

**ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX PADA KOMPLEMEN  
GRAF INVERS GRUP DIHEDRAL**

**SKRIPSI**

**OLEH  
ARINA HIDAYATI  
NIM. 12610056**



**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2019**

**ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX PADA KOMPLEMEN  
GRAF INVERS GRUP DIHEDRAL**

**SKRIPSI**

**Diajukan Kepada  
Fakultas Sains dan Teknologi  
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang  
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam  
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)**

**OLEH  
ARINA HIDAYATI  
NIM. 12610056**

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM  
MALANG  
2019**

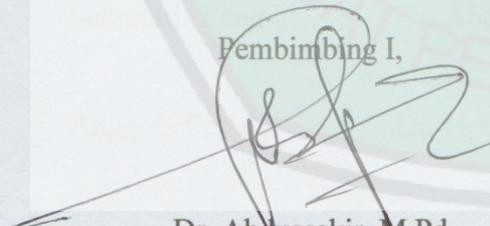
**ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX PADA KOMPLEMEN  
GRAF INVERS GRUP DIHEDRAL**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Arina Hidayati**  
NIM. 12610056

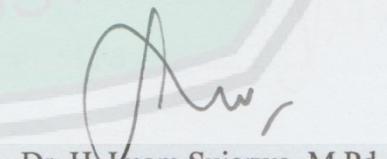
Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji  
Tanggal 26 Juni 2019

Pembimbing I,



Dr. Abdussakir, M.Pd  
NIP. 19751006 200312 1 001

Pembimbing II,



Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd  
NIP. 19630502 198703 1 005

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414200312 1 001

**ADJACENT ECCENTRIC DISTANCE SUM INDEX PADA KOMPLEMEN  
GRAF INVERS GRUP DIHEDRAL**

**SKRIPSI**

Oleh  
**Arina Hidayati**  
NIM. 12610056

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi  
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan  
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Tanggal 26 Juni 2019

Penguji Utama	:	Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	.....
Ketua Penguji	:	Dewi Ismiarti, M.Si	.....
Sekretaris Penguji	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	.....
Anggota Penguji	:	Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd	.....

Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414200312 1 001

## PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Arina Hidayati

NIM : 12610056

Jurusan : Matematika

Fakultas : Sains dan Teknologi

Judul Skripsi : *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Komplemen Graf  
Invers Grup Dihedral

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan saya tersebut.

Malang, 28 Juni 2019

Yang membuat pernyataan,



Arina Hidayati  
NIM. 12610056

## MOTO

*“Merangkai Impian dengan Doa.”*



## **PERSEMBAHAN**

Skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua penulis, Bapak H. Mahfudz dan Ibu Sufaielin.

Lb Namy serta mereka yang berdo'a dan selalu memberi semangat .



## KATA PENGANTAR

*Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh*

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat, taufik serta hidayah-Nya sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Shalawat serta salam kepada nabi Muhammad Saw yang telah membimbing umat manusia menuju jalan yang terang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis mendapat banyak bimbingan dan arahan dari berbagai pihak. Untuk itu penulis memberikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya terutama kepada:

1. Prof. Dr. H. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, motivasi, dan berbagi pengalaman yang berharga kepada penulis.
5. Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah

memberikan saran dan bantuan dalam penulisan skripsi ini.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Segenap keluarga terutama Ayah dan Ibu yang selalu memberikan doa, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Saudara tersayang dan mereka yang telah memberikan dukungan dan semangat kepada penulis.
9. Seluruh teman-teman yang berjuang bersama-sama untuk meraih mimpi dan terima kasih untuk kenang-kenangan indah yang dirajut bersama dalam menggapai impian (Naftalin, Mufarida, Rustika, Kang Mus).
10. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi ini baik moril maupun materiil.

Akhirnya penulis hanya dapat berharap, dibalik skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis, pembaca, dan bagi seluruh mahasiswa.

*Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.*

Malang, Juni 2019

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>HALAMAN JUDUL</b>	
<b>HALAMAN PENGAJUAN</b>	
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b>	
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b>	
<b>HALAMAN PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN</b>	
<b>HALAMAN MOTO</b>	
<b>HALAMAN PERSEMBAHAN</b>	
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	viii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	x
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	xiv
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xvi
<b>ABSTRAK</b> .....	xvii
<b>ABSTRACT</b> .....	xix
<b>ملخص</b> .....	xxi
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	4
1.3 Tujuan Penelitian.....	4
1.4 Manfaat Penelitian.....	4
1.5 Metode Penelitian.....	4
1.6 Sistematika Penulisan.....	6
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
2.1 Operasi Biner.....	7
2.2 Himpunan.....	7
2.3 Grup.....	7
2.3.1 Grup Dihedral.....	9
2.3. Grup Berhingga.....	11
2.4 Graf.....	11
2.4.1 Derajat Titik.....	12
2.4.2 Komplemen dari Graf.....	14
2.4.3 Graf Terhubung.....	14
2.4.4 Jalan dan Lintasan.....	15
2.4.5 Jarak.....	16
2.4.6 Eksentrisitas.....	17
2.5 <i>Adjacent Eccentric Distance Sum Index</i> .....	18
2.6 Graf Invers pada Grup.....	19

2.7 Kajian Islam.....	21
-----------------------	----

**BAB III PEMBAHASAN**

3.1 Pola <i>Adjacent Eccentric Distance Sum Index</i> $\overline{\Gamma}_s(D_{2n})$ .....	23
3.1.1 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_6$ .....	23
3.1.1.1 Graf Invers dari $D_6$ .....	23
3.1.1.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_6)$ .....	24
3.1.1.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma}_s(D_6)$ .....	25
3.1.1.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma}_s(D_6)$ .....	26
3.1.1.5 Derajat pada $\overline{\Gamma}_s(D_6)$ .....	26
3.1.1.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum index</i> pada $\overline{\Gamma}_s(D_6)$ .....	27
3.1.2 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_8$ .....	28
3.1.2.1 Graf Invers dari $D_8$ .....	28
3.1.2.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_8)$ .....	29
3.1.2.3 Jumlah Jarak pada Titik $\Gamma_s(D_8)$ .....	29
3.1.2.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma}_s(D_8)$ .....	31
3.1.2.5 Derajat pada $\overline{\Gamma}_s(D_8)$ .....	31
3.1.2.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum index</i> pada $\overline{\Gamma}_s(D_8)$ .....	32
3.1.3 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{10}$ .....	33
3.1.3.1 Graf Invers dari $D_{10}$ .....	33
3.1.3.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{10})$ .....	34
3.1.3.3 Jumlah Jarak pada Titik $\Gamma_s(D_{10})$ .....	35
3.1.3.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma}_s(D_{10})$ .....	35
3.1.3.5 Derajat pada $\overline{\Gamma}_s(D_{10})$ .....	36
3.1.3.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum index</i> pada $\overline{\Gamma}_s(D_{10})$ .....	36
3.1.4 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{12}$ .....	37
3.1.4.1 Graf Invers dari $D_{12}$ .....	37
3.1.4.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{12})$ .....	38
3.1.4.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma}_s(D_{12})$ .....	38
3.1.4.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma}_s(D_{12})$ .....	39
3.1.4.5 Derajat pada $\overline{\Gamma}_s(D_{12})$ .....	39
3.1.4.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum index</i> pada $\overline{\Gamma}_s(D_{12})$ .....	40
3.1.5 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{14}$ .....	41
3.1.5.1 Graf Invers dari $D_{14}$ .....	41
3.1.5.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{14})$ .....	42
3.1.5.3 Jumlah Jarak pada Titik $\Gamma_s(D_{14})$ .....	43
3.1.5.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma}_s(D_{14})$ .....	43
3.1.5.5 Derajat pada $\overline{\Gamma}_s(D_{14})$ .....	44
3.1.5.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum index</i> pada $\overline{\Gamma}_s(D_{14})$ .....	44
3.1.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{16}$ .....	45

3.1.6.1 Graf Invers dari $D_{16}$ .....	45
3.1.6.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{16})$ .....	46
3.1.6.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{16})}$ .....	47
3.1.6.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{16})}$ .....	47
3.1.6.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{16})}$ .....	48
3.1.6.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> index pada $\overline{\Gamma_s(D_{16})}$ ...	49
3.1.7 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{16}$ .....	50
3.1.7.1 Graf Invers dari $D_{20}$ .....	50
3.1.7.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{20})$ .....	51
3.1.7.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ .....	52
3.1.7.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ .....	52
3.1.7.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ .....	54
3.1.7.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> index pada $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ ...	55
3.1.8 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{16}$ .....	55
3.1.8.1 Graf Invers dari $D_{26}$ .....	55
3.1.8.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{24})$ .....	56
3.1.8.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{24})}$ .....	57
3.1.8.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{24})}$ .....	57
3.1.8.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{24})}$ .....	58
3.1.8.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> index pada $\overline{\Gamma_s(D_{24})}$ ...	59
3.1.9 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{28}$ .....	60
3.1.9.1 Graf Invers dari $D_{28}$ .....	60
3.1.9.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{28})$ .....	61
3.1.9.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ .....	62
3.1.9.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ .....	62
3.1.9.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ .....	63
3.1.9.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> index pada $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ ...	65
3.1.10 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf invers $D_{32}$ .....	65
3.1.10.1 Graf Invers dari $D_{32}$ .....	65
3.1.10.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{32})$ .....	66
3.1.10.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$ .....	67
3.1.10.4 Eksentrisitas dan Titik eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$ .....	67
3.1.10.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$ .....	69
3.1.10.6 <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> index pada $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$ .....	70
3.1.11 Pola <i>Adjacent Eccentric-Distance Sum</i> pada graf komplemen dari graf $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$ .....	71
3.2 Kajian Islam Tolong Menolong.....	92

## BAB IV PENUTUP

4.1 Kesimpulan.....	94
4.2 Saran .....	95

<b>DAFTAR RUJUKAN .....</b>	<b>96</b>
<b>LAMPIRAN</b>	
<b>RIWAYAT HIDUP</b>	



## DAFTAR TABEL

Table 2.1	Tabel Caley Grup Dihedral-6 .....	10
Table 3.1	Tabel Caley Grup Dihedral 6 .....	23
Tabel 3.2	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 6 .....	26
Tabel 3.3	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 6 .....	26
Table 3.4	Tabel Caley Grup Dihedral 8 .....	28
Tabel 3.5	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 8 .....	31
Tabel 3.6	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 8 .....	32
Table 3.7	Tabel Caley Grup Dihedral 10 .....	33
Tabel 3.8	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 10 .....	35
Tabel 3.9	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 10.....	36
Table 3.10	Tabel Caley Grup Dihedral 12.....	37
Tabel 3.11	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 12.....	39
Tabel 3.12	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 12.....	40
Table 3.13	Tabel Caley Grup Dihedral 14.....	41
Tabel 3.14	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 14.....	43
Tabel 3.15	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 14.....	44
Table 3.16	Tabel Caley Grup Dihedral 16.....	45
Tabel 3.17	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 16.....	48
Tabel 3.18	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 16.....	49
Table 3.19	Tabel Caley Grup Dihedral 20 .....	50
Tabel 3.20	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 20 .....	53
Tabel 3.21	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 20 .....	54
Table 3.22	Tabel Caley Grup Dihedral 24 .....	55
Tabel 3.23	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 24 .....	58
Tabel 3.24	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 24 .....	59
Tabel 3.25	Tabel Caley Grup Dihedral 28 .....	60
Tabel 3.26	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 28 .....	63
Tabel 3.27	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 28 .....	64
Tabel 3.28	Tabel Caley Grup Dihedral 32 .....	65
Tabel 3.29	Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral 32 .....	68
Tabel 3.30	Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral 32 .....	69

Tabel 3.31	Unsur di $S$ dan banyaknya anggota $S$ dari grup dihedral .....	71
Tabel 3.32	Eksentrisitas Titik, dan Jumlah Jarak Titik dari $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$ .....	71
Tabel 3.33	Derajat dari $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$ .....	72
Tabel 3.34	<i>Adjacent Eccentric-distance sum index</i> dari $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$ .....	73



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Graf $G$ .....	12
Gambar 2.2	Komplemen Graf $G$ .....	14
Gambar 2.3	Graf Terhubung .....	15
Gambar 2.4	Jalan dan Lintasan pada Graf $G$ .....	16
Gambar 2.5	Eksentrisitas Titik pada Graf $G$ .....	17
Gambar 2.6	Graf $\Gamma_S(G)$ .....	17
Gambar 2.7	Graf Invers Grup Dihedral-6 ( $D_6$ ).....	20
Gambar 2.8	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-6 $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ .....	20
Gambar 3.1	Graf Invers Grup Dihedral-6 $\Gamma_S(D_6)$ .....	24
Gambar 3.2	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-6 $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ .....	24
Gambar 3.3	Graf Invers Grup Dihedral-8 $\Gamma_S(D_8)$ .....	29
Gambar 3.4	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-8 $\overline{\Gamma_S(D_8)}$ 27.....	29
Gambar 3.5	Graf Invers Grup Dihedral-10 $\Gamma_S(D_{10})$ .....	34
Gambar 3.6	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-10 $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$ .....	34
Gambar 3.7	Graf Invers Grup Dihedral-12 $\Gamma_S(D_{12})$ .....	39
Gambar 3.8	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-12 $\overline{\Gamma_S(D_{12})}$ .....	39
Gambar 3.9	Graf Invers Grup Dihedral-14 $\Gamma_S(D_{14})$ .....	42
Gambar 3.10	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-14 $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ .....	42
Gambar 3.11	Graf Invers Grup Dihedral-16 $\Gamma_S(D_{16})$ .....	46
Gambar 3.12	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-16 $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$ .....	47
Gambar 3.13	Graf Invers Grup Dihedral-20 $\Gamma_S(D_{20})$ .....	51
Gambar 3.14	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-20 $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$ .....	52
Gambar 3.15	Graf Invers Grup Dihedral-24 $\Gamma_S(D_{24})$ .....	56
Gambar 3.16	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-24 $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ .....	56
Gambar 3.17	Graf Invers Grup Dihedral-28 $\Gamma_S(D_{28})$ .....	61
Gambar 3.18	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-28 $\overline{\Gamma_S(D_{28})}$ .....	61
Gambar 3.19	Graf Invers Grup Dihedral-32 $\Gamma_S(D_{32})$ .....	66
Gambar 3.20	Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-32 $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ .....	67

## ABSTRAK

Hidayati, Arina. 2019. *Adjacent Eccentric Distance Sum Index Pada Graf Komplemen Dari Graf Invers Grup Dihedral*. Skripsi. Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) Dr. Abdusakir, M.Pd (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

**Kata Kunci:** *adjacent eccentric distance sum index*, graf komplemen, grup dihedral.

Misalkan  $G$  sebuah graf sederhana. Komplemen  $G$ , dilambangkan dengan  $\bar{G}$ , adalah graf sederhana yang himpunan titiknya sama dengan himpunan titik  $G$  dan dua titik  $u$  dan  $v$  di  $\bar{G}$  terhubung langsung jika dan hanya jika di  $G$  titik  $u$  dan  $v$  tidak terhubung langsung. *Adjacent eccentric distance sum index* pada graf didefinisikan sebagai:  $\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{\varepsilon(v)D(v)}{\deg(v)}$ , dimana,  $\varepsilon(v)$ : eksentrisitas atau jarak terbesar;  $d(v)$ : jumlah jarak dan  $\deg(v)$ : derajat.

Penelitian ini bertujuan untuk mencari rumus *adjacent eccentric distance sum index* pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral, hasil dari penelitian ini adalah:

1.  $|S| = n - 1$  untuk  $n$  ganjil dan  $|S| = n - 2$  untuk  $n$  genap
2. Nilai eksentrisitas seriap titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  adalah 2
3. Jumlah jarak pada  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  yaitu,

$$\text{Untuk } n \text{ ganjil dan } n \geq 3 \quad D(v) = \begin{cases} 3n - 3, & \text{dan } v \in S \\ 3n - 2, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Untuk  $n$  genap dan  $n \geq 6$   
 $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, & \text{dan } v \in S \\ 3n - 3, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

$n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, & \text{dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ 3n - 3, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

4. Derajat pada  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  yaitu:

Untuk  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 1, & \text{dan } v \in S \\ n, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Untuk  $n$  genap dan  $n \geq 6$

$n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & \text{dan } v \in S \\ n + 1, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

$n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & \text{dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ n + 1, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

5. *Adjacent eccentric-distance sum index* pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral  $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})})$  adalah

$$\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \begin{cases} \frac{12n^3 - 4n^2 + 4n - 4}{n^2 + n}, & \text{jika } n \text{ ganjil } n \geq 3 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2}, & \text{jika } n \text{ genap, } n = 4k + 2, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2}, & \text{jika } n \text{ genap, } n = 4k + 4, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \end{cases}$$

Bagi peneliti selanjutnya, disarankan untuk mengkaji *Adjacent eccentric distance sum index* komplemen graf invers atau berbagai macam graf lainnya dari grup dihedral  $D_{2n}$ .



## ABSTRACT

Hidayati, Arina. 2019. **Adjacent Eccentric Distance Sum Index of Complement of Inverse Graph of Dihedral Group**. Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim State Islamic University Malang. Advisor: (I) Dr. Abdusakir, M.Pd (II) Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

**Keyword:** adjacent eccentric distance sum index, Complement Graph, Dihedral Group.

Let  $G$  is a graph. The complement of  $G$ , denoted by  $\bar{G}$ , is a simple graph whose set of vertices is the same as the set of vertices  $G$  and two vertices  $u$  and  $v$  in  $G$  are directly connected only if two vertices  $u$  and  $v$  in  $G$  are not directly connected. Adjacent eccentric distance sum index on a graph is defined as:  $u\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{\varepsilon(v)D(v)}{\deg(v)}$ , where,  $\varepsilon(v)$ : eccentricity or greatest distance;  $d(v)$ : of distance sum and  $\deg(v)$ : degree.

This study aims to find the adjacent eccentric distance sum index formula on complementary graphs of dihedral group inverse graphs, the results of this study are:

a.  $|S| = n - 1$  for  $n$  is odd and  $|S| = n - 2$  for  $n$  is even

b. The eccentricity value of each point on  $\overline{F_s(D_{2n})}$  is 2

c. The distance sum of  $\overline{F_s(D_{2n})}$  are,

$$\text{for } n \text{ is odd and } n \geq 3 \quad D(v) = \begin{cases} 3n - 3, \text{ and } v \in S \\ 3n - 2, \text{ and } v \notin S \end{cases}$$

for  $n$  is even and  $n \geq 6$

$$n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$$

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, \text{ and } v \in S \\ 3n - 3, \text{ and } v \notin S \end{cases}$$

$$n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$$

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, \text{ dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ 3n - 3, v \text{ others} \end{cases}$$

d. Degree of  $\overline{F_s(D_{2n})}$  are:

for  $n$  is odd and  $n \geq 3$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 1, \text{ and } v \in S \\ n, \text{ and } v \notin S \end{cases}$$

for  $n$  is even and  $n \geq 6$

$$n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, \text{ and } v \in S \\ n + 1, \text{ and } v \notin S \end{cases}$$

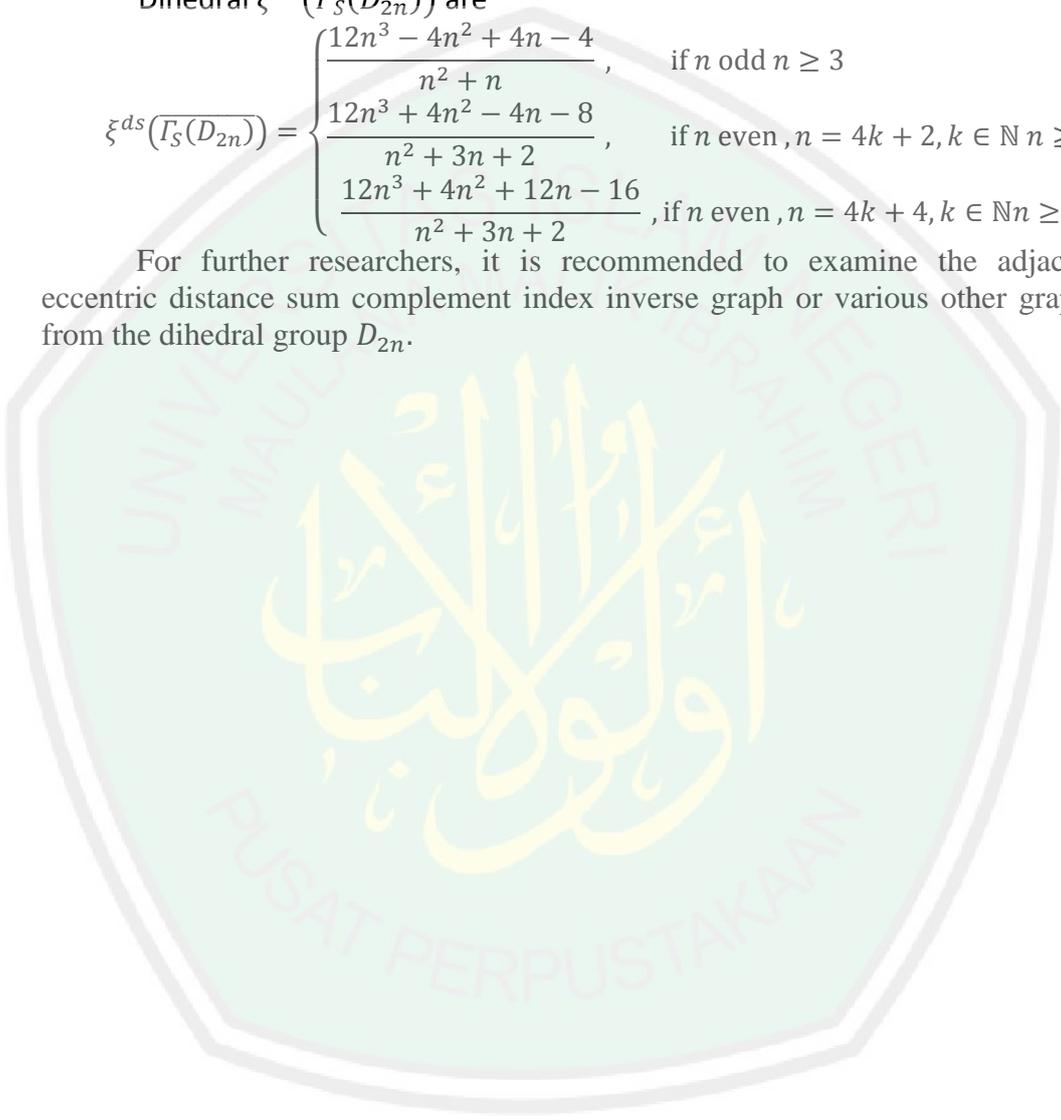
$$n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, \text{ and } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ n + 1, u \text{ others} \end{cases}$$

e. Adjacent eccentric-distance sum index of Complement of Inverse Graph of Dihedral  $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})})$  are

$$\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \begin{cases} \frac{12n^3 - 4n^2 + 4n - 4}{n^2 + n}, & \text{if } n \text{ odd } n \geq 3 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2}, & \text{if } n \text{ even, } n = 4k + 2, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2}, & \text{if } n \text{ even, } n = 4k + 4, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \end{cases}$$

For further researchers, it is recommended to examine the adjacent eccentric distance sum complement index inverse graph or various other graphs from the dihedral group  $D_{2n}$ .



## ملخص

هدايي، أرينا. 2019. *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* على رؤوس التكميلي من مخطاط زمرة زوجية. شعبة الرياضيات، كلية العلوم والتكنولوجيا، جامعة مولانا مالك إبراهيم الإسلامية الحكومية مالانج. المستشارين: (1) د. عبد الشاكر الماجستير (2) د. ه. إمام سوجارو الماجستير.

الكلمات الرئيسية: *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* استكمال زمرة زوجي.

على سبيل المثال  $G$  مجموعة و المكمل  $G$  ، يرمز إليه  $\bar{G}$ ، عبارة عن مخطاط بسيط له مجموعة من النقاط هي نفس مجموعة النقطتين  $G$  والنقطتين  $u$  و  $v$  في  $G$  مرتبطة مباشرة إذا فقط إذا ما كان  $u$  و  $v$  في  $G$  مرتبطة مباشرة يتم تعريف مؤشر مجموع المسافة غريب الأطوار المجاور مخطاط البياني على النحو التالي،  $\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{\varepsilon(v)D(v)}{\deg(v)}$  ، حيث  $\varepsilon(v)$  غريب الأطوار أو أكبر مسافة ؛  $d(v)$  عدد المسافات و  $\deg(v)$  بالدرجات تهدف هذه الدراسة إلى إيجاد صيغة مؤشر مجموع المسافة المجاورة غريب الأطوار على مخطاط التكميلية للمخطاط العكسية للمجموعات ثنائية السطوح ، ونتائج هذه الدراسة هي:

أ.  $|S| = n - 1$  إلى  $n$  فردي و  $|S| = n - 2$  زوجي

ب. الانحراف في كل رؤوس على  $\bar{\Gamma}_s(D_{2n})$  هو 2

ت. مقدار المسافة في  $\bar{\Gamma}_s(D_{2n})$  هو

$$D(u) = \begin{cases} 3n - 3, & v \in S \\ 3n - 2, & v \notin S \end{cases} \quad \text{إذا } n \text{ فردي و } 3 \geq$$

$$D(u) = \begin{cases} 3n - 4, & \forall u \in S \\ 3n - 3, & \forall u \notin S \end{cases} \quad n = 4k + 2, k \in \mathbb{N} \text{ و } 6 \geq$$

$$n = 4k + 4, k \in \mathbb{N} \text{ و } 6 \geq$$

$$D(u) = \begin{cases} 3n - 4, & v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ 3n - 3, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

ث. درجة  $\bar{\Gamma}_s(D_{2n})$  هو

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 1, & v \in S \\ n, & v \notin S \end{cases} \quad \text{إذا } n \text{ فردي و } 3 \geq$$

إذا  $n$  زوجي و  $6 \geq$  و  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & v \in S \\ n + 1, & v \notin S \end{cases}$$

إذا  $n$  زوجي و  $6 \geq$  و  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ n + 1, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

ج. *Adjacent eccentric-distance sum index* على رؤوس التكميلي من مخطط زمرة

زوجية  $\xi^{ds}(\Gamma_S(D_{2n}))$  هو

$$\xi^{ds}(\Gamma_S(D_{2n})) = \begin{cases} \frac{12n^3 - 4n^2 + 4n - 4}{n^2 + n}, & \text{jika } n \text{ ganjil } n \geq 3 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2}, & \text{jika } n \text{ genap, } n = 4k + 2, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2}, & \text{jika } n \text{ genap, } n = 4k + 4, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \end{cases}$$

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan ilmu yang tidak terlepas dari alam dan agama. Alam semesta membuat bentuk-bentuk dan kosep matematika, meskipun alam semesta tercipta sebelum matematika itu ada. Alam semesta serta segala isinya diciptakan Allah dengan ukuran-ukuran yang cermat dan teliti, dengan perhitungan yang mapan, dan dengan rumus-rumus serta persamaan yang seimbang dan rapi (Abdussakir, 2007:79). Ilmu matematika dapat dikembangkan di semua bidangnya terutama pada bidang ajar. Struktur aljabar merupakan cabang aljabar yang mempelajari tentang himpunan tak kosong yang dilengkapi satu atau lebih operasi biner yang berlaku pada himpunan tersebut.

Misalkan  $G$  adalah himpunan tak kosong dan operasi  $\circ$  pada  $G$  adalah suatu operasi biner, dimana himpunan  $G$  bersama-sama dengan operasi  $\circ$  dikatakan sebagai grup jika memenuhi operasi  $\circ$  bersifat tertutup, operasi  $\circ$  bersifat asosiatif,  $G$  memiliki elemen identitas, dan setiap unsur di  $G$  mempunyai invers di  $G$  pula.

Dalam Al-Quran surat At-Taubah ayat 122, Allah Swt, berfirman:

وَمَا كَانَ الْمُؤْمِنُونَ لِيَنفِرُوا كَآفَّةً ۚ فَلَوْلَا نَفَرَ مِن كُلِّ فِرْقَةٍ مِّنْهُمْ طَآءِفَةٌ لِّيَتَفَقَّهُوا فِي الدِّينِ وَلِيُنذِرُوا

قَوْمَهُمْ إِذَا رَجَعُوا إِلَيْهِمْ لَعَلَّهُمْ يَحْذَرُونَ

*artinya: "Tidak sepatutnya bagi mukminin itu pergi semuanya (ke medan perang). mengapa tidak pergi dari tiap-tiap golongan di antara mereka beberapa orang untuk memperdalam pengetahuan mereka tentang agama dan untuk memberi peringatan*

*kepada kaumnya apabila mereka telah kembali kepadanya, supaya mereka itu dapat menjaga dirinya.”*

Ayat diatas menjelaskan bahwa belajar ilmu pengetahuan sangat penting bagi kita semua, karena dengan ilmu dapat melakukan segala hal. Menurut John G. Kemeny Ilmu ialah segala pengetahuan yang dikumpulkan dengan menggunakan metode ilmiah dan merupakan hasil dari sebuah proses yang dibuat dengan menggunakan metode tersebut. Salah satu ilmu yang banyak diminati dalam bidang matematika yaitu aljabar khususnya graf.

Teori graf sebagai salah satu cabang matematika sebenarnya sudah ada sejak lebih dari dua ratus tahun yang silam. Jurnal pertama tentang teori graf muncul pada tahun 1736, oleh matematikawan terkenal dari Swiss bernama Euler. Dari segi matematika, pada awalnya teori graf “kurang” signifikan, karena kebanyakan dipakai untuk memecahkan teka-teki (*puzzle*), namun akhirnya mengalami perkembangan yang sangat pesat yaitu terjadi pada beberapa puluh tahun terakhir ini. Salah satu alasan perkembangan teori graf yang begitu pesat adalah aplikasinya yang sangat luas dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam berbagai bidang ilmu seperti: Ilmu Komputer, Teknik, Sains, bahkan Bisnis dan Ilmu Sosial (Budayasa, 2007:1).

Graf  $G$  adalah suatu pasangan  $(V(G), E(G))$  dengan  $V(G)$  adalah himpunan tak kosong dan berhingga dari objek-objek yang disebut titik dan  $E(G)$  adalah himpunan (mungkin kosong) pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di  $V(G)$  yang disebut sisi (Abdussakir, dkk, 2009: 4).

Seiring perkembangan zaman, graf mulai dikembangkan dari struktur aljabar. Teori graf banyak diteliti oleh ilmuan matematika yaitu graf yang dibangun dari grup. Misalkan  $(G,*)$  adalah grup berhingga dan

$S = \{u \in G | u \neq u^{-1}\}$ . Didefinisikan graf invers dari  $G$ ,  $\Gamma_S(G)$  adalah graf yang himpunan titiknya anggota dengan  $\Gamma$  sedemikian sehingga dua titik yang berbeda  $u$  dan  $v$  adalah terhubung langsung jika dan hanya jika  $u * v \in S$  atau  $v * u \in S$  (Alfuraida dan Zakariya, 2017:143).

Misalkan  $G$  sebuah graf sederhana. Komplemen  $G$ , dilambangkan dengan  $\bar{G}$ , adalah graf sederhana yang himpunan titiknya sama dengan himpunan titik  $G$  dan dua titik  $u$  dan  $v$  di  $\bar{G}$  terhubung langsung jika dan hanya jika di  $G$  titik  $u$  dan  $v$  tidak terhubung langsung (Budayasa, 2007:9).

*Eccentric-distance sum* merupakan penjumlahan dari hasil perkalian antara eksentrisitas dan jumlah jarak masing-masing titik dalam suatu graf  $G$ . Didefinisikan sebagai berikut:  $\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} e(v)D(v)$  dengan  $e(v)$  merupakan eksentrisitas titik  $v$  dan  $D(v)$  merupakan jumlah jarak titik  $v$  (Padmapriya dan Mathad, 2017:52).

Diberikan graf  $G$ ,  $e(v)$  dan  $\deg(v)$  menunjukkan eksentrisitas dan derajat verteks pada masing-masing  $v$  dalam  $G$ . *Adjacent eccentric distance sum index* pada graf didefinisikan sebagai:

$$\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}, \text{ dimana } e(v): \text{ eksentrisitas atau jarak terbesar; } D(v):$$

jumlah jarak dan  $\deg(v)$ : derajat (Hui dan Shujuan, 2015: 1)

Pada penelitian Kurfia (2017) telah berhasil diterapkan rumus *Eccentric-Distance Sum* pada komplemen graf invers grup dihedral. Pada penelitian ini akan diaplikasikan pada jumlah jarak dengan eksentrisitas dan derajat pada graf invers di grup dihedral. Setelah mendapatkan hasilnya, maka peneliti akan menyimpulkan rumus dari hasil penelitian.

Berdasarkan penjelasan yang telah dijabarkan, menjadi alasan penulis membuat penelitian dengan judul “*Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Komplemen Graf Invers Grup Dihedral”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas oleh penelitian ini adalah bagaimana rumus *adjacent eccentric distance sum index* pada komplemen graf invers grup dihedral?

## 1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui rumus *adjacent eccentric distance sum index* pada komplemen graf invers grup dihedral.

## 1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini adalah dapat memperluas informasi mengenai *adjacent eccentric distance sum index* pada komplemen graf invers grup dihedral sehingga dapat mengembangkan wawasan ilmu, khususnya di bidang aljabar yaitu teori graf dan dapat menjadikan ladsan dasar bagi penelitian selanjutnya.

## 1.5 Metode Penelitian

Dalam penelitian ini penulis menggunakan data sekunder. Menurut Sugiono (2010), mendefinisikan data sekunder adalah sebagai berikut: sumber sekunder

adalah sumber yang tidak langsung memberikan data kepada pengumpul data, missal lewat orang lain atau lewat dokumen.” Pengumpulan data sekunder dalam penelitian ini melalui cara mengumpulkan artikel, jurnal-jurnal dan hasil penelitian terdahulu.

Tahap penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif. Pola pembahasannya dimulai dari hal-hal khusus (induktif) menuju pada suatu generasi yang bersifat deduktif. Secara garis besar untuk mengetahui rumus *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada graf komplemen grup dihedral pada penelitian ini sebagai berikut:

- a. Mencari invers dari masing-masing anggota pada  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .
- b. Menggambarkan komplemen graf invers grup dihedral pada  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .
- c. Mencari jumlah jarak dari masing-masing titik pada komplemen graf invers grup dihedral pada  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .
- d. Mencari nilai eksentrisitas titik pada komplemen graf invers grup dihedral pada  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .
- e. Mencari nilai derajat pada komplemen graf invers grup dihedral dari  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .
- f. Mencari nilai *adjacent eccentric distance sum index* pada komplemen graf invers grup dihedral pada  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .
- g. Merumuskan pola dari *adjacent eccentric distance sum index* pada komplemen graf invers grup dihedral.

- h. Membuktikan pola dari *adjacent eccentric distance sum index* pada komplemen graf invers grup dihedral.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Dalam sistematika penulisan pada penelitian ini, penulis membagi menjadi empat bab dan masing-masing terdiri dari subbab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

### BAB I Pendahuluan

Pada bab ini, berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian dan sistematika penulisan.

### BAB II Kajian Pustaka

Pada bab ini, diberikan beberapa kajian yang berhubungan dengan penelitian antara lain, Operasi biner, Himpunan, Grup, Grup Dihedral, Grup Berhingga, Graf, Graf tertutup, Graf terhubung, Derajat Titik, Komplemen Graf, Jalan dan Lintasan, Jarak, Eksentrisitas, Titik eksentrik, Graf Invers pada Grup, *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* dan Kajian Islam tentang Tolong Menolong.

### BAB III Pembahasan

Pada bab ini, berisi pembahasan mengenai rumus *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* Pada Komplemen Graf Invers Grup Dihedral.

### Bab IV Penutup

pada bab ini beris tentang kesimpulan yang dibahas dari hasil penelitian dan saran.

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### 2.1 Himpunan

Sebuah himpunan adalah daftar, kumpulan atau kelas obyek-obyek yang didefinisikan secara jelas. Obyek-obyek dalam himpunan-himpunan sebagaimana akan kita lihat dari contoh-contoh yang diberikan, dapat berupa apa saja: bilangan, orang, surat, sungai, dan sebagainya. Obyek-obyek ini disebut elemen-elemen atau anggota-anggota dari himpunan (Lipschutz, 1989:12).

Contoh:

$A$  adalah himpunan bilangan positif,  $S$  adalah himpunan Negara Asia Tenggara,  $X$  adalah himpunan mahasiswa matematika.

#### 2.2 Operasi Biner

Suatu operasi biner pada himpunan tak kosong  $A$  merupakan pemetaan  $f$  dari  $A \times A$  ke  $A$  (Gilbert dan Gilbert, 2015:30).

Contoh:

Diberikan  $\mathbb{Z}$  yaitu himpunan semua bilangan bulat dan  $*$  adalah operasi pada  $\mathbb{Z}$  yang didefinisikan untuk setiap  $x, y \in \mathbb{Z}$ ,  $x * y = x + y$ . Karena  $x \in \mathbb{Z}$  dan  $y \in \mathbb{Z}$ , maka penjumlahan bilangan bulat akan menghasilkan bilangan bulat dinotasikan  $x + y \in \mathbb{Z}$ . Jadi operasi  $*$  merupakan operasi biner di  $\mathbb{Z}$ .

#### 2.3 Grup

Misalkan  $S$  suatu himpunan yang tak kosong. Operasi  $\circ$  pada elemen-elemen  $S$  disebut operasi biner, apabila setiap dua elemen  $a, b \in S$  maka  $(a, b) \in$

S. Dapat pula dikatakan bahwa operasi  $\circ$  merupakan pemetaan dari  $S \times S$  ke  $S$ . Operasi  $\circ$  pada  $S$  merupakan operasi biner dapat pula dikatakan bahwa operasi  $\circ$  pada  $S$  bersifat tertutup (Sukirman, 2005:35).

Grup adalah suatu struktur aljabar yang dinyatakan sebagai  $(G,*)$  dengan  $G$  tidak sama dengan himpunan kosong ( $G \neq \emptyset$ ) dan  $*$  adalah operasi biner pada  $G$  yang memenuhi sifat-sifat berikut:

1.  $(a * b) * c = a * (b * c)$ , untuk semua  $a, b, c \in G$  (yaitu  $*$  asosiatif).
2. Ada suatu elemen  $e$  di  $G$  sehingga  $a * e = e * a = a$ , untuk semua  $a \in G$  ( $e$  disebut identitas di  $G$ ).
3. Untuk setiap  $a \in G$  ada suatu elemen  $a^{-1}$  di  $G$  sehingga  $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$  ( $a^{-1}$  disebut invers dari  $a$ ).

Sebagai tambahan, grup  $(G,*)$  disebut *abelian* (grup komutatif) jika  $a * b = b * a$  untuk semua  $a, b \in G$  (Dummit dan Foote, 2004).

Contoh:

Misalkan  $\mathbb{Z}$  adalah himpunan bilangan bulat, maka  $(\mathbb{Z}, +)$  adalah grup karena berlaku:

- i. Operasi penjumlahan (+) pada  $\mathbb{Z}$  merupakan operasi biner yang terdefinisi di  $\mathbb{Z}$  sebab operasi biner merupakan pemetaan  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ . Untuk setiap  $a, b \in \mathbb{Z}$  maka  $a + b \in \mathbb{Z}$ . Sehingga  $\mathbb{Z}$  tertutup terhadap operasi +.
- ii. Untuk setiap  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  maka  $a + (b + c) = (a + b) + c$ . Jadi operasi + bersifat asosiatif di  $\mathbb{Z}$ .
- iii. Terdapat anggota identitas yaitu 0 terhadap operasi + di  $\mathbb{Z}$  sedemikian sehingga  $a + 0 = 0 + a = a$ , untuk setiap  $a \in \mathbb{Z}$ .

iv. Untuk  $a \in \mathbb{Z}$  terdapat  $a^{-1}$  yaitu  $(-a) \in \mathbb{Z}$  sedemikian sehingga  $a + (-a) = (-a) + a = 0$ .

Berdasarkan i, ii, iii, dan iv di atas  $\mathbb{Z}$  memenuhi aksioma grup maka terbukti bahwa  $(\mathbb{Z}, +)$  adalah grup.

### 2.3.1 Grup Dihedral

Grup dihedral adalah grup dari himpunan simetri-simetri dari segi  $-n$  beraturan dan dinotasikan  $D_{2n}$ , untuk setiap  $n$  bilangan bulat positif dan  $n \geq 3$ . Dalam buku lain ada yang menuliskan grup dihedral dengan  $D_n$ . Misalkan  $D_{2n}$  suatu grup yang didefinisikan oleh  $st$  untuk  $s, t \in D_{2n}$  yang diperoleh dari simetri (simetri sebagai fungsi pada segi  $-n$ , sehingga  $st$  adalah fungsi komposisi). Jika  $s, t$  akibat permutasi titik berurut  $\sigma, \tau$ , maka  $st$  akibat dari  $\sigma \circ \tau$ . Operasi biner pada  $D_{2n}$  adalah asosiatif karena fungsi komposisi adalah asosiatif. Identitas dari  $D_{2n}$  adalah identitas dari simetri (yang meninggalkan semua titik tetap), dinotasikan dengan 1, dan  $s \in D_{2n}$  adalah kebalikan semua putaran dari simetri  $s$  (jadi jika  $s$  akibat permutasi pada titik  $\sigma, s^{-1}$  akibat dari  $\sigma^{-1}$ ) (Dummit dan Foote, 1991:23-24).

Karena grup dihedral akan digunakan secara ekstensif, maka perlu beberapa notasi dan beberapa hitungan yang dapat menyederhanakan perhitungan selanjutnya dan membantu mengamati  $D_{2n}$  sebagai grup abstrak, yaitu:

1.  $1, r, r^2, \dots, r^{n-1}$  semua berbeda dan  $r^n = 1$ , sehingga  $|r| = n$ .
2.  $|s| = 2$ .
3.  $s \neq r^i$  untuk semua  $i$ .

4.  $sr^i \neq sr^j$ , untuk semua  $0 \leq i, j \leq n - 1$  dengan  $i \neq j$ , sehingga  $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}\}$

yaitu setiap elemen dapat ditulis secara tunggal dalam bentuk  $s^k r^i$  untuk beberapa  $k = 0$  atau  $1$  dan  $0 \leq i \leq n - 1$ .

5.  $sr = sr^{-1}$ , Hal ini menunjukkan secara khusus bahwa  $r$  dan  $s$  tidak komutatif sehingga  $D_{2n}$  tidak abelian.
6.  $r^i s = r^{-i} s$ , untuk semua  $0 \leq i \leq n$  (Dummit dan Foote, 2004:25).

Contoh:

Misalkan  $D_6$  dengan anggota  $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$  jika dioperasikan dengan “ $\circ$ ”, pada setiap anggota maka diperoleh tabel Cayley pada Tabel 2.1 sebagai berikut:

Tabel 2.1. Tabel Cayley dari Grup Dihedral-6 ( $D_6$ )

$\circ$	1	$r$	$r^2$	$s$	$sr$	$sr^2$
1	1	$r$	$r^2$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r$	$r$	$r^2$	1	$sr^2$	$s$	$sr$
$r^2$	$r^2$	1	$r$	$sr$	$sr^2$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	1	$r$	$r^2$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$s$	$r^2$	1	$r$
$sr^2$	$sr^2$	$s$	$sr$	$r$	$r^2$	1

### 2.3.2 Grup Berhingga

Jika suatu grup  $G$  mempunyai anggota yang berhingga, maka  $G$  disebut grup berhingga. Banyaknya anggota di  $G$  disebut order dari  $G$  dan dinotasikan  $o(G)$  atau  $|G|$ . Jika  $G$  tidak memiliki anggota yang berhingga, maka  $G$  disebut grup tak berhingga (Gilbert dan Gilbert, 2015:145).

Contoh:

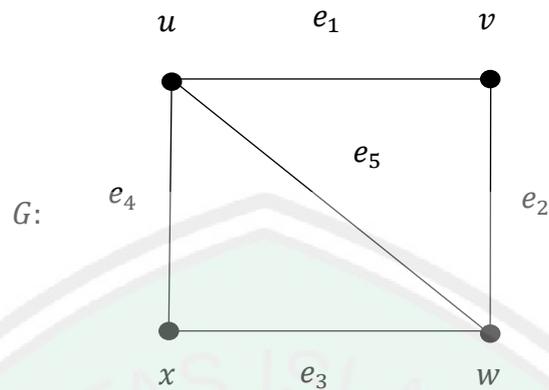
Grup  $(Z_4, +)$  dengan  $Z_4 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}\}$  adalah grup berhingga dan memiliki order  $o(Z_4) = 4$ .

### 2.4 Graf

Graf  $G$  adalah sebuah himpunan tak kosong terbatas dari objek yang disebut *vertices* (jika tunggal disebut *vertex*) dan himpunan pasangan tak berurutan dari dua titik yang berbeda dari  $G$  disebut *edges*. Himpunan titik (*vertex*) dari  $G$  ditulis dengan  $V(G)$ , sedangkan himpunan sisi (*edge*) ditulis dengan  $E(G)$  (Chartrand, dkk, 1996:1).

Contoh:

Graf  $G$  dengan  $V(G) = \{u, v, w, x\}$  dan  $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$  dimana  $e_1 = uv, e_2 = vw, e_3 = wx, e_4 = ux, e_5 = uw$ . Maka  $G$  dapat digambarkan sebagai berikut:

Gambar 2.1 Graf  $G$ 

Graf  $G$  pada Gambar 2.1 mempunyai 4 titik dan 5 sisi sehingga  $n(G) = 4$  dan  $m(G) = 5$  (Budayasa, 2007:2). Graf  $G$  mempunyai himpunan titik  $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  dan himpunan sisi  $E(G) = \{(u, w), (u, x), (v, x), (v, y), (w, y)\}$ .

#### 2.4.1 Derajat Titik

Derajat titik  $v$  dari graf  $G$  merupakan banyaknya titik di  $G$  yang terhubung langsung dengan  $v$ . Derajat dari titik  $v$  pada graf  $G$  dinotasikan dengan  $\deg_G v$  atau  $\deg(v)$ .

Suatu titik yang berderajat 0 disebut titik terasing dan titik yang berderajat 1 disebut titik ujung atau titik akhir. Derajat terbesar dari semua titik di  $G$  disebut derajat maksimum dari  $G$  dan dinotasikan dengan  $\Delta(G)$ . Derajat minimum dari dinotasikan dengan  $\delta(G)$ . Oleh karena itu, jika  $v$  merupakan titik dari graf  $G$  dengan orde  $n$ , maka  $0 \leq \delta(G) \leq \deg(v) \leq \Delta(G) \leq n - 1$  (Chartrand, dkk, 2016).

Hubungan antara jumlah derajat semua titik dalam suatu graf  $G$  dengan banyak sisi, yaitu  $m$  adalah

$$\sum_{v \in G} \deg v = 2m$$

disebut sebagai “Teorema Pertama dalam Teori Graf” yang dinyatakan dalam teorema berikut.

### Teorema 1

Jika  $G$  adalah graf dengan ukuran  $m$ , maka

$$\sum_{v \in V(G)} \deg v = 2m$$

### Bukti

Setiap menghitung derajat suatu titik di  $G$ , maka suatu sisi dihitung 1 kali. Karena setiap sisi menghubungkan dua titik berbeda maka ketika menghitung derajat semua titik, sisi akan terhitung dua kali. Dengan demikian diperoleh bahwa jumlah semua derajat titik di  $G$  sama dengan 2 kali jumlah sisi di  $G$ . Terbukti bahwa

$$\sum_{v \in V(G)} \deg v = 2m$$

### Teorema 2

Banyaknya titik berderajat ganjil pada suatu graf adalah genap.

### Bukti

Pandang sembarang graf  $G$ . Misalkan  $A$  dan  $B$  berturut-turut adalah himpunan semua titik  $G$  yang berderajat genap dan ganjil. Jelas bahwa  $V(G) = A \cup B$ , sehingga

$$\sum_{v \in A} \deg v + \sum_{v \in B} \deg v = \sum_{v \in V(G)} \deg v = 2m$$

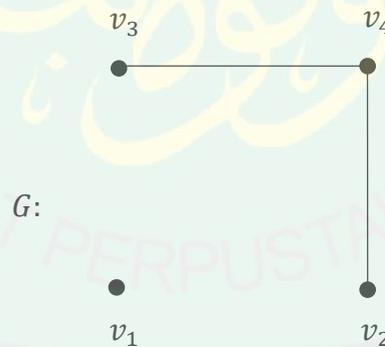
Selanjutnya, karena untuk setiap  $v \in A$ ,  $\deg(v)$  genap, maka  $\sum_{v \in A} \deg(v)$  genap. Akibatnya,  $\sum_{v \in B} \deg(v)$  genap. Padahal, untuk setiap titik  $v \in B$ ,  $\deg(v)$  ganjil. Akibatnya, banyaknya titik di  $B$  harus genap. Terbukti.

#### 2.4.2 Komplemen Graf

Misalkan  $G$  sebuah graf sederhana. Komplemen  $G$  (ditulis  $\bar{G}$ ) adalah graf dengan himpunan titik  $V(G)$  sedemikian sehingga dua titik terhubung langsung di  $\bar{G}$  jika dan hanya jika titik tersebut tidak terhubung langsung di  $G$ . Jika graf  $G$  berorde  $n$  dan berukuran  $m$ , maka  $\bar{G}$  berorde  $n$  memiliki ukuran  $\binom{n(n-1)}{2} - m$  (Chartrand, dkk, 2016).

Contoh

Gambar komplemen graf  $G$  adalah

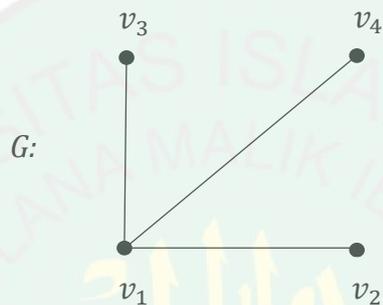


Gambar 2.2 Komplemen Graf  $G$

#### 2.4.3 Graf Terhubung

Misal  $u$  dan  $v$  titik berbeda pada graf  $G$ . titik  $u$  dan  $v$  dikatakan terhubung (*connected*), jika terdapat lintasan (*path*)  $u - v$  di  $G$ . Suatu graf  $G$  dikatakan terhubung (*connected*), jika untuk setiap titik  $u$  dan  $v$  yang berbeda di  $G$

terhubung. Dengan kata lain, suatu graf  $G$  dikatakan terhubung (*connected*), jika unuk setiap  $u$  dan  $v$  di  $G$  terdapat lintasan  $u - v$  di  $G$ . Sebaliknya, jika ada dua titik  $u$  dan  $v$  di  $G$ , tetapi tidak ada lintasan  $u - v$  di  $G$ , maka  $G$  dikatakan tak terhubung (*disconnected*) (Abdussakir, dkk, 2009:55-56).



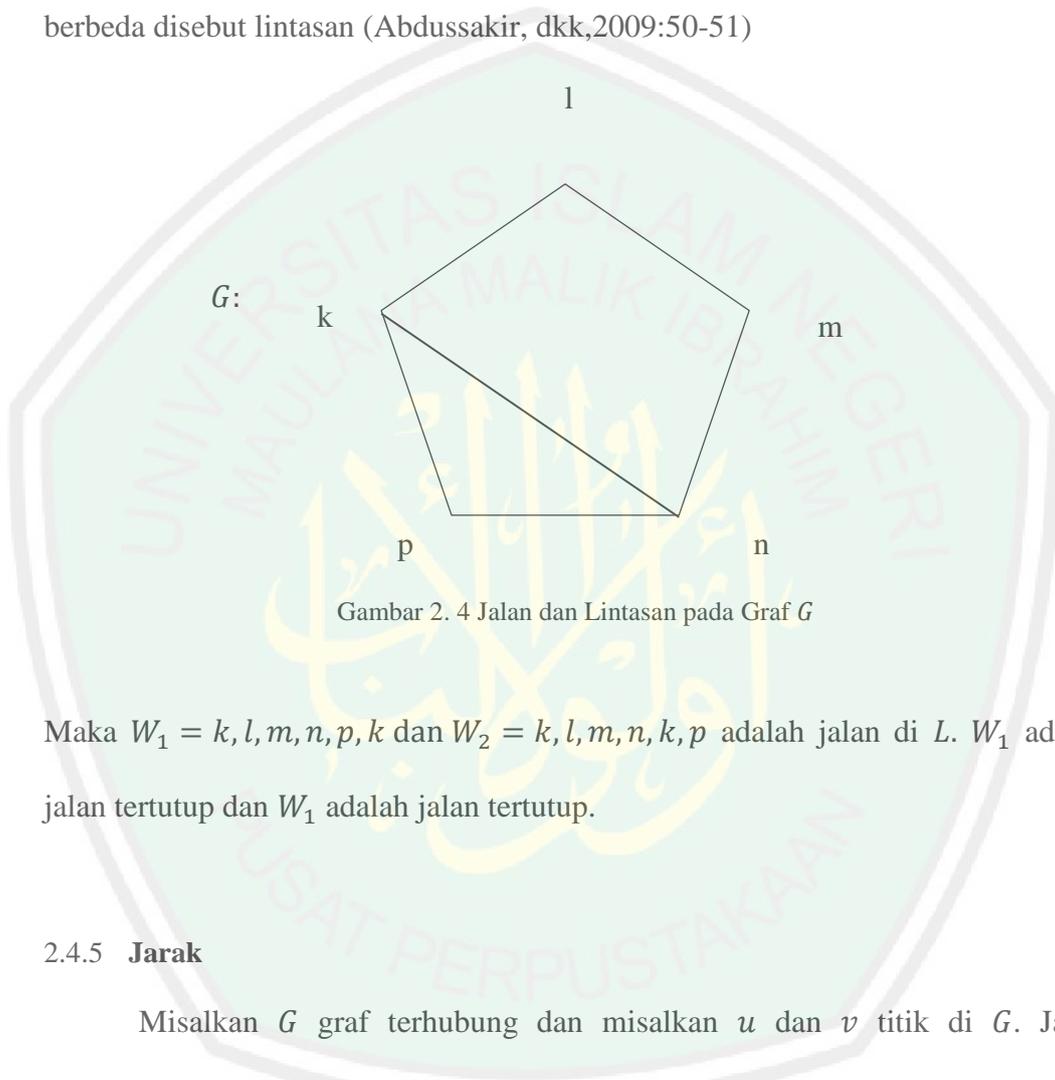
Gambar 2.3 Graf Terhubung

Graf  $G$  pada Gambar 2.3 merupakan graf terhubung karena setiap dua titik yang berbeda di  $G$  dihubungkan oleh lintasan. Dua titik berbeda  $v_1$  dan  $v_2$ ,  $v_1$  dan  $v_3$ ,  $v_1$  dan  $v_4$  pada Gambar 2.2 tidak terhubung langsung sehingga garf  $G$  pada Gambar 2.3 terhubung langsung di  $G$ .

#### 2.4.4 Jalan dan Lintasan

Misalkan  $G$  adalah graf. Misalkan  $u$  dan  $v$  adalah titik di graf  $G$  (tidak harus berbeda)). Jalan (*walk*)  $u - v$  pada  $G$  adalah barisan yang berselang-seling  $W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n = v$  antara titik dan sisi yang dimulai dari titik dan diakhiri dengan titik, dengan  $e_i = (v_i, v_{i-1}) \forall i = 1, 2, 3, \dots, n$  adalah sisi di  $G$ .  $v_0$  disebut titik awal,  $v_n$  disebut titik akhir, titik  $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}$  disebut titik internal dan  $n$  menyatakan panjang dari  $W$ . Jika  $v_0 \neq v_n$ , maka  $W$  disebut jalan terbuka. Jika  $v_0 = v_n$  maka  $W$  disebut jalan ertutup. Jalan yang tidak mempunyai

sisi disebut jalan trivial.  $v$  (Abdussakir, dkk,2009:49). Karena dalam graf dua titik hanya akan dihubungkan oleh tepat satu sisi, maka jalan  $u - v$  apat ditulis menjadi  $W: u = v_0, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n = v$ . Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan (Abdussakir, dkk,2009:50-51)



Gambar 2. 4 Jalan dan Lintasan pada Graf  $G$

Maka  $W_1 = k, l, m, n, p, k$  dan  $W_2 = k, l, m, n, k, p$  adalah jalan di  $L$ .  $W_1$  adalah jalan tertutup dan  $W_2$  adalah jalan terbuka.

#### 2.4.5 Jarak

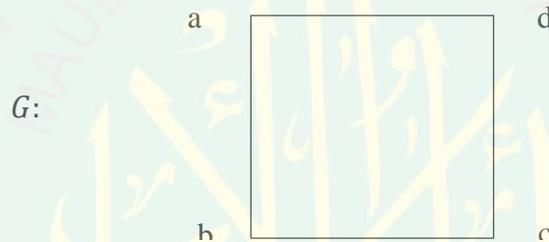
Misalkan  $G$  graf terhubung dan misalkan  $u$  dan  $v$  titik di  $G$ . Jarak (*distance*)  $u$  dan  $v$  di  $G$ , dinotasikan dengan  $d(u, v)$  adalah panjang lintasan  $u - v$  di  $G$ . Himpunan titik di  $G$  dengan fungsi jarak ini membentuk ruang metrik. Untuk setiap titik  $u, v$ , dan  $G$ , maka

- a.  $d(u, v) \geq 0$  dan  $d(u, v) = 0$  jika dan hanya jika  $u = v$ .
- b.  $d(u, v) = d(v, u)$
- c.  $d(u, v) \leq d(u, w) + d(w, v)$  (Abdussakir, dkk, 2009:56).

#### 2.4.6 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik

Eksentrisitas (*eccentricity*) titik  $u$  di  $G$ , dinotasikan dengan  $e(u)$ , adalah jarak terbesar dari  $u$  ke semua titik di  $G$ . Jadi  $e(u) = \max \{d(u, v) | v \in V(G)\}$ . Jika  $u$  dan  $v$  adalah titik pada  $G$  sehingga  $e(u) = d(u, v)$ , maka  $v$  disebut titik eksentrik dari  $u$ . Dengan kata lain, titik  $v$  disebut titik eksentrik dari  $u$  jika jarak dari  $u$  ke  $v$  sama dengan eksentrisitas dari  $u$  (abdussakir, dkk, 2009:56-57).

Contoh:



Gambar 2.5 Eksentrisitas Titik pada Graf  $G$

Eksentrisitas titik pada graf  $G$  dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} e(a) &= \max\{d(a, b), d(a, c), d(a, d)\} \\ &= \max\{1, 2, 1\} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(b) &= \max\{d(b, a), d(b, c), d(b, d)\} \\ &= \max\{1, 1, 2\} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(c) &= \max\{d(c, a), d(c, b), d(c, d)\} \\ &= \max\{2, 1, 1\} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e(d) &= \max\{d(d, a), d(d, b), d(d, c)\} \\ &= \max\{1, 2, 1\} = 2 \end{aligned}$$

Eksentrisitas masing-masing titik pada graf  $G$  yaitu 2.

### 2.5 Adjacent Eccentric Distance Sum Index

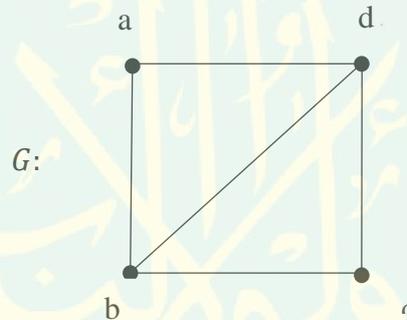
Diberikan graf  $G$ ,  $e(v)$  dan  $\deg(v)$  menunjukkan eksentrisitas dan derajat verteks pada masing-masing  $v$  dalam  $G$ . *Adjacent eccentric distance sum index* pada graf didefinisikan sebagai:

$$\xi^{sv}(G) = \sum_{v \in V(G)} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)}, \text{ dimana } e(v): \text{ eksentrisitas atau jarak terbesar; } D(v):$$

jumlah jarak dan  $\deg(v)$ : derajat (Hui dan Shujuan, 2015: 1)

*Contoh*

Misalkan graf  $G$  ditunjukkan gambar 2.6 sebagai berikut



Gambar 2.6 Graf  $G$

Pada gambar 2.6, diketahui bahwa  $e(a) = e(c) = 2$  dan  $e(b) = e(d) = 1$ , jumlah jarak dari graf  $G$  yaitu:  $D(a) = D(c) = 4$ , dan  $D(b) = D(d) = 3$ , dan untuk derajat pada masing-masing titik adalah  $\deg(a) = \deg(c) = 2$ ,  $\deg(b) = \deg(d) = 3$  dan diperoleh

$$\begin{aligned} \xi^{ds}G &= \sum_{u \in V(\Gamma_S(G))} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\ &= \frac{e(a)D(a)}{\deg(a)} + \frac{e(b)D(b)}{\deg(b)} + \frac{e(c)D(c)}{\deg(c)} + \frac{e(d)D(d)}{\deg(d)} + \\ &= \frac{(2 \cdot 4)}{2} + \frac{(1 \cdot 3)}{3} + \frac{(1 \cdot 4)}{3} + \frac{(2 \cdot 4)}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 4 + 1 + \frac{4}{3} + 4 \\
 &= 9\frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

## 2.6 Graf Invers pada Grup

### Definsi 2.7

Misalkan  $(G,*)$  adalah grup berhingga dan  $S = \{u \in G | u \neq u^{-1}\}$ . Didefinisikan graf invers yang terkait dengan  $G$ , yaitu  $\Gamma_S(G)$  adalah graf yang himpunan titiknya anggota  $G$  sedemikian sehingga dua titik yang berbeda  $u$  dan  $v$  adalah terhubung langsung jika dan hanya jika  $u * v \in S$  atau  $v * u \in S$  (Alfuraidan dan Zakariya, 2017:143).

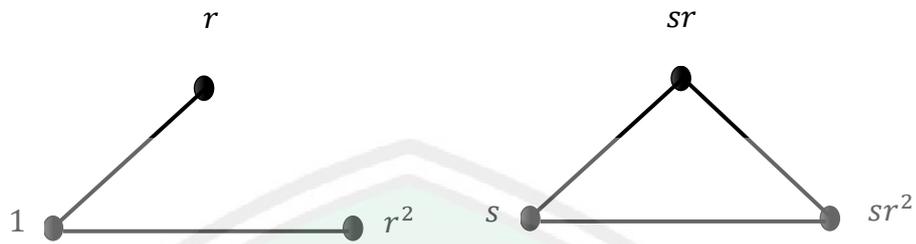
### Contoh

Grup dihedral-6 mempunyai element dari anggota  $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$  dengan operasi “ $\circ$ ”, maka dapat ditentukan invers dari element anggota dihedral-6 adalah:

$$\begin{aligned}
 1 \circ 1 &= 1 \text{ maka } 1^{-1} = 1; & r \circ r^2 &= r^2 \circ r = 1 \text{ maka } r^{-1} = r^2; \\
 r^2 \circ r &= r \circ r^2 = 1 \text{ maka } (r^2)^{-1} = r; & s \circ s &= 1 \text{ maka } s^{-1} = s; \\
 sr \circ sr &= 1 \text{ maka } sr^{-1} = sr; & sr^2 \circ sr^2 &= 1 \text{ maka } (sr^2)^{-1} = sr^2.
 \end{aligned}$$

Pada uraian invers dari masing-masing anggota  $D_6$ , diperoleh  $1, s, sr$  dan  $sr^2$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_6$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2\}$ .

Maka terbentuklah graf invers sebagai berikut:

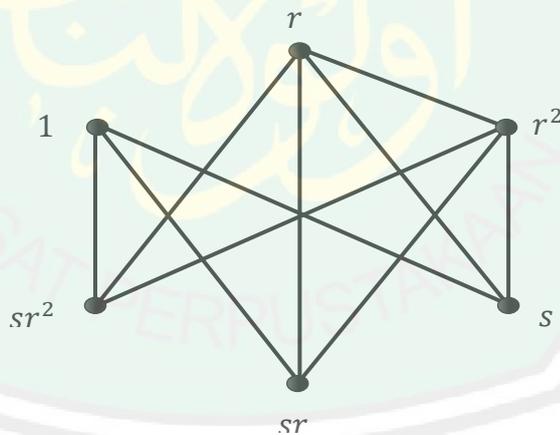


Gambar 2.7 Graf Invers Grup Dihedral-6 ( $D_6$ )

Dari gambar diatas dapat diketahui bahwa

$$\begin{array}{llll}
 1 \circ r = r; & s \circ sr = r; & sr \circ s = r^2; & sr^2 \circ s = r; \\
 1 \circ r^2 = r^2; & s \circ sr^2 = r^2; & sr \circ sr^2 = r; & sr^2 \circ sr = r^2.
 \end{array}$$

Graf komplemen dari  $\Gamma_s(D_6)$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.8 Graf Komplemen dari Graf Invers Grup Dihedral-6  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$

### 2.7 Kajian Islam tentang Tolong-Menolong

Al-quran merupakan kitab suci yang menjadi sumber panutan dalam kehidupan umat islam dari zaman dahulu hingga saat ini, firman Allah dalam al-Quran pada surat Al-Maidah (5) ayat 2, yaitu:

وَتَعَاوَنُوا عَلَى الْبِرِّ وَالتَّقْوَىٰ وَلَا تَعَاوَنُوا عَلَى الْإِثْمِ وَالْعُدْوَانِ ۗ وَاتَّقُوا اللَّهَ إِنَّ اللَّهَ شَدِيدُ الْعِقَابِ

Artinya: “Dan tolong-menolonglah kamu dalam (mengerjakan) kebajikan dan takwa, dan jangan tolong-menolong dalam berbuat dosa dan pelanggaran. Dan bertakwalah kamu kepada Allah, sesungguhnya Allah amat berat siksa-Nya.”

Firman Allah diatas memerintahkan kepada saling tolong-menolong kepada sesama dalam hal kebaikan dan jangan tolong menolong dalam hal pelanggaran. Menurut Imam Ibnul Qayyim ,”Al-Birru adalah satu kata bagi seluruh jenis kebaikan dan kesempurnaan yang dituntut dari seorang hamba. Lawan katanya al-itsmu (dosa) yang maknanya adalah satu ungkapan yang mencakup segala bentuk kejelekan dan aib yang menjadi sebab seorang hamba sangat dicela apabila melakukannya”.

Selain al-Quran, hadist juga merupakan sumber hukum Islam kedua setelah dan menjadi panutan dalam kehidupan ummat islam. Seperti hadist Nabi Muhammad SAW, yang berbunyi:

الْمُسْلِمُ أَخُو الْمُسْلِمِ ، لَا يَظْلِمُهُ وَلَا يُظْلَمُهُ ، وَمَنْ كَانَ فِي حَاجَةِ أَخِيهِ ، كَانَ اللَّهُ فِي حَاجَتِهِ ، وَمَنْ فَرَّجَ عَنِ مُسْلِمٍ كُرْبَةً ، فَرَّجَ اللَّهُ عَنْهُ كُرْبَةً مِنْ كُرْبِ يَوْمِ الْقِيَامَةِ ، وَمَنْ سَتَرَ مُسْلِمًا ، سَتَرَهُ اللَّهُ يَوْمَ الْقِيَامَةِ.

Artinya: “Seorang Muslim adalah saudara orang Muslim lainnya. Ia tidak boleh menzhaliminya dan tidak boleh membiarkannya diganggu orang lain (bahkan ia wajib menolong dan membelanya). Barangsiapa membantu kebutuhan saudaranya, maka Allâh Azza wa Jalla senantiasa akan menolongnya. Barangsiapa melapangkan kesulitan orang Muslim, maka Allâh akan melapangkan baginya dari salah satu kesempitan di hari Kiamat dan barangsiapa menutupi (aib) orang Muslim, maka Allâh menutupi (aib)nya pada hari Kiamat.” (HR, Muslim dan Ahmad).

Pada hadist riwayat Muslim dan Ahmad, Nabi Muhammad SAW, bersabda untuk saling tolong menolong, maka Allah akan melapangkan baginya dari salah satu kesempitan di hari kiamat. Dan pada hadist lain dari Abu Hurairah Radhiyallahu anhu , bahwa Rasûlullâh Shallallahu ‘alaihi wa sallam bersabda,

مَنْ دَعَا إِلَى هُدًى كَانَ لَهُ مِنَ الْأَجْرِ مِثْلُ أُجُورٍ مَنْ تَبِعَهُ لَا يَنْقُصُ ذَلِكَ مِنْ أُجُورِهِمْ شَيْئًا، وَمَنْ دَعَا إِلَى ضَلَالَةٍ،

كَانَ عَلَيْهِ مِنَ الْإِثْمِ مِثْلُ آثَامِ مَنْ تَبِعَهُ لَا يَنْقُصُ ذَلِكَ مِنْ آثَامِهِمْ شَيْئًا

Artinya “Barangsiapa mengajak (manusia) kepada petunjuk, maka baginya pahala seperti pahala orang yang mengikutinya tanpa mengurangi pahala mereka sedikit pun. Dan barangsiapa mengajak (manusia) kepada kesesatan maka ia mendapatkan dosa seperti dosa-dosa orang yang mengikutinya, tanpa mengurangi dosa mereka sedikit pun”.



### BAB III

#### PEMBAHASAN

Pada pembahasan ini penulis akan membahas tentang *adjacent eccentric distance sum index* pada graf komplemen dari graf invers. Pada pencarian rumus *adjacent eccentric distance sum index* pada kompemen graf invers, terlebih dahulu dicari dan ditunjukkan nilai dari *adjacent eccentric distance sum* pada graf komplemen dari graf invers  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}, D_{32}$ .

#### 3.1 Pola *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* $\overline{G_S(D_{2n})}$

##### 3.1.1 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_6$

###### 3.1.1.1 Graf Invers dari $D_6$

Element dari anggota grup dihedral-6 yaitu  $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$  dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota maka, diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 3.2. Tabel *Cayley* dari Grup Dihedral-6 ( $D_6$ )

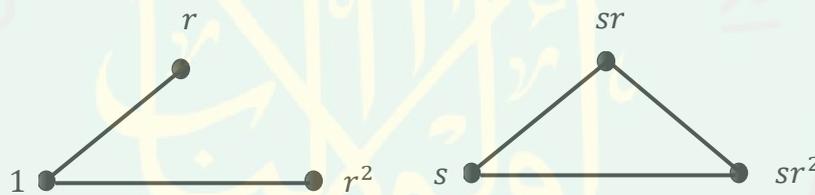
$\circ$	1	$r$	$r^2$	$s$	$sr$	$sr^2$
1	1	$r$	$r^2$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r$	$r$	$r^2$	1	$sr^2$	$s$	$sr$
$r^2$	$r^2$	1	$r$	$sr$	$sr^2$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	1	$r$	$r^2$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$s$	$r^2$	1	$r$
$sr^2$	$sr^2$	$s$	$sr$	$r$	$r^2$	1

Berdasarkan Tabel 3.1 dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_6$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 1 \circ 1 = 1 & \text{ maka } 1^{-1} = 1; & r \circ r^2 = r^2 \circ r = 1 & \text{ maka } r^{-1} = r^2 \\
 r^2 \circ r = r \circ r^2 = 1 & \text{ maka } (r^2)^{-1} = r; & s \circ s = 1 & \text{ maka } s^{-1} = s \\
 sr \circ sr = 1 & \text{ maka } (sr)^{-1} = sr; & sr^2 \circ sr^2 = 1 & \text{ maka } (sr^2)^{-1} = sr^2
 \end{aligned}$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.1 dari masing-masing anggota  $D_6$ , diperoleh  $1, s, sr$  dan  $sr^2$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_6$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2\}$ .

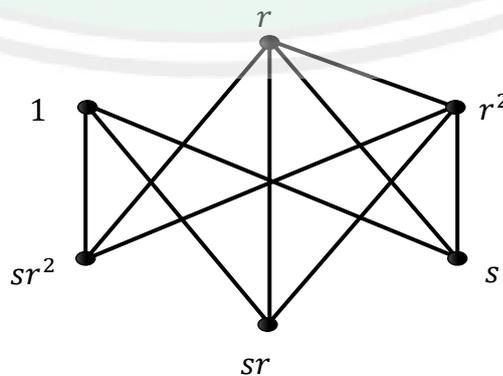
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_S(D_6)$  sebagai berikut:



Gambar 3.1 Graf Invers Grup Dihedral-6  $\Gamma_S(D_6)$

**3.1.1.2 Graf Komplemen dari  $\Gamma_S(D_6)$**

Graf komplemen dari  $\Gamma_S(D_6)$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.2 Graf Komplemen dari Graf Invers Grup Dihedral-6  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$

### 3.1.1.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_S(D_6)}$

Pada Gambar 3.2 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ , Berikut jumlah nilai jarak pada  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ :

$$\begin{aligned} D(1) &= d(1, r) + d(1, r^2) + d(1, s) + d(1, sr) + d(1, sr^2) \\ &= 2 + 2 + 1 + 1 + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(r) &= d(r, 1) + d(r, r^2) + d(r, s) + d(r, sr) + d(r, sr^2) \\ &= 2 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(r^2) &= d(r^2, 1) + d(r^2, r) + d(r^2, s) + d(r^2, sr) + d(r^2, sr^2) \\ &= 2 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(s) &= d(s, 1) + d(s, r) + d(s, r^2) + d(s, sr) + d(s, sr^2) \\ &= 1 + 1 + 1 + 2 + 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(sr) &= d(sr, 1) + d(sr, r) + d(sr, r^2) + d(sr, s) + d(sr, sr^2) \\ &= 1 + 1 + 1 + 2 + 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D(sr^2) &= d(sr^2, 1) + d(sr^2, r) + d(sr^2, r^2) + d(sr^2, s) + d(sr^2, sr) \\ &= 1 + 1 + 1 + 2 + 2 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jadi,  $D(v) = 6$  untuk semua  $v \in S$  dan  $D(v) = 7$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.1.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_6)}$

Gambar 3.2 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.2. Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentrik dari Grup Dihedral-6 ( $D_6$ )

Titik	Eksentrisitas	Titik Eksentrik
1	2	$r, r^2$
$r$	2	1
$r^2$	2	1
$s$	2	$sr, sr^2$
$sr$	2	$s, sr^2$
$sr^2$	2	$s, sr$

Pada Tabel 3.2 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplement dari graf invers grup dihedral-6  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.1.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_6)}$

Berdasarkan Gambar 3.2 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_6)}$ :

Tabel 3.3 Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-6 ( $D_6$ )

Titik	Derajat	Titik derajat
1	3	$s, sr, sr^2$
$r$	4	$r^2, s, sr, sr^2$
$r^2$	4	$r, s, sr, sr^2$
$s$	3	$1, r, r^2$
$sr$	3	$1, r, r^2$
$sr^2$	3	$1, r, r^2$

Pada Tabel 3.3 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-6  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$  adalah  $\deg(v) = 4$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 3$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.1.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_S(D_6)}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$  maka dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_6)}) &= \sum_{v \in V(\overline{\Gamma_S(D_6)})} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\
 &= \frac{e(1)D(1)}{\deg(1)} + \frac{e(r)D(r)}{\deg(r)} + \frac{e(r^2)D(r^2)}{\deg(r^2)} + \frac{e(s)D(s)}{\deg(s)} + \\
 &\quad \frac{e(sr)D(sr)}{\deg(sr)} + \frac{e(sr^2)D(sr^2)}{\deg(sr^2)} \\
 &= \frac{(2 \cdot 7)}{3} + \frac{(2 \cdot 6)}{4} + \frac{(2 \cdot 6)}{4} + \frac{(2 \cdot 7)}{3} + \frac{(2 \cdot 7)}{3} + \frac{(2 \cdot 7)}{3} \\
 &= \frac{14}{3} + \frac{12}{4} + \frac{12}{4} + \frac{14}{3} + \frac{14}{3} + \frac{14}{3} \\
 &= \frac{56}{12} + \frac{36}{12} + \frac{36}{12} + \frac{56}{12} + \frac{56}{12} + \frac{56}{12} \\
 &= \frac{296}{12} = 24,67
 \end{aligned}$$

Jadi, dapat diketahui nilai dari *adjacent eccentric distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-6  $\overline{\Gamma_S(D_6)}$  adalah 24,67.

### 3.1.2 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_8$

#### 3.1.2.1 Graf Invers dari $D_8$

Element dari anggota grup dihedral-8 yaitu  $D_8 = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$  dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota, maka diperoleh tabel Cayley sebagai berikut:

Tabel 3.4. Tabel Cayley Grup Dihedral-8 ( $D_8$ )

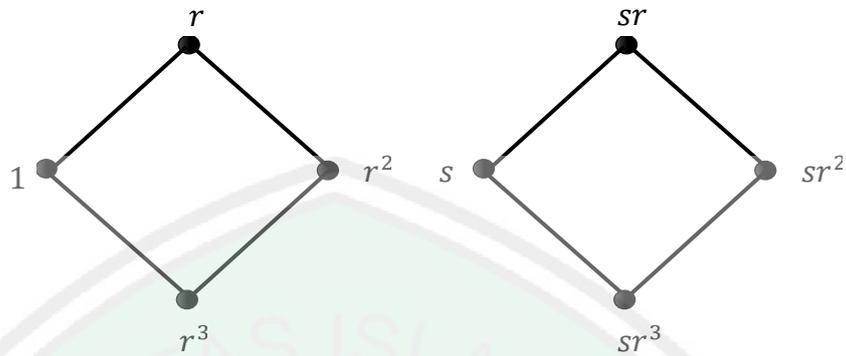
$\circ$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
1	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	1	$sr^3$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^2$	$r^2$	$r^3$	1	$r$	$sr^2$	$sr^3$	$s$	$sr$
$r^3$	$r^3$	1	$r$	$r^2$	$sr$	$sr^2$	$sr^2$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$s$	$r^3$	1	$r$	$r^2$
$sr^2$	$sr^2$	$sr^3$	$s$	$sr$	$r^2$	$r^3$	1	$r$
$sr^3$	$sr^3$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r$	$r^2$	$r^3$	1

Berdasarkan Tabel 3.4 dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_8$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 1 \circ 1 &= 1 \text{ maka } 1^{-1} = 1; & r \circ r^3 &= r^3 \circ r = 1 \text{ maka } r^{-1} = r^3; \\
 r^2 \circ r^2 &= 1 \text{ maka } (r^2)^{-1} = r^2; & r^3 \circ r &= r \circ r^3 = 1 \text{ maka } (r^3)^{-1} = r; \\
 s \circ s &= 1 \text{ maka } s^{-1} = s; & sr \circ sr &= 1 \text{ maka } (sr)^{-1} = sr; \\
 sr^2 \circ sr^2 &= 1 \text{ maka } (sr^2)^{-1} = sr^2; & sr^3 \circ sr^3 &= 1 \text{ maka } (sr^3)^{-1} = sr^3.
 \end{aligned}$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.3 dari masing-masing anggota  $D_8$ , diperoleh  $1, r, s, sr, sr^2$  dan  $sr^3$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_8$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^3\}$ .

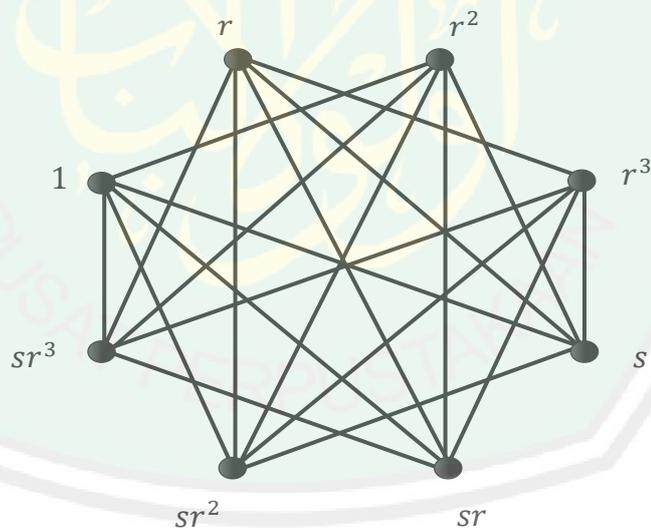
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_8)$  sebagai berikut:



Gambar 3.3 Graf Invers Grup Dihedral-8  $\Gamma_s(D_8)$

**3.1.2.2 Graf Komplemen dari  $\Gamma_s(D_8)$**

Graf komplemen dari  $\Gamma_s(D_8)$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.4 Graf Komplemen dari Graf Invers Grup Dihedral-8  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$

**3.1.2.3 Jumlah Jarak pada Titik  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$**

Pada Gambar 3.4 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ . . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik

yang lain di  $\overline{F_5(D_8)}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{F_5(D_8)}$ . Berikut jumlah nilai jarak dari  $\overline{F_5(D_8)}$ :

$$D(1) = d(1, r) + d(1, r^2) + d(1, r^3) + d(1, s) + d(1, sr) + d(1, sr^2) + d(r, sr^3)$$

$$= 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$$

$$D(r) = d(r, 1) + d(r, r^2) + d(r, r^3) + d(r, s) + d(r, sr) + d(r, sr^2) + d(r, sr^3)$$

$$= 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$$

$$D(r^2) = d(r^2, 1) + d(r^2, r) + d(r^2, r^3) + d(r^2, s) + d(r^2, sr) + d(r^2, sr^2) + d(r^2, sr^3)$$

$$= 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$$

$$D(r^3) = d(r^3, 1) + d(r^3, r) + d(r^3, r^2) + d(r^3, s) + d(r^3, sr) + d(r^3, sr^2) + d(r^3, sr^3)$$

$$= 2 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9$$

$$D(s) = d(s, 1) + d(s, r) + d(s, r^2) + d(s, r^3) + d(s, sr) + d(s, sr^2) + d(s, sr^3)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 = 9$$

$$D(sr) = d(sr, 1) + d(sr, r) + d(sr, r^2) + d(sr, r^3) + d(sr, s) + d(sr, sr^2) + d(sr, sr^3)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 1 = 9$$

$$D(sr^2) = d(sr^2, 1) + d(sr^2, r) + d(sr^2, r^2) + d(sr^2, r^3) + d(sr^2, s) + d(sr^2, sr) + d(sr^2, sr^3)$$

$$= 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 = 9$$

$$D(sr^3) = d(sr^3, 1) + d(sr^3, r) + d(sr^3, r^2) + d(sr^3, r^3) + d(sr^3, s) +$$

$$\begin{aligned}
 & d(sr^3, sr) + d(sr^3, sr^2) \\
 & = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 1 + 2 = 9
 \end{aligned}$$

Jadi,  $D(v) = 9$  untuk semua  $v \in D_8$

### 3.1.2.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_8)}$

Gambar 3.4 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.5 Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-8 ( $D_8$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^3$
$r$	2	$1, r^3$
$r^2$	2	$r, r^3$
$r^3$	2	$1, r^2$
$s$	2	$sr, sr^3$
$sr$	2	$s, sr^2$
$sr^2$	2	$sr, sr^3$
$sr^3$	2	$s, sr^2$

Pada Tabel 3.5 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-8  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.2.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_8)}$

Berdasarkan Gambar 3.4 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ :

Tabel 3.6 Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-8 ( $D_8$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	5	$r^2, s, sr, sr^2, sr^3$
$r$	5	$r^3, s, sr, sr^2, sr^3$
$r^2$	5	$1, s, sr, sr^2, sr^3$
$r^3$	5	$r, s, sr, sr^2, sr^3$
$s$	5	$1, r, r^2, r^3, sr^2, sr^3$
$sr$	5	$1, r, r^2, r^3, sr^3$
$sr^2$	5	$1, r, r^2, r^3, s$
$sr^3$	5	$1, r, r^2, r^3, sr$

Pada Tabel 3.6 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-8  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$  adalah  $\deg(v) = 5$  untuk setiap  $v \in D_8$ .

### 3.1.2.6 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada $\overline{\Gamma_s(D_8)}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$  maka dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \xi^{ds}(\overline{\Gamma_s(D_8)}) &= \sum_{v \in V(\overline{\Gamma_s(D_8)})} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\
 &= \frac{e(1)D(1)}{\deg(1)} + \frac{e(r)D(r)}{\deg(r)} + \frac{e(r^2)D(r^2)}{\deg(r^2)} + \frac{e(r^3)D(r^3)}{\deg(r^3)} + \\
 &\quad + \frac{e(s)D(s)}{\deg(s)} + \frac{e(sr)D(sr)}{\deg(sr)} + \frac{e(sr^2)D(sr^2)}{\deg(sr^2)} + \\
 &\quad + \frac{e(sr^3)D(sr^3)}{\deg(sr^3)} \\
 &= \frac{(2 \cdot 9)}{5} + \frac{(2 \cdot 9)}{5} \\
 &\quad + \frac{(2 \cdot 9)}{5} + \frac{(2 \cdot 9)}{5} \\
 &= \frac{18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18 + 18}{5}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{144}{5} = 28,8$$

Jadi, dapat diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-8  $\overline{\Gamma_s(D_8)}$  adalah 28,8.

### 3.1.3 Adjacent Eccentric-Distance Sum Index pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{10}$

#### 3.1.3.1 Graf Invers dari $D_{10}$

Element dari anggota grup dihedral-10 yaitu  $D_{10} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$  dengan operasi “o” pada setiap anggota, maka diperoleh tabel Cayley sebagai berikut:

Tabel 3.7. Tabel Cayley Grup Dihedral-10 ( $D_{10}$ )

o	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>
1	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>
r	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	1	sr <sup>4</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>
r <sup>2</sup>	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	1	r	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>
r <sup>3</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	s	sr
r <sup>4</sup>	r <sup>4</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	s
s	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>
sr	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	s	r <sup>4</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>
sr <sup>2</sup>	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	s	sr	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	1	r	r <sup>2</sup>
sr <sup>3</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	1	r
sr <sup>4</sup>	sr <sup>4</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	1

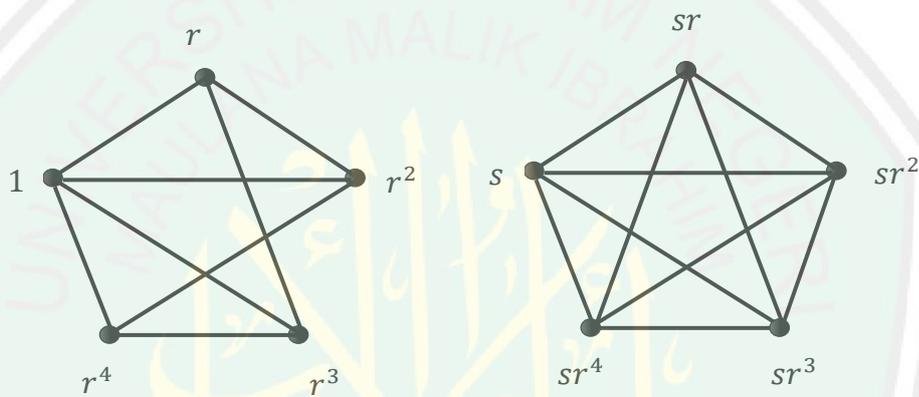
Berdasarkan Tabel 3.7 dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{10}$  yaitu sebagai berikut:

$$1^{-1} = 1, \quad r^{-1} = r^4, \quad (r^2)^{-1} = r^3, \quad (r^3)^{-1} = r^2, \quad (r^4)^{-1} = r,$$

$$s^{-1} = s, \quad sr^{-1} = sr, \quad (sr^2)^{-1} = sr^2, \quad (sr^3)^{-1} = sr^3, \quad (sr^4)^{-1} = sr^4.$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.7 dari masing-masing anggota  $D_{10}$ , diperoleh  $1, s, sr, sr^2, sr^3$ , dan  $sr^4$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{10}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^4\}$ .

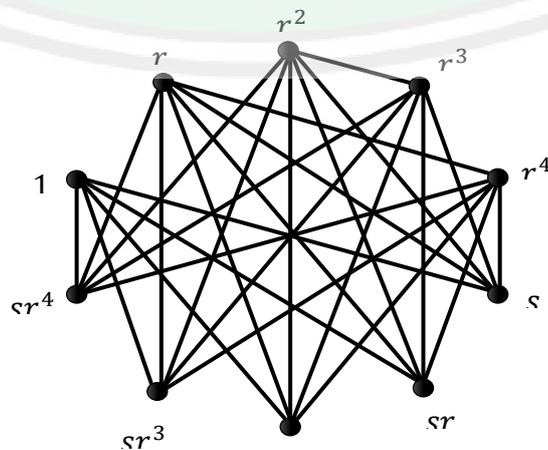
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_S(D_{10})$  sebagai berikut:



Gambar 3.5 Graf Invers Grup Dihedral-10  $\Gamma_S(D_{10})$

### 3.1.3.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_S(D_{10})$

Graf komplemen dari  $\Gamma_S(D_{10})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.6 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-10  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$

### 3.1.3.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$

Pada Gambar 3.6 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$  berlaku  $D(v) = 12$  untuk semua  $v \in S$  dan  $D(v) = 13$ , untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.3.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$

Gambar 3.6 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.8. Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentrik dari Grup Dihedral-10 ( $D_{10}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^4$
$r$	2	$1, r^2, r^3$
$r^2$	2	$1, r, r^4$
$r^3$	2	$1, r, r^4$
$r^4$	2	$1, r^2, r^3,$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4$
$sr$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4$
$sr^2$	2	$s, sr, sr^3, sr^4$
$sr^3$	2	$s, sr, sr^2, sr^4$
$sr^4$	2	$s, sr, sr^2, sr^3$

Pada Tabel 3.8 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-10  $\overline{\Gamma_s(D_{10})}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.3.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$

Berdasarkan Gambar 3.6 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$ :

Tabel 3.9 Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-10 ( $D_{10}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	5	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$
$r$	6	$r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$
$r^2$	6	$r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$
$r^3$	6	$r^2, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$
$r^4$	6	$r, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$
$s$	5	$1, r, r^2, r^3, r^4$
$sr$	5	$1, r, r^2, r^3, r^4$
$sr^2$	5	$1, r, r^2, r^3, r^4$
$sr^3$	5	$1, r, r^2, r^3, r^4$
$sr^4$	5	$1, r, r^2, r^3, r^4$

Pada Tabel 3.9 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-10  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$  adalah  $\deg(v) = 6$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 5$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.3.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$  seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-10  $\overline{\Gamma_S(D_{10})}$  adalah 47,2.

### 3.1.4 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{12}$

#### 3.1.4.1 Graf Invers dari $D_{12}$

Element dari anggota grup dihedral-12 yaitu  $D_{12} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$  dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota, maka diperoleh tabel Cayley sebagai berikut:

Tabel 3.10. Tabel Cayley Grup Dihedral-12 ( $D_{12}$ )

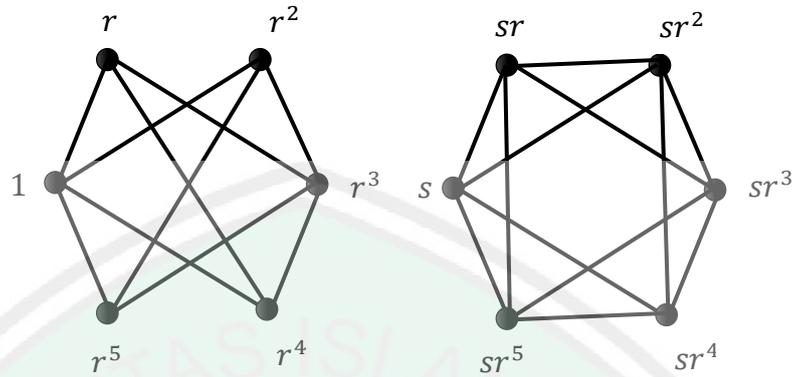
$\circ$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$
1	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$
$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	1	$sr^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$
$r^2$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	1	$r$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r^3$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	1	$r$	$r^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^4$	$r^4$	$r^5$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$sr$
$r^5$	$r^5$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$r^5$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$
$sr^2$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$sr$	$r^4$	$r^5$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr^3$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	1	$r$	$r^2$
$sr^4$	$sr^4$	$sr^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	1	$r$
$sr^5$	$sr^5$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	1

Berdasarkan Tabel 3.10 dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{12}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 1^{-1} &= 1, & r^{-1} &= r^5, & (r^2)^{-1} &= r^4, & (r^3)^{-1} &= r^3, & (r^4)^{-1} &= r^2, \\
 (r^5)^{-1} &= r, & s^{-1} &= s, & (sr)^{-1} &= sr, & (sr^2)^{-1} &= sr^2, & (sr^3)^{-1} &= sr^3, \\
 (sr^4)^{-1} &= sr^4, & (sr^5)^{-1} &= sr^5
 \end{aligned}$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.7 dari masing-masing anggota  $D_{12}$ , diperoleh  $1, r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$ , dan  $sr^5$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{12}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^4, r^5\}$ .

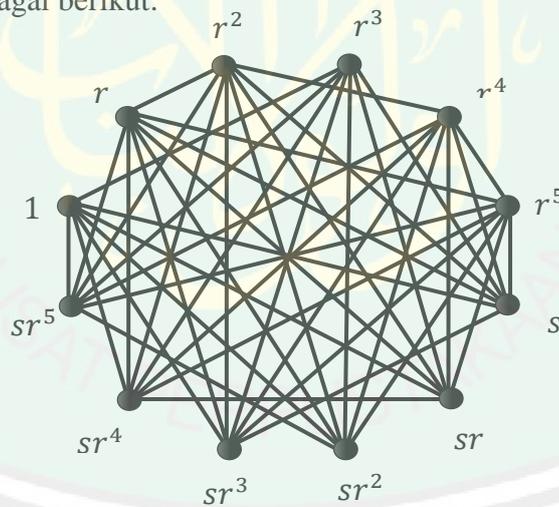
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{12})$  sebagai berikut:



Gambar 3.7 Graf Invers Grup Dihedral-12  $\Gamma_s(D_{12})$

**3.1.4.2 Graf Komplemen dari  $(\Gamma_s(D_{12}))$**

Graf komplemen dari  $\Gamma_s(D_{12})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.8 Graf Komplemen dari Graf Invers Grup Dihedral-12  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ .

**3.1.4.3 Jumlah Jarak pada Titik  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$**

Pada Gambar 3.8 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ , seperti cara yang

sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$  berlaku  $D(v) = 14$  untuk semua  $v \in S$  dan  $D(v) = 15$ , untuk semua  $v \notin S$ .

#### 3.1.4.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$

Gambar 3.8 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.11. Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-12 ( $D_{12}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^4, r^5$
$r$	2	$1, r^3, r^4,$
$r^2$	2	$1, r^3, r^5$
$r^3$	2	$r, r^2, r^4, r^5$
$r^4$	2	$1, r, r^3$
$r^5$	2	$1, r^2, r^3,$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^4, sr^5$
$sr$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^5$
$sr^2$	2	$s, sr, sr^3, sr^4$
$sr^3$	2	$sr, sr^2, sr^4, sr^5$
$sr^4$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^5$
$sr^5$	2	$s, sr, sr^3, sr^4$

Pada Tabel 3.11 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-12  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$  adalah sama yaitu 2.

#### 3.1.4.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$

Berdasarkan Gambar 3.8 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{12})}$ :

Tabel 3.12 Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-12 ( $D_{12}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	7	$r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$
$r$	8	$r^2, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$
$r^2$	8	$r, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$
$r^3$	7	$1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$
$r^4$	8	$r^2, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$
$r^5$	8	$r, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$
$s$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, sr^3$
$sr$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, sr^4$
$sr^2$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, sr^5$
$sr^3$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s$
$sr^4$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, sr^2$
$sr^5$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, sr^2$

Pada Tabel 3.12 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-12  $\overline{\Gamma_S(D_{12})}$  adalah  $\deg(v) = 8$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 7$  untuk semua  $v \notin S$ .

#### 3.1.4.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_S(D_{12})}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{12})}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_{12})}$  seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-12  $\overline{\Gamma_S(D_{12})}$  adalah 48,28.

### 3.1.5 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{14}$

#### 3.1.5.1 Graf Invers dari $D_{14}$

Element dari anggota grup dihedral-14 yaitu  $D_{14} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$  dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota, maka diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 3.13. Tabel Cayley Grup Dihedral-14 ( $D_{14}$ )

$\circ$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$
1	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$
$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$
$r^2$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$
$r^3$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r^4$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^5$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$
$r^6$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$
$sr^2$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$
$sr^3$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr^4$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$r$	$r^2$
$sr^5$	$sr^5$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1	$r$
$sr^6$	$sr^6$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	1

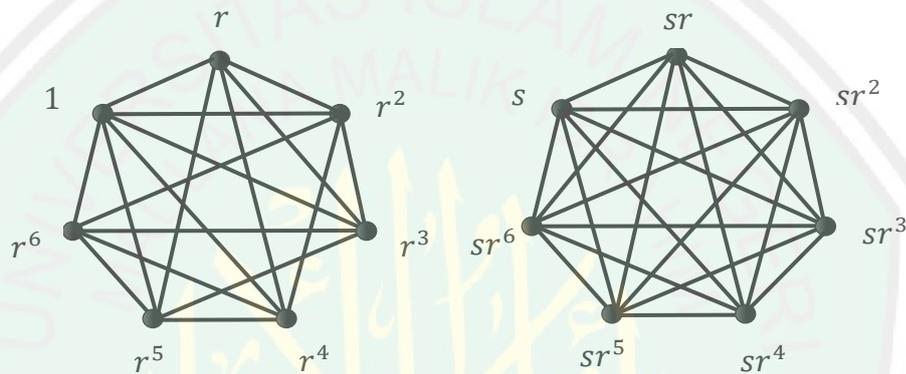
Berdasarkan Tabel 3.13 dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{14}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 1^{-1} &= 1, & r^{-1} &= r^6, & (r^2)^{-1} &= r^5, & (r^3)^{-1} &= r^4, \\
 (r^4)^{-1} &= r^3, & (r^5)^{-1} &= r^2, & (r^6)^{-1} &= r, & s^{-1} &= s, \\
 (sr^2)^{-1} &= sr, & (sr^3)^{-1} &= sr^3, & (sr^4)^{-1} &= sr^4,
 \end{aligned}$$

$$(sr^5)^{-1} = sr^5, \quad (sr^6)^{-1} = sr^6.$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.13 dari masing-masing anggota  $D_{14}$ , diperoleh  $1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$ , dan  $sr^6$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{14}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6\}$ .

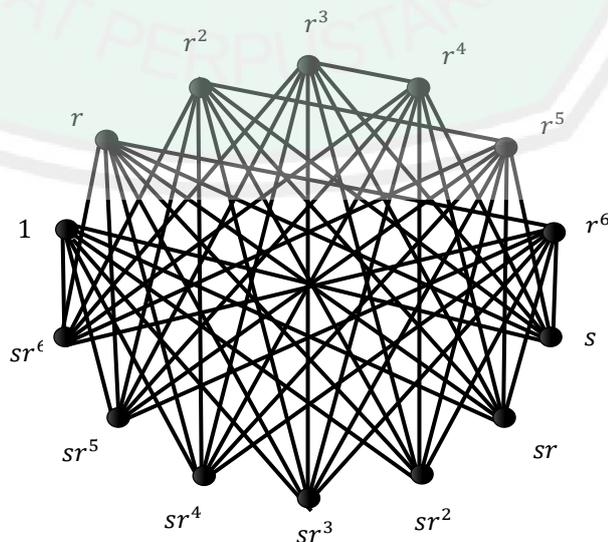
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{14})$  sebagai berikut:



Gambar 3.9 Graf Invers Grup Dihedral-14  $\overline{\Gamma_s(D_{14})}$

### 3.1.5.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{14})$

Graf komplemen dari  $\Gamma_s(D_{14})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\overline{\Gamma_s(D_{14})}}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.10 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-14  $\overline{\overline{\Gamma_s(D_{14})}}$

### 3.1.5.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$

Pada Gambar 3.10 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$  berlaku  $D(v) = 18$  untuk semua  $v \in S$  dan  $D(v) = 19$ , untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.5.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$

Gambar 3.10 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.14 Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentrik dari Grup Dihedral-14 ( $D_{14}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$r$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5$
$r^2$	2	$1, r, r^3, r^4, r^6$
$r^3$	2	$1, r, r^2, r^5, r^6$
$r^4$	2	$1, r, r^2, r^5, r^6$
$r^5$	2	$1, r, r^3, r^4, r^6$
$r^6$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$sr$	2	$s, sr^2r^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$sr^2$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$sr^3$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6$
$sr^4$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6$
$sr^5$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6$
$sr^6$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$

Pada Tabel 3.14 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-14  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.5.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$

Berdasarkan Gambar 3.10 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ :

Tabel 3.15 Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-14 ( $D_{14}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	7	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$r$	8	$r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$r^2$	8	$r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$r^3$	8	$r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$r^4$	8	$r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$r^5$	8	$r^2, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$r^6$	8	$r^2, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$
$s$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$sr$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$sr^2$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$sr^3$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$sr^4$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$sr^5$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$
$sr^6$	7	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$

Pada Tabel 3.15 diketahui nilai derajat pada graf komplement dari graf invers grup dihedral-14  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$  adalah  $\deg(v) = 8$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 7$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.5.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_{14})}$  seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari

*adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-14  $\overline{\Gamma_s(D_{14})}$  adalah 70,43.

### 3.1.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{16}$

#### 3.1.6.1 Graf Invers dari $D_{16}$

Element dari anggota grup dihedral-16 yaitu  $D_{16} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$  dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota maka, maka diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 3.16. Tabel Cayley Grup Dihedral-16 ( $D_{16}$ )

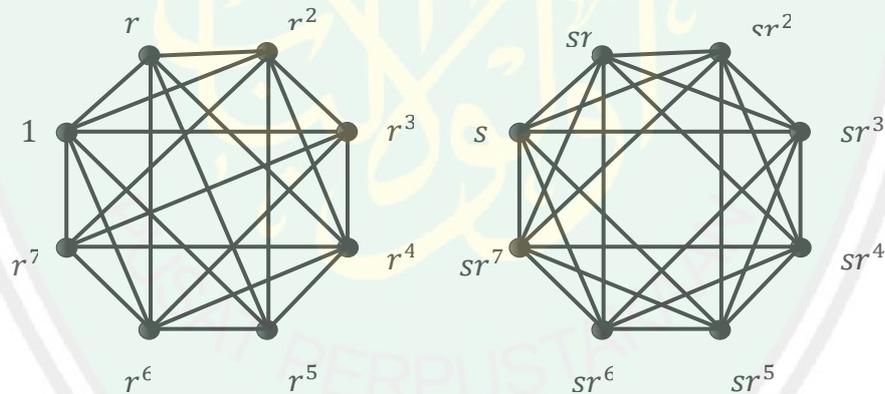
$\circ$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$
1	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$
$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$
$r^2$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$
$r^3$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$
$r^4$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r^5$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^6$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$
$r^7$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$
$sr^2$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$
$sr^3$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$
$sr^4$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr^5$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$	$r^2$
$sr^6$	$sr^6$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1	$r$
$sr^7$	$sr^7$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	1

Berdasarkan Tabel 3.16 dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{16}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{array}{llll}
 1^{-1} = 1, & r^{-1} = r^7, & (r^2)^{-1} = r^6, & (r^3)^{-1} = r^5, \\
 (r^4)^{-1} = r^4, & (r^5)^{-1} = r^3, & (r^6)^{-1} = r^2, & (r^7)^{-1} = r, \\
 s^{-1} = s, & sr^{-1} = sr, & (sr^2)^{-1} = sr^2, & (sr^3)^{-1} = sr^3, \\
 (sr^4)^{-1} = sr^4, & (sr^5)^{-1} = sr^5, & (sr^6)^{-1} = sr^6, & (sr^7)^{-1} = sr^7.
 \end{array}$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.16 dari masing-masing anggota  $D_{16}$ , diperoleh  $1, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$ , dan  $sr^7$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{16}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7\}$ .

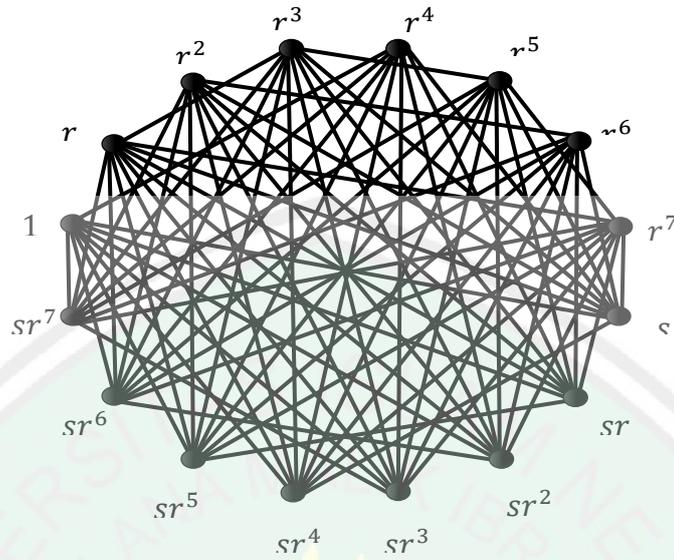
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{16})$  sebagai berikut:



Gambar 3.11 Graf Invers Grup Dihedral-16  $\Gamma_s(D_{16})$

**3.1.6.2 Graf Komplemen dari  $\Gamma_s(D_{16})$**

Graf komplemen dari  $\Gamma_s(D_{16})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_{16})}$  dan di gambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.12 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-16  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$

### 3.1.6.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$

Pada Gambar 3.12 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$  berlaku  $D(v) = 20$  untuk semua  $v \in S, v \neq r^4, u \neq (r^4)^{-1}$  dan  $D(v) = 21$ , untuk semua  $v$  lainnya.

### 3.1.6.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$

Gambar 3.12 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.17 Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-16 ( $D_{16}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7$
$r$	2	$1, r^2, r^4, r^5, r^6$
$r^2$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^7$
$r^3$	2	$1, r^2, r^4, r^6, r^7$
$r^4$	2	$r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7$
$r^5$	2	$1, r, r^2, r^4, r^6$
$r^6$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^7$
$r^7$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^6$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7$
$sr$	2	$s, sr^2, r^3, sr^4, sr^6, sr^7$
$sr^2$	2	$s, sr, r^3, sr^4, sr^5, sr^7$
$sr^3$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6$
$sr^4$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7$
$sr^5$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7$
$sr^6$	2	$s, sr, r^3, sr^4, sr^5, sr^7$
$sr^7$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6$

Pada Tabel 3.17 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-16  $\overline{\Gamma}_s(D_{16})$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.6.5 Derajat pada $\overline{\Gamma}_s(D_{16})$

Berdasarkan Gambar 3.12 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma}_s(D_{16})$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma}_s(D_{16})$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma}_s(D_{16})$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma}_s(D_{16})$ :

Tabel 3.18. Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-16 ( $D_{16}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	9	$r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r$	10	$r^3, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r^2$	9	$r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r^3$	10	$r, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r^4$	9	$r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r^5$	10	$r^3 r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r^6$	9	$r^2, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$r^7$	10	$r, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$
$s$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr^4$
$sr$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr^5$
$sr^2$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr^6$
$sr^3$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr^7$
$sr^4$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s$
$sr^5$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr$
$sr^6$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr^2$
$sr^7$	9	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, sr^3$

Pada Tabel 3.18 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-16  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$  adalah  $\deg(v) = 10$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 9$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.6.6 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$  seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-16  $\overline{\Gamma_S(D_{16})}$  adalah 72.

**3.1.7 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada Graf Komplemen dari Graf Invers  $D_{20}$**

**3.1.7.1 Graf Invers dari  $D_{20}$**

Element dari anggota grup dihedral-20 yaitu  $D_{20} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9\}$ , dengan operasi “o” pada setiap anggota maka, diperoleh tabel *Cayley* sebagai berikut:

Tabel 3.19 Tabel Cayley Grup Dihedral-20 ( $D_{20}$ )

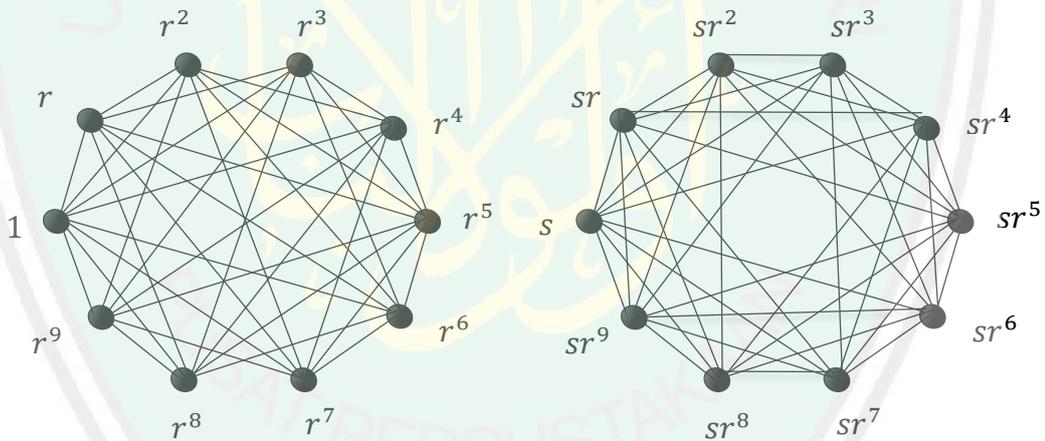
o	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>
1	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>
r	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>
r <sup>2</sup>	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>
r <sup>3</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>
r <sup>4</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>
r <sup>5</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>
r <sup>6</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>
r <sup>7</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>
r <sup>8</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr
r <sup>9</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s
s	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>
sr	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>
sr <sup>2</sup>	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>
sr <sup>3</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>
sr <sup>4</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>
sr <sup>5</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>
sr <sup>6</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>
sr <sup>7</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r	r <sup>2</sup>
sr <sup>8</sup>	sr <sup>8</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1	r
sr <sup>9</sup>	sr <sup>9</sup>	s	sr	sr <sup>2</sup>	sr <sup>3</sup>	sr <sup>4</sup>	sr <sup>5</sup>	sr <sup>6</sup>	sr <sup>7</sup>	sr <sup>8</sup>	r	r <sup>2</sup>	r <sup>3</sup>	r <sup>4</sup>	r <sup>5</sup>	r <sup>6</sup>	r <sup>7</sup>	r <sup>8</sup>	r <sup>9</sup>	1

Berdasarkan Tabel 3.19, dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{20}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 1^{-1} &= 1, & r^{-1} &= r^9, & (r^2)^{-1} &= r^8, & (r^3)^{-1} &= r^7, \\
 (r^4)^{-1} &= r^6, & (r^5)^{-1} &= r^5, & (r^6)^{-1} &= r^4, & (r^7)^{-1} &= r^3, \\
 (r^8)^{-1} &= r^2, & (r^9)^{-1} &= r, & s^{-1} &= s, & sr^{-1} &= sr, \\
 (sr^2)^{-1} &= sr^2, & (sr^3)^{-1} &= sr^3, & (sr^4)^{-1} &= sr^4, & (sr^5)^{-1} &= sr^5, \\
 (sr^6)^{-1} &= sr^6, & (sr^7)^{-1} &= sr^7, & (sr^8)^{-1} &= sr^8, & (sr^9)^{-1} &= sr^9.
 \end{aligned}$$

Pada uraian invers dan tabel 3.19 dari masing-masing anggota  $D_{20}$ , diperoleh  $1, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8$ , dan  $sr^9$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{20}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9\}$ .

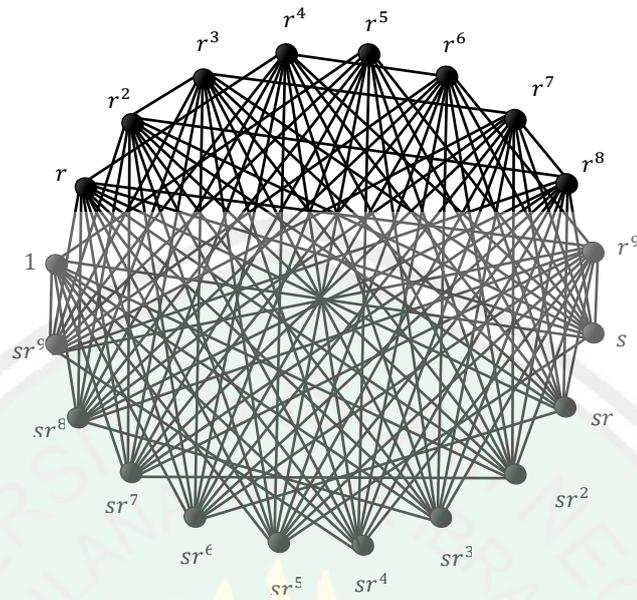
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{20})$  sebagai berikut:



Gambar 3.12 Graf Invers Grup Dihedral-20  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$

### 3.1.7.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{20})$

Graf Komplemen dari  $\Gamma_s(D_{20})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\overline{\Gamma_s(D_{20})}}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.13 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-20  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$

### 3.1.7.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$

Pada Gambar 3.14 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$  berlaku  $D(v) = 26$  untuk semua  $v \in S$  dan  $D(v) = 27$ , untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.7.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$

Gambar 3.14 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.20. Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-20 ( $D_{20}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9$
$r$	2	$1, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, r^8$
$r^2$	2	$1, r, r^4, r^5, r^6, r^7, r^9$
$r^3$	2	$1, r, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9$
$r^4$	2	$1, r^2, r^3, r^5, r^7, r^8, r^9$
$r^5$	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9$
$r^6$	2	$1, r, r^2, r^3, r^5, r^7, r^8$
$r^7$	2	$1, r, r^2, r^4, r^5, r^6, r^7,$
$r^8$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^6, r^9,$
$r^9$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$sr$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, sr^8, sr^9$
$sr^2$	2	$s, sr, r^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^8, sr^9$
$sr^3$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^9$
$sr^4$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8,$
$sr^5$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$sr^6$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, sr^8, sr^9$
$sr^7$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^8, sr^9$
$sr^8$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^9$
$sr^9$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8$

Pada tabel 3.20 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-20  $\overline{\Gamma_s(D_{20})}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.7.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$

Berdasarkan Gambar 3.14 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$ :

Tabel 3.21. Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-20 ( $D_{20}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	11	$r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r$	12	$r^4, r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^2$	12	$r^3, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^3$	12	$r^2, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^4$	12	$r, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^5$	11	$1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^6$	12	$r^4, r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^7$	12	$r^3, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^8$	12	$r^2, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$r^9$	12	$r, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9$
$s$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^5$
$sr$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^6$
$sr^2$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^7$
$sr^3$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^8$
$sr^4$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^9$
$sr^5$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, s$
$sr^6$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr$
$sr^7$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^2$
$sr^8$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^3$
$sr^9$	11	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, sr^4$

Pada Tabel 3.21 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-20  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$  adalah  $\deg(v) = 12$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 11$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.7.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$  seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-20  $\overline{\Gamma_S(D_{20})}$  adalah 93,58.

### 3.1.8 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{24}$

#### 3.1.8.1 Graf Invers dari $D_{24}$

Element dari anggota grup dihedral-24 yaitu  $D_{24} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}\}$  dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota maka, diperoleh tabel *Cayley* pada Tabel 3.22 dapat dilihat pada Lampiran.

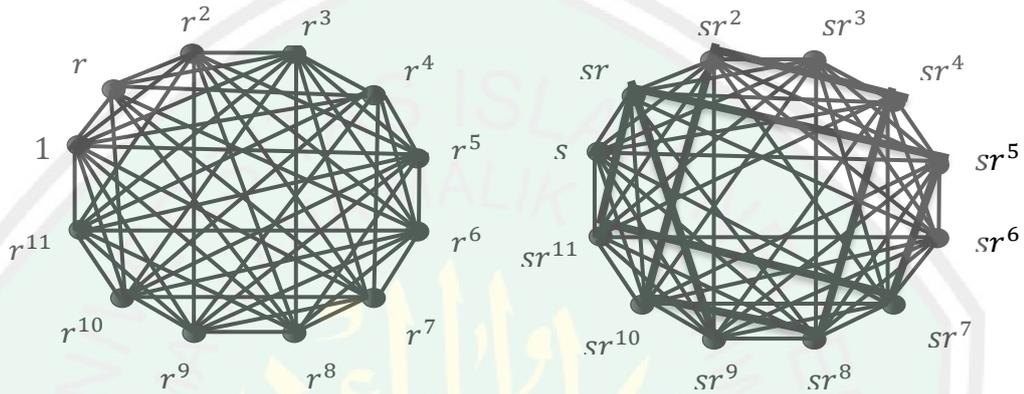
Berdasarkan Tabel 3.22, dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{24}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{array}{llll}
 1^{-1} = 1, & r^{-1} = r^{11}, & (r^2)^{-1} = r^{10}, & (r^3)^{-1} = r^9, \\
 (r^4)^{-1} = r^8, & (r^5)^{-1} = r^7, & (r^6)^{-1} = r^6, & (r^7)^{-1} = r^5, \\
 (r^8)^{-1} = r^4, & (r^9)^{-1} = r^3, & (r^{10})^{-1} = r^2 & (r^{11})^{-1} = r \\
 s^{-1} = s, & sr^{-1} = sr, & (sr^2)^{-1} = sr^2, & (sr^3)^{-1} = sr^3, \\
 (sr^4)^{-1} = sr^4, & (sr^5)^{-1} = sr^5, & (sr^6)^{-1} = sr^6. & (sr^7)^{-1} = sr^7. \\
 (sr^8)^{-1} = sr^8. & (sr^9)^{-1} = sr^9. & (sr^{10})^{-1} = sr^{10} & (sr^{11})^{-1} = sr^{11}
 \end{array}$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.22 dari masing-masing anggota  $D_{24}$ , diperoleh  $1, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$ , dan  $sr^{11}$  invers

terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{24}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}\}$ .

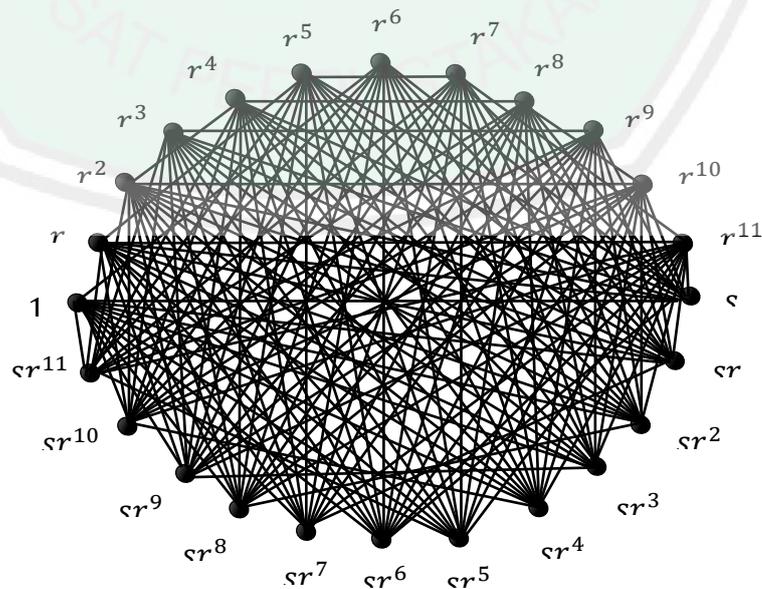
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{24})$  sebagai berikut:



Gambar 3.15 Graf Invers Grup Dihedral-24  $\Gamma_s(D_{24})$

### 3.1.8.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{24})$

Graf Komplemen dari  $\Gamma_s(D_{24})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_{24})}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.16 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-24  $\overline{\Gamma_s(D_{24})}$

### 3.1.8.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$

Pada Gambar 3.16 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$  berlaku  $D(v) = 32$  untuk semua  $v \in S, v \in S, u \neq r^{\frac{n}{4}}, u \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  dan  $D(v) = 33$ , untuk  $v$  lainnya.

### 3.1.8.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$

Gambar 3.16 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.23. Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-24 ( $D_{24}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}$
$r$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}$
$r^2$	2	$1, r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{11}$
$r^3$	2	$1, r, r^2, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^{10}, r^{11}$
$r^4$	2	$1, r, r^3, r^5, r^6, r^7, r^9, r^{10}, r^{11}$
$r^5$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^6, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}$
$r^6$	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}$
$r^7$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}$
$r^8$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^6$
$r^9$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^6$
$r^{10}$	2	$1, r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{11}$
$r^{11}$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}$
$s$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^9, r^{11}$
$sr$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9, r^{10}$
$sr^2$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, r^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^3$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, r^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^4$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, r^7, sr^9, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^5$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, r^7, sr^8, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^6$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, r^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$sr^7$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, r^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$sr^8$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, r^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^9$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, r^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^{10}$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, r^7, sr^9, sr^{10}, sr^{11}$
$sr^{11}$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, r^7, sr^8, sr^{10}, sr^{11}$

Pada tabel 3.23 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-24  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.8.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$

Berdasarkan Gambar 3.16 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ :

Tabel 3.23. Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-24 ( $D_{24}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	13	$r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$r$	14	$r^5, r^{11}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$r^2$	14	$r^4, r^{10}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$r^3$	13	$r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$r^4$	14	$r^2, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$r^5$	14	$r, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$r^6$	13	$1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$r^7$	14	$r^5, r^{11}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$r^8$	14	$r^4, r^{10}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$r^9$	13	$r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$r^{10}$	14	$r^2, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}$
$r^{11}$	14	$r, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}$
$s$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^6$
$sr$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^7$
$sr^2$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^8$
$sr^3$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^9$
$sr^4$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^{10}$
$sr^5$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^{11}$
$sr^6$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, s$
$sr^7$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr$
$sr^8$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^2$
$sr^9$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^3$
$sr^{10}$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^4$
$sr^{11}$	13	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, sr^5$

Pada Tabel 3.24 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-24  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$  adalah  $\deg(v) = 14$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 13$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.8.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$

Setelah diketahui nilai dari jumlah jarak, eksentrisitas dan derajat masing masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$ , maka untuk mencari nilai dari *Adjacent Eccentric Distance Sum index* pada  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$  seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari

*adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-24  $\overline{\Gamma_S(D_{24})}$  adalah 93,58.

### 3.1.9 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{28}$

#### 3.1.9.1 Graf Invers dari $D_{28}$

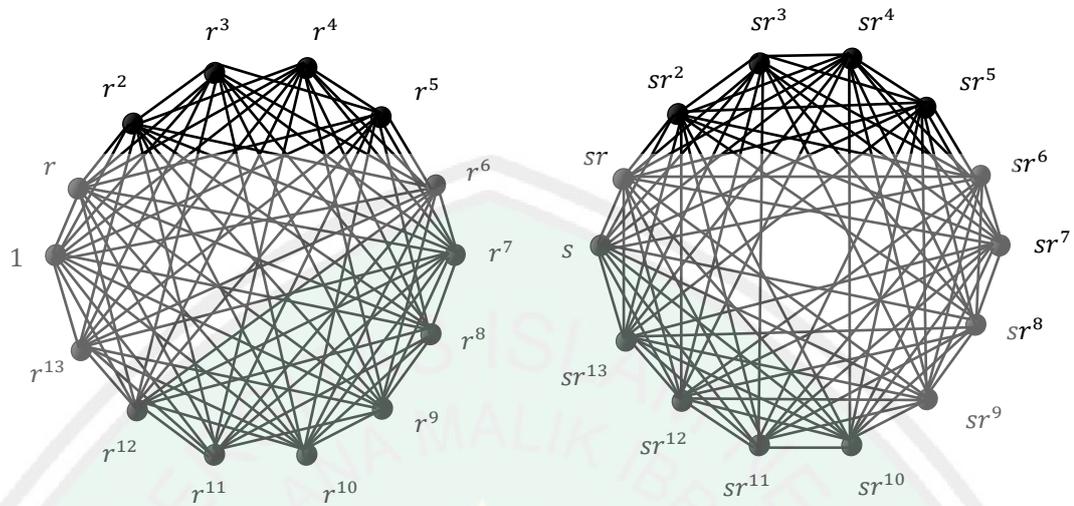
Element dari anggota grup dihedral-28 yaitu  $D_{28} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}\}$ , dengan operasi “ $\circ$ ” pada setiap anggota maka, diperoleh tabel *Cayley* pada Tabel 3.25 dapat dilihat pada Lampiran.

Berdasarkan Tabel 3.25, dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{28}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{array}{llll}
 1^{-1} = 1, & r^{-1} = r^{13}, & (r^2)^{-1} = r^{12}, & (r^3)^{-1} = r^{11}, \\
 (r^4)^{-1} = r^{10}, & (r^5)^{-1} = r^9, & (r^6)^{-1} = r^8, & (r^7)^{-1} = r^7, \\
 (r^8)^{-1} = r^6, & (r^9)^{-1} = r^5, & (r^{10})^{-1} = r^4 & (r^{11})^{-1} = r^3 \\
 (r^{10})^{-1} = r^2 & (r^{11})^{-1} = r & s^{-1} = s, & sr^{-1} = sr, \\
 (sr^2)^{-1} = sr^2, & (sr^3)^{-1} = sr^3, & (sr^4)^{-1} = sr^4, & (sr^5)^{-1} = sr^5, \\
 (sr^8)^{-1} = sr^8. & (sr^9)^{-1} = sr^9. & (sr^{10})^{-1} = sr^{10} & (sr^{11})^{-1} = sr^{11}
 \end{array}$$

Pada uraian invers dan Tabel 3.25 dari masing-masing anggota  $D_{28}$ , diperoleh  $1, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}$ , dan  $sr^{13}$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{28}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}\}$ .

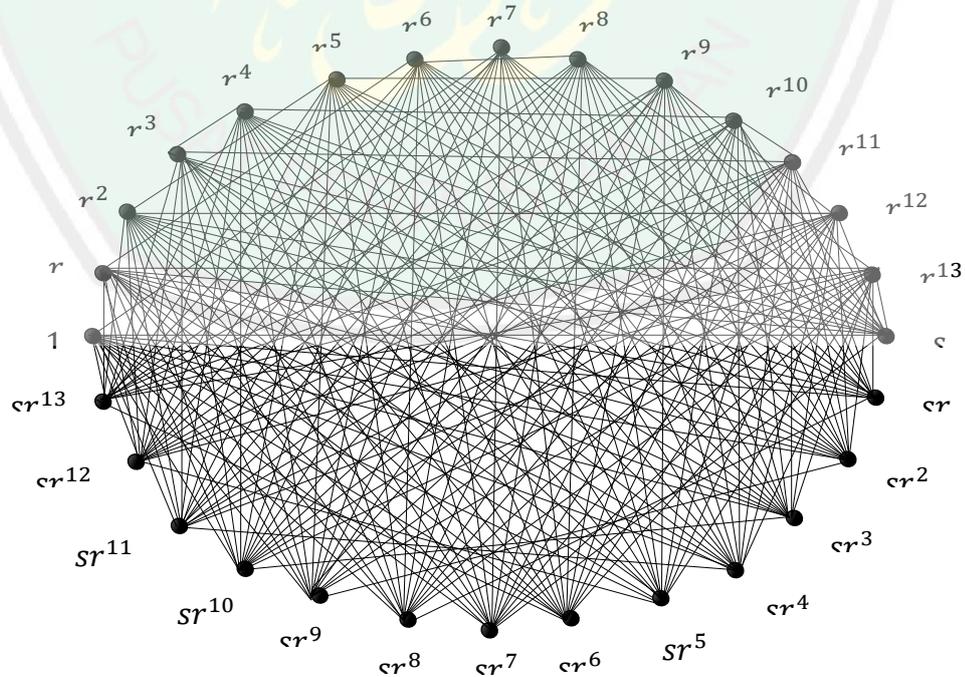
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{28})$  sebagai berikut:



Gambar 3.17 Graf Invers Grup Dihedral-28  $\Gamma_s(D_{28})$

### 3.1.9.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{28})$

Graf Komplemen dari  $\Gamma_s(D_{28})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.18 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-28  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$

### 3.1.9.3 Jumlah Jarak pada Titik $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$

Pada Gambar 3.18 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$  berlaku  $D(v) = 38$  untuk semua  $v \in S$  dan  $D(v) = 39$ , untuk  $v \notin S$

### 3.1.9.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$

Gambar 3.18 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.26. Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-28 ( $D_{28}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}$
$r$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}$
$r^2$	2	$1, r, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{13}$
$r^3$	2	$1, r, r^2, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{12}, r^{13}$
$r^4$	2	$1, r, r^2, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{11}, r^{12}, r^{13}$
$r^5$	2	$1, r, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^{10}, r^{11}, r^{13}, r^{12}$
$r^6$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{13}, r^{12},$
$r^7$	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}$
$r^8$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}$
$r^9$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^{10}, r^{11}, r^{13}$
$r^{10}$	2	$1, r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{12}, r^{13}$
$r^{11}$	2	$1, r, r^2, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{12}, r^{13}$
$r^{12}$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^{10}, r^{11}, r^{13}$
$r^{13}$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{13}$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^2$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^3$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^4$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^5$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{13}$
$sr^6$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}$
$sr^7$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^8$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^9$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^{10}$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^{11}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{12}, sr^{13}$
$sr^{12}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{13}$
$sr^{13}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}$

Pada tabel 3.26 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-28  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.9.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$

Berdasarkan Gambar 3.16 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan

banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{28})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{28})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{28})}$ :

Tabel 3.27. Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-28 ( $D_{28}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	15	$r^7, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r$	16	$r^6, r^{13}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^2$	16	$r^5, r^{12}, s, sr, sr^2, s \dots, sr^{13}$
$r^3$	16	$r^4, r^{11}, s, sr, sr^2, s \dots, sr^{13}$
$r^4$	16	$r^3, r^{10}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^5$	16	$r^2, r^9, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^6$	16	$r, r^8, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^7$	15	$1, s, sr, sr^2, s \dots, sr^{13}$
$r^8$	16	$r^6, r^{13}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^9$	16	$r^5, r^{12}, s, sr, sr^2, s \dots, sr^{13}$
$r^{10}$	16	$r^4, r^7, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^{11}$	16	$r^3, r^{10}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^{12}$	16	$r^2, r^9, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$r^{13}$	16	$r, r^8, s, sr, sr^2, \dots, sr^{13}$
$s$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^7$
$sr$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^8$
$sr^2$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^9$
$sr^3$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^{10}$
$sr^4$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^{11}$
$sr^5$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^{12}$
$sr^6$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^{13}$
$sr^7$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, s$
$sr^8$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr$
$sr^9$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^2$
$sr^{10}$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^3$
$sr^{11}$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^4$
$sr^{12}$	15	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, sr^5$
$sr^{13}$	15	$1, r, r^2, \dots, r^{13}, sr^6$

Pada Tabel 3.27 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-28  $\overline{\Gamma_S(D_{28})}$  adalah  $\deg(v) = 16$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 15$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.9.6 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$

Untuk mencari nilai dari *adjacent eccentric distance sum index* pada  $\overline{\Gamma_s(D_{28})}$  dapat memasukkan nilai eksentrisitas, jarak dan derajat seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-28  $\Gamma_s(D_{28})$  adalah 140,2.

### 3.1.10 Adjacent Eccentric Distance Sum Index pada Graf Komplemen dari Graf Invers $D_{32}$

#### 3.1.10.1 Graf Invers dari $D_{32}$

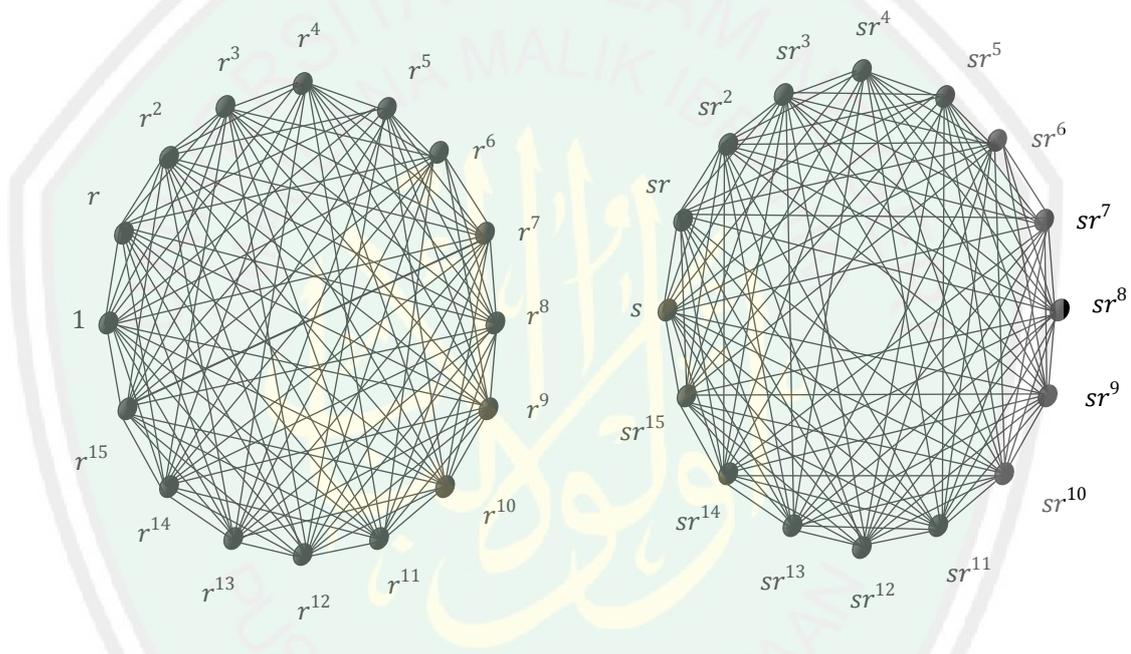
Element dari anggota grup dihedral-32 yaitu  $D_{32} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}\}$ , dengan operasi “o” pada setiap anggota maka, diperoleh tabel *Cayley* pada Tabel 3.28 dapat dilihat pada Lampiran.

Berdasarkan Tabel 3.28, dapat ditentukan invers dari masing-masing elemen  $D_{32}$  yaitu sebagai berikut:

$$\begin{array}{llll}
 r^{-1} = 1, & r^{-1} = r^{15}, & (r^2)^{-1} = r^{14}, & (r^3)^{-1} = r^{13}, \\
 (r^4)^{-1} = r^{12}, & (r^5)^{-1} = r^{11}, & (r^6)^{-1} = r^{10}, & (r^7)^{-1} = r^9, \\
 (r^8)^{-1} = r^8, & (r^9)^{-1} = r^7, & (r^{10})^{-1} = r^6 & (r^{11})^{-1} = r^5 \\
 (r^{12})^{-1} = r^4 & (r^{13})^{-1} = r^3 & (r^{14})^{-1} = r^2 & (r^{15})^{-1} = r \\
 s^{-1} = s, & sr^{-1} = sr, & (sr^2)^{-1} = sr^2, & (sr^3)^{-1} = sr^3, \\
 (sr^4)^{-1} = sr^4, & (sr^5)^{-1} = sr^5, & (sr^6)^{-1} = sr^6. & (sr^7)^{-1} = sr^7. \\
 (sr^8)^{-1} = sr^8. & (sr^9)^{-1} = sr^9. & (sr^{10})^{-1} = sr^{10} & (sr^{11})^{-1} = sr^{11} \\
 (sr^{12})^{-1} = sr^{12} & (sr^{13})^{-1} = sr^{13} & (sr^{14})^{-1} = sr^{14} & (sr^{15})^{-1} = sr^{15}
 \end{array}$$

Pada uraian invers dan tabel 3.28 dari masing-masing anggota  $D_{32}$ , diperoleh  $1, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, r^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}$ , dan  $sr^{15}$  invers terhadap dirinya sendiri. Maka dapat dibentuk suatu himpunan bagian  $S$  dari  $D_{32}$  yang tidak invers terhadap dirinya sendiri yaitu  $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}\}$ .

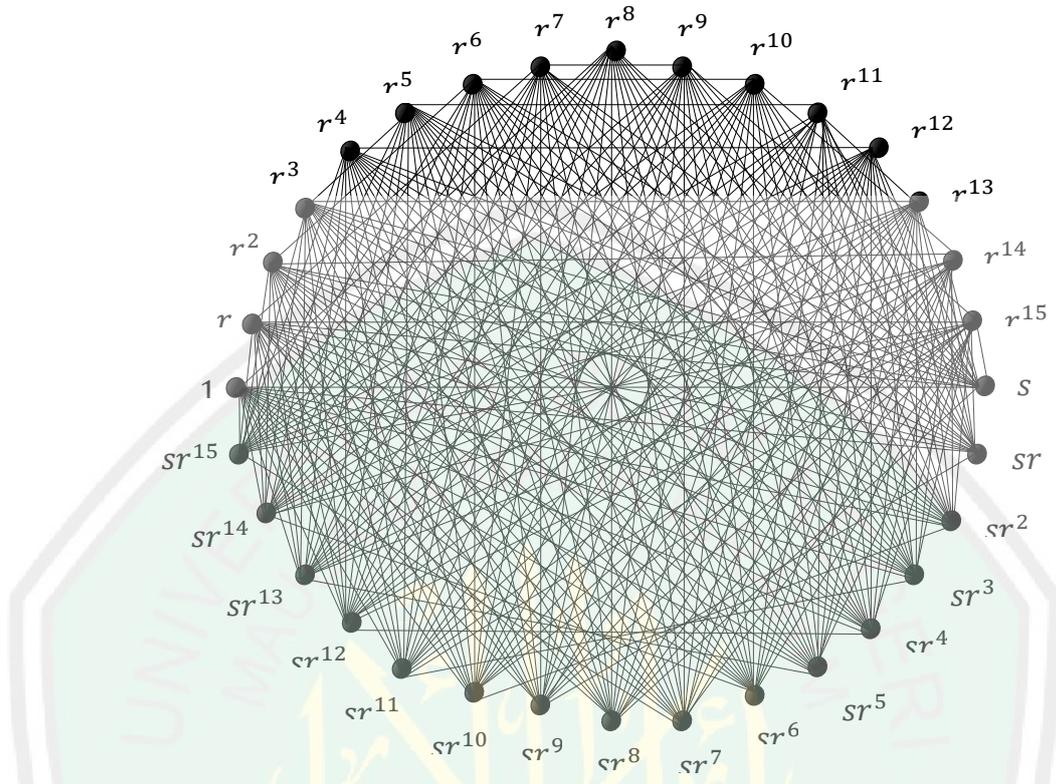
Maka dapat digambarkan suatu graf invers  $\Gamma_s(D_{32})$  sebagai berikut:



Gambar 3.19 Graf Invers Grup Dihedral-32  $\Gamma_s(D_{32})$

### 3.1.10.2 Graf Komplemen dari $\Gamma_s(D_{32})$

Graf Komplemen dari  $\Gamma_s(D_{32})$  dapat ditulis dengan  $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$  dan digambarkan sebagai berikut:



Gambar 3.20 Komplemen Graf Invers Grup Dihedral-32  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$

**3.1.10.3 Jumlah Jarak pada Titik  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$**

Pada Gambar 3.18 dapat ditentukan nilai dari jarak pada masing-masing titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ . Jumlah jarak  $D(v)$  merupakan jumlah jarak antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ , seperti cara yang sama pada 3.1.1.3 maka pada  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$  berlaku  $D(v) = 44$  untuk semua  $v \in S, \in S, u \neq r^{\frac{n}{4}}, u \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  dan  $D(v) = 45$ , untuk  $v \notin S$ .

### 3.1.10.4 Eksentrisitas dan Titik Eksentrik pada $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$

Gambar 3.20 juga memiliki jarak terbesar atau terjauh antara titik  $u$  dengan titik lainnya di  $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$ . Berikut eksentrisitas dan titik eksentrik dari  $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$  dalam bentuk tabel:

Tabel 3.28 Tabel Eksentrisitas dan Titik Eksentri dari Grup Dihedral-32 ( $D_{32}$ )

Titik	eksentrisitas	Titik eksentrik
1	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}$
$r^2$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{15}$
$r^3$	2	$1, r, r^2, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{14}, r^{15}$
$r^4$	2	$1, r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r^5$	2	$1, r, r^2, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r^6$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r^7$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r^8$	2	$r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r^9$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}$
$r^{10}$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{15}$
$r^{11}$	2	$1, r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{12}, r^{14}, r^{15}$
$r^{12}$	2	$1, r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{13}, r^{14}, r^{15}$
$r^{13}$	2	$1, r, r^2, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{12}, r^{14}, r^{15}$
$r^{14}$	2	$1, r, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{15}$
$r^{15}$	2	$1, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}$
$s$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^2$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^3$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^4$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^5$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^6$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{15}$
$sr^7$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}$
$sr^8$	2	$sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^9$	2	$s, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^{10}$	2	$s, sr, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^{11}$	2	$s, sr, sr^2, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^{12}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{13}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^{13}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{14}, sr^{15}$
$sr^{14}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^7, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{15}$
$sr^{15}$	2	$s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^8, sr^9, sr^{10}, sr^{11}, sr^{12}, sr^{13}, sr^{14}, s$

Pada tabel 3.29 diketahui nilai eksentrisitas pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-32  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$  adalah sama yaitu 2.

### 3.1.10.5 Derajat pada $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$

Berdasarkan Gambar 3.20 setiap titik memiliki derajat yang bisa menghubungkan ke titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ . Derajat titik  $\deg(v)$  merupakan banyaknya titik antara titik  $v$  dengan titik yang lain di  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ . Untuk setiap  $v$  adalah titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ , Berikut derajat titik pada  $\overline{\Gamma_S(D_{32})}$ :

Tabel 3.30. Tabel Derajat titik dari Grup Dihedral-32 ( $D_{32}$ )

Titik	derajat	Titik derajat
1	17	$r^8, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r$	18	$r^7, r^{15}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^2$	18	$r^6, r^{14}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^3$	18	$r^5, r^{13}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^4$	17	$r^{12}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^5$	18	$r^3, r^{11}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^6$	18	$r^2, r^{10}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^7$	18	$r, r^9, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^8$	17	$1, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^9$	18	$r^7, r^{15}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^{10}$	18	$r^6, r^{14}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^{11}$	18	$r^5, r^{13}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^{12}$	17	$r^4, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^{13}$	18	$r^3, r^{11}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^{14}$	18	$r^2, r^{10}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$r^{15}$	18	$r, r^9, s, sr, sr^2, \dots, sr^{15}$
$s$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^8$
$sr$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^9$
$sr^2$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^{10}$
$sr^3$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^{11}$
$sr^4$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^{12}$
$sr^5$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^{13}$
$sr^6$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^{14}$
$sr^7$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^{15}$
$sr^8$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, s$

$sr^9$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr$
$sr^{10}$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^2$
$sr^{11}$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^3$
$sr^{12}$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^4$
$sr^{13}$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^5$
$sr^{14}$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^6$
$sr^{15}$	17	$1, r, r^2, r^3, \dots, r^{15}, sr^7$

Pada Tabel 3.30 diketahui nilai derajat pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral-32  $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$  adalah  $\deg(v) = 17$  untuk semua  $v \in S$  dan  $\deg(v) = 18$  untuk semua  $v \notin S$ .

### 3.1.10.6 *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$

Untuk mencari nilai dari *adjacent eccentric distance sum index* pada  $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$  dapat memasukkan nilai eksentrisitas, jarak dan derajat seperti cara yang sama pada 3.1.1.6. Maka diketahui nilai dari *adjacent eccentric-distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral-32  $\overline{\Gamma_s(D_{32})}$  adalah 164,55.

### 3.1.11 Pola *Adjacent EccentricDistance Sum* pada $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$

Berdasarkan pembahasan di atas, pada graf komplemen dari graf invers grup  $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{20}, D_{24}, D_{28}$  dan  $D_{32}$ , diperoleh pola unsur-unsur di  $S$  dan banyaknya anggota  $S$  yang ditunjukkan pada Tabel 3.31 sebagai berikut.

Tabel 3.31. Unsur di  $S$  dan banyaknya anggota  $S$  dari grup dihedral

	$n$	Unsur-unsur dari $S$	Banyaknya anggota $S( S )$
$D_6$	3	$\{r, r^2\}$	2
$D_8$	4	$\{r, r^3\}$	2
$D_{10}$	5	$\{r, r^2, r^3, r^4\}$	4
$D_{12}$	6	$\{r, r^2, r^4, r^5\}$	4
$D_{14}$	7	$\{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6\}$	6
$D_{16}$	8	$\{r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7\}$	6
$D_{20}$	10	$\{r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9\}$	8
$D_{24}$	12	$\{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^7, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}\}$	10
$D_{28}$	14	$\{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}\}$	12
$D_{32}$	16	$\{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^8, r^9, r^{10}, r^{11}, r^{12}, r^{13}, r^{14}, r^{15}\}$	14
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$D_{2n}$	$n$	$\{r^i   i = 1, 2, \dots, n-1\}$ , untuk $n$ ganjil $\{r^i   i \neq \frac{n}{2}, i = 1, 2, \dots, n-1\}$ , untuk $n$ genap	$n-1$ , untuk $n$ ganjil $n-2$ , untuk $n$ genap

Selain itu, diperoleh pula pola eksentrisitas titik dan jumlah jarak titik pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral  $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$  yang ditunjukkan pada Tabel 3.32 sebagai berikut.

Tabel 3.32. Eksentrisitas Titik, dan Jumlah Jarak Titik dari  $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$ 

	$n$	Eksentrisitas titik	Jumlah jarak titik
$\overline{\Gamma_S(D_6)}$	3	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_6$	$D(v) = 6$ , dan $v \in S$ $D(v) = 7$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_8)}$	4	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_8$	$D(v) = 9$ , dan $v \in D_8$
$\overline{\Gamma_S(D_{10})}$	5	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{10}$	$D(v) = 12$ , dan $v \in S$ $D(v) = 13$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{12})}$	6	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{12}$	$D(v) = 14$ dan $v \in S$ $D(v) = 15$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{14})}$	7	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{14}$	$D(v) = 18$ , dan $v \in S$ $D(v) = 19$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{16})}$	8	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{16}$	$D(v) = 18$ , dan $v \in S$ $D(v) = 19$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{20})}$	10	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{20}$	$D(v) = 26$ , dan $v \in S$ $D(v) = 27$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{24})}$	12	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{24}$	$D(v) = 32$ , dan $v \in S$ $D(v) = 33$ , $v$ lainnya
$\overline{\Gamma_S(D_{28})}$	14	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{28}$	$D(v) = 38$ , dan $v \in S$ $D(v) = 39$ , dan $v \notin S$

$\overline{\Gamma_S(D_{32})}$	16	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{32}$	$D(v) = 44$ , dan $v \in S$ $D(v) = 45$ , $v$ lainnya
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$	$n$	$e(v) = 2$ , dan $v \in D_{2n}$	Untuk $n$ ganjil dan $n \geq 3$ $D(v) = 3n - 3$ , $\forall u \in S$ $D(v) = 3n - 2$ , $\forall u \notin S$ Untuk $n$ genap dan $n \geq 6$ Jika $n = 4k + 2$ , $k \in \mathbb{N}$ maka $D(v) = 3n - 4$ , dan $v \in S$ $D(v) = 3n - 3$ , dan $v \notin S$ Jika $n = 4k + 4$ , $k \in \mathbb{N}$ maka $D(v) = 3n - 4$ , dan $v \in S$ , $v \neq r^{\frac{n}{4}}$ , $v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$ $D(v) = 3n - 3$ , $v$ lainnya

Pola *adjacent eccentric-distance sum index* pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral  $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})})$  ditunjukkan pada Tabel 3.33 sebagai berikut.

Tabel 3.33. Derajat dari  $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$

	$n$	Derajat
$\overline{\Gamma_S(D_6)}$	3	$\deg(v) = 4$ dan $v \in S$ $\deg(v) = 3$ dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_8)}$	4	$\deg(v) = 5$ , dan $v \in D_8$
$\overline{\Gamma_S(D_{10})}$	5	$\deg(v) = 6$ , dan $v \in S$ $\deg(v) = 5$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{12})}$	6	$\deg(v) = 8$ , dan $v \in S$ $\deg(v) = 7$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{14})}$	7	$\deg(v) = 8$ , dan $v \in S$ $\deg(v) = 7$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{16})}$	8	$\deg(v) = 10$ , $\forall v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$ $\deg(v) = 9$ , $v$ lainnya
$\overline{\Gamma_S(D_{20})}$	10	$\deg(v) = 11$ , dan $v \in S$ $\deg(v) = 12$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{24})}$	12	$\deg(v) = 14$ , dan $v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$ $\deg(v) = 13$ , $v$ lainnya
$\overline{\Gamma_S(D_{28})}$	14	$\deg(v) = 16$ , dan $v \in S$ $\deg(v) = 15$ , dan $v \notin S$
$\overline{\Gamma_S(D_{32})}$	16	$\deg(v) = 18$ , $\forall u \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$

		deg(v) = 17 v lainnya
⋮	⋮	⋮
$\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$	n	Untuk n ganjil dan $v \geq 3$ $\text{deg}(v) = n + 1$ , dan $v \in S$ $\text{deg}(v) = n$ , dan $v \notin S$ Untuk n genap dan $n \geq 6$ Jika $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ maka $\text{deg}(v) = n + 2$ , dan $v \in S$ $\text{deg}(v) = n + 1$ , dan $v \notin S$ Jika $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ maka $\text{deg}(v) = n + 2$ , dan $v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$ $\text{deg}(v) = n + 1, v$ lainnya

Pola *adjacent eccentric-distance sum index* pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral  $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})})$  ditunjukkan pada Tabel 3.34 sebagai berikut.

Tabel 3.31. *Adjacent Eccentric-distance sum index* dari  $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$

	n	<i>Adjacent Eccentric-distance sum index</i> ( $\xi^{ds}$ )
$\overline{\Gamma_S(D_6)}$	3	24,67
$\overline{\Gamma_S(D_8)}$	4	28,8
$\overline{\Gamma_S(D_{10})}$	5	47,2
$\overline{\Gamma_S(D_{12})}$	6	48,28
$\overline{\Gamma_S(D_{14})}$	7	70,24
$\overline{\Gamma_S(D_{16})}$	8	72
$\overline{\Gamma_S(D_{20})}$	10	93,576
$\overline{\Gamma_S(D_{24})}$	12	117,70
$\overline{\Gamma_S(D_{28})}$	14	140,2
$\overline{\Gamma_S(D_{32})}$	16	164,55
⋮	⋮	⋮
$\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$	n	Untuk n ganjil dan $v \geq 3$ $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \frac{12n^3 - 4n + 4n^2 - 4}{n^2 + n}$ Untuk n genap dan $v \geq 6$ Jika $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ maka $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2}$ Jika $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ maka $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \frac{12^3n + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2}$

**Teorema 3.1**

Grup dihedral dinotasikan dengan  $D_{2n}$  dimana  $n \geq 3$  adalah himpunan anggota dari  $D_{2n}$  yang tidak memiliki invers terhadap dirinya sendiri, maka

- a)  $|S| = n - 1$  ntuk  $n$  ganjil
- b)  $|S| = n - 2$  ntuk  $n$  genap

**Bukti**

- a) Untuk  $n$  ganjil

Pada grup dihedral  $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$  diperoleh:

$$(1)^{-1} = 1$$

$$(r^i)^{-1} = r^{n-i}, \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$$

$$(s)^{-1} = s$$

$$(sr^i)^{-1} = sr^i, \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$$

Maka diperoleh unsur-unsur  $S = \{r^i | i = 1, 2, 3, \dots, n - 1\}$  yang tidak memuat anggota yang invers terhadap dirinya sendiri sehingga  $|S| = n - 1$ .

- b) Untuk  $n$  genap

Pada grup dihedral  $D_{2n} = \{1, r, r^2, \dots, r^{n-1}, s, sr, sr^2, \dots, sr^{n-1}\}$  diperoleh:

$$(1)^{-1} = 1$$

$$(r^i)^{-1} = r^{n-i}, \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, n - 1 \text{ dan } i \neq \frac{n}{2}$$

$$(s)^{-1} = s$$

$$(sr^i)^{-1} = sr^i, \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$$

Maka diperoleh unsur-unsur  $S = \{r^i | i \neq \frac{n}{2}, i = 1, 2, 3, \dots, n - 1\}$  yang tidak memuat anggota yang invers terhadap dirinya sendiri sehingga  $|S| = n - 2$ .

### Teorema 3.2

Eksentrisitas setiap titik pada graf komplemen dari graf invers dari grup dihedral  $\overline{G_S(D_{2n})}$  adalah 2.

#### Bukti

Untuk setiap grup dihedral  $D_{2n}$ , berdasarkan Teorema 3.1 bahwa jika  $n$  ganjil maka  $S = \{r^i | i = 1, 2, 3, \dots, n-1\}$ . Sehingga unsur-unsur yang bukan merupakan anggota dari  $S$  adalah  $\{1, sr^i | i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ . Jika  $n$  genap maka  $S = \{r^i | i \neq \frac{n}{2}, i = 1, 2, 3, \dots, n-1\}$ . Sehingga unsur-unsur yang bukan merupakan anggota dari  $S$  adalah  $\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i | i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ .

Kasus 1. Jika  $u \in S$ .

i) Pada  $D_{2n}$  dengan  $n$  ganjil, jika  $u \in S$  maka diperoleh:

- $u \circ w \in S$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}$ ,
- $u \circ 1 \in S$ ,
- $u \circ v \notin S$  dan  $v \notin S, v \neq 1$ ,
- $u \circ u^{-1} \notin S$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$  dengan  $n$  ganjil, titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}$  dan terhubung langsung dengan titik 1. Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1$  dan tidak terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$ .

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$  dengan  $n$  ganjil, titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v, \forall v \notin S, v \neq 1$  dan terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}$  dan tidak terhubung langsung dengan titik 1. Karena untuk setiap titik  $w \in S, w \neq u^{-1}$

dan titik 1 terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, w)$  dan  $d(u, 1)$ .

ii) Pada  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ , jika  $u \in S$  maka diperoleh:

- Terdapat  $y \in S$  sedemikian sehingga  $u \circ y = r^{\frac{n}{2}} \notin S$ ,
- $u \circ w \in S$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ ,
- $u \circ r^{\frac{n}{2}} \in S$ ,
- $u \circ 1 \in S$ ,
- $u \circ v \notin S$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ ,
- $u \circ u^{-1} \notin S$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1. Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$  dan titik  $y$ .

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$  dan titik  $y$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1. Karena untuk setiap titik  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1 terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, w), d(u, r^{\frac{n}{2}})$ , dan  $d(u, 1)$ .

iii) Pada  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ , jika  $u \in S, u \neq r^{\frac{n}{4}}, u \neq$

$\left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  maka diperoleh:

- Terdapat  $y \in S$  sedemikian sehingga  $u \circ y = r^{\frac{n}{2}} \notin S$ ,
- $u \circ w \in S$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ ,
- $u \circ r^{\frac{n}{2}} \in S$ ,
- $u \circ 1 \in S$ ,
- $u \circ v \notin S$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ ,
- $u \circ u^{-1} \notin S$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1. Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$  dan titik  $y$ .

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$  dan titik  $y$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1. Karena untuk setiap titik  $w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1 terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, w), d(u, r^{\frac{n}{2}})$ , dan  $d(u, 1)$ .

iv) Pada  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ , jika  $u \in S, u = r^{\frac{n}{4}}$  atau

$u = \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  maka diperoleh:

- $u \circ w \in S$  dan  $w \in S, w \neq u, w \neq u^{-1}$ ,
- $u \circ 1 \in S$ ,
- $u \circ r^{\frac{n}{2}} \in S$ ,
- $u \circ v \notin S$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ ,
- $u \circ u^{-1} \notin S$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1. Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$ .

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$  dengan  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S, w \neq u^{-1}$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1. Karena untuk setiap titik  $w \in S, w \neq u^{-1}$ , titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1 terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, w), d\left(u, r^{\frac{n}{2}}\right)$ , dan  $d(u, 1)$ .

Kasus 2. Jika  $u \notin S, u \neq 1$

i) Pada  $D_{2n}$  dengan  $n$  ganjil, jika  $u \notin S, u \neq 1$  maka diperoleh

- $u \circ v \in S$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq u$ ,

- $u \circ w \notin S$  dan  $w \in S$ ,
- $u \circ 1 \notin S$

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$  dengan  $n$  ganjil, titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S$  dan titik 1.

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$  dengan  $n$  ganjil, titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S$  dan juga terhubung langsung dengan titik 1. Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1$ . Karena untuk setiap titik  $v \notin S, v \neq 1$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, v)$ .

ii) Pada  $D_{2n}$  dengan  $n$  genap, jika  $u \notin S, u \neq 1$  maka diperoleh

- Terdapat  $y \notin S$  sedemikian sehingga  $u \circ y \notin S$ ,
- $u \circ v \in S$  dan  $v \notin S, v \neq u, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}, v \neq y$ ,
- $u \circ w \notin S, \forall w \in S$ ,
- $u \circ 1 \notin S$ ,
- $u \circ r^{\frac{n}{2}} \notin S$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$  dengan  $n$  genap, titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}, v \neq y$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik dan  $w \in S$  dan juga tidak terhubung langsung dengan titik 1, titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $y$ .

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$  dengan  $n$  genap, titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w, \forall w \in S$  dan juga terhubung langsung dengan titik 1, titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $y$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq$

$1, v \neq r^{\frac{n}{2}}, v \neq y$ . Karena untuk setiap titik  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}, v \neq y$  terhubung langsung dengan titik 1, titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $y$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, v)$ .

Kasus 3. Jika  $u \notin S, u = 1$ .

Pada  $D_{2n}$ , jika  $u \notin S, u = 1$  maka diperoleh

- $u \circ w \in S$  dan  $w \in S$ ,
- $u \circ v \notin S$  dan  $v \notin S$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa pada  $G_S(D_{2n})$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S$ .

Oleh karena itu, pada  $\overline{G_S(D_{2n})}$ , titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w$  dan  $w \in S$ . Karena untuk setiap titik  $w \in S$  terhubung langsung dengan titik  $v \notin S, v \neq 1$ , maka eksentrisitas titik  $u$  adalah 2 yaitu  $d(u, w)$ .

Jadi  $e(u) = 2$  dan  $u \in V(\overline{G_S(D_{2n})})$

### Teorema 3.3

Misalkan  $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$  adalah graf komplemen dari graf invers grup dihedral.

Jika  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$ , maka berlaku:

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 3, & \text{dan } v \in S \\ 3n - 2, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Jika  $n$  genap,  $n \geq 6$  dan  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka berlaku:

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, & \text{dan } v \in S \\ 3n - 3, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Jika  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka berlaku:

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, & \text{dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ 3n - 3, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

### Bukti

Kasus 1. Jika  $n$  bernilai ganjil.

- i) Misalkan  $u \in S$  dimana  $S = \{r^i | i = 1, 2, 3, \dots, n-1\}$  yang terhubung langsung di titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1$  dan  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w$  akan tetapi  $u$  tidak terhubung langsung di titik  $x$  dimana  $x \in S, x \neq w$  dan tidak terhubung langsung dengan titik 1, maka:

$$\begin{aligned} D(v) &= \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, x) \\ &= \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1}} d(u, v) + \sum_{\substack{w \in S \\ w \neq u^{-1}}} d(u, x) + d(u, w) + d(u, 1) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_n + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-3} + 1 + 2 \\ &= n + 2(n-3) + 3 \\ &= 3n - 3 \end{aligned}$$

- ii) Misalkan  $u \notin S, u = 1$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $x$  dan  $x \in S$ , maka

$$\begin{aligned} D(v) &= \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, x) \\ &= \sum_{v \notin S} d(u, v) + \sum_{w \in S} d(u, w) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_n + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-1} \\ &= n + 2(n-1) \end{aligned}$$

$$= 3n - 2$$

Misalkan  $u \notin S, u \neq 1$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w, \forall w \in S$  dan terhubung langsung dengan titik 1. Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1$  maka,

$$\begin{aligned} D(v) &= \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, x) \\ &= \sum_{w \in S} d(u, w) + \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1}} d(u, v) + d(u, 1) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n-1} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-1} + 1 \\ &= (n - 1) + 2(n - 1) + 1 \\ &= 3n - 2 \end{aligned}$$

Jadi,  $D(v) = 3n - 3$  dan  $v \in S$ , dan  $D(v) = -3$  dan  $v \in S$

Kasus 2. Jika  $n$  bernilai genap dan  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ .

i) Misalkan  $u \in S$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$ , dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $w$  dan titik  $z$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $x, \forall x \in S, x \neq w, w \neq z$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1 maka:

$$\begin{aligned} D(v) &= \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, x) \\ &= \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1 \\ v \neq r^{\frac{n}{2}}}} d(u, v) + \sum_{\substack{w \in S \\ w \neq u^{-1} \\ w \neq y}} d(u, x) + d(u, w) + d(u, z) + d(u, 1) \\ &\quad + d\left(u, r^{\frac{n}{2}}\right) \\ &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_n + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-5} + 1 + 1 + 2 + 2 \end{aligned}$$

$$= n + 2(n - 5) + 6$$

$$= 3n - 4$$

ii) Misalkan  $u \notin S, u = 1$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $x$  dan  $x \in S$ , maka:

$$D(v) = \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, y)$$

$$= \sum_{v \notin S} d(u, v) + \sum_{w \in S} d(u, x)$$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n+1} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-2}$$

$$= (n + 1) + 2(n - 2) = 3n - 3$$

Misalkan  $u \notin S, u \neq 1$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $x$  dan  $x \in S$  dan juga terhubung langsung dengan titik 1, titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $z$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq z, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , maka:

$$D(v) = \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, y)$$

$$= \sum_{x \in S} d(u, x) + \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1 \\ v \neq r^{\frac{n}{2}} \\ v \neq y}} d(u, v) + d(u, 1) + d(u, r^{\frac{n}{2}}) + d(u, z)$$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n-2} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-2} + 1 + 1 + 1$$

$$= (n - 2) + 2(n - 2) + 3$$

$$= 3n - 3$$

Jadi,  $D(v) = 3n - 4$  dan  $v \in S, D(v) = 3n - 3$  dan  $v \notin S$ .

Kasus 3. Jika  $n$  genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ .

- i) Misalkan  $u \in S, u \neq r^{\frac{n}{4}}, u \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$ , titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $w$  dan titik  $z$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $w, \forall w \in S, w \neq u^{-1}, w \neq y$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1, maka:

$$\begin{aligned}
 D(v) &= \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, y) \\
 &= \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1 \\ v \neq r^{\frac{n}{2}}}} d(u, v) + \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq u^{-1} \\ x \neq y}} d(u, x) + d(u, w) + d(u, z) + d(u, 1) \\
 &\quad + d\left(u, r^{\frac{n}{2}}\right) \\
 &= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_n + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-5} + 1 + 1 + 2 + 2 \\
 &= n + 2(n - 5) + 6 \\
 &= 3n - 4
 \end{aligned}$$

- ii) Misalkan  $u \in S, u = r^{\frac{n}{4}}$  atau  $u = \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $u$  juga terhubung langsung dengan titik  $u^{-1}$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $x$  dan  $x \in S, x \neq w$ , titik  $u$  juga tidak terhubung langsung dengan titik  $r^{\frac{n}{2}}$  dan titik 1, maka:

$$D(v) = \sum_{x \in V(G_S(D_{2n}))} d(u, y)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1 \\ v \neq r^{\frac{n}{2}}}} d(u, v) + \sum_{\substack{x \in S \\ x \neq u^{-1}}} d(u, x) + d(u, w) + d(u, 1) + d\left(u, r^{\frac{n}{2}}\right) \\
&= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_n + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-4} + 1 + 2 + 2 \\
&= n + 2(n - 4) + 5 \\
&= 3n - 3
\end{aligned}$$

Misalkan  $u \notin S, u = 1$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $x, \forall x \in S$ , maka:

$$\begin{aligned}
D(v) &= \sum_{y \in V(\overline{G_S(D_{2n})})} d(u, y) \\
&= \sum_{v \notin S} d(u, v) + \sum_{x \in S} d(u, x) \\
&= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n+1} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-2} \\
&= (n + 1) + 2(n - 2) \\
&= 3n - 3
\end{aligned}$$

Misalkan  $u \notin S, u \neq 1$ , maka titik  $u$  terhubung langsung dengan titik  $w, \forall w \in S$  dan juga terhubung langsung dengan titik  $1, r^{\frac{n}{2}}$  dan titik  $y$ . Namun titik  $u$  tidak terhubung langsung dengan titik  $v$  dan  $v \notin S, v \neq 1, v \neq y, v \neq r^{\frac{n}{2}}$  (lihat bukti Teorema 3.2 kasus 2 (ii)). Sehingga,

$$\begin{aligned}
D(v) &= \sum_{x \in V(\overline{G_S(D_{2n})})} d(u, x) \\
&= \sum_{w \in S} d(u, w) + \sum_{\substack{v \notin S \\ v \neq 1 \\ v \neq r^{\frac{n}{2}} \\ v \neq y}} d(u, v) + d(u, 1) + d\left(u, r^{\frac{n}{2}}\right) + d(u, y)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n-2} + \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{n-2} + 1 + 1 + 1 \\
&= (n-2) + 2(n-2) + 3 \\
&= 3n - 3
\end{aligned}$$

jadi  $D(v) = 3n - 4$  dan  $v \in S, u \neq r^{\frac{n}{4}}, u \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}$  dan  $D(v) = 3n - 3$  dan  $v$

lainnya.

#### Teorema 3.4

Derajat pada  $\overline{\Gamma_S(D_{2n})}$  yaitu,

Untuk  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 1, & \text{dan } v \in S \\ n, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Untuk  $n$  genap dan  $n \geq 6$

Jika  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & \text{dan } v \in S \\ n + 1, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Jika  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & \text{dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{2}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{2}}\right)^{-1} \\ n + 1, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

#### Bukti

Kasus 1. Misalkan  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$ .

Pada  $D_{2n}$ , unsur yang invers terhadap dirinya sendiri adalah 1 dan  $sr^i, 0 \leq i \leq n - 1$ . Jadi himpunan unsur yang tidak invers terhadap dirinya sendiri adalah  $S = \{r^i | 0 < i \leq n - 1\}$ . Di  $\Gamma_S(D_{2n})$ , unsur  $r^i (0 < i \leq n - 1)$  terhubung langsung dengan  $r^j$  kecuali  $j = n - i$ . Titik  $r^i$  tidak terhubung langsung dengan  $sr^i$ . Jadi  $\deg(r^i) = n - 2$ .

Unsur 1 terhubung langsung ke  $r^i$ , sehingga  $\deg(1) = n - 1$ .

Unsur  $sr^i (0 \leq i \leq n - 1)$  terhubung langsung ke  $sr^j$  kecuali  $j = n - i$ . jadi  $\deg(sr^i) = n - 1$ .

Sesuai rumus  $\deg(v)$  di  $G$  ditambah dengan  $\deg(v)$  di  $\bar{G}$  sama dengan order dari  $G$  dikurang 1, maka:

$\deg(1)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(1) &= (2n - 1) - (n - 1) \\ &= n \end{aligned}$$

$\deg(sr^i)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(sr^i) &= (2n - 1) - (n - 1) \\ &= n \end{aligned}$$

$\deg(r^i)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(r^i) &= (2n - 1) - (n - 2) \\ &= n + 1 \end{aligned}$$

Terbukti untuk  $n$  ganjil  $n \geq 3$ ,  $\deg(v) = \begin{cases} n + 1, & v \in S \\ n, & v \notin S \end{cases}$

Kasus 2. Misalkan  $n$  genap,  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  dan  $n \geq 6$

Pada  $D_{2n}$  unsur yang invers terhadap dirinya sendiri adalah  $1, r^{\frac{n}{2}}$  dan  $sr^i (0 \leq i \leq n - 1)$ . Maka himpunan unsur yang tidak invers terhadap dirinya sendiri adalah

$S = \{ri | 0 < i \leq n - 1, i \neq \frac{n}{2}\}$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$ . Unsur  $r^i (0 < i \leq n - 1$  dan  $i \neq \frac{n}{2})$

akan terhubung langsung dengan  $r^j (0 < j \leq n - 1)$  kecuali  $j = n - i$  dan

$j = \frac{n}{2} - i (0 < i < \frac{n}{2})$  atau  $j = 2n - i (\frac{n}{2} < i < n - 1)$ . Jadi  $\deg(r^i) = n -$

$3, 0 < i \leq n - 1, i \neq \frac{n}{2}$ .  $\deg(1) = n - 2$  dan  $\deg(r^{\frac{n}{2}}) = n - 2$ .

Unsur  $sr^i (0 < i \leq n-1)$  di  $i = \frac{n}{2}$  terhubung langsung dengan  $sr^j (0 < j \leq n-1, j \neq \frac{n}{2})$  kecuali  $j = \frac{n}{2} - i (0 < i < \frac{n}{2})$  atau  $j = 2n - i (\frac{n}{2} < i < n-1)$  jadi  $\deg(sr^i) = n-3$  dan  $\deg(s) = \deg(sr^{\frac{n}{2}}) = n-2$ .

Sesuai rumus  $\deg(v)$  di  $G$  ditambah dengan  $\deg(v)$  di  $\bar{G}$  sama dengan order dari  $G$  dikurang 1, maka:

$\deg(1)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned}\deg(1) &= (2n-1) - (n-2) \\ &= n+1\end{aligned}$$

$\deg(r^{\frac{n}{2}})$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned}\deg(r^{\frac{n}{2}}) &= (2n-1) - (n-2) \\ &= n+1\end{aligned}$$

$\deg(r^i)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned}\deg(r^i) &= (2n-1) - (n-3) \\ &= n+2 \quad (0 < i \leq n-1, i \neq \frac{n}{2})\end{aligned}$$

$\deg(sr^i)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned}\deg(sr^i) &= (2n-1) - (n-3) \\ &= n+2\end{aligned}$$

$\deg(s) = \deg(sr^{\frac{n}{2}})$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned}\deg(s) = \deg(sr^{\frac{n}{2}}) &= (2n-1) - (n-2) \\ &= n+1\end{aligned}$$

Terbukti untuk  $n$  genap,  $= 4k+2, k \in \mathbb{N}, n \geq 6$ ,  $\deg(v) = \begin{cases} n+2, & v \in S \\ n, & v \notin S \end{cases}$

Kasus 3. Misalkan  $n$  genap,  $n = 4k+4, k \in \mathbb{N}$  dan  $n \geq 6$

Pada  $D_{2n}$  unsur yang invers terhadap dirinya sendiri adalah  $1, r^{\frac{n}{2}}$  dan  $Sr^i$  ( $0 \leq i \leq n - 1$ ). Maka himpunan unsur yang tidak invers terhadap dirinya sendiri adalah  $S = \{ri | 0 < i \leq n - 1, i \neq \frac{n}{2}\}$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$ . Unsur  $r^i$  ( $0 < i \leq n - 1$  dan  $i \neq \frac{n}{2}$ ) akan terhubung langsung dengan  $r^j$  ( $0 < j \leq n - 1$ ) kecuali  $j = n - i$  dan  $j = \frac{n}{2} - i$  ( $0 < i < \frac{n}{2}$ ) atau  $j = 2n - i$  ( $\frac{n}{2} < i < n - 1$ ). Jadi  $\deg(r^i) = n - 3, 0 < i \leq n - 1, i \neq \frac{n}{2}$ .  $\deg(1) = n - 2$  dan  $\deg(r^{\frac{n}{2}}) = n - 2$ .

Unsur  $sr^i$  ( $0 < i \leq n - 1$ ) di  $i = \frac{n}{2}$  terhubung langsung dengan  $sr^j$  ( $0 < j \leq n - 1, j \neq \frac{n}{2}$ ) kecuali  $j = \frac{n}{2} - i$  ( $0 < i < \frac{n}{2}$ ) atau  $j = 2n - i$  ( $\frac{n}{2} < i < n - 1$ ) jadi  $\deg(sr^i) = n - 3$  dan  $\deg(s) = \deg(sr^{\frac{n}{2}}) = n - 2$ .

Sesuai rumus  $\deg(v)$  di  $G$  ditambah dengan  $\deg(v)$  di  $\bar{G}$  sama dengan order dari  $G$  dikurang 1, maka:

$\deg(1)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(1) &= (2n - 1) - (n - 2) \\ &= n + 1 \end{aligned}$$

$\deg(r^{\frac{n}{2}})$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(r^{\frac{n}{2}}) &= (2n - 1) - (n - 2) \\ &= n + 1 \end{aligned}$$

$\deg(r^i)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(r^i) &= (2n - 1) - (n - 3) \\ &= n + 2 \quad (0 < i \leq n - 1, i \neq \frac{n}{2}) \end{aligned}$$

$\deg(sr^i)$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\deg(sr^i) = (2n - 1) - (n - 3)$$

$$= n + 2$$

$\deg(s) = \deg(sr^{\frac{n}{2}})$  di  $\Gamma_S(D_{2n})$  adalah

$$\begin{aligned} \deg(s) &= \deg(sr^{\frac{n}{2}}) = (2n - 1) - (n - 2) \\ &= n + 1 \end{aligned}$$

Terbukti untuk  $n$  genap,  $= 4k + 4, k \in \mathbb{N} n \geq 6$ ,

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, & v \in S, v \neq r^{\frac{n}{2}}, v \neq (r^{\frac{n}{2}})^{-1} \\ n, & v \notin S \end{cases}$$

### Teorema 3.5

*Adjacent eccentric-distance sum* index pada graf komplemen dari graf invers

grup dihedral  $\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})})$  adalah

$$\xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \begin{cases} \frac{12n^3 - 4n^2 + 4n - 4}{n^2 + n}, & \text{jika } n \text{ ganjil } n \geq 3 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2}, & \text{jika } n \text{ genap, } n = 4k + 2, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \\ \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2}, & \text{jika } n \text{ genap, } n = 4k + 4, k \in \mathbb{N} n \geq 6 \end{cases}$$

### Bukti

Kasus 1. Jika  $n$  bernilai ganjil.

Berdasarkan Teorema 3.1, 3.2, 3.3 dan 3.4 maka diperoleh

$$\begin{aligned} \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) &= \sum_{v \in V \overline{\Gamma_S(D_{2n})}} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\ &= \sum_{v \in S} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} + \sum_{v \notin S} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\ &= \frac{2(3n - 3)(n - 1)}{n + 1} + \frac{2(3n - 2)(n + 1)}{n} \\ &= \frac{12n^3 - 4n^2 + 4n - 4}{n^2 + n} \end{aligned}$$

$$\therefore \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) = \frac{12n^3 - 4n^2 + 4n - 4}{n^2 + n} \text{ jika } n \text{ ganjil.}$$

Kasus 2. Jika  $n$  bernilai genap dan  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$ .

Berdasarkan Teorema 3.1, 3.2, 3.3 dan 3.4 diperoleh

$$\begin{aligned} \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) &= \sum_{u \in V \Gamma_S(D_{2n})} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\ &= \sum_{v \in S} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} + \sum_{v \notin S} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\ &= \frac{2(3n - 4)(n - 2)}{n + 2} + \frac{2(3n - 3)(n + 2)}{n + 1} \\ &= \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2} \\ \therefore \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) &= \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2} \text{ jika } n \text{ genap dan } n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Kasus 3. Jika  $n$  bernilai genap dan  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$ .

Berdasarkan Teorema 3.1, 3.2, 3.3 dan 3.4 diperoleh

$$\begin{aligned} \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) &= \sum_{v \in V \Gamma_S(D_{2n})} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} \\ &= \sum_{\substack{v \in S \\ v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}}} \frac{e(v)D(v)}{\deg(v)} + \sum_{v \notin S} \frac{e(v)D(v) + e\left(r^{\frac{n}{4}}\right)D\left(r^{\frac{n}{4}}\right)}{\deg(v)} \\ &\quad + \frac{e\left(\left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}\right)D\left(\left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1}\right)}{\deg(v)} \\ &= \frac{2(3n - 4)(n - 4)}{n + 2} + \frac{2(3n - 3)(n + 2) + 4(3n - 3)}{n + 1} \\ &= \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2} \\ \therefore \xi^{ds}(\overline{\Gamma_S(D_{2n})}) &= \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2} \text{ jika } n \text{ genap dan } n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

### 3.2 Kajian Islam Tentang Tolong Menolong

Berdasarkan uraian diatas, dapat diketahui bahwa pola-pola yang didapatkan dalam pembahasan ini yang disajikan dalam beberapa teorema antara lain pola unsur-unsur di  $S$  dan banyaknya anggota  $S$  yakni anggota yang tidak invers ke dirinya sendiri, pola eksentrisitas titik, pola jumlah jarak, dan pola *eccentric-distance sum* pada graf komplemen dari graf invers grup dihedral.

Dari uraian diatas, dapat dibentuk sebuah pola yang dapat memudahkan mencari nilai dari *Adjacent eccentric distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral. Sebagai mana agama Islam menganjurkan untuk saling menolong sesama manusia.

Allah Swt. Memerintahkan kepada hamba-hamba Nya yang beriman untuk saling menolong dalam berbuat kebaikan - yaitu kebajikan - dan meninggalkan hal-hal yang mungkar, hal ini dinamakan ketaqwaan. Melarang mereka bantu-membantu dalam kebatilan serta tolong menolong dalam perbuatan dosa dan hal-hal yang diharamkan (ibu katsir). Melakukan kebaikan, bisa dilakukan dalam hal apa saja, salah satu contohnya dalam ilmu matematika yaitu pada untuk membuat pola khususnya pada teori graf.

Begitu pula hadist yang diriwayatkan oleh Abu Hurairah untuk menyeru pada kebaikan dan menjadi sarana untuk menolong orang lain dalam kebaikan hadist tersebut melarang untuk berbuat kemungkaran.

Dalam sebuah hadist menjelaskan bahwa seseorang yang suka menolong antara sesama ummat muslim maupun ummat beragama lainnya maka Allah akan selalu memberikan pertolongan bagi mereka dan dengan tolong menolong akan

menjadikan kita sebagai pribadi yang lebih baik, baik menurut agama maupun baik menurut manusia.

Maka, ajaran agama Islam yang memerintahkan untuk saling menolong dalam hal kebaikan dapat dilakukan dengan membentuk pola dari *Adjacent eccentric distance sum index* dari graf komplemen dari graf invers grup dihedral.



## BAB IV

### PENUTUP

#### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, maka hasil pola *adjacent eccentric distance sum index* pada graf komplement graf invers dapat disimpulkan sebagai berikut sebagai berikut:

- Untuk setiap grup dihedral  $D_{2n}$  bahwa jika  $n$  ganjil maka  $S = \{r^i | i = 1, 2, 3, \dots, n - 1\}$ . Sehingga unsur-unsur yang bukan merupakan anggota dari  $S$  adalah  $\{1, sr^i | i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ . Jika  $n$  genap maka  $S = \{r^i | i \neq \frac{n}{2}, i = 1, 2, 3, \dots, n - 1\}$ . Sehingga unsur-unsur yang bukan merupakan anggota dari  $S$  adalah  $\{1, r^{\frac{n}{2}}, sr^i | i = 1, 2, 3, \dots, n\}$ .
- Eksentrisitas setiap titik pada graf komplement dari graf invers dari grup dihedral  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  adalah 2.
- Jumlah jarak pada  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  yaitu,

$$\text{Untuk } n \text{ ganjil dan } n \geq 3, D(v) = \begin{cases} 3n - 3, & \text{dan } v \in S \\ 3n - 2, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Untuk  $n$  genap dan  $n \geq 6$

Jika  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, & \text{dan } v \in S \\ 3n - 3, & \text{dan } v \notin S \end{cases}$$

Jika  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka

$$D(v) = \begin{cases} 3n - 4, & \text{dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ 3n - 3, & v \text{ lainnya} \end{cases}$$

d. Derajat pada  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  yaitu:

Untuk  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 1, \text{ dan } v \in S \\ n, \text{ dan } v \notin S \end{cases}$$

Untuk  $n$  genap dan  $n \geq 6$

Jika  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, \text{ dan } v \in S \\ n + 1, \text{ dan } v \notin S \end{cases}$$

Jika  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\deg(v) = \begin{cases} n + 2, \text{ dan } v \in S, v \neq r^{\frac{n}{4}}, v \neq \left(r^{\frac{n}{4}}\right)^{-1} \\ n + 1, v \text{ lainnya} \end{cases}$$

e. *Adjacent eccentric distance sum index* pada  $\overline{\Gamma_s(D_{2n})}$  yaitu:

Untuk  $n$  ganjil dan  $n \geq 3$

$$\xi^{ds}(\overline{\Gamma_s(D_{2n})}) = \frac{12n^3 - 4n + 4n^2 - 4}{n^2 + n}$$

Untuk  $n$  genap dan  $n \geq 6$

Jika  $n = 4k + 2, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\xi^{ds}(\overline{\Gamma_s(D_{2n})}) = \frac{12n^3 + 4n^2 - 4n - 8}{n^2 + 3n + 2}$$

Jika  $n = 4k + 4, k \in \mathbb{N}$  maka

$$\xi^{ds}(\overline{\Gamma_s(D_{2n})}) = \frac{12n^3 + 4n^2 + 12n - 16}{n^2 + 3n + 2}$$

#### 4.2 Saran

Bagi peneliti selanjutnya, disarankan untuk mengkaji *Adjacent eccentric distance sum index* komplemen graf invers atau berbagai macam graf lainnya dari grup dihedral  $D_{2n}$ .

## DAFTAR RUJUKAN

- Abdussakir, Azizah, N.N dan Nofandika, F.F. 2009. *Teori Graf Topik Dasar Untuk Tugas Akhir/Skripsi*. Malang: UIN-Malang Press
- Abdussakir. 2006. *Ada Matematika Dalam Al-Qur'an*. Malang: UIN-Malang Press
- Alfuraidan, M.R dan Zakaria, Y.F. 2017. Inverse Graphs Associated with Finie Groups. *Electronic Journal of Graph Theory and Aplications*, 5 (1): 142
- Budayasa, I.K. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unesa University Press.
- Chartand, G. dan Lesniak, L. 1996. *Graphs and Diagrphs Third Edition*. London: Chapman & Hall/CRC.
- Dummit, D.S dan Foote, R.M. 2004. *Abstarct Algebra*. New York: Prentice-Hall International, Inc.
- Kurfia, M.A. 2017. *Eccentri-Distance Sum Index Pada Komplek Graf Invers Grup Dihedral*. Skripsi tidak publikasikan. Malang: Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Universitas Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Lipschutz, S. 1995. *Teori Himpunan*. Jakarta: Erlangga.
- Rusli, M dan Nugroho, I.K.P Suniantara Agung. 2018. *Logika dan Matematika*. Yogyakarta: CV. Andi Offset.
- Sukirman. 2005. *Pengantar Aljabar Abstrak*. Malang: UM Press
- Qu, Hu dan Chao, ShujuaN. 2015. *On The Adjacent Eccentric Distance Sum Index of Gfaphs*, (10) 6: 1

## Lampiran

Tabel 3.22 Tabel Cayley Grup Dihedral-24 ( $D_{24}$ )

$\circ$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$
1	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$
$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$
$r^2$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$
$r^3$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$
$r^4$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$
$r^5$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$
$r^6$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$
$r^7$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$
$r^8$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r^9$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^{10}$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$
$r^{11}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$sr$	$sr^2$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	1	$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$
$sr$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$
$sr^2$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$
$sr^3$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$
$sr^4$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$
$sr^5$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$
$sr^6$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$
$sr^7$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$
$sr^8$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr^9$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$	$r^2$
$sr^{10}$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1	$r$
$sr^{11}$	$sr^{11}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	1

Tabel 3.25 Tabel Cayley Grup Dihedral-28 ( $D_{28}$ )

$\circ$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	
1	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	
$r$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$
$r^2$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$
$r^3$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$
$r^4$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$
$r^5$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$
$r^6$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$
$r^7$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$
$r^8$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$
$r^9$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$
$r^{10}$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$
$r^{11}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$
$r^{12}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$
$r^{13}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$
$s$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	
$sr$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$
$sr^2$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$
$sr^3$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$
$sr^4$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$
$sr^5$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$
$sr^6$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$
$sr^7$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$
$sr^8$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$
$sr^9$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$
$sr^{10}$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$
$sr^{11}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$	$r^3$
$sr^{12}$	$sr^{12}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$	$r^2$
$sr^{13}$	$sr^{13}$	$s$	$sr$	$sr^2$	$sr^3$	$sr^4$	$sr^5$	$sr^6$	$sr^7$	$sr^8$	$sr^9$	$sr^{10}$	$sr^{11}$	$sr^{12}$	$r$	$r^2$	$r^3$	$r^4$	$r^5$	$r^6$	$r^7$	$r^8$	$r^9$	$r^{10}$	$r^{11}$	$r^{12}$	$r^{13}$	1	$r$





## RIWAYAT HIDUP



Arina Hidayati dilahirkan di Situbondo pada tanggal 01 Februari, merupakan anak pertama dari dua bersaudara, pasangan bapak H. Mahfudz dan ibu Sufaielin. Pendidikan dasarnya ditempuh di kampung halamannya di SDN 02 Widoropayung yang ditamatkan pada tahun 2004.

Pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMP PLUS Darus Sholah Jember dan menamatkan pendidikannya pada tahun 2007. Kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di MA Alamien Prenduan dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2011. Pendidikan berikutnya ditempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SPMB-PTAIN dengan mengambil Jurusan Matematika di Fakultas Sains dan Teknologi.



KEMENTERIAN AGAMA RI  
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI  
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG  
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI  
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

### BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Arina Hidayati  
NIM : 12610056  
Judul Skripsi : *Adjacent Eccentric Distance Sum Index* pada Komplemen Graf Invers Grup Dihedral  
Pembimbing I : Dr. Abdussakir, M.Pd  
Pembimbing II : Dr. H. Imam Sujarwo, M.Pd

No	Tanggal	Materi Konsultasi	Tanda Tangan
1.	26 Maret 2016	Konsultasi Judul, Bab I, dan Bab II	1.
2.	6 September 2018	Konsultasi Bab III	2.
3.	19 Maret 2019	Acc Bab I, II, dan III	3.
4.	19 Maret 2019	Acc Agama	4.
5.	23 Juli 2019	Konsultasi Bab III	5.
6.	31 Mei 2019	Revisi Bab III	6.
7.	21 Juni 2019	Konsultasi Bab IV	7.
8.	21 Juni 2019	Kosultasi Bab III	8.
9.	24 Juni 2019	Revisi Bab III dan IV	9.
10.	25 Juni 2019	Acc	10.

Malang, 28 Juni 2019  
Mengetahui,  
Ketua Jurusan Matematika



Dr. Usman Pagalay, M.Si  
NIP. 19650414 200312 1 001