BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF INVERS DAN KOMPLEMEN GRAF INVERS DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

OLEH
AAN SAADILLAH
NIM. 12610052

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF INVERS DAN KOMPLEMEN GRAF INVERS DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
Aan Saadillah
NIM. 12610052

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF INVERS DAN KOMPLEMEN GRAF INVERS DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Aan Saadillah
NIM. 12610052

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal 4 April 2019

Pembimbing I,

H. Wahyu H. Irawan, M.Pd
NIP. 19710420 200003 1 003

Pembimbing II,

Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si
NIP. 19770521 200501 2 004

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

BILANGAN DOMINASI DAN DOMINASI TOTAL GRAF INVERS DAN KOMPLEMEN GRAF INVERS DARI GRUP DIHEDRAL

SKRIPSI

Oleh
Aan Saadillah
NIM. 12610052

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima Sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal 4 April 2019

Penguji Utama	:	Dr. Abdussakir, M.Pd	....
Ketua Penguji	:	Evawati Alisah, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	:	H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Anggota Penguji	:	Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	:	Aan Saadillah
NIM	:	12610052
Jurusan	:	Matematika
Fakultas	:	Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	:	Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf Invers dan Komplemen Graf Invers dari Grup Dihedral

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilalihan data, tulisan, atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 4 April 2019
Yang membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
TGL. 20
0EAFF700733544
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Aan Saadillah
NIM. 12610052

MOTO

“Tanpa cinta, kecerdasan itu berbahaya, dan tanpa kecerdasan, cinta itu tidak cukup.” (Prof. Dr. B. J. Habibie)

PERSEMBAHAN

Skripsi ini penulis persembahkan kepada bapak Muhtarom yang telah mengajarkan kemandirian, memberikan ketegaran, serta mengajarkan rasa tanggung jawab sebagai seorang pelajar. Ibu Miftakhul Jannah yang selalu mendo'akan, memberi dukungan, motivasi, dan memberikan restunya dalam menuntut ilmu. Kakak Lisa'adah al-Husnah yang tak lupa memberi semangat serta dorongan. Adik Ian Iradatillah dan Iin Ibadillah tercinta yang selalu hadir dan menemani di saat-saat terpenting sehingga dapat menyelesaikan kuliah hingga akhir. Serta seluruh keluarga besar yang berada di Pakis yang telah membantu memberikan semangat dan dorongan.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warrahmatullahi Wabarakatuh

Segala puji bagi Allah Swt atas rahmat taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis mampu menyelesaikan penyusunan skripsi ini sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.

Dalam proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat bimbingan dan arahan dari berbagai pihak, untuk itu ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setinggi-tingginya penulis sampaikan terutama kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. H. Wahyu H. Irawan, M.Pd, selaku dosen pembimbing I yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
5. Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si, selaku dosen pembimbing II yang telah banyak memberikan arahan, nasihat, dan motivasi kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan Ibu yang selalu memberikan do'a, semangat, serta motivasi kepada penulis sampai saat ini.
8. Seluruh teman-teman di Jurusan Matematika, khususnya untuk angkatan 2012, terima kasih atas kenang-kenangan indah selama menempuh studi bersama di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
9. Semua pihak yang ikut membantu dalam menyelesaikan skripsi baik moril maupun materil.

Akhirnya penulis berharap semoga skripsi ini bermanfaat bagi penulis dan bagi pembaca.

Wassalamu'alaikum Warrahmatullahi Wabarakatuh

Malang, April 2019

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Saadillah, Aan. 2018. **Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf Invers dan Komplemen Graf Invers dari Grup Dihedral.** Skripsi. Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Pembimbing: (I) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd. (II) Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si.

Kata Kunci: Bilangan Dominasi, Bilangan Dominasi Total, Graf Invers, Komplemen Graf, Grup Dihedral.

Himpunan S dari titik-titik di graf G adalah himpunan dominasi dari G jika setiap titik di G terdominasi oleh paling sedikit 1 titik S. Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi di G disebut bilangan dominasi G dan disimbolkan dengan $\gamma(G)$. Untuk suatu graf terhubung G, suatu himpunan S^t dari titik-titik di G adalah himpunan dominasi total dari G jika setiap titik di G terhubung langsung ke suatu titik di S^t. Anggota himpunan dominasi total harus terhubung langsung dengan titik lain di S^t. Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi total di G disebut bilangan dominasi total dan disimbolkan dengan $\gamma_t(G)$. Misalkan $(\Gamma,*)$ adalah grup berhingga dan S himpunan bagian Γ yang memuat anggota Γ yang inversnya bukan dirinya sendiri. Graf invers dari Γ dinotasikan $G_S(\Gamma)$ adalah graf yang himpunan titiknya adalah semua anggota Γ sedemikian sehingga dua titik yang berbeda u dan v adalah terhubung langsung jika dan hanya jika $u * v \in S$ atau $v * u \in S$.

Tujuan penelitian ini adalah mencari rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dan komplemen graf invers dari grup dihedral. Didapatkan hasil penelitian adalah:

1. Bilangan dominasi graf invers dari grup dihedral $G_S(D_{2n}), n \geq 3$ adalah 2 untuk n ganjil dan 4 untuk n genap.
2. Bilangan dominasi dan dominasi total komplemen dari graf invers grup dihedral $\overline{G_S(D_{2n})}, n \geq 3$ adalah 2.

Penelitian selanjutnya diharapkan untuk menemukan rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf lainnya.

ABSTRACT

Saadillah, Aan. 2018. **Domination Number and Total Domination Number of Inverse Graph and Complement of Inverse Graph of Dihedral Group.** Thesis. Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Islamic State University of Maulana Malik Ibrahim Malang. Advisor: (I) H. Wahyu H. Irawan, M.Pd. (II) Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si.

Keyword: Domination Number, Total Domination Number, Inverse Graph, Complement of Inverse Graph, Dihedral Group.

A set S of vertices of a graph G is a dominating set of G if every vertex of G is dominated by at least one vertex of S. The minimum cardinality among the dominating sets of G is called the domination number of G and is denoted by $\gamma(G)$. For a connected graph G, a set S^t of vertices of G is a total dominating set of G if every vertex of G adjacent to a vertex in S^t. Members of a total dominating set must be adjacent to another vertex. The total domination number of G, denoted by $\gamma_t(G)$, is the minimum cardinality among the total dominating sets of G. Let $(\Gamma,*)$ be finite group and S a possibly empty subset of Γ containing its non-invertible elements. The inverse graph $G_S(\Gamma)$ is the graph whose set of vertices coincides with Γ such that two distinct vertices u and v are adjacent if only if either $u * v \in S$ or $v * u \in S$.

The purpose of this research is to find formula of domination number and total domination number of inverse graph and the complement of inverse graph of dihedral group. The results of this research are:

1. Domination number of inverse graph $G_S(D_{2n})$, $n \geq 3$ is 2 for n is odd and 4 for n is even.
2. Domination number and total domination number of complement of inverse graph $\overline{G_S(D_{2n})}$, $n \geq 3$ is 2.

For further research it is suggested to find formula of domination number and total domination number of another graph.

ملخص

سعد الله ، آن. ٢٠١٩. أعداد الهيمنة مجموع وهيمنة مخطاط العكسية و مخطاط العكسية التكميلية لمجموعات الأضلاع بحث جامعي. شعبة الرياضيات. كلية العلوم والتكنولوجيا. الجامعة الاسلامية الحكومية مولانا مالك إبراهيم مالانج. المشرف (١) الحاج وحيو هنكي إيراوان الماجستير (٢) آري كوسوماستوتي اماجستير.

الكلمة الرئيسية: أرقام الهيمنة ، إجمالي أرقام الهيمنة ، مخطاط المقلوب ، مجموعة *Graf* ، زمرةزوجسم *Dihedral*.

المجموعة S من أس على مخطاط G عبارة عن مجموعة سيطرة G إذا كانت كل أس في Gيهيمن عليها أس واحدة على الأقل S. يسمى الحد الأدنى من أصل مجموعة الهيمنة في G رقم الهيمنة G ورمز له بـ$\gamma(G)$. بالنسبة للرسم البياني المتصل G ، فإن مجموعة S^t من النقاط في G هي مجموعة الهيمنة الكلية لـ G إذا كانت كل أس في G متصلة مباشرة بأس في S^t. يجب أن يكون عضو مجموعة الهيمنة الكلي متصلاً مباشرةً بأس أخرى في S^t. يُطلق على الحد الأدنى للعوامل الأساسية للهيمنة الكلية المحددة في G رقم الهيمنة الكلية ويرمز إليه بـ.$\gamma_t(G)$. لنفترض أن $(\Gamma ، *)$ عبارة عن مجموعة محدودة وأن S عبارة عن مجموعة من الأجزاء التي تحتوي على أعضاء والتي يتم عكسها ليسوا هم أنفسهم. مخطاط العكسي لـ Γ المشار إليه بـ $G_s(\Gamma)$ هو رسم بياني له مجموعة من النقاط هي جميع الأعضاء – بحيث ترتبط نقطتان مختلفتان u و v مباشرة إذا وفقط أذ $u * v \in S$ أو $v * u \in S$.

الغرض من هذه الدراسة هو إيجاد صيغة رقم الهيمنة وهيمنة مخطاط العكسي الكلي وإكمال مخطاط العكسي للمجموعة ثنائية السطح. نتائج البحوث التي تم الحصول عليها هي:

١. عدد الهيمنة في مخطاط العكسي لمجموعة $G_S(D_{2n}), n \geq 3$ *dihedral* هو ٢ ل *oddn* و ٤ لـ n.
even
٢. عدد هيمنة وهيمنة مجموع مكمل مخطاط $\overline{G_S(D_{2n})}$ $n \geq 3$, المجموعة العكسية المجموعة هي ٢.

من المتوقع أن تجد الأبحاث المستقبلية الصيغة الخاصة بعدد الهيمنة والهيمنة الإجمالية للرسوم البيانية الأخرى.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika terus berkembang seiring dengan perubahan zaman. Perubahan yang terjadi disebabkan oleh berbagai penelitian yang telah dilakukan, mulai dari zaman Babilonial, Mesir kuno hingga zaman modern. Para ilmuwan matematika memegang peranan penting dalam perkembangan matematika. Contohnya adalah sistem bilangan desimal al-Khawarizmi yang memudahkan untuk melakukan berbagai perhitungan. Sebagai seorang matematikawan, menjadi kewajiban untuk aktif mempelajari serta mengembangkan matematika.

Matematika adalah salah satu ilmu dasar yang membutuhkan pola berpikir logis. Alasannya terletak pada struktur dan metode dalam matematika yang berpusat pada pola pikir (logika matematika). James dan James (1976:8) mengatakan bahwa matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang terbagi ke dalam tiga bidang yaitu aljabar, analisis, dan geometri.

Salah satu bidang matematika yang menarik untuk diteliti dan dikembangkan adalah aljabar. Materi matematika dalam aljabar begitu kompleks sehingga dapat dipakai untuk diteliti dan dikembangkan. Pengembangan ilmu aljabar tak terbatas pada pembahasan satu materi. Salah satu cara yaitu dengan menggabungkan beberapa materi yang sudah ada, contohnya mengembangkan materi dalam teori graf dapat dilakukan pada bilangan dominasi dan dominasi total dengan bantuan aljabar abstrak menggunakan grup dihedral.

Allah Swt berfirman dalam al-Quran surat al-Furqan ayat 2,

ٱلَّذِي لَهُۥ مُلۡكُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلۡأَرۡضِ وَلَمۡ يَتَّخِذۡ وَلَدا وَلَمۡ يَكُن لَّهُۥ شَرِيك فِي ٱلۡمُلۡكِ وَخَلَقَ كُلَّ شَيۡء فَقَدَّرَهُۥ تَقۡدِير ا ٢

Artinya: *"yang kepunyaan-Nya-lah kerajaan langit dan bumi, dan Dia tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan(Nya), dan dia telah menciptakan segala sesuatu, dan Dia menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya."*

Menurut Tafsir Jalalain pada QS. al-Furqan/25:2 Allah Swt berfirman (yang kepunyaan-Nyalah kerajaan langit dan bumi, dan Allah tidak mempunyai anak, dan tidak ada sekutu bagi-Nya dalam kekuasaan-Nya, dan Allah telah menciptakan segala sesuatu) karena hanya Allahlah yang mampu menciptakan kesemuanya itu (dan Allah menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya) secara tepat dan sempurna.

Berdasarkan hikmah dari QS. al-Furqan/25:2 Allah Swt telah menciptakan segala sesuatu (menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya) secara tepat dan sempurna, termasuk bilangan dominasi dan dominasi total pada suatu graf yang terlihat seakan-akan tak beraturan (*chaos*) namun bila dicermati dan diteliti, sesungguhnya terdapat pola (*pattern*) yang memiliki syarat-syarat tertentu. Penulisan ini akan fokus untuk mencari pola bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dan komplemennya yang dibentuk dari grup dihedral.

Graf adalah himpunan berhingga tak kosong dari objek yang disebut *vertices* (jika tunggal disebut *vertex*) dan himpunan pasangan tak berurutan dari dua titik yang berbeda yang disebut *edges*. Graf memiliki himpunan titik (*vertex)* dan himpunan sisi (*edge*) (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Misalkan G suatu graf dan v, w adalah 2 titik yang berbeda. Titik v dikatakan mendominasi titik w jika dan hanya jika titik v terhubung langsung *(adjacent)* di G dengan titik w. Selanjutnya, Chartrand dan Lesniak (1996:303) menyatakan titik v pada graf mendominasi dirinya sendiri dan setiap titik di lingkungannya, sedemikian sehingga v mendominasi titik-titik pada lingkungan tertutup. Himpunan titik-titik graf adalah himpunan dominasi jika setiap titik di graf terdominasi oleh paling sedikit 1 titik di himpunan tersebut. Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi suatu graf disebut bilangan dominasi dan disimbolkan dengan $\gamma(G)$.

Henning dan Yeo (2003) menyatakan untuk suatu graf terhubung G, suatu himpunan S^t dari titik-titik di G adalah himpunan dominasi total dari G jika setiap titik di G terhubung langsung ke suatu titik di S^t. Anggota himpunan dominasi total harus terhubung langsung dengan titik lain di S^t, sehingga himpunan dominasi total tak terdefinisi di graf tak terhubung. Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi total di G disebut bilangan dominasi total dan disimbolkan dengan $\gamma_t(G)$.

Diberikan $(\Gamma,*)$ adalah grup berhingga dan S adalah himpunan bagian Γ yang memuat anggota Γ yang inversnya bukan dirinya sendiri. Didefinisikan graf invers dari Γ dinotasikan dengan $G_S(\Gamma)$ adalah graf yang himpunan titiknya adalah semua anggota Γ sedemikian sehingga dua titik yang berbeda u dan v adalah terhubung langsung jika dan hanya jika $u * v$ atau $v * u$ hasilnya ada di S (Alfuraidan dan Zakariya, 2017:143).

Komplemen dari graf G, ditulis $\bar{G}$ adalah graf dengan himpunan titik $V(\bar{G}) = V(G)$ sedemikian sehingga dua titik akan terhubung langsung di $\bar{G}$ jika dan hanya jika dua titik tersebut tidak terhubung langsung di G (Abdussakir, dkk, 2009:29).

Thamaraikanan, dkk (2016) meneliti bilangan dominasi dari graf komplemen dan menemukan pola bilangan dominasi dari graf komplemen G dan hubungan antara bilangan dominasi di G dengan derajat minimal di G.

Alfuraidan dan Zakariya (2017) mendefinisikan graf invers dan menuliskan sifat-sifat dari graf invers tersebut. Sifat-sifat yang ditulis berupa sifat derajat titik dari graf invers, diameter dari graf invers, dan sifat Hamiltonian dari beberapa graf invers. Mengacu pada kedua penelitian tersebut, penulis akan menggembangkan dan menggabungkan keduanya sehingga diperoleh kajian tentang bilangan dominasi graf invers dari grup dihedral. Agar kajian lebih mendalam maka bilangan dominasi total dan komplemen graf invers juga akan diteliti.

Berdasarkan penjelasan yang telah dijabarkan maka peneliti mengambil judul "Bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dan komplemen graf invers dari grup dihedral".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, peneliti merumuskan masalah sebagai berikut:

1. Bagaimana rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dari grup dihedral $D_{2n}, n \geq 3$?
2. Bagaimana rumus bilangan dominasi dan dominasi total komplemen graf invers dari grup dihedral $D_{2n}, n \geq 3$?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penelitian ini sebagai berikut:

1. Untuk memperoleh rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dari grup dihedral $D_{2n}, n \geq 3$.
2. Untuk memperoleh rumus bilangan dominasi dan dominasi total komplemen graf invers dari grup dihedral $D_{2n}, n \geq 3$.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah dapat memperkaya informasi dalam perkembangan teori graf terutama tentang: rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dari grup dihedral dan komplemennya, yang nantinya dapat dijadikan sebagai bahan rujukan untuk penelitian selanjutnya.

1.5 Metode Penelitian

Penelitian yang dilakukan adalah dengan pendekatan penelitian kualitatif. Jenis penelitian yang digunakan berupa studi kepustakaan (*library research*), analisis yang dilakukan pada penelitian ini melalui langkah-langkah sebagai berikut:

1. Untuk mencari rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dari grup dihedral $D_{2n}, n \geq 3$.
   a. Menentukan grup dihedral D_{2n} dan mendata anggotanya untuk $n = 3, 4, \dots, 10$.
   b. Membuat table *Cayley* dari D_{2n} untuk $n = n = 3, 4, \dots, 10$, dari tabel yang telah dibuat dapat ditentukan invers dari semua anggotanya, sehingga

dapat dibuat himpunan bagian $S \subset D_{2n}$ yang memuat anggota D_{2n} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri.

c. Membentuk graf invers dari D_{2n}, yaitu $G_S(D_{2n})$ untuk $n = 3, 4, \dots, 10$.

d. Menentukan himpunan dominasi dari graf $G_S(D_{2n})$ untuk $n = 3, 4, \dots, 10$ yang selanjutnya dapat diperoleh bilangan dominasinya.

e. Mengamati himpunan dominasi total dari graf $G_S(D_{2n})$ untuk $n = 3, 4, \dots, 10$ yang selanjutnya dapat diperoleh bilangan dominasinya totalnya.

f. Membuat tabel hasil bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dari grup dihedral D_{2n} untuk $n = 3, 4, \dots, 10$.

g. Menghasilkan suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti secara deduktif.

2. Untuk mencari rumus bilangan dominasi dan dominasi total komplemen graf invers dari grup dihedral D_{2n}, $n \geq 3$.

a. Membentuk graf komplemen dari graf invers D_{2n} , yaitu graf $\overline{G_S(D_{2n})}$ untuk $n = 3, 4, \dots, 10$.

b. Menentukan himpunan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_{2n})}$ untuk $n = 3, 4, \dots, 10$ yang selanjutnya dapat diperoleh bilangan dominasinya.

c. Mengamati himpunan dominasi total dari graf $\overline{G_S(D_{2n})}$ untuk $n = 3, 4, \dots, 10$ yang selanjutnya dapat diperoleh bilangan dominasinya totalnya.

d. Membuat tabel hasil bilangan dominasi dan dominasi total komplemen graf invers dari grup dihedral D_{2n} untuk $n = 3, 4, \dots, 10$.

e. Menghasilkan suatu teorema yang dilengkapi dengan bukti secara deduktif.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan sebagai berikut:

Bab I Pendahuluan

Pada bab pendahuluan meliputi beberapa subbab yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan masalah, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Kajian pustaka berisi literatur pendukung objek permasalahan antara lain tentang himpunan, operasi biner, grup, grup dihedral, teori graf, *adjacent*, *incident*, lingkungan, graf invers, komplemen graf, bilangan dominasi, bilangan dominasi total, dan rumus dan keteraturan dalam al-Quran.

Bab III Pembahasan

Merupakan bab inti dari penelitian yang menjabarkan tentang rumus bilangan dominasi graf invers dari grup dihedral untuk n ganjil dan n genap serta rumus bilangan dominasi dan dominasi total komplemen graf invers dari grup dihedral untuk n ganjil dan n genap.

Bab IV Penutup

Bab penutup terdiri atas kesimpulan serta saran-saran yang berkaitan dengan permasalahan yang dikaji.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Himpunan

Definisi 2.1

Himpunan adalah setiap daftar, kumpulan atau kelas objek-objek yang didefinisikan secara jelas. Objek-objek dalam himpunan dapat berupa bilangan, orang, surat, sungai, dan sebagainya. Objek-objek ini disebut elemen-elemen atau anggota-anggota dari himpunan (Lipschutz, 1989:12).

Contoh 2.1

$\mathbb{Z}^+$ adalah himpunan bilangan bulat positif, $\mathbb{Z}^-$ adalah himpunan bilangan bulat negatif, S adalah himpunan negara-negara di asia tenggara, dan X adalah himpunan mahasiswa jurusan matematika.

Definisi 2.2

Misalkan A dan B adalah himpunan. A disebut himpunan bagian dari B jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A adalah anggota dari himpunan B. Salah satu notasi $A \subseteq B$ atau notasi $B \supseteq A$ mengindikasikan bahwa A adalah himpunan bagian dari B (Gilbert dan Gilbert, 2015:2).

Contoh 2.2

Diketahui A dan B adalah dua himpunan. Jika $A \subseteq B$ dan $B \supseteq A$ maka dapat dikatakan A dan B sama, dinotasikan $A = B$. Jika $A \subseteq B$ dan $A \neq B$ maka dapat dikatakan A himpunan bagian sejati dari B, dinotasikan $A \subset B$ (Raisinghania dan Anggarwal, 1980:3)

Definisi 2.3

Jika suatu objek x adalah elemen dari suatu himpunan A, artinya A mengandung x sebagai salah satu dari elemen-elemennya, maka ditulis

$$x \in A$$

yang juga dapat dibaca "x termasuk A" atau "x di dalam A". Namun jika sebaliknya jika x bukan elemen dari himpunan A, maka ditulis

$$x \notin A$$

(Lipschutz, 1989:14).

Contoh 2.3

8 termasuk dalam himpunan bilangan bulat positif sedangkan -8 termasuk dalam himpunan bilangan bulat negatif, $8 \in \mathbb{Z}^+, 8 \notin \mathbb{Z}^-$.

Definisi 2.4

Himpunan-himpunan dapat berhingga atau tak berhingga. Secara intuitif, suatu himpunan adalah berhingga bila ia terdiri dari sejumlah tertentu elemen-elemen yang berbeda, artinya, bila dihitung elemen-elemen yang berbeda dari himpunan ini, maka proses perhitungannya dapat berakhir. Bila tidak demikian, maka himpunannya tak berhingga (Lipschutz, 1989:14).

Contoh 2.4

1. M adalah himpuanan bulan dalam satu tahun kalender masehi. Maka M adalah himpunan berhingga.
2. Misalkan $B = \{1, 2, 3, \dots\}$, maka B adalah himpunan tak berhingga.

2.2 Operasi Biner

Definisi 2.5

Suatu operasi biner pada himpunan tak kosong A merupakan pemetaan f dari $A \times A$ ke A (Gilbert dan Gilbert, 2015:30).

Contoh 2.5

Diberikan $\mathbb{Z}$ yaitu himpunan semua bilangan bulat dan $*$ adalah operasi pada $\mathbb{Z}$ yang didefinisikan $\forall x, y \in \mathbb{Z}, x * y = x + y$. Karena $x \in \mathbb{Z}$ dan $y \in \mathbb{Z}$, maka penjumlahan bilangan bulat akan menghasilkan bilangan bulat dinotasikan $x + y \in \mathbb{Z}$. Jadi operasi $*$ merupakan operasi biner di $\mathbb{Z}$.

2.3 Grup

Definisi 2.6

Suatu Grup adalah pasangan berurutan $(G,*)$ dimana G adalah suatu himpunan dan $*$ adalah operasi biner di G yang memenuhi aksioma berikut:

1. $(a * b) * c = a * (b * c)$, untuk semua $a, b, c \in G$, maka $*$ assosiatif,
2. ada suatu elemen e di G, disebut identitas dari G, sedemikian hingga untuk semua $a \in G$ berlaku $a * e = e * a = a$,
3. untuk setiap $a \in G$ terdapat elemen a^{-1} dari G, disebut invers dari a, sedemikian hingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$ (Dummit dan Foote, 2004:29).

Contoh 2.6

Perhatikan himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$. Untuk sebarang dua bilangan bulat penjumlahan keduanya juga ada di $\mathbb{Z}$. Untuk hal ini dikatakan $\mathbb{Z}$ tertutup terhadap penjumlahan $(+)$. Tidak hanya itu juga diketahui fakta bahwa untuk semua $x, y, z \in \mathbb{Z}$ berlaku sifat-sifat:

1. $(x + y) + z = x + (y + z)$,

2. terdapat $0 \in \mathbb{Z}$ sehingga $x + 0 = x = 0 + x$,

3. terdapat $-x \in \mathbb{Z}$ sehingga $x + (-x) = 0 = (-x) + x$.

Berdasarkan 1, 2, dan 3 terbukti bahwa grup $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup.

Definisi 2.7

Grup $(G,*)$ disebut *abelian* (komutatif) jika $a * b = b * a$ untuk semua $a, b \in G$ (Dummit dan Foote, 2004:29).

Contoh 2.7

Pada grup $(\mathbb{Z}, +)$ berlaku $\forall x, y \in \mathbb{Z}$ berlaku $x + y = y + x$, maka $(\mathbb{Z}, +)$ adalah grup abelian.

2.3.2 Grup Berhingga

Definisi 2.8

Jika suatu grup G mempunyai anggota yang berhingga, maka G disebut grup berhingga. Banyaknya anggota di G disebut order dari G dan dinotasikan $o(G)$ atau $|G|$. Jika G tidak memiliki anggota yang berhingga, maka G disebut grup tak berhingga (Gilbert dan Gilbert, 2015:145).

Contoh 2.8

Grup $(\mathbb{Z}_3, +)$ dengan $\mathbb{Z}_3 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}\}$ adalah grup berhingga dan memiliki order $o(\mathbb{Z}_3) = 3$.

2.3.3 Grup Dihedral

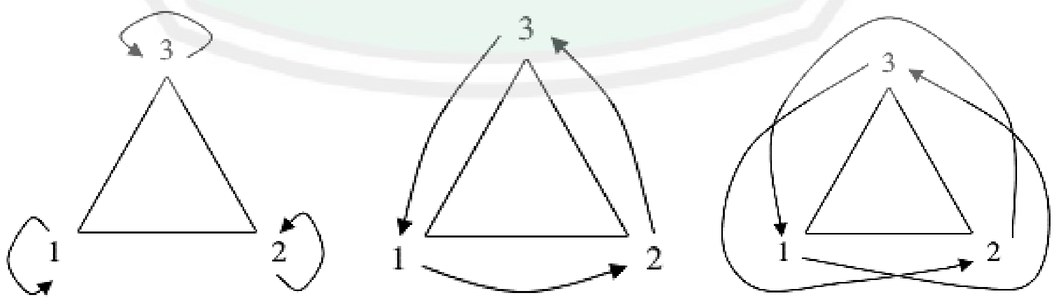
Definisi 2.9

Grup dihedral adalah grup dari himpunan simetri-simetri dari segi-n beraturan, dinotasikan D_{2n}, untuk setiap n bilangan bulat positif dan $n \geq 3$ (Dummit dan Foote, 2004:23).

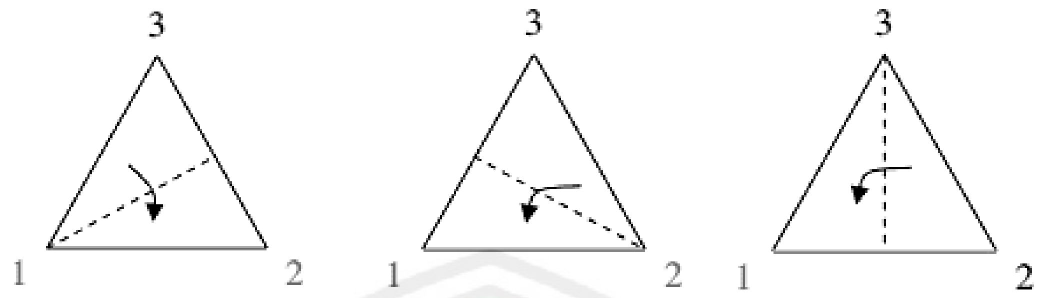
Dalam buku lain ada yang menuliskan grup dihedral dengan D_n. Misalkan D_{2n} suatu grup yang didefinisikan oleh st untuk $s, t \in D_{2n}$ yang diperoleh dari simetri (simetri sebagai fungsi pada segi-n, sehingga st adalah fungsi komposisi). Jika s, t akibat permutasi titik berturut-turut σ, τ maka st akibat dari $\sigma \circ \tau$. Operasi biner pada D_{2n} adalah assosiatif karena fungsi komposisi adalah assosiatif. Identitas dari D_{2n} adalah identitas dari simetri (yang meninggalkan semua titik tetap), dinotasikan dengan 1, dan invers dari $s \in D_{2n}$ adalah kebalikan semua putaran dari simetri s (jadi jika s akibat permutasi pada titik σ, s^{-1} akibat dari σ^{-1}) (Dummit dan Foote, 2004:23).

Contoh 2.9

Perhatikan grup dihedral D_6 yang memuat semua simetri segi-3. Notasi-notasi r untuk rotasi dan s untuk refleksi.



$1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\quad r = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad r^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$



$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad sr = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad sr^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Sehingga anggota dari $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$.

2.4 Teori Graf

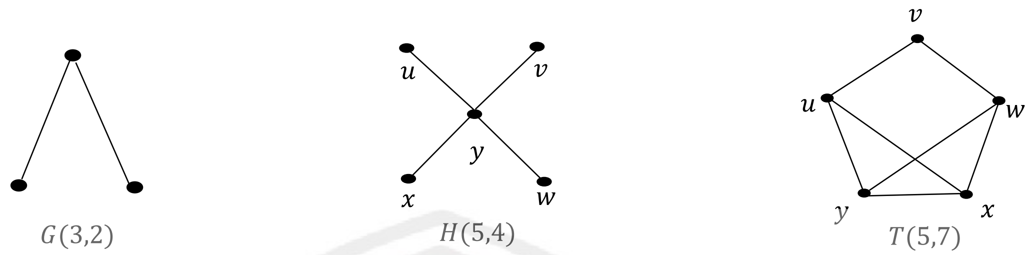
Definisi 2.10

Graf G adalah suatu himpunan tak kosong terbatas dari objek yang disebut *vertices* (jika tunggal disebut *vertex*) dan himpunan pasangan tak berurutan dari dua titik yang berbeda dari G disebut *edges*. Himpunan titik (*vertex)* dari G ditulis dengan $V(G)$, sedangkan himpunan sisi (*edge*) ditulis dengan $E(G)$ (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Definisi 2.11

Kardinalitas dari himpunan titik dari graf G disebut *order* dari G dan secara umum ditulis dengan $n(G)$, atau lebih mudah dengan n. Sementara kardinalitas dari himpunan sisi adalah *size* dari G dan sering tuliskan sebagai $m(G)$ atau m. Suatu graf (n, m) mempunyai order n dan size m (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

Contoh 2.11



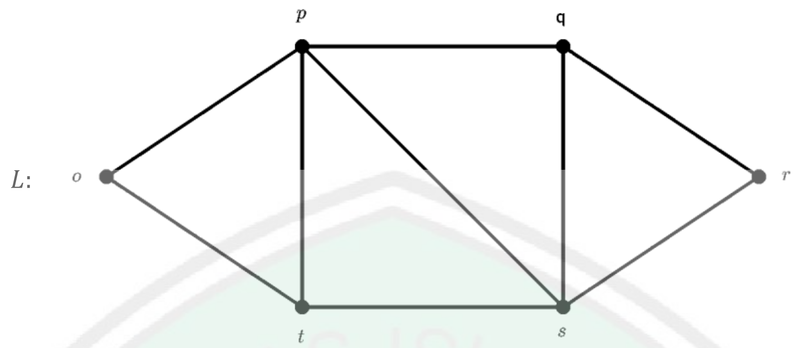
Gambar 2.1 Graf (n, m)

2.4.1 Jarak dan Lintasan

Definisi 2.12

Misalkan G adalah graf. Misalkan u dan v adalah titik di G (tidak harus berbeda). Jalan $u - v$ pada G adalah barisan berhingga yang berselang-seling $W: u = v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \ldots, e_n, v_n = v$ antara titik dan sisi yang dimulai dari titik dan diakhiri titik, dengan $e_i = (v_{i-1}, v_i), \forall i = 1, 2, 3, \ldots, n$ adalah sisi di G. v_0 disebut titik awal, v_n disebut titik akhir, titik $v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}$ disebut titik internal, dan n menyatakan panjang W. Jika $v_0 \neq v_n$, maka W disebut jalan tertutup. Jalan yang tidak mempunyai sisi disebut jalan trivial (Abdussakir, dkk, 2009:49). Karena dalam graf dua titik hanya akan dihubungkan oleh tepat satu sisi, maka jalan $u - v$ dapat ditulis menjadi $W: u = v_0, v_1, v_2, \ldots, v_{n-1}, v_n = v$ (Abdussakir, dkk, 2009:50). Jalan terbuka yang semua titiknya berbeda disebut lintasan (Abdussakir, dkk, 2009:51).

Contoh 2.12



Gambar 2.2 Jalan dan Lintasan pada Graf L

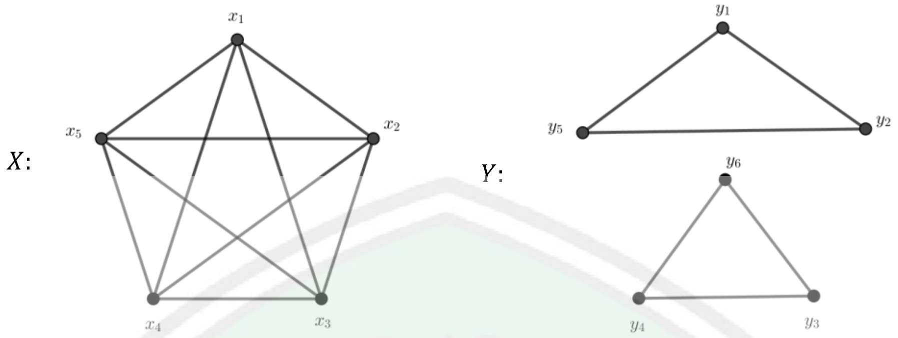
Berdasarkan Gambar 2.2, maka $W_1 = o, p, q, r, s, p, t, o$ dan $W_2 = o, p, q, r, s, p, t$ adalah jalan di L. W_1 adalah jalan tertutup dan W_2 adalah jalan terbuka. W_1 mempunyai panjang 7 dan W_2 mempunyai panjang 6. $W_3 = o, p, q, r, s, t$ adalah lintasan di L karena semua titiknya berbeda.

2.4.2 Graf Terhubung

Definisi 2.13

Misalkan u dan v titik berbeda pada graf G. Titik u dan v dikatakan terhubung, jika terdapat lintasan $u - v$ di G. Suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap titik u dan v yang berbeda di G terhubung (Abdussakir, dkk, 2009:55). Dengan kata lain, suatu graf G dikatakan terhubung, jika untuk setiap u dan v di G terdapat lintasan $u - v$ di G. Sebaliknya, jika ada dua titik u dan v di G tetapi tidak ada lintasan $u - v$ di G, maka G dikatakan tak terhubung (Abdussakir, dkk, 2009:56).

Contoh 2.13



Gambar 2.3 Graf Terhubung X dan Graf Tak Terhubung Y

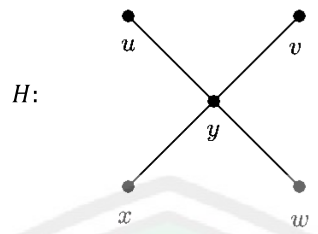
2.4.3 *Adjacent* dan *Incident*

Definisi 2.14

Sisi $e = (u, v)$ dikatakan menghubungkan (*join*) titik-titik u dan v. Jika sisi $e = (u, v)$ adalah sisi dari graf G, maka u dan v terhubung langsung (*adjacent vertices*), sementara u dan e terhubung tak langsung (*incident*), begitu juga v dan e. Lebih jauh, jika e_1 dan e_2 adalah dua titik yang berbeda dari G *incident* dengan titik biasa, maka e_1 dan e_2 adalah *adjacent edges*. Dengan begitu lebih mudah menuliskan suatu sisi dengan uv atau vu dibandingkan dengan (u, v) (Chartrand dan Lesniak, 1996:1).

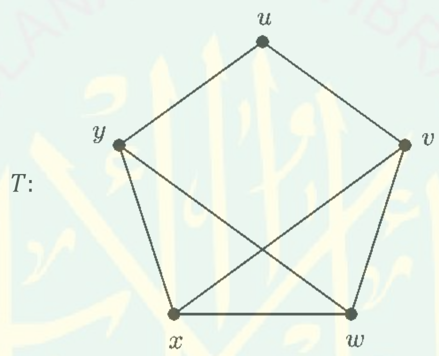
Contoh 2.14

Pada graf H terdapat sisi e yang menghubungkan titik x dan y, $e = (x, y)$ sehingga sisi e *incident* dengan titik x, begitu juga dengan titik y.



Gambar 2.4 Graf H

Pada graf T terdapat sisi e yang menghubungkan titik u dan v sehingga titik u *adjacent* dengan titik v.



Gambar 2.5 Graf T

2.4.4 Lingkungan

Definisi 2.15

Jika v adalah titik pada graf G, maka himpunan semua titik di G yang terhubung langsung dengan v disebut lingkungan dari v dan ditulis $N[v]$ (Abdussakir, dkk, 2009:9).

Contoh 2.15

Berdasarkan Gambar 2.5 diperoleh:

$$N[u] = \{v, y\}$$

$$N[v] = \{u, w, x\}$$

$$N[w] = \{v, x, y\}$$

$$N[x] = \{v, w, y\}$$

$$N[y] = \{u, w, x\}$$

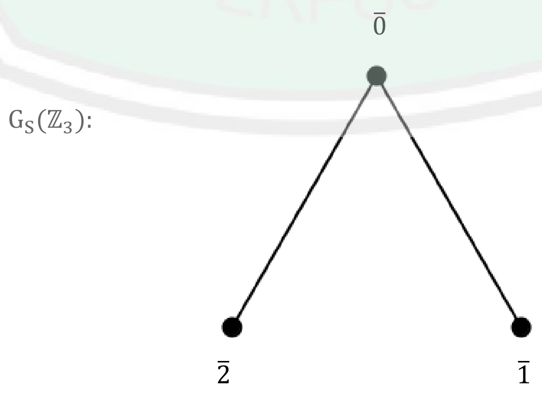
2.4.5 Graf Invers dari Grup Berhingga

Definisi 2.16

Misalkan $(\Gamma,*)$ adalah grup berhingga dan $S = \{u \in \Gamma | u \neq u^{-1}\}$. Didefinisikan graf invers dari Γ dinotasikan dengan $G_S(\Gamma)$ adalah graf yang himpunan titiknya adalah semua anggota Γ sedemikian sehingga dua titik yang berbeda u dan v adalah terhubung langsung jika dan hanya jika $u * v \in S$ atau $v * u \in S$ (Alfuraidan dan Zakariya, 2017:143).

Contoh 2.16

Diketahui grup $(\mathbb{Z}_3, +)$ dengan $\mathbb{Z}_3 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}\}$. $\bar{0}^{-1} = \bar{0}, \bar{1}^{-1} = \bar{2}$, dan $\bar{2}^{-1} = \bar{1}$. Maka $S = \{\bar{1}, \bar{2}\}$, sehingga dapat dibentuk graf invers dari $\mathbb{Z}_3$ $(G_S(\mathbb{Z}_3))$ sebagai berikut.



Gambar 2.6 Graf invers $G_S(\mathbb{Z}_3)$

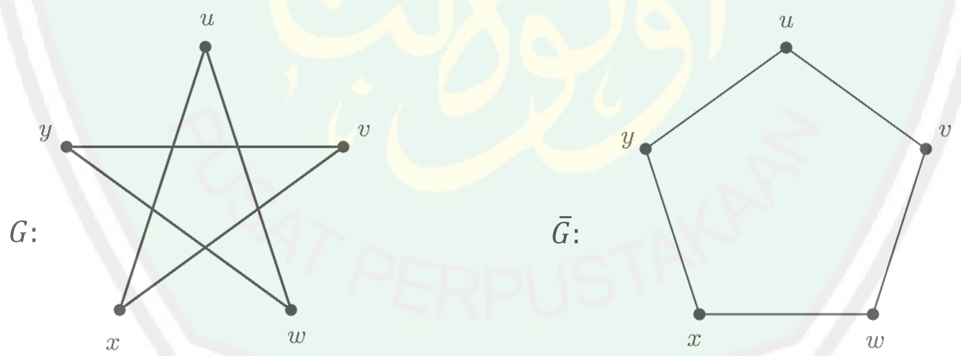
2.4.6 Komplemen dari Graf

Definisi 2.17

Misalkan G graf dengan himpunan titik $V(G)$ dan himpunan sisi $E(G)$. Komplemen dari graf G, ditulis $\bar{G}$ adalah graf dengan himpunan titik $V(G)$ sedemikian sehingga dua titik akan terhubung langsung di $\bar{G}$ jka dan hanya jika dua titik tersebut tidak terhubung langsung di G. Jadi, diperoleh bahwa $V(\bar{G}) = V(G)$ dan $(u, v) \in E(\bar{G})$ jika dan hanya jika $(u, v) \notin E(G)$. Jika G adalah graf dengan order n dan ukuran m, maka graf $\bar{G}$ mempunyai order n dan ukuran $\bar{m}$ dengan $\bar{m} = \frac{n(n-1)}{2} = \binom{n}{2}$ (Abdussakir, dkk, 2009:29).

Contoh 2.17

Graf G mempunyai himpunan titik $V(G) = \{u, v, w, x, y\}$ dapat dibuat graf komplemennya yaitu $\bar{G}$ ditunjukkan pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Graf dan Komplemennya

2.5 Dominasi dan Dominasi Total

Definisi 2.18

Suatu titik v pada graf G dikatakan mendominasi dirinya sendiri dan setiap titik di lingkungannya, sedemikian sehingga v mendominasi titik-titik pada lingkungan tertutup $N[v]$ (Chartrand dan Lesniak, 1996:302).

Definisi 2.19

Suatu himpunan S dari titik-titik di G adalah himpunan dominasi dari G jika setiap titik di G terdominasi oleh paling sedikit 1 titik S. Ekuivalen dengan suatu himpunan S dari titik di G adalah himpunan dominasi jika setiap titik di $V(G) - S$ terhubung langsung *(adjacent)* ke minimal 1 titik di S (Chartrand dan Lesniak, 1996:302).

Definisi 2.20

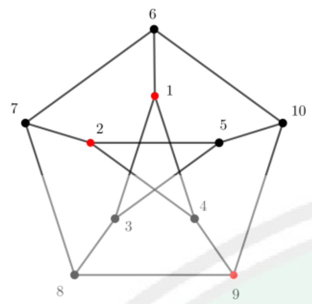
Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi di G disebut bilangan dominasi G dan disimbolkan dengan $\gamma(G)$. Suatu himpunan dominasi dengan kardinalitas $\gamma(G)$ maka dikatakan sebagai himpunan dominasi minimal *(minimum domination)* (Chartrand dan Lesniak, 1996:302).

Definisi 2.21

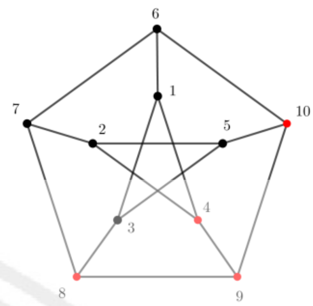
Untuk suatu graf terhubung G, suatu himpunan S^t dari titik-titik di G adalah himpunan dominasi total dari G jika setiap titik di G terhubung langsung ke suatu titik di S^t. Anggota himpunan dominasi total harus terhubung langsung dengan titik lain di S^t, sehingga himpunan dominasi total tak terdefinisi di graf tak terhubung. Kardinalitas minimal dari himpunan dominasi total di G disebut bilangan dominasi total dan disimbolkan dengan $\gamma_t(G)$ (Henning dan Yeo, 2013).

Contoh 2.18

G_1:



G_2:



Gambar 2.8 Contoh Himpunan Dominasi

Gambar 2.9 Contoh Himpunan Dominasi Total

Pada Gambar 2.7 menurut definisi 2.19 himpunan $S = \{1, 2, 9\}$ adalah himpunan dominasi pada graf G_1. Pada S titik 1 mendominasi titik $3, 4, 6$ di G_1 karena $N[1] = \{3, 4, 6\}$ atau dapat dikatakan $3, 4, 6$ merupakan anggota lingkungan 1 karena $3, 4, 6$ terhubung langsung dengan 1. Dengan cara yang sama dapat diperoleh $N[2] = \{4, 5, 7\}$ dan $N[9] = \{4, 8, 10\}$. Karena semua titik di G_1 terdominasi oleh minimal satu titik di S, maka S adalah himpunan dominasi di G_1. Namun S bukan himpunan dominasi total karena ada anggota S yang tidak terhubung langsung (*adjacent*) pada titik lain di S. Karena kardinalitas minimal dari himpunan dominasi di graf G_1 adalah 2, maka bilangan dominasinya adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma(G_1) = 3$.

Pada Gambar 2.8 dapat diperoleh himpunan $T = \{4, 8, 9, 10\}$ adalah himpunan dominasi pada graf G_2. Menurut definisi 2.21 T adalah himpunan dominasi total karena anggota T terhubung langsung (*adjacent*) dengan anggota lain di T. Karena banyak anggota T yang terhubung langsung adalah 4 maka bilangan dominasi totalnya adalah 4 atau dapat ditulis $\gamma_t(G_2) = 4$.

Untuk memudahkan penulisan selanjutnya maka penulis menyimbolkan himpunan dominasi $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ dan untuk himpunan dominasi total $Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n$.

2.6 Pola dan Keteraturan dalam al-Quran

Allah Swt telah menciptakan segala sesuatu (menetapkan ukuran-ukurannya dengan serapi-rapinya) secara tepat dan sempurna. Dalam matematika, bilangan dominasi dan dominasi total pada suatu graf yang terlihat seakan-akan tak beraturan (*chaos*) namun bila dicermati dan diteliti, sesungguhnya terdapat pola (*pattern*). Pola dan keteraturan dinyatakan dalam QS. al-Ashr, yang berbunyi

وَٱلۡعَصۡرِ ١ إِنَّ ٱلۡإِنسَٰنَ لَفِي خُسۡرٍ ٢ إِلَّا ٱلَّذِينَ ءَامَنُواْ وَعَمِلُواْ ٱلصَّٰلِحَٰتِ وَتَوَاصَوۡاْ بِٱلۡحَقِّ وَتَوَاصَوۡاْ
بِٱلصَّبۡرِ ٣

Artinya: "*demi masa, sesungguhnya manusia itu benar-benar dalam kerugian, kecuali orang-orang yang beriman dan mengerjakan amal saleh dan nasehat menasehati supaya mentaati kebenaran dan nasehat menasehati supaya menetapi kesabaran*"

Pada surat al-Ashr setelah diteliti dapat ditemukan bahwa barisan banyak huruf berbeda perayat, yaitu 6,8,14 memiliki pola barisan fibonacci, yaitu $x_1 = 6, x_2 = 8,$ dan $x_3 = x_1 + x_2 = 6 + 8 = 14$. Pola lain ditemukan dalam QS. al-Kautsar, yaitu

إِنَّآ أَعۡطَيۡنَٰكَ ٱلۡكَوۡثَرَ ١ فَصَلِّ لِرَبِّكَ وَٱنۡحَرۡ ٢ إِنَّ شَانِئَكَ هُوَ ٱلۡأَبۡتَرُ ٣

Artinya: "*sesungguhnya Kami telah memberikan kepadamu nikmat yang banyak, maka dirikanlah shalat karena Tuhanmu; dan berkorbanlah, sesungguhnya orang-orang yang membenci kamu dialah yang terputus*"

Pola yang terdapat pada surat al-Kautsar yang ditemukan adalah nomor surat, jumlah ayat, jumlah huruf penyusun nama surat, jumlah huruf perayat, jumlah huruf pada surat, nilai numerik perayat, dan total nilai numerik pada surat merupakan kelipatan 3. Selain itu, dengan membuat susunan bilangan dari bilangan nomor ayat, jumlah huruf, dan nilai numerik ternyata juga merupakan kelipatan 3.

Untuk menemukan pola pada al-Quran maupun pada ilmu pengetahuan umum, tentu membutuhkan pemikiran yang cermat serta pengetahuan ilmu yang mendalam. Sehingga manusia dituntut untuk terus belajar dan menuntut imu, sesuai yang disampaikan Allah Swt dalam QS. al-Alaq/96:1-5

ٱقرَأ بِٱسمِ رَبِّكَ ٱلَّذِي خَلَقَ ١ خَلَقَ ٱلإِنسَٰنَ مِن عَلَقٍ ٢ ٱقرَأ وَرَبُّكَ ٱلأَكرَمُ ٣ ٱلَّذِي عَلَّمَ بِٱلقَلَمِ ٤
عَلَّمَ ٱلإِنسَٰنَ مَا لَم يَعلَم ٥

Artinya: " *Bacalah dengan (menyebut) nama Tuhanmu Yang menciptakan, Dia telah menciptakan manusia dari segumpal darah, bacalah, dan Tuhanmulah Yang Maha Pemurah, yang mengajar (manusia) dengan perantaran kalam, Dia mengajar kepada manusia apa yang tidak diketahuinya*"

Menurut Tafsir Ibnu Katsir pada QS. al-Alaq/96:1-5 berkata seseorang itu akan semakin mulia dengan ilmu yang ia miliki. Ilmu itulah yang membedakan bapak manusia, yaitu Adam dengan para malaikat. Ilmu ini terkadang ada pada pikiran, ilmu juga kadang terdapat pada lisan. Ilmu juga terkadang di dalam tulisan tangan untuk menyalurkan apa yang dalam pikiran, lisan, maupun yang tergambar dalam pikiran. Hal ini berimplikasi kepada seluruh manusia, yaitu perintah untuk mengembangkan ilmu pengetahuan.

Keutamaan menuntuk ilmu sangat tinggi bahkan ada riwayat yang mengatakan keutamaan orang yang menuntut ilmu sama tinggi dengan orang yang pergi berperang. QS. al-Taubah/9:122

وَمَا كَانَ ٱلمُؤمِنُونَ لِيَنفِرُواْ كَافَّة فَلَولَا نَفَرَ مِن كُلِّ فِرقَة مِّنهُم طَائِفَة لِّيَتَفَقَّهُواْ فِي ٱلدِّينِ وَلِيُنذِرُواْ قَومَهُم
إِذَا رَجَعُواْ إِلَيهِم لَعَلَّهُم يَحذَرُونَ ١٢٢

Artinya: *"Tidak sepatutnya bagi mukminin itu pergi semuanya (ke medan perang). Mengapa tidak pergi dari tiap-tiap golongan di antara mereka beberapa orang untuk* *memperdalam pengetahuan mereka tentang agama dan untuk memberi peringatan kepada kaumnya apabila mereka telah kembali kepadanya, supaya mereka itu dapat menjaga dirinya"*

Menurut Tafsir Jalalayn pada QS. al-Taubah/9:122 bila ditinjau dari asbab al-nuzul dikemukakan oleh Ibn Abi Hatim yang bersumber dari Ikrimah yang berkata, ketika diturunkannya ayat QS. al-Taubah/9:39 ada beberapa orang yang bertempat tinggal jauh dari kota yang tidak ikut berperang dan mereka mengajar kaumnya. Berkatalah orang-orang munafik: "Sungguh ada beberapa orang di kampung-kampung itu yang tidak ikut berperang, binasalah penghuni-penghuni kampung itu. Maka turunlah ayat ini yang membenarkan orang yang tidak ikut berperang bersama Rasulullah tetapi mereka mendalami ilmu dan menyebarkannya pada kaumnya".

BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini membahas tentang bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dan komplemennya dari grup dihedral. Untuk mencari rumus, terlebih dahulu dicari dan ditunjukkan bilangan dominasi dan dominasi total pada graf invers dan komplemennya dari $D_6, D_8, D_{10}, D_{12}, D_{14}, D_{16}, D_{18}$, dan D_{20}.

3.1 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf Invers dari Grup Dihedral D_{2n}

3.1.1 Graf Invers Grup Dihedral-6

Himpunan anggota dari grup dihedral-6 adalah $D_6 = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-6 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "$\circ$", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Tabel Cayley Grup Dihedral-6

$\circ$	1	r	r^2	s	sr	sr^2
1	1	r	r^2	s	sr	sr^2
r	r	r^2	1	sr^2	s	sr
r^2	r^2	1	r	sr	sr^2	s
s	s	sr	sr^2	1	r	r^2
sr	sr	sr^2	s	r^2	1	r
sr^2	sr^2	s	sr	r	r^2	1

Berdasarkan Tabel 3.1, dapat dicari invers dari semua anggota D_6 yaitu sebagai berikut:

$1 \circ 1 = 1$ maka $1^{-1} = 1$

$r \circ r^2 = r^2 \circ r = 1$ maka $r^{-1} = r^2$

$r^2 \circ r = r \circ r^2 = 1$ maka $(r^2)^{-1} = r$

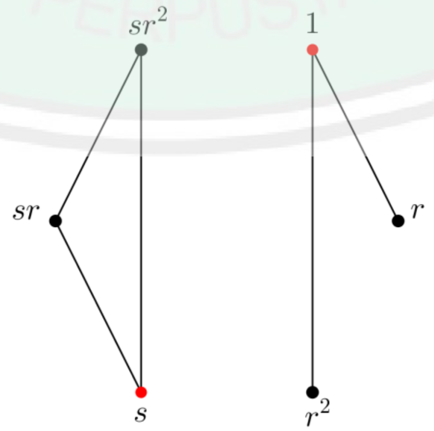
$s \circ s = 1$ maka $s^{-1} = s$

$sr \circ sr = 1$ maka $sr^{-1} = sr$

$sr^2 \circ sr^2 = 1$ maka $(sr^2)^{-1} = sr^2$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_6, didapatkan bahwa $1, s, sr$, dan sr^2 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan r dan r^2 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_6 yang memuat anggota-anggota dari D_6 yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-6 dengan $S \subseteq D_6$ disimbolkan $G_S(D_6)$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_6)$ adalah $V(G_S(D_6)) = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$. Dua titik berbeda $u, v \in V(G_S(D_6))$ akan terhubung langsung jika dan hanya jika $u \circ v \in S$ atau $v \circ u \in S$. Sehingga berdasarkan Tabel 3.1 diperoleh $E(G_S(D_6)) = \{(1, r), (1, r^2), (s, sr), (s, sr^2), (sr, sr^2)\}$. Oleh karena itu, dapat dibuat graf invers grup dihedral-6 $G_S(D_6)$ ditunjukkan pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Graf Invers $G_S(D_6)$

3.1.2 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_6)$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-6 $G_S(D_6)$. Pada graf invers grup dihedral-6 $G_S(D_6)$ salah satu himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1, s\}$ pada Gambar 3.1 ditunjukkan oleh titik berwarna merah, karena $N[1] = r, r^2$ dan $N[s] = sr, sr^2$ atau dapat dikatakan bahwa r, r^2 merupakan anggota lingkungan dari 1 dan sr, sr^2 merupakan anggota lingkungan dari s, karena semua $v \in V(G_S(D_6))$ terhubung langsung dengan 1 atau s, menurut definisi 2.19 X_1 merupakan himpunan dominasi dari $G_S(D_6)$.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu $X_2 = \{1, sr\}$ atau $X_3 = \{1, sr^2\}$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $G_S(D_6)$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma(G_S(D_6)) = 2$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $G_S(D_6)$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.3 Graf Invers Grup Dihedral-8

Himpunan anggota dari grup dihedral-8 adalah $D_8 = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-8 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "∘", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Tabel Cayley Grup Dihedral-8

$\circ$	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
1	1	r	r^2	r^3	s	sr	sr^2	sr^3
r	r	r^2	r^3	1	sr^3	s	sr	sr^2
r^2	r^2	r^3	1	r	sr^2	sr^3	s	sr
r^3	r^3	1	r	r^2	sr	sr^2	sr^3	s

Lanjutan Tabel 3.3 Tabel Cayley Grup Dihedral-8

s	s	sr	sr^2	sr^3	1	r	r^2	r^3
sr	sr	sr^2	sr^3	s	r^3	1	r	r^2
sr^2	sr^2	sr^3	s	sr	r^2	r^3	1	r
sr^3	sr^3	s	sr	sr^2	r	r^2	r^3	1

Berdasarkan Tabel 3.2, dapat dicari invers dari semua anggota D_8 yaitu sebagai berikut:

$1 \circ 1 = 1$ maka $1^{-1} = 1$

$r \circ r^3 = r^3 \circ r = 1$ maka $r^{-1} = r^3$

$r^2 \circ r^2 = 1$ maka $(r^2)^{-1} = r^2$

$r^3 \circ r = r \circ r^3 = 1$ maka $(r^3)^{-1} = r$

$s \circ s = 1$ maka $s^{-1} = s$

$sr \circ sr = 1$ maka $sr^{-1} = sr$

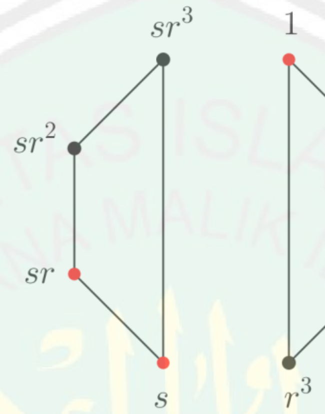
$sr^2 \circ sr^2 = 1$ maka $(sr^2)^{-1} = sr^2$

$sr^3 \circ sr^3 = 1$ maka $(sr^3)^{-1} = sr^3$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_8, didapatkan bahwa $1, r^2, s, sr, sr^2$, dan sr^3 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan r dan r^3 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_8 yang memuat anggota-anggota dari D_8 yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^3\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-8 dengan $S \subseteq D_6$ disimbolkan $G_S(D_8)$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_8)$ adalah $V(G_S(D_8)) = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$. Dua titik berbeda $u, v \in V(G_S(D_8))$

akan terhubung langsung jika dan hanya jika $u \circ v \in S$ atau $v \circ u \in S$. Sehingga berdasarkan Tabel 3.2 diperoleh $E(G_S(D_8)) = \{(1,r),(1,r^3),(r,r^2),(r^2,r^3),$ $(s,sr),(s,sr^3),\ (sr,sr^2),(sr^2,sr^3)\}$. Oleh karena itu, dapat dibuat graf invers grup dihedral-8 $G_S(D_8)$ ditunjukkan pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Graf Invers $G_S(D_8)$

3.1.4 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_8)$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-8 $G_S(D_8)$. Pada graf invers grup dihedral-8 $G_S(D_8)$ salah satu himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1,r,s,sr\}$ pada Gambar 3.2 ditunjukkan oleh titik berwarna merah, karena $N[1] = r,r^3$, $N[r] = 1,r^2$, $N[s] = sr,sr^3$, dan $N[sr] = s,sr^2$.

Atau dapat dikatakan bahwa r,r^3 merupakan anggota lingkungan dari 1 serta $1,r^2$ merupakan anggota lingkungan dari r serta sr,sr^3 merupakan anggota lingkungan dari s dan s,sr^2 merupakan anggota lingkungan sr, karena semua $v \in V(\ G_S(D_8))$ terhubung langsung dengan minimal satu titik dari $X_1 = \{1,r,s,sr\}$, menurut definisi 2.19 X_1 merupakan himpunan dominasi dari $G_S(D_8)$.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu:

$X_1 = \{1, r, s, sr\}$, $\quad X_7 = \{1, r^3, sr, sr^2\}$, $\quad X_{13} = \{r^2, r^3, s, sr\}$,

$X_2 = \{1, r, s, sr^3\}$, $\quad X_8 = \{1, r^3, sr^2, sr^3\}$, $\quad X_{14} = \{r^2, r^3, s, sr^3\}$,

$X_3 = \{1, r, sr, sr^2\}$, $\quad X_9 = \{r, r^2, s, sr\}$, $\quad X_{15} = \{r^2, r^3, sr, sr^2\}$,

$X_4 = \{1, r, sr^2, sr^3\}$, $\quad X_{10} = \{r, r^2, s, sr^3\}$, $\quad X_{16} = \{r^2, r^3, sr^2, sr^3\}$.

$X_5 = \{1, r^3, s, sr\}$, $\quad X_{11} = \{r, r^2, sr, sr^2\}$,

$X_6 = \{1, r^3, s, sr^3\}$, $\quad X_{12} = \{r, r^2, sr^2, sr^3\}$,

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 4, maka bilangan dominasi dari graf $\mathrm{G_S(D_8)}$ adalah 4 atau dapat ditulis $\gamma(\mathrm{G_S(D_8)}) = 4$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $\mathrm{G_S(D_8)}$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.5 Graf Invers Grup Dihedral-10

Himpunan anggota dari grup dihedral-10 adalah $D_{10} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-10 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "∘", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.3.

Tabel 3.4 Tabel Cayley Grup Dihedral-10

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
1	1	r	r^2	r^3	r^4	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r	r	r^2	r^3	r^4	1	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3
r^2	r^2	r^3	r^4	1	r	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2
r^3	r^3	r^4	1	r	r^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr
r^4	r^4	1	r	r^2	r^3	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	1	r	r^2	r^3	r^4
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	s	r^4	1	r	r^2	r^3
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	s	sr	r^3	r^4	1	r	r^2
sr^3	sr^3	sr^4	s	sr	sr^2	r^2	r^3	r^4	1	r
sr^4	sr^4	s	sr	sr^2	sr^3	r	r^2	r^3	r^4	1

Berdasarkan Tabel 3.3, dapat dicari invers dari semua anggota D_{10} yaitu sebagai berikut :

$$1^{-1} = 1$$

$$r^{-1} = r^4$$

$$(r^2)^{-1} = r^3$$

$$(r^3)^{-1} = r^2$$

$$(r^4)^{-1} = r$$

$$s^{-1} = s$$

$$sr^{-1} = sr$$

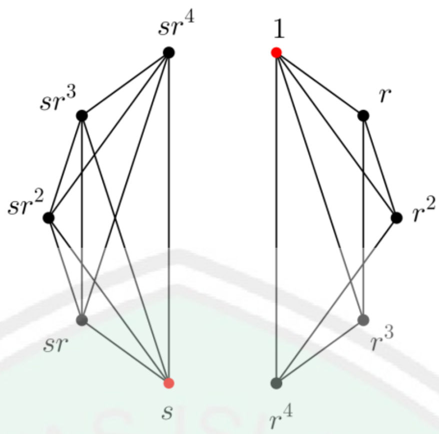
$$(sr^2)^{-1} = sr^2$$

$$(sr^3)^{-1} = sr^3$$

$$(sr^4)^{-1} = sr^4$$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_{10}, didapatkan bahwa $1, s, sr, sr^2, sr^3$, dan sr^4 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan r, r^2, r^3 dan r^4 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_{10} yang memuat anggota-anggota dari D_{10} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2, r^3, r^4\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-10 dengan $S \subseteq D_{10}$ disimbolkan $G_S(D_{10})$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_{10})$ adalah $V(G_S(D_{10})) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4\}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.1 maka graf invers grup dihedral-10 $G_S(D_{10})$ ditunjukkan pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Graf Invers $G_S(D_{10})$

3.1.6 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_{10})$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-10 $G_S(D_{10})$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.3 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-10 $G_S(D_{10})$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, r^2, s\}$, $X_3 = \{r^2, r^4, s\}$, $X_4 = \{r^3, r^4, s\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{1, sr^i\}$ atau $\{r^i, r^j, s^i\}$ dengan $i \neq j$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $G_S(D_{10})$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma(G_S(D_{10})) = 2$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $G_S(D_{10})$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.7 Graf Invers Grup Dihedral-12

Himpunan anggota dari grup dihedral-12 adalah $D_{12} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-12 akan dioperasikan dengan operasi komposisi “∘”, maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.4.

Tabel 3.5 Tabel Cayley Grup Dihedral-12

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3
r^3	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2
r^4	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr
r^5	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	r^5	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	r^4	r^5	1	r	r^2	r^3
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	r^3	r^4	r^5	1	r	r^2
sr^4	sr^4	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	r^2	r^3	r^4	r^5	1	r
sr^5	sr^5	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r	r^2	r^3	r^4	r^5	1

Berdasarkan Tabel 3.4, dapat dicari invers dari semua anggota D_{12} yaitu sebagai berikut:

$$1^{-1} = 1$$

$$r^{-1} = r^5$$

$$(r^2)^{-1} = r^4$$

$$(r^3)^{-1} = r^3$$

$$(r^4)^{-1} = r^2$$

$$(r^5)^{-1} = r$$

$$s^{-1} = s$$

$$sr^{-1} = sr$$

$$(sr^2)^{-1} = sr^2$$

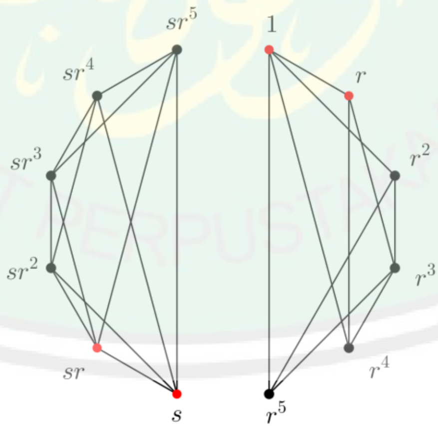
$$(sr^3)^{-1} = sr^3$$

$$(sr^4)^{-1} = sr^4$$

$$(sr^5)^{-1} = sr^5$$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_{12}, didapatkan bahwa $1, r^3, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4$, dan sr^5 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan r, r^2, r^4 dan r^5 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_{12} yang memuat anggota-anggota dari D_{12} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2, r^4, r^5\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-12 dengan $S \subseteq D_{12}$ disimbolkan $G_S(D_{12})$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_{12})$ adalah $V(G_S(D_{12})) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5\}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.1 maka graf invers grup dihedral-12 $G_S(D_{12})$ ditunjukkan pada Gambar 3.4.



Gambar 3.4 Graf Invers $G_S(D_{12})$

3.1.8 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_{12})$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-12 $G_S(D_{12})$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.4 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-12 $G_S(D_{12})$ yaitu: $X_1 = \{1, r, s, sr\}$, $X_2 = \{r, r^3, sr, sr^3\}$, $X_3 = \{r^2, r^5, s, sr^2\}$, $X_4 = \{r^3, r^5, sr^4, sr^5\}$ atau X dengan anggota pasangan $X = \{1, r^i, sr^i, sr^j\}$ atau $\{r^i, r^j, sr^i, sr^j\}$ dengan $i \neq j$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 4, maka bilangan dominasi dari graf $\mathrm{G_S(D_{12})}$ adalah 4 atau dapat ditulis $\gamma(\mathrm{G_S(D_{12})}) = 4$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $\mathrm{G_S(D_{12})}$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.9 Graf Invers Grup Dihedral-14

Himpunan anggota dari grup dihedral-14 adalah $D_{14} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-14 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "$\circ$", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.5.

Tabel 3.6 Tabel Cayley Grup Dihedral-14

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3
r^4	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2
r^5	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr
r^6	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2	r^3
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r	r^2

Lanjutan Tabel 3.7 Tabel Cayley Grup Dihedral-14

sr^5	sr^5	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1	r
sr^6	sr^6	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	1

Berdasarkan Tabel 3.5, dapat dicari invers dari semua anggota D_{14} yaitu sebagai berikut:

$$1^{-1} = 1$$

$$r^{-1} = r^6$$

$$(r^2)^{-1} = r^5$$

$$(r^3)^{-1} = r^4$$

$$(r^4)^{-1} = r^3$$

$$(r^5)^{-1} = r^2$$

$$(r^6)^{-1} = r$$

$$s^{-1} = s$$

$$sr^{-1} = sr$$

$$(sr^2)^{-1} = sr^2$$

$$(sr^3)^{-1} = sr^3$$

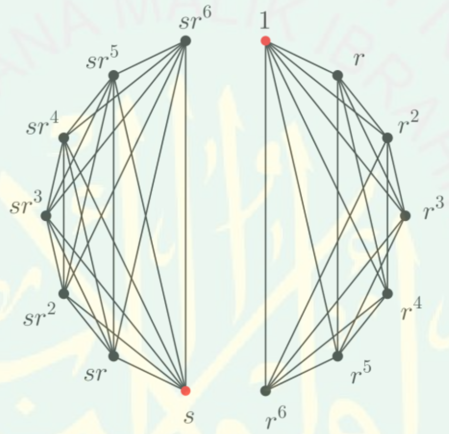
$$(sr^4)^{-1} = sr^4$$

$$(sr^5)^{-1} = sr^5$$

$$(sr^6)^{-1} = sr^6$$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_{14}, didapatkan bahwa $1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5$, dan sr^6 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan r, r^2, r^3, r^4, r^5, dan r^6 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_{14} yang memuat anggota-anggota dari D_{14} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-14 dengan $S \subseteq D_{14}$ disimbolkan $G_S(D_{14})$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_{14})$ adalah $V(G_S(D_{14})) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6\}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.1 maka graf invers grup dihedral-14 $G_S(D_{14})$ ditunjukkan pada Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Graf Invers $G_S(D_{14})$

3.1.10 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\mathbf{G_S(D_{14})}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-14 $G_S(D_{14})$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.5 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-14 $G_S(D_{14})$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, r^2, s\}$, $X_3 = \{r^2, r^4, s\}$, $X_4 = \{r^3, r^4, s\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{1, sr^i\}$ atau $\{r^i, r^j, s^i\}$ dengan $i \neq j$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $G_S(D_{14})$

adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma(\mathrm{G_S}(\mathrm{D_{14}})) = 2$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $\mathrm{G_S}(\mathrm{D_{14}})$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.11 Graf Invers Grup Dihedral-16

Himpunan anggota dari grup dihedral-16 adalah $D_{16} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-16 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "∘", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.6.

Tabel 3.6 Tabel Cayley Grup Dihedral-16

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3
r^5	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2
r^6	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr
r^7	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2	r^3
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r	r^2
sr^6	sr^6	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1	r
sr^7	sr^7	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	1

Berdasarkan Tabel 3.6, dapat dicari invers dari semua anggota D_{16} yaitu sebagai berikut:

$$1^{-1} = 1$$

$$r^{-1} = r^7$$

$$(r^2)^{-1} = r^6$$

$$(r^3)^{-1} = r^5$$

$$(r^4)^{-1} = r^4$$

$$(r^5)^{-1} = r^3$$

$$(r^6)^{-1} = r^2$$

$$(r^7)^{-1} = r$$

$$s^{-1} = s$$

$$sr^{-1} = sr$$

$$(sr^2)^{-1} = sr^2$$

$$(sr^3)^{-1} = sr^3$$

$$(sr^4)^{-1} = sr^4$$

$$(sr^5)^{-1} = sr^5$$

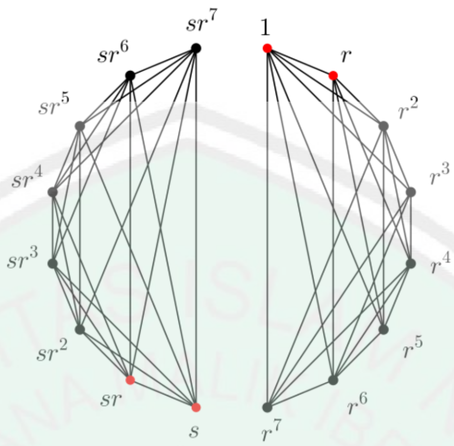
$$(sr^6)^{-1} = sr^6$$

$$(sr^7)^{-1} = sr^7$$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_{16}, didapatkan bahwa $1, , r^4, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6$, dan sr^7 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan $r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$, dan r^7 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_{16} yang memuat anggota-anggota dari D_{16} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-16 dengan $S \subseteq D\_6$ disimbolkan $G_S(D_{16})$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_{16})$ adalah $V(G_S(D_{16})) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7\}$.

Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.1 maka graf invers grup dihedral-16 $G_S(D_{16})$ ditunjukkan pada Gambar 3.6.



Gambar 3.6 Graf Invers $G_S(D_{16})$

3.1.12 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_{16})$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-16 $G_S(D_{16})$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.6 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-16 $G_S(D_{16})$ yaitu: $X_1 = \{1, r, s, sr\}$, $X_2 = \{r, r^3, sr, sr^3\}$, $X_3 = \{r^2, r^5, s, sr^2\}$, $X_4 = \{r^3, r^5, sr^4, sr^5\}$ atau X dengan anggota pasangan $X = \{1, r^i, sr^j, sr^l\}$ atau $\{r^i, r^j, sr^i, sr^j\}$ dengan $i \neq j$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 4, maka bilangan dominasi dari graf $G_S(D_{16})$ adalah 4 atau dapat ditulis $\gamma(G_S(D_{16})) = 4$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $G_S(D_{16})$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.13 Graf Invers Grup Dihedral-18

Himpunan anggota dari grup dihedral-18 adalah $D_{18} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-18 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "$\circ$", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.7.

Tabel 3.7 Tabel Cayley Grup Dihedral-18

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^5	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3
r^6	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2
r^7	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr
r^8	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2	r^3
sr^6	sr^6	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r	r^2
sr^7	sr^7	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1	r
sr^8	sr^8	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	1

Berdasarkan Tabel 3.7, dapat dicari invers dari semua anggota D_{18} yaitu sebagai berikut:

$$1^{-1} = 1$$

$$r^{-1} = r^8$$

$$(r^2)^{-1} = r^7$$

$$(r^3)^{-1} = r^6$$

$$(r^4)^{-1} = r^5$$

$$(r^5)^{-1} = r^4$$

$$(r^6)^{-1} = r^3$$

$$(r^7)^{-1} = r^2$$

$$(r^8)^{-1} = r$$

$$s^{-1} = s$$

$$sr^{-1} = sr$$

$$(sr^2)^{-1} = sr^2$$

$$(sr^3)^{-1} = sr^3$$

$$(sr^4)^{-1} = sr^4$$

$$(sr^5)^{-1} = sr^5$$

$$(sr^6)^{-1} = sr^6$$

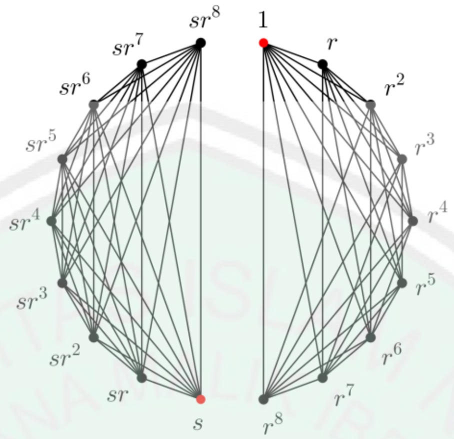
$$(sr^7)^{-1} = sr^7$$

$$(sr^8)^{-1} = sr^8$$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_{18}, didapatkan bahwa $1, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7$, dan sr^8 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan $r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6$, dan r^7 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_{18} yang memuat anggota-anggota dari D_{18} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-18 dengan $S \subseteq D_{18}$ disimbolkan $G_S(D_{18})$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_{18})$ adalah $V(G_S(D_{18})) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8\}$.

Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.1 maka graf invers grup dihedral-18 $G_S(D_{18})$ ditunjukkan pada Gambar 3.7.



Gambar 3.7 Graf Invers $G_S(D_{18})$

3.1.14 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_{18})$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-18 $G_S(D_{18})$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.7 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-18 $G_S(D_{18})$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, r^2, s\}$, $X_3 = \{r^2, r^4, s\}$, $X_4 = \{r^3, r^4, s\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{1, sr^i\}$ atau $\{r^i, r^j, s^i\}$ dengan $i \neq j$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $G_S(D_{18})$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma(G_S(D_{18})) = 2$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $G_S(D_{18})$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.15 Graf Invers Grup Dihedral-20

Himpunan anggota dari grup dihedral-20 adalah $D_{20} = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9\}$. Setiap anggota pada grup dihedral-20 akan dioperasikan dengan operasi komposisi "∘", maka dapat dibuat tabel Cayley dapat dilihat pada Tabel 3.8.

Tabel 3.8 Tabel Cayley Grup Dihedral-20

$\circ$	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9
1	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9
r	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8
r^2	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7
r^3	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6
r^4	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5
r^5	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4
r^6	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3
r^7	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2
r^8	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr
r^9	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s
s	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9
sr	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8
sr^2	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7
sr^3	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6
sr^4	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4	r^5
sr^5	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3	r^4
sr^6	sr^6	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2	r^3
sr^7	sr^7	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r	r^2
sr^8	sr^8	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1	r
sr^9	sr^9	s	sr	sr^2	sr^3	sr^4	sr^5	sr^6	sr^7	sr^8	r	r^2	r^3	r^4	r^5	r^6	r^7	r^8	r^9	1

Berdasarkan Tabel 3.8, dapat dicari invers dari semua anggota D_{20} yaitu sebagai berikut:

$$1^{-1} = 1$$

$$r^{-1} = r^9$$

$$(r^2)^{-1} = r^8$$

$$(r^3)^{-1} = r^7$$

$$(r^4)^{-1} = r^6$$

$$(r^5)^{-1} = r^5$$

$$(r^6)^{-1} = r^4$$

$$(r^7)^{-1} = r^3$$

$$(r^8)^{-1} = r^2$$

$$(r^9)^{-1} = r$$

$$s^{-1} = s$$

$$sr^{-1} = sr$$

$$(sr^2)^{-1} = sr^2$$

$$(sr^3)^{-1} = sr^3$$

$$(sr^4)^{-1} = sr^4$$

$$(sr^5)^{-1} = sr^5$$

$$(sr^6)^{-1} = sr^6$$

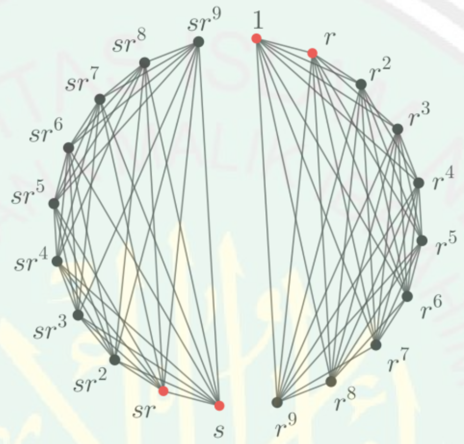
$$(sr^7)^{-1} = sr^7$$

$$(sr^8)^{-1} = sr^8$$

$$(sr^9)^{-1} = sr^9$$

Berdasarkan uraian invers dari semua anggota D_{20}, didapatkan bahwa $1, r^5, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8$, dan sr^9 punya invers yang sama dengan dirinya sendiri. Sedangkan $r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8$, dan r^9 punya invers yang tidak sama dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu dapat dibangun himpunan bagian S dari D_{20} yang memuat anggota-anggota dari D_{20} yang inversnya tidak sama dengan dirinya sendiri. Sehingga diperoleh $S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9\}$.

Berdasarkan definisi 2.16, graf invers yang dibentuk dari grup dihedral-20 dengan $S \subseteq D_{20}$ disimbolkan $G_S(D_{20})$. Himpunan titik pada graf $G_S(D_{20})$ adalah $V(G_S(D_{20})) = \{1, r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8, r^9, s, sr, sr^2, sr^3, sr^4, sr^5, sr^6, sr^7, sr^8, sr^9\}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.1 maka graf invers grup dihedral-20 $G_S(D_{20})$ ditunjukkan pada Gambar 3.8.



Gambar 3.8 Graf Invers $G_S(D_{20})$

3.1.16 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $G_S(D_{20})$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari graf invers grup dihedral-20 $G_S(D_{20})$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.8 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.1.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-20 $G_S(D_{20})$ yaitu: $X_1 = \{1, r, s, sr\}$, $X_2 = \{r, r^3, sr, sr^3\}$, $X_3 = \{r^2, r^5, s, sr^2\}$, $X_4 = \{r^3, r^5, sr^4, sr^5\}$ atau X dengan anggota pasangan $X = \{1, r^i, sr^j, sr^l\}$ atau $\{r^i, r^j, sr^i, sr^j\}$ dengan $i \neq j$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 4, maka bilangan dominasi dari graf $G_S(D_{20})$ adalah 4 atau dapat ditulis $\gamma(G_S(D_{20})) = 4$. Bilangan dominasi total tak terdefinisi di graf $G_S(D_{20})$ karena graf tersebut adalah graf tak terhubung.

3.1.17 Rumus Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada Graf Invers D_{2n}

Setelah dicari masing-masing bilangan dominasi (γ) dan bilangan dominasi total (γ_t) dari graf invers, maka didapatkan hasil sebagai berikut:

Tabel 3.9 Tabel Hasil Bilangan Dominasi Graf Invers Grup Dihedral D_{2n}

Graf D_{2n}	**Graf Invers**	
	Bilangan Dominasi (γ)	**Bilangan Dominasi Total (γ_t)**
D_6	2	Tak Terdefinisi
D_8	4	Tak Terdefinisi
D_{10}	2	Tak Terdefinisi
D_{12}	4	Tak Terdefinisi
D_{14}	2	Tak Terdefinisi
D_{16}	4	Tak Terdefinisi
D_{18}	2	Tak Terdefinisi
D_{20}	4	Tak Terdefinisi
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n ganjil	**2**	Tak Terdefinisi
n genap	**4**	Tak Terdefinisi

Berdasarkan pengamatan grup dihedral D_{2n}, $n \geq 3$, maka diperoleh S adalah himpunan bagian D_{2n} yang memuat anggota D_{2n} yang inversnya bukan dirinya sendiri, anggota di S ditunjukkan pada Tabel 3.10 sebagai berikut.

Tabel 3.10 Tabel Unsur di S dari Grup Dihedral D_{2n}

	n	Anggota dari S
D_6	3	$S = \{r, r^2\}$
D_8	4	$S = \{r, r^3\}$
D_{10}	5	$S = \{r, r^2, r^3, r^4\}$
D_{12}	6	$S = \{r, r^2, r^4, r^5\}$
D_{14}	7	$S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6\}$
D_{16}	8	$S = \{r, r^2, r^3, r^5, r^6, r^7\}$
D_{18}	9	$S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^5, r^6, r^7, r^8\}$
D_{20}	10	$S = \{r, r^2, r^3, r^4, r^6, r^7, r^8, r^9\}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
D_{2n}	n	$\{r^i \mid i = 1, 2, 3, \cdots, n-1\}$, untuk n ganjil $r^i \mid i \neq \frac{n}{2}, i = 1, 2, 3, \cdots, n-1\}$, untuk n genap

Teorema 3.1

Bilangan dominasi graf invers dari grup dihedral $G_S(D_{2n})$, $n \geq 3$ adalah 2 untuk n ganjil dan 4 untuk n genap.

Bukti

(i) Diketahui pada grup dihedral dihedral D_{2n}, $n \geq 3$ dengan n ganjil terdapat $S = \{r^i | i = 1, 2, 3, \cdots, n-1\}$. Himpunan titik graf $G_S(D_{2n})$ adalah semua anggota D_{2n}. Untuk setiap $1 \leq i, j \leq n$ titik r^i tidak akan terhubung langsung dengan titik sr^j karena $r^i \circ sr^j \notin S$ atau $sr^j \circ r^i \notin S$. Titik 1 akan terhubung langsung dengan titik r^i karena $1 \circ r^i \in S$ atau $r^i \circ 1 \in S$. Maka dapat dikatakan 1 mendominasi titik r^i. Titik sr^i akan terhubung langsung dengan titik sr^j karena $sr^i \circ sr^j \in S$ atau $sr^j \circ sr^i \in S$. Maka dapat dikatakan sr^i mendominasi titik sr^j. Sehingga untuk membuat suatu himpunan dominasi graf $G_S(D_{2n})$ minimal membutuhkan dua titik yaitu 1 dan sr^i. Karena himpunan dominasi dari $G_S(D_{2n})$ terdiri dari minimal 2 anggota maka bilangan dominasi dari $G_S(D_{2n})$ adalah 2 untuk n ganjil atau dapat ditulis $\gamma(\mathrm{G_S}(\mathrm{D}_{2n})) = 2$.

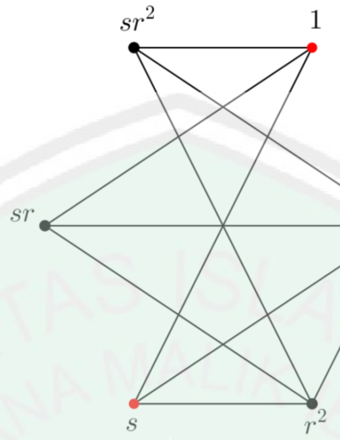
(ii) Diketahui pada grup dihedral dihedral D_{2n}, $n \geq 3$ dengan n genap terdapat $S = \{r^i | i \neq \frac{n}{2}, i = 1, 2, 3, \cdots, n-1\}$. Himpunan titik graf $G_S(D_{2n})$ adalah semua anggota D_{2n}. Untuk setiap $1 \leq i, j \leq n$ titik r^i tidak akan terhubung langsung dengan titik sr^j karena $r^i \circ sr^j \notin S$ atau $sr^j \circ r^i \notin S$. Titik 1 akan terhubung langsung dengan titik r^i karena $1 \circ r^i \in S$ atau $r^i \circ 1 \in S$

dengan $i \neq \frac{n}{2}$. Maka dapat dikatakan 1 mendominasi titik r^i. Titik r^i akan terhubung langsung dengan titik r^j karena $r^i \circ r^j \in S$ atau $r^j \circ r^i \in S$ dengan $i + j \neq \frac{n}{2}$ dan $i + j \neq n$. Maka dapat dikatakan r^i mendominasi titik r^j. Titik s akan terhubung langsung dengan titik sr^i karena $s \circ sr^i \in S$ atau $sr^i \circ s \in S$ dengan $i \neq \frac{n}{2}$. Maka dapat dikatakan s mendominasi titik sr^i. Titik sr^i akan terhubung langsung dengan titik sr^j karena $sr^i \circ sr^j \in S$ atau $sr^j \circ sr^i \in S$ dengan $i + j \neq \frac{n}{2}$ dan $i + j \neq n$. Maka dapat dikatakan sr^i mendominasi titik sr^j. Sehingga untuk membuat suatu himpunan dominasi graf $G_S(D_{2n})$ minimal membutuhkan empat titik yaitu $1, r^i, s$ dan sr^i. Karena himpunan dominasi dari $G_S(D_{2n})$ terdiri dari minimal 4 anggota maka bilangan dominasi dari $G_S(D_{2n})$ adalah 4 untuk n genap atau dapat ditulis $\gamma(\mathrm{G_S}(\mathrm{D}_{2n})) = 4$.

3.2 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Komplemen Graf Invers dari Grup Dihedral D_{2n}

3.2.1 Graf Komplemen dari $G_S(D_6)$

Komplemen dari $G_S(D_6)$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_6)}$ merupakan graf yang memuat himpunan titik $V(G_S(D_6))$ dengan dua titik adalah tehubung langsung di $\overline{G_S(D_6)}$ jika dan hanya jika kedua titik tersebut tidak terhubung langsung di $G_S(D_6)$. Sehingga $V\left(\overline{G_S(D_6)}\right) = \{1, r, r^2, s, sr, sr^2\}$ dan $E(\overline{G_S(D_6)})$ $= \{(1, s), (1, sr), (1, (sr^2), (r, r^2), (r, s), (r, sr), (r, sr^2), (r^2, s), (r^2, sr), (r^2, sr^2)\}$. Oleh karena itu, dapat dibuat komplemen graf invers grup dihedral-6 $\overline{G_S(D_6)}$ ditunjukkan pada Gambar 3.9.



Gambar 3.9 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_6)}$

3.2.2 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_6)}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-6 $\overline{G_S(D_6)}$. Pada komplemen graf invers grup dihedral-6 $\overline{G_S(D_6)}$ himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1, s\}$ pada Gambar 3.9 ditunjukkan oleh titik berwarna merah, karena $N[1] = s, sr, sr^2$ dan $N[s] = 1, r, r^2$. Atau dapat dikatakan bahwa $1, r, r^2$ merupakan anggota lingkungan dari s dan s, sr, sr^2 merupakan anggota lingkungan dari 1, karena semua $v \in V(\overline{G_S(D_6)})$ terhubung langsung dengan 1 atau s, menurut definisi 2.19 X_1 merupakan himpunan dominasi dari $\overline{G_S(D_6)}$.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu:

$$X_1 = \{1, s\}, \quad X_4 = \{r, s\}, \quad X_7 = \{r^2, s\},$$

$$X_2 = \{1, sr\}, \quad X_5 = \{r, sr\}, \quad X_8 = \{r^2, sr\},$$

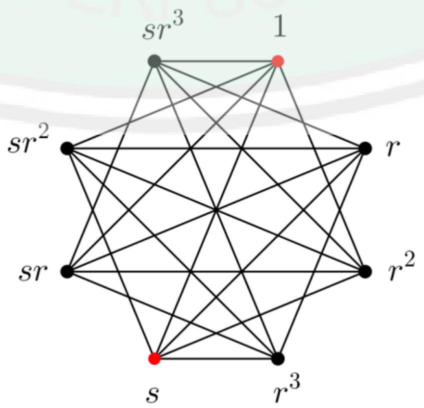
$$X_3 = \{1, sr^2\}, \quad X_6 = \{r, sr^2\}, \quad X_9 = \{r^2, sr^2\}.$$

Karena himpunan dominasi graf $\overline{G_S(D_6)}$ terdiri dari 2 anggota maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_6)}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_6)}\right) = 2$. Karena kedua anggota tersebut terhubung langsung maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_6)}$ sekaligus dikatakan sebagai himpunan dominasi total. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{G_S(D_6)}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{G_S(D_6)}\right) = 2$.

3.2.3 Graf Komplemen dari $G_S(D_8)$

Komplemen dari $G_S(D_8)$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_8)}$ merupakan graf yang memuat himpunan titik $V(G_S(D_8))$ dengan dua titik adalah tehubung langsung di $\overline{G_S(D_8)}$ jika dan hanya jika kedua titik tersebut tidak terhubung langsung di $G_S(D_8)$. Sehingga $V(\overline{G_S(D_8)}) = \{1, r, r^2, r^3, s, sr, sr^2, sr^3\}$ dan

$E(\overline{G_S(D_8)}) = \{(1, r^2), (1, s), (1, sr), (1, sr^2), (1, sr^3), (r, r^3), (r, s), (r, sr), (r, sr^2), (r, sr^3), (r^2, s), (r^2, sr), (r^2, sr^2), (r^2, sr^3), (r^3, s), (r^3, sr), (r^3, sr^2), (r^3\ sr^3, (s, sr^2), (s, sr^3)$. Oleh karena itu, dapat dibuat komplemen graf invers grup dihedral-8 $\overline{G_S(D_8)}$ ditunjukkan pada Gambar 3.10.



Gambar 3.10 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_8)}$

3.2.4 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_8)}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-8 $\overline{G_S(D_8)}$. Pada komplemen graf invers grup dihedral-8 $\overline{G_S(D_8)}$ salah satu himpunan dominasinya adalah $X_1 = \{1, s\}$ pada Gambar 3.10 ditunjukkan oleh titik berwarna merah, karena $N[1] = r^2, s, sr, sr^2, sr^3$ dan $N[s] = 1, r, r^2, r^3, sr^2$. Atau dapat dikatakan bahwa $1, r, r^2, r^3, sr^2$ merupakan anggota lingkungan dari s dan r^2, s, sr, sr^2, sr^3 merupakan anggota lingkungan dari 1, karena semua $v \in V(\overline{G_S(D_8)})$ terhubung langsung dengan 1 atau s, menurut definisi 2.19 X_1 merupakan himpunan dominasi dari $\overline{G_S(D_8)}$.

Dengan cara yang sama akan didapatkan himpunan dominasi lainnya yaitu:

$X_1 = \{1, s\}$, $X_6 = \{r, sr\}$, $X_{12} = \{r^2, sr^3\}$,

$X_2 = \{1, sr\}$, $X_7 = \{r, sr^2\}$, $X_{13} = \{r^3, s\}$,

$X_3 = \{1, sr^2\}$, $X_8 = \{r, sr^3\}$, $X_{14} = \{r^3, sr\}$,

$X_4 = \{1, sr^3\}$, $X_9 = \{r^2, s\}$, $X_{15} = \{r^3, sr^2\}$,

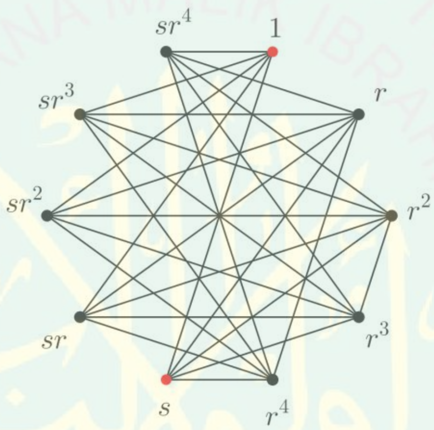
$X_5 = \{r, s\}$, $X_{10} = \{r^2, sr\}$, $X_{16} = \{r^3, sr^3\}$.

$X_6 = \{r, sr\}$, $X_{11} = \{r^2, sr^2\}$,

Karena himpunan dominasi graf $\overline{G_S(D_8)}$ terdiri dari 2 anggota maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_8)}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_8)}\right) = 2$. Karena kedua anggota tersebut terhubung langsung maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_8)}$ sekaligus dikatakan sebagai himpunan dominasi total. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{G_S(D_8)}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{G_S(D_8)}\right) = 2$.

3.2.5 Graf Komplemen dari $G_S(D_{10})$

Komplemen dari $G_S(D_{10})$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_{10})}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.1 maka komplemen graf invers grup dihedral-10 $G_S(D_{10})$ ditunjukkan pada Gambar 3.11.



Gambar 3.11 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_{10})}$

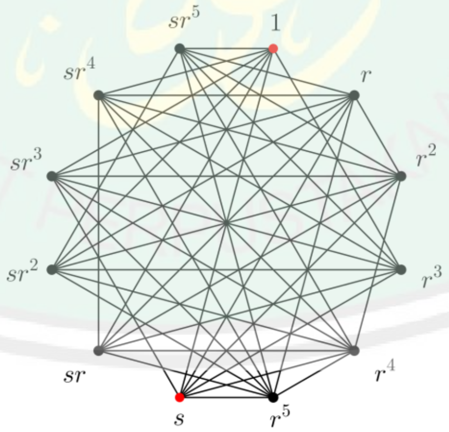
3.2.6 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_{10})}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-10 $\overline{G_S(D_{10})}$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.11 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-10 $\overline{G_S(D_{10})}$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, s\}$, $X_3 = \{r^2, sr\}$, $X_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$.

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_{10})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_{10})}\right) = 2$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1, s\}$, $Y_2 = \{r, s\}$, $Y_3 = \{r^2, sr\}$, $Y_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau Y dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{G_S(D_{10})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{G_S(D_{10})}\right) = 2$.

3.2.7 Graf Komplemen dari $G_S(D_{12})$

Komplemen dari $G_S(D_{12})$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_{12})}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.1 maka komplemen graf invers grup dihedral-12 $G_S(D_{12})$ ditunjukkan pada Gambar 3.12.



Gambar 3.12 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_{12})}$

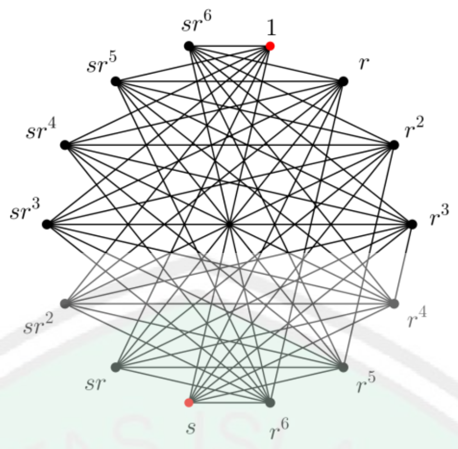
3.2.8 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_{12})}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-12 $\overline{G_S(D_{12})}$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.12 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-12 $\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{12})}$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, s\}$, $X_3 = \{r^2, sr\}$, $X_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$.

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasinya adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{12})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{12})}\right) = 2$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1, s\}$, $Y_2 = \{r, s\}$, $Y_3 = \{r^2, sr\}$, $Y_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau Y dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{12})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{12})}\right) = 2$.

3.2.9 Graf Komplemen dari $G_S(D_{14})$

Komplemen dari $G_S(D_{14})$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_{14})}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.1 maka komplemen graf invers grup dihedral-14 $G_S(D_{14})$ ditunjukkan pada Gambar 3.13.



Gambar 3.13 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_{14})}$

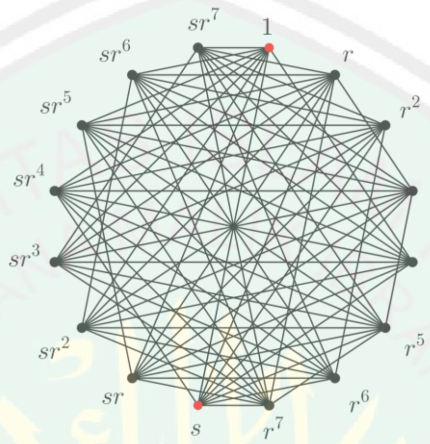
3.2.10 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_{14})}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-14 $\overline{\mathrm{G_S(D_{14})}}$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.13 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-14 $\overline{\mathrm{G_S(D_{14})}}$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, s\}$, $X_3 = \{r^2, sr\}$, $X_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$.

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $\overline{\mathrm{G_S(D_{12})}}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{\mathrm{G_S(D_{12})}}\right) = 2$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasinya totalnya adalah $Y_1 = \{1, s\}$, $Y_2 = \{r, s\}$, $Y_3 = \{r^2, sr\}$, $Y_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau Y dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{\mathrm{G_S(D_{14})}}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{\mathrm{G_S(D_{14})}}\right) = 2$.

3.2.11 Graf Komplemen dari $G_S(D_{16})$

Komplemen dari $G_S(D_{16})$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_{16})}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.1 maka komplemen graf invers grup dihedral-16 $G_S(D_{16})$ ditunjukkan pada Gambar 3.14.



Gambar 3.14 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_{16})}$

3.2.12 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_{16})}$

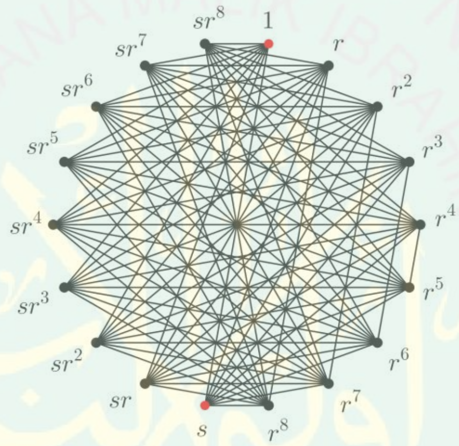
Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-16 $\overline{G_S(D_{16})}$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.14 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-16 $\overline{G_S(D_{16})}$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, s\}$, $X_3 = \{r^2, sr\}$, $X_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$.

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_{16})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_{16})}\right) = 2$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1, s\}$, $Y_2 = \{r, s\}$, $Y_3 = \{r^2, sr\}$, $Y_4 =$

$\{r^4, sr^4\}$ atau Y dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{16})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{16})}\right) = 2$.

3.2.13 Graf Komplemen dari $G_S(D_{18})$

Komplemen dari $G_S(D_{18})$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_{18})}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.1 maka komplemen graf invers grup dihedral-18 $G_S(D_{18})$ ditunjukkan pada Gambar 3.15.



Gambar 3.15 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_{18})}$

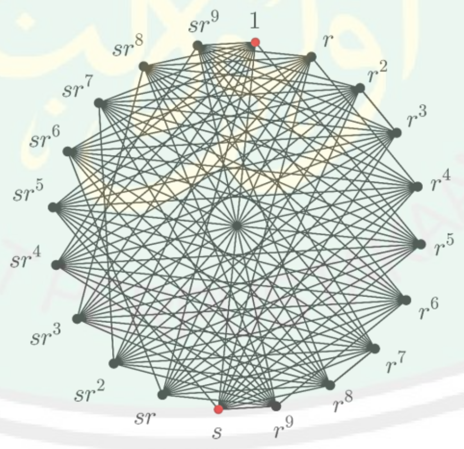
3.2.14 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_{18})}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-18 $\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{18})}$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.15 ditunjukkan oleh titik berwarna merah. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-18 $\overline{\mathrm{G}_S(\mathrm{D}_{18})}$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, s\}$, $X_3 = \{r^2, sr\}$, $X_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$.

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_{18})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_{18})}\right) = 2$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1, s\}$, $Y_2 = \{r, s\}$, $Y_3 = \{r^2, sr\}$, $Y_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau Y dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{G_S(D_{18})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{G_S(D_{18})}\right) = 2$.

3.2.15 Graf Komplemen dari $G_S(D_{20})$

Komplemen dari $G_S(D_{20})$ disimbolkan dengan $\overline{G_S(D_{20})}$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.1 maka komplemen graf invers grup dihedral-20 $G_S(D_{20})$ ditunjukkan pada Gambar 3.16.



Gambar 3.16 Komplemen Graf Invers $\overline{G_S(D_{20})}$

3.2.16 Bilangan Dominasi dan Dominasi Total dari $\overline{G_S(D_{20})}$

Selanjutnya adalah menentukan bilangan dominasi dan dominasi total dari komplemen graf invers grup dihedral-20 $\overline{G_S(D_{20})}$ salah satu himpunan dominasinya adalah X_1, pada Gambar 3.16 ditunjukkan oleh titik berwarna merah.

Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi grup dihedral-20 $\overline{G_S(D_{20})}$ yaitu: $X_1 = \{1, s\}$, $X_2 = \{r, s\}$, $X_3 = \{r^2, sr\}$, $X_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau X dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$.

Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi adalah 2, maka bilangan dominasi dari graf $\overline{G_S(D_{20})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_{20})}\right) = 2$. Dengan menggunakan cara yang sama dengan sub bagian 3.2.2 maka akan didapatkan himpunan dominasi totalnya adalah $Y_1 = \{1, s\}$, $Y_2 = \{r, s\}$, $Y_3 = \{r^2, sr\}, Y_4 = \{r^4, sr^4\}$ atau Y dengan anggota pasangan $\{r^i, sr^j\}$ untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$. Karena kardinalitas minimal himpunan dominasi totalnya adalah 2, bilangan dominasi total dari graf $\overline{G_S(D_{20})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{G_S(D_{20})}\right) = 2$.

3.2.17 Rumus Bilangan Dominasi dan Dominasi Total pada $\overline{G_S(D_{2n})}$

Setelah dicari masing-masing bilangan dominasi (γ) dan bilangan dominasi total (γ_t) dari komplemen graf invers, maka didapatkan hasil sebagai berikut:

Tabel 3.11 Tabel Hasil Komplemen Graf Invers Grup Dihedral D_{2n}

Graf D_{2n}	**Komplemen Graf Invers**	
	Bilangan Dominasi (γ)	**Bilangan Dominasi Total (γ_t)**
D_6	2	2
D_8	2	2
D_{10}	2	2
D_{12}	2	2
D_{14}	2	2
D_{16}	2	2
D_{18}	2	2
D_{20}	2	2
⋮	⋮	⋮
n ganjil	**2**	**2**
n genap	**2**	**2**

Teorema 3.2

Bilangan dominasi dan dominasi total pada komplemen dari graf invers grup dihedral $\overline{G_S(D_{2n})}$, $n \geq 3$ adalah 2 .

Bukti

Akibat dari teorema 3.1 untuk setiap $1 \leq i, j \leq n$ titik r^i akan terhubung langsung dengan titik sr^j di graf $\overline{G_S(D_{2n})}$ karena titik r^i tidak terhubung langsung dengan titik sr^j di graf $G_S(D_{2n})$. Maka dapat dikatakan titik r^i mendominasi titik sr^j begitu juga titik sr^j mendominasi titik r^i. Sehingga untuk membuat suatu himpunan dominasi graf $\overline{G_S(D_{2n})}$ minimal membutuhkan dua pasang titik yaitu r^i dan sr^j untuk suatu $1 \leq i, j \leq n$, maka bilangan dominasi dari $\overline{G_S(D_{2n})}$ adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma\left(\overline{G_S(D_{2n})}\right) = 2$. Karena kedua titik tersebut tersebut terhubung langsung maka himpunan dominasi dari $\overline{G_S(D_{2n})}$ sekaligus dikatakan sebagai himpunan dominasi total dan bilangan dominasi total adalah 2 atau dapat ditulis $\gamma_t\left(\overline{G_S(D_{2n})}\right) = 2$.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan pada Bab III, maka dapat diambil kesimpulan mengenai rumus bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dan komplemen graf invers dari grup dihedral yaitu sebagai berikut:

1. Bilangan dominasi graf invers dari grup dihedral $G_S(D_{2n})$, $n \geq 3$ adalah 2 untuk n ganjil dan 4 untuk n genap.
2. Bilangan dominasi dan dominasi total komplemen dari graf invers grup dihedral $\overline{G_S(D_{2n})}$, $n \geq 3$ adalah 2.

4.2 Saran

Penelitian ini hanya difokuskan pada masalah mengenai bilangan dominasi dan dominasi total graf invers dan komplemen graf invers dari grup dihedral. Dengan demikian penelitian selanjutnya, penulis menyarankan kepada pembaca untuk meneliti bilangan dominasi dan dominasi total pada graf lainnya.

DAFTAR RUJUKAN

Abdussakir, Azizah, N.N. dan Nofandika, F.F. 2009. *Teori Graf Topik Dasar untuk Tugas Akhir/Skripsi*. Malang: UIN-Malang Press.

Alfuraidan, M.R. dan Zakariya, Y.F. 2017, Inverse Graphs Associated with Finite Groups. *Electronic Journal of Graph Theory and Application*, 5(1): 142-154.

Chartrand, G. dan Lesniak, L. 1996. *Graphs & Digraphs 3rd Edition.* New York: Chapman & Hall/CRC.

Dummit, D.S. dan Foote, R.M. 2004. *Abstract Algebra 3rd Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Gilbert, L. dan Gilbert, J. 2015. *Elements of Modern Algebra Eight Edition*. Stamford: Nelson Education, Ltd.

Henning, M.A dan Yeo, A. 2003. *Total Domination in Graphs*. New York: Springer

James dan James, V. 1976. *Mathematics Dictionary*. Nostrand Rienhold.

Katsir, I. 2003. *Terjemah Tafsir Ibnu Katsir*, Jilid 2. Jakarta: Pustaka Imam Syafii.

Lipschutz, S. 1995. *Teori Himpunan.* Jakarta: Erlangga.

Munir, R. 2005. *Matematika Diskrit*, Edisi Ketiga. Bandung: Informatika Bandung.

Raisinghania, M.D dan Anggarwal, R.S. 1980. *Modern Algebra*. New Delhi: S. Chand & Company Ltd.

Thamaraikanan, N., Jagadeeswaran, J. dan Suresh, S. 2016. Domination Number of Complement Graph. *International Journal of Latest Trends in Engineering and Technology*, 6(3):143-144.

RIWAYAT HIDUP

Aan Sa'adillah dilahirkan di Malang pada tanggal 08 Januari 1994, merupakan anak kedua dari empat bersaudara dari pasangan bapak Muhtarom dan ibu Miftakhul Jannah. Pendidikan dasarnya ditempuh di kampung halamannya di SDI Al-Faqih yang ditamatkan pada tahun 2006.

Pada tahun yang sama melanjutkan pendidikan menengah pertama di SMPN 1 Tumpang dan menamatkan pendidikannya pada tahun 2009. Kemudian melanjutkan pendidikan menengah atas di SMKN 6 Malang dan menamatkan pendidikan tersebut pada tahun 2012. Pendidikan berikutnya ditempuh di Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang melalui jalur SNMPTN dengan mengambil Jurusan Matematika di Fakultas Sains dan Tekhnologi.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Aan Saadillah
NIM : *12610052*
Judul Skripsi : Bilangan Dominasi dan Dominasi Total Graf Invers dan Komplemen Graf Invers dari Grup Dihedral
Pembimbing I : H. Wahyu H.Irawan, M.Pd
Pembimbing II : Ari Kusumastuti, M.Pd. M.Si

No	Tanggal	Materi Konsultasi	Tanda Tangan
1.	08 Juni 2018	Konsultasi Judul, Bab I, dan Bab II	1.
2.	25 Juni 2018	Revisi Judul, Bab I, dan Bab II	2.
3.	06 Juli 2018	Konsultasi Bab III	3.
4.	08 Juni 2018	Konsultasi Bab I Agama	4.
5.	05 Juli 2018	Konsultasi Bab II Agama	5.
6.	18 Juli 2018	Revisi Judul, Bab I, dan Bab II	6.
7.	15 September 2018	Konsultasi Bab III dan Bab IV	7.
8.	25 Januari 2019	Revisi Bab III dan IV	8.
9.	25 januari 2019	Revisi Bab I dan Bab II Agama	9.
10.	15 Februari 2019	Konsultasi Bab III Agama	10.
11.	20 Februari 2019	ACC Agama Keseluruhan	11.
12.	7 Maret 2019	ACC Keseluruhan	12.

Malang, 15 Maret 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001