ANALISIS PERSYARATAN KUHN TUCKER PADA MASALAH OPTIMASI HASIL PERTANIAN

SKRIPSI

OLEH
ULFATU MAHMUDAH
NIM. 12610003

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

ANALISIS PERSYARATAN KUHN TUCKER PADA MASALAH OPTIMASI HASIL PERTANIAN

SKRIPSI

Diajukan Kepada
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
untuk Memenuhi Salah Satu Persyaratan dalam
Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)

Oleh
ULFATU MAHMUDAH
NIM. 12610003

JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM
MALANG
2019

ANALISIS PERSYARATAN KUHN TUCKER PADA MASALAH OPTIMASI HASIL PERTANIAN

SKRIPSI

Oleh
ULFATU MAHMUDAH
NIM. 12610003

Telah Diperiksa dan Disetujui untuk Diuji
Tanggal, 20 Mei 2019

Pembimbing I,	Pembimbing II,
Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	Dr. Abdussakir, M.Pd
NIP. 19770521 200501 2004	NIP. 19751006 200312 1001

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

ANALISIS PERSYARATAN KUHN TUCKER PADA MASALAH OPTIMASI HASIL PERTANIAN

SKRIPSI

Oleh
ULFATU MAHMUDAH
NIM. 12610003

Telah Dipertahankan di Depan Dewan Penguji Skripsi
dan Dinyatakan Diterima sebagai Salah Satu Persyaratan
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Matematika (S.Mat)
Tanggal, 27 Mei 2019

Penguji Utama	: Dr. Usman Pagalay, M.Si	....
Ketua Penguji	: H. Wahyu H. Irawan, M.Pd	....
Sekretaris Penguji	: Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si	....
Anggota Penguji	: Dr. Abdussakir, M.Pd	....

Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001

PERNYATAAN KEASLIAN TULISAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama	: Ulfatu Mahmudah
NIM	: 12610003
Jurusan	: Matematika
Fakultas	: Sains dan Teknologi
Judul Skripsi	: Analisis Persyaratan Kuhn Tucker pada Masalah Optimasi Hasil Pertanian

menyatakan dengan sebenarnya bahwa skripsi yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya sendiri, bukan merupakan pengambilan data, tulisan atau pikiran orang lain yang saya akui sebagai hasil tulisan atau pikiran saya sendiri, kecuali dengan mencantumkan sumber cuplikan pada daftar rujukan. Apabila di kemudian hari terbukti atau dapat dibuktikan skripsi ini hasil jiplakan, maka saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Malang, 25 Februari 2019

membuat pernyataan,

METERAI TEMPEL
02F41AFF431044231
6000
ENAM RIBU RUPIAH

Ulfatu Mahmudah
NIM. 12610003

MOTO

"Sesungguhnya bersama kesulitan selalu ada kemudahan"

PERSEMBAHAN

Dengan mengucap syukur alhamdulillah, skripsi ini penulis persembahkan untuk:

Kedua orang tua tercinta bapak Nur Jalali dan ibu Murtiningsih yang telah memberikan nasihat, kasih sayang, tauladan, serta do'a yang sampai saat ini penulis tidak dapat membalas apa-apa. Serta saudara Ilham Khoirun Nashiri.

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Alhamdulillah, puji syukur kepada Allah Swt. atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, dan karunia-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan dengan baik penyusunan skripsi yang berjudul "*Analisis Persyaratan Kuhn Tucker pada Masalah Optimasi Hasil Pertanian*". Shalawat serta salam semoga tetap terlimpahkan kepada nabi Muhammad Saw, yang telah menuntun umatnya dari jaman yang gelap menuju jaman yang terang benderang yakni agama Islam.

Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana dalam bidang matematika di Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang. Dalam proses penyusunannya tidak mungkin dapat diselesaikan dengan baik tanpa bantuan, bimbingan, serta arahan dari berbagai pihak. Untuk itu ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada:

1. Prof. Dr. Abd. Haris, M.Ag, selaku rektor Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
2. Dr. Sri Harini, M.Si, selaku dekan Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
3. Dr. Usman Pagalay, M.Si, selaku ketua Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
4. Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si, selaku dosen pembimbing I yang senantiasa memberikan do'a, arahan, nasihat dan motivasi dalam penulisan skripsi ini.
5. Dr. Abdussakir, M.Pd, selaku dosen pembimbing II yang telah memberikan

bimbingan, arahan, dan berbagai ilmunya kepada penulis.

6. Segenap sivitas akademika Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang terutama seluruh dosen, terima kasih atas segala ilmu dan bimbingannya.
7. Bapak dan ibu yang selalu memberikan do'a, nasihat, dan motivasi kepada penulis.
8. Segenap keluarga besar mahasiswa Jurusan Matematika angkatan 2012.
9. Seluruh keluarga besar LPQ Wardatul Ishlah terima kasih atas semangat dan dukungannya.
10. Semua pihak yang secara langsung atau tidak langsung telah ikut memberikan bantuan dalam menyelesaikan skripsi ini yang tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Akhirnya penulis hanya dapat berharap, di dalam skripsi ini dapat ditemukan sesuatu yang dapat memberikan manfaat dan wawasan yang lebih luas atau bahkan hikmah bagi penulis, pembaca, dan bagi seluruh mahasiswa.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh

Malang, Februari 2019

Penulis

DAFTAR ISI

BAB III PEMBAHASAN

BAB IV PENUTUP

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

ABSTRAK

Mahmudah, Ulfatu. 2019. **Analisis Persyaratan Kuhn Tucker pada Masalah Optimasi Hasil Pertanian**. Skripsi, Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang, Pembimbing: (I) Ari Kusumastuti M.Pd, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Kata Kunci : Hasil Pertanian, Optimasi, Metode Kuhn Tucker.

Pertanian merupakan kegiatan yang memiliki peran strategis dalam perekonomian nasional. Hal ini digambarkan melalui kontribusi nyata seperti; penyediaan bahan pangan, bahan baku industri, sumber pendapatan serta pelestarian lingkungan. Tujuan dari penelitian ini adalah membentuk model matematika untuk mengoptimalkan hasil pertanian di kabupaten Cilacap serta menyelesaikan model dengan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker.

Model matematika dalam penelitian ini merupakan model nonlinier yang dibentuk menggunakan metode kuadrat terkecil, fungsi tujuan dari model tersebut adalah memaksimalkan hasil pertanian di kabupaten Cilacap yang mana dipilih dua jenis tanaman yaitu padi ladang dan padi sawah. Permasalahan pemrograman nonlinier diselesaikan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker. Syarat yang harus dipenuhi untuk optimum adalah turunan parsial pertama dari fungsi tujuan terhadap semua variabel dan pengali Lagrange bernilai nol.

Berdasarkan perhitungan, diperoleh fungsi tujuan $S(x,y) = 3{,}23594y^2 + 1{,}491518x + 3{,}841733y - 0{,}071623242$ dengan fungsi kendala $x \leq 139{,}451$, $y \leq 11{,}265$ dan $x, y \geq 0$. Setelah dilakukan perhitungan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker didapatkan hasil optimal untuk rata-rata produksi tanaman padi ladang dan padi sawah yaitu $3{,}4447688569$ kwintal dengan luas panen padi sawah 1,411 hektar dan luas panen padi ladang 0,5936 hektar.

ABSTRACT

Mahmudah, Ulfatu. 2019. **Analysis of Kuhn Tucker's Conditions on Agricultural Product Optimization Problems**. Thesis, Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology, Maulana Malik Ibrahim Malang State Islamic University, Advisor: (I) Ari Kusumastuti M.Pd, M.Si. (II) Dr. Abdussakir, M.Pd.

Keywords: Agricultural Products, Optimization, Kuhn Tucker's conditions.

Agriculture is an activity that has a strategic role in the national economy. This is illustrated by tangible contributions such; supply of food, industrial raw materials, sources of income and environmental preservation. The purpose of this study are farming a mathematical model to optimize agricultural products in Cilacap district and to solve the model by using the Kuhn Tucker conditions.

The mathematical model in this study is a nonlinear model that was formed using the least squares method, the objective function of the model is to maximize agricultural yields in Cilacap district which two types of plants are chosen, namely rice and rice lowland. Nonlinear programming problems are solved using Kuhn Tucker's requirements. The conditions that must be met for the optimum are the first partial derivative of the objective function of all variabels and Lagrage multipliers are zero.

Based on the calculation, the objective function is obtained n $S(x,y) = -3{,}23594y^2 + 1{,}491518x + 3{,}841733y - 0{,}071623242$ with constraint functions $x \leq 139{,}451$, $y \leq 11{,}265$ and $x, y \geq 0$ which after calculation using the Kuhn Tucker method is obtained the optimal yield for the average production of rice and rice lowland is $3{,}4447688569$ quintals with harvested rice fields of $1{,}411$ hectares and rice lowland harvested area of $0{,}5936$ hectares.

ملخص

محمودة ، ألفت. ٢٠١٩ . تحليل متطلبات Kuhn Tucker على مشاكل تحسين المنتجات الزراعية. البحث الجامعي ، شعبةالرياضيات ، كلية العلوم والتكنولوجيا ، جامعة مولانا مالك إبراهيم الاسلاميةالحكوميةمالانج، المشربق: (واحد) آري كوسوماستوتي الماجستيرة ، (الثاني) د. عبد الشاكر

الكلمةالاساسية: المنتجات الزراعية ، التحسين ، طريقة كون تاكر.

الزراعة نشاط له دور استراتيجي في الاقتصاد الوطني. ويتضح ذلك من خلال مساهمات ملموسة مثل ؛ توريد المواد الغذائية والمواد الخام الصناعية ومصادر الدخل والحفاظ على البيئة. الغرض من الاهدف هذالبحث هي تكوين نموذج الرياضي لتحسين المنتجات الزراعية في منطقة جلجب وحل النموذج باستخدام طريقة Kuhn Tucker.

النموذج الرياضي في هذالبحث هو نموذج غير خطي تم تشكيله باستخدام طريقة المربعات الصغرى الدالة الهدف من النموذج في زيادة الغلات الزراعية إلى أقصى حد في منطقة جلجب حيث يتم اختيار نوعين من النباتات ، وهما حقول الأرز وأرز الأراضي المنخفضة. يتم حل مشاكل البرمجة غير الخطية باستخدام متطلبات Kuhn Tucker. الشروط التي يجب الوفاء بها على النحو الأمثل هي أول مشتق جزئي من الدالة الموضوعية لجميع المتغيرات ومضاعفات Lagrange هي صفر.

استنادًا إلى الحساب ، يتم الحصول على الوظيفة الهدف $S(x,y) - 3{,}23594y^2 + 1{,}491518x + 3{,}841733y - 0{,}071623242$ دالات القيد $x \leq ١٣٩,٤٥١$ و $y \leq ١١,٢٦٥$ و x و $y \geq ٠$ والتي بعد الحساب باستخدام طريقة Kuhn Tucker العائد الأمثل لمتوسط إنتاج حقول الأرز والأرز هو 3,4447688569 قنطار مع حقول الأرز التي تم حصادها من 1,411 هكتار وحقل حقل الأرز مساحته 0,5936 هكتار.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pertanian merupakan kegiatan yang memiliki peran strategis dalam perekonomian nasional. Hal ini digambarkan melalui kontribusi nyata seperti; penyediaan bahan pangan, bahan baku industri, sumber pendapatan serta pelestarian lingkungan. Semua itu bisa tercapai apabila dilakukan secara optimal. Seperti pada firman Allah di dalam al-Quran surat al-Isra'/17:29-30, yaitu:

وَلَا تَجۡعَلۡ يَدَكَ مَغۡلُولَةً إِلَىٰ عُنُقِكَ وَلَا تَبۡسُطۡهَا كُلَّ ٱلۡبَسۡطِ فَتَقۡعُدَ مَلُومٗا
مَّحۡسُورًا ٢٩ إِنَّ رَبَّكَ يَبۡسُطُ ٱلرِّزۡقَ لِمَن يَشَآءُ وَيَقۡدِرُۚ إِنَّهُۥ كَانَ بِعِبَادِهِۦ
خَبِيرَۢا بَصِيرٗا ٣٠

"Dan janganlah kamu jadikan tanganmu terbelenggu pada lehermu dan janganlah kamu terlalu mengulurkannya, karena itu kamu menjadi tercela dan menyesal. Sesungguhnya Tuhanmu melapangkan rezeki kepada siapa yang Dia kehendaki dan menyempitkannya; Sesungguhnya Dia Maha Mengetahui lagi Maha Melihat akan hamba-hambaNya."(QS. al-Isra'/17:29-30)

Ayat tersebut menjelaskan bahwa Allah memerintahkan hambaNya untuk berlaku sederhana dalam menjalani hidup, dan mencela sifat kikir sekaligus melarang bersikap berlebih-lebihan. "*Dan janganlah kamu jadikan tanganmu terbelenggu pada lehermu.*" maksudnya, janganlah kamu kikir dan bakhil, tidak memberikan sesuatu pun kepada seseorang. Sebagaimana yang dikatakan oleh orang-orang Yahudi *la'natullah 'alaihim* yang artinya "tangan Allah itu terbelenggu." Yang mereka maksudkan dengan kalimat itu adalah bahwa Allah itu kikir. Maha Tinggi Allah dan Maha Suci serta Maha Pemurah lagi Maha Dermawan. "Dan janganlah kamu terlalu mengulurkannya." maksudnya, janganlah kamu berlebihan dalam berinfaq, yaitu kamu memberi di luar kemampuanmu dan mengeluarkan pengeluaran yang lebih banyak daripada pemasukan. Karena itu kamu menjadi tercela dan menyesal (Katsir, 2004).

Kaitan surat al-Isra'/17:29-30 dengan optimasi adalah Allah memerintahkan hambaNya untuk menjauhi sifat israf dan kikir dalam segala hal. Salah satu cara untuk menjalankan perintah Allah adalah dengan memanfaatkan apa yang Allah berikan dengan semaksimal mungkin, tidak kikir dan juga tidak berlebihan. Begitu pula dalam hal memanfaatkan hasil pertanian. Hasil pertanian harus dioptimalkan supaya dapat memenuhi kebutuhan pangan masyarakat.

Pemenuhan kebutuhan pangan masyarakat salah satunya dapat ditempuh melalui pemanfaatan hasil pertanian secara optimal. Dalam hal ini optimalitas yang dimaksud adalah seluruh aktivitas untuk mendapatkan hasil pertanian terbaik di bawah keadaan masalah pengolahan yang dihadapi. Seperti halnya teori optimasi yang tujuannya adalah untuk mendapatkan hasil yang optimal baik maksimum ataupun minimum. Secara teori masalah optimasi dapat diklasifikasikan menjadi dua yaitu optimasi dengan kendala dan optimasi tanpa kendala (Moengin, 2011).

Secara spesifik optimasi dengan kendala adalah optimasi yang melibatkan sebarang kendala yang dinyatakan sebagai $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots \boldsymbol{x_n})^{\boldsymbol{T}}$ yang dapat meminimumkan atau memaksimumkan $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})$ dengan kendala $\boldsymbol{g_j}(\boldsymbol{X}) \leq \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \dots, \boldsymbol{m}$ dan $\boldsymbol{l_j}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{j} = \boldsymbol{1}, \boldsymbol{2}, \dots, \boldsymbol{p}$ dengan $\boldsymbol{X}$ adalah vektor berdimensi-**n** yang dinamakan vektor desain atau variabel keputusan, $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{X})$ disebut fungsi objektif, $\boldsymbol{g_j}(\boldsymbol{X})$ dan $\boldsymbol{l_j}(\boldsymbol{X})$ dikenal sebagai kendala ketaksamaan dan kendala kesamaan (Moengin, 2011).

Berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) kabupaten Cilacap 2002-2016 produksi bahan pangan padi setiap tahunnya tidak sama, padahal jumlah permintaan bahan pangan setiap tahunnya mengalami kenaikan. Sehingga pemerintah harus mencari alternatif untuk memenuhi kebutuhan tersebut. Salah satu cara yang dapat dilakukan pemerintah adalah memaksimumkan hasil pertanian. Hal inilah yang mendorong peneliti untuk melakukan optimasi hasil pertanian, sehingga dengan demikian masyarakat diharapkan dapat memenuhi kebutuhan pangan melalui hasil panen yang maksimal.

Penelitian ini merupakan studi kasus pada hasil pertanian kabupaten Cilacap. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah luas panen padi sawah (x), luas panen padi ladang (y) dan rata-rata produksi (S). Adapun tujuan penelitian ini adalah membantu masyarakat meningkatkan hasil pertanian dan mendapatkan hasil panen yang maksimal dengan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker.

Menurut Amalia (2009), metode Kuhn Tucker adalah metode yang berfungsi untuk mencari solusi optimum dari suatu fungsi tanpa memandang sifat dari fungsi tersebut apakah linier atau nonlinier. Metode ini dapat diselesaikan melalui tiga langkah yaitu membentuk fungsi Lagrangian untuk menghitung titik-titik kritisnya, mencari semua solusi (x, λ), dan menghitung nilai $f(x)$ (Asih dan Wildan, 2012).

Penelitian ini merujuk pada penelitian-penelitian sebelumnya, di antaranya oleh Amalia (2009) menggunakan metode Kuhn Tucker untuk menyelesaikan persamaan kuadratis, dengan fungsi tujuan berbentuk kuadratis dan fungsi kendala berbentuk linier. Hasil penelitian menunjukkan bahwa permasalahan tersebut dapat diselesaikan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker, dengan syarat yang harus dipenuhi untuk optimum adalah turunan parsial pertama dari fungsi tujuan terhadap semua variabel dan pengali Lagrange sama dengan nol $(\lambda_i g_i(x) = 0)$.

Insani (2017) melakukan optimasi rata-rata produksi padi dan ketela pohon di kota Magelang, dengan fungsi tujuan berbentuk nonlinier dan fungsi kendala berbentuk linier. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pembentukan fungsi tujuan menggunakan metode kuadrat terkecil dan untuk penyelesaiannya menggunakan kondisi Kuhn Tucker dan metode Wolfe.

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh Amalia (2009) dan Insani (2017), maka peneliti melakukan penelitian dengan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker yang diterapkan pada fungsi tujuan yang berbentuk nonlinier dan fungsi kendala yang berbentuk linier dengan objek penelitian yakni masalah optimasi hasil pertanian.

Berdasarkan uraian tersebut maka penulis mengangkat judul "Analisis Persyaratan Kuhn Tucker pada Masalah Optimasi Hasil Pertanian" sebagai judul pada skripsi ini.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah

1. Bagaimana model fungsi tujuan serta fungsi kendala untuk masalah optimasi pada hasil pertanian di kabupaten Cilacap?
2. Bagaimana analisis persyaratan Kuhn Tucker pada masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah

1. Untuk mengetahui model fungsi tujuan serta fungsi kendala untuk masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap.
2. Untuk mengetahui analisis persyaratan Kuhn Tucker pada masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini adalah

1. Memberikan informasi kepada pembaca cara menentukan model fungsi tujuan serta fungsi kendala untuk masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap.
2. Memberikan informasi kepada pembaca model fungsi tujuan serta fungsi kendala untuk masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap.

1.5 Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Asih dan Wildan (2012) dengan beberapa langkah sebagai berikut.

1. Menentukan fungsi tujuan dan fungsi kendala
   a. Menentukan variabel keputusan
   b. Menformulasikan fungsi tujuan
   c. Menformulasikan fungsi kendala

2. Menyelesaikan persoalan optimasi menggunakan persyaratan Kuhn Tucker dengan langkah-langkah sebagai berikut.
   a. Membentuk fungsi tujuan yang telah dimodifikasi menjadi

      $$L(X,\lambda) = f(X) + \sum_{i=1}^{l} \lambda_i h_i(X)$$

   b. Mencari semua solusi (x,λ) dalam himpunan persamaan berikut

      $$\frac{\partial L}{\partial x_j}(x,\lambda) = 0; \quad j = 1,2,\dots,n$$

      dengan

      $$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x,\lambda) \geq 0; \quad \lambda \geq 0$$

      $$\lambda_i \frac{\partial L}{\partial \lambda_i}(x,\lambda) = 0; \quad i = 1,2,\dots l$$

   c. Menghitung nilai f untuk setiap titik kritis yang memuat fungsi tujuan menjadi optimum.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan skripsi ini terdiri dari empat bab yang merupakan rangkaian antara satu bab dengan bab yang lainnya. Bab-bab tersebut disusun secara sistematis sebagai berikut.

Bab I Pendahuluan

Berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, metode penelitian, dan sistematika penulisan.

Bab II Kajian Pustaka

Berisi kajian tentang pemrograman nolinier, pengertian optimasi, metode kuadrat terkecil, aturan Cramer, fungsi Lagrange, persyaratan Kuhn Tucker, dan kajian al-Quran tentang optimasi.

Bab III Pembahasan

Berisi penjelasan dan uraian secara keseluruhan langkah-langkah dari metode penelitian dan menjawab permasalahan penelitian, serta kajian permasalahan dari segi agama Islam.

Bab IV Penutup

Berisi kesimpulan hasil pembahasan dan saran.

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

2.1 Pemrograman Nonlinier

Masalah optimasi (memaksimumkan atau meminimumkan) merupakan masalah yang sering dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, misalnya permasalahan ekonomi yaitu masalah memaksimumkan keuntungan suatu produksi dengan biaya produksi yang seminimal mungkin. Pada kenyataannya fungsi-fungsi yang terlibat dalam permasalahan tersebut tidak selalu linier.

Suatu fungsi dikatakan nonlinier jika terdapat perkalian antara variabel bebas dengan dirinya sendiri atau dengan variabel bebas yang lain. Fungsi nonlinier dapat berupa fungsi kuadrat, fungsi eksponen, fungsi logaritma, fungsi pecahan, dan lain-lain. Oleh karena itu dibutuhkan pemrograman nonlinier untuk menjawab permasalahan tersebut.

Fungsi berikut merupakan contoh fungsi nonlinier:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2$$

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1} + 2x_2 - 3x_3$$

Pemrograman nonlinier merupakan salah satu teknik riset operasi untuk memecahkan permasalahan optimasi dengan menggunakan persamaan dan pertidaksamaan nonlinier untuk mencari hasil (*output*) yang optimum dengan memperhatikan sumber-sumber (*input*) yang persediaannya terbatas pada nilai tertentu (Nurcahyani, 2014). Jika suatu permasalahan optimasi yang fungsi tujuan dan kendalanya berbentuk nonlinier pada salah satu atau keduanya, maka permasalahan tersebut disebut nonlinier. Permasalahan optimasi tersebut tidak akan dapat dipecahkan dengan pemrograman linier, karena akan memunculkan variabel atau fungsi-fungsi baru pada kondisi tertentu dan akan terus berlanjut. Terdapat beberapa hal yang menyebabkan sifat ketidaklinieran, sebelumnya akan dijelaskan mengenai pemrograman nonlinier.

Definisi 2.1 Pemrograman Nonlinier (Winston dan Wayne, 2004)

Diberikan $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ merupakan fungsi objektif/tujuan dari pemrograman nonlinier, dan $g_1(x_1, x_2, \dots x_n)(\leq, =, \geq)b_1$, $g_2(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_2$, ..., $g_m(x_1, x_2, \dots, x_n)(\leq, =, \geq)b_m$ merupakan kendala pemrograman nonlinier dengan b_m menunjukkan syarat kendala tersebut. Masalah pemrograman nonlinier didefinisikan sebagai berikut

Memaksimumkan/meminimumkan

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.1}$$

dengan kendala

$$\begin{gathered} g_1(x_1, x_2, \dots x_n)(\leq, =, \geq)b_1 \\ g_2(x_1, x_2, \dots x_n)(\leq, =, \geq)b_2 \\ \vdots \\ g_i(x_1, x_2, \dots x_n)(\leq, =, \geq)b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n > 0 \end{gathered} \tag{2.2}$$

Jika $g_i(x_1, x_2, \dots x_n) \neq \emptyset$ maka pemrograman nonlinier tersebut dinamakan pemrograman nonlinier berkendala (*constrained*), dan jika $g_i(x_1, x_2, \dots x_n) = \emptyset$ maka pemrograman tersebut dinamakan pemrograman nonlinier tidak berkendala (*unconstrained*). Batasan-batasan biasanya dinamakan kendala-kendala. Pada m-kendala pertama dinamakan kendala-kendala fungsional, sedangkan batasan-batasan $x_1, \dots, x_n \geq 0$ dinamakan kendala-kendala tak negatif.

Jika terjadi $m \geq n$ maka masalah tidak dapat diselesaikan. Akan tetapi untuk dapat menyelesaikannya maka haruslah $m \leq n$ (banyaknya kendala lebih sedikit atau sama dengan banyaknya variabel). Daerah fisibel untuk pemrograman nonlinier adalah himpunan dari nilai-nilai $(x_1, x_2, \dots x_n)$ yang memenuhi sejumlah m-kendala. Suatu nilai di dalam daerah fisibel adalah nilai fisibel, dan suatu nilai di luar daerah fisibel adalah nilai tidak fisibel. Model pemrograman nonlinier meliputi pengoptimuman suatu kondisi berikut

a. Fungsi tujuan nonlinier terhadap kendala linier,
b. Fungsi tujuan nonlinier terhadap kendala nonlinier, dan
c. Fungsi tujuan nonlinier tidak berkendala (Sharma, 2006).

2.2 Masalah Optimasi

Optimasi (*optimization*) adalah aktivitas untuk mendapatkan hasil terbaik di bawah keadaan yang diberikan. Tujuan akhir dari semua aktivitas tersebut adalah meminimumkan usaha (*effort*) atau memaksimumkan manfaat yang diinginkan. Karena usaha yang diperlukan atau manfaat (*benefit*) yang diinginkan dapat dinyatakan sebagai proses untuk menemukan kondisi yang memberikan nilai minimum atau maksimum dari suatu fungsi. Tidak ada metode tunggal yang dapat dipakai untuk menyelesaikan semua masalah optimasi. Banyak metode optimasi telah dikembangkan untuk menyelesaikan tipe optimasi yang berbeda-beda (Moengin, 2011).

Masalah optimasi dapat dibedakan menjadi dua yaitu masalah optimasi dengan kendala dan masalah optimasi tanpa kendala. Masalah optimasi dengan kendala berdasarkan kendalanya dibagi menjadi dua, yaitu kendala persamaan dan kendala pertaksamaan. Untuk masalah optimasi dengan kendala persamaan, metode pengali Lagrange (*Lagrangian multiplier method*) dapat digunakan, jika masalah optimasi melibatkan kendala pertaksamaan, syarat Kuhn Tucker dapat digunakan untuk mengidentifikasi titik optimum (Moengin, 2011).

2.3 Metode Kuadrat Terkecil

Di bawah ini adalah model umum dari regresi linier berganda dengan p parameter:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2_i} + \beta_3 x_{3_i} + \cdots + \beta_p x_{p_i} + \mu_i$$

dengan:

β_1	:	*intercept* dari model
$\beta_2, \beta_3, \dots, \beta_p$	:	koefisien-koefisien regresi parsial dari variabel dependen ke-i
$x_{2_i}, x_{3_i}, \dots, x_{p_i}$	:	variabel-variabel *independen* ke-i dengan parameternya
y_i	:	variabel *dependen* ke-i
μ_i	:	residual (*error*) untuk pengamatan ke-i

Adapun terdapat beberapa asumsi agar model itu terpenuhi/*fit* seperti berikut:

1. $E\left(\mu_i \middle| x_{2_i}, x_{3_i}, \dots, x_{p_i}\right) = 0$, hal ini berarti bahwa tidak ada *error* pada model regresi.
2. $Var\,(\mu) = \sigma^2$, hal ini berarti model ini homoskedastisitas atau dapat dikatakan tiap residual sama dengan variansnya dan konstan.
3. $Cov\,(\mu_i, \mu_j) = 0$ untuk $i \neq j$ hal ini berarti tidak ada autokorelasi antar penelitian berurutan menurut waktu dan ruang.

4. Tidak ada korelasi antarvariabel bebas (x) atau tidak terjadi multikolinieritas.
5. Residual berdistribusi normal
6. Model bersifat linier.

Berikut penjelasan dari setiap asumsi:

1. Asumsi ini untuk menandakan bahwa model regresi *fit* karena bebas daripada *error*, sehingga pendugaan model tepat atau *unbiased*.
2. Asumsi ini menandakan bahwa varians residual konstan (homoskedastisitas), jika varians residual tidak konstans maka dapat mengakibatkan nilai estimasi yang bisa *underestimate* (lebih kecil daripada ekspektasi) ataupun *overestimate* (lebih besar daripada ekspektasi) dalam artian bersifat heteroskedastisitas.
3. Asumsi ini menandakan bahwa model bebas dari autokorelasi, autokorelasi adalah kejadian ketika terdapat korelasi antar penelitian berurutan menurut waktu atau ruang. Autokorelasi dapat mengakibatkan pendugaan atau estimasi menjadi tidak efisien.
4. Asumsi ini menandakan bahwa model yang bagus atau *fit* tidak bersifat multikolinieritas atau terdapat korelasi antarvariabel independen. Jika terdapat multikolinieritas, maka akan mengakibatkan koefisien regresi (β_1) yang dihasilkan akan menjadi lemah atau tidak dapat merepresentasikan keseluruhan hasil analisis regresi dari variabel bebas yang bersangkutan.
5. Asumsi ini menandakan bahwa model yang bagus atau *fit* harus mempunyai residual yang berdistribusi normal, supaya uji statistik yang dilakukan tidak valid atau bias terutama untuk sampel yang kecil $n < 30$
6. Asumsi ini menandakan bahwa model yang bagus atau *fit* harus bersifat linier,

linier sendiri menandakan bahwa terdapat hubungan yang signifikan antara variabel independen (x) dan variabel dependen (y).

Untuk mencari koefisien regresi dengan *Ordinary Least Square* (OLS), pertama-tama tuliskan model regresi linier berganda pada bagian sebelumnya seperti berikut:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2_i} + \beta_3 X_{3_i} + \mu$$

Pada model di atas hanya menggunakan dua variabel bebas saja dikarenakan sulit untuk lebih dari dua variabel. Untuk lebih dari dua variabel akan menggunakan OLS dengan matriks. Salah satu prosedur untuk menemukan koefisien regresi dengan OLS yaitu menentukan nilai dari jumlah kuadrat residual yang nilainya tidak diketahui dan $\sum \mu_i^2$ dicari yang paling kecil sekecil mungkin. Adapun langkah-langkahnya, sebagai berikut:

Pertama-tama, ubah model awal menjadi seperti berikut:

$$\mu = y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_{2_i} + \beta_3 x_{3_i})$$

$$\sum \mu^2 = \sum \left(y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_{2_i} + \beta_3 x_{3_i})\right)^2 \quad (2.3)$$

Karena menurut asumsi model regresi yang baik $E(\sum \mu_i^2)$ atau tidak ada *error* terhadap model. Substitusikan persamaan (2.3) pada $E(\sum \mu_i^2)$ sehingga menjadi:

$$E\left(\sum \mu_i^2\right) = E(\sum \left(y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_{2_i} + \beta_3 x_{3_i})\right)^2) \quad (2.\ 4)$$

$$0 = E(\sum (y_i - (\beta_1 + \beta_2 x_{2_i} + \beta_3 x_{3_i})^2) \quad (2.5)$$

Dengan menggunakan aljabar pada persamaan akan didapatkan beberapa persamaan, sebagai berikut:

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 \quad (2.6)$$

$$\sum y_i x_{2_i} = \beta_1 \sum x_{2_i} + \beta_2 \sum x_{2_i}^2 + \beta_3 \sum x_{2_i} x_{3_i} \tag{2.7}$$

$$\sum y_i x_{3_i} = \beta_1 \sum x_{3_i} + \beta_2 \sum x_{2_i} x_{3_i} + \beta_3 \sum x_{3_i}^2 \tag{2.8}$$

Dari persamaan (2.6) akan didapatkan hasil untuk β_1, β_2 dan β_3 yaitu:

$$\beta_1 = y - \beta_2 x_2 - \beta_2 x_3 \tag{2.9}$$

$$\beta_2 = \frac{y - \beta_1 - \beta_3 x_3}{x_2} \tag{2.10}$$

$$\beta_3 = \frac{y - \beta_1 - \beta_2 x_2}{x_3} \tag{2.11}$$

(Kurniawan, 2016).

2.4 Aturan Cramer

Aturan Cramer merupakan salah satu rumus yang digunakan untuk mencari solusi dari sistem linier tertentu dengan n persamaan dan n faktor yang tidak diketahui. Aturan ini baik digunakan untuk sistem dengan ordo 3 × 3.

Berikut ini adalah bentuk umum matriks yang memiliki ordo 3 × 3

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Teorema 2.1 (Aturan Cramer)

Jika $\boldsymbol{A}x = \boldsymbol{b}$ adalah suatu sistem dari n persamaan linier dengan n variabel sedemikian rupa sehingga $\det(\boldsymbol{A}) \neq 0$, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1 = \frac{\det(\boldsymbol{A_1})}{\det(\boldsymbol{A})}, x_2 = \frac{\det(\boldsymbol{A_2})}{\det(\boldsymbol{A})}, \ldots . x_n = \frac{\det(\boldsymbol{A_n})}{\det(\boldsymbol{A})}$$

dengan A_j adalah matriks yang diperoleh dengan mengganti entri-entri pada kolom ke-j dari A dengan entri-entri pada matriks

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk $\det(\boldsymbol{A})$ didefinisikan sebagai jumlah dari semua hasil kali bertanda dari $\boldsymbol{A}$.

Berikut ini adalah contoh cara mencari nilai $\det(\boldsymbol{A})$ yang memiliki ordo 3×3

Misalkan,

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Langkah-langkah untuk menentukan determinan matriks $\boldsymbol{A}$ adalah sebagai berikut.

a. Tambahkan dua kolom pertama matriks $\boldsymbol{A}$ pada sebelah kanan tanda determinan.

b. Hitunglah hasil kali anggota-anggota pada setiap diagonal yang arahnya ke bawah dari kiri ke kanan. Berilah tanda positif pada setiap hasil yang diperoleh

c. Hitunglah hasil kali anggota-anggota pada setiap diagonal yang arahnya ke atas dari kiri ke kanan. Berilah tanda negatif pada setiap hasil yang diperoleh.

d. Jumlahkan hasil pada langkah b dan c.

Langkah-langkah tersebut dapat digambarkan sebagai berikut.

$$\det \boldsymbol{A} = \left| \begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array} \right.$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$$

Berikut ini merupakan contoh penggunaan aturan Cramer pada penyelesaian sistem linier

$$x_1 + \quad +2x_3 = 6$$

$$-3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 30$$

$$-x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 8$$

Penyelesaian

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -3 & 4 & 6 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{A_1} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 2 \\ 30 & 4 & 6 \\ 8 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A_2} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -3 & 30 & 6 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{A_3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 6 \\ -3 & 4 & 30 \\ -1 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

Oleh karena itu

$$x_1 = \frac{\det(\boldsymbol{A_1})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{-40}{44} = \frac{-10}{11}$$

$$x_2 = \frac{\det(\boldsymbol{A_2})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{72}{44} = \frac{18}{11}$$

$$x_3 = \frac{\det(\boldsymbol{A_3})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{152}{44} = \frac{38}{11}$$

(Anton dan Rorres, 2014).

2.5 Fungsi Lagrange

Pada bagian ini akan dikenalkan tentang fungsi Lagrange dan teknik optimisasi multivariabel $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ dengan kendala persamaan yang mempunyai bentuk umum sebagai berikut:

Maksimasi $\pi = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (2. 12a)

Dengan kendala $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = r$ (2. 12b)

dengan r suatu konstanta.

Fungsi Lagrange dipakai dalam menyelesaikan permasalahan optimasi dengan kendala persamaan, seperti pada masalah optimasi (2.12). Fungsi Lagrange tersebut didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2.2 (Luknanto, 2000)

Diberikan masalah optimasi seperti pada masalah (2.12). Fungsi Lagrange dari masalah optimasi (2.12) didefinisikan sebagai,

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda[r - g(x_1, x_2, \dots x_n)] \quad (2.13)$$

dengan λ adalah pengali Lagrange

Teorema 2.1 (Luknanto, 2000)

Fungsi tujuan $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dengan kendala $g(x_1, x_2, \dots, x_n) = r$ agar mempunyai nilai maksimum atau nilai minimum lokal, jika turunan parsial dari fungsi Lagrangenya yang didefinisikan pada persamaan (2.13) terhadap setiap variabel dan pengali Lagrangenya adalah nol yakni $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$

Bukti :

Dimisalkan $G(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$, dengan $G(x_1, x_2, \dots, x_n) = r - g(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ dan variabel x_n pada $G(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ dapat dinyatakan sebagai $x_n = z(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$. Jika nilai ini disubstitusikan ke fungsi tujuan, diperoleh

$$f(x_1, x_2, \dots x_{n-1}, z(x_1, x_2, \dots x_{n-1}))$$

Sehingga fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, z(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}))$ adalah fungsi dari $n - 1$ variabel, yaitu $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$. Syarat agar fungsi $f(x_1, x_2, \dots, x_{n-1},$

$z\,(x_1, x_2, \ldots x_{n-1}))$ mempunyai nilai maksimum atau nilai minimum adalah turunan parsial terhadap masing-masing variabelnya adalah nol yakni $\frac{\partial f}{\partial x_j} = 0$, untuk setiap $j = 1,2, \ldots, n-1$

Oleh karena itu, dengan menggunakan aturan rantai diperoleh hasil,

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_2} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_{n-1}} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_{n-1}} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

dengan $\frac{\partial f}{\partial z} \neq 0$. Secara umum, persamaan (2.14) dapat ditulis sebagai

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial x_j} = 0, \text{ untuk setiap } j = 1,2, \ldots n-1 \tag{2.15}$$

Jika $z(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$ disubstitusikan ke dalam $G(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$, maka $G\left(x_1, x_2, \ldots z\big(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}\big)\right) = 0$, sehingga berlaku

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial x_1} + \frac{\partial G}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{\partial G}{\partial x_2} + \frac{\partial G}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_2} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial G}{\partial x_{n-1}} + \frac{\partial G}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_{n-1}} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{2.16}$$

dengan $\frac{\partial G}{\partial z} \neq 0$. Secara umum, persamaan (2.16) dapat ditulis sebagai:

$$\frac{\partial G}{\partial x_1} + \frac{\partial G}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_1} = 0, \text{ untuk setiap } j = 1,2, \ldots, n-1 \tag{2.17}$$

dari persamaan (2.17) diperoleh

$$\frac{\partial G}{\partial x_1} + \frac{\partial G}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial x_1} = 0, \text{ untuk setiap } j = 1,2, \ldots, n-1 \tag{2.18}$$

Jika persamaan (2.18) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.15), diperoleh

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial z}\left(\frac{\partial f}{\partial z} : \frac{\partial G}{\partial z}\right) = 0$$

atau

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \frac{\partial f}{\partial z}\left(\frac{\partial f}{\partial z} : \frac{\partial G}{\partial z}\right)\frac{\partial G}{\partial x_j} = 0, \text{ untuk setiap } j = 1,2,\dots,n-1 \tag{2.19}$$

Ini berarti ada λ pada persamaan (2.19) sehingga persamaan (2.13) berlaku, yaitu

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} + \lambda\frac{\partial G}{\partial x_j} = 0, \text{untuk setiap } j = 1,2,\dots,n-1 \text{ dengan } \lambda = \frac{\partial f}{\partial z} : \frac{\partial G}{\partial z}$$

Dengan mengubah ke bentuk semula bahwa fungsi f dan fungsi G adalah fungsi yang didefinisikan atas n variabel, maka berlaku

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \dots x_n)}{\partial x_i} + \lambda\frac{\partial G(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} = 0, \text{ untuk setiap } i = 1,2,\dots,n$$

dan karena $G(x_1, x_2, \dots, x_n) = r - g(x_1, x_2, \dots, x_n)$, maka

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \dots x_n)}{\partial x_i} + \lambda\frac{\partial (r - g(x_1, x_2, \dots, x_n))}{\partial x_i} = 0, \text{ untuk setiap } i = 1,2,\dots,n$$

atau

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0, \text{ untuk setiap } i = 1,2,\dots n$$

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa turunan fungsi Lagrange L terhadap pengali Lagrangenya, maka diperoleh,

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = r - g(x_1, x_2, \dots x_n) = 0$$

Definisi fungsi Lagrange di atas, dapat diperluas untuk masalah optimasi dengan kendala lebih dari satu. Diberikan masalah optimasi multivariabel dengan kendala lebih dari satu, yaitu sebagai berikut:

Maksimasi/minimasi $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Dengan kendala $g^j(x_1, x_2, \dots, x_n) = r_j$, untuk setiap $j = 1, 2, \dots, m)$ maka fungsi Lagrange untuk masalah ini adalah

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda_1[r_1 - g^1(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$
$$+ \lambda_2[r_2 - g^2(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$
$$+ \dots + \lambda_m[r_m - g^m(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$

atau secara sederhana ditulis

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j[r_j - g^j(x_1, x_2, \dots, x_n)] \quad (2.20)$$

dengan λ_j adalah pengali Lagrange, untuk setiap $j = 1, 2, \dots m$

2.6 Persyaratan Kuhn Tucker

Metode Kuhn Tucker digunakan untuk menyelesaikan program nonlinier dengan kendala pertidaksamaan atau untuk optimasi fungsi dengan dikenakan batasan atau kendala pertidaksamaan.

Menurut Mulyono (1991), untuk menyelesaikan program nonlinier dengan batasan kendala pertidaksamaan maka digunakan metode Kuhn Tucker yang merupakan perluasan dari metode pengali Lagrange. Metode ini disebut demikian karena yang menemukan adalah Kuhn dan Tucker pada tahun 1951.

Adapun bentuk umum program nonlinier dengan kendala pertidaksamaan adalah sebagai berikut:

Maksimumkan (Minimumkan): $z = f(X)$ (2. 21a)

Dengan syarat $g(X) \leq 0$ (2. 21b)

Kendala-kendala atau batasan-batasan pertidaksamaan dapat diubah atau dikonversikan ke dalam bentuk persamaan dengan menambahkan variabel-variabel *slack* non-negatif yang sesuai. Untuk memenuhi kondisi atau syarat non-negatif, dimisalkan $S_i^2 (\geq 0)$ merupakan *variabel slack* yang ditambahkan pada batasan atau kendala ke-i, $g_i(X) \leq 0$.

Didefinisikan $\boldsymbol{S} = (S_1, S_2, \dots S_m)^T$ dan $\boldsymbol{S^2} = (S_1^2, S_2^2, \dots S_m^2)^T$, dimana m adalah jumlah total batasan atau kendala pertidaksamaan. Sehingga fungsi Lagrangenya adalah

$$L(X, S, \lambda) = f(X) - \lambda[g(X) + S^2] \tag{2. 22}$$

dengan syarat atau batasan $g(X) \leq 0$.

Suatu syarat atau kondisi yang diperlukan untuk optimalitas adalah bahwa λ *non-negatif (non-positif)* untuk semua masalah maksimasi (minimasi). Hal ini dapat diberikan pembenaran sebagai berikut. Pertimbangkan kasus maksimasi. Karena λ mengukur laju variasi f dalam kaitannya dengan g yaitu:

$$\lambda = \frac{\partial f}{\partial g} \tag{2. 23}$$

Sebagaimana sisi kanan dari batasan $g \leq 0$ meningkat ke atas nol, ruang pemecahan atau solusi menjadi semakin dibatasi dan karena itu f tidak dapat menurun. Ini berarti bahwa $\lambda \geq 0$ demikian pula, untuk minimasi sementara satu sumber daya meningkat, f tidak dapat meningkat, yang menyiratkan bahwa $\lambda \leq 0$. Jika batasan tersebut berupa persamaan, yaitu, $g(X) = 0$, maka λ menjadi tidak dibatasi tandanya.

Batasan terhadap λ harus berlaku sebagai bagian dari kondisi Kuhn-Tucker yang diperlukan. Kondisi sisanya sekarang dapat diturunkan. Dengan mengambil derivatif parsial dari L dalam kaitannya dengan X, S, dan λ, diperoleh:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \nabla f(X) - \lambda \nabla g(X) = 0 \tag{2. 24}$$

$$\frac{\partial L}{\partial S_i} = -2\lambda_i S_i = 0 \quad , i = 1,2, \dots, m \tag{2. 25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -(g(X) + S^2) = 0 \tag{2. 26}$$

Dari persamaan (2.26) didapatkan hasil-hasil berikut ini:

1. Jika $\lambda_i > 0, S_i^2 = 0$, maka sumber daya yang bersangkutan terbatas atau langka, akibatnya sumber daya tersebut sepenuhnya dipergunakannya (batasan atau kendala persamaan).
2. Jika $S_i^2 \geq 0, \lambda_i = 0$, ini berarti sumber daya ke-i tidak terbatas atau langka dan akibatnya sumber daya tersebut tidak berpengaruh pada nilai $f\left(\lambda_i = \frac{\partial f}{\partial g_i} = 0\right)$.

Dari persamaan (2.26) dan (2.25), disimpulkan bahwa

$$\lambda_i g(X) = 0, i = 1,2, \dots, m \tag{2. 27}$$

Kondisi baru ini pada intinya mengulangi argumen sebelumnya, karena jika $\lambda_i > 0, g_i(X) = 0$ atau $S_i^2 = 0$. Demikian pula, jika $g_i(X) > 0$, yaitu $S_i^2 > 0$, maka $\lambda_i = 0$.

Kondisi Kuhn Tucker yang diperlukan supaya X dan λ merupakan titik stasioner dari masalah maksimasi ini sekarang dapat diringkas sebagai berikut

$$\lambda \geq 0 \tag{2. 28}$$

$$\nabla f(X) - \lambda \nabla g(X) = 0 \tag{2. 29}$$

$$\lambda_i g_i(X) = 0, i = 1,2, \dots, m \tag{2. 30}$$

$$g(X) \leq 0 \tag{2. 31}$$

Kondisi-kondisi ini berlaku untuk kasus minimasi juga, pengecualian bahwa λ haruslah non-positif. Baik dalam maksimasi maupun minimasi, pengali Lagrange yang bersesuaian dengan batasan atau kendala persamaan tidak dibatasi dalam tanda. Kondisi Kuhn Tucker yang diperlukan juga memadai jika fungsi tujuan dan ruang pemecahan atau solusi memenuhi kondisi-kondisi tertentu berkenaan dengan kecembungan dan kecekungan. Menurut Mulyono (1991), kondisi-kondisi ini diringkas pada tabel di bawah ini:

Tabel. 2.1 Syarat atau Kondisi Cukup Kuhn Tucker

Optimasi Dasar	**Syarat yang diperlukan**	
	Dasar obyektif	**Ruang solusi**
Maksimasi	Cekung	Set Cembung
Minimasi	Cembung	Set Cembung

Suatu fungsi lebih mudah diverifikasi cembung atau cekung daripada membuktikan bahwa suatu ruang pemecahan atau solusi adalah himpunan atau set cembung. Karena alasan ini akan diberikan suatu daftar tentang syarat-syarat atau kondisi-kondisi yang lebih mudah diterapkan dalam praktik, dalam artian bahwa kecembungan ruang pemecahan atau solusi dapat ditetapkan dengan memeriksa secara langsung kecembungan dan kecekungan fungsi-fungsi batasan atau kendala. Untuk memberikan syarat-syarat atau kondisi-kondisi ini, didefinisikan masalah program nonlinier sebagai berikut:

$$(\text{Maksimumkan atau Minimumkan})\text{: } z = f(X) \tag{2. 32}$$

dengan batasan atau kendala

$$g_i(X) \leq 0, i = 1,2, \dots r \tag{2. 33}$$

$$g_i(X) \geq 0, i = 1,2, \dots p \tag{2. 34}$$

$$g_i(X) = 0, i = p+1, \dots m \tag{2. 35}$$

maka persamaan Lagrangenya menjadi:

$$L(X, S, \lambda) = f(X) - \sum_{i=1}^{r} \lambda_i [g_i(X) + S_i^2] - \sum_{i=r+1}^{p} \lambda_i [g_i(X) - S_i^2] - \sum_{i=p+1}^{m} \lambda_i [g_i(X)] \tag{2. 36}$$

dengan λ_i adalah pengali Lagrange (*Lagrange Multiplier*) yang berhubungan dengan kendala atau batasan ke-i (Taha, 1997).

Syarat-syarat atau kondisi–kondisi yang memadai, diringkas pada tabel di bawah ini:

Tabel. 2.2 Pengembangan Syarat atau Kondisi Cukup Kuhn Tucker

Jenis Optimasi	**Syarat yang diperlukan**		
	$f(X)$	$g_j(X)$	λ_j
Maksimasi	Konkaf	$\begin{cases} Konveks \\ Konkaf \\ Linier \end{cases}$	$\geq 0 \ (1 \leq j \leq r)$ $\leq 0 \ (r+1 \leq j \leq p)$ $Terbatas \ (p+1 \leq j \leq m)$
Minimasi	Konveks	$\begin{cases} Konveks \\ Konkaf \\ Linier \end{cases}$	$\leq 0 \ (1 \leq j \leq r)$ $\geq 0 \ (r+1 \leq j \leq p)$ $Terbatas \ (p+1 \leq j \leq m)$

Kondisi-kondisi atau syarat-syarat pada Tabel 2.2 hanya mewakili suatu sub himpunan atau himpunan dari kondisi atau syarat dalam Tabel 2.1, alasannya adalah bahwa ruang pemecahan atau solusi dapat cembung tanpa memenuhi kondisi atau syarat yang ditetapkan dalam Tabel 2.2 terhadap fungsi $g_i(X)$.

Keabsahan Tabel 2.2 bergantung pada fakta bahwa kondisi tersebut menghasilkan fungsi $L\ (X, S, \lambda)$ yang cekung dalam kasus maksimasi dan fungsi $L(X, S, \lambda)$ yang cembung dalam kasus minimasi. Hasil ini dapat diverifikasi secara langsung dengan melihat bahwa jika $g_i(X)$ cembung, maka $\lambda_i g_i(X)$ cembung jika $\lambda_i \geq 0$ dan cekung bila $\lambda_i \leq 0$. Interpretasi serupa dapat ditetapkan untuk semua kondisi sisanya. Perlu diperhatikan juga bahwa jika suatu fungsi f adalah cekung, maka $-f$ adalah cembung, dan demikian pula sebaliknya.

Pada umumnya, setiap formulasi Lagrange dari suatu masalah program nonlinier dengan n variabel keputusan dan m kendala dapat menghasilkan 2^{m+n} kemungkinan kombinasi solusi. Dalam kasus ini terdapat dua variabel dan dua kendala, sehingga terdapat 2^{2+2} kemungkinan kombinasi solusi.

2.7 Kajian Keagamaan tentang Optimasi

Berdasarkan surat al-Isra' ayat 29-30 Allah memerintahkan hambaNya agar bersikap ekonomis dalam kehidupan, dan mencela sifat kikir. Selain itu Allah juga melarang hambaNya berlebihan dalam membelanjakan harta. Sebagaimana dijelaskan dalam al-Quran surat al-Furqan/25:67 sebagai berikut:

وَٱلَّذِينَ إِذَآ أَنفَقُواْ لَمۡ يُسۡرِفُواْ وَلَمۡ يَقۡتُرُواْ وَكَانَ بَيۡنَ ذَٰلِكَ قَوَامٗا ﴿٦٧﴾

"Artinya: dan orang-orang yang apabila membelanjakan (harta), mereka tidak berlebihan, dan tidak (pula) kikir, dan adalah (pembelanjaan itu) di tengah-tengah antara yang demikian."(QS.Al-Furqan/25:67)

Menurut tafsir Al-Maraghi, kata *al-israf* berarti melampaui batas dalam mengeluarkan nafkah karena melihat saingannya yang mempunyai harta. *At-Taqtir* berarti kikir, *Qawaman* berarti pertengahan atau sederhana sedangkan maksud dari ayat di atas adalah bahwa agar orang-orang tidak berlaku mubadzir dalam mengeluarkan nafkah, maka tidak mengeluarkan lebih dari kebutuhan, tidak pula kikir terhadap diri mereka dan keluarga mereka sehingga mengabaikan kewajiban terhadap mereka, tetapi mereka mengeluarkan secara adil dan pertengahan dan sebaik-baik perkara adalah yang paling pertengahan (Al Maraghi, 1993).

Menurut tafsir Ibn Katsir ayat di atas menjelaskan bahwa mereka (orang-orang yang beriman) tidak terlalu boros dalam mengeluarkan infaq, mereka mengaturnya sesuai dengan kebutuhan, tidak membiarkan keluarga mereka, menurunkan hak-hak keluarga mereka, mereka berlaku adil dan baik, dan sebaik-baik perkara adalah pertengahan, tidak boros/lebih dan tidak kikir/kurang (Katsir, 2004).

Allah juga menjelaskan larangan berlaku mubadzir dalam surat al-Isra'/17:26-27, yaitu:

وَءَاتِ ذَا ٱلۡقُرۡبَىٰ حَقَّهُۥ وَٱلۡمِسۡكِينَ وَٱبۡنَ ٱلسَّبِيلِ وَلَا تُبَذِّرۡ تَبۡذِيرًا ٢٦ إِنَّ
ٱلۡمُبَذِّرِينَ كَانُوٓاْ إِخۡوَٰنَ ٱلشَّيَٰطِينِۖ وَكَانَ ٱلشَّيۡطَٰنُ لِرَبِّهِۦ كَفُورًا ٢٧

"*Dan berikanlah kepada keluarga-keluarga yang dekat akan haknya, kepada orang miskin dan orang yang dalam perjalanan dan janganlah kamu menghambur-hamburkan (hartamu) secara boros. Sesungguhnya pemboros-pemboros itu adalah saudara-saudara syaitan dan syaitan itu adalah sangat ingkar kepada Tuhannya."(QS. Al-Isra'/17:26-27)*

Menurut tafsir Ibn Katsir Ayat tersebut menjelaskan bahwa setelah perintah untuk memberi nafkah, Allah melarang bersikap berlebih-lebihan dalam memberi nafkah (membelanjakan harta), tetapi yang dianjurkan adalah pertengahan. Ibn Mas'ud mengatakan bahwa istilah *tabdzir* berarti membelanjakan harta bukan pada jalan yang benar. Hal yang sama dikatakan oleh Ibn Abbas. Seorang mujahid mengatakan, "Seandainya seseorang membelanjakan semua hartanya dalam kebenaran, dia bukanlah orang yang boros. Dan seandainya seseorang membelanjakan satu *mud* bukan pada jalan yang benar, maka dia termasuk orang yang boros" (Katsir, 2004).

Qatadah mengatakan bahwa *tabdzir* ialah membelanjakan harta di jalan maksiat kepada Allah, pada jalan yang tidak benar, serta untuk kerusakan. Orang-orang yang *tabdzir* adalah termasuk saudara setan dalam pemborosan, melakukan tindakan bodoh, dan tidak giat kepada Allah serta berbuat maksiat kepadaNya. Dikatakan demikian karena dia ingkar kepada nikmat yang telah diberikan Allah kepadanya dan tidak mau mengerjakan amal ketaatan kepadaNya, bahkan membalasnya dengan perbuatan durhaka dan melanggar perintahNya (Katsir, 2000).

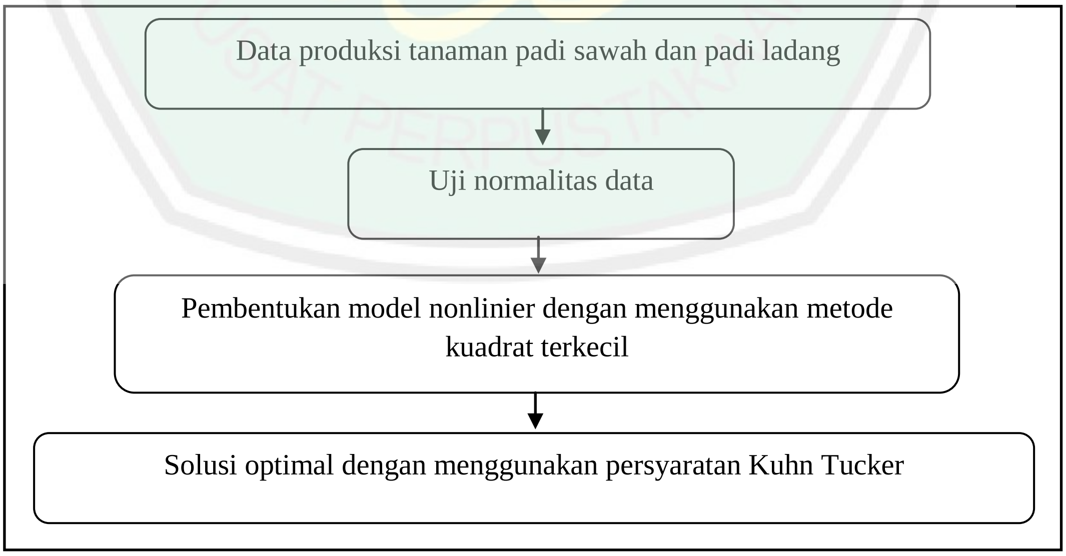
BAB III

PEMBAHASAN

Pada bab ini akan dijelaskan tentang penerapan model nonlinier untuk optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap menggunakan Syarat Kuhn Tucker.

3.1 Penerapan Model Matematika Pada Masalah Hasil Pertanian

Pada sub bab ini akan dibahas bagaimana pembentukan model nonlinier untuk optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap. Pembentukan model nonlinier hasil pertanian di kabupaten Cilacap menggunakan metode kuadrat terkecil (*least square*). Metode ini dipilih karena menurut (Asti, 2015) metode kuadrat terkecil merupakan metode penaksiran parameter meminimalkan jumlah kuadrat sisa (galat). Penaksiran pada metode ini memiliki sifat BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Kemudian model yang diperoleh diselesaikan dengan pemrograman kuadratik persyaratan Kuhn Tucker. Gambar 3.1 adalah alur dalam penelitian ini.



Gambar 3.1 Alur Pembentukan Model dan Penyelesaian Masalah Optimasi

3.1.1 Pembentukan model

Pada permasalahan hasil pertanian di kabupaten Cilacap, tanaman pangan yang menjadi produksi dalam jumlah banyak adalah tanaman padi. Terdapat dua jenis tanaman padi yang di produksi yaitu padi sawah (x) dan padi ladang (y). Dari kedua jenis padi tersebut, padi sawah adalah jenis padi yang lebih banyak diproduksi. Hal ini dikarenakan ketersediaan lahan sawah lebih luas dibandingkan dengan ketersediaan lahan ladang. Pada penelitian ini akan dibuat model untuk memaksimumkan hasil panen padi sawah dan padi ladang dari luas lahan yang tersedia melalui perhitungan rata-rata produksi padi (S).

Data yang digunakan dalam optimasi hasil pertanian kabupaten Cilacap adalah data sekunder. Data tersebut diambil dari BPS kabupaten Cilacap pada Lampiran 1 yaitu data luas panen padi sawah (x) dan luas panen padi ladang (y). Sebelum kita membentuk model matematika maka data harus diuji kelayakannya. Salah satu uji kelayakan data adalah uji normalitas.

3.1.2 Uji Normalitas

Data pada Lampiran 1 yang telah diperoleh peneliti harus diuji terlebih dahulu untuk mengetahui karakteristik data tersebut. Salah satu jenis pengujian yang harus dilakukan adalah uji normalitas data. Uji normalitas data dilakukan untuk mengetahui apakah data yang diperoleh dari penelitian mempunyai distribusi yang normal atau tidak. Hasil uji normalitas menggunakan program Minitab 16 adalah sebagai berikut:

Tabel 3.1 Uji Normalitas Data

Data	P-Value	StDev
Luas lahan panen padi sawah	0,070	7338
Luas lahan panen padi ladang	> 0,150	2.651
Produktivitas padi sawah	> 0,150	2,380
Produktivitas padi ladang	0,148	3,123
Luas tanam padi sawah	0,147	7252
Luas tanam padi ladang	> 0,150	3772

Berdasarkan hasil yang diperoleh pada Tabel 3.1 menunjukkan bahwa nilai P-Value semua data lebih dari 0,05. Hal ini menunjukkan bahwa semua data berdistribusi normal. Setelah data teruji normal maka fungsi tujuan dapat dibentuk menggunakan metode kuadrat terkecil.

3.1.3 Membentuk Fungsi Tujuan dengan Metode Kuadrat Terkecil

Fungsi tujuan dari permasalahan ini dibentuk dari rata-rata produksi yang diartikan sebagai hasil panen per hektar yang dihitung beratnya dalam satuan kwintal. Sedangkan luas panen diartikan sebagai banyaknya tanaman yang dipungut hasilnya setelah cukup umur termasuk yang gagal panen. Karena tidak memungkinkan untuk menghitung tanaman satu persatu, maka jumlah tanaman dianggap setara dengan luas tanaman yang dihitung dalam satuan hektar.

Rata-rata produksi tanaman padi total merupakan jumlahan dari rata-rata produksi tanaman padi sawah dan padi ladang. Sehingga fungsi tujuan yang akan dibentuk dapat dinyatakan sebagai jumlahan dari rata-rata produksi padi sawah dan padi ladang.

Fungsi rata-rata produksi padi sawah adalah

$$S(x) = \beta_0^x x_{1i}^2 + \beta_1^x x_{2i} + \beta_2^x \quad (3.1a)$$

Fungsi rata-rata produksi padi ladang adalah

$$S(y) = \beta_0^y y_{1i}^2 + \beta_1^y y_{2i} + \beta_2^y \quad (3.1b)$$

Berdasarkan persamaan (3.1a) dan (3.1b) maka dapat dibentuk fungsi tujuan yang dinyatakan sebagai jumlahan rata-rata dari produksi padi sawah dan padi ladang

$$S(x, y) = S(x) + S(y)$$

$$S(x, y) = \beta_0^x x_{1i}^2 + \beta_1^x x_{2i} + \beta_2^x + \beta_0^y y_{1i}^2 + \beta_1^y y_{2i} + \beta_2^y \quad (3.1c)$$

Adapun variabel yang digunakan adalah sebagai berikut

x_i = Data luas panen padi sawah ke$-i$ dalam satuan ha

y_i = Data luas panen padi ladang ke$-i$ dalam satuan ha

S_i = Data rata-rata produksi dalam satuan kwintal

β = Parameter fungsi tujuan

Fungsi tujuan yang akan dibentuk dari permasalahan ini adalah berupa fungsi nonlinier yang berupa fungsi kuadrat. Fungsi kuadrat adalah fungsi dengan pangkat tertinggi dari variabel tersebut adalah dua. Fungsi kuadrat memiliki satu nilai titik ekstrim yaitu maksimum dan minimum (Insani, 2017).

Model yang akan diselesaikan dengan metode kuadrat terkecil adalah sebagai berikut

$$y = X\beta + \mu \quad (3.2)$$

dengan β adalah parameter dan μ adalah sisa (*error*). Menurut Kurniawan (2016), fungsi kuadrat mempunyai bentuk umum yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y = \beta_0 x^2 + \beta_1 x + \beta_2 \quad (3.3)$$

Dari persamaan (3.2) dan (3.3) diperoleh model fungsi kuadrat yang akan diselesaikan dengan metode kuadrat terkecil, yaitu:

$$y = \beta_0 x^2 + \beta_1 x + \beta_2 + \mu \tag{3.4}$$

Metode kuadrat terkecil di sini digunakan untuk mencari nilai-nilai tetapan β_0, β_1 dan β_2 berdasarkan *set* yang diberikan, (misalkan banyak data $= n$), yaitu meminimumkan jumlah kuadrat sisa (S) dari persamaan (3.4) berikut

$$S = \sum_{i=1}^{n} \mu_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)^2$$

Selanjutnya S diturunkan terhadap β_0, β_1 dan β_2 dengan syarat optimumnya adalah

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0} = \frac{\partial S}{\partial \beta_1} = \frac{\partial S}{\partial \beta_2} = 0 \tag{3.5}$$

Jika S diturunkan terhadap β_0 maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{\partial S}{\partial \beta_0} &= \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(-x_i^2) = 0 \\
&= 2\sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(-x_i^2) = 0 \\
&= \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(-x_i^2) = 0 \\
&= -\sum_{i=1}^{n} x_i^2 . y_i + \sum_{i=1}^{n} (x_i^2)^2 . \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . \beta_1 \\
&\quad + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . \beta_2 = 0
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i^2)^2.\beta_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i^3.\beta_1 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2.\beta_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2.y_i$$

$$\beta_0\sum_{i=1}^{n} x_i^4 + \beta_1\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + \beta_2\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2.y_i \tag{3.6}$$

Jika S diturunkan terhadap β_1 maka diperoleh

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(-x_i) = 0$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(-x_i) = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(-x_i) = 0$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_i.y_i + \sum_{i=1}^{n} x_i^3.\beta_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2.\beta_1 + \sum_{i=1}^{n} x_i.\beta_2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^3.\beta_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2.\beta_1 + \sum_{i=1}^{n} x_i.\beta_2 = \sum_{i=1}^{n} x_i.y_i$$

$$\beta_0\sum_{i=1}^{n} x_i^3 + \beta_1\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \beta_2\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i.y_i \tag{3.7}$$

Jika S diturunkan terhadap β_2 maka diperoleh

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_2} = \sum_{i=1}^{n} 2(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(1) = 0$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(1) = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 x_i^2 - \beta_1 x_i - \beta_2)(1) = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . \beta_0 - \sum_{i=1}^{n} x_i . \beta_1 - \sum_{i=1}^{n} \beta_2 = 0$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \beta_0 - \sum_{i=1}^{n} x_i . \beta_1 - \sum_{i=1}^{n} \beta_2 = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$= -\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \beta_0 - \sum_{i=1}^{n} x_i . \beta_1 - \sum_{i=1}^{n} \beta_2 = -\sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} x_i . \beta_1 + \beta_2 n = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\beta_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + \beta_1 \sum_{i=1}^{n} x_i + \beta_2 n = \sum_{i=1}^{n} y_i \tag{3.8}$$

Untuk memudahkan mencari nilai β_0, β_1, dan β_2 maka persamaan (3.6), (3.7) dan (3.8) diubah dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i . y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Selanjutnya nilai β_0, β_1 dan β_2 dapat diselesaikan menggunakan rumus

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^4 & \sum_{i=1}^{n} x_i^3 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i^2 & \sum_{i=1}^{n} x_i & N \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . y_i \\ \sum_{i=1}^{n} x_i . y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Sistem persamaan aljabar linier orde 3 dapat diselesaikan menggunakan 2 cara yaitu analitis dan numeris. Jika diselesaikan menggunakan cara analitis maka dengan menggunakan aturan Cramer yaitu dengan cara mencari solusi konstanta atau parameter β_0, β_1 dan β_2. Menurut Teorema 2.1, jika $Ax = b$ adalah suatu sistem dari n persamaan linier dengan n variabel sedemikian rupa sehingga $\det(\boldsymbol{A}) \neq 0$, maka sistem ini memiliki solusi yang unik. Solusinya adalah

$$x_1 = \frac{\det(\boldsymbol{A_1})}{\det(\boldsymbol{A})}, x_2 = \frac{\det(\boldsymbol{A_2})}{\det(\boldsymbol{A})}, \dots . x_n = \frac{\det(\boldsymbol{A_n})}{\det(\boldsymbol{A})}$$

Dengan demikian maka parameter β_0, β_1 dan β_2 dapat dicari dengan cara sebagai berikut

$$\beta_0 = \frac{\det\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot y_i & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n y_i & \sum_{i=1}^n x_i & N \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & N \end{bmatrix}} \tag{3.11}$$

$$\beta_1 = \frac{\det\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot y_i & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n y_i & N \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & N \end{bmatrix}} \tag{3.12}$$

$$\beta_2 = \frac{\det\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i \end{bmatrix}}{\det\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^4 & \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \sum_{i=1}^n x_i^3 & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i & N \end{bmatrix}} \tag{3.13}$$

1. Fungsi Tujuan Tanaman Padi Sawah

Berikut ini adalah hasil perhitungan nilai parameter $\boldsymbol{\beta_0}, \boldsymbol{\beta_1}$ dan $\boldsymbol{\beta_2}$ untuk data padi sawah sebagaimana yang ada pada Lampiran 1

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A}) &= (\sum x^4 \times \sum x^2 \times N) + (\sum x^3 \times \sum x \times \sum x^2) + (\sum x^2 \times \\
&\quad \sum x^3 \times \sum x) - (\sum x^2 \times \sum x^2 \times \sum x^2) - (\sum x^4 \times \sum x \times \sum x) - \\
&\quad (\sum x^3 \times \sum x^3 \times N) \\
&= (10{,}5808 \times 12{,}5169 \times 2) + (11{,}4892 \times 13{,}6807 \times 12{,}5169) + \\
&\quad (12{,}5169 \times 11{,}4892 \times 13{,}6807) - (12{,}5169 \times 12{,}5169 \times \\
&\quad 12{,}5169) - (10{,}5808 \times 13{,}6807 \times 13{,}6807) - (11{,}4892 \times \\
&\quad 11{,}4892 \times 2) \\
&= (264{,}8776) + (1967{,}41) + (1967{,}41) - (1961{,}058) - \\
&\quad (1980{,}319) - (264{,}0034) \\
&= -5{,}68219
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A_1})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A_1}) &= (\sum x^2 y \times \sum x^2 \times N) + (\sum x^3 \times \sum x \times \sum y) + (\sum x^2 \times \\
&\quad \sum xy \times \sum x) - (\sum x^2 \times \sum x^2 \times \sum y) - (\sum x^2 y \times \sum x \times \sum x) - \\
&\quad (\sum x^3 \times \sum xy \times N) \\
&= (11{,}5439 \times 12{,}5169 \times 2) + (11{,}4892 \times 13{,}6807 \times 13{,}7894) + \\
&\quad (12{,}5169 \times 12{,}5169 \times 13{,}6807) - (12{,}5169 \times 12{,}5169 \times \\
&\quad 13{,}7894) - (11{,}5439 \times 13{,}6807 \times 13{,}6807) - (11{,}4892 \times \\
&\quad 12{,}5966 \times 2) \\
&= (288{,}9877) + (2167{,}422) + (2157{,}041) - (2160{,}424) - \\
&\quad (2160{,}574) - (289{,}4497) \\
&= 3{,}003224
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A_2})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A_2}) &= (\sum x^4 \times \sum xy \times N) + (\sum x^2y \times \sum x \times \sum x^2) + (\sum x^2 \times \\
&\quad \sum x^3 \times \sum y) - (\sum x^2 \times \sum xy \times \sum x^2) - (\sum x^4 \times \sum x \times \sum y) - \\
&\quad (\sum x^2y \times \sum x^3 \times N) \\
&= (10{,}5808 \times 12{,}5966 \times 2) + (11{,}5439 \times 13{,}6807 \times 12{,}5169) + \\
&\quad (12{,}5169 \times 11{,}4892 \times 13{,}7894) - (12{,}5169 \times 12{,}5169 \times \\
&\quad 13{,}7894) - (10{,}5808 \times 13{,}6807 \times 13{,}7894) - (11{,}5439 \times \\
&\quad 11{,}4892 \times 2) \\
&= (266{,}5642) + (1976{,}777) + (1983{,}042) - (1873{,}544) - \\
&\quad (1996{,}054) - (265{,}2604) \\
&= -8{,}47509
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A_3})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A_3}) &= (\sum x^4 \times \sum x^2 \times \sum y) + (\sum x^3 \times \sum xy \times \sum x^2) + (\sum x^2y \times \\
&\quad \sum x^3 \times \sum x) - (\sum x^2y \times \sum x^2 \times \sum x^2) - (\sum x^4 \times \sum xy \times \sum x) - \\
&\quad (\sum x^3 \times \sum x^3 \times \sum y) \\
&= (10{,}5808 \times 12{,}5169 \times 13{,}789) + (11{,}4892 \times 12{,}5966 \times \\
&\quad 12{,}5169) + (11{,}5439 \times 11{,}4892 \times 13{,}6807) - (11{,}5439 \times \\
&\quad 12{,}5169 \times 12{,}5169) - (10{,}5808 \times 12{,}5966 \times 13{,}6807) - \\
&\quad (11{,}4892 \times 11{,}4892 \times 13{,}789) \\
&= (1826{,}251803) + (1811{,}506559) + (1814{,}473647) - \\
&\quad (1808{,}61497) - (1823{,}392498) - (1820{,}224471) \\
&= 0{,}0000700286
\end{aligned}$$

Setelah semua nilai $\det(\boldsymbol{A}), \det(\boldsymbol{A_1}), \det(\boldsymbol{A_2})$, dan $\det(\boldsymbol{A_3})$ didapatkan hasilnya, maka nilai parameter β_0, β_1 dan β_2 untuk data padi sawah adalah

$$\beta_0 \quad = \quad \frac{\det(\boldsymbol{A_1})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{3{,}003224}{-5{,}68219} = -0{,}52853$$

$$\beta_1 \quad = \quad \frac{\det(\boldsymbol{A_2})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{-8{,}47509}{-5{,}68219} = 1{,}491518$$

$$\beta_2 \quad = \quad \frac{\det(\boldsymbol{A_3})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{0{,}0000700286}{-5{,}68219} = -0{,}000123242$$

Selain dilakukan perhitungan dengan cara manual (menggunakan aturan *Cramer*), untuk mencari nilai parameter β_0, β_1 dan β_2 pada data padi sawah juga dilakukan dengan bantuan program, berikut ini adalah hasil dari perhitungan menggunakan bantuan *software* Matlab

```
A =

   10.5808   11.4892   12.5169
   11.4892   12.5169   13.6807
   12.5169   13.6807    2.0000


vb =

   11.5439
   12.5966
   13.7894


alpa =

   -0.5282
    1.4912
   -0.0000
```

Gambar 3.2 Tampilan Perhitungan Nilai Parameter β_0, β_1 dan β_2 Padi Sawah

Berdasarkan perhitungan di atas, hasil dari perhitungan manual dan program sama, sehingga fungsi tujuan yang dapat dibentuk untuk tanaman padi sawah adalah

$$S(x) = \beta_0^x x_i^2 + \beta_1^x x_i + \beta_2^x$$

$$S(x) = -0{,}52853x_i^2 + 1{,}491518x_i - 0{,}000123242 \tag{3.14}$$

2. Fungsi Tujuan Tanaman Padi Ladang

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A})$ untuk data padi ladang sebagaimana yang ada di Lampiran 1 adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A}) &= (\sum x^4 \times \sum x^2 \times N) + (\sum x^3 \times \sum x \times \sum x^2) + (\sum x^2 \times \\
&\quad \sum x^3 \times \sum x) - (\sum x^2 \times \sum x^2 \times \sum x^2) - (\sum x^4 \times \sum x \times \sum x) - \\
&\quad (\sum x^3 \times \sum x^3 \times N) \\
&= (2{,}2358 \times 4{,}3410 \times 2) + (2{,}9604 \times 7{,}3003 \times 4{,}3410) + \\
&\quad (4{,}3410 \times 2{,}9604 \times 7{,}3003) - (4{,}3410 \times 4{,}3410 \times 4{,}3410) - \\
&\quad (2{,}2358 \times 7{,}3003 \times 7{,}3003) - (2{,}9604 \times 2{,}9604 \times 2) \\
&= (19{,}41122) + (93{,}81686) + (93{,}81686) - (81{,}80302) - \\
&\quad (119{,}1556) - (17{,}52794) \\
&= -11{,}4416
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A_1})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A_1}) &= (\sum x^2 y \times \sum x^2 \times N) + (\sum x^3 \times \sum x \times \sum y) + (\sum x^2 \times \\
&\quad \sum xy \times \sum x) - (\sum x^2 \times \sum x^2 \times \sum y) - (\sum x^2 y \times \sum x \times \sum x) - \\
&\quad (\sum x^3 \times \sum xy \times N) \\
&= (3{,}8280 \times 4{,}3410 \times 2) + (2{,}9604 \times 7{,}3003 \times 13{,}8557) + \\
&\quad (4{,}3410 \times 6{,}5757 \times 7{,}3003) - (4{,}3410 \times 7{,}3003 \times 7{,}3003) - \\
&\quad (3{,}8280 \times 7{,}3003 \times 7{,}3003) - (2{,}9604 \times 6{,}5757 \times 2) \\
&= (33{,}2347) + (299{,}4467) + (208{,}3879) - (261{,}1007) - \\
&\quad (204{,}0109) - (38{,}9334)
\end{aligned}$$

$$= \quad 37{,}02432$$

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A_2})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A_2}) &= (\sum x^4 \times \sum xy \times N) + (\sum x^2y \times \sum x \times \sum x^2) + (\sum x^2 \times \\
&\quad \sum x^3 \times \sum y) - (\sum x^2 \times \sum xy \times \sum x^2) - (\sum x^4 \times \sum x \times \sum y) - \\
&\quad (\sum x^2y \times \sum x^3 \times N) \\
&= (2{,}2358 \times 6{,}5757 \times 2) + (3{,}8280 \times 7{,}3003 \times 4{,}3410) + \\
&\quad (4{,}3410 \times 2{,}9604 \times 13{,}8557) - (4{,}3410 \times 6{,}5757 \times 4{,}3410) - \\
&\quad (2{,}2358 \times 7{,}3003 \times 13{,}8557) - (3{,}8280 \times 2{,}9604 \times 2) \\
&= (29{,}4039) + (121{,}3116) + (178{,}0609) - (123{,}9143) - \\
&\quad (226{,}1529) - (22{,}66482) \\
&= -43{,}9556
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan $\det(\boldsymbol{A_3})$ adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\det(\boldsymbol{A_3}) &= (\sum x^4 \times \sum x^2 \times \sum y) + (\sum x^3 \times \sum xy \times \sum x^2) + (\sum x^2y \times \\
&\quad \sum x^3 \times \sum x) - (\sum x^2y \times \sum x^2 \times \sum x^2) - (\sum x^4 \times \sum xy \times \sum x) - \\
&\quad (\sum x^3 \times \sum x^3 \times \sum y) \\
&= (2{,}2358 \times 4{,}3410 \times 13{,}8557) + (2{,}9604 \times 6{,}5757 \times 4{,}3410) + \\
&\quad (3{,}8280 \times 2{,}9604 \times 7{,}3003) - (3{,}8280 \times 4{,}3410 \times 4{,}3410) - \\
&\quad (2{,}2358 \times 6{,}5757 \times 7{,}3003) - (2{,}9604 \times 2{,}9604 \times 13{,}8557) \\
&= (134{,}478) + (84{,}50495) + (82{,}73) - (72{,}13591) - \\
&\quad (107{,}3286) - (121{,}4309) \\
&= 0{,}817479
\end{aligned}$$

Setelah semua nilai $\det(\boldsymbol{A})$, $\det(\boldsymbol{A_1})$, $\det(\boldsymbol{A_2})$, dan $\det(\boldsymbol{A_3})$ didapatkan hasilnya, maka nilai parameter β_0, β_1 dan β_2 dapat dicari dengan cara sebagai berikut

$$\beta_0 \quad = \quad \frac{\det(\boldsymbol{A_1})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{37{,}02432}{-11{,}4416} = -3{,}23594$$

$$\beta_1 \quad = \quad \frac{\det(\boldsymbol{A_2})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{-43{,}9556}{-11{,}4416} = 3{,}841733$$

$$\beta_2 \quad = \quad \frac{\det(\boldsymbol{A_3})}{\det(\boldsymbol{A})} = \frac{0{,}817479}{-11{,}4416} = -0{,}07145$$

Selain dilakukan perhitungan dengan cara manual (menggunakan aturan *Cramer*), untuk mencari nilai parameter β_0, β_1 dan β_2 untuk data padi sawah juga dilakukan dengan bantuan program, berikut ini adalah hasil dari perhitungan menggunakan bantuan *software* Matlab

```
A =

    2.2358    2.9604    4.3410
    2.9604    4.3410    7.3003
    4.3410    7.3003    2.0000


vb =

    3.8280
    6.5757
   13.8557


alpa =

   -3.2368
    3.8422
   -0.0714
```

Gambar 3.3 Tampilan Perhitungan Nilai Parameter β_0, β_1 dan β_2 Padi Ladang

Berdasarkan perhitungan di atas, hasil dari perhitungan manual dan program sama, sehingga fungsi tujuan yang dapat dibentuk untuk tanaman padi ladang adalah

$$S(y) = \beta_0^y y_i^2 + \beta_1^y y_i + \beta_2^y$$

$$S(y) = -3{,}23594y_i^2 + 3{,}841733y_i - 0{,}07145 \qquad (3.15)$$

Setelah fungsi tujuan tanaman padi sawah dan padi ladang terbentuk maka dapat dibentuk jumlah rata-rata dari kedua fungsi tersebut sesuai dengan persamaan (3.1a), (3.1b) dan (3.1c)

$$\begin{aligned} S(x,y) &= S(x)+S(y) \\ &= \beta_0^x x_i^2+\beta_1^x x_i+\beta_2^x+\beta_0^y y_i^2+\beta_1^y y_i+\beta_2^y \\ &= -0{,}52853x_i^2+1{,}491518x_i-0{,}000123242+ \\ &\quad -3{,}23594y_i^2+3{,}841733y_i-0{,}07145 \\ &= -0{,}52853x_i^2-3{,}23594y_i^2+1{,}491518x_i+ \\ &\quad 3{,}841733y_i-0{,}000123242-0{,}07145 \\ &= -0{,}52853x_i^2-3{,}23594y_i^2+1{,}491518x_i+ \\ &\quad 3{,}841733y_i-0{,}071623242 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Setelah fungsi tujuan terbentuk, maka fungsi tersebut harus diselidiki terlebih dahulu apakah fungsi tersebut valid atau tidak. Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan oleh Vina dkk (2013), untuk membuktikan bahwa solusi nilai parameter β pada fungsi tujuan yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil adalah yang terbaik ada dua cara yaitu melihat nilai *error* dan *conditional number*nya.

Cara yang pertama adalah dengan melihat nilai *error*nya. Nilai variabel x dan y pada Lampiran 1 disubstitusikan ke persamaan (3.16). Kemudian hitung selisih nilai $S(x,y)$ dari jumlahan rata-rata produksi padi sawah dan padi ladang yang ada pada Lampiran 1 dengan hasil perhitungan. Hasil perhitungan selisih nilai $S(x,y)$ beserta *error*nya ada pada Lampiran 2.

Berdasarkan perhitungan, rata-rata *error* masih cukup besar yaitu 79%. Akan tetapi masih ada cara kedua, yaitu dengan melihat *conditional number*nya.

Conditional number dari invers matriks dengan melihat norm matriks $\|.\|$ didefinisikan sebagai berikut

$$k(\boldsymbol{A}) \equiv \begin{cases} \|A^{-1}\|\|A\|, \\ \infty, \end{cases}$$

Conditional number digunakan untuk mengukur kesalahan yang mungkin terjadi pada *input* (x),(y) dan *output* $S(x, y)$. *Error* relatif untuk invers $\boldsymbol{A}$ tergantung dari nilai *conditional number*, sehingga *conditional number* tidak boleh terlalu besar (Vina dkk, 2013). Jika nilai *conditional number* < 67108864, maka nilai β_i dinyatakan terbaik. Berikut ini adalah hasil perhitungan *conditional number* dengan bantuan *software* Matlab.

Tabel 3.2 Nilai Conditional Number Padi Sawah dan Padi Ladang

	Padi sawah	Padi ladang	Jumlah
conditional number	1,774	67,6923	69,4663

Berdasarkan Tabel 3.2, nilai *conditional number* < 67108864, maka nilai β_i pada fungsi tujuan dinyatakan terbaik. Jadi persamaan (3.16) merupakan fungsi pendekatan yang terbaik.

3.1.4 Membentuk Fungsi Kendala

Pada permasalahan ini kendalanya adalah luas panen tidak boleh lebih dari luas tanam maksimum. Sehingga menurut data pada Lampiran 1, fungsi kendala yang dapat dibentuk adalah

$$x \leq 139{,}451 \tag{3.17a}$$

$$y \leq 11{,}265 \tag{3.17b}$$

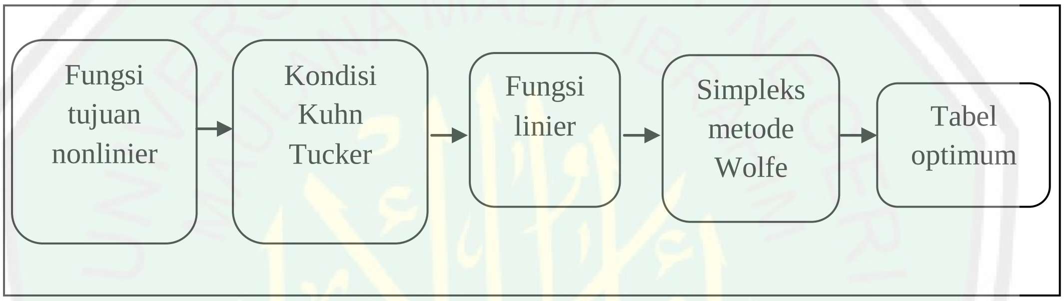
$$x, y \geq 0 \tag{3.17c}$$

dengan x adalah luas panen padi sawah dan y adalah luas panen padi ladang.

Jadi model matematika untuk hasil pertanian kabupaten Cilacap adalah model nonlinier dengan fungsi tujuan persamaan (3.16) dan fungsi kendala persamaan (3.17).

3.2 Penyelesaian Permasalahan Optimasi Menggunakan Syarat Kuhn Tucker

Secara umum penyelesaian permasalahan optimasi menggunakan syarat Kuhn Tucker dapat digambarkan dalam Gambar 3.4



Gambar 3.4 Langkah-langkah Penyelesaian Permasalahan Optimasi

Memaksimumkan

$$S(x,y) = -0{,}52853x_i^2 - 3{,}23594y_i^2 + 1{,}491518x_i + 3{,}841733y_i - 0{,}071623242 \quad (3.18)$$

dengan kendala

$$x \leq 139{,}451 \quad (3.19)$$

$$y \leq 11{,}265$$

$$x, y \geq 0$$

Sebelum diselesaikan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker, persamaan (3.18) dan (3.19) dilihat terlebih dahulu termasuk dalam fungsi konveks atau konkaf, yaitu dengan melihat turunan parsialnya. Diperoleh turunan parsial kedua dari persamaan (3.18) adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 S(x,y)}{\partial x^2} = -1{,}05706 < 0$$

$$\frac{\partial^2 S(x,y)}{\partial y^2} = -6{,}47188 < 0$$

dan turunan pertama dari persamaan (3.19) adalah sebagai berikut

$$\frac{\partial g(x)}{\partial x} = 1 > 0$$

$$\frac{\partial g(y)}{\partial y} = 1 > 0$$

Karena turunan kedua dari persamaan (3.18) bernilai < 0 dan turunan pertama dari persamaan (3.19) bernilai > 0 maka menurut Purcell (dalam Insani, 2017) dapat dikatakan bahwa persamaan (3.18) merupakan fungsi konkaf dan persamaan (3.19) merupakan fungsi konveks, maka sesuai Tabel 2.2 syarat Kuhn Tucker digunakan sebagai syarat perlu dan syarat cukup untuk mencapai nilai optimal. Adapun langkah-langkah penyelesainnya adalah sebagai berikut:

1. Membentuk kondisi Kuhn Tucker

Langkah pertama adalah memodifikasi fungsi tujuan yang telah dimiliki menjadi fungsi Lagrange, sehingga persamaan (3.18) diubah menjadi

$$\begin{aligned} L(x,y,\lambda) &= S(x,y) + \lambda_1(C_1 - x) + \lambda_2(C_2 - y) \qquad (3.20) \\ &= -0{,}52853x_i^2 - 3{,}23594y_i^2 + 1{,}491518x_i + \\ &\quad 3{,}841733y_i - 0{,}071623242 + \lambda_1(139{,}451 - \\ &\quad x) + \lambda_2(11{,}265 - y) \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan syarat Kuhn Tucker

1. $$\frac{\partial L}{\partial x} = 2(-0{,}52853)x + 1{,}491518 - \lambda_1 + s_1 = 0$$

$$= -1{,}05706x + 1{,}491518 - \lambda_1 + s_1 = 0 \qquad (3.21a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 2(-3{,}23594)y + 3{,}841733 - \lambda_2 + s_2 = 0$$

$$= -6{,}47188y + 3{,}841733 - \lambda_2 + s_2 = 0 \quad (3.21b)$$

2. $$\lambda_1 \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \lambda_1(139{,}451 - x) \quad (3.22a)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \lambda_2(11{,}265 - y) \quad (3.22b)$$

3. $$x \frac{\partial L}{\partial x} = x(-1{,}05706x + 1{,}491518 - \lambda_1) = 0 \quad (3.23a)$$

$$y \frac{\partial L}{\partial y} = y(-6{,}47188y + 3{,}841733 - \lambda_2) = 0 \quad (3.23b)$$

4. $$\lambda_1, \lambda_2 \geq 0 \quad (3.24)$$

5. $$s_1, s_2 \geq 0 \quad (3.25)$$

Berdasarkan persamaan (3.19) maka diperoleh

$$x - 139{,}451 \leq 0 \quad (3.26a)$$

$$y - 11{,}265 \quad (3.26b)$$

Bentuk persamaan (3.26) dapat dijadikan bentuk kanonik sehingga menjadi

$$x + s_1' = 139{,}451 \quad (3.27a)$$

$$y + s_2' = 11{,}265 \quad (3.27b)$$

Setelah mengidentifikasi syarat Kuhn Tucker, maka kondisi Kuhn Tucker untuk persamaan (3.18) adalah

$$-1{,}05706x + 1{,}491518 - \lambda_1 + s_1 = 0 \quad (3.21a)$$

$$-6{,}47188y + 3{,}841733 - \lambda_2 + s_2 = 0 \quad (3.21b)$$

$$x + s_1' = 139{,}451 \quad (3.27a)$$

$$y + s_2' = 11{,}265 \quad (3.27b)$$

2. Mengidentifikasi *complementary slackness*

Berdasarkan persamaan (3.22) dan (3.27), persamaan (3.21) dan (3.23) dan sifat *complementary slackness* pada pemrograman kuadratik, maka kondisi *complementary slackness* untuk persamaan (3.18) adalah

$$\lambda_1 s_1' = 0 \qquad s_1 x_1 = 0$$

$$\lambda_2 s_2' = 0 \qquad s_2 x_2 = 0$$

3. Menambah variabel buatan a_i untuk setiap kondisi Kuhn Tucker yang tidak memiliki variabel basis

Persamaan (3.21) tidak memiliki variabel basis sehingga perlu ditambahkan variabel buatan a_i sehingga bentuknya menjadi

$$1{,}05706x + \lambda_1 - s_1 + a_1 = 1{,}491518 \tag{3.28}$$

$$6{,}47188y + \lambda_2 - s_2 + a_2 = 3{,}841733 \tag{3.29}$$

4. Menentukan fungsi tujuan baru yang linier

Bentuk fungsi tujuan baru yang linier untuk masalah hasil rata-rata produksi padi sawah dan padi ladang adalah

Meminimumkan

$$w = a_1 + a_2 \tag{3.30}$$

dengan kendala

$$1{,}05706x + \lambda_1 - s_1 + a_1 = 1{,}491518 \tag{3.28}$$

$$6{,}47188y + \lambda_2 - s_2 + a_2 = 3{,}841733 \tag{3.29}$$

$$x + s_1' = 139{,}451 \tag{3.27a}$$

$$y + s_2' = 11{,}265 \tag{3.27b}$$

Semua variabel *nonnegative*

5. Melakukan proses iterasi simpleks dengan metode Wolfe

Setelah didapatkan fungsi tujuan dan kendala baru, yaitu persamaan (3.27) – (3.30) dibuatlah tabel simpleks lalu dilakukan perhitungannya. Perhitungan iterasi simpleks menggunakan bantuan program POM for Windows. Hasil perhitungan terlampir pada Lampiran 3.

Berdasarkan perhitungan tersebut diperoleh hasil $x = 1{,}411$, $y = 0{,}5936$, $s_1' = 138{,}04$ dan $s_2' = 10{,}6714$. Kemudian untuk mendapatkan nilai maksimum yang dicari maka nilai variabel x, y disubstitusikan ke persamaan (3.18) yang merupakan fungsi awal yaitu

$$\begin{aligned} S(x,y) = \; & -0{,}52853x_i^2 - 3{,}23594y_i^2 + 1{,}491518x_i + 3{,}841733y_i - \\ & 0{,}071623242 \\ = \; & -0{,}52853(1{,}411)^2 - 3{,}23594(0{,}5936) + \\ & 1{,}491518(1{,}411) + 3{,}841733(0{,}5936) - \\ & 0{,}071623242 \\ = \; & 3{,}4447688569 \end{aligned}$$

3.3 Optimasi dalam al-Quran

Berdasarkan pembahasan tersebut, optimasi hasil pertanian padi sangat erat kaitannya dengan perintah Allah untuk tidak memanfaatkan sesuatu secara berlebih-lebihan. Seperti yang disebutkan dalam al-Quran surat al-An’am ayat 141 sebagai berikut:

ُونَ أُكُلُهُۥ مُخۡتَلِفًا وَٱلزَّرۡعَ وَٱلنَّخۡلَ مَعۡرُوشَٰتٖ وَغَيۡرَ مَّعۡرُوشَٰتٖ جَنَّٰتٖ أَنشَأَ ٱلَّذِىٓ وَهُوَ

ادِهِۦ يَوۡمَ حَقَّهُۥ وَءَاتُواْ أَثۡمَرَ إِذَآ ثَمَرِهِۦٓ مِن كُلُواْ مُتَشَٰبِهٖۚ وَغَيۡرَ مُتَشَٰبِهٗا وَٱلرُّمَّانَ وَٱلزَّيۡتَ

﴿١٤١﴾ ٱلۡمُسۡرِفِينَ يُحِبُّ لَا إِنَّهُۥ تُسۡرِفُوٓاْ وَلَا حَصَ

"Dan Dialah yang menjadikan kebun-kebun yang berjunjung dan yang tidak berjunjung, pohon kurma, tanam-tanaman yang bermacam-macam buahnya, zaitun dan delima yang serupa (bentuk dan warnanya) dan tidak sama (rasanya). makanlah dari buahnya (yang bermacam-macam itu) bila berbuah, dan tunaikanlah haknya di hari memetik hasilnya (dengan disedekahkan kepada fakir miskin); dan janganlah kamu berlebih-lebihan. Sesungguhnya Allah tidak menyukai orang yang berlebih-lebihan.(QS. Al An'am/6:141)

Ayat ini menjelaskan bahwa hanya Allahlah yang menciptakan berbagai kebun. Ada yang ditanam dan disanggah tiang, ada pula yang tidak. Allah menciptakan pula pohon kurma dan tanaman-tanaman lain yang menghasilkan buah-buahan dengan berbagai warna, rasa, bentuk dan aroma yang berbeda-beda. Juga, Allah menciptakan buah zaitun dan delima yang serupa dalam beberapa segi, tetapi berbeda dari beberapa segi lain. Padahal, itu semua tumbuh di atas tanah yang sama dan disiram dengan air yang sama pula. Makanlah buahnya yang baik dan keluarkan zakatnya saat buah-buah itu masak. Namun, janganlah kalian berlebih-lebihan dalam memakan buah-buahan itu, sebab hal itu akan membahayakan diri sendiri dan akan mengurangi hak orang miskin. Allah tidak akan memberi perkenan atas perbuatan orang-orang yang berlebih-lebihan (Shihab, 2001).

Pada dasarnya, pertumbuhan pertanian mengharuskan peningkatan produksi disamping pemanfaatan yang maksimal terhadap hasil pertanian yang ada. Makhluk hidup yang bernama manusia mencari berbagai cara baik secara teknis atau sosial untuk mendapatkan hasil pertanian yang terbaik. Allah telah menciptakan berbagai kebun dengan tanaman yang beraneka ragam jenisnya. Manusia hanya harus berusaha untuk mengolah kebun-kebun yang ada dengan tanaman yang sesuai.

Berdasarkan hal tersebut, maka optimasi hasil pertanian sesuai dengan perintah Allah. Manusia melakukan usaha semaksimal mungkin untuk mendapatkan hasil pertanian yang dapat mencukupi kebutuhan pangan. Akan tetapi usaha maksimal yang dimaksud tidak berlebihan atau tidak merusak kebun-kebun yang sudah diciptakan Allah. Tidak pula mengambil hak yang bukan miliknya dan tidak lupa memberikan hak fakir miskin.

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan penyelesaian masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap didapatkan hasil sebagai berikut:

1. Model fungsi tujuan dan fungsi kendala untuk masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap adalah sebagai berikut

   Fungsi tujuan

$$S(x, y) = -0{,}52853x_i^2 - 3{,}23594y_i^2 + 1{,}491518x_i + 3{,}841733y_i - 0{,}071623242$$

   Fungsi kendala

$$x \leq 139{,}451$$

$$y \leq 11{,}265$$

$$x, y \geq 0$$

2. Persyaratan Kuhn Tucker dapat diaplikasikan pada masalah optimasi hasil pertanian di kabupaten Cilacap dengan fungsi tujuan yang berbentuk nonlinier dan fungsi kendala berbentuk linier. Penyelesaian optimal untuk hasil panen padi sawah dan ladang adalah

   luas panen padi sawah $(x) = 1{,}411$ Ha

   luas panen padi ladang $(y) = 0{,}5936$ Ha

   dengan hasil panen maksimum adalah $3{,}4447688569$ kwintal.

4.2 Saran

Penelitian ini membahas penyelesaian masalah optimasi dengan fungsi tujuan berbentuk nonlinier dan fungsi kendala berbentuk linier dengan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker. Pada penelitian selanjutnya penulis menyarankan untuk menyelesaikan masalah optimasi dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala berbentuk nonlinier dengan menggunakan persyaratan Kuhn Tucker dengan kendala lebih dari satu kendala.

DAFTAR RUJUKAN

Al Maraghi, A. M. 1993. *Tafsir Al Maraghi.* Semarang: Toha Putra.

Amalia. 2009. *Peranan Persyaratan Karush Kuhn Tucker dalam Menyelesaikan Pemrograman Kuadratis.* Skripsi. Medan: Universitas Sumatra Utara.

Anton, H dan Chris, R. 2004. *Aljabar Linear Elementer.* Jilid I. Jakarta: Erlangga.

Asih, N.M, dan Wildan, I.N. 2012. Aplikasi Metode Khun Tucker dalam Penjualan Oli Mobil. *Jurnal Matematika* , 57-68.

Asti, R. 2015. *Analisis Regresi Ridge Robust (RR) Untuk Mengatasi Masalah Multikolinieritas dan Pencilan Pada Data Proksimat di Muara Niru, Jelawatan dan Enim*. Skripsi. Bandung: FMIPA UNISBA

Insani, S. N. 2017. *Optimasi Tanaman Pangan di Kota Magelang dengan Pemrograman Kuadratis.* Skripsi. Yogyakarta: Universitas Yogyakarta.

Katsir, I. 2000. *Tafsir Ibn Katsir jilid 4.* Bogor: Pustaka Imam As syafi'i.

Katsir, I. 2004. *Tafsir Ibn Katsir Jilid 5.* Bogor: Pustaka Imam As syafi'i.

Kurniawan, R. 2016. *Analisis Regresi: Dasar dan Penerapannya dengan R.* Jakarta: Kencana.

Luknanto. 2000. *Pengantar Optimasi*. Yogyakarta: UGM

Moengin, P. 2011. *Metode Optimasi.* Bandung: Muara Indah.

Mulyono, S. 1991. *Operation Research.* Jakarta: Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia.

Nurcahyani, R. 2014. *Penyelesaian Model Nonlinear Menggunakan Separable.* Skripsi. Yogyakarta: UNY.

Puspita, DV, Parhusip, Hanna, A, Linawati, Lilik. 2013. *Analisis Hasil Panen Padi Menggunakan Pemodelan Kuadratik*. Semarang: Seminar Nasional Matematika VII UNNES.

Sharma, S. 2006. *Applied Nonlinier Programming* . New Delhi: New Age International.

Shihab, M. Q. 2001. *Tafsir Al-Misbah:Pesan, Kesan dan Keserasian al-Qur'an.* Jakarta: Lentera Hati.

Taha, H. A. 1997. *Riset Operasi.* Jakarta: Binarupa Aksara.

Winston dan Wayne. L. 2004. *Operation Research:Applications and Algorithms fourth.* New York: Duxbury.

Lampiran 1

Data luas panen, luas tanam dan produktivias padi sawah dan ladang tahun 2002-2016 di kabupaten Cilacap (BPS kabupaten Cilacap)

Tahun	Luas Panen Padi Sawah (Ha)	Luas Tanam Padi Sawah (Ha)	Produktivitas Padi Sawah (Kw/Ha)	Luas Tanam Padi Ladang (Ha)	Luas Panen Padi Ladang (Ha)	Produktivitas Padi Ladang (Kw/Ha)
2002	124,019	125,18	55,86	5,821	4,441	46,55
2003	117,417	118,341	56,3	5,541	4,451	48,37
2004	117,193	119,289	57,23	4,56	3,667	48,08
2005	121,656	123,245	57,33	4,56	3,545	48,63
2006	121,5	122,786	57,63	4,56	3,425	48,26
2007	121,379	125,967	58,79	7,254	5,294	49,05
2008	121,151	122,456	59,88	7,254	5,91	49,98
2009	120,846	122,438	60,81	3,465	1,783	50,73
2010	138,261	139,235	59,81	4,231	2,358	50,8
2011	127,823	128,674	59,8	3,567	1,058	51,28
2012	122,989	123,421	59,8	11,265	9,759	41,01
2013	131,851	132,232	59,8	8,654	6,437	42,1
2014	129,222	132,232	60,12	10,342	8,041	45,45
2015	137,751	139,451	64,61	10,342	6,12	44,14
2016	138,089	139,451	63,16	10,342	4,955	46,09

Lampiran 2

Hasil Perhitungan Error Data Padi Sawah dan Padi Ladang

Padi Ladang			Padi Sawah			Data Aktual	Hasil Perhitungan	Selisih	Error
Luas Panen	Produk-tivitas	Luas Tanam	Luas Panen	Produk-tivitas	Luas Tanam				
4.441	46.55	5.821	124.019	55.86	125.18	102.41	-8031.783535	8134.194	79.42773
4.451	48.37	5.541	117.417	56.3	118.341	104.67	-7195.185174	7299.855	69.74162
3.667	48.08	4.56	117.193	57.23	119.289	105.31	-7150.015523	7255.326	68.89493
3.545	48.63	4.56	121.656	57.33	123.245	105.96	-7707.218375	7813.178	73.73706
3.425	48.26	4.56	121.5	57.63	122.786	105.89	-7685.055602	7790.946	73.57584
5.294	49.05	7.254	121.379	58.79	125.967	107.84	-7715.190501	7823.031	72.54294
5.91	49.98	7.254	121.151	59.88	122.456	109.86	-7706.129985	7815.99	71.145
1.783	50.73	3.465	120.846	60.81	122.438	111.54	-7580.46986	7692.01	68.9619
2.358	50.8	4.231	138.261	59.81	139.235	110.61	-9956.90738	10067.52	91.01815
1.058	51.28	3.567	127.823	59.8	128.674	111.08	-8487.776873	8598.857	77.41139
9.759	41.01	11.265	122.989	59.8	123.421	100.81	-8122.171563	8222.982	81.56911
6.437	42.1	8.654	131.851	59.8	132.232	101.9	-9147.202597	9249.103	90.76646
8.041	45.45	10.342	129.222	60.12	132.232	105.57	-8855.540052	8961.11	84.88311
6.12	44.14	10.342	137.751	64.61	139.451	108.75	-9971.675315	10080.43	92.69357
4.955	46.09	10.342	138.089	63.16	139.451	109.25	-9983.409923	10092.66	92.38133
Rata-rata Error									79.25001

Lampiran 3

Iterasi dan solusi terbaik masalah optimasi menggunakan *software* POM for Windows

Iterasi 1

Cj	Basic Variables	0 X1	0 X2	0 X3	0 X4	0 X5	0 X6	1 X7	1 X8	0 X9	0 X10	0 artfcl 1	0 artfcl 2	0 artfcl 3	0 artfcl 4	Quantity
Iteration 1																
0	artfcl 1	1.0571	0	1	0	-1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1.4915
0	artfcl 2	0	6.4719	0	1	0	-1	0	1	0	0	0	1	0	0	3.8417
0	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	139.451
0	artfcl 4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	11.265
	zj	-2.0571	-7.4719	-1	-1	1	1	0	0	-1	-1	0	0	0	0	156.0493
	cj-zj	2.0571	7.4719	1	1	-1	-1	1	1	1	1	0	0	0	0	

Iterasi 2

Iteration 2																
0	artfcl 1	1.0571	0	1	0	-1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1.4915
0	X2	0	1	0	0.1545	0	-0.1545	0	0.1545	0	0	0	0.1545	0	0	0.5936
0	artfcl 3	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	139.451
0	artfcl 4	0	0	0	-0.1545	0	0.1545	0	-0.1545	0	1	0	-0.1545	0	1	10.6714
	zj	-2.0571	0	-1	.1545	1	-.1545	0	1.1545	-1	-1	0	1.1545	0	0	151.6139
	cj-zj	2.0571	0	1	-0.1545	-1	0.1545	1	-0.1545	1	1	0	-1.1545	0	0	

Iterasi 3

Iteration 3																
0	X1	1	0	0.946	0	-0.946	0	0.946	0	0	0	0.946	0	0	0	1.411
0	X2	0	1	0	0.1545	0	-0.1545	0	0.1545	0	0	0	0.1545	0	0	0.5936
0	artfcl 3	0	0	-0.946	0	0.946	0	-0.946	0	1	0	-0.946	0	1	0	138.04
0	artfcl 4	0	0	0	-0.1545	0	0.1545	0	-0.1545	0	1	0	-0.1545	0	1	10.6714
	zj	0	0	.946	.1545	-.946	-.1545	1.946	1.1545	-1	-1	1.946	1.1545	0	0	148.7114
	cj-zj	0	0	-0.946	-0.1545	0.946	0.1545	-0.946	-0.1545	1	1	-1.946	-1.1545	0	0	

Iterasi 4

Iteration 4																
0	X1	1	0	0.946	0	-0.946	0	0.946	0	0	0	0.946	0	0	0	1.411
0	X2	0	1	0	0.1545	0	-0.1545	0	0.1545	0	0	0	0.1545	0	0	0.5936
0	X9	0	0	-0.946	0	0.946	0	-0.946	0	1	0	-0.946	0	1	0	138.04
0	artfcl 4	0	0	0	-0.1545	0	0.1545	0	-0.1545	0	1	0	-0.1545	0	1	10.6714
	zj	0	0	0	.1545	0	-.1545	1	1.1545	0	-1	1	1.1545	1	0	10.6714
	cj-zj	0	0	0	-0.1545	0	0.1545	0	-0.1545	0	1	-1	-1.1545	-1	0	

Iterasi 5

Iteration 5																
0	X1	1	0	0.946	0	-0.946	0	0.946	0	0	0	0.946	0	0	0	1.411
0	X2	0	1	0	0.1545	0	-0.1545	0	0.1545	0	0	0	0.1545	0	0	0.5936
0	X9	0	0	-0.946	0	0.946	0	-0.946	0	1	0	-0.946	0	1	0	138.04
0	X10	0	0	0	-0.1545	0	0.1545	0	-0.1545	0	1	0	-0.1545	0	1	10.6714
	zj	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
	cj-zj	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1.0	-1	-1	

Iterasi 6

Iteration 6																
0	X1	1	0	0.946	0	-0.946	0	0.946	0	0	0	0.946	0	0	0	1.411
0	X2	0	1	0	0.1545	0	-0.1545	0	0.1545	0	0	0	0.1545	0	0	0.5936
0	X9	0	0	-0.946	0	0.946	0	-0.946	0	1	0	-0.946	0	1	0	138.04
0	X10	0	0	0	-0.1545	0	0.1545	0	-0.1545	0	1	0	-0.1545	0	1	10.6714
	zj	0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0
	cj-zj	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	

Solusi terbaik untuk x, y, s_1', s_2'

Variable	Status	Value
X1	Basic	1.411
X2	Basic	.5936
X3	NONBasic	0
X4	NONBasic	0
X5	NONBasic	0
X6	NONBasic	0
X7	NONBasic	0
X8	NONBasic	0
X9	Basic	138.04
X10	Basic	10.6714
artfcl 1	NONBasic	0
artfcl 2	NONBasic	0
artfcl 3	NONBasic	0
artfcl 4	NONBasic	0
Optimal Value (Z)		0

Lampiran 4

Program Matlab untuk menghitung nilai parameter β_1, β_2 dan β_3 pada data padi sawah

```
clear all;close all;
[num txt]=xlsread('data10.xlsx','Sheet2','A1:B15')
[m,n]=size(num)
T=num(:,1)/max(num(:,1));
P=num(:,2)/max(num(:,2));
Datatakberdim=[T P]
x=T;
y=P;
a11=sum(x.^4);a12=sum(x.^3);a13=sum(x.^2);
a21=sum(x.^3);a22=sum(x.^2);a23=sum(x);
a31=sum(x.^2);a32=sum(x);a33=n;
A=[a11 a12 a13;a21 a22 a23;a31 a32 a33;]
vb=[sum(y.*x.^2);sum(y.*x);sum(y)]
alpa=inv(A)*vb
hasil=alpa(1)*x.^2+alpa(2)*x+alpa(3);
condisionalnumber=cond(A)
format short
```

Program Matlab untuk menghitung nilai parameter β_1, β_2 dan β_3 pada data padi ladang

```
clear all;close all;
[num txt]=xlsread('data10.xlsx','Sheet3','A1:B15')
[m,n]=size(num)
T=num(:,1)/max(num(:,1));
P=num(:,2)/max(num(:,2));
Datatakberdim=[T P]
x=T;
y=P;
a11=sum(x.^4);a12=sum(x.^3);a13=sum(x.^2);
a21=sum(x.^3);a22=sum(x.^2);a23=sum(x);
a31=sum(x.^2);a32=sum(x);a33=n;
A=[a11 a12 a13;a21 a22 a23;a31 a32 a33;]
vb=[sum(y.*x.^2);sum(y.*x);sum(y)]
alpa=inv(A)*vb
hasil=alpa(1)*x.^2+alpa(2)*x+alpa(3);
condisionalnumber=cond(A)
format short
```

RIWAYAT HIDUP

Ulfatu Mahmudah, lahir di Banyuwangi, tanggal 20Pebruari 1995, biasa dipanggil Ulfa. Anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Nur Jalali dan Ibu Murtiningsih. Tempat tinggalnya beralamat diRT/RW 50/08 Desa Sumbermulyo, Kecamatan Tegaldlimo, Kabupaten Banyuwangi. Pendidikannya ditempuh di RA AL-HUDA lulus pada tahun 2000 dan sekolah dasar di MI MIFTAHUL HUDA lulus pada tahun 2006. Kemudian melanjutkan sekolah menengah pertama di SMP TRI BHAKTI lulus pada tahun 2009 dan sekolah menengah atas di MAN Srono lulus pada tahun 2012.

Selama menjadi mahasiswa, penulis aktif di organisasi ekstra kampus, yakni menjadi staf pengajar di Lembaga Pendidikan Al-Qur’an (LPQ) Wardatul Ishlah Merjosari tahun 2013 sampai sekarang. Staf pengajar di Lembaga Pendampingan Santri (LPS) el-Laduni. Staf pengajar di SDIT Insan Permata Malang.

KEMENTERIAN AGAMA RI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG
FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
Jl. Gajayana No. 50 Dinoyo Malang Telp./Fax.(0341)558933

BUKTI KONSULTASI SKRIPSI

Nama : Ulfatu Mahmudah
NIM : 12610003
Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/ Matematika
Judul Skripsi : Analisis Persyaratan Khun Tucker pada Masalah Optimasi Hasil Pertanian
Pembimbing I : Ari Kusumastuti, M.Pd, M.Si
Pembimbing II : Dr. Abdussakir, M.Pd

No	Tanggal	Hal	Tanda Tangan
1.	23 Agustus 2017	Konsultasi Bab II dan Bab III	1.
2.	06 September 2017	Revisi Bab III	2.
3.	27 Desember 2017	Konsultasi Agama Bab I, Bab II dan Bab III	3.
4.	02 Februari 2018	Revisi Agama Bab I dan Bab II	4.
5.	26 Desember 2018	Revisi Agama Bab III	5.
6.	08 April 2019	Koreksi Bab I, Bab II dan Bab III	6.
7.	10 April 2019	Revisi Bab III	7.
8.	13 Mei 2019	Acc Agama Keseluruhan	8.
9.	13 Mei 2019	Acc Keseluruhan	9.

Malang, 08 April 2019
Mengetahui,
Ketua Jurusan Matematika

Dr. Usman Pagalay, M.Si
NIP. 19650414 200312 1 001