanti, B., dkk. 2015. *Peramalan Kandungan Particulate Matter (PM10) dalam udara Ambien Kota Surabaya Menggunakan Double Seasonal ARIMA (DSARIMA)*. Jurnal Sains dan Seni ITS vol.4, No.2.

Cynthia, A. 2015. *Analisis Perbandingan menggunakan Arima dan Bootstrap pada Peramalan Nilai Ekspor Indonesia*. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

Dajan, A. 1986. *Pengantar Metode Statistik Jilid II*. Jakarta: LP3ES.

Desvina, A.P & Maryam, J.D. 2016. *Pemodelan Pencemaran Udara Menggunakan Metode Vector Autoregressive (VAR) di Provinsi Riau*. Jurnal Sains, Teknologi dan Industri, Vol.13, No.2.

Efron, B. & R.J. Tibshirani. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. United States of America: CRC press LCC.

Febritasari, P., dkk. 2016. *Estimasi Inflasi Wilayah Kerja KPwBI Malang Menggunakan ARIMA-Filter kalman dan VAR-Filter Kalman*. Jurnal Sains dan Seni ITS, Vol.5, No.1.

Fikriah, dkk. 2017. *Pendekatan Metode VAR-GARCH pada Pemodelan Keterkaitan Indeks Harga Saham Tabungan (ISHG), Kurs Dollar Amerika dan Harga Emas Dunia*. Jurnal Logika Jilid 7. No. 2.

Gujarati, D. N. 2004. *Dasar-dasar Ekonometrika*. Jakarta: Erlangga.

Gujarati, D. N .2006. *Essentials of Econometrics* third edition. Mc Grow-Hill International edition: United states military academy, west point

Hanke, J.E. & Wichern, D.W. 2005. *Business Forecasting Eight Edition*. New Jersey: Pearson Prenticehall.

Harinaldi, M.Eng. 2005. *Prinsip-prinsip Statistik untuk Teknik dan Sains*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Hasan, M.I. 2005. *Pokok-pokok Materi Statistik 1 (Statistik Deskriptif)*. Jakarta: PT. Bumi Aksara.

Hayati, Farida Nur, & Brodjol Sutijo S.U. 2016. *Peramalan Harga Saham Jakarta Islami Menggunakan Metode Vector Autoregressive*. Jurnal Sains dan Seni ITS Vol. 5 No. 2.

http:// www.bappeda.jatimprov.go.id, diakses 19 Juli 2018.

Irdam, A.2007. *Hubungan Antara Inflasi dan Tingkat Pengangguran.* Jurnal EKUBANK VOL.1.

Kharis, M. 2011. Bahan Ajar Pemodelan Matematika. Semarang: Universitas Negeri Semarang.

Kurniawan, dkk. 2017.*Penerapan Metode Filter Kalman Dalam Perbaikan Hasil Prediksi Cuaca Dengan Metode ARIMA*. Jurnal Logika Jilid 7. No. 2.

Lestari, N. & Wahyuningsih, N. 2012. *Peramalan Kunjungan Wisata dengan Pendekatan Model SARIMA*, Jurnal Sains dan Seni ITS, Vol.1, No.1.

Lewis, F.L., Xie, L., & Popa. 2008. *Optimal and Robust Estimation with an Introduction to Stochastic Control Theory*. Second Edition. London: CRC Press.

Lutkepohl, Helmut. 2005. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. New York: Springer Berlin Heidelberg.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & McGee. 1995. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & McGee. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Edisi Kedua*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Nachrowi, D. 2006. *Pendekatan Populer dan Praktis Ekonometrika untuk Analisis Ekonomi dan Keuangan*. Jakarta: Lembaga Penerbit Universitas Indonesia.

Pankratz, A. 1983. *Forecasting With Univariate Box-Jenkins Model*. Canada: John Willey & Sons, Inc.

Pratama, I.P.A.E. 2014. *Sistem Informasi dan Implementasinya*. Bandung: Inforamtika Bandung.

Purwanto & Suharyadi. 2004. *Statistika untuk Ekonomi & Keuangan Modern.* Jakarta: PT. Salemba Emban Patria.

Retno Dewi, dkk. 2011. Model *Vector Autoregressive Untuk Peramalan Curah Hujan Di Indramayu*. Jurnal Forum Statistika dan Komputasi, Vol.16, No.2.

Riduwan, M.B.A. 2009. *Dasar-Dasar Statistika*. Bandung: ALFABETA.

Rosadi, D. 2012. *Pengantar Analisis Runtun Waktu*. Yogyakarta: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Gadjah Mada.

Saefuddin, dkk. 2009. *Statistika Dasar*. Jakarta: Grasindo.

Santoso, S. 2009. *Metode Peramalan Bisnis Masa Kini dengan Minitab dan SPSS.* Jakarta: Gramedia.

Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Bandung: Penerbit ITB.

Shcochrul, dkk. 2011. *Cara Cerdas Menguasai Eviews*. Jakarta: Salemba Empat.

Shiddieqy, T.M.H.A. 2003. Tafsir Al-n-Qur'anul Majid An-Nuur. Semarang: PT. Pustaka Rizki Putra.

Simbolan, H. 2009. *Statistika*.Yogyakarta: Graha Ilmu.

Soejoeti. Z. 1987. Analisis Runtun Waktu. Jakarta: Karunia.

Sudiyono, A. 2001. *Pemasaran Pertanian*. Malang: Universitas Muhammadiyah Malang.

Sugiyono, A. 2008. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D. Bandung*: Alfabeta.

Suharyadi & Purwanto, S. K. 2004. *Statistika Dasar*. Jakarta: Salemba Empat.

Sumihi Deastic, dkk. 2017. Prediksi Tinggi Gelombang Laut di Perairan laut Sulawesi Utara dengan Menggunakan Model Vector Autoregressive (VAR). Journal de Cartesian. Vol.6, No. 2.

Sumodiningrat, Gunawan. 1994. *Ekonometrika Pengantar*, Edisi Pertama. Yogyakarta: Badan Penerbit Fakultas Ekonomi

Supangat, Andi. 2007. *Statistik dalam Kajian Deskriptif, Inferensi dan Nonparametrik*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.

Supranto, J. 2000. *Statistik (Teori dan Aplikasi), Edisi Keenam*. Jakarta: Erlangga.

Supranto, J. 2009. *Statistik Teori dan Aplikasi*. Jilid II. Jakarta: Erlangga.

Suprihatin, B., Guritno, S & Haryatmi, S. 2011. Estimasi Parameter Bootstrap Pada Proses AR(1). Prosiding Seminar Nasional Statistika, 9(1):38-50.

Tsay, R.S. 2002. *Analysis Financial Time Series.* Canada: John Willey & Son

Turmudzi & Harini, S. 2008. *Metode Statistika*. Malang: UIN Malang Press.

Wibisono, Y. 2009. *Metode Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada Press.

Widarjono, A.2007. *Ekonometrika Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis. Edisi Kedua.* Yogyakarta: Ekonosia

Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.

LAMPIRAN I

DATA JUMLAH PENUMPANG KERETA API (KAI) PERIODE JANUARI 2014 – DESEMBER 2016 JABOTABEK, NON JABOTABEK, SUMATERA.

Tahun	Bulan	Jabotabek	non jabotabek	sumatera
	Januari	15176	5522	394
	Februari	14856	4772	370
	Maret	17471	4956	409
	April	16671	4831	406
	Mei	16781	5766	441
2014	Juni	17848	5567	425
	Juli	16585	5540	375
	Agustus	17091	5672	436
	September	18253	4966	374
	Oktober	19079	5424	420
	November	18605	5381	370
	Desember	20080	5711	484
Tahun	Januari	19244	5010	422
	Februari	17640	4754	396
	Maret	21290	5551	426
	April	21171	4979	415
	Mei	22177	5273	460
2015	Juni	22207	4911	444
	Juli	21171	5906	535
	Agustus	22295	5056	445
	September	22021	5104	424
	Oktober	22964	5316	438
	November	22355	4898	416
	Desember	22996	6332	503
Tahun	Januari	22238	5648	472
	Februari	21229	4829	453
	Maret	23206	4950	461
	April	23149	4851	434
	Mei	24401	5775	527
2016	Juni	23821	4909	429
	Juli	21574	6642	615
	Agustus	23923	5202	463
	September	23570	5448	497
	Oktober	24533	5232	498
	November	24101	5074	512
	Desember	24841	6689	620

Atau

V1	V2	V3
15176	5522	394
14856	4772	370
17471	4956	409
16671	4831	406
16781	5766	441
17848	5567	425
16585	5540	375
17091	5672	436
18253	4966	374
19079	5424	420
18605	5381	370
20080	5711	484
19244	5010	422
17640	4754	396
21290	5551	426
21171	4979	415
22177	5273	460
22207	4911	444
21171	5906	535
22295	5056	445
22021	5104	424
22964	5316	438
22355	4898	416
22996	6332	503
22238	5648	472
21229	4829	453
23206	4950	461
23149	4851	434
24401	5775	527
23821	4909	429
21574	6642	615
23923	5202	463
23570	5448	497
24533	5232	498
24101	5074	512
24841	6689	620

LAMPIRAN II

Uji lag

VAR Lag Order Selection Criteria
Endogenous variables: JABOTABEK NON_JABOTABEK SUMATERA
Exogenous variables: C
Date: 12/02/17 Time: 10:51
Sample: 1 12
Included observations: 10

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-225.5047	NA	2.22e+14	41.73676	42.17083	41.47790
1	-217.5522	10.12132*	2.98e+14*	31.97548*	32.61091*	31.27842*
2	-138.8774	34.16431	4.22e+10	41.54630	41.65482	41.46314
3	-261.4267	42.83204	6.12e+15	41.56740	42.55341	41.48583

* indicates lag order selected by the criterion
FPE: Final prediction error
AIC: Akaike information criterion
SC: Schwarz information criterion
HQ: Hannan-Quinn information criterion

LAMPIRAN III

Uji Kausalitas *Granger*

Pairwise Granger Causality Tests
Date: 12/02/17   Time: 10:56
Sample: 1 12
Lags: 1

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
NON_JABOTABEK does not Granger Cause JABOTABEK	11	0.18039	0.6822
JABOTABEK does not Granger Cause NON_JABOTABEK		1.94074	0.2011
SUMATERA does not Granger Cause JABOTABEK	11	1.37375	0.2749
JABOTABEK does not Granger Cause SUMATERA		0.60863	0.4578
SUMATERA does not Granger Cause NON_JABOTABEK	11	0.19314	0.6719
NON_JABOTABEK does not Granger Cause SUMATERA		0.00352	0.9541

LAMPIRAN IV

HASIL PROGRAM ESTIMASI PARAMETER DENGAN METODE KALMAN FILTER

Pneg(:,:,1,1) =

    1   0
    0   1

Pneg(:,:,2,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,3,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,4,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,5,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,6,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,7,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,8,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,9,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,10,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,11,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,12,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,13,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,14,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

Pneg(:,:,15,1) =

    1.0000   0
         0   0.0000

```
Pneg(:,:,16,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,17,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,18,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,19,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,20,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,21,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,22,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,23,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,24,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,25,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,26,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,27,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,28,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,29,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,30,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,31,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,32,1) =
```

```
    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,33,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,34,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,35,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,36,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,37,1) =

    1.0000         0
         0    0.0000


Pneg(:,:,1,2) =

     1     0
     0     1


Pneg(:,:,2,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,3,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,4,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,5,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,6,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,7,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,8,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,9,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,10,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000


Pneg(:,:,11,2) =

    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,12,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,13,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,14,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,15,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,16,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,17,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,18,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,19,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,20,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,21,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,22,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,23,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,24,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,25,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,26,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,27,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,28,2) =

1.0000 0.0014
0.0014 0.0000

Pneg(:,:,29,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,30,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,31,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,32,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,33,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,34,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,35,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,36,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,37,2) =

```
    1.0000    0.0014
    0.0014    0.0000
```

Pneg(:,:,1,3) =

```
     1     0
     0     1
```

Pneg(:,:,2,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,3,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,4,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,5,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,6,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,7,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,8,3) =

```
    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,9,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,10,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,11,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,12,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,13,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,14,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,15,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,16,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,17,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,18,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,19,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,20,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,21,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,22,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,23,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000


Pneg(:,:,24,3) =

    1.0000    0.0006
    0.0006    0.0000
```

Pneg(:,:,25,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,26,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,27,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,28,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,29,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,30,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,31,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,32,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,33,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,34,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,35,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,36,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

Pneg(:,:,37,3) =

    1.0000   0.0006
    0.0006   0.0000

ans=

1

1.0000e-006

1.0000e-006

1.0000e-006

1.0000e-006

1.0000e-006

1.0000e-006

1.0000e-006

1.0000e-006

```
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006
1.0000e-006


Phasil(:,:,1) =

   1.000034999999997                   0
                   0   0.000000500000000


Phasil(:,:,2) =

   0.499045570274917   0.000353558732329
   0.000353558732329   0.000000750486198


Phasil(:,:,3) =

   0.834688663739801   0.000262685986354
   0.000262685986354   0.000000582670357


xhasil =

   1.576753070612981   0.146753070612981   0.686753070612981
```

0.000972142080997 0.001178705275388 0.001403788665607

tampilkan data model Y hasil? =1

Ytt =

1.0e+004 *

1.667169363533259 2.058912412240281
2.359012404244921
1.635169363533259 1.898512412240281
2.258112404244921
1.896669363533259 2.263512412240281
2.455812404244921
1.816669363533259 2.251612412240281
2.450112404244921
1.827669363533259 2.352212412240281
2.575312404244921
1.934369363533259 2.355212412240281
2.517312404244922
1.808069363533259 2.251612412240281
2.292612404244921
1.858669363533259 2.364012412240281
2.527512404244921
1.974869363533259 2.336612412240281
2.492212404244921
2.057469363533259 2.430912412240281
2.588512404244921
2.010069363533259 2.370012412240282
2.545312404244922
2.157569363533259 2.434112412240281
2.619312404244921
2.424619406668365 2.409562455375387
2.410262447380027
0.149569351533324 0.134512400240347
0.135212392244987
0.149569603207622 0.134512651914644
0.135212643919285
0.149569454545455 0.134512503252478
0.135212495257118
0.149569508608084 0.134512557315106
0.135212549319746
0.149569520836988 0.134512569544011
0.135212561548651
0.149569439755644 0.134512488462666
0.135212480467306
0.149569449660862 0.134512498367884
0.135212490372524
0.149569448787560 0.134512497494583
0.135212489499223
0.149569664982239 0.134512713689262
0.135212705693902
0.149569684798416 0.134512733505438
0.135212725510078
0.149569405094118 0.134512453801141
0.135212445805781
-0.608780302537898 -
0.141587226393047 0.115512801345286
0.149569571249598 0.134512639321588
0.135212654552285
0.149569406432702 0.134512474688052
0.135212489816839
0.149569475619910 0.134512543874444
0.135212559003685
0.149569419403654 0.134512487795821
0.135212502848567
0.149569344646721 0.134512413057413
0.135212428099863
0.149569576762291 0.134512645219345
0.135212660236028
0.149569476974341 0.134512545685077
0.135212560560767
0.149569472913173 0.134512541859855
0.135212556604408
0.149569378773513 0.134512447929511
0.135212462557729
0.149569339142094 0.134512408313540
0.135212422933173
0.149569539742117 0.134512608802086
0.135212623483676

Er =

1.0e+004 *

0.149569363533259 -
0.257230636466741 -0.556630636466741
0.149569363533259 -
0.128830636466741 -0.487730636466741
0.149569363533259 -
0.232330636466741 -0.423930636466741
0.149569363533259 -
0.300430636466741 -0.498230636466741

0.149569363533259 -
0.390030636466741 -0.612430636466741
0.149569363533259 -
0.286330636466741 -0.447730636466741
0.149569363533259 -
0.309030636466741 -0.349330636466741
0.149569363533259 -
0.370830636466741 -0.533630636466741
0.149569363533259 -
0.227230636466741 -0.382130636466741
0.149569363533259 -
0.238930636466741 -0.395830636466741
0.149569363533259 -
0.225430636466741 -0.400030636466741
0.149569363533259 -
0.142030636466741 -0.326530636466741
1.872419406668365 1.923619406668365
1.859819406668364
-0.327630648466676 -
0.325830648466676 -0.333330648466676
-0.346030396792378 -
0.405530396792378 -0.345430396792378
-0.333530545454545 -
0.348330545454545 -0.335530545454545
-0.427030491391916 -
0.377730491391916 -0.427930491391916
-0.407130479163012 -
0.341530479163012 -0.341330479163012
-0.404430560244356 -
0.441030560244356 -0.514630560244356
-0.417630550339138 -
0.356030550339138 -0.370630550339138
-0.347030551212440 -
0.360830551212440 -0.395230551212440
-0.392830335017761 -
0.382030335017761 -0.373630335017761
-0.388530315201584 -
0.340230315201584 -0.357830315201584
-0.421530594905882 -
0.483630594905882 -0.519330594905882
-0.648180302537898 -
0.650980302537898 -0.655980302537898
0.112569571249598 0.109969571249598
0.104269571249598
0.108669406432702 0.106969406432702
0.103469406432702
0.108969475619910 0.108069475619910
0.106169475619910
0.105469419403653 0.103569419403654
0.096869419403653

0.107069344646721 0.105169344646721
0.106669344646721
0.112069576762291 0.096069576762291
0.088069576762291
0.105969476974341 0.105069476974341
0.103269476974341
0.112169472913173 0.107169472913173
0.099869472913173
0.107569378773513 0.105769378773513
0.099769378773513
0.112569339142094 0.107969339142094
0.098369339142094
0.101169539742117 0.099269539742117
0.087569539742117

Phasil1(:,:,1,1) =

1 0
0 1

Phasil1(:,:,1,2) =

1 0
0 1

Phasil1(:,:,1,3) =

1 0
0 1

xhasil0(:,:,1) =

1.0e+004 *

0.000155000000000
1.516700000000000

xhasil0(:,:,2) =

1.0e+003 *

0.000120000000000
5.522000000000000

xhasil0(:,:,3) =

1.0e+002 *

0.006600000000000
3.940000000000000

Khasil0(:,:,1,1) =

0
0.999999000001000

Khasil0(:,:,1,2) =

0
0.999999000001000

Khasil0(:,:,1,3) =

0
0.999999000001000

xhhasil1(:,:,1) =

1.0e+004 *

0.000155000000000
1.516700000000000

xhhasil1(:,:,2) =

1.0e+003 *

0.000120000000000
5.522000000000000

xhhasil1(:,:,3) =

1.0e+002 *

0.006600000000000
3.940000000000000

P1(:,:,1,1) =

1.000000000000000 0
0 0.000000999999000

P1(:,:,1,2) =

1.000000000000000 0
0 0.000000999999000

P1(:,:,1,3) =

1.000000000000000 0

0 0.000000999999000

Data dengan nilai awal (0.1, 0.1, 0.1)

Pneg(:,:,1,1) =

1 0
0 1

Pneg(:,:,2,1) =

1.000001000000000 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,3,1) =

1.000002000000000 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,4,1) =

1.000003000000000 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,5,1) =

1.000004000000000 0

0 0.000001000000000

Pneg(:,:,6,1) =

1.000005000000000 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,7,1) =

1.000006000000000 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,8,1) =

1.000006999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,9,1) =

1.000007999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,10,1) =

1.000008999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,11,1) =

1.000009999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,12,1) =

1.000010999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,13,1) =

1.000011999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,14,1) =

1.000012999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,15,1) =

1.000013999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,16,1) =

1.000014999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,17,1) =

1.000015999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,18,1) =

1.000016999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,19,1) =

1.000017999999999 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,20,1) =

1.000018999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,21,1) =

1.000019999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,22,1) =

1.000020999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,23,1) =

1.000021999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,24,1) =

1.000022999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,25,1) =

1.000023999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,26,1) =

1.000024999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,27,1) =

1.000025999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,28,1) =

1.000026999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,29,1) =

1.000027999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,30,1) =

1.000028999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,31,1) =

1.000029999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,32,1) =

1.000030999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,33,1) =

1.000031999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,34,1) =

1.000032999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,35,1) =

1.000033999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,36,1) =

1.000034999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,37,1) =

1.000035999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,1,2) =

1 0
0 1

Pneg(:,:,2,2) =

1.000001000000000	0.000122535840415
0.000122535840415	0.000001015015032

Pneg(:,:,3,2) =

1.000002000000000	0.000122535962951
0.000122535962951	0.000001015015047

Pneg(:,:,4,2) =

1.000003000000000	0.000122536085487
0.000122536085487	0.000001015015062

Pneg(:,:,5,2) =

1.000004000000000	0.000122536208023
0.000122536208023	0.000001015015077

Pneg(:,:,6,2) =

1.000005000000000	0.000122536330559
0.000122536330559	0.000001015015092

Pneg(:,:,7,2) =

1.000006000000000	0.000122536453094
0.000122536453094	0.000001015015107

Pneg(:,:,8,2) =

1.000006999999999	0.000122536575630
0.000122536575630	0.000001015015122

Pneg(:,:,9,2) =

1.000007999999999	0.000122536698166
0.000122536698166	0.000001015015137

Pneg(:,:,10,2) =

1.000008999999999	0.000122536820702
0.000122536820702	0.000001015015152

Pneg(:,:,11,2) =

1.000009999999999	0.000122536943238
0.000122536943238	0.000001015015167

Pneg(:,:,12,2) =

1.000010999999999	0.000122537065774
0.000122537065774	0.000001015015182

Pneg(:,:,13,2) =

1.000011999999999	0.000122537188309
0.000122537188309	0.000001015015197

Pneg(:,:,14,2) =

1.000012999999999	0.000122537310845
0.000122537310845	0.000001015015212

Pneg(:,:,15,2) =

1.000013999999999	0.000122537433381
0.000122537433381	0.000001015015227

Pneg(:,:,16,2) =

1.000014999999999	0.000122537555917
0.000122537555917	0.000001015015242

Pneg(:,:,17,2) =

1.000015999999999	0.000122537678453
0.000122537678453	0.000001015015257

Pneg(:,:,18,2) =

1.000016999999999	0.000122537800989

0.000122537800989   0.000001015015272

Pneg(:,:,19,2) =

1.000017999999999   0.000122537923524
0.000122537923524   0.000001015015287

Pneg(:,:,20,2) =

1.000018999999998   0.000122538046060
0.000122538046060   0.000001015015302

Pneg(:,:,21,2) =

1.000019999999998   0.000122538168596
0.000122538168596   0.000001015015317

Pneg(:,:,22,2) =

1.000020999999998   0.000122538291132
0.000122538291132   0.000001015015332

Pneg(:,:,23,2) =

1.000021999999998   0.000122538413668
0.000122538413668   0.000001015015348

Pneg(:,:,24,2) =

1.000022999999998   0.000122538536204
0.000122538536204   0.000001015015363

Pneg(:,:,25,2) =

1.000023999999998   0.000122538658739
0.000122538658739   0.000001015015378

Pneg(:,:,26,2) =

1.000024999999998   0.000122538781275
0.000122538781275   0.000001015015393

Pneg(:,:,27,2) =

1.000025999999998   0.000122538903811
0.000122538903811   0.000001015015408

Pneg(:,:,28,2) =

1.000026999999998   0.000122539026347
0.000122539026347   0.000001015015423

Pneg(:,:,29,2) =

1.000027999999998   0.000122539148883
0.000122539148883   0.000001015015438

Pneg(:,:,30,2) =

1.000028999999998   0.000122539271419
0.000122539271419   0.000001015015453

Pneg(:,:,31,2) =

1.000029999999998   0.000122539393955
0.000122539393955   0.000001015015468

Pneg(:,:,32,2) =

1.000030999999997   0.000122539516490
0.000122539516490   0.000001015015483

Pneg(:,:,33,2) =

1.000031999999997   0.000122539639026
0.000122539639026   0.000001015015498

Pneg(:,:,34,2) =

1.000032999999997   0.000122539761562
0.000122539761562   0.000001015015513

Pneg(:,:,35,2) =

1.000033999999997	0.000122539884098
0.000122539884098	0.000001015015528

Pneg(:,:,36,2) =

1.000034999999997	0.000122540006634
0.000122540006634	0.000001015015543

Pneg(:,:,37,2) =

1.000035999999997	0.000122540129170
0.000122540129170	0.000001015015558

Pneg(:,:,1,3) =

1	0
0	1

Pneg(:,:,2,3) =

1.000001000000000	0.001185149270048
0.001185149270048	0.000002404578792

Pneg(:,:,3,3) =

1.000002000000000	0.001185150455197
0.001185150455197	0.000002404580197

Pneg(:,:,4,3) =

1.000003000000000	0.001185151640346
0.001185151640346	0.000002404581601

Pneg(:,:,5,3) =

1.000004000000000	0.001185152825495
0.001185152825495	0.000002404583006

Pneg(:,:,6,3) =

1.000005000000000	0.001185154010645
0.001185154010645	0.000002404584411

Pneg(:,:,7,3) =

1.000006000000000	0.001185155195794
0.001185155195794	0.000002404585815

Pneg(:,:,8,3) =

1.000006999999999	0.001185156380943
0.001185156380943	0.000002404587220

Pneg(:,:,9,3) =

1.000007999999999	0.001185157566093
0.001185157566093	0.000002404588624

Pneg(:,:,10,3) =

1.000008999999999	0.001185158751242
0.001185158751242	0.000002404590029

Pneg(:,:,11,3) =

1.000009999999999	0.001185159936391
0.001185159936391	0.000002404591434

Pneg(:,:,12,3) =

1.000010999999999	0.001185161121540
0.001185161121540	0.000002404592838

Pneg(:,:,13,3) =

1.000011999999999	0.001185162306690
0.001185162306690	0.000002404594243

Pneg(:,:,14,3) =

1.000012999999999	0.001185163491839
0.001185163491839	0.000002404595647

Pneg(:,:,15,3) =

1.000013999999999   0.001185164676988
0.001185164676988   0.000002404597052

Pneg(:,:,16,3) =

1.000014999999999   0.001185165862137
0.001185165862137   0.000002404598456

Pneg(:,:,17,3) =

1.000015999999999   0.001185167047287
0.001185167047287   0.000002404599861

Pneg(:,:,18,3) =

1.000016999999999   0.001185168232436
0.001185168232436   0.000002404601266

Pneg(:,:,19,3) =

1.000017999999999   0.001185169417585
0.001185169417585   0.000002404602670

Pneg(:,:,20,3) =

1.000018999999998   0.001185170602734
0.001185170602734   0.000002404604075

Pneg(:,:,21,3) =

1.000019999999998   0.001185171787884
0.001185171787884   0.000002404605479

Pneg(:,:,22,3) =

1.000020999999998   0.001185172973033
0.001185172973033   0.000002404606884

Pneg(:,:,23,3) =

1.000021999999998   0.001185174158182
0.001185174158182   0.000002404608288

Pneg(:,:,24,3) =

1.000022999999998   0.001185175343332
0.001185175343332   0.000002404609693

Pneg(:,:,25,3) =

1.000023999999998   0.001185176528481
0.001185176528481   0.000002404611098

Pneg(:,:,26,3) =

1.000024999999998   0.001185177713630
0.001185177713630   0.000002404612502

Pneg(:,:,27,3) =

1.000025999999998   0.001185178898779
0.001185178898779   0.000002404613907

Pneg(:,:,28,3) =

1.000026999999998   0.001185180083929
0.001185180083929   0.000002404615311

Pneg(:,:,29,3) =

1.000027999999998   0.001185181269078
0.001185181269078   0.000002404616716

Pneg(:,:,30,3) =

1.000028999999998   0.001185182454227
0.001185182454227   0.000002404618121

Pneg(:,:,31,3) =

1.000029999999998   0.001185183639376

0.001185183639376   0.000002404619525

Pneg(:,:,32,3) =

1.000030999999997   0.001185184824526
0.001185184824526   0.000002404620930

Pneg(:,:,33,3) =

1.000031999999997   0.001185186009675
0.001185186009675   0.000002404622334

Pneg(:,:,34,3) =

1.000032999999997   0.001185187194824
0.001185187194824   0.000002404623739

Pneg(:,:,35,3) =

1.000033999999997   0.001185188379974
0.001185188379974   0.000002404625143

Pneg(:,:,36,3) =

1.000034999999997   0.001185189565123
0.001185189565123   0.000002404626548

Pneg(:,:,37,3) =

1.000035999999997   0.001185190750272
0.001185190750272   0.000002404627953

ans =

0
1

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

Phasil(:,:,1) =

```
   1.000034999999997                   0
                   0   0.000000500000000
```

Phasil(:,:,2) =

```
   0.992582921885656   0.000060813429990
   0.000060813429990   0.000000503725912
```

Phasil(:,:,3) =

```
   0.587456913833068   0.000348111473732
   0.000348111473732   0.000000706282029
```

xhasil =

```
   0.118948457877720   0.118948457877720   0.118948457877720
   0.000192199059267   0.000206750957245   0.000332942952719
```

tampilkan data model Y hasil? =1

Ytt =

1.0e+004 *

```
   1.667169386988075   2.058912442071923
2.359012437981352
   1.635169386988075   1.898512442071924
2.258112437981351
   1.896669386988075   2.263512442071924
2.455812437981352
   1.816669386988075   2.251612442071924
2.450112437981352
   1.827669386988075   2.352212442071924
2.575312437981352
```

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

```
   1.934369386988075   2.355212442071923
2.517312437981352
   1.808069386988075   2.251612442071924
2.292612437981351
   1.858669386988075   2.364012442071924
2.527512437981351
   1.974869386988075   2.336612442071924
2.492212437981352
   2.057469386988075   2.430912442071924
2.588512437981351
   2.010069386988075   2.370012442071924
2.545312437981352
   2.157569386988075   2.434112442071924
2.619312437981351
   2.424619439319716   2.409562494403565
2.410262490312993
   0.149569436656511   0.134512491740360
0.135212487649788
```

0.149569379148398 0.134512434232247
0.135212430141675
0.149569582800487 0.134512637884336
0.135212633793764
0.149569434482763 0.134512489566612
0.135212485476040
0.149569447675498 0.134512502759347
0.135212498668775
0.149569452218229 0.134512507302078
0.135212503211506
0.149569532833605 0.134512587917454
0.135212583826882
0.149569489521820 0.134512544605670
0.135212540515097
0.149569419282192 0.134512474366041
0.135212470275469
0.149569468655605 0.134512523739454
0.135212519648882
0.149569482209710 0.134512537293560
0.135212533202987
-0.608780538812306 -
0.141587481802603 0.115512530807558
0.149569542879040 0.134512599291023
0.135212606717839
0.149569613274451 0.134512669705672
0.135212677299312
0.149569416053183 0.134512472503037
0.135212480258268
0.149569571859765 0.134512628303611
0.135212636006740
0.149569432061952 0.134512488513520
0.135212496283608
0.149569376287555 0.134512432738340
0.135212440501644
0.149569378063357 0.134512434512861
0.135212442265059
0.149569541434617 0.134512597889208
0.135212605685511
0.149569534123520 0.134512590597364
0.135212598560631
0.149569465452284 0.134512521927831
0.135212529905865
0.149569458661156 0.134512515146334
0.135212523207895

Er =

1.0e+004 *

0.149569386988075 -
0.257230613011925 -0.556630613011925
0.149569386988075 -
0.128830613011925 -0.487730613011925
0.149569386988075 -
0.232330613011925 -0.423930613011925
0.149569386988075 -
0.300430613011925 -0.498230613011925
0.149569386988075 -
0.390030613011925 -0.612430613011925
0.149569386988075 -
0.286330613011925 -0.447730613011925
0.149569386988075 -
0.309030613011925 -0.349330613011925
0.149569386988075 -
0.370830613011925 -0.533630613011925
0.149569386988075 -
0.227230613011925 -0.382130613011925
0.149569386988075 -
0.238930613011925 -0.395830613011925
0.149569386988075 -
0.225430613011925 -0.400030613011925
0.149569386988075 -
0.142030613011925 -0.326530613011925
1.872419439319716 1.923619439319716
1.859819439319716
-0.327630563343489 -
0.325830563343489 -0.333330563343489
-0.346030620851602 -
0.405530620851602 -0.345430620851602
-0.333530417199513 -
0.348330417199513 -0.335530417199513
-0.427030565517237 -
0.377730565517237 -0.427930565517237
-0.407130552324502 -
0.341530552324502 -0.341330552324502
-0.404430547781771 -
0.441030547781771 -0.514630547781771
-0.417630467166395 -
0.356030467166395 -0.370630467166395
-0.347030510478180 -
0.360830510478180 -0.395230510478180
-0.392830580717808 -
0.382030580717808 -0.373630580717808
-0.388530531344395 -
0.340230531344395 -0.357830531344395
-0.421530517790290 -
0.483630517790290 -0.519330517790290
-0.648180538812306 -
0.650980538812306 -0.655980538812306

0.112569542879040 0.109969542879040
0.104269542879040
0.108669613274451 0.106969613274451
0.103469613274451
0.108969416053183 0.108069416053183
0.106169416053183
0.105469571859765 0.103569571859765
0.096869571859765
0.107069432061952 0.105169432061952
0.106669432061952
0.112069376287555 0.096069376287555
0.088069376287555
0.105969378063357 0.105069378063357
0.103269378063357
0.112169541434617 0.107169541434617
0.099869541434617
0.107569534123520 0.105769534123520
0.099769534123520
0.112569465452284 0.107969465452284
0.098369465452284
0.101169458661156 0.099269458661156
0.087569458661156

Phasil1(:,:,1,1) =

1 0
0 1

Phasil1(:,:,1,2) =

1 0
0 1

Phasil1(:,:,1,3) =

1 0
0 1

xhasil0(:,:,1) =

1.0e+004 *

0.000010000000000
1.516700000000000

xhasil0(:,:,2) =

1.0e+003 *

0.000100000000000
5.522000000000000

xhasil0(:,:,3) =

1.0e+002 *

0.001000000000000
3.940000000000000

Khasil0(:,:,1,1) =

0
0.999999000001000

Khasil0(:,:,1,2) =

0
0.999999000001000

Khasil0(:,:,1,3) =

0
0.999999000001000

xhhasil1(:,:,1) =

1.0e+004 *

0.000010000000000
1.516700000000000

xhhasil1(:,:,2) =

1.0e+003 *

0.000100000000000
5.522000000000000

```
xhhasil1(:,:,3) =

  1.0e+002 *

   0.001000000000000
   3.940000000000000


P1(:,:,1,1) =

   1.000000000000000                   0
                   0   0.000000999999000


P1(:,:,1,2) =

   1.000000000000000                   0
                   0   0.000000999999000


P1(:,:,1,3) =

   1.000000000000000                   0
                   0   0.000000999999000
```

Data dengan nilai awal (1.5, 0.12, 0.66)

Pneg(:,:,1,1) =

```
     1     0
     0     1
```

Pneg(:,:,2,1) =

```
   1.000001000000000                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,3,1) =

```
   1.000002000000000                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,4,1) =

```
   1.000003000000000                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,5,1) =

```
   1.000004000000000                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,6,1) =

```
   1.000005000000000                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,7,1) =

```
   1.000006000000000                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,8,1) =

```
   1.000006999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,9,1) =

```
   1.000007999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,10,1) =

```
   1.000008999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,11,1) =

```
   1.000009999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,12,1) =

```
   1.000010999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,13,1) =

```
   1.000011999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,14,1) =

```
   1.000012999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,15,1) =

```
   1.000013999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,16,1) =

```
   1.000014999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,17,1) =

```
   1.000015999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,18,1) =

```
   1.000016999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,19,1) =

```
   1.000017999999999                   0
                   0   0.000001000000000
```

Pneg(:,:,20,1) =

1.000018999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,21,1) =

1.000019999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,22,1) =

1.000020999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,23,1) =

1.000021999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,24,1) =

1.000022999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,25,1) =

1.000023999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,26,1) =

1.000024999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,27,1) =

1.000025999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,28,1) =

1.000026999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,29,1) =

1.000027999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,30,1) =

1.000028999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,31,1) =

1.000029999999998 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,32,1) =

1.000030999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,33,1) =

1.000031999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,34,1) =

1.000032999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,35,1) =

1.000033999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,36,1) =

1.000034999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,37,1) =

1.000035999999997 0
0 0.000001000000000

Pneg(:,:,1,2) =

1 0
0 1

Pneg(:,:,2,2) =

1.000001000000000   0.000944305212710
0.000944305212710   0.000001891712335

Pneg(:,:,3,2) =

1.000002000000000   0.000944306157016
0.000944306157016   0.000001891713226

Pneg(:,:,4,2) =

1.000003000000000   0.000944307101321
0.000944307101321   0.000001891714118

Pneg(:,:,5,2) =

1.000004000000000   0.000944308045626
0.000944308045626   0.000001891715010

Pneg(:,:,6,2) =

1.000005000000000   0.000944308989931
0.000944308989931   0.000001891715902

Pneg(:,:,7,2) =

1.000006000000000   0.000944309934236
0.000944309934236   0.000001891716793

Pneg(:,:,8,2) =

1.000006999999999   0.000944310878542
0.000944310878542   0.000001891717685

Pneg(:,:,9,2) =

1.000007999999999   0.000944311822847
0.000944311822847   0.000001891718577

Pneg(:,:,10,2) =

1.000008999999999   0.000944312767152
0.000944312767152   0.000001891719468

Pneg(:,:,11,2) =

1.000009999999999   0.000944313711457
0.000944313711457   0.000001891720360

Pneg(:,:,12,2) =

1.000010999999999   0.000944314655762
0.000944314655762   0.000001891721252

Pneg(:,:,13,2) =

1.000011999999999   0.000944315600068
0.000944315600068   0.000001891722144

Pneg(:,:,14,2) =

1.000012999999999   0.000944316544373
0.000944316544373   0.000001891723035

Pneg(:,:,15,2) =

1.000013999999999   0.000944317488678
0.000944317488678   0.000001891723927

Pneg(:,:,16,2) =

1.000014999999999   0.000944318432983
0.000944318432983   0.000001891724819

Pneg(:,:,17,2) =

1.000015999999999   0.000944319377289
0.000944319377289   0.000001891725710

Pneg(:,:,18,2) =

1.000016999999999   0.000944320321594
0.000944320321594   0.000001891726602

Pneg(:,:,19,2) =

1.000017999999999   0.000944321265899
0.000944321265899   0.000001891727494

Pneg(:,:,20,2) =

1.000018999999998   0.000944322210204
0.000944322210204   0.000001891728386

Pneg(:,:,21,2) =

1.000019999999998   0.000944323154509

0.000944323154509   0.000001891729277

Pneg(:,:,22,2) =

1.000020999999998   0.000944324098815
0.000944324098815   0.000001891730169

Pneg(:,:,23,2) =

1.000021999999998   0.000944325043120
0.000944325043120   0.000001891731061

Pneg(:,:,24,2) =

1.000022999999998   0.000944325987425
0.000944325987425   0.000001891731952

Pneg(:,:,25,2) =

1.000023999999998   0.000944326931730
0.000944326931730   0.000001891732844

Pneg(:,:,26,2) =

1.000024999999998   0.000944327876035
0.000944327876035   0.000001891733736

Pneg(:,:,27,2) =

1.000025999999998   0.000944328820341
0.000944328820341   0.000001891734628

Pneg(:,:,28,2) =

1.000026999999998   0.000944329764646
0.000944329764646   0.000001891735519

Pneg(:,:,29,2) =

1.000027999999998   0.000944330708951
0.000944330708951   0.000001891736411

Pneg(:,:,30,2) =

1.000028999999998   0.000944331653256
0.000944331653256   0.000001891737303

Pneg(:,:,31,2) =

1.000029999999998   0.000944332597562
0.000944332597562   0.000001891738194

Pneg(:,:,32,2) =

1.000030999999997   0.000944333541867
0.000944333541867   0.000001891739086

Pneg(:,:,33,2) =

1.000031999999997   0.000944334486172
0.000944334486172   0.000001891739978

Pneg(:,:,34,2) =

1.000032999999997   0.000944335430477
0.000944335430477   0.000001891740870

Pneg(:,:,35,2) =

1.000033999999997   0.000944336374782
0.000944336374782   0.000001891741761

Pneg(:,:,36,2) =

1.000034999999997   0.000944337319088
0.000944337319088   0.000001891742653

Pneg(:,:,37,2) =

1.000035999999997   0.000944338263393
0.000944338263393   0.000001891743545

Pneg(:,:,1,3) =

1   0
0   1

Pneg(:,:,2,3) =

1.000001000000000   0.000117575381716
0.000117575381716   0.000001013823970

Pneg(:,:,3,3) =

1.000002000000000   0.000117575499291
0.000117575499291   0.000001013823984

Pneg(:,:,4,3) =

1.000003000000000	0.000117575616867
0.000117575616867	0.000001013823998

Pneg(:,:,5,3) =

1.000004000000000	0.000117575734442
0.000117575734442	0.000001013824012

Pneg(:,:,6,3) =

1.000005000000000	0.000117575852018
0.000117575852018	0.000001013824026

Pneg(:,:,7,3) =

1.000006000000000	0.000117575969593
0.000117575969593	0.000001013824040

Pneg(:,:,8,3) =

1.000006999999999	0.000117576087168
0.000117576087168	0.000001013824053

Pneg(:,:,9,3) =

1.000007999999999	0.000117576204744
0.000117576204744	0.000001013824067

Pneg(:,:,10,3) =

1.000008999999999	0.000117576322319
0.000117576322319	0.000001013824081

Pneg(:,:,11,3) =

1.000009999999999	0.000117576439894
0.000117576439894	0.000001013824095

Pneg(:,:,12,3) =

1.000010999999999	0.000117576557470
0.000117576557470	0.000001013824109

Pneg(:,:,13,3) =

1.000011999999999	0.000117576675045
0.000117576675045	0.000001013824122

Pneg(:,:,14,3) =

1.000012999999999	0.000117576792621
0.000117576792621	0.000001013824136

Pneg(:,:,15,3) =

1.000013999999999	0.000117576910196
0.000117576910196	0.000001013824150

Pneg(:,:,16,3) =

1.000014999999999	0.000117577027771
0.000117577027771	0.000001013824164

Pneg(:,:,17,3) =

1.000015999999999	0.000117577145347
0.000117577145347	0.000001013824178

Pneg(:,:,18,3) =

1.000016999999999	0.000117577262922
0.000117577262922	0.000001013824192

Pneg(:,:,19,3) =

1.000017999999999	0.000117577380498
0.000117577380498	0.000001013824205

Pneg(:,:,20,3) =

1.000018999999998	0.000117577498073
0.000117577498073	0.000001013824219

Pneg(:,:,21,3) =

1.000019999999998	0.000117577615648
0.000117577615648	0.000001013824233

Pneg(:,:,22,3) =

1.000020999999998	0.000117577733224
0.000117577733224	0.000001013824247

Pneg(:,:,23,3) =

1.000021999999998   0.000117577850799
0.000117577850799   0.000001013824261

Pneg(:,:,24,3) =

1.000022999999998   0.000117577968374
0.000117577968374   0.000001013824275

Pneg(:,:,25,3) =

1.000023999999998   0.000117578085950
0.000117578085950   0.000001013824288

Pneg(:,:,26,3) =

1.000024999999998   0.000117578203525
0.000117578203525   0.000001013824302

Pneg(:,:,27,3) =

1.000025999999998   0.000117578321101
0.000117578321101   0.000001013824316

Pneg(:,:,28,3) =

1.000026999999998   0.000117578438676
0.000117578438676   0.000001013824330

Pneg(:,:,29,3) =

1.000027999999998   0.000117578556251
0.000117578556251   0.000001013824344

Pneg(:,:,30,3) =

1.000028999999998   0.000117578673827
0.000117578673827   0.000001013824357

Pneg(:,:,31,3) =

1.000029999999998   0.000117578791402
0.000117578791402   0.000001013824371

Pneg(:,:,32,3) =

1.000030999999997   0.000117578908978
0.000117578908978   0.000001013824385

Pneg(:,:,33,3) =

1.000031999999997   0.000117579026553
0.000117579026553   0.000001013824399

Pneg(:,:,34,3) =

1.000032999999997   0.000117579144128
0.000117579144128   0.000001013824413

Pneg(:,:,35,3) =

1.000033999999997   0.000117579261704
0.000117579261704   0.000001013824427

Pneg(:,:,36,3) =

1.000034999999997   0.000117579379279
0.000117579379279   0.000001013824440

Pneg(:,:,37,3) =

1.000035999999997   0.000117579496854
0.000117579496854   0.000001013824454

ans =
1

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

1.000000000000000e-006

Phasil(:,:,1) =

```
   1.000034999999997                   0
                   0   0.000000500000000
```

Phasil(:,:,2) =

```
   0.691648992239169   0.000326563402216
   0.000326563402216   0.000000654187761
```

Phasil(:,:,3) =

```
   0.993169997195237   0.000058386111977
   0.000058386111977   0.000000503432385
```

xhasil =

```
   1.518706471368380   0.138706471368380
0.678706471368380
   0.000744982660587   0.000875260413527
0.000824694241411
```

tampilkan data model Y hasil? =1

Ytt =

```
  1.0e+004 *

   1.667169385766258   2.058912436990038
2.359012438577926
   1.635169385766258   1.898512436990038
2.258112438577927
   1.896669385766258   2.263512436990038
2.455812438577926
   1.816669385766258   2.251612436990038
2.450112438577927
   1.827669385766258   2.352212436990038
2.575312438577927
   1.934369385766258   2.355212436990038
2.517312438577926
   1.808069385766258   2.251612436990038
2.292612438577927
   1.858669385766258   2.364012436990038
2.527512438577927
   1.974869385766258   2.336612436990038
2.492212438577926
   2.057469385766258   2.430912436990038
2.588512438577927
   2.010069385766258   2.370012436990038
2.545312438577926
   2.157569385766258   2.434112436990038
2.619312438577927
   2.424619390654609   2.409562441878389
2.410262443466277
   0.149569404574238   0.134512455798018
0.135212457385907
   0.149569570349859   0.134512621573640
0.135212623161528
   0.149569417281325   0.134512468505105
0.135212470092993
   0.149569441048484   0.134512492272264
0.135212493860152
   0.149569402988127   0.134512454211907
0.135212455799795
   0.149569490796810   0.134512542020591
0.135212543608479
```

0.149569465035658 0.134512516259438
0.135212517847326
0.149569458877220 0.134512510101001
0.135212511688889
0.149569640706996 0.134512691930776
0.135212693518665
0.149569475990181 0.134512527213961
0.135212528801850
0.149569472939124 0.134512524162904
0.135212525750793
-0.608780379169383 -
0.141587310171048 0.115512685379000
0.149569404666847 0.134512468182618
0.135212465358061
0.149569447972317 0.134512511501936
0.135212508665255
0.149569538345922 0.134512601951116
0.135212599048270
0.149569494057923 0.134512557787531
0.135212554775762
0.149569467834414 0.134512531608088
0.135212528557740
0.149569412305527 0.134512476155328
0.135212473038331
0.149569371448781 0.134512435275194
0.135212432178673
0.149569470652888 0.134512534470359
0.135212531381667
0.149569384798947 0.134512448675690
0.135212445535106
0.149569688559025 0.134512752500629
0.135212749303260
0.149569438089062 0.134512502254109
0.135212498861117

Er =

1.0e+004 *

0.149569385766258 -
0.257230614233742 -0.556630614233742
0.149569385766258 -
0.128830614233742 -0.487730614233742
0.149569385766258 -
0.232330614233742 -0.423930614233742
0.149569385766258 -
0.300430614233742 -0.498230614233742
0.149569385766258 -
0.390030614233742 -0.612430614233742
0.149569385766258 -
0.286330614233742 -0.447730614233742
0.149569385766258 -
0.309030614233742 -0.349330614233742
0.149569385766258 -
0.370830614233742 -0.533630614233742
0.149569385766258 -
0.227230614233742 -0.382130614233742
0.149569385766258 -
0.238930614233742 -0.395830614233742
0.149569385766258 -
0.225430614233742 -0.400030614233742
0.149569385766258 -
0.142030614233742 -0.326530614233742
1.872419390654609 1.923619390654609
1.859819390654609
-0.327630595425762 -
0.325830595425762 -0.333330595425762
-0.346030429650141 -
0.405530429650141 -0.345430429650141
-0.333530582718675 -
0.348330582718675 -0.335530582718675
-0.427030558951516 -
0.377730558951516 -0.427930558951516
-0.407130597011873 -
0.341530597011873 -0.341330597011873
-0.404430509203190 -
0.441030509203190 -0.514630509203190
-0.417630534964342 -
0.356030534964342 -0.370630534964342
-0.347030541122780 -
0.360830541122780 -0.395230541122780
-0.392830359293004 -
0.382030359293004 -0.373630359293004
-0.388530524009819 -
0.340230524009819 -0.357830524009819
-0.421530527060876 -
0.483630527060876 -0.519330527060876
-0.648180379169383 -
0.650980379169383 -0.655980379169383
0.112569404666847 0.109969404666847
0.104269404666847
0.108669447972317 0.106969447972317
0.103469447972317
0.108969538345922 0.108069538345922
0.106169538345922
0.105469494057923 0.103569494057923
0.096869494057923
0.107069467834414 0.105169467834414
0.106669467834414
0.112069412305527 0.096069412305527
0.088069412305527
0.105969371448781 0.105069371448781
0.103269371448781
0.112169470652888 0.107169470652888
0.099869470652888
0.107569384798947 0.105769384798947
0.099769384798947
0.112569688559025 0.107969688559025
0.098369688559025
0.101169438089062 0.099269438089062
0.087569438089062

Phasil1(:,:,1,1) =

```
     1     0
     0     1

Phasil1(:,:,1,2) =

     1     0
     0     1

Phasil1(:,:,1,3) =

     1     0
     0     1

xhasil0(:,:,1) =

  1.0e+004 *

   0.000150000000000
   1.516700000000000

xhasil0(:,:,2) =

  1.0e+003 *

   0.000120000000000
   5.522000000000000

xhasil0(:,:,3) =

  1.0e+002 *

   0.006600000000000
   3.940000000000000

Khasil0(:,:,1,1) =

                   0
   0.999999000001000

Khasil0(:,:,1,2) =

                   0
   0.999999000001000

Khasil0(:,:,1,3) =

                   0
   0.999999000001000

xhhasil1(:,:,1) =

  1.0e+004 *

   0.000150000000000
   1.516700000000000

xhhasil1(:,:,2) =

  1.0e+003 *

   0.000120000000000
   5.522000000000000

xhhasil1(:,:,3) =

  1.0e+002 *

   0.006600000000000
   3.940000000000000

P1(:,:,1,1) =

   1.000000000000000                   0
                   0   0.000000999999000

P1(:,:,1,2) =

   1.000000000000000                   0
                   0   0.000000999999000

P1(:,:,1,3) =

   1.000000000000000                   0
                   0   0.000000999999000
```

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN)
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang (0341)551345 Fax. (0341) 572533

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Maulana Fajeri Damanhuri
NIM : 14610077
Fakultas/ Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Estimasi Parameter Model *Vector Autoregressive* dengan Metode *Kalman Filter*
Pembimbing I : Abdul Aziz, M.Si
Pembimbing II : Ach. Nasichuddin, M.A

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan	
1	13 Juli 2018	Revisi Bab I	1.	
2	18 Juli 2018	Revisi Bab I & II		2.
3	20 Juli 2018	Revisi Bab II	3.	
4	26 Juli 2018	Revisi Bab III		4.
5	31 Juli 2018	Revisi Bab IV	5	
6	05 Agustus 2018	Revisi Kajian Agama Bab I & II		6.
7	05 Oktober 2018	Revisi Bab IV	7.	
8	10 Oktober 2018	Revisi Bab IV		8.
9	18 Oktober 2018	Revisi Bab IV	9.	
10	18 Oktober 2018	ACC untuk diseminarkan		10.
11	18 Oktober 2018	ACC untuk diseminarkan	11.	
12	26 Oktober 2018	Revisi Bab IV		12.
13	18 Januari 2019	Revisi Bab IV	13.	
14	08 Maret 2019	Revisi Bab IV & V		14.
15	05 April 2019	Revisi Kajian Agama Bab II	15.	
16	06 April 2019	Revisi Kajian Agama Bab IV		16.
17	08 April 2019	ACC Kajian Agama Keseluruhan	17.	
18	03 Mei 2019	Revisi Bab IV & V		18.
19	03 Mei 2019	Revisi Abstrak	19.	
20	06 Mei 2019	ACC Keseluruhan		20.

Malang, 06 Mei 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001